УДК 621.83

ЗАДАЧА И МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО СИНТЕЗА ЗУБЧАТЫХ КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА

Грибанов В.М., д.т.н., профессор, Кучма Ю.В., ст. преподаватель

Восточноукраинский государственный университет (г. Луганск)

Классические системы зацепления практически исчерпали возможности своего дальнейшего совершенствования и развития. Дальнейшее увеличение нагрузочной способности и ресурса эвольвентных передач возможно за счет увеличения их массы и габаритов. Одним из реальных путей обеспечения дальнейшего прогресса в редукторостроении является применение зацепления Новикова, несущая способность которого выше несущей способности аналогичных традиционных передач. Применение передач Новикова при неизменной нагрузочной способности позволяет уменьшить габариты и массу, а при неизменных габаритах – удлинить срок службы привода.

Один из главных вопросов, который в настоящее время решается организациями при внедрении передач Новикова, – выбор оптимального исходного контура (ИК) из большого числа ИК, которые существуют на данный момент, поскольку не существует единого мнения о том, какой ИК следует признать лучшим. Заметим также, что нам неизвестны ИК, которые были бы разработаны с учетом специфики конических передач Новикова. Более того, опыт эксплуатации свидетельствует: передачи Новикова с известными ИК не в полной мере реализуют технико-экономические возможности нового зацепления. Решение упомянутых вопросов сопряжено с решением задачи по многокритериальному синтезу новых ИК, обеспечивающих передачам, в сравнении с известными ИК, более высокие технические характеристики, и с решением задачи по сравнительному многокритериальному анализу зубчатых передач Новикова с различными ИК.

Сравнительный многокритериальный анализ [1] позволяет выявить наилучший вариант передачи и наилучший ИК лишь среди синтезированных, оставляя открытым вопрос о существовании более оптимальных передач и ИК. Предлагаемое теоретическое исследование посвящено разработке математических алгоритмов многокритериального синтеза зубчатых конических передач Новикова ДЛЗ, ИК которых образуются на базе дуг окружностей [2, 3].

Формулировка *задачи многокритериального синтеза* следующая. Необходимо найти сочетание варьируемых геометрических параметров ИК (рис. 1)

$$\rho_a^*,\rho_f^*,\alpha_k,x_a^*,x_f^*,y_a^*,y_f^*,\ldots \tag{1}$$

при котором критерии качества [1]:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{max}=\frac{6P_u\left(h_a+h_a\right)}{B_n\left(\pi+2x_f-2\sqrt{\rho_f^2-\left(y_f+h_a\right)^2}\right)^2}\\
&æ=1/m_n(\rho_f^*-\rho_a^*)\cos\alpha_k\\
&V^{(12)}=\omega^{(1)}\sqrt{E^{(1)}-2uE^{(12)}+u^2E^{(2)}}\\
&V^{(\Sigma)}=\left(F^{(1)}+uF^{(21)}\right)\Big/\sqrt{G^{(1)}}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

– максимальное напряжение изгиба в опасном сечении зуба, коэффициент чувствительности передачи к погрешностям изготовления и монтажа, относительная скорость скольжения АПЗ, суммарная скорость, . . . – наиболее близки к заданным значениям

$$\sigma_{max}^*,æ^*,\mathbf{V}^{(12)*},\mathbf{V}^{(\Sigma)*},\ldots \tag{3}$$

– оптимальным числовым характеристикам критериев в рассматриваемых условиях эксплуатации. В формулах (2) $(n=1;2)$

$$\left.\begin{aligned}
&E^{(n)}=\vec{r}_n^{\,\varphi}\vec{r}_n^{\,\varphi},\qquad F^{(n)}=\vec{r}_n^{\,\varphi}\vec{r}_n^{\,v},\qquad G^{(n)}=\vec{r}_n^{\,v}\vec{r}_n^{\,v}\\
&E^{(12)}=(\Omega_1\vec{r}_1^{\,\varphi},\Pi\Omega_2\vec{r}_2^{\,\varphi}),\qquad F^{(12)}=(\Omega_1\vec{r}_1^{\,\varphi},\Pi\Omega_2\vec{r}_2^{\,v})\\
&G^{(12)}=(\Omega_1\vec{r}_1^{\,v},\Pi\Omega_2\vec{r}_2^{\,v}),\qquad F^{(21)}=(\Omega_1\vec{r}_1^{\,v},\Pi\Omega_2\vec{r}_2^{\,v})
\end{aligned}\right\},$$

матрицы:

$$\Omega_n = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_n) & -(-1)^n \sin(\alpha_n) & 0 & 0 \\ (-1)^n \sin(\alpha_n) & \cos(\alpha_n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Pi = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & 0 & -\sin(\gamma) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_w \\ \sin(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

a_w – номинальное расстояние между осями вращения колес, γ- расчетный (номинальный) угол пересечения осей конической передачи, $\vec{r}_n^{\varphi}, \vec{r}_n^{v}$ – частные производные радиус-векторов точки контакта по криволинейным координатам φ и v на активных поверхностях зубьев, α_n – углы поворотов шестерни $(n=1)$ и колеса $(n=2)$ вокруг своей оси.

Алгоритм решения задачи многокритериального синтеза изложим, исходя из обще аналитических обозначений: $X_1, X_2, \ldots, X_M$ – варьируемые геометрические параметры (1); $Y_1, Y_2, \ldots, Y_N$ – синтезируемые критерии качества (2); $Y_1^*, Y_2^*, \ldots, Y_N^*$ – заданные значения (3) критериев качества.

Решение построим на введении в рассмотрение целевой функции

$$Z = F\left(Y_1 - Y_1^*; \ldots; Y_N - Y_N^*\right), \qquad (4)$$

которая характеризовала бы величину отклонения синтезируемых значений Y_j от желаемых Y_j^* $(j = 1,2,\ldots,N)$, с последующей минимизацией (4) для нахождения параметров $X_1, X_2, \ldots, X_M$, обеспечивающих одновременно наименьшие отклонения Y_j от Y_j^*. Критерии качества, являясь функциями вида $Y_j = Y_j(X_1, X_2, \ldots, X_M)$, описаны в работе [1].

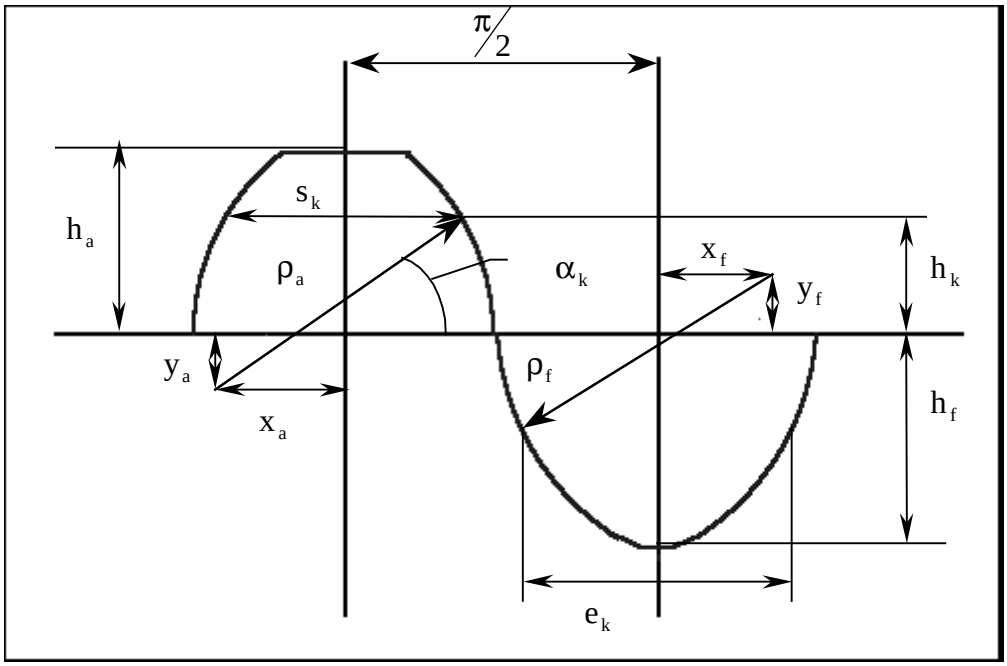


Рис. 1. Схема исходного контура по ГОСТ 15023-76 для передач Новикова ДЛЗ.

Пусть $X_1^0, X_2^0, \ldots, X_M^0$ – нулевое (исходное) приближение к искомым значениям варьируемых параметров. В качестве указанных чисел можно взять, например, аналогичные геометрические параметры (1) любого ИК (см., напр., [2, 3]). В процессе же синтеза эти параметры необходимо "подправить" до значений, реализующих поставленную задачу.

Для решения наиболее удачным, на наш взгляд, является метод наименьших квадратов [4]. В силу сказанного, выбирая тот или иной способ статического решения функции (4), мы должны начать с анализа ошибок измерений. Обычно считают, что ошибки измерений подчинены нормальному закону (закону Гаусса). Оснований для этого достаточно много. В частности, весьма веским доводом в пользу

предположения о нормальном законе распределения ошибок является так называемая центральная предельная теорема, утверждающая, что сумма бесконечно большого числа независимых случайных величин с одинаковым математическим ожиданием, распределенных по произвольному закону с равномерно ограниченными дисперсиями, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Бессель выдвинул гипотезу о том, что во многих случаях ошибка измерения как раз и образуется как сумма большого числа малых случайных величин, имеющих самое разнообразное происхождение и примерно одинаковых по величине. В силу этого метод наименьших квадратов как следствие метода максимального правдоподобия и нормального закона ошибок измерения и был нами выбран для решения поставленной задачи.

Целевая функция (4) –

$$Z = \sum_{j=1}^{N} \xi_j \left(Y_j - Y_j^* \right)^2 \geq 0 . \qquad (5)$$

Роль весовых коэффициентов $\xi_j = \text{const} > 0$ и $\sum_{j=1}^{N} \xi_j = 1$, характеризующих значимость критериев, сводится, в частности, к влиянию на степень приближения Y_j к Y_j^*.

Решением задачи является такое сочетание $X_1, X_2, \ldots, X_M$ варьируемых параметров, при котором целевая функция (5) имеет наименьшее значение. Следует учесть, что варьируемые параметры – ограниченные величины:

$$\underline{X_i} \leq X_i \leq \overline{X_i} \left(i = 1,2,\ldots,M \right). \qquad (6)$$

Здесь $\underline{X_i}, \overline{X_i} = \text{const}$ – наименьшее и наибольшее значения параметра X_i.

Справедливо следующее утверждение. Множество оптимальности по Парето совпадает с множеством минимумов функции (5) при всевозможных весовых коэффициентах $\xi_1, \ldots, \xi_N$.. То есть, изменяя значения весовых коэффициентов, мы получаем множество оптимальных передач по различным критериям (2). Например, увеличивая значение весового коэффициента перед критерием æ мы синтезируем передачи, менее чувствительные к погрешностям изготовления.

Как известно [4],что минимум функции (5) достигается при значениях параметров X_i, удовлетворяющих уравнениям $\partial Z / \partial X_k = 0$, которые после тривиальных преобразований записываются в виде:

$$\sum_{j=1}^{N} \xi_j \left(Y_j - Y_j^* \right) \partial Y_j / \partial X_k = 0, \left(k = 1,2,\ldots,M \right). \qquad (7)$$

Решением системы (7) являются числа $X_1^*, X_2^*, \ldots, X_M^*$ – искомые параметры (1) синтезируемого ИК, если они удовлетворяют ограничениям (6). Если же хотя бы одно найденных чисел не удовлетворяет (6), то это означает, что точка минимума функции (5) расположена за пределами области (6). Тогда синтезируемые параметры ИК определяются координатами той точки границы области (6), которая дает минимум функции (5) на замкнутом множестве (6).

ВЫВОД

Сформулирована задача и изложен метод и алгоритм многокритериального синтеза зубчатых конических передач Новикова ДЛЗ, обладающих повышенной нагрузочной способностью и ресурсом, пониженной восприимчивостью к погрешностям изготовления и монтажа, улучшенными гидродинамическими условиями смазки зубьев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грибанов В.М., Кучма Ю.В., Кочевский А.А., Досталь А.Е. Задача и метод многокритериального анализа зубчатых конических передач Новикова ДЛЗ // Вісник Житомирського Інженерно-технічного інституту, 2000 – №12.
2. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова.–Киев: Техніка, 1978.–144 с.
3. Короткин В.И., Харитонов Ю.Д. Зубчатые передачи Новикова.–Ростов-на-Дону: изд-во РГУ, 1991.–207 с.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления.–М.: Наука, 1978.–Т.2.–456 с.