УДК 681.3:771.537.442

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАССИВА ДАННЫХ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТРЁХМЕРНЫХ СЦЕН

Мыльцев А.М., аспирант, Толок А.В., к.т.н., доцент

Запорожский государственный университет

В статье представлена модель визуализации динамического массива данных при построении трехмерных сцен. Модель основана на рекурсивном уточнении математически описанной области определения. Использующийся в данной работе трехмерный динамический массив выступает как структура данных для хранения результатов вычислений алгоритма. В статье сформулированы алгоритмы визуализации и пересортировки массива данных при построении различных проекций трехмерных сцен и приведены результаты работ этих алгоритмов.

Ключевые слова: визуализация, трехмерная сцена, подобласти сцены, тело объекта, структура данных, воксель, мировые координаты, видовые координаты, плоские координаты, трехбитовый индекс.

Мильцев О.М., Толок О.В. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДИНАМІЧНОГО МАСИВУ ДАНИХ ПРИ ПОБУДОВІ ТРИВИМІРНИХ СЦЕН / Запорізький державний університет, Україна.

У статті пропонується модель візуалізації динамічного масиву даних при побудові тривимірних сцен. Модель основана на рекурсивному уточненні математично описаної області визначення. Тривимірний динамічний масив, що використовується в цій роботі, виступає як структура даних для зберігання результатів обчислень алгоритму. У статті сформульовані алгоритми візуалізації та пересортування масиву даних при побудові різноманітних проекцій тривимірних сцен та наведені результати робіт цих алгоритмів.

Ключові слова: візуалізація, тривимірна сцена, підобласті сцени, тіло об'єкта, структура даних, воксель, світові координати, видові координати, плоскі координати, трибітовий індекс.

Miltsev A., Tolok A. MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC DATA ARRAY VISUALIZATION IN CONSTRUCTION OF THREE-DIMENSIONAL SCENES / Zaporizhzhya state university, Ukraine.

The model of dynamic data array visualization used in construction of three-dimensional scenes is presented in the article. This model is based on the algorithm of recursive specification of mathematically described definitional domain. Three-dimensional dynamic array, used in the given work, functions as a data structure for storing the outputs of an algorithm. The algorithms of data array visualization and regarding of different three-dimensional scenes projections construction are formulated and the results of works of these algorithms are given in the article.

Key words: visualization, three-dimensional scene, subregions of a scene, body of object, data structure, voxel, world coordinates, landscape coordinates, flat coordinates, three-bit index.

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерная графика реального времени, ориентированная на визуализацию трехмерных сцен, за последнее время достигла огромных успехов. Отмечается значительный рост систем в области визуализации объемов, но большинство из них основаны на полигональном задании объектов. И хотя достигнут достаточно высокий реализм отображаемых сцен, существует ряд задач, например, отображение больших районов местности, где требуется хранить и отображать сцены, содержащие намного больше полигонов, чем реализовано в современных системах. В этом случае счет уже пойдет на десятки, а то и сотни тысяч многоугольников, а отображение в реальном времени объектов, заданных таким способом, потребует большого количества времени. К тому же полигональный способ задания трехмерных сцен дает информацию только лишь о поверхности объекта и не позволяет анализировать его внутреннюю структуру. Выходом из сложившейся ситуации послужила новая возможность задания объектов свободными формами в виде вещественных и скалярных функций и объемных областей воксельных массивов. Так, например, можно задать трехмерный объект в виде R-функции, используя ее знак как основную качественную характеристику для определения нулевых, положительных и отрицательных областей значений функции, для моделирования поверхности, внутренней и внешней структуры объекта. По этому принципу разработаны системы, основанные на применении алгоритмов итерационного уточнения трехмерной области [1,2]. Однако основным недостатком подобных алгоритмов остается фактор временных затрат, не позволяющий динамически исследовать модель в различных проекциях. Чтобы изменить проекцию того же объекта, приходится запускать систему итерационного уточнения с новыми параметрами, повторяя весь ход расчетных процедур [3].

В данной работе предлагается математическая модель визуализации трехмерных сцен, основанная на итерационном уточнении математически описанной области определения. В основу ее положен алгоритм частичной сортировки по глубине, позволяющий поэтапно формировать реалистичное изображение по одному из принципов Z-буферного алгоритма. В отличие от существующих Z-буферных сортировок, этот алгоритм имеет рекурсивно направленный поиск заслоняемых элементов, позволяющий резко сократить время обработки трехмерной сцены. При этом конкретный вид и способ представления объекта не имеет особого значения. Данный алгоритм может быть применён для построения изображений произвольных трёхмерных объектов, допускающих разбиение на части и отображение отдельной части независимо от остальных. Одним из предложенных нами вариантов сокращения технологии расчета является введение промежуточного динамического массива данных, позволяющего хранить полученную в расчетах информацию для более оперативного создания новых проекций [4].

1. СТРУКТУРА ДАННЫХ ДЛЯ ХРАНЕНИЯ РЕКУРСИВНО УТОЧНЯЕМЫХ ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

В описываемой модели рассматриваются трехмерные объекты, заданные свободными формами в виде R-функции, помещенные в замкнутое трехмерное пространство, которое в дальнейшем будем называть трехмерной сценой. В общем случае трехмерная сцена представляет собой куб, содержащий в себе все значения R-функции, характеризующие ее поведение в данном кубическом пространстве.

Для формирования структуры данных применяется известный подход рекурсивного уточнения трехмерной области посредством половинного деления, основанный на алгоритме частичной сортировки по глубине и приводящий в результате к воксельной организации трехмерной сцены изображения [1,2]. Основная идея этого подхода — разбиение трехмерной сцены объекта на восемь равных подобластей при помощи сечений тремя взаимоперпендикулярными плоскостями, определение критериев того, какие из подобластей должны быть изображены раньше остальных, сортировка их на основе некоторого предпорядка и, наконец, отображение каждой подобласти как независимого объекта в установленной ранее последовательности. При отображении подобластей к ним рекурсивно применяется та же процедура разбиения и сортировки, пока не будет достигнута требуемая глубина рекурсии. Регулируя глубину рекурсии, можно получить изображение объекта с той или иной степенью детализации. Надо отметить, что для получения реалистичного изображения обычно достаточно восьми итераций. При этом полученные в результате разбиения подобласти приближаются по размерам к вокселю.

Модель структуры данных реализована в виде трехмерного динамического массива, содержащего результаты расчёта алгоритма итерационного уточнения трехмерной области посредством половинного деления [4]. Количество элементов трёхмерного массива l зависит от количества итераций m и рассчитывается как $l = 2^{3m}$. Элементы трёхмерного массива представляются индексной адресацией (i, j, k). Длина индексного направления, выбранного вдоль одной из осей координат исследуемой сцены, составляет $\sqrt[3]{2^{nm}}$ единиц.

Индексная организация восьмиэлементной ячейки массива представляется комбинациями двоичного трехбитового кода (рис.1), а алгоритмы перехода от бинарного представления к индексному представлению позволяют производить увязку между индексным распределением элементов массива и их логическим порядком и определяются следующим образом [4]:

$$i = \sum_{n=L/3}^{1} (2I_{3n})^{n-1}$$

$$j = \sum_{n=L/3}^{1} (2J_{3n-1})^{n-1}$$

$$k = \sum_{n=L/3}^{1} (2K_{3n-2})^{n-1}$$

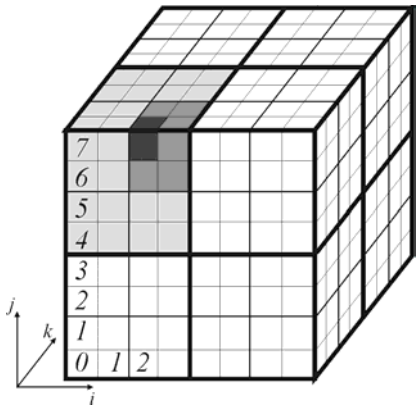


Рис. 1. Пример положения элемента при битовом сочетании 010 110 010

где $I_{3n}, J_{3n-1}, K_{3n-2}$ - значения элементов для n-ой трёхбитовой комбинации, $n = L/3$ - количество итераций алгоритма уточнения области, L - размерность вектора бинарного представления элемента динамического массива.

Элементами массива являются подобласти трехмерной сцены, полученные в результате работы алгоритма итерационного уточнения трехмерной области на последнем уровне итерации. Каждая такая подобласть содержит либо положительные значения R-функции («внутренний воксель»), либо отрицательные значения («внешний воксель»), либо же нулевые («воксель поверхности»). «Внешние воксели» - это подобласти сцены, не принадлежащие положительному телу объекта, но являющиеся элементами трехмерной сцены. «Внутренние воксели» и «воксели поверхности» - подобласти сцены, принадлежащие соответственно структуре объекта и его поверхности. Использование такой особенности R-функции позволяет определить тип каждой подобласти и исследовать различные части объекта.

В рассмотренной работе для каждого из полученных значений «вокселей» в массиве хранится информация о свойствах функции в центре данной подобласти: один байт на тип «вокселя», определяемый знаком R-функции, и четыре байта на значение цвета, полученное из значений градиента функции в центре «вокселя» и вектора освещения.

Рекурсивная процедура динамического формирования массива данных может быть сформулирована следующим образом:

- **Если** достигнута требуемая глубина рекурсии, то определить для данной подобласти знак функции и вычислить цвет. Записать данные в массив.
- **Иначе** разбить данную область на 8 подобных подобластей, определить их индексы в массиве так, чтобы они отражали трехмерное положение элементов объекта, и применить к каждой из восьми подобластей рекурсивную процедуру динамического формирования массива данных.

Такая структура данных позволяет хранить информацию не только о поверхности исследуемого объекта, а и о всей трехмерной сцене. Хотя объем файла для хранения массива данных и достигает размеров 130 МВ при восьми итерациях, однако использование такого подхода позволяет не проводить перерасчетов при построении новых проекций, что существенно уменьшает временные затраты при визуализации трехмерных сцен.

2. АЛГОРИТМ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МАССИВА ДАННЫХ

2.1 Общая идея

Рассмотренная выше организация трехмерного массива данных позволяет достаточно быстро, и не проводя перерасчетов, строить проекции трехмерной сцены объекта на экранную плоскость, используя известные алгоритмы переноса и поворота в пространстве и перспективное преобразование.

Для дальнейшего объяснения нам требуется ввести некоторые определения.

С каждым визуализируемым объектом связано три системы координат (рис. 2):

1. Пространство объекта — мировые координаты (x_V, y_V, z_V) — система координат, жёстко связанная с отображаемым объектом.

2. Пространство наблюдателя — видовые координаты (x_E, y_E, z_E) — система координат, жёстко связанная с наблюдателем. Плоскость $x_E y_E$ системы координат наблюдателя совпадает с плоскостью экрана, ось z_E направлена вглубь экрана. Ось x_E направлена вправо, ось y_E — вверх. Начало системы координат наблюдателя всегда лежит в центре прямоугольника вывода, который ограничивает область вывода при отображении объекта. Начало системы координат наблюдателя одновременно является и центром проекции при перспективном преобразовании трёхмерного пространства в двухмерное.

3. Пространство экрана — плоские координаты (x_S, y_S) — плоская система координат, на которую проецируется трёхмерное пространство при перспективном преобразовании.

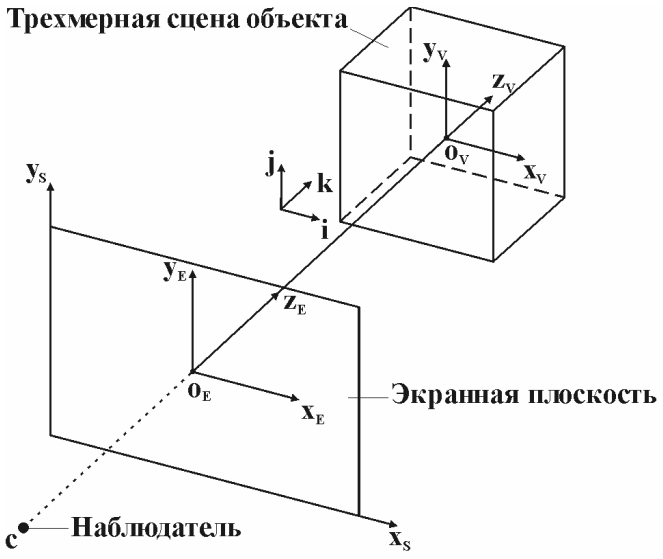


Рис. 2. Общая модель визуализации

Начало системы мировых координат, определяющей положение объекта в пространстве, располагается в центре исследуемой трехмерной сцены объекта. Ее базисные векторы x_V, y_V, z_V совпадают по направлению с осями возрастания индексов массива i, j, k: $i = j = k = [0,...,2^m - 1]$, где m - количество итераций.

Смещение системы мировых координат относительно пространства наблюдателя определяется вектором $spo = \overrightarrow{o_E o_R} = (0,0,o_V)$.

Переход от мировых координат к действительным осуществляется через матрицу перехода $spb = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{bmatrix}$, столбцами которой являются координаты векторов базиса системы мировых координат объекта в видовых координатах:

$$t_E = spb * t_V + spo \tag{1}$$

где $t_V = (x_V, y_V, z_V)$ - точка в мировых координатах, $t_E = (x_E, y_E, z_E)$ - точка в видовых координатах. Все операции поворота и переноса объекта в трехмерном пространстве определяются также путем изменения данной матрицы spb.

Переход от видовых координат к плоским осуществляется по формулам:

$$\begin{aligned} X_S &= xSize/2 + x_E * focus / z_E \\ Y_S &= ySize/2 - y_E * focus / z_E \end{aligned} \tag{2}$$

где $xSize, ySize$ - размер экрана по X и по Y в пикселях, $focus$ - расстояние от наблюдателя C до центра видовых координат o_E.

Для визуализации трехмерной сцены объекта, показанной на рис.2, необходимо отобразить трехмерный массив данных в следующем порядке, последовательно применяя к каждому элементу формулы перехода (1) и (2): $i = [0,...,2^m - 1], j = [0,...,2^m - 1], k = [2^m - 1,...,0]$, где m - количество итераций.

2.2 Пересортировка массива

На рис. 3 показано положение сцены объекта после применения к ней нескольких операций поворотов. Следовательно, чтобы корректно визуализировать данные из массива, необходимо переопределить порядок прохождения его индексов.

Для этого вводим трехмерный вектор $center$, равный вектору $o_E o_V$ в системе видовых координат.

Векторы x_V', y_V', z_V' определяются как:

$$\begin{aligned} x_V' &= spb * x_V \\ y_V' &= spb * y_V \\ z_V' &= spb * z_V \end{aligned}$$

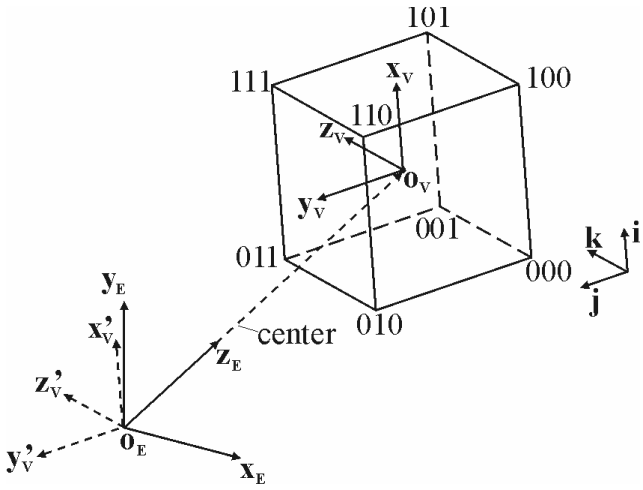


Рис. 3. Пересортировка массива

Каждая вершина исследуемой трехмерной сцены имеет уникальный трехбитовый индекс $[ijk]$, в котором последовательность нулей и единиц соответствует порядку прохождения для каждого индекса массива:

$$порядок\ прохождения\ индекса = \begin{cases} [0,...,2^m - 1], индекс = 0 \\ [2^m - 1,...,0], индекс = 1 \end{cases} \quad (3)$$

где m - количество итераций.

Определение необходимого индекса $[ijk]$ осуществляется через смешанное произведение векторов следующим образом:

$$i = \begin{cases} 1, ([y_V', z_V'], center) > 0 \\ 0, ([y_V', z_V'], center) <= 0 \end{cases}$$

$$j = \begin{cases} 1, ([z_V', x_V'], center) > 0 \\ 0, ([z_V', x_V'], center) <= 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$k = \begin{cases} 1, ([x_V', y_V'], center) > 0 \\ 0, ([x_V', y_V'], center) <= 0 \end{cases}$$

При ориентации трехмерной сцены, как показано на рис.3, трехбитовый индекс $[ijk]$, рассчитанный по формулам (3) и (4), равен 101, следовательно, отображение трехмерного массива данных будет проводиться в следующем порядке: $i = [2^m - 1,...,0], j = [0,...,2^m - 1], k = [2^m - 1,...,0]$, где m - количество итераций.

Общий алгоритм визуализации динамического массива данных может быть сформулирован следующим образом:

- Определить порядок прохождения индексов массива данных по формулам (3) и (4).
- Для каждого элемента массива данных выполнить:
  - **Если** тип данного элемента массива («вокселя») принадлежит визуализируемой в данный момент области, то вычислить координаты его центра в системе мировых координат, провести их преобразования по формулам (1) и (2) и визуализировать «воксель» цветом, определенным в ячейке массива.
  - **Иначе** перейти к следующему элементу массива.

Такой достаточно простой алгоритм позволяет быстро переориентировать трехмерный массив данных и провести его визуализацию, абстрагируясь от функции и не проводя трудоемких по времени дополнительных перерасчетов.

На рис. 4 представлены результаты работы алгоритма визуализации динамического массива данных с использованием осевых сечений.

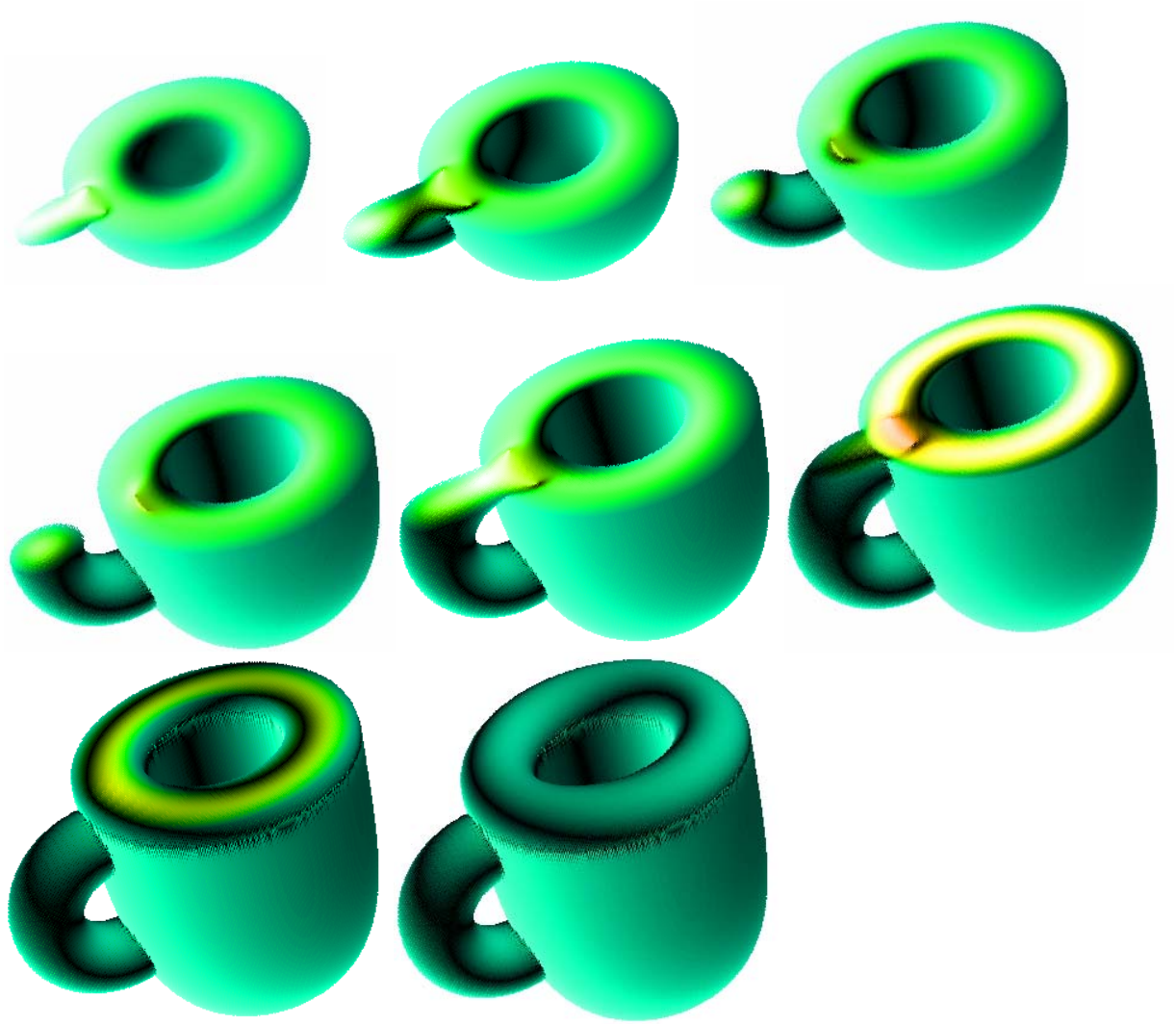


Рис. 4. Этапы построения трехмерной сцены на 8 итерациях (256^3 вокселей) с использованием осевых сечений

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель визуализации трехмерных сцен относительно проста и характеризуется высокой скоростью работы алгоритма вследствие абстрагирования от функции и использования динамического массива для организации данных на этапе визуализации, что позволило избежать больших временных затрат, связанных с созданием новых проекций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Толок А.В., Мухин В.В. Алгоритм итерационного уточнения области исследования поверхности // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. –1998. - № 2. - С.90-97.
2. Гладкий Б.М., Толок А.В. Применение алгоритма частичной сортировки по глубине к визуализации функции трёх переменных // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. – 1999. - № 2. – С.28-35.
3. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.
4. Толок Н.Б., Толок А.В. Математическая модель организации динамического формирования массива данных в процессе работы алгоритма итерационного уточнения трехмерной области // Вісник Запорізького державного університету: Фізико-математичні науки. – 2001. - № 1. – С.101-104.