УДК 535.21

ОПТИЧНА МУЛЬТИСТАБІЛЬНІСТЬ У РЕЗОНАТОРІ ІЗ НЕЛІНІЙНИМ РЕЗОНАНСНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

Світанько М.В., к.ф.-м.н., доцент, Оселедчик Ю.С., д.ф.-м.н., професор, Швець Є.Я., к.т.н., доцент, Просвірнін А.Л., старший науковий співробітник, Кудрявцев Д.П., асистент

Запорізька державна інженерна академія

Проведено теоретичне дослідження оптичної нестабільності у резонаторі із нелінійним середовищем, яке збуджується випадковим імпульсним полем. Модель містить лазер, кільцевий резонатор, заповнений резонансним нелінійним середовищем, у якості якого можуть бути використані пари металів (Na, Rb), або нелінійно-оптичні кристали, наприклад BBO, LBO, CBO, RTP, KTP.

Представлений оптичний резонатор, як оптичний логічний пристрій, може виконувати функції І - НІ, І - АБО - НІ. Пристрій стійкий до радіоактивоного випромінювання та впливу потужних електромагнітних полів, передбачувана швидкодія приладу ~ 2 ГГц.

Ключові слова: оптичний логічний пристрій, оптична бістабільність, флуктуації, нелінійно-оптичні кристали

Свитанько Н.В., Оселедчик Ю.С., Швец Е.Я., Просвирнин А.Л., Кудрявцев Д.П. ОПТИЧЕСКАЯ МУЛЬТИ-СТАБИЛЬНОСТЬ В РЕЗОНАТОРЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДОЙ / Запорожская государственная инженерная академия, Украина

Проведено теоретическое исследование оптической нестабильности в резонаторе с нелинейной средой, возбуждаемой случайным импульсным полем. Модель содержит лазер, кольцевой резонатор, заполненный резонансной нелинейной средой, в качестве которой могут быть использованы пары металлов (Na, Rb), либо нелинейно-оптические кристаллы, например BBO, LBO, CBO, RTP, KTP.

Описываемый оптический резонатор, как оптическое логическое устройство, может выполнять функции И - НЕ, И - ИЛИ - НЕ. Устройство устойчиво к радиоактивному излучению и воздействию мощных электромагнитных полей, предполагаемое быстродействие устройства ~ 2 ГГц.

Ключевые слова: оптическое логическое устройство, оптическая бистабильность, флуктуации, нелинейно-оптические кристаллы

Svitanko N.V., Oseledchik Yu. S., Shvets E.J., Prosvirnin A.L.Kudryvzev D.P. OPTICAL MULTISTABILITY IN RESONATOR WITH NONLINEAR RESONANT ENVIRONMENT / Zhaporizhska State Engineer Academy, Ukraine

The theoretical research of optical instability in the resonator with nonlinear environment raised by a casual pulse field is carried out. The model contains the laser, ring resonator filled with resonant nonlinear environment, as which pairs of metals (Na, Rb), or nonlinear-optical crystals, for example BBO, LBO, CBO, RTP, KTP can be used.

The described optical resonator, as the optical logic device, can carry out functions AND - NOT, AND - OR - NOT. The device is steady radioactive radiation and influence of powerful electromagnetic fields prospective speed of the device ~ 2 GHz.

Keywords: optical logic device, optical bistability, fluctuations, nonlinear-optical crystals

1. ВСТУП

Явище оптичної бістабільності, виявлене у інтерферометрі Фабрі-Перо, заповненому парами атомів Na [1], покладено в основу розробки елементів оптичної пам'яті, оптичних підсилювачів і транзисторів [2]. Теоретичні дослідження бістабільності у резонансно-поглинаючому середовищі [3] та експерименти по вивченню статичної природи біфуркацій, котрі супроводжують оптичну бістабільність [4], вказують на на стохастизацію поля резонатора у режимі бістабільності. Проблему впливу квантових флуктуацій поля резонатора на оптичну бістабільність внаслідок некогерентної спонтанної емісії уже детально досліджено у роботі [5], де отримано рівняння Фокера-Планка для густини розподілу амплітуди і фази поля резонатора. Дослідження впливу на оптичну бістабільність амплітудно-фазових флуктуацій лазерного випромінювання, модульованого гаусовим випадковим процесом, представлено у роботі [6]. Проблему вирішено за допомогою узагальненого рівняння Фокера-Планка, виявлено зв'язок між областями найбільш імовірних реалізацій випадкових амплітуд поля резонатора та числом стійких віток поля на виході резонатора [7].

У представленій роботі розглянуто дослідження біфуркацій у середовищі двухрівневих атомів, що знаходяться у резонаторі, який збуджується випадковим імпульсним полем. Ця модель є більш реалістичною, порівняно із гаусівським випадковим процесом. Показано [8], що у залежності від

тривалих випадкових імпульсів на виході резонатора, у ньому встановлюється або статичний розподіл амплітуд і фаз, трансформований проявом поглинання, або в умовах, коли на вході резонатора поле вирождається у дельта-корельований шум, поле резонатора представляє собою марківський стрибкоподібний процес із розподілом амплітуд, який визначається рівнянням Колмлгорова-Феллера. Дослідження біфуркаційних залежностей у випадковому імпульсному полі дозволяє передбачити ряд нових ефектів і збільшення числа стабільних режимів - три- та чотиристабільність, обмеження інтенсивності прохідного випромінювання, підсилення флуктуацій у областях біфуркаційних переходів.

2. СТОХАСТИЧНЕ РІВНЯННЯ НЕЛІНІЙНОГО РЕЗОНАТОРА

При дослідженні процеса взаємодії з атомами середовища, що знаходиться у резонаторі, основна відмінність, порівняно із ізольованими атомами, проявляється у самоузгодженності поля і поляризації середовища: поляризація середовища являється, у відповідності із рівнянням Максвела, джерелом поля резонатора, котре у свою чергу поляризує середовище, яке представляється рівнянням для матриці густини.

Дійсно, завважуючи, що поле резонатора (Рис.1) у плоскохвильовому представленні може бути записане у вигляді:

$$E(z,t) = \left\{ \mathrm{E}^{+}(z,t)\exp(-ik_0 z) + \mathrm{E}^{-}(z,t)\exp(ik_0 z) \right\} \exp(-i\omega_0 t),$$

де ω_0 - несуча частота поля, $k_0 = \dfrac{\omega_0}{c}$, для компонент поля $\mathrm{E}^{\pm}(z,t)$, резонансно взаємодіючих із нелінійним середовищем резонатора, справедливі скорочені рівняння, які випливають із рівнянь Максвела у наближенні повільно змінюючихся амплітуд [9]:

$$\frac{\partial \mathrm{E}^{\pm}}{\partial t} \pm c\frac{\partial \mathrm{E}^{\pm}}{\partial z} = 2i\gamma G_1 \beta_{12}^{(1)}. \qquad (1)$$

Тут $\gamma = 2\pi N_0 \omega_0^2 \hbar^2 / k_0 c^2$, N_0 - число поглинаючих атомів, G_1 - дипольний матричний елемент взаємодії, $\beta_{12}^{(1)}$ - фур'є-компонента матриці густини атома, представленого у дворівневому наближенні. Використовуючи наближення середнього поля, для амплітуди стоячої хвилі

$$E(z,t) = E^{+}(z) + E^{-}(z) = 2A\sin k_0 z,$$

усередненої по довжині резонатора:

$$E = \frac{1}{L}\int_0^L E(z)dz = \sqrt{2}A = \sqrt{2}\,\frac{E_T}{\sqrt{T}},$$

де E_T - амплітуда поля на виході резонатора, T - коефіцієнт прозорості дзеркал, отримано [10] рівняння

$$\frac{dE}{dt} = -k_{в}(1+\Phi)E + \frac{\sqrt{2}K_{в}\mathrm{E}_j}{\sqrt{T}} + 2\sqrt{2}i\gamma G_1 \beta_{12}, \qquad (2)$$

де E_j - амплітуда поля на вході резонатора,

$$K_{в} = \frac{cT}{L(1+\sqrt{R})},$$

- константа резонатора, R - коефіцієнт відбивання дзеркал, $\Phi = \omega_0 - \omega_c$, ω_c - частота моди резонатора. Рівняння (2) отримано за умови $J_m\chi << I, R \approx I (T = I - R \to 0)$, що є наслідком наближення середнього поля [11] (χ - сприйнятливість середовища).

Рівняння для матриці густини атома

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}\left[\hat{\mathrm{H}}\rho\right] - \hat{T}(\rho - \rho_0) \tag{3}$$

встановлює зв'язок між поляризацією середовища та полем $(\hat{\mathrm{H}} = \hat{\mathrm{H}}_0 + \hat{V}, \hat{V} = -\hat{d}\vec{E})$, і повинно розглядатись сумісно із рівнянням (2). Іншими словами, при резонансній взаємодії поля резонатора із атомами середовища наближення заданого поля не має сенсу.

Для середовища, що розглядається у двухрівневому наближенні, рівняння (2) і (3) можуть бути виражені через безрозмірні змінні $\tau = k_в t,$

$$Q = 2\,\mathrm{Re}\,\beta_{12}\frac{1}{n_p}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}, \qquad M = 2J_m\beta_{12}\frac{1}{n_p}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}, \qquad N = \frac{n}{n_p},$$

$$y = \frac{\mathrm{E}_j^0}{\left|\mathrm{E}_н\right|\sqrt{T}}, \qquad x = \frac{\mathrm{E}_T^0}{\left|\mathrm{E}_н\right|\sqrt{T}}:$$

$$\frac{dx}{d\tau} = -x + 2C_0M + y(\tau)\cos\theta, \tag{4}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \Phi - y(\tau)\frac{\sin\theta}{x} - \frac{2C_0}{x}Q + \frac{d\alpha}{d\tau}, \tag{5}$$

$$a_1\frac{dN}{d\tau} = Mx - N + 1, \tag{6}$$

$$a_2\frac{dM}{d\tau} = -M + \delta Q - xN, \tag{7}$$

$$a_2\frac{dQ}{d\tau} = -Q - \delta M, \tag{8}$$

де здійснено перехід до дійсних амплітуд:

$$E = \mathrm{E}_T^0\exp i\psi, \qquad \mathrm{E}_J = \mathrm{E}_J^0\exp i\alpha,$$

$\left|\mathrm{E}_н\right|^2 = \left[4\left|G_1\right|^2T_1T_2\right]^{-1}$, - інтенсивність насичення,

$$a_1 = k_в T_1, \quad a_2 = k_в T_2, \quad \delta = (\omega_{12} - \omega_0)T_2,$$

ω_{12} - власна частота атомів, n - заселеність двухрівневої системи, $\theta = \alpha - \psi$ - різниця фаз, а

$$C_0 = \frac{n_p\left|G_1\right|^2\gamma T_2}{2k_в}$$

параметр кооперативної взаємодії, введений у роботі [11].

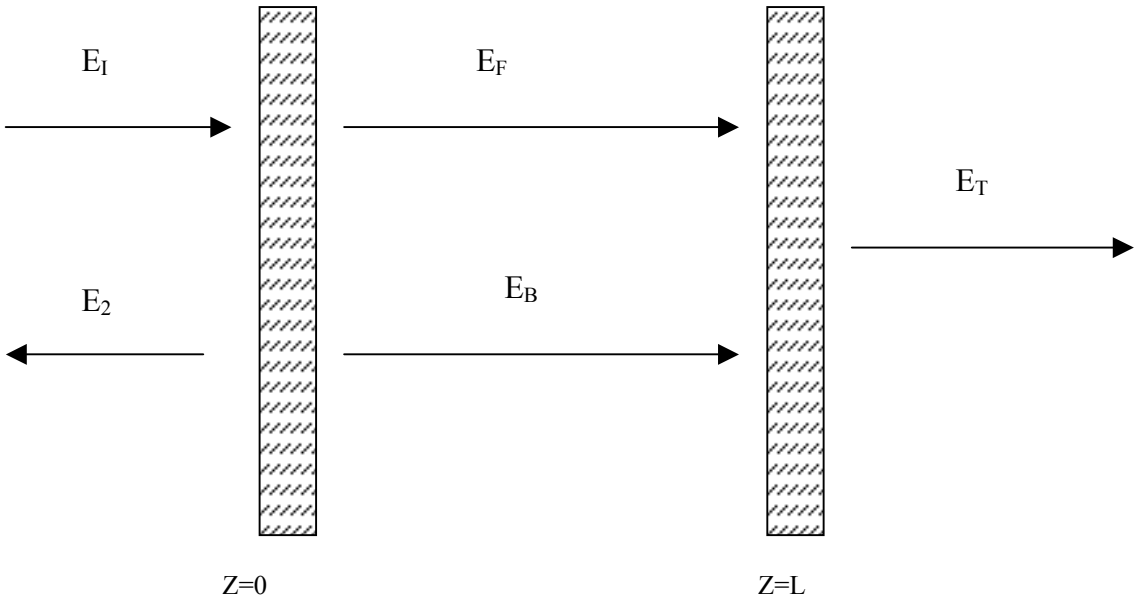

Рис. 1. Схема резонатора Фабрі-Перо

3. ФОРМУВАННЯ МУЛЬТИСТАБІЛЬНИХ СТАНІВ У ПОЛІ З ФЛУКТУЮЧОЮ АМПЛІТУДОЮ

Проведемо дослідження умови виникнення оптичної бістабільності у нелінійному резонаторі, який знаходиться у полі із випадково флуктуючою амплітудою та фазою . Стійкість рівноважних станів поля резонатора залежить від розподілу випадкових значень амплітуди і фази, які визначаються стохастичним рівнянням (4), (5), і, отже, від типу випадкового процесу, що збуджує резонатор.

При статичному випадковому полі на вході резонатора стохастичні рівняння (4), (5) трансформуються до виду

$$\frac{dx}{d\tau} = -f(x) + y\cos\theta, \tag{9}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = F(x) - \frac{y}{x}\sin\theta, \tag{10}$$

де $f(x) = x\left(1 + \frac{2C_0}{1+\sigma^2+x^2}\right)$, $F(x) = \Phi - \frac{2C_0\delta}{1+\sigma^2+x^2}$,

а статично розподілені амплітуда Y і фаза α відображаються двомірним розподілом імовірності

$$d\omega(y,\alpha) = d\omega(y)d\omega(\alpha) = \omega(y)\omega(\alpha)dyd\alpha. \tag{11}$$

У цьому випадку вважається, що

$$\omega(y) = \frac{2}{\sigma^2} y \exp\left(-\frac{y^2}{\sigma^2}\right), \tag{12}$$

- розподіл Релея, розподіл фаз рівноімовірний:

$$\omega(\alpha) = \frac{1}{2\pi}.$$

Розподіл апмлітуд і фаз поля резонатора можна отримати за допомогою (11), якщо використати зв'язок між значеннями y,α на вході і x,θ всередині резонатора. Цей зв'язок витікає із рівноважного рішення (9), (10):

$$y = f(x)\left[1+\xi^2(x)\right]^{1/2}, \tag{13}$$

$$\alpha = \theta + \psi = arctg\xi(x) + \psi, \tag{14}$$

де

$$\xi(x) = \frac{xF(x)}{f(x)}.$$

Здійснюючи перехід до нових змінних (x,θ) у (11), маємо:

$$d\omega(x,\theta) = \omega(x)\omega(\theta)h_1(x,\theta)h_2(x,\theta)dxd\theta, \tag{15}$$

де

$$h_1(x,\theta) = \left\{f_x^{12}(x) + \left[(arctg\xi(x))'_x\right]^2\right\}^{1/2},$$

$$h_2(x,\theta) = 1.$$

Тоді стаціонарна густина розподілу амплітуд приймає вигляд $\left(\omega(\theta) = \frac{1}{2\pi}\right)$:

$$P_\infty(x) = \frac{2}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{f^2(x)}{\sigma^2}\right]\left|f_x'(x)\right|f(x), \tag{16}$$

відображаючи розподіл амплітуд поля резонатора при стабілізованій фазі збуджуючого поля.

Залежність розподілу $P_\infty(x)$ має складну форму, і для визначення її особливостей представимо (16) у вигляді

$$P_\infty(x) = \left|f_x'(x)\right|\omega(f(x)), \tag{17}$$

де

$$\omega(f(x)) = \frac{2}{\sigma^2}f(x)\exp\left[-\frac{f^2(x)}{\sigma^2}\right], \tag{18}$$

як функція $f(x)$, дублює статичний розподіл амплітуд на вході до резонатора.

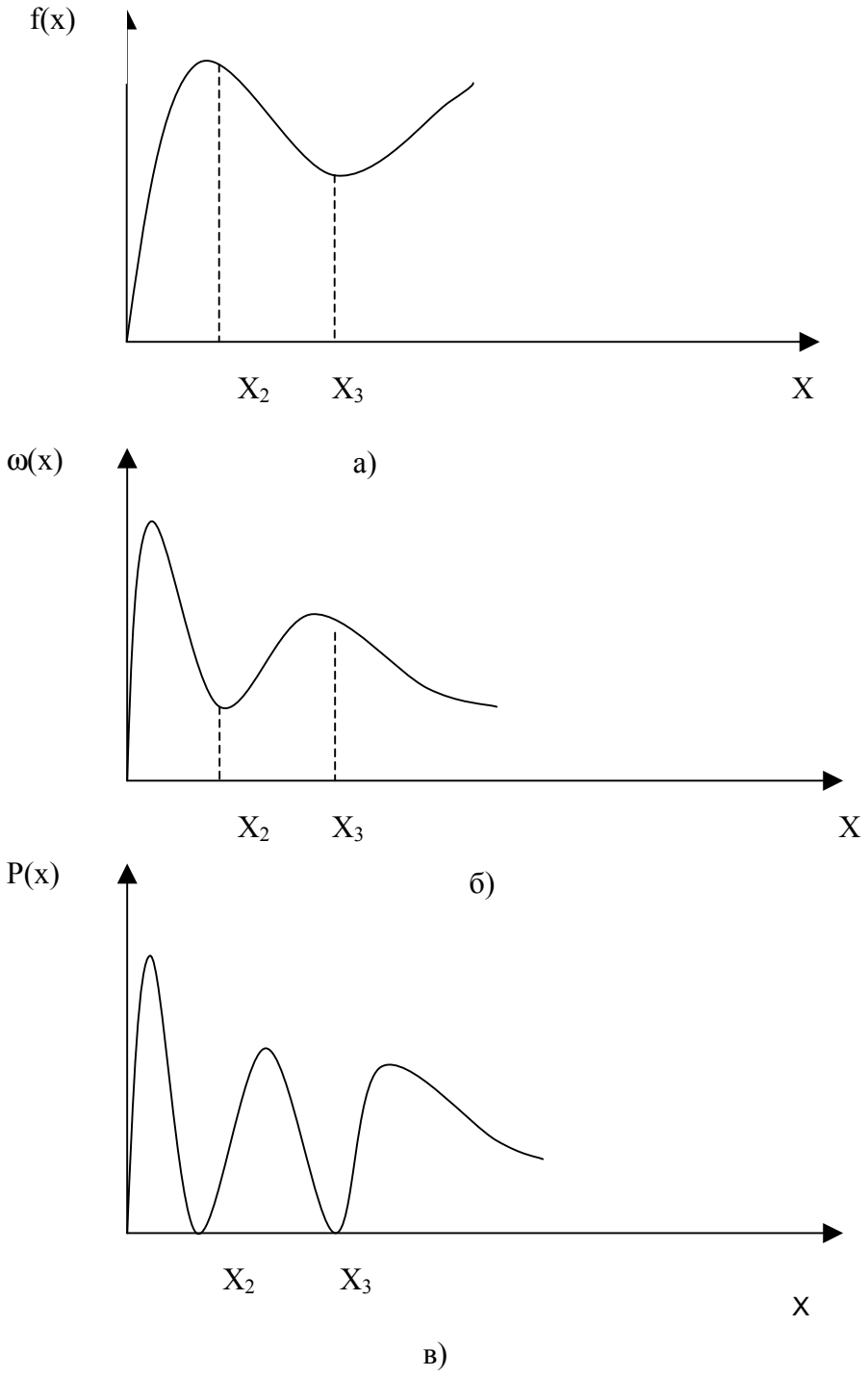

Рис.2. Формування розподілу амплітуд поля резонатора

Структура густини розподілу $\omega(f(x))$ визначається екстремумами функції $f(x)$, які приходяться на значення амплітуд

$$x_{2,3} = \left[C_0 - 1 \pm \sqrt{C_0(C_0 - 4)}\right]^{1/2}. \qquad (19)$$

При цьому максимум функції $f(x)$ відповідає мінімуму розподілу $\omega(f(x))$, і, навпаки, мінімум $f(x)$ відповідає максимуму $\omega(f(x))$ (Рис.2). Маючи на увазі, що густина розподілу $P_\infty(x)$ містить співмножник $\left|f_x^{'}(x)\right|$, нулі котрого визначаються значеннями (19), отримуємо, що залежність $P_\infty(x)$, має вигляд, представлений на рис. 2в.

Утворення складної структури розподілу $P_\infty(x)$, порівняно із релеївським розподілом амплітуд поля на вході, зв'язано із особливостями абсорбції випромінювання середовища резонатора: значення амплітуд $x_{2,}x_3$ попадають у область нестійких рішень і ділять області стійких станів резонатора. Значення амплітуди x_2 розділяє два, фізично різних, стійких режимів поглинання - слабого поля у інтервалі $0 \le x \le x_2$, відповідаючого лінійному поглинанню із коефіцієнтом послаблення поля, який залежить від коефіцієнта поглинання $\alpha(C_0 \approx \frac{\alpha c}{k_в})$:

$$\eta = \frac{x}{y} \approx \frac{1}{1+\frac{2C_0}{1+\sigma^2}},$$

коли ефект насичення не проявляється. Поглинання у інтервалі $x_2 \le x \le x_3$ проходить, у відмінності від попереднього випадка, в умовах, близьких до насичення. При цьому внаслідок вирівнювання заселеності збуджених атомів, проявляється просвітлення середовища, коли значення коефіцієнта ослаблення поля наближається до одиниці:

$$\eta = \frac{1}{1+\frac{2C_0}{1+\sigma^2+x^2}} \approx 1.$$

4. БІФУРКАЦІЇ У ВИПАДКОВОМУ ПОЛІ

Дослідження стійкості стаціонарного поглинання у резонаторі, який збуджується статичним полем, проведемо, усереднюючи рівняння (9) із імовірністю (16), і вважаючи, що різниця фаз θ фіксована:

$$\left\langle \frac{dx}{d\tau} \right\rangle = -\left\langle f(x) \right\rangle + \bar{y}_\perp, \qquad (20)$$

де кутові дужки означають усереднення по випадковому розподілу амплітуд, а $\bar{y}_\perp = \overline{y\cos\theta}$ - біфуркаційний параметр.

Рівноважне рішення рівняння (20) прямує із умови $\left\langle \frac{dx}{d\tau} \right\rangle = 0,$ звідки отримуємо біфуркаційне рівняння

$$\bar{y}_\perp = \left\langle f(x) \right\rangle, \qquad (21)$$

у якому можна виділити функціональну залежність від середньої амплітуди

$$\bar{x} = \int_0^\infty x P_\infty(x) dx,$$

використавши перетворення:

$$\left\langle f(x)\right\rangle = \bar{x}^{\eta},$$

де

$$\eta = \frac{\ln\left\langle f(x)\right\rangle}{\ln \bar{x}}.$$

Тоді біфуркаційне рівняння (21) приймає вигляд

$$\bar{y}_{\perp} = \bar{x}^{\eta(x)}, \tag{22}$$

який дозволяє чисельним розрахунком знайти біфуркаційну залежність $\bar{x}(\bar{y})$, представлену на Рис. 3. Біфуркаційна діаграма $\bar{x}(\bar{y})$ має три вітки, що відповідають стійким станам - OA, CN, OS, у повній відповідності із розподілом імовірності (18): вітка OA відповідає лінійному поглинанню, CN - нелінійному поглинанню, і OS - просвітленню середовища. У відмінності від монохроматичного збудження збільшилось число біфуркаційних переходів і змінився їх характер - поряд із регулярною біфуркаційною точкою A з'являються особливі точки із розвітленими біфуркаційними переходами: точка C, що відповідає переходам $K \leftarrow C \rightarrow D$, і біфуркаційна точка N, котра обмежує інтенсивність прохідного випромінювання. Можливість переходів $N \rightarrow N^{'}$ та $S \rightarrow S^{'}$ зумовлена тими обставинами, що вітки OS і CN відповідають збудженим станам системи, з'язаним осциляційними переходами, що зумовлюють "віртуальний" перехід одного стану в інший, вітка діаграми SN відповідає нестійкому стану, що відповідає провалу у розподілі імовірностей, вихід із якого може привести або до зриву випромінювання резонатора (ефект обмеження інтенсивності прохідної хвилі) - перехід $N \rightarrow N^{''}$, або до переходу $N \rightarrow N^{'}$ у новий стійкий стан.

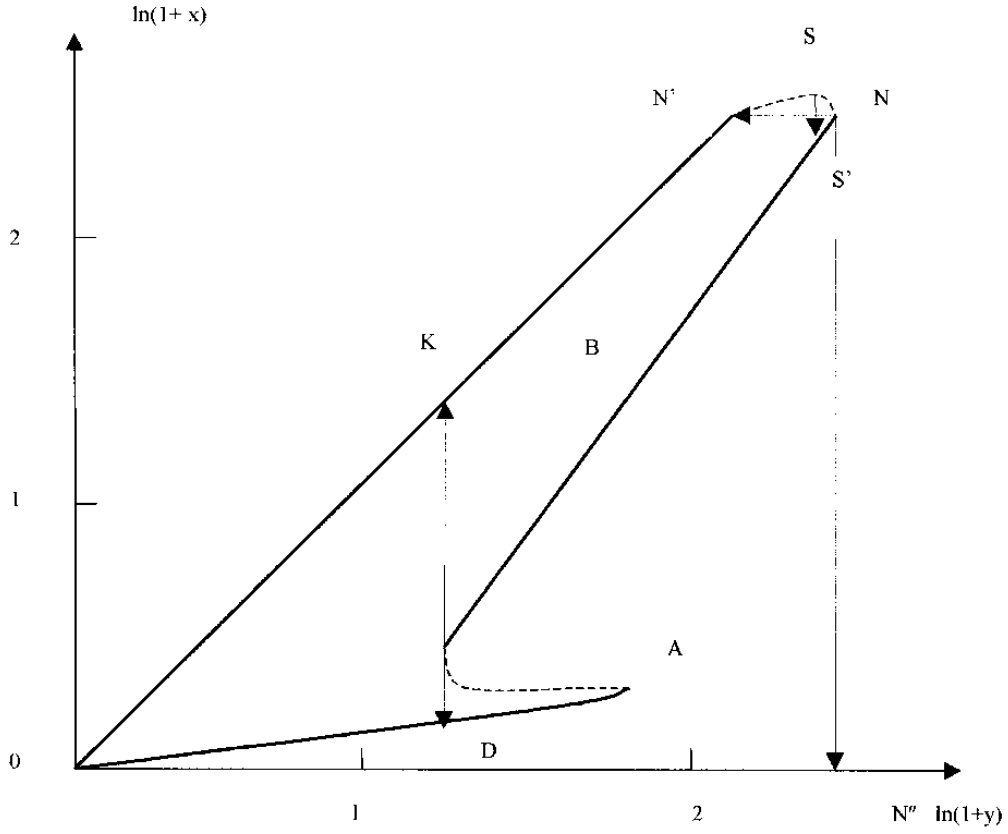

Рис. 3. Біфуркаційна діаграма при однофотонному збудженні статичним полем: C_0=20, σ=0, k=1

5. МУЛЬТИСТАБІЛЬНІ ЛОГІЧНІ ПРИСТРОЇ

У попередніх розділах було показано, що формування стійких режимів поглинання та випромінювання у резонаторі залежить від статичних характеристик випадкового поля, поданого на вхід резонатора. На основі цих результатів були запропоновані [12] оптичні логічні пристрої, які володіють трьома та чотирьома стійкими станами, у залежності від типу модуляції зовнішнього сигналу.

Загальною для розроблених логічних пристроїв є схема, яка місить джерело монохроматичного випромінювання, скануючий інтерферометр Фабрі-Перо, амплітудний модулятор із статичним випадковим шумом, резонатор, заповнений резонансно поглинаючим середовищем у якості котрого можуть виступати такі відомі нелінійно-оптичні кристали, як β–BaB_2O_4 (BBO), LiB_3O_5 (LBO), $KTiOPO_4$ (KTP), $RbTiOPO_4$ (RTP), реєструючий пристрій.

Скануючий інтерферометр Фабрі-Перо дозволяє безперервно перебудовувати сталу складову амплітуди збуджуючого поля, а амплітудний модулятор, який представляє собою нелінійний кристал KDP, ADP або KTP, підключений до стандартного генератора шума $\Gamma_ш$, модулює сигнал прямокутними імпульсами із заданим розподілом випадкових амплітуд. В умовах, коли тривалість прямокутних імпульсів відповідає нерівності

$$\tau_и >> \frac{1}{K_в} = \frac{L}{cT},$$

де c - швидкість світла у середовищі, а L - довжина резонатора, поле, що пройшло модулятор, є статичним випадковим процесом.

У статичному полі характеристики сигнала на виході мають вигляд, представлений на Рис.3, і демонструють, що у статичному полі, на відміну від монохроматичного, з'являються три стабільні стани. Бістабільна область з двома стйкими станами вихідного випромінювання дозволяє реалізовувати логічні операції І, АБО, НІ, комірку пам'яті. Збільшення амплітуди вхідного випромінювання вище деякого критичного значення призводить до переходу у третій стійкий стан без бістабільної області.

Логічний пристрій може бути використаний для кодування оптичної двійкової інформації. Режим роботи приймально-підсилюючої апаратури підбирається в одній із областей бістабільності, а передача інформаційних сигналів "О" та "1" забезпечується включенням-виключенням у передаючій лазерній системі амплітудного модулятора статичним випадковим процесом. Наявність, певним чином налагодженого, оптичного резонатора у приймальній, а амплітудного модулятора у передаючій системі, забезпечює секретність передачі двійкової інформації. Описаний оптичний логічний пристрій має значно більші функціональні можливості, ніж уже відомі прилади.

Необхідно відмітити достатньо високу швидкодію пристроїв - оцінка часу біфуркаційних переходів дає величину порядка $0{,}5*10^{-9}$ с, та їх високу радіаційну стійкість, порівняно із напівпровідниковими приладами.

Відмітимо також, що оптичні нелінійні пристрої, основані на фізичних процесах, пов'язаних із властивостями оптичних електронів, набагато менше чутливі до електромагнітного імпульсу, який виникає при ядерному вибуху, призводячого до виводу із ладу на довгий час існуючої напівпровідникової апаратури.

6. ВИСНОВКИ

Побудовану теорію абсорбційної оптичної бістабільності нелінійних резонаторів, збуджуваних випадковим імпульсним полем. Розроблено методи дослідження стійкості випромінювання стохастично збуджуваних резонаторів.

Встановлено зв'язок розподілу амплітуд поля резонатора із стійкими режимами поглинання слабкого та сильного полів. Виявлено ефекти мультистабільності, пов'язані із стохастичним збудженням резонатора.

Запропоновано пристрої оптичної логіки, основані на ефектах мільтистабільності у випадковому полі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Gibbs H.M., McCall S.L., Venkatesan T.N.C. Differential Gain and Bistability Using a Sodium-Filled Fabry-Perot Interferometer. - Phys.Rev.Lett., 36, No.19, p.1135-1138.

2. Луговой В.Н. Нелинейные оптические резонаторы, возбуждаемые внешним излучением. - Квантовая электр., 1979, т.6, №10, с.2053-2077.

3. Agrawal G.P., H.J.Carmichael. Optical Bistability through Nonlinear Dispersion and Absorption. - Phys.Rev.A, 1979, v.19, No.5, p.2074-2086.

4. Ikeda K., Daido H., Akimoto O. Optical Turbulence: Chaotic Behavior of Transmitted Light from a Ring Cavity. - Phys.Rev.Lett., 1980, v.45, No.9, p.709- 712.

5. Bonifacio R., Gronchi M., Lugiato L.A. Photon Statistics of a Bistable Absorber. - Phys.Rev.A., 1978, v.18, No.4, p.2266-2279.

6. Willis C.R. Effect of Laser Amplitude and Phase Fluctuations on Optical Bistability. - Phys.Rev.A,1984, v.29, No.2, p.774-781.

7. Kus.M., Wodkiewicz K., Gallas Y.A.C. Absorptive Optical Bistability with Laser- Amplitude Fluctuations. - Phys.Rev.A, 1983, v.28, No.1, p.314-318.

8. Оселедчик Ю.С. Оптическая бистабильность резонансных сред в стохастическом поле. - В сб. Методы определения атомных волновых функций. - М., НС АН СССР по спектроскопии, 1984, с.196.

9. Ахманов С.А., Чиркин А.С. Статистические явления в нелинейной оптике. - М., МГУ, 1971, 128 с.

10. Hermann G.A., Walls D.F. Theory of Two-Photon Optical Tristability. - Phys.Rev.A, 1982, v.26, No.4, p.2083-2095.

11. Bonifacio R., Lugiato L.A. Optical Bistability and Cooperative Effects in Resonance Fluorescence. - Phys.Rev.A, 1978, v.18, No.3, p.1129-1144.

12. Оселедчик Ю.С., Халаджи В.Г. Нелинейное оптическое логическое устройство. Заявка №3731558, 24-25, решение форма 1/9 от 25.10.84г.