УДК 517

ОБ'ЄКТНА МОДЕЛЬ СТРУКТУРИ СИСТЕМИ - ОБОЛОНКИ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ЧИСЕЛЬНИМИ МЕТОДАМИ

Пожуєв В.І., д. ф.-м.н., професор, Тарасов С.А., аспірант

Запорізька державна інженерна академія

ВСТУП

Послідовність дій, необхідних для розв'язування задачі математичної фізики в загальній постановці чисельними методами можна представити таким чином [1,2]:

1. Підготування вихідних даних, що описують задачу (конфігурація області, початкові і граничні умови, додаткова керуюча інформація);
2. Застосування деякого методу дискретизації;
3. Побудова повного набору вхідних даних шляхом застосування додаткової службової інформації;
4. Застосування до отриманих вихідних даних чисельного алгоритму, обумовленого видом задачі;
5. Аналіз отриманих результатів із використанням додаткових інструментальних засобів автоматизації;
6. Оцінка експертом точності і якості отриманих результатів;
7. У разі потреби оптимізація вихідних даних, добір методу дискретизації і методу розв'язування і повернення до п. 1.

При використанні подібної схеми розв'язку, очевидно, найбільш зручним буде використання таких інструментальних засобів, що дозволяють втручання експерта на будь-якому етапі розв'язування задачі і дозволяють здійснювати повний контроль ходу розв'язування.

На сучасному етапі розвитку інформаційних технологій заслужену популярність набули методи візуального проектування і моделювання процесів і явищ навколишнього світу. Проте поряд із властивою їм високою швидкістю розробки і ступенем автоматизації праці розроблювача вони мають такі істотні хиби як непрозорість для користувача інформаційних потоків усередині системи і трудність зміни основної схеми розв'язування в плані урахування нестандартних ситуацій, непередбачених при розробці кінцевого програмного продукту.

ОБ'ЄКТНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ

У цій статті пропонується опис базової частини системи автоматичного проектування, заснованої на підході альтернативному вищеописаному, а саме, - на керуванні процесом розв'язку за допомогою скриптових програм, написаних на проблемно-орієнтованій мові програмування.

Для досягнення найвищого ступеня прозорості структур даних моделі висунемо вимогу, що полягає в тому, що користувач повинен мати можливість самостійно визначати структури даних, моделюючи предметну область. З іншого боку для того, щоб задовольнити вимозі високого ступеня автоматизації при моделюванні предметної області, використовується механізм спадкування, коли як прототип береться деяка вихідна модель, у якій змінюються лише необхідні властивості, а необхідне функціональне наповнення конкретного середовища розробки досягається за рахунок використання бібліотек об'єктів із стандартизованими інтерфейсами, які не залежать від конкретної мови програмування, що вибирається користувачем.

Запропонований у цій статті варіант побудови моделі обчислень покликаний забезпечити максимальну простоту в освоєнні і використанні, гнучкість при заміні модулів системи розрахунку і підготування даних, можливість масштабування і високу ефективність обчислень, незалежність скрипт-програм від конкретної реалізації модулів розрахунку і дати більш високий пріоритет одержуваним на кожному етапі розв'язування результатам, а не методу обчислень.

Для реалізації перерахованих вище вимог запропонована така модель процесу розв'язування (рис. 1):

1. Визначення об'єктів предметної області за допомогою декларативної мови визначення даних (за базові об'єкти використовуються реляційні таблиці);

2. Об'єднання об'єктів у віртуальну (логічну) модель задачі і реалізація розрахункових схем конкретних чисельних методів із використанням додаткових спеціалізованих бібліотек за допомогою високопродуктивної об'єктно-орієнтованої розширюваної мови програмування;

3. Настроювання і реалізація конкретної схеми обчислень для задачі користувача у вигляді розробки скрипт-програми на універсальній мові програмування на вибір користувача, розширеної до необхідного функціонального набору імпортованими інтерфейсами розрахункових і допоміжних модулів.

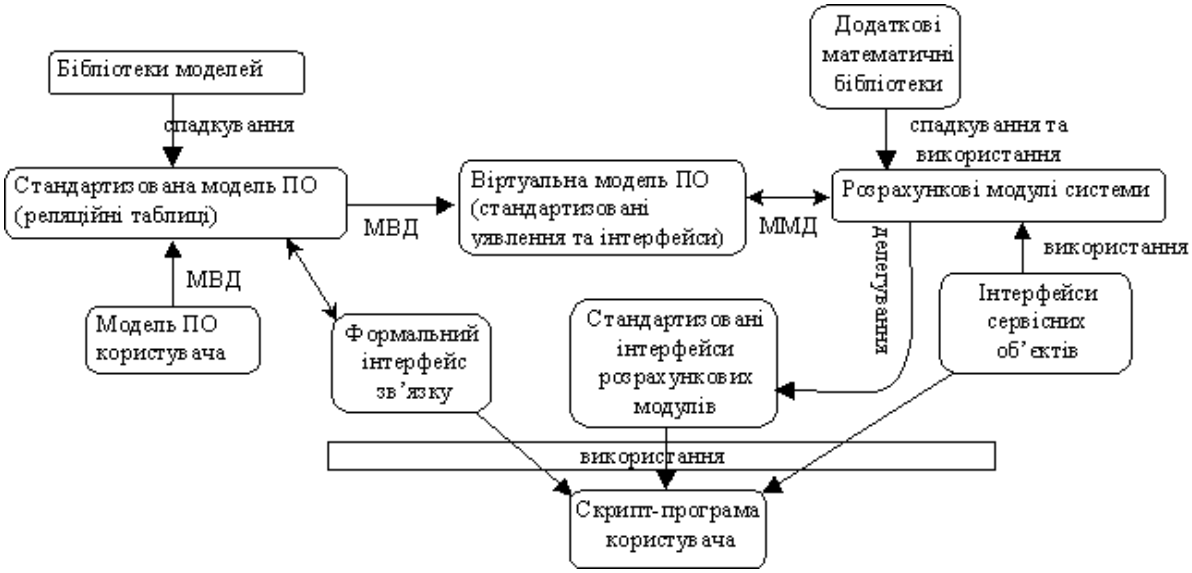


Рис. 1. Загальна модель структури системи-оболонки.

Позначення [3]:

- ПО - предметна область, набір об'єктів і зв'язків між ними;
- МВД - мова визначення даних, декларативна мова для опису структури предметної області в термінах реляційної алгебри;
- ММД - мова модифікації даних, декларативна мова запитів, призначена для перегляду і модифікації даних об'єктів, що складають предметну область;
- спадкування, використання, делегування - терміни, використовувані в об'єктно-орієнтованому підході для вираження відношень і зв'язків між класами та об'єктами предметної області;
- інтерфейс - набір абстрактних методів (описів) без розшифровування їхньої реалізації, угода про правила і засоби взаємодії об'єктів;
- уявлення - логічна структура предметної області, сформована на основі фізично розподілених об'єктів як їхнє об'єднання по визначених правилах.

БАЗОВА МОДЕЛЬ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

Об'єкти базової моделі є пов'язаними реляційними таблицями (див. рис. 2) і служать для збереження інформації про геометрію області, граничні та початкові умови і значення фізичних параметрів у вузлових точках. Структура базових об'єктів не припускає прив'язки до конкретного виду розв'язуваної задачі і призначена для збереження інформації про задачі різноманітних класів довільної розмірності. Основними об'єктами базової моделі є таблиці: Points – що містить інформацію про вузлові точки геометричної моделі; Bounds – що містить інформацію про границю області; Inners – що містить інформацію про внутрішню частину області. Реалізація зв'язків здійснюється за допомогою допоміжних таблиць Bounds tops і Inner tops, що містять інформацію про приналежність вузлових точок граничним і внутрішнім елементам. Для збереження координат точок, значень фізичних змінних і параметрів у вузлових точках служать таблиці pCoords, pValues і pParams, пов'язані з таблицею Points.

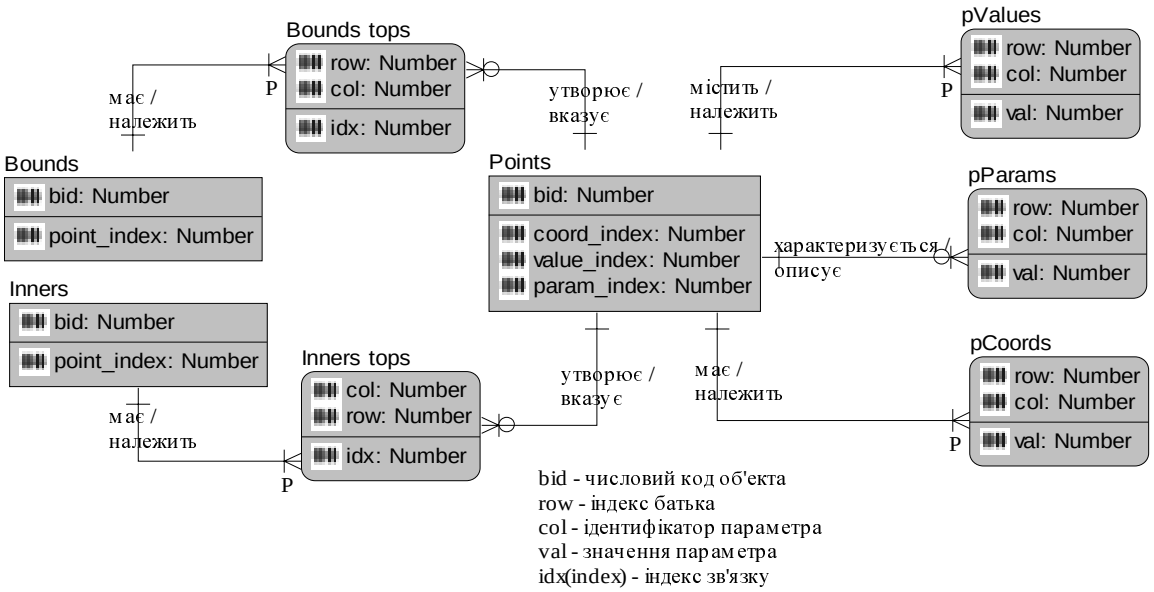


Рис. 2. Базова модель предметної області.

ПРИКЛАД: РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДВОМІРНОЇ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ОБЛАСТІ З ПІДКРІПЛЕНОЮ ГРАНИЦЕЮ

Варто акцентувати увагу на тому, що даний приклад приводиться винятково з метою демонстрації можливостей системи по автоматизації процесу підготування початкових даних і представлення результатів обчислень.

ВІРТУАЛЬНА МОДЕЛЬ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

На рівні віртуальної моделі здійснюється логічне об'єднання об'єктів базової моделі для наступного використання розрахунковими модулями. Для формування об'єктів віртуальної моделі використовується в більшості випадків механізм уявлень. У цьому випадку необхідно для кожної точки мати інформацію про дві координати, значення температури і потоку в точці, інформацію про параметр дискретизації і коефіцієнт теплопровідності; для кожного вектора границі - інформацію про дві його вершини і його тип, для кожного внутрішнього трикутного елемента - інформацію про три вершини, що утворюють елемент. У такий спосіб перше уявлення утворюється за допомогою операції внутрішнього з'єднання таблиці Points двічі з таблицями pCoords, pValues і pParams. Уявлення для елементів границі - подвійним внутрішнім з'єднанням попереднього уявлення з таблицею Bounds за допомогою таблиці Bounds tops і аналогічним способом утворюється уявлення, що описує усі внутрішні трикутні елементи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

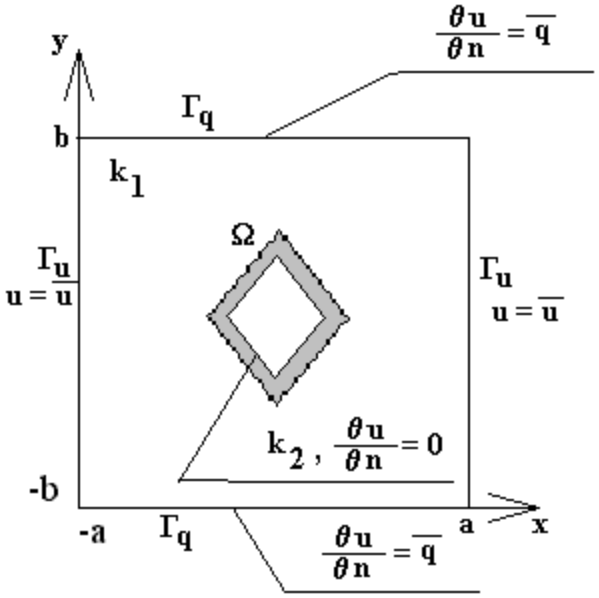


Рис. 3. Геометрія задачі і граничні умови.

Розглянемо модельну задачу про прямокутну пластину з підкріпленою границею. Дано прямокутну пластину з отвором , виготовлену із матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності k_1, на границі Γ_u якої задана постійна температура $\overline{u}(x,y)$, на границі Γ_q заданий потік $\overline{q}$, внутрішня границя Γ_c підкріплена матеріалом із коефіцієнтом теплопровідності k_2, нормальний потік через границю Γ_c дорівнює нулю. Геометрія задачі і граничні умови зображені на рис. 3.

Математичне формулювання задачі:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\frac{\partial u}{\partial t}=0 \text{ у } \Omega, \tag{1}$$

$$u=\overline{u}(x,y) \text{ на } \Gamma_u,\ k\frac{\partial u}{\partial n}=\overline{q} \text{ на } \Gamma_q,\ k\frac{\partial u}{\partial n}=0 \text{ на } \Gamma_c \tag{2}$$

$$u(x,y,t_0)=u_0(x,y), \tag{3}$$

де Ω - область задачі, k = k(x, y) - коефіцієнт теплопровідності усередині області, $\overline{u}=\overline{u}(x,y,t)$ - температура, задана на границі Γ_u, $\overline{q}=\overline{q}(x,y,t)$ - потік, заданий на границі Γ_q, $u_0=u_0(x,y,t)$ - початкова температура пластини.

У даному прикладі прийняті такі значення параметрів:

$$k(x,y)=\begin{cases}0{,}9 & (x,y)\in \Omega\cup\Gamma_u\cup\Gamma_q\\ 0{,}1 & (x,y)\in\Gamma_c\end{cases},$$

$$\overline{u}(x,y)=1\ (x,y)\in\Gamma_u,\ \overline{q}=0,$$

$$u_0=\begin{cases}0{,}5\cdot x, & -a\le x\le 0;\ -b\le y\le 0;\\ 0, & \textit{инакше}\end{cases},$$

a = 1, b = 1, значення кроку за часом $\Delta t = 0{,}05$.

Для розв'язування задачі використовується метод скінчених елементів [4,5].

Підкріплення моделюється тонким прошарком матеріалу кінцевої товщини, значення коефіцієнта теплопровідності для кінцевих елементів, що належать даному прошарку рівні 0,1.

Процес розв'язування задачі представимо у вигляді такої послідовності дій:

1. Опис конфігурації елементарного геометричного блока з непідкріпленою границею $(-a\le x\le 0;\ -b\le y\le 0;\ (x,y)\in\Omega)$.
2. Опис конфігурації елементарного геометричного блока, що моделює підкріплення.
3. Дискретизація отриманих блоків і завдання загальних граничних і початкових умов (умов по умовчанню).
4. Виконання геометричних перетворень елементарних блоків і завдання специфічних для блока початкових і граничних умов.
5. Стикування блоків.
6. Розв'язок задачі МСЕ.

РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ

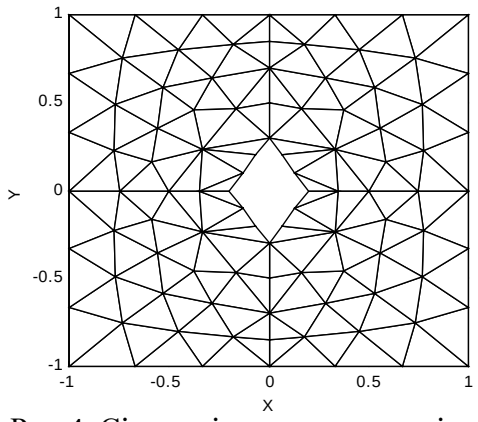


Рис.4. Сітка скінчених елементів.

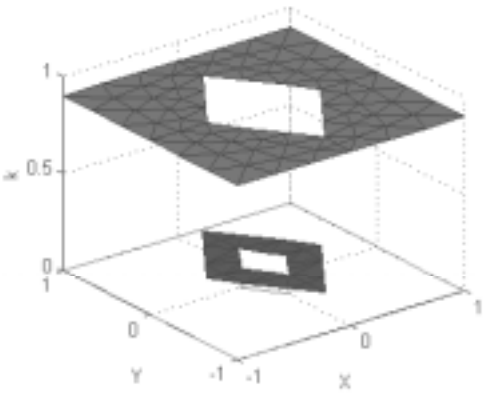


Рис. 5. Карта теплопровідності.

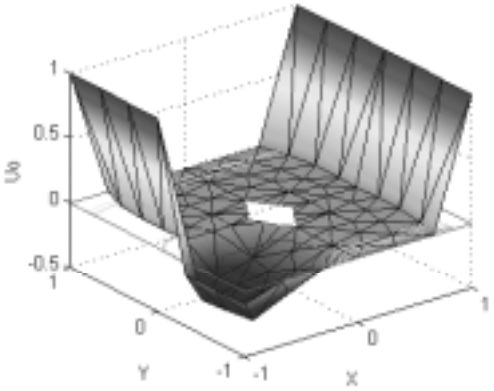


Рис. 6. Початкові умови.

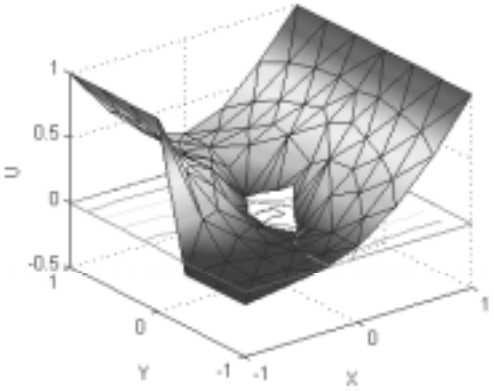


Рис. 7. Розв’язок задачі при t = 0,25.

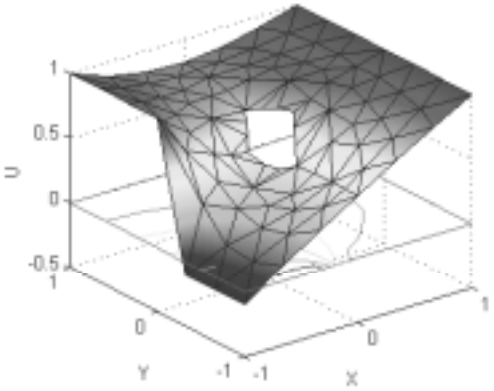


Рис. 8. Розв’язок задачі при t = 1.

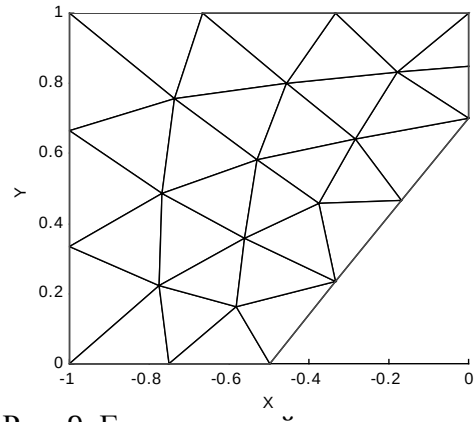


Рис. 9. Елементарний геометричний блок задачі.

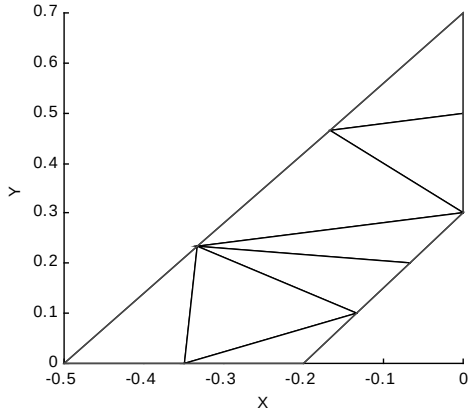


Рис. 10. Елементарний блок підкріплення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Пожуев В. И., Тарасов С.А. Автоматическая подготовка начальных данных при решении задач математической физики методами конечных и граничных элементов//Прикладная геометрия и инженерная графика: Труды/ Таврическая государственная инженерная академия. – вып. 4 – Т. 8 – Мелитополь: ТГАТА, 1999. – С. 60-62.
2. Цыбенко, Н. Г. Ващенко, Н. Г. Крищук, Ю. О. Лавендел. Автоматизированная система обслуживания конечноэлементных расчетовю. - К.: Вища школа, 1986 – 143с..
3. Booch, G. Object oriented design with applications. Menlo Park, CA: Benjamin/Cummings, 1991.
4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1984. – 318с.
5. Пожуєв В.І., Тарасов С.А. Аналіз розподілу температури в многозв′язних неоднорідних двомірних середовищах за допомогою методу скінченних елементів// Вісник Запорізького державного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. Біологічні науки.-2000.-,№1. – С. 99-106.