УДК 681.3:771.537.442

АППАРАТ ВИЗУАЛЬНОГО АНАЛИЗА СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТИ, ЗАДАННОЙ АНАЛИТИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

Мухин В.В.

Подсистемы визуализации - важный элемент не только САПР, но и автоматизированных систем научных исследований. Графическими методами можно представить процессы, описания которых требуют огромного числа цифровых данных, а также провести анализ полученных результатов на разных этапах решения задачи.

В данной работе предлагается аппарат визуального анализа, позволяющий формировать графический образ, в основе которого использован подход рекурсивного уточнения области исследования [1], который позволит отобразить результат с максимальной наглядностью и за короткий промежуток времени. В результате чего изменение степени рекурсивной вложенности информативно повышает оценку исследуемого образа. Тем не менее, уже на первых этапах уточнения можно оценить исследуемый образ.

Разработанный проблемно – ориентированный язык позволяет прикладному математику самостоятельно описывать область исследования. Главная идея, положенная в основу языка, заключается в том, что полученные специалистом в процессе решения прикладной задачи расчетные формулы почти непосредственно используются для ввода в вычислительную систему и проведения счета. Таким образом, язык дает прикладному математику возможность сформулировать свою задачу в привычных для него терминах. Запись на языке - это, по существу, запись просто расчетных формул и остальной необходимой информации. В основу разработки языка были положены принципы компилятора объектно-ориентированного языка “FORTU” системы “FORTU” - инструментальной системы расчета задач математической физики методом конечных элементов [2,3]. Пример задания функции $y = \frac{1}{5}\sin a \cos a - \frac{3}{2}\cos\left(\frac{7a}{4}\right)e^{-a}, a = (x-\pi)^2 + (z-\pi)^2$ на проблемно - ориентированном языке приведен на рис. 1.

В работах [4, 5, 6, 7] приведены примеры использования аппарата визуального анализа для создания графических образов результатов расчета.

Пример модели определения характерных форм, отражающих деформацию поверхности результата под воздействием какой-либо нагрузки, рассматривался в работе [7]. Исследование проводилось для поверхности, аппроксимированной каркасом. В результате чего полученная результирующая модель позволяет выявить не только точечную форму (в виде пиков поверхности), а также линейные проявления формы. В данной работе на основе аппарата визуального анализа приведен пример определения характерных точек и изломов поверхности. Задача заключается в визуальном выделении точечных и линейных форм исследуемой поверхности посредством итерационного уточнения проявления формы рассматриваемого участка.

В работе [7] общепринятая трехуровневая иерархия представления геометрической модели поверхности в трехмерном пространстве послужило аналогом при определении уровней модели характерных форм. Модель поверхности может быть определена тремя основными уровнями. На самом низком уровне модель ограничивается точечным представлением (набором координат точек ***x, y, z***). Второй уровень включает в себя первый с дополнительным описанием топологии связей между точками (каркасная модель). На третьем уровне связи объединяются в замкнутые контуры граней (гранная модель). Описание модели поверхности с позиции формы имеет аналогичную структуру (табл. 1).

```
CONSTANT  pi=3.1415926;
   RECTANGLE (0.0, 0.0, 2.0*pi, 2.0*pi);
   RECTBMP (200, 200);
   ARGUMENT x, y;
   CONSTANT  tpm1=1/5, tmp2=1.5, tmp3=7/4;
   VARIABLE   A=(x-pi)*(x-pi)*(y-pi)*(y-pi);
   VARIABLE   z=tmp1*SIN(A)*COS(A)-tmp2*COS(tmp3*A)*EXP(-A);
RETURN z;
```

Рис.1 Пример описания поверхности функции на проблемно - ориентированном языке

Таблица 1

Номер уровня	Геометрическая модель	Модель характерных форм
0 уровень	точка	холм, седловина, котловина
1 уровень	ребро	гребень, лощина
2 уровень	грань	склон

Из таблицы 1 видно, что форму поверхности можно охарактеризовать как свойство с шестью основными проявлениями: **вершина**, **гребень** (**хребет**), **склон**, **лощина**, **седловина**, **котловина** [4]. Эти проявления образуют множество $\dot{V}$.

Схематично однозначность характерной формы достигается путём исследования четырёх направлений условного стока, как показано на рис.2.

Под условным стоком будем понимать направление от вышестоящей точки к нижестоящей. Направление условного стока на схеме показано стрелкой.

Кодировка шаблона предусматривает следующие действия. Если направление исходит из центральной точки, то будем считать его нулевым. В противном случае, когда направление входит в центральную точку, определим его как единичное.

Таким образом, вершина на указанной схеме определяется четырьмя нулевыми направлениями, а котловина - четырьмя единичными направлениями. Для определения схем оставшихся форм необходимо задаться обходом рассматриваемых четырех направлений условного стока.

Условно зададимся направлением по часовой стрелке. Началом обхода будет служить направление “вверх”. В результате имеем четырехбитовый набор, определяющий в различных своих комбинациях десятичные значения от “0” до “15” (множество V). Исходя из вышеизложенного, участок формы характеризуется следующей классификацией (табл. 2).

Обобщенная переменная V для конкретной переменной $\dot{V}$ определяется с помощью абстрагирующей функции $e^{-1}:\dot{V} \to V$ [8]. Эта функция должна быть изоморфной относительно упорядочения на V. Таким образом, функцию e, согласно схеме на рис.2, можно определить как функцию перехода от десятичного представления целого числа к двоичному представлению.

$$e^{-1}\left(k_{(2)}\right) = k \text{, где } k(0,1,3,5,7,9). \qquad (1)$$

Множество десятичных значений проявления формы является взаимно однозначным отображением множества $\dot{V}$ и образует множество V. Множество $\dot{V}$ состоит из шести подмножеств $\dot{V}_i$, где i=1,6. Множество V содержит в себе шестнадцать различных элементов, которые в результате взаимно однозначного отображения переходят в элементы подмножеств $\dot{V}_i$ множества $\dot{V}$. В зависимости от десятичного значения каждой из шести конкретных форм определяется доминирующее направление условного стока.

Таблица 2 - Классификация форм поверхности

	A	***O***	$\dot{V}$	***e***	***V***
1	0000	→	вершина	↔	***0***
2	0001	→	гребень	↔	***1***
3	0010	→	гребень	↔	***2***
4	0100	→	гребень	↔	***4***

5	1000	→	гребень	↔	***8***
6	0011	→	склон	↔	***3***
7	0110	→	склон	↔	***6***
8	1001	→	склон	↔	***9***
9	1100	→	склон	↔	***12***
10	0111	→	лощина	↔	*7*
11	1011	→	лощина	↔	***11***
12	1101	→	лощина	↔	***13***
13	1110	→	лощина	↔	***14***
14	0101	→	седловина	↔	***5***
15	1010	→	седловина	↔	***10***
16	1111	→	котловина	↔	***15***

После обобщения таблица 2 принимает следующий вид:

Таблица 3

A	***O***	$\dot{V}$	***e***	***V***
все направления от центра	→	вершина	↔	***0***
одно направление к центру	→	гребень	↔	***1***
два направления на одной прямой к центру	→	седловина	↔	***3***
два перпендикулярных направления к центру	→	склон	↔	***5***
три направления к центру	→	лощина	↔	*7*
все направления к центру	→	котловина	↔	***9***

Рассмотрим функцию двух переменных *F(x,y)*. Для определения десятичного значения проявления формы поверхности заданной функцией *F(x,y)* необходимо рассмотреть направление условного стока.

Введем обозначение:

- *Meaning_Function(i),[i=0,3]*- как значения функции *F(x,y)*в четырех направлениях условного стока *;*
- *Meaning_Function _Center* - значение функции *F(x,y)* в центральной точке шаблона;

- *Sign* - десятичное значение проявления формы поверхности рассматриваемого шаблона.

Результат последовательного сравнения значений *Meaning_Function(i)* со значением *Meaning_Function_Center* дает возможность определить десятичное значение проявления формы (2).

$$Sign = \sum_{i=0}^{3} Sign(i), если$$
$$\begin{cases} Sign(i) = 2^i, Meaning_Fu\ nctioni > Meaning_Fu\ nction\ _Center; \\ Sign(i) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Концептуально предлагается в качестве элемента формы рассматривать многогранную пирамиду с правильной фигурой в основании и количеством граней, кратным четырем (требование к основанию исходит из вышеизложенного подхода рекурсивного уточнения области исследования). Рассмотрим пример пирамиды с правильным основанием.

Применение ***n*** - угольника с правильным основанием и количеством сторон, кратным четырем дает возможность использовать ***n /4*** шаблонов, исходящих из вершин ***n*** - угольника. В результате получаем ***n/4*** схем в виде вспомогательных шаблонов (рис.3).

Принцип визуального выделения форм заключается в исследовании направления условного стока посредством определения десятичного значения проявления формы. Поскольку каждый поворот шаблона увеличивает количество комбинаций проявления формы, предлагается выделять лишь некоторые однозначно определяемые.

Под однозначно определяемыми формами будем понимать четыре основных вида: холм, котловина, хребет и лощина.

Поскольку холм и котловина предполагают единую направленность условного стока либо к центральной точке исследуемого участка либо от него, то десятичное значение для холма определяется как равное нулю, а для котловины как $\sum_{i=0}^{n-1} 2^i$, где n - количество исследуемых направлений условного стока на рассматриваемом участке. Хребет и лощина выявляются как существование единственного направления условного стока противоположно направленного по отношению к остальным направлениям условного стока исследуемого участка. Таким образом, десятичное значение для хребта определяется как проверка на равенство полученного десятичного значения с комбинацией значений 2^i, где i – количество направлений условного стока. Аналогично для лощины десятичное значение формы участка сравнивается с комбинацией значений $\sum_{i=0}^{n-1} 2^i - 2^i$, где i – количество направлений условного стока. Остальное многообразие комбинаций не является однозначным и из рассмотрения исключается.

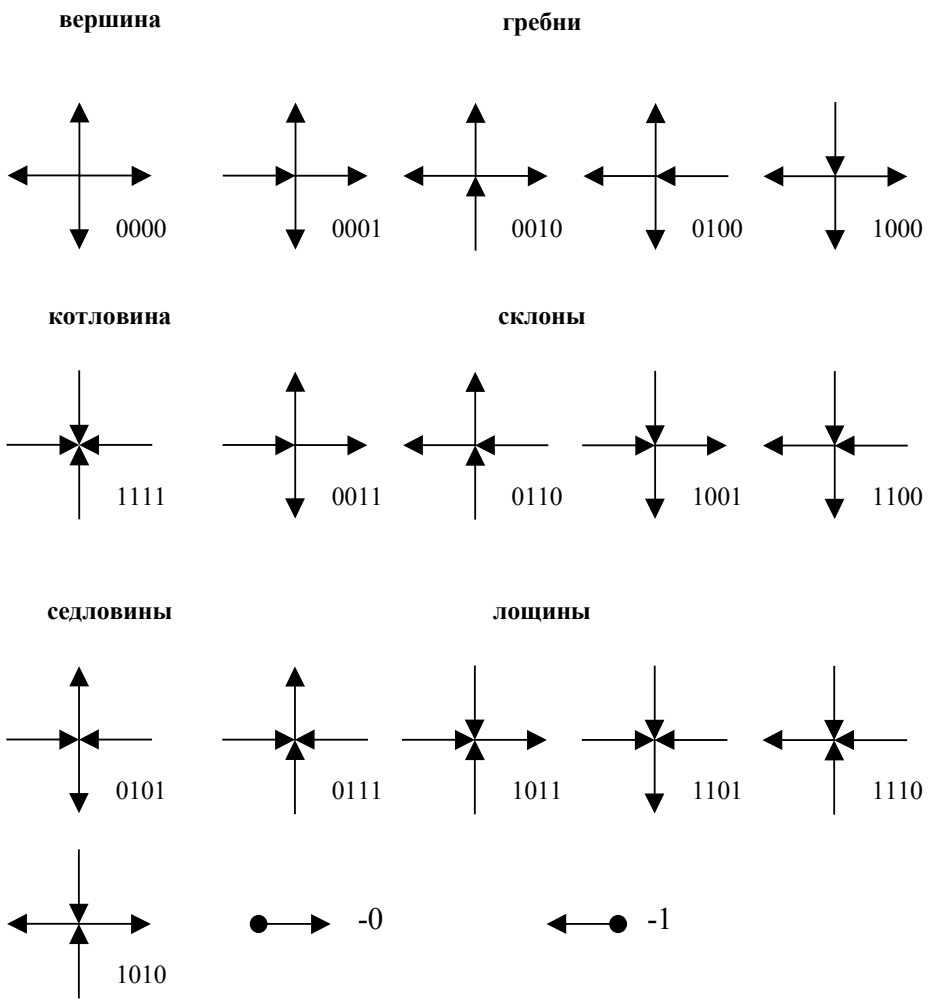

Рис.2. Основные проявления характерных форм

В результате заполнения выпуклых участков (холм, хребет) серым цветом, а вогнутых участков (котловина, лощина) – черным, получаем образ, состоящий из особых точек и линий исследуемой поверхности.

На тестовом примере (рис. 4), описанном функцией $y = \frac{1}{5} \sin a \cos a - \frac{3}{2} \cos\left(\frac{7a}{4}\right) e^{-a}$, с использованием $a = (x-\pi)^2 + (z-\pi)^2$ восьмигранника в качестве элемента формы на прямоугольной области, отображен результат работы метода визуального выделения особых точек и характерных линий изломов поверхности.

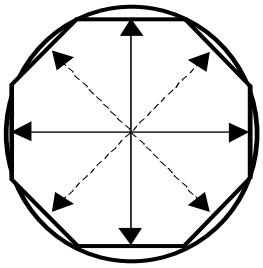

Рис.3. Размещение ориентации шаблонов для восьмиугольника

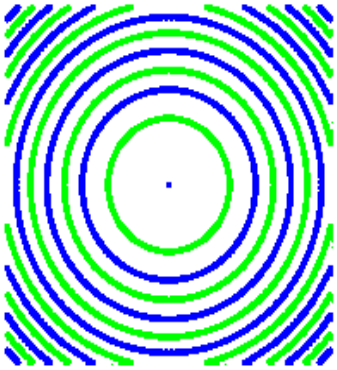

Рис.4. Пример визуализации особых точек и характерных изломов исследуемой поверхности

ЛИТЕРАТУРА

1. Толок А.В., Мухин В.В. Алгоритм итерационного уточнения области исследования поверхности. // Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки.- 1998.- №2. – С.90-97
2. Gomenyuk S.I., Mukhin V.V., Tolok A.V., Tolok V.A., The instrumental system of solution and analysis of mathematical phisics problems through method of finite elements (MFE). XXII International school and conference on computer aided design., CAD-95,Ukraine, Crimea, Yalta-Gurzuff, May 4-14,1995.
3. A.V. Tolok, V.A. Tolok, S. I. Gomenyuk, The instrumental system of Mechanics Problems Analysis of the deformed Solid Body. Internationales Kolloquium Über Anwendungen Der Informatik Und Mathematik In Architektur Und Bauwesen, 1997. Bauhause Universität Weimar.
4. Толок А.В., Мухин В.В.Аппарат визуализации форм поверхности результатов расчета методом конечных элементов. Тези доповідей наукових конференцій викладачів і студентів університету. Випуск V. Частина I,Запоріжжя, ЗДУ, 1995.- С.74-75
5. Толок А.В., Мухин В.В. Визуализация некоторых дифференциальных свойств поверхности на основе реконструкции реалистичного образа. XXV Юбилейная международная конференция и дискуссионный клуб IT+SE'98 "Новые информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации и бизнесе". Часть 1. Украина, Крым, Ялта – Гурзуф, 15-24 мая, 1998.- С.162-164
6. Толок А.В., Кабак В.Н., Мухин В.В. Визуализация динамического процесса вынужденных нелинейных колебаний прямоугольных тонких пластин// Научно-технический журнал "Механика и Машиностроение".- 1998 (в печати).
7. Толок А.В., Мухин В.В. Модель геометрической поддержки для описания формы поверхности. Математика, Физика Сборник научных трудов, посвященных 10-летию университета., Запорожье, ЗГУ, 1995.- С.86-91
8. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. Пер. с англ. – М.:Радио и связь, 1990. – 540 с.