УДК 539.3

РОЗВ‘ЯЗАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМИ FORTU ЗАДАЧІ ПРО ДИНАМІЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ОПОРНОГО КІЛЬЦЯ ТРАНСФОРМАТОРУ

Бувайло Д.П.

ВСТУП

У даній роботі розглядається приклад дослідження за допомогою інструментальної системи FORTU[2-6] задачи про динамічне навантаження опорного кільця трансформатора. При падінні з висоти або короткого замикання трансформатора з'являються нетривалі навантаження великої інтенсивності, спрямовані на стиск несучих конструкцій трансформатора. Одним з елементів системи опорних конструкцій є опорні кільця. По конструктивних причинах вони мають складну геометричну форму. Крім наскрізного отвору в центрі, кільце ослаблене подовжнім жолобообразним вирізом уздовж осі симетрії(див. рис 1,2). Кільце обпирається на три концентричних ряда прямокутних опор. Кожний ряд опор і саме кільце зроблені з різних матеріалів. Підстави опор вважаються жорстко забитими. Зовнішнє навантаження прикладається до кільця. Аналітичне вирішення задачи не представляється можливим, а тому при конструюванні опорних кілець трансформатора важливо одержати інформацію про припустимі межі навантаження кільця за допомогою комп'ютерного моделювання. Для цього використовувалася інструментальна система FORTU.

Математично, у рамках механіки суцільних середовищ, вирішення задач зіткнення зводиться до інтегрування системи лінійних диференціальних рівнянь гіперболічного типу. Проблема моделювання МКЭ в контактних задачах при ударному навантаженні пружного тіла, що деформується, з обліком виходу переднього фронту хвилі за межі зони контактного навантаження дуже складна і подібні процеси практично мало вивчені.

Метою створення формульної мови й інструментальної системи FORTU є бажання дати можливість користувачу-математику в рамках єдиного варіаційного формалізму досліджувати і вирішувати задачи математичної фізики в різній варіаційній постановці і з різним функціональним базисом. Мова FORTU максимально наближена до предметної області математика-досліджувача. Програмування на мові FORTU полягає в описі загальної математичної постановки крайої задачи – функціонального базису, варіаційного принципу, граничних [і початкових умов] – і в описі чисельної реалізації вирішення крайової задачи шляхом комбінування убудованих в інструментальну систему стандартних чисельних методів.

Система FORTU дозволяє передати основного рутинного роботу з програмування процесу комп'ютеру, і в такий спосіб дати можливість користувачу займатися безпосередньо своєю проблемою. Інструментальна система FORTU обпирається на абстрактний варіаційний опис математичного завдання і стандартні чисельні методи, не будучи прив'язаної до якого класу задач. Розвиток інструментальної системи FORTU являє собою не кількісне нарощування безлічі припустимих для вирішення задач, але якісне розширення можливостей системи. Система FORTU являє собою новий зручний інструмент для вирішення конкретних спеціалізованих задач механіки.

Дана мова є спадкоємцем мови FORTU-1, розробленої д.т.н. проф. Толоком В.О.[5] і мови FORTU-2, реалізованої к. ф-м. н. Гоменюком С.І.[6].

РОЗВ'ЯЗОК

Вирішення задачи за допомогою системи FORTU містить у собі наступні етапи:

- Створення геометричної моделі досліджуваного об'єкта і дискретизації його на скінчені елементи. Для дослідження напружено-деформованого стана опорного кільця були створені дві геометричні моделі. Для повного кільця була створена модель із 65280 лінійних тетраедрів і 16584 вузловых точок. Ця модель використовувалася для тестового розрахунку задачи для сталого періодичного навантаження. Тому що завдання має радіально-подовжню симетрію, для розрахунку динамічного пошагового навантаження можна обмежитися розглядом чверті кільця. Друга геометрична модель була створена з 17208 лінійних тетраедрів і 4433 вузловых точок.

- Вибір математичної моделі – конкретного варіаційного принципу – для формального опису поставленої задачи.
- Перекладання формального математичного опису на вхідну мову інструментальної системи. Опис схеми розвязку задачи (завдання функціонала, гіпотез, граничних і початкових умов, констант і т. д.) у програмі на мові FORTU(див. нижче).
- Виконання програми користувача FORTU– інтерпретатором, підсистемою, відповідальною за синтаксичний аналіз і інтепретацію інструкцій на мові FORTU. На цьому етапі проводяться всі описані у вхідній схемі обчислення – будуються системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що відповідають різним описаним у програмі функціоналам, визиваються різні чисельні процедури. Якщо схема вирішення задачи була задана коректно, то інтерпретатор генерує лістинг, що містить як отримане чисельне вирішення задачи (наприклад, зміщення, якщо задача вирішувалася в переміщеннях), так і значення усіх функцій, описаних користувачем і залежать від шуканих величин (наприклад деформації, напруги і т.п.).
- Аналіз отриманих чисельних результатів за допомогою вбудованої в систему FORTU підсистеми візуального аналізу. Підсистема візуального аналізу містить ряд процедур, що дозволяють користувачу в зручній і наочній формі побачити розподіл функції по тілу, зміну геометрії тіла, диференціальні властивості розподілу, значення функції в будь-якій точці тіла і т.п.

Слід зазначити, що FORTU-система спроектована так, що якщо на якомусь етапі її роботи були отримані результати, що не задовольняють користувача, то він може в інтерактивному режимі вносити необхідні зміни, для одержання потрібного результату.

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ЗАДАЧІ

Основні розв'язувані рівняння у задачах теорії пружності можуть бути виведені й отримані безпосередньо з варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського

,

де Ò - кінематична енергія, Ï - потенційна енергія, À - робота зовнішніх і внутрішніх сил [1].

$$\Pi = \int_v (\varepsilon_{xx}\delta\sigma_{xx} + \varepsilon_{yy}\delta\sigma_{yy} + \varepsilon_{zz}\delta\sigma_{zz} + \varepsilon_{xy}\delta\sigma_{xy} + \varepsilon_{xz}\delta\sigma_{xz} + \varepsilon_{yz}\delta\sigma_{yz})dv$$

$$T = \int_v \rho(\frac{\partial u_x}{\partial t}\delta\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t}\delta\frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t}\delta\frac{\partial u_z}{\partial t})dv$$

$$A = \int_v (F_x\delta u_x + F_y\delta u_y + F_z\delta u_z)dv$$

$$F = F(\bar{x})\cdot H(t),$$

де u_i - переміщення, σ_{ij} - компоненти тензора напруг, ε_{ij} - компоненти тензора деформацій, F_i - компоненти навантаження, ρ - щільність, t - час.

$$[M]\ddot{q} + [C]q = F(t)$$

де -- матриця інерції, -- матриця жорсткості, -- вектор прикладених сил.

Для інтегрування отриманої системи ЛДР використовується неявна схема Гальоркіна інтегрування систем диференціальних рівнянь[7]. В основі методу – мінімізація нев'язки розв'язку. Нев'язка розв'язку повинна бути ортогональна лінійним функціям, що використовуються для апроксимації за часом:

$$\int_0^T (M\ddot{q} + Cq - F - P)\,N_i(t)dt = 0, i = 1,2$$

ПРОГРАМА НА ВХІДНІЙ МОВІ FORTU

// Завантаження з файла інформації про геометричну модель об'єкта

OBJECT Obj("object.dat") BEGIN

ARGUMENT x,y,z; // координатні осі

RESULT Ux,Uy,Uz; // базисні величини, що варіюються

TRANSFORM Ux,Uy,Uz; // Визначення деформацій для наступного візуального аналізу

```
// Умови жорсткого защемлення на нижній підставі
Ux(z==0.0) = 0.0;     Uy(z==0.0) = 0.0;     Uz(z==0.0) = 0.0;
// Умови сумісності з відкинутими частинами кільця
Ux(ABS(x)<=1.0e-06) = 0.0;  Uy(ABS(y)<=1.0e-06) = 0.0;
CONSTANT  E      = 1.0, // Безрозмірний модуль пружності
          n      = 0.3, // Коефіцієнт Пуассона
          L0     = 0.02,
          Rho    = 1.0, // Безрозмірна величина щільності
          C0     = SQRT(E*( (1-n)/((1+n)*(1-2*n)))/Rho),
          lambda = E*n / ((1.0+n)*(1.0-2.0*n)),
          mu     = E*0.5 / (1.0+n),
          T      = 0.05,
          D      = lambda+2*mu,
          H      = lambda,
          X      = mu;
// величини, що варіюються - формули від базисних
VARIATION Exx = DIFF(Ux,x);
VARIATION Eyy = DIFF(Uy,y);
VARIATION Ezz = DIFF(Uz,z);
VARIATION Exy = DIFF(Ux,y) + DIFF(Uy,x);
VARIATION Exz = DIFF(Ux,z) + DIFF(Uz,x);
VARIATION Eyz = DIFF(Uy,z) + DIFF(Uz,y);
VARIATION Sxx = D*Exx + H*Eyy + H*Ezz;
VARIATION Syy = H*Exx + D*Eyy + H*Ezz;
VARIATION Szz = H*Exx + H*Eyy + D*Ezz;
VARIATION Sxy = X*Exy;
VARIATION Sxz = X*Exz;
VARIATION Syz = X*Eyz;
// Функція, що описує розподілене значення модуля пружності
FUNCTION Ee = 1.0;
Ee(z<0.04 && (x*x+y*y) <= 1.135*1.135 + 0.01) = 294.50 * 9.81 / ( 168 * 7000);
Ee(z<0.04 && (x*x+y*y) <= 0.813*0.813 + 0.01) = 397.75 * 9.81 / ( 141 * 7000);
Ee(z<0.04 && (x*x+y*y) <= 0.577*0.577 + 0.01) =  57.05 * 9.81 / (  24 * 7000);
// Функція, що описує навантаження, прикладене до об'єкта.
FUNCTION Right = 0.0;
Right(z==0.19 && ABS(x*x+y*y)>0.57) = -0.1;
FUNCTION  SXX = 0.0,  SYY = 0.0,   SZZ = 0.0,   SXY = 0.0,    SXZ = 0.0,   SYZ = 0.0;
FUNCTION  Px=0.0,  Py=0.0,   Pz=0.0;
//Опис функціонала, необхідного для побудови матриці жорсткості
FUNCTIONAL  Uc = 0.5*(VMWInteg(Sxx,Exx,Ee) + VMWInteg(Syy,Eyy,Ee) + VMWInteg(Szz,Ezz,Ee) +
                      VMWInteg(Sxy,Exy,Ee) + VMWInteg(Sxz,Exz,Ee) + VMWInteg(Syz,Eyz,Ee));
//Опис функціонала, необхідного для побудови матриці інерції
```

```
FUNCTIONAL  Um = 0.5*(VMInteg(Ux,Ux) + VMInteg(Uy,Uy) + VMInteg(Uz,Uz));
// Опис функціонала для побудови вектора варіації віртуального навантаження
FUNCTIONAL  Ur = VRWInteg(Uz,Right);
// Створення матриць інерції  і жорсткості
MATRIX C(Uc);
MATRIX M(Um);
MATRIX V1 = M/T + C*T/6;
MATRIX V2 = M/T - C*T/3;
FUNCTION  Vx = 0.0,  Vy = 0.0,  Vz = IF(z>=0.14,-C0 / 20.0, 0.0);
VECTOR V,q0=0,q1,q2,R,Delta,Tmp(Ur);
// перший крок інтегрування по методу Гальоркіна
q1 << Vx,Vy,Vz;
R = V2*q0 + M*q1 + (T/2) * Tmp;
// Розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь і визначення
// розподілу в об'ємі тіла переміщень
SOLUTION(V1, R, q1, Delta);
Delta >> Px,Py,Pz;
q1 >> Ux,Uy,Uz; // Розподіл результатів по базисних функціях
V = (q1-q0) / T;
V >> Vx,Vy,Vz;
// Обчислення функцій, що описують НДС одним з вбудованих методів
SXX = MIDDLE(Sxx); SYY = MIDDLE(Syy); SZZ = MIDDLE(Szz);
SXY = MIDDLE(Sxy); SXZ = MIDDLE(Sxz); SYZ = MIDDLE(Syz);
//Запис усіх результатів у спеціальному форматі для подальшого аналізу
 SAVELIST();
V2 = 2*(M/T - C*T/3);
 // цикл кроків за часом
FOR(1,20,1)  {
    R = V2*q1 - V1*q0 + T*Tmp;
    SOLUTION(V1, R, q2, Delta, epsilon, schtraf, quality);
    Delta >> Px,Py,Pz;      q2 >> Ux,Uy,Uz;
    V = (q2-q1) / T;      V >> Vx,Vy,Vz;
    SXX = MIDDLE(Sxx);       SYY = MIDDLE(Syy);       SZZ = MIDDLE(Szz);
    SXY = MIDDLE(Sxy);       SXZ = MIDDLE(Sxz);       SYZ = MIDDLE(Syz);
    SAVELIST();
    q0 = q1;       q1 = q2;
   }
// Закінчення обробки об'єкта Obj
 END
```

РЕЗУЛЬТАТИ

Рисунки 1-10 були створені за результатами розрахунку за допомогою підсистеми візуалізації, реалізованої як частина системи FORTU. Апарат візуального аналізу наочно відображає процеси поширення хвилястих явищ у досліджуваному тілі. За допомогою градацій сірого кольору показаний розподіл досліджуваної функції по величині. Приведено розподіли деяких знайдених функцій для періодичного сталого навантаження і для одного з кроків поширення пружної хвилі стиску.

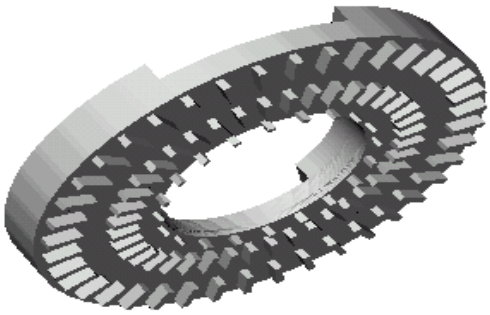

Рис 1. Модель повного кільця

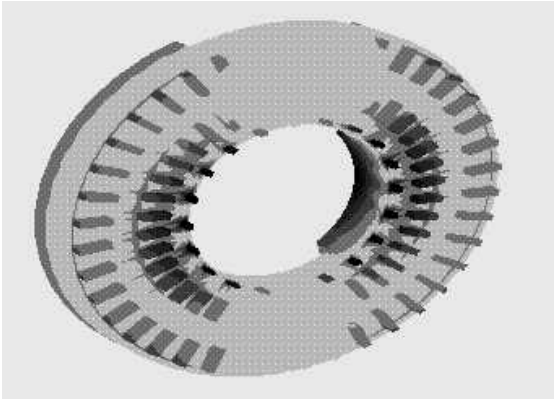

Рис 2. Напруги (із боку опор)

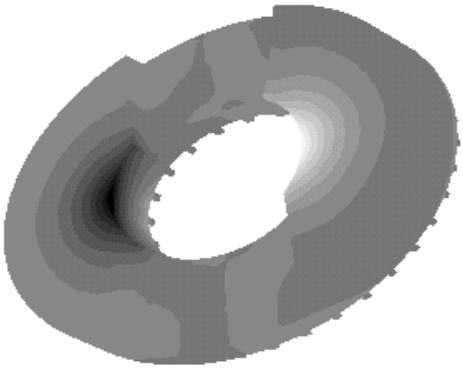

Рис 3. Зміщення Ux

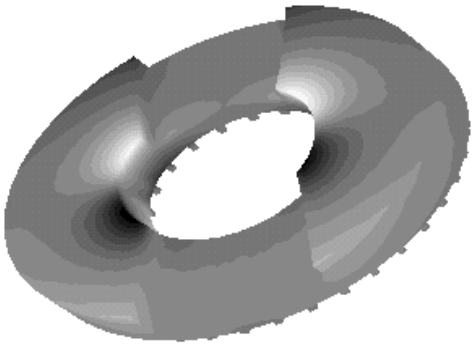

Рис 4. Зміщення Uy

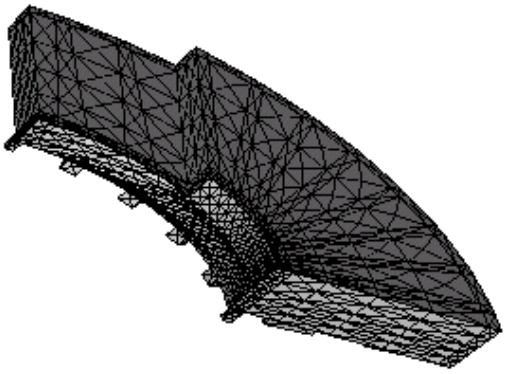

Рис 5 Геометрична модель чверті кільця(вид зверху з боку жолоба)

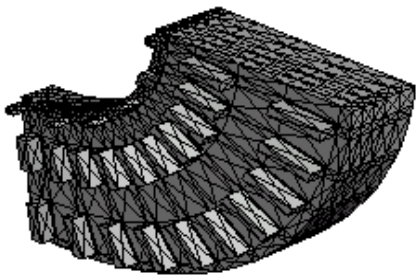

Рис 6 Геометрична модель чверті кільця (вид знизу з боку опор)

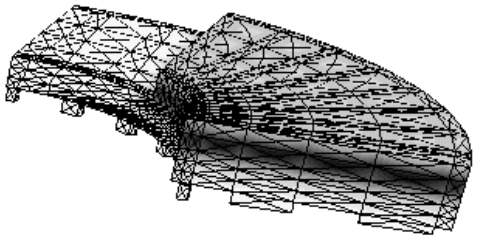

Рис 7 Нормальні напруги Szz

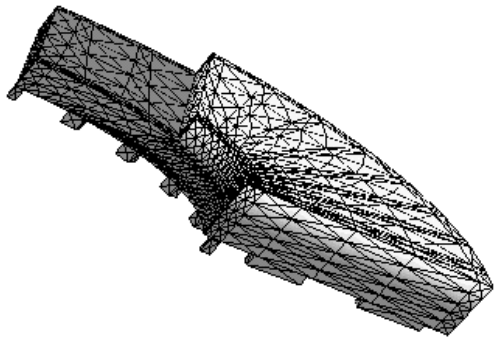

Рис 8 Вертикальна компонента швидкості Vz

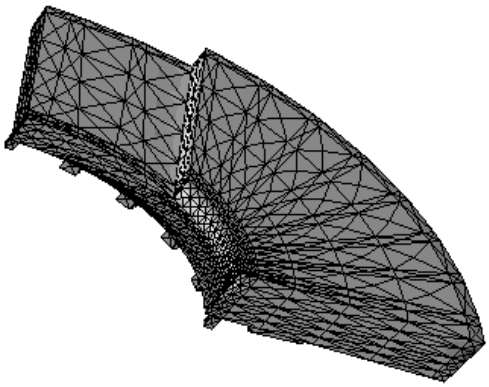

Рис 9 Вертикальна компонента зміщення Ux

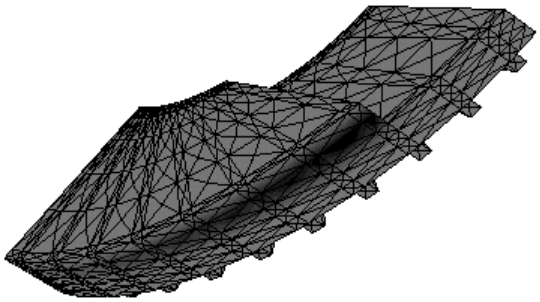

Рис 10 Вертикальна компонента швидкості Vy

ВИСНОВКИ

При моделюванні процесу поширення пружної хвилі стиску виявлений якісний збіг результатів розрахунку з очікуваною поведінкою пружної хвилі. При досягненні хвилею нижньої підстави кільця відбувається повний відбиток пружної хвилі від вільного краю. При досягненні хвилею опорного стовпа відбувається частковий відбиток пружної хвилі, тому що фізичні властивості матеріалу кільця й опорних стовпів різні. В опорні стовпи поширюється надалі переломлена хвиля. Кількісні результати свідчать про великі відзнаки максимальних напруг для різних опорних стовпів. Стовпи, найбільш віддалені від подовжнього жолобообразного вирізу, приймають на себе більшу частину загального навантаження. По видимому, вони є критичним елементом конструкції опорного кільця при даному виді навантаження.

Система FORTU спрямована на те, щоб дати інженеру можливість уточнювати і видозмінювати математичну модель у процесі конструювання. Вона може послужити доповненням до існуючих програмних комплексів на пошуковому етапі конструювання. Безсумнівною перевагою інструментальної системи FORTU є легкість внесення змін у програмі на вхідній мові системи, можливість швидкого переходу від одного функціонального (скінченно-елементного) базису (лінійного) до іншого (квадратичного), від однієї форми зовнішнього навантаження до іншої. По суті, описана вище програма реалізує цілий клас задач, що відрізняються варіюємими параметри. Видозмінюючи опис крайової задачи, користувач має можливість у діалоговому режимі досліджувати динамічні характеристики об'єкта, що конструюється. Вивчивши результати моделювання поведінки опорного кільця при різних навантаженнях, інженер може зробити висновки про прийнятність даної конструкції опорного кільця.

ЛІТЕРАТУРА

1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности.– М.: Мир.– 1987. – 444 с.

2. Gomenyuk S.I., Mukhin V.V., Tolok A.V. The instrumental system of solution and analysis of mathematical phisics problems through method of finite elements (MFE). XXII International school and conference on computer aided design., CAD-95, Ukraine, Crimea, Yalta-Gurzuff, May 4-14,1 995.

3. Buvaylo D.P., Gomenuyk S.I., Tolok A.V., Tolok V.A. Instrumental System for the analyses of the problems of Theoretical and Applied Mechanics. Zbornik Rezimea Jumen Vrnjačka Banja′97 Abstracts Of The Yuctam Vrnjačka Banja′97 XXII Yugoslay Congress Of Theoretical and Applied Mechanics June 2.– June 7, 1997

4. Tolok A.V., Gomenyuk S.I. The instrumental system of Mechanics Problems Analysis of the deformed Solid Body. Internationales Kolloquium Über Anwendungen Der Informatik Und Mathematik In Architektur Und Bauwesen, 1997. Bauhause Universität Weimar.

5. Толок В.А. Алгоритмическая система решения краевых задач теории упругости и пластичности, Автореферат на соискание уч. степени доктора техн. наук, Ташкент.: 1972. 235 с.

6. Гоменюк С.И., Толок А.В., Толок В.А. Инструментальная система анализа задач математической физики методами конечных элементов, Труды конференции ”САПР-96”.- М.: 1996. С. 48-53

7. Бешенков С.Н., Толок В.А. Нестационарные колебания ребристых пластин сложной формы, сборник статей: Динамика и прочность тяжелых машин. Днепропетровск: ДГУ. – 1984. С. 30-35.