Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Системний аналіз

Практикум

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Наука про дані та математичне моделювання»
спеціальності 113 Прикладна математика

Укладачі: Л. Б. Вовк, К. Р. Потапова

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2025

УДК 519.8+005.8
С40

Укладачі: *Вовк Лілія Борисівна*, канд. фіз.-мат. наук,
Потапова Катерина Романівна, канд. техн. наук, доц.

Рецензент Ковальчук Л. В., доктор техн. наук, професор,
Інститут проблем моделювання в енергетиці імені Г.Є. Пухова
НАН України, провідний науковий співробітник

Відповідальний редактор Лось В. М., доктор фіз.-мат. наук, професор

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 3 від 09.01.2025 р.)
за поданням вченої ради факультету прикладної математики
(протокол № 4 від 25.11.2024 р.)

С40 **Системний аналіз** [Електронний ресурс] : практикум : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Наука про дані та математичне моделювання» спец. 113 Прикладна математика / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Л. Б. Вовк, К. Р. Потапова. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 81 с.

Навчальний посібник містить практичну частину курсу системного аналізу, який викладається на факультеті прикладної математики КПІ ім. Ігоря Сікорського. Посібник складається з двох розділів – практичні заняття та лабораторні роботи. Всі матеріали добре адаптовано як для очного, так і для дистанційного форматів навчання.
Посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Наука про дані та математичне моделювання» спеціальності 113 Прикладна математика. Також може бути корисним студентам інших спеціальностей, викладачам та всім, хто цікавиться запропонованою тематикою.

УДК 519.8+005.8

Реєстр. № НП 24/25-162. Обсяг 2.9 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
https://kpi.ua
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025
© Л. Б. Вовк, К. Р. Потапова, 2025

Зміст

Вступ....4

Практичне заняття № 1. ПРИНЦИПИ СИСТЕМНОГО ПІДХОДУ. ВЛАСТИВОСТІ СИСТЕМ ТА ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ....6

Практичне заняття № 2. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕСТАЧІ ІНФОРМАЦІЇ....10

Практичне заняття № 3. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ МЕТОДОМ АНАЛІТИЧНОЇ ІЄРАРХІЇ САТІ....15

Практичне заняття № 4. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА РИЗИКУ....24

Практичне заняття № 5. КОЛЕКТИВНІ МЕТОДИ ЕКСПЕРТНОГО АНАЛІЗУ....33

Практичне заняття № 6. МЕТОД РОЗВ'ЯЗКОВИХ МАТРИЦЬ....42

Лабораторна робота № 1. ПОДАННЯ СИСТЕМИ У ВИГЛЯДІ «ЧОРНОГО ЯЩИКА»....48

Лабораторна робота №2. ПОБУДОВА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ....52

Лабораторна робота № 3. РІШЕННЯ СЛАБОСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ (МАІ)....58

Лабораторна робота № 4. МЕТОДИ І ПРОЦЕДУРИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ....63

Лабораторна робота № 5. ЗАСТОСУВАННЯ КОЛЕКТИВНОГО МЕТОДУ ЕКСПЕРТНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ РІШЕННЯ НЕСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ....77

Список рекомендованої літератури....81

Вступ

У сучасному світі, який стає дедалі більш складним і взаємозалежним, системний аналіз відіграє важливу роль у багатьох галузях науки, технологій та бізнесу, сприяючи розв'язанню складних міждисциплінарних задач і прийняттю обґрунтованих управлінських рішень. У світі, де явища, процеси та інститути взаємопов'язані та впливають один на одного, виникає потреба у системному підході для розуміння і управління такими складними структурами. Системне мислення – здатність бачити цілісну картину та аналізувати взаємозв'язки між елементами – стає ключовою компетенцією, яка дозволяє глибше розуміти глобальні виклики, прогнозувати наслідки рішень і знаходити оптимальні шляхи досягнення цілей. Це потужний інструмент, який дозволяє аналізувати складні системи, передбачати їхню поведінку, знаходити оптимальні рішення та підвищувати ефективність різних процесів. Застосування системного аналізу стає дедалі більш актуальним у зв'язку зі зростанням складності сучасних інформаційних, виробничих та соціальних систем.

У методології системного аналізу важливу роль відіграють математичні методи, які дозволяють формалізувати реальні процеси і структури, а також дослідження операцій як галузь, що надає ефективні моделі та алгоритми для оптимізації процесів. Дослідження операцій забезпечує інструменти для ухвалення обґрунтованих рішень у ситуаціях з обмеженими ресурсами, конфліктами інтересів або непевністю. Математичні методи сприяють глибшому розумінню системної динаміки, моделюванню взаємозв'язків і оцінці ризиків.

При вивченні системного аналізу велике значення мають практичні та лабораторні заняття, які забезпечують закріплення теоретичних знань і формування практичних навичок. Вони дозволяють студентам застосовувати методи системного аналізу до реальних задач, експериментувати з різними підходами, відпрацьовувати моделювання та аналіз, оцінювати альтернативні варіанти рішень. Практичні заняття сприяють розвитку аналітичного мислення, навичок командної роботи та самостійного розв'язання задач.

В наші дні, коли дистанційне навчання набуває дедалі більшого поширення, виникає необхідність адаптації практичних та лабораторних занять до цього формату. Дистанційні заняття вимагають використання спеціальних онлайн-платформ, програмних пакетів для віддаленого моделювання і спільної роботи над проектами, а також засобів комунікації для оперативного обговорення завдань та отримання зворотного зв'язку. Особливу увагу слід приділити питанням академічної доброчесності, щоб гарантувати справжність виконаних завдань та об'єктивну оцінку знань. Важливим аспектом є ідентифікація студентів під час тестування та захисту проєктів, що можна забезпечити за допомогою спеціальних інструментів автентифікації, відеоспостереження або онлайн-прокторингу. Такі заходи допомагають підтримувати високу якість освітнього процесу, сприяють розвитку відповідальності у студентів і

забезпечують справедливість оцінювання. За цих умов студенти мають можливість отримати доступ до різноманітних інформаційних ресурсів, проте зростає потреба у більшій самодисципліні та організованості для досягнення високих результатів.

Даний посібник розроблено для підтримки студентів у процесі оволодіння системним аналізом, надаючи теоретичні основи, методологічні інструменти та практичні завдання, адаптовані як для традиційного, так і для дистанційного формату навчання.

Розділ 1. Практичні заняття

Практичне заняття № 1. ПРИНЦИПИ СИСТЕМНОГО ПІДХОДУ. ВЛАСТИВОСТІ СИСТЕМ ТА ЇХ КЛАСИФІКАЦІЯ

Мета заняття:

Навчитися здійснювати класифікацію систем за різними ознаками, зрозуміти її необхідність і призначення в процесі реалізації системного підходу

Теоретичні відомості

Слово «система» походить від давньогрецького слова systema, яке мало значення – складене з частин ціле. Філософське бачення організованості, впорядкованості і цілісності об'єктів буття і феноменів пізнання збереглося з античних часів до наших днів, переживаючи резонні періоди своїх криз і наступних відроджень, у міру того як людство освоювало нові види і форми цілісних об'єднань різних об'єктів і явищ.

Організованість, взаємопов'язаність і цілісність розглядають в якості основних властивостей систем численні визначення, що зустрічаються в сучасній науці. Поняття системи – це спосіб знайти просте в складному з метою спрощення дослідження.

Дослідження об'єкта як системи передбачає використання ряду систем уявлень (категорій) серед яких основними є:

- структурне уявлення;
- функціональне уявлення;
- макроскопічне уявлення;
- мікроскопічне уявлення;
- ієрархічне уявлення;
- процесуальне уявлення.

Системні властивості

Емерджентність – властивість систем, що обумовлює появу нових властивостей і якостей, які не властиві елементам, що входять до складу системи.

Цілісність системи означає, що кожен елемент системи вносить вклад в реалізацію цільової функції системи.

Організованість – складна властивість систем, яке полягає в наявності структури і функціонування (поведінки).

Функціональність – це прояв певних властивостей (функцій) при взаємодії з зовнішнім середовищем.

Залежно від впливу на оточення і характеру взаємодії з іншими системами функції систем можна розташувати за зростанням рангу наступним чином:

- пасивне існування;
- матеріал для інших систем;
- обслуговування систем більш високого порядку;
- протистояння іншим системам (виживання);
- поглинання інших систем (експансія);
- перетворення інших систем і середовищ (активна роль).

Класифікація систем

Система може бути охарактеризована одною або декількома ознаками і відповідно їй може бути знайдено місце в різних класифікаціях, кожна з яких може бути корисною при виборі методології дослідження.

Зазвичай мета класифікації – обмежити вибір підходів до відображенню систем, виробити мову опису, відповідну для відповідного класу.

Таблиця 1.1.1

Критерії класифікації систем

Підстава (критерій) класифікації	Класи систем
За взаємодією із зовнішнім середовищем	Відкриті Закриті Комбіновані
За структурою	Прості Складні Великі
За характером функцій	Спеціалізовані Багатофункціональні (універсальні)
За характером розвитку	Стабільні Такі, що розвиваються
За ступенем організованості	Добре організовані Погано організовані (дифузні)
За складністю поведінки	Автоматичні Вирішальні Такі, що самоорганізуються Передбачуючі Такі, що перетворюються

За характером зв’язку між елементами	Детерміновані Стохастичні Комбіновані
За характером структури управління	Централізовані Децентралізовані
За призначенням	Виробничі Керуючі Обслуговуючі

Завдання. Провести класифікацію системи з урахуванням всіх основних класифікаційних ознак. Результат занести в таблицю 1.1.2.

Таблиця 1.1.2

Найменування об’єкта класифікації – **Вищий навчальний заклад**

№	Ознака класифікації	Клас об’єкта за ознакою	Обґрунтування
1.	За взаємодією із зовнішнім середовищем	Відкрита	Взаємодіє з навколишнім середовищем
2.	За структурою	Складна/велика	Багато підсистем, складні зв’язки
3.	За характером функцій	Багатофункціональна	Має декілька функцій: підготовка спеціалістів науково-дослідна діяльність виробнича діяльність
4.	За характером розвитку	Такі, що розвиваються	Постійно змінюється, вдосконалюється
5.	За ступенем організованості	Добре організована	Діє за встановленими законами
6.	За складністю поведінки	Такі, що перетворюються	Здатна самостійно змінювати й удосконалювати власну структуру
7.	За характером зв’язку між елементами	Стохастична	Поведінку можна передбачити тільки з певною ймовірністю
8.	За характером структури управління	Централізовані	Є центральне керівництво (ректорат)
9.	За призначенням	Виробничі/Обслуговуючі	виробляє спеціалістів

			задовольняє потребу суспільства в спеціалістах

Дана система задовольняє потребу суспільства в навчанні. Мета даної системи – навчання людей.

Завдання для самостійного рішення

1. Класифікувати наведені системи (смартфон, супермаркет, літак) за наведеними ознаками.

2. Для кожної з наведених систем дати характеристику призначення і мети.

3. А) Привести синоніми і антоніми наступних понять: цілісність, структурованість, системність, системний аналіз.

Б) Привести і описати приклади погано структурованих і погано формалізовних систем.

Питання для самоконтролю:

1. Що таке системний аналіз і що він вивчає?

2. Основні принципи системного підходу?

3. Визначення поняття система? Основні ознаки системи?

Практичне заняття № 2. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕСТАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Мета заняття:

освоїти і закріпити практичні навички щодо прийняття та обґрунтування управлінських рішень в умовах нестачі інформації за допомогою дерева рішень.

Теоретичні відомості

Залежно від ставлення до ризику рішення задачі може виконуватися з позицій «об'єктивістів» і «суб'єктивістів». Нехай пропонується лотерея: за 30 грн. (вартість лотерейного квитка) гравець з однаковою ймовірністю $p = 0{,}5$ може нічого не виграти або виграти 100 грн. Один індивід пошкодує 30 грн. за право участі в такій лотереї, тобто просто не купить лотерейний квиток, інший готовий заплатити за лотерейний квиток 50 грн., а третій заплатить навіть 60 грн. за можливість отримати 100 грн. (Наприклад, коли ситуація складається так, що, тільки маючи 100 грн., гравець може досягти своєї мети, тому можлива втрата останніх грошових коштів, а у нього їх рівно 60 грн., не змінює для нього ситуації). Безумовним грошовим еквівалентом (БГЕ) гри називається максимальна сума грошей, яку гравець готовий заплатити за участь в грі (лотереї), або та мінімальна сума грошей, за яку він готовий відмовитися від гри. Кожен індивід має свій БГЕ. Очікувана вартісна оцінка (ОВО), тобто середній виграш у грі, розраховується як сума добутків розмірів виграшів на ймовірності цих виграшів. Наприклад, для нашої лотереї ОВО = $0{,}5 \cdot 0 + 0{,}5 \cdot 100 = 50$ грн. Гравця, для якого БГЕ збігається з ОВО гри, умовно називають об'єктивістом. Гравця, для якого БГЕ ≠ ОВО, – суб'єктивістом. Якщо суб'єктивіст схильний до ризику, то його БГЕ > ОВО. Якщо не схильний, то БГЕ < ОВО.

Процес прийняття рішень за допомогою дерева рішень в загальному випадку передбачає виконання таких п'яти етапів.

Етап 1. Формулювання завдання. Перш за все, необхідно відкинути фактори, які не відносяться до проблеми, а серед множини, що залишилася, виділити суттєві і несуттєві. Це дозволить привести опис задачі прийняття рішення до форми, що піддається аналізу. Повинні бути виконані наступні основні процедури: визначення можливостей збору інформації для експериментування і реальних дій; складання переліку подій, які з певною ймовірністю можуть відбутися; встановлення тимчасового порядку розташування подій, в результатах яких міститься корисна і доступна інформація, і тих послідовних дій, які можна зробити.

Етап 2. Побудова дерева рішень.

Етап 3. Оцінка ймовірностей станів середовища, тобто зіставлення шансів виникнення кожної конкретної події. Слід зазначити, що зазначені ймовірності визначаються або на підставі наявної статистики, або експертним шляхом.

Етап 4. Встановлення виграшів (або програшів як виграшів зі знаком мінус) для кожної можливої комбінації альтернатив (дій) і станів середовища.

Етап 5. Рішення завдання.

Приклад

Припустимо, що рішення приймаються з позиції об'єктивіста.

1. Керівництво деякої компанії вирішує, яку нову продукцію їм виробляти: декоративну косметику, лікувальну косметику, побутову хімію. Розмір виграшу, який компанія може отримати, залежить від сприятливого або несприятливого стану ринку:

Таблиця 1.2.1

№ стратегії	Дії компанії	Виграш, при стані економічного середовища, грн.	
		сприятливому	несприятливому
1	Декоративна косметика (a_1)	300 000	-150 000
2	Лікувальна косметика (a_2)	250 000	-70 000
3	Побутова хімія (a_3)	100 000	-10 000
Імовірність сприятливого і несприятливого станів економічного середовища 0,5			

Рішення. На основі табл. 1.2.1 виграшів (втрат) можна побудувати дерево рішень (рис. 1.2.1, 1.2.2).

Позначення:

□ – рішення (рішення приймає гравець);

О – випадок (рішення «приймає» випадок);

// – відкинуте рішення.

Процедура прийняття рішення полягає в обчисленні для кожної вершини дерева (при русі справа наліво) очікуваних грошових оцінок, в відкиданні неперспективних гілок і виборі гілок, яким відповідає максимальне значення ОВО.

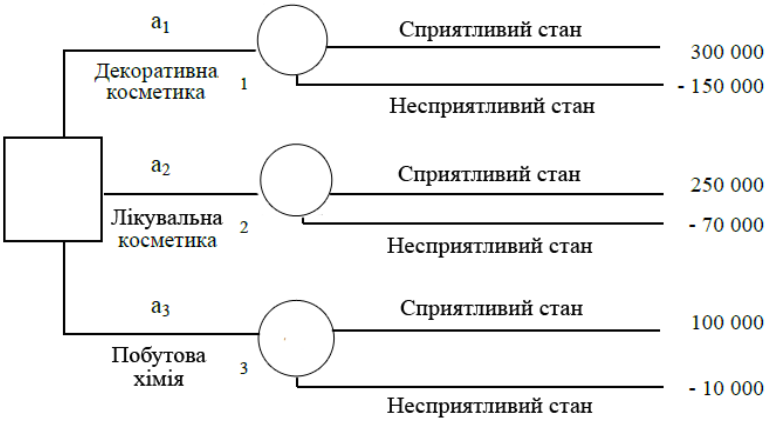

Рис. 1.2.1. Дерево рішень без додаткового обстеження кон'юнктури ринку

Визначимо середній очікуваний виграш:

для вершини 1 $ОВО_1 = 0{,}5 \cdot 300\,000 + 0{,}5 \cdot (-150\,000) = 75\,000$ грн.;

для вершини 2 $ОВО_2 = 0{,}5 \cdot 250\,000 + 0{,}5 \cdot (-70\,000) = 90\,000$ грн.;

для вершини 3 $ОВО_3 = 0{,}5 \cdot 100\,000 + 0{,}5 \cdot (-10\,000) = 45\,000$ грн.

Висновок. Найбільш доцільно вибрати стратегію a_2, тобто випускати лікувальну косметику, а гілки (стратегії) a_1 і a_3 дерева рішень можна відкинути. ОВО найкращого рішення дорівнює 90 000 грн.

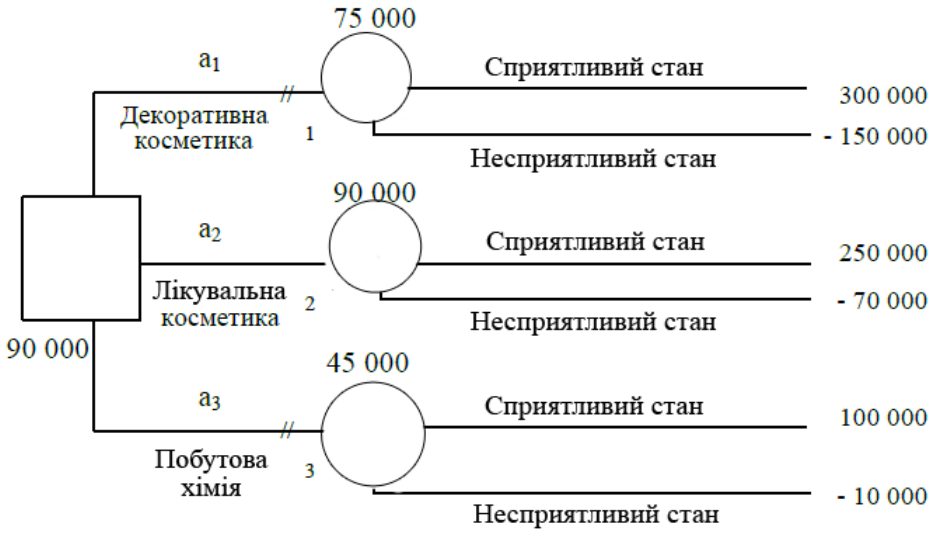

Рис. 1.2.2. Підсумкове дерево рішень

2. Очікувана цінність достовірної інформації

Нехай керівництво фірми зв'язалося з компанією, що займається дослідженням ринку, яка запропонувала йому допомогу в прийнятті рішення. Дослідники ринку стверджують, що їхній аналіз дозволить з повною визначеністю встановити, чи буде ринок сприятливим. Фірма хоче отримати за цю інформацію 60 000 грн. Чи слід замовляти цю інформацію (тобто чи є плата в 60 000 грн. виправданою)?

Рішення. Очікувана цінність достовірної інформації (ОЦДІ) = очікуваний виграш за умов визначеності – максимум ОВО.

1) Найкращий результат при сприятливому стані ринку при виборі «Декоративна косметика» 300 000 грн. Найкращий результат при несприятливому стані ринку при виборі «Побутова хімія» -10 000 грн.

Очікуваний виграш за умов визначеності $= 300\,000 \cdot 0{,}5 + (-10\,000) \cdot 0{,}5 = 145\,000$ грн.

2) Максимум ОВО = 90 000 грн. – очікуваний результат без достовірної інформації.

3) ОЦДІ $= 145\,000 - 90\,000 = 55\,000$ грн. Отже, за достовірну інформацію не слід платити більше 55 000 грн.

Відповідь: ні, не слід.

3. Взаємопов’язані рішення

Ускладнимо розглянуте вище завдання. Нехай перед прийняттям рішення про вид продукції керівництво компанії має визначити, чи замовляти додаткове дослідження стану ринку чи ні, причому надана послуга обійдеться компанії в 15 000 грн. Керівництво розуміє, що додаткове дослідження все одно не здатне дати точної інформації, але воно допоможе уточнити очікувані оцінки кон'юнктури ринку, змінивши тим самим значення ймовірностей. Щодо фірми, якій можна замовити прогноз, відомо, що вона здатна уточнити значення ймовірностей сприятливого або несприятливого результату. Можливості фірми у вигляді умовних ймовірностей сприятливості і несприятливості ринку збуту представлені в табл. 1.2.2.

Таблиця 1.2.2

Прогноз фірми	Фактично	
	сприятливий	несприятливий
Сприятливий	0,78	0,22
Несприятливий	0,27	0,73

Наприклад, коли фірма стверджує, що ринок сприятливий, то з ймовірністю 0,78 цей прогноз справджується (з ймовірністю 0,22 можуть виникнути несприятливі умови), прогноз про негаразди ринку виправдовується з ймовірністю 0,73. Припустимо, що фірма, якій замовили прогноз стану ринку, стверджує:

ситуація буде сприятливою з імовірністю 0,4;

ситуація буде несприятливою з імовірністю 0,6.

Рішення. На підставі додаткових відомостей можна побудувати нове дерево рішень (рис. 1.2.3), де розвиток подій відбувається від кореня дерева до наслідків, а розрахунок прибутку виконується від кінцевих станів до початкових.

Визначимо середній очікуваний виграш:

для вершини 4 $ОВО_4 = 0{,}78 \cdot 300\,000 + 0{,}22 \cdot (-150\,000) = 201\,000$ грн.;
для вершини 5 $ОВО_5 = 0{,}78 \cdot 250\,000 + 0{,}22 \cdot (-70\,000) = 179\,600$ грн.;
для вершини 6 $ОВО_6 = 0{,}78 \cdot 100\,000 + 0{,}22 \cdot (-10\,000) = 75\,800$ грн.;
для вершини 7 $ОВО_7 = 0{,}27 \cdot 300\,000 + 0{,}73 \cdot (-150\,000) = -\,28\,500$ грн.;
для вершини 8 $ОВО_8 = 0{,}27 \cdot 250\,000 + 0{,}73 \cdot (-70\,000) = 16\,400$ грн.;
для вершини 9 $ОВО_9 = 0{,}27 \cdot 100\,000 + 0{,}73 \cdot (-10\,000) = 19\,700$ грн.;
для вершини 10 $ОВО_{10} = 0{,}4 \cdot 201\,000 + 0{,}6 \cdot (19\,700) = 92\,220$ грн.
З урахуванням вартості прогнозування: $92\,220 - 15\,000 = 77\,220$ грн.

Висновок. Додаткове дослідження кон'юнктури ринку проводити не варто.

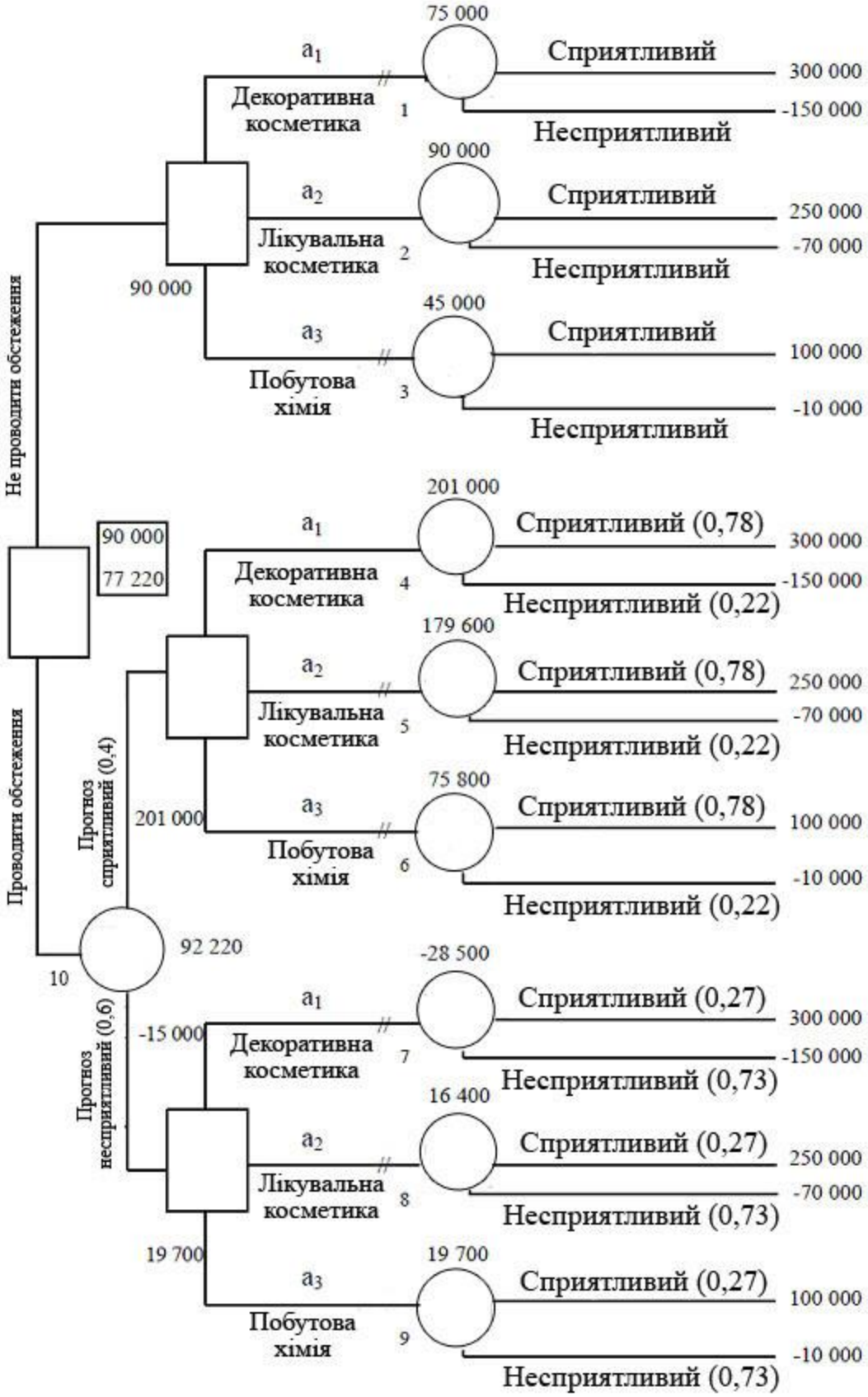

Рис. 1.2.3. Дерево рішень при додатковому обстеженні ринку

Практичне заняття № 3. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ МЕТОДОМ АНАЛІТИЧНОЇ ІЄРАРХІЇ САТІ

Мета заняття:

Засвоїти метод аналітичної ієрархії Сааті, навчитись використовувати його для прийняття рішень.

Теоретичні відомості

Всі види задач, пов'язаних з прийняттям рішень, в залежності від можливостей математичного опису (формалізації), можна поділити на наступні:

- добре структуровані задачі – можуть бути виражені формально (за допомогою формул, рівнянь, нерівностей,…). Такі задачі розв'язують методами мат. програмування;
- неструктуровані задачі – описуються тільки на змістовному рівні (у словесній формі);
- слабоструктуровані задачі – містять як кількісні, так і якісні елементи.

Методи експертного аналізу призначені в основному для розв'язання слабоструктурованих та неструктурованих задач. Ці методи можна застосовувати і для розв'язання задач інших видів, зокрема якщо формалізація (математичний опис) неможлива або ускладнена.

Методи експертного аналізу – це послідовність процедур, направлених на отримання від спеціаліста (експерта) інформації, необхідної для прийняття рішення. Вони базуються на знаннях, досвіді та інтуїції спеціалістів-експертів. Процес прийняття рішення на основі цих методів не є строго формалізованим та впорядкованим. Сам експерт не завжди може чітко пояснити процес рішення проблеми. Інформація, отримана від експертів, обробляється на основі математичних, зокрема статистичних, методів.

1. Метод парних порівнянь Сааті

Метод парних порівнянь базується на попарному порівнянні альтернатив. Для кожної пари альтернатив експерт вказує, в якому ступені одна з них є переважає другу. Рішення на основі методу Сааті приймається у наступному порядку.

1. Експерт заповнює матрицю попарних порівнянь розміром NxN, де N – кількість альтернатив. Правила заповнення наведені у таблиці 1.3.1.

Таблиця 1.3.1.

Правила заповнення матриці попарних порівнянь за методом Сааті

X_{ij}	Значення
1	*i*-та та *j*-та альтернативи рівноцінні
3	*i*-та альтернатива трохи переважає *j*-ту
5	*i*-та альтернатива краща за *j*-ту
7	*i*-та альтернатива набагато краща за *j*-ту
9	*i*-та альтернатива незрівнянно краща за *j*-ту
2, 4, 6, 8	проміжні значення

Якщо *i*-та альтернатива гірша за *j*-ту, використовуються відповідні обернені оцінки (1/3, 1/5, 1/7, 1/9,…). На головній діагоналі завжди одиниці.

2. Знаходяться ціни альтернатив – середні геометричні рядків матриці.

$$C_i = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^{N} X_{ij}}, \qquad i = 1, \ldots, N.$$

3. Знаходиться сума цін альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i.$$

4. Знаходиться вага кожної альтернативи:

$$L_i = \frac{C_i}{C}.$$

5. Найкращою, на думку експерта, є альтернатива з найбільшою вагою.

Задача 1. Підприємство обирає основний вид реклами для нової продукції. Пропонуються 4 можливих альтернативи: реклама на телебаченні (A_1), в газетах (A_2), в Інтернеті (A_3) та на бігбордах (A_4). Рішення приймається на основі консультації з експертом. Експерт заповнив матрицю парних порівнянь:

	A_1	A_2	A_3	A_4	C_i	L_i
A_1	1	7	3	9	3,71	0,595
A_2	1/7	1	1/5	3	0,54	0,087
A_3	1/3	5	1	5	1,70	0,272
A_4	1/9	1/3	1/5	1	0,29	0,046
	1,587	13,333	4,4	18	6,24	

Знаходимо ціни альтернатив:

$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9} \approx 3{,}71$, $C_2 = \sqrt[4]{(1/7) \cdot 1 \cdot (1/5) \cdot 3} \approx 0{,}54$,

$C_3 = \sqrt[4]{(1/3) \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5} \approx 1{,}70$, $C_4 = \sqrt[4]{(1/9) \cdot (1/3) \cdot (1/5) \cdot 1} \approx 0{,}29$.

Сума цін альтернатив:

$$C = \sum_{i=1}^{4} C_i = 3{,}71 + 0{,}54 + 1{,}7 + 0{,}29 = 6{,}24.$$

Ваги альтернатив: $L_1 = 3{,}71/6{,}24 = 0{,}595$, $L_2 = 0{,}54/6{,}24 = 0{,}087$, $L_3 = 1{,}70/6{,}24 = 0{,}272$,

$L_4 = 0{,}29/6{,}24 = 0{,}046$.

Отже, на думку експерта, найбільш ефективною є реклама на телебаченні, за нею йде реклама в Інтернеті, ще менш ефективна реклама в газетах, і остання – реклама на бігбордах.

2. Перевірка експертних оцінок на несуперечливість

Перевірка дозволяє виявити помилки, які могли виникнути при заповненні матриці парних порівнянь. Помилки можуть бути такими:

- наприклад, експерт вказує, що альтернатива A_1 гірша за A_2, а A_2 гірша за A_3, але при цьому вказує також, що A_3 гірша за A_1. Приклад матриці парних порівнянь, що містить таку помилку, наведений в Таблиці 1.3.2;
- наприклад, експерт вказує, що альтернатива A_1 значно гірша за A_2, A_2 значно гірша за A_3, але при цьому вказує також, що A_1 тільки трохи гірша за A_3. Приклад матриці парних порівнянь, що містить таку помилку, наведений в Таблиці 1.3.3.

Таблиця 1.3.2

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/3	2
A_2	3	1	1/5
A_3	1/2	5	1

Таблиця 1.3.3

	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/7	1/3
A_2	7	1	1/6
A_3	3	6	1

1. Знаходимо суми стовпців матриці парних порівнянь:

$$R_j = \sum_{i=1}^{N} X_{ij}\,, \qquad j = 1, \ldots, N.$$

Для Задачі 1:

$$R_1 = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = 1{,}587;\ R_2 = 7 + 1 + 5 + \frac{1}{3} = 13{,}333;\ R_3 = 4{,}4;\ R_4 = 18.$$

Для першого прикладу:

$$R_1 = 1 + 3 + \frac{1}{2} = 4{,}5, R_2 = \frac{1}{3} + 1 + 5 = 6{,}333, R_3 = 3{,}2.$$

Для другого прикладу:

$$R_1 = 1 + 7 + 3 = 11, R_2 = \frac{1}{7} + 1 + 6 = 7{,}143, R_3 = 1{,}5.$$

2. Знаходимо допоміжну величину $\lambda_{\max}$ шляхом сумування добутків R_j на ваги альтернатив:

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^{N} R_j \cdot L_j.$$

Для Задачі 1: $\lambda_{\max} = 1{,}587 \cdot 0{,}595 + 13{,}333 \cdot 0{,}087 + 4{,}4 \cdot 0{,}272 + 18 \cdot 0{,}046 = 4{,}13$.

Для першого прикладу:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot (1/3) \cdot 2} \approx 0{,}87,\ C_2 = \sqrt[3]{3 \cdot 1 \cdot (1/5)} \approx 0{,}84,\ C_3 = \sqrt[3]{(1/2) \cdot 5 \cdot 1} \approx 1{,}36;$$

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i = 0{,}87 + 0{,}84 + 1{,}36 = 3{,}07;$$

$$L_1 = 0{,}87/3{,}07 = 0{,}28,\ L_2 = 0{,}84/3{,}07 = 0{,}27,\ L_3 = 1{,}36/3{,}07 = 0{,}44;$$

$$\lambda_{\max} = 4{,}5 \cdot 0{,}28 + 6{,}333 \cdot 0{,}27 + 3{,}2 \cdot 0{,}44 = 4{,}38.$$

Для другого прикладу:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot (1/7) \cdot (1/3)} \approx 0{,}36,\ C_2 = \sqrt[3]{7 \cdot 1 \cdot (1/6)} \approx 1{,}05,\ C_3 = \sqrt[3]{3 \cdot 6 \cdot 1} \approx 2{,}62;$$

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i = 0{,}36 + 1{,}05 + 2{,}62 = 4{,}03;$$

$$L_1 = 0{,}36/4{,}03 = 0{,}09,\ L_2 = 1{,}05/4{,}03 = 0{,}26,\ L_3 = 2{,}62/4{,}03 = 0{,}65;$$

$$\lambda_{\max} = 11 \cdot 0{,}09 + 7{,}143 \cdot 0{,}26 + 1{,}5 \cdot 0{,}65 = 3{,}82.$$

3. Знаходимо величину, що називається відношення узгодженості:

$$\text{ВУ} = \frac{\lambda_{\max} - N}{\nu_N \cdot (N-1)},$$

де ν_N – коефіцієнт випадкової узгодженості, що визначається за Таблицею 1.3.4 в залежності від розмірності матриці парних порівнянь N.

Таблиця 1.3.4

N	3	4	5	6	7	8	9	10
ν_N	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Для Задачі 1:

$$ВУ = \frac{4{,}13 - 4}{0{,}9 \cdot (4 - 1)} = 0{,}048.$$

Для першого прикладу:

$$ВУ = \frac{4{,}38 - 3}{0{,}58 \cdot (3 - 1)} = 1{,}18.$$

Для другого прикладу:

$$\text{ВУ} = \frac{3{,}82 - 3}{0{,}58 \cdot (3 - 1)} = 0{,}71.$$

4. Якщо відношення узгодженості перевищує 0,1 (в крайньому випадку, 0,2), необхідно уточнення матриці парних порівнянь. Отже в Задачі 1 уточнення не потрібне, а в прикладах потрібне.

3. Задачі багатокритеріального вибору альтернатив

Метод попарних порівнянь використовується для вирішення задач багатокритеріального вибору альтернатив. В таких задачах кожне з можливих рішень (альтернатив) оцінюється за декількома показниками (критеріями). Оцінки за критеріями можуть мати різний вигляд:

– числові (наприклад, вартість, продуктивність, швидкість, відстань і т. ін.);

– якісні («відмінно», «добре», «погано», «зручно», «незручно», «надійно» та різні їх ступені – «дуже», «трохи» і т. ін.);

– критерії «так-ні».

Крім того, критерії можуть бути різними за важливістю, тобто при виборі слід деяким з них надавати більшого значення, ніж іншим.

В таких задачах спочатку виконується декомпозиція та представлення задачі в ієрархічній формі. На першому (верхньому) рівні завжди знаходиться мета. На другому – фактори або критерії, на третьому (нижньому) рівні – запропоновані альтернативи, які повинні бути оцінені по відношенню до критеріїв другого рівня (рис. 1.3.1).

Потім виконується попарне порівняння всіх елементів, що враховуються при вирішенні задачі. Спочатку порівнюються критерії за їхньою важливістю. Потім порівнюються альтернативи за кожним критерієм. Для цього заповнюються матриці попарних порівнянь. На основі матриць попарних порівнянь підраховуються ваги критеріїв, локальні ваги альтернатив за кожним з критеріїв, потім глобальні ваги альтернатив.

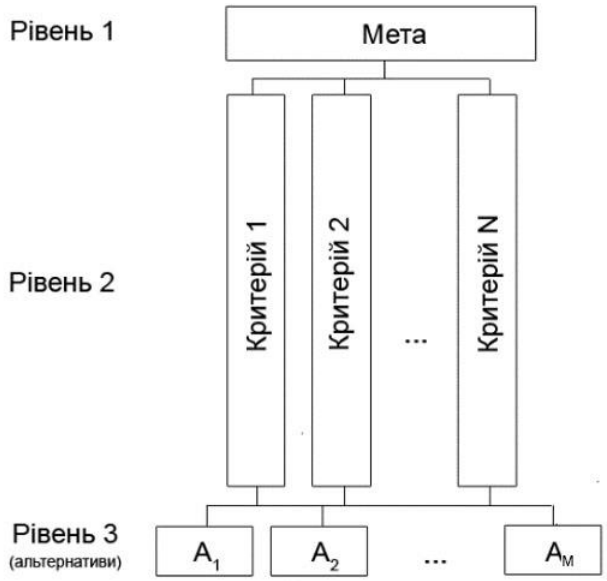

Рисунок 1.3.1. Схема ієрархічної декомпозиції

Задача 2. Сім'я обирає будинок для придбання. На сімейній нараді було обрано 5 критеріїв, за якими прийматиметься рішення:

$К_1$: розміри будинку

$К_2$: наявність поруч міського транспорту

$К_3$: загальний стан будинку

$К_4$: фінансові умови

$К_5$: район розміщення будинку

Після довгих дискусій з'ясувалося, що критерій $К_1$ трохи більш важливий, ніж критерії $К_3$ та $К_4$, причому з цих двох $К_4$ важливіший. Крім того, $К_1$ важливіший за $К_5$ і значно важливіший за $К_2$. Що до $К_2$, він не набагато менш важливий за $К_5$, але $К_3$ та $К_4$ значно важливіші за нього. $К_3$ та $К_4$ важливіші за $К_5$.

В результаті було обрано 3 будинки (Б1, Б2 та Б3). За кожним з критеріїв складено матриці попарних порівнянь.

$К_1$:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	6	8
Б2	1/6	1	4
Б3	1/8	1/4	1

$К_2$:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	7	1/5
Б2	1/7	1	1/8
Б3	5	8	1

$К_3$:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	1/2	1/2
Б2	2	1	1
Б3	2	1	1

$К_4$:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	1/7	1/5
Б2	7	1	3
Б3	5	1/3	1

$К_5$:	Б1	Б2	Б3
Б1	1	8	6
Б2	1/8	1	1/4
Б3	1/6	4	1

Рішення. Почнемо з декомпозиції. Див. рис. 1.3.2.

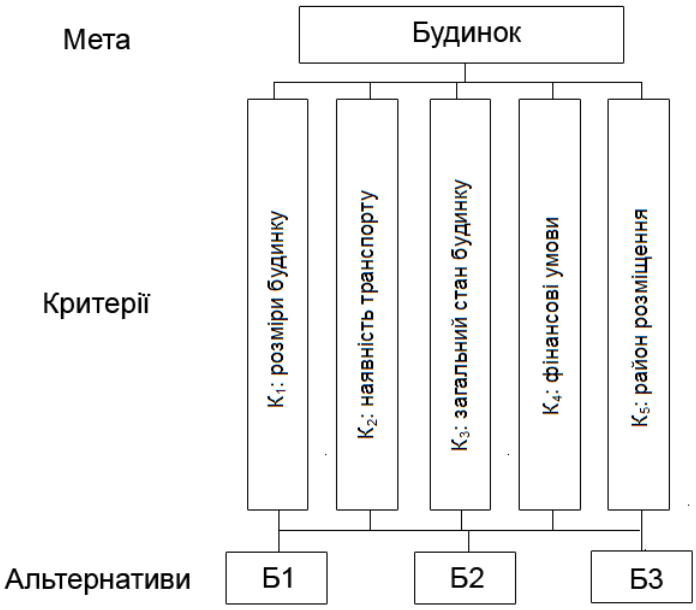

Рисунок 1.3.2. Схема ієрархічної декомпозиції для задачі 2

Складемо матрицю попарних порівнянь для критеріїв.

	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$
$К_1$	1	7	3	2	5
$К_2$	1/7	1	1/7	1/9	1/3
$К_3$	1/3	7	1	1/5	4
$К_4$	1/2	9	5	1	5
$К_5$	1/5	3	1/4	1/5	1

Підраховуємо ваги (важливість) критеріїв

$$C_1 = \sqrt[5]{1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 2{,}91, C_2 = \sqrt[5]{\frac{1}{7} \cdot 1 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3}} = 0{,}24, = 1{,}13,$$

$$C_3 = \sqrt[5]{\frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 1 \cdot \frac{1}{5} \cdot 4}, C_4 = \sqrt[5]{\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5} = 2{,}57, C_5 = \sqrt[5]{\frac{1}{5} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1} = 0{,}50.$$

$$C = \sum_{i=1}^{5} C_i = 2{,}91 + 0{,}24 + 1{,}13 + 2{,}57 + 0{,}50 = 7{,}35;$$

$$L_{K1} = \frac{2,91}{7,35} = 0,40, L_{K2} = \frac{0,24}{7,35} = 0,03, L_{K3} = \frac{1,13}{7,35} = 0,15, L_{K4} = \frac{2,57}{7,35} = 0,35,$$

$$L_{K5} = \frac{0,50}{7,35} = 0,07.$$

Перевіряємо матрицю попарних порівнянь для критеріїв на узгодженість.

$$R_1 = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 2,18, \qquad R_2 = 7 + 1 + 7 + 9 + 3 = 27,$$

$$R_3 = 3 + \frac{1}{7} + 1 + 5 + \frac{1}{4} = 9,39, \qquad R_4 = 2 + \frac{1}{9} + \frac{1}{5} + 1 + \frac{1}{5} = 3,51,$$

$$R_5 = 5 + \frac{1}{3} + 4 + 5 + 1 = 15,33;$$

$$\lambda_{\max} = \sum_{j=1}^{N} R_j \cdot L_{Kj} = 2,18 \cdot 0,4 + 27 \cdot 0,03 + 9,39 \cdot 0,15 + 3,51 \cdot 0,35 + 15,33 \cdot 0,07 = 5,39;$$

$$BY = \frac{\lambda_{\max} - N}{\nu_N \cdot (N-1)} = \frac{5,39 - 5}{1,12 \cdot 4} = 0,087.$$

Отже, матриця узгоджена.

Шукаємо значення локальних пріоритетів для кожного з критеріїв.

$$К_1: C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 6 \cdot 8} = 3,63, C_2 = \sqrt[3]{\frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 4} = 0,87, C_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1} = 0,31,$$

$$C = 3,63 + 0,87 + 0,31 = 4,81;$$

$$L_{Б1}^{K1} = \frac{3,63}{4,81} = 0,75, L_{Б2}^{K1} = \frac{0,87}{4,81} = 0,18, L_{Б3}^{K1} = \frac{0,31}{4,81} = 0,06.$$

Аналогічно

$$К_2: L_{Б1}^{K2} = 0,23, L_{Б2}^{K2} = 0,05, L_{Б3}^{K2} = 0,71.$$

$$К_3: L_{Б1}^{K3} = 0,2, L_{Б2}^{K3} = 0,4, L_{Б3}^{K3} = 0,4.$$

$$К_4: L_{Б1}^{K4} = 0,07, L_{Б2}^{K4} = 0,65, L_{Б3}^{K4} = 0,28.$$

$$К_5: L_{Б1}^{K5} = 0,75, L_{Б2}^{K5} = 0,07, L_{Б3}^{K5} = 0,18.$$

Шукаємо значення глобальних пріоритетів, в яких враховуються локальні пріоритети альтернатив за кожним з критеріїв та вага критеріїв.

$$G_{Б1} = L_{Б1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Б1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Б1}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Б1}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{Б1}^{K5} \cdot L_{K5} = 0,75 \cdot 0,4 + 0,23 \cdot 0,03 + 0,2 \cdot 0,15 + 0,07 \cdot 0,35 + 0,75 \cdot 0,07 = 0,4139;$$

$$G_{Б2} = L_{Б2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Б2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Б2}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Б2}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{Б2}^{K5} \cdot L_{K5} = \\ = 0{,}18 \cdot 0{,}4 + 0{,}05 \cdot 0{,}03 + 0{,}4 \cdot 0{,}15 + 0{,}65 \cdot 0{,}35 + 0{,}07 \cdot 0{,}07 \\ = 0{,}3659;$$

$$G_{Б3} = L_{Б3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Б3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Б3}^{K3} \cdot L_{K3} + L_{Б3}^{K4} \cdot L_{K4} + L_{Б3}^{K5} \cdot L_{K5} = \\ = 0{,}06 \cdot 0{,}4 + 0{,}71 \cdot 0{,}03 + 0{,}4 \cdot 0{,}15 + 0{,}28 \cdot 0{,}35 + 0{,}18 \cdot 0{,}07 \\ = 0{,}2159.$$

Отже, слід обрати альтернативу Б1.

Практичне заняття № 4. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА РИЗИКУ

Мета заняття:

Засвоїти різні методі прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику.

Теоретичні відомості

Як правило, в ході прийняття рішень необхідно брати до уваги як багатокритеріальність, так і ризик (тобто залежність результатів рішень, що приймаються, не тільки від самих рішень, а й від неконтрольованих зовнішніх факторів). Звичайно з декількох критеріїв, що беруться до уваги, деякі залежать від зовнішніх факторів.

В залежності від ступеня визначеності можливих результатів або наслідків впливів зовнішніх факторів, існують три типи моделей:

1. Прийняття рішень в умовах визначеності – особа, яка приймає рішення (ОПР), точно знає наслідки і результати будь-якої альтернативи чи вибору рішення. Наприклад, ОПР з повною визначеністю знає, що внесок 100 тис. грн. на поточний рахунок призведе до збільшення балансу цього рахунку на 100 тис. грн.

2. Прийняття рішень в умовах ризику – ОПР знає ймовірності настання наслідків для кожного рішення. Ми можемо не знати того, що завтра буде дощ, але ми можемо знати, що ймовірність дощу 0,3.

3. Прийняття рішень в умовах невизначеності – ОПР не знає ймовірностей настання наслідків для кожного рішення. Наприклад, імовірність того, що весь наклад книги буде реалізований за рік, авторам невідома.

Приклад 1.ОПР обирає одну з m можливих альтернатив $A_1, A_2, \dots, A_m$. Зовнішні умови мають n можливих станів $B_1, B_2, \dots, B_n$, причому під станом будемо розуміти повну сукупність зовнішніх умов, в яких ОПР доводиться приймати рішення, тобто обирати свою альтернативу. Будемо вважати, що з попереднього досвіду ОПР відомі можливі стани зовнішніх умов, а іноді й імовірності їх реалізації.

Крім того, вважається, що нам відомі чисельні значення прибутку (або збитків) або вектори глобальних пріоритетів a_{ij} для кожної з альтернатив A_i в залежності від стану зовнішніх умов B_j, тобто для кожної комбінації (A_i, B_j). Тоді ми можемо задати платіжну матрицю $A = \|a_{ij}\|$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$ у вигляді таблиці

	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

або у вигляді матриці

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Умови ризику

Якщо при ухваленні рішення ОПР відомі ймовірності p_j станів B_j, то будемо вважати, що розглядається ситуація в умовах часткової невизначеності (ризику).

Нехай ОПР обирає альтернативу A_i в умовах часткової невизначеності. Вона очікує отримати прибуток a_{ij} при реалізації стану B_j, який є випадковою величиною X_i з рядом розподілу:

X_i	x_{i1}	x_{i2}	…	x_{in}
P	p_1	p_2	…	p_n

Для прийняття рішення можна використовувати один з наступних критеріїв.

Критерій Байєса

Це критерій максимізації середнього очікуваного доходу. Критерій Байєса називається також критерієм максимуму середнього виграшу.

Як відомо, середній очікуваний прибуток представляє собою математичне сподівання $M(X_i)$ випадкової величини X_i, яке можна знайти за формулою:

$$M(X_i) = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} p_j.$$

Для кожної альтернативи A_i слід розрахувати середній очікуваний прибуток (математичне сподівання) і відповідно до критерію Байєса слід вибирати альтернативу A_i, для якої досягається найбільше значення:

$$\max_i M(X_i) = \max_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij} p_j.$$

Критерій Байєса використовують в ситуації, коли ймовірність появи стану B_j відома і не залежить від часу; ухвалене рішення теоретично допускає

нескінчену велику кількість реалізацій; допускається певний ризик при малих числах реалізацій.

Критерій Бернуллі-Лапласа

Критерій Бернуллі-Лапласа використовують у випадку, коли можна припусти, що будь-який з варіантів середовища не більш імовірний, ніж інший. Тут передбачається, що всі стани середовища (всі варіанти реальної ситуації) рівноймовірні. Тоді $p_j = \frac{1}{n}, j = \overline{1,n}$, математичне сподівання $M(X_i) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$. Відповідно до критерію Бернуллі-Лапласа слід обирати альтернативу A_i, для якої досягається найбільше значення:

$$\max_i M(X_i) = \max_i \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}.$$

Взагалі кажучи, критерій Бернуллі-Лапласа безпосередньо не відноситься до випадку часткової невизначеності, і його застосовують в умовах повної невизначеності.

Умови невизначеності

Критерій Вальда

Критерій Вальда є критерієм крайнього песимізму, оскільки ОПР вважає, що «обставини складуться найгіршим чином». Це критерій гарантованого результату.

Нехай задано матрицю прибутків або глобальних пріоритетів. Тоді на думку ОПР – «песиміста», обставини складуться таким чином, що середовище набуде стану B_j, при якому величина прибутку приймає найменше значення $\min_j a_{ij}$. Виходячи з цього, ОПР обирає альтернативу A_i, при якій найменший прибуток $\min_j a_{ij}$ буде максимальним, тобто забезпечувати максимін: $\alpha_B = \max_i \min_j a_{ij}$.

Критерій Вальда забезпечує максимізацію мінімального прибутку, або, що теж саме, мінімізацію максимальних збитків, що можуть виникнути при виборі однієї з альтернатив. Цей критерій орієнтує ОПР дотримуватися вкрай обережної поведінки. Така поведінка прийнятна наприклад, коли немає зацікавленості в крупному виграші, але ставиться задача застрахувати себе від неочікуваних збитків. Вибір такої поведінки визначається відношенням ОПР до ризику. Критерій Вальда застосовують у тих випадках, коли необхідно забезпечити успіх у будь-якій ситуації.

Критерій оптимізму

Критерій оптимізму, який називають критерієм максимаксу, використовують коли ОПР орієнтується на найбільш сприятливі умови.

Коли задано матрицю прибутків або глобальних пріоритетів, за критерієм оптимізму визначається варіант рішення, який максимізує максимальні доходи

для кожної альтернативи. Критерій оптимізму записують у вигляді $\alpha_o = \max_i \max_j a_{ij}$.

Критерій оптимізму доцільно застосовувати у тих випадках, коли ОПР має можливість впливати на появу того чи іншого стану оточуючого середовища.

Критерій песимізму-оптимізму Гурвіца

Цей критерій рекомендує в процесі прийняття рішення використовувати певний середній результат, що характеризує стан між крайнім песимізмом і крайнім оптимізмом.

За критерієм Гурвіца перевага віддається варіанту рішення, який визначається максимумом серед лінійних комбінацій мінімального і максимального прибутків:

$$\alpha_\Gamma = \max_i \left\{ \lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda) \max_j a_{ij} \right\},$$

де $0 \le \lambda \le 1$.

Коефіцієнт λ можна розглядати як показник оптимізму.

При $\lambda = 0$ критерій Гурвіца співпадає з максимаксним критерієм, тобто орієнтація на граничний ризик, оскільки великий виграш спрягається з великим ризиком. При $\lambda = 1$ критерій Гурвіца співпадає з критерієм Вальда, тобто орієнтація на обережну поведінку. Тому критерій Гурвіца ще називають критерієм узагальненого максиміну.

Значення λ є проміжним між ризиком та обережністю і вибирається із суб'єктивних (інтуїтивних) міркувань в залежності від конкретних умов та схильності до ризику ОПР (що ближче λ до 1, то обережнішою є ОПР).

Критерій Гурвіца застосовується у випадку, коли про ймовірність появи стану B_j нічого не відомо або з появою стану B_j необхідно рахуватися; реалізується тільки мала кількість рішень; допускається деякий ризик.

Алгоритм розв'язання задач:

1. *Для кожного варіанта зовнішніх умов* визначаються вектори локальних пріоритетів альтернатив і знаходяться вектори глобальних пріоритетів за допомогою, наприклад, MAI.

2. Отримані вектори зводяться у матрицю глобальних пріоритетів. Остаточній вибір альтернативи виконується за допомогою критерію Байєса (якщо відомі ймовірності зовнішніх умов) або критеріїв Бернуллі-Лапласа, оптимізму, Вальда, Гурвіца з параметром λ, якщо вони невідомі.

Приклади

Приклад 1. Розглядаються три варіанти будівництва підприємства легкої промисловості – проекти А, В та С. Попит на продукцію, яку буде виготовляти підприємство, заздалегідь точно невідомий. При виборі проекту враховуються

наступні критерії: прибуток від роботи підприємства (К1), кількість створюваних підприємством робочих місць (К2), забруднення оточуючого середовища (К3), витрати на будівництво підприємства (К4). Оцінки проектів за критеріями К1-К3 за умов різних рівнів попиту наведені в табл. 1.4.1.

Таблиця 1.4.1

Попит	Низький			Середній			Високий		
Проекти	A	B	C	A	B	C	A	B	C
Прибуток, млн. грн./рік	40	30	30	45	60	65	45	60	80
Кількість робочих місць, тис.	8	11	12	8,5	11	12,5	8,5	11	12,5
Забруднення оточуючого середовища, т/рік	30	70	60	30	80	70	30	80	80

Витрати на будівництво підприємства за проектом А складуть 60 млн. грн., за проектом В – 80, за проектом С – 90 млн. грн.

Керівництво компанії вважає, що найважливішим критерієм, який слід враховувати при виборі проекту, є прибуток, дуже важливим критерієм також є забруднення оточуючого середовища. Менш важливий критерій – витрати на будівництво підприємства, ще трохи менш важливий – кількість робочих місць.

1) Вирішити задачу за умов ризику. Нехай, на думку експертів, в найближчі роки ймовірність низького попиту на продукцію дорівнює 10%, середнього – 60%, високого – 30%.

2) Вирішити задачу за умов невизначеності. Показник оптимізму для критерію Гурвіца $\lambda = 0{,}6$.

В цій задачі слід враховувати 4 критерії. Три з них (К1-К3) залежать не тільки від прийнятого рішення, а й від зовнішніх умов (попиту на продукцію). Четвертий критерій не залежить від майбутнього попиту на продукцію. Рішення приймається за умов ризику та невизначеності.

Вирішуємо задачу методом МАІ.

1. Визначаємо вектор локальних пріоритетів для критеріїв. Складаємо матрицю попарних порівнянь для критеріїв.

	К1	К2	К3	К4	L_{Kj}
К1	1	7	2	5	0,51
К2	1/7	1	1/6	1/3	0,05
К3	1/2	6	1	4	0,33
К4	1/5	3	1/4	1	0,11

Рахуємо вектор локальних пріоритетів:

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5} = 2{,}89,\ C_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{7} \cdot 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}} = 0{,}30,\ C_3 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot 4} = 1{,}86,$$

$$C_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{5} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1} = 0{,}62;$$

$C = \sum C_j = 2{,}89 + 0{,}30 + 1{,}86 + 0{,}62 = 5{,}67,$

$L_{K1} = \frac{C_1}{C} = \frac{2{,}89}{5{,}67} = 0{,}51,\ L_{K2} = 0{,}05,\ L_{K3} = 0{,}33,\ L_{K4} = 0{,}11.$

2. Знайдемо вектор глобальних пріоритетів для ***низького*** попиту.

1) Визначаємо вектор локальних пріоритетів для альтернатив за кожним з критеріїв.

К1:	A	B	C	L^{K1}
A	1	5	5	0,72
B	1/5	1	1	0,14
C	1/5	1	1	0,14

К2:	A	B	C	L^{K2}
A	1	1/5	1/6	0,08
B	5	1	1/2	0,34
C	6	2	1	0,58

К3:	A	B	C	L^{K3}
A	1	9	7	0,79
B	1/9	1	1/3	0,07
C	1/7	3	1	0,15

К4:	A	B	C	L^{K4}
A	1	7	8	0,78
B	1/7	1	3	0,15
C	1/8	1/3	1	0,07

К1: С1=2,92, С2=0,58, С3=0,58, С=4,08, $L_A^{K1} = 0{,}72,\ L_B^{K1} = 0{,}14,\ L_C^{K1} = 0{,}14,$

К2: С1=0,32, С2=1,36, С3=2,29, С=3,97, $L_A^{K2} = 0{,}08,\ L_B^{K2} = 0{,}34,\ L_C^{K2} = 0{,}58,$

К3: С1=3,98, С2=0,33, С3=0,75, С=5,07, $L_A^{K3} = 0{,}79,\ L_B^{K3} = 0{,}07,\ L_C^{K3} = 0{,}15,$

К4: С1=3,83, С2=0,75, С3=0,35, С=4,93, $L_A^{K4} = 0{,}78,\ L_B^{K4} = 0{,}15,\ L_C^{K4} = 0{,}07.$

2) Визначаємо вектор глобальних пріоритетів для альтернатив.

$G_A = L_A^{K1} \cdot L_{K1} + L_A^{K2} \cdot L_{K2} + L_A^{K3} \cdot L_{K3} + L_A^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}72 \cdot 0{,}51 + 0{,}08 \cdot 0{,}05 + 0{,}79 \cdot 0{,}33 + 0{,}78 \cdot 0{,}11 = 0{,}72,$

$G_B = L_B^{K1} \cdot L_{K1} + L_B^{K2} \cdot L_{K2} + L_B^{K3} \cdot L_{K3} + L_B^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}14 \cdot 0{,}51 + 0{,}34 \cdot 0{,}05 + 0{,}07 \cdot 0{,}33 + 0{,}53 \cdot 0{,}11 = 0{,}13,$

$G_C = L_C^{K1} \cdot L_{K1} + L_C^{K2} \cdot L_{K2} + L_C^{K3} \cdot L_{K3} + L_C^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}14 \cdot 0{,}51 + 0{,}58 \cdot 0{,}05 + 0{,}15 \cdot 0{,}33 + 0{,}07 \cdot 0{,}11 = 0{,}16.$

3. Знайдемо вектор глобальних пріоритетів для середнього попиту.

1) Визначаємо вектор локальних пріоритетів для альтернатив за кожним з критеріїв.

К1:	A	B	C	L^{K1}
A	1	1/6	1/7	0,07
B	6	1	1/3	0,29
C	7	3	1	0,64

К2:	A	B	C	L^{K2}
A	1	1/5	1/6	0,08
B	5	1	1/3	0,29
C	6	3	1	0,63

К3:	A	B	C	L^{K3}
A	1	9	9	0,81
B	1/9	1	1/3	0,06

К4:	A	B	C	L^{K4}
A	1	7	8	0,78
B	1/7	1	3	0,15

C	1/9	3	1	0,13

C	1/8	1/3	1	0,07

К1: C_1=0,29, C_2=1,26, C_3=2,76, C=4,31, $L_A^{K1} = 0{,}07$, $L_B^{K1} = 0{,}29$, $L_C^{K1} = 0{,}64$,

К2: C_1=0,32, C_2=1,19, C_3=2,62, C=4,13, $L_A^{K2} = 0{,}08$, $L_B^{K2} = 0{,}29$, $L_C^{K2} = 0{,}63$,

К3: C_1=4,33, C_2=0,33, C_3=0,69, C=5,35, $L_A^{K3} = 0{,}81$, $L_B^{K3} = 0{,}06$, $L_C^{K3} = 0{,}13$,

К4: C_1=3,83, C_2=0,75, C_3=0,35, C=4,93, $L_A^{K4} = 0{,}78$, $L_B^{K4} = 0{,}15$, $L_C^{K4} = 0{,}07$.

2) Визначаємо вектор глобальних пріоритетів для альтернатив.

$G_A = L_A^{K1} \cdot L_{K1} + L_A^{K2} \cdot L_{K2} + L_A^{K3} \cdot L_{K3} + L_A^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}07 \cdot 0{,}51 + 0{,}08 \cdot 0{,}05 + 0{,}81 \cdot 0{,}33 + 0{,}78 \cdot 0{,}11 = 0{,}39,$

$G_B = L_B^{K1} \cdot L_{K1} + L_B^{K2} \cdot L_{K2} + L_B^{K3} \cdot L_{K3} + L_B^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}29 \cdot 0{,}51 + 0{,}29 \cdot 0{,}05 + 0{,}06 \cdot 0{,}33 + 0{,}15 \cdot 0{,}11 = 0{,}20,$

$G_C = L_C^{K1} \cdot L_{K1} + L_C^{K2} \cdot L_{K2} + L_C^{K3} \cdot L_{K3} + L_C^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}64 \cdot 0{,}51 + 0{,}63 \cdot 0{,}05 + 0{,}13 \cdot 0{,}33 + 0{,}07 \cdot 0{,}11 = 0{,}41.$

4. Знайдемо вектор глобальних пріоритетів для високого попиту.

1) Визначаємо вектор локальних пріоритетів для альтернатив за кожним з критеріїв.

К1:	A	B	C	L^{K1}
A	1	1/6	1/9	0,05
B	6	1	1/7	0,18
C	9	7	1	0,77

К2:	A	B	C	L^{K2}
A	1	1/5	1/7	0,07
B	5	1	1/3	0,28
C	7	3	1	0,65

К3:	A	B	C	L^{K3}
A	1	9	9	0,82
B	1/9	1	1	0,09
C	1/9	1	1	0,09

К4:	A	B	C	L^{K4}
A	1	7	8	0,78
B	1/7	1	3	0,15
C	1/8	1/3	1	0,07

К1: C_1=0,26, C_2=0,95, C_3=3,98, C=5,19, $L_A^{K1} = 0{,}05$, $L_B^{K1} = 0{,}18$, $L_C^{K1} = 0{,}77$,

К2: C_1=0,31, C_2=1,19, C_3=2,76, C=4,26, $L_A^{K2} = 0{,}07$, $L_B^{K2} = 0{,}28$, $L_C^{K2} = 0{,}65$,

К3: C_1=4,33, C_2=0,48, C_3=0,48, C=5,29, $L_A^{K3} = 0{,}82$, $L_B^{K3} = 0{,}09$, $L_C^{K3} = 0{,}09$,

К4: C_1=3,83, C_2=0,75, C_3=0,35, C=4,93, $L_A^{K4} = 0{,}78$, $L_B^{K4} = 0{,}15$, $L_C^{K4} = 0{,}07$.

2) Визначаємо вектор глобальних пріоритетів для альтернатив.

$G_A = L_A^{K1} \cdot L_{K1} + L_A^{K2} \cdot L_{K2} + L_A^{K3} \cdot L_{K3} + L_A^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}05 \cdot 0{,}51 + 0{,}07 \cdot 0{,}05 + 0{,}82 \cdot 0{,}33 + 0{,}78 \cdot 0{,}11 = 0{,}39,$

$G_B = L_B^{K1} \cdot L_{K1} + L_B^{K2} \cdot L_{K2} + L_B^{K3} \cdot L_{K3} + L_B^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}18 \cdot 0{,}51 + 0{,}28 \cdot 0{,}05 + 0{,}09 \cdot 0{,}33 + 0{,}15 \cdot 0{,}11 = 0{,}15,$

$G_C = L_C^{K1} \cdot L_{K1} + L_C^{K2} \cdot L_{K2} + L_C^{K3} \cdot L_{K3} + L_C^{K4} \cdot L_{K4} = 0{,}77 \cdot 0{,}51 + 0{,}65 \cdot 0{,}05 + 0{,}09 \cdot 0{,}33 + 0{,}07 \cdot 0{,}11 = 0{,}46.$

5. Обираємо альтернативи на основі оцінок для різних зовнішніх умов.

Вектори глобальних пріоритетів для альтернатив, отримані для різних варіантів зовнішніх умов, зводимо у платіжну матрицю (табл. 1.4.2):

Таблиця 1.4.2

Проекти	Зовнішні умови (попит)		
	Низький	Середній	Високий
A	0,72	0,39	0,39
B	0,13	0,20	0,15
C	0,16	0,41	0,46

На основі платіжної матриці обирається найкраща альтернатива. Вибір здійснюється в залежності від постановки задачі, перш за все – в залежності від наявної інформації про зовнішні умови.

1) Якщо відомі ймовірності зовнішніх умов (експертні оцінки ймовірностей для різних рівнів попиту), використовується критерій Байєса. Для кожної альтернативи визначається узагальнена оцінка з урахуванням усіх варіантів зовнішніх умов.

$E_A = 0{,}72 \cdot 0{,}1 + 0{,}39 \cdot 0{,}6 + 0{,}39 \cdot 0{,}3 = 0{,}42;$

$E_B = 0{,}13 \cdot 0{,}1 + 0{,}20 \cdot 0{,}6 + 0{,}15 \cdot 0{,}3 = 0{,}18;$

$E_C = 0{,}16 \cdot 0{,}1 + 0{,}41 \cdot 0{,}6 + 0{,}46 \cdot 0{,}3 = 0{,}40.$

Таким чином, в якості раціонального рішення за критерієм Байєса слід обрати проект *A*.

2) Якщо ймовірності різних варіантів зовнішніх умов невідомі, використовуються критерії Бернуллі-Лапласа, Вальда, оптимізму, Гурвіца. Вибір критерію здійснюється з урахуванням зовнішніх обставин та/або формулювання завдання.

Якщо вважати, що в умові нашої задачі не задані ймовірності різних рівнів попиту на продукцію, можна застосувати всі зазначені критерії.

а) *Критерій Бернуллі-Лапласа*. Вважаємо $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3 = 0,(3).$

$E_A = 0{,}72 \cdot 0{,}33 + 0{,}39 \cdot 0{,}33 + 0{,}39 \cdot 0{,}33 = 0{,}50;$

$E_B = 0{,}13 \cdot 0{,}33 + 0{,}20 \cdot 0{,}33 + 0{,}15 \cdot 0{,}33 = 0{,}16;$

$E_C = 0{,}16 \cdot 0{,}33 + 0{,}41 \cdot 0{,}33 + 0{,}46 \cdot 0{,}33 = 0{,}34.$

Таким чином, в якості раціонального рішення за критерієм Бернуллі-Лапласа слід обрати проект A.

б) Критерій Вальда

Запишемо матрицю виграшів у вигляді таблиці і знайдемо найменше значення $\min_j a_{ij}$ для кожного рядка.

Проекти	Зовнішні умови (попит)			$\min_j a_{ij}$
	Низький	Середній	Високий	
A	0,72	0,39	0,39	<u>0,39</u>
B	0,13	0,20	0,15	0,13
C	0,16	0,41	0,46	0,16

Знаходимо $\alpha_B = \max_i \min_j a_{ij} = \max(0{,}39, 0{,}13, 0{,}16) = 0{,}39$. Таким чином, в якості раціонального рішення за критерієм Вальда слід обрати проект А.

в) Критерій оптимізму

Запишемо матрицю виграшів у вигляді таблиці і знайдемо найбільше значення $\max_j a_{ij}$ для кожного рядка.

Проекти	Зовнішні умови (попит)			$\max_j a_{ij}$
	Низький	Середній	Високий	
A	0,72	0,39	0,39	<u>0,72</u>
B	0,13	0,20	0,15	0,20
C	0,16	0,41	0,46	0,46

Знаходимо $\alpha_o = \max_i \max_j a_{ij} = \max(0{,}72, 0{,}20, 0{,}46) = 0{,}72$. Таким чином, в якості раціонального рішення за критерієм оптимізму слід обрати проект А.

г) *Критерій песимізму-оптимізму Гурвіца*

Показник оптимізму $\lambda = 0{,}6$.

Запишемо матрицю виграшів у вигляді таблиці і знайдемо найменше значення $\min_j a_{ij}$ і найбільше значення $\max_j a_{ij}$ для кожного рядка. В останньому стовпчику вміщуємо значення

$$\alpha_{\Gamma_i} = \lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda)\max_j a_{ij} = 0{,}6\min_j a_{ij} + 0{,}4\max_j a_{ij},$$

Проекти	Зовнішні умови (попит)			$\min_j a_{ij}$	$\max_j a_{ij}$	α_Γ
	Низький	Середній	Високий			
A	0,72	0,39	0,39	0,39	0,72	<u>0,52</u>
B	0,13	0,20	0,15	0,13	0,20	0,16
C	0,16	0,41	0,46	0,16	0,46	0,28

$\alpha_{\Gamma_i} = \max_i \left\{ \lambda \min_j a_{ij} + (1-\lambda)\max_j a_{ij} \right\} = 0{,}52$. Таким чином, за критерієм Гурвіца при значенні показника оптимізму $\lambda = 0{,}6$ слід обрати альтернативу А.

Практичне заняття № 5. КОЛЕКТИВНІ МЕТОДИ ЕКСПЕРТНОГО АНАЛІЗУ

Мета заняття:

Ознайомитись з колективними методами експертного аналізу, умовами та специфікою їх використання.

Теоретичні відомості

Методи експертного аналізу призначені в основному для рішення неструктурованих задач. Алгоритм Сааті відноситься до індивідуальних методів експертного аналізу. Методи, що розглядатимуться далі, – колективні методи.

1. Метод переваг

Метод базується на ранжуванні альтернатив, що виконує група експертів. Кожний з експертів незалежно від інших виконує ранжування альтернатив, тобто вказує, яка з альтернатив на його думку є найкращою (їй присвоюється ранг 1), яка наступною (ранг 2), і т. д.

1. Позначаємо альтернативи $A_1, A_2, \dots, A_N$, експертів $1,2, \dots, M$. Ранги, присвоєні експертами, позначаємо $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$ і зводимо в таблицю (матрицю) $M \times N$, де M – кількість експертів, N – кількість альтернатив.

2. Перетворюємо матрицю рангів за формулою

$$Y_{ij} = N - X_{ij}, \qquad i = 1, \dots, M, \qquad j = 1, \dots, N$$

(тобто кожний ранг віднімається від кількості альтернатив).

3. Знаходимо суми перетворених оцінок за кожною з альтернатив:

$$D_j = \sum_{i=1}^{M} Y_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

4. Знаходимо суму всіх оцінок:

$$D = \sum_{j=1}^{N} D_j.$$

5. Знаходимо ваги альтернатив:

$$U_j = \frac{D_j}{D}.$$

6. Найкращою, на думку експертів, є альтернатива з найбільшою вагою.

Задача 1. В ході розробки заходів по підвищенню ефективності виробництва постала задача визначення впливу різних факторів на

продуктивність праці. Треба оцінити вплив на зростання продуктивності праці наступних факторів:

– рівень професійної підготовки робітників (A_1);

– дотримання технологічної дисципліни (A_2);

– ефективність матеріального стимулювання (A_3);

– ефективність організації змагання (A_4);

– технологічне переобладнання (A_5).

Оцінка впливу факторів здійснюється чотирма експертами – провідними спеціалістами підприємства. Було отримано наступну матрицю експертних оцінок.

Експерти	Альтернативи (фактори)				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	2	1	3	5	4
2	2	3	1	5	4
3	1	3	2	5	4
4	2	1	4	5	3

Перетворюємо матрицю $Y_{ij} = 5 - X_{ij}$. Отримуємо:

Експерти	Альтернативи (фактори)				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	3	4	2	0	1
2	3	2	4	0	1
3	4	2	3	0	1
4	3	4	1	0	2

Знаходимо суми перетворених оцінок за кожною з альтернатив.

$D_1 = 3 + 3 + 4 + 3 = 13$; $D_2 = 4 + 2 + 2 + 4 = 12$; $D_3 = 10$; $D_4 = 0$; $D_5 = 5$.

Знаходимо суми всіх оцінок.

$D = 13 + 12 + 10 + 0 + 5 = 40$.

Знаходимо ваги альтернатив.

$U_1 = 13/40 = 0{,}325$, $U_2 = 12/40 = 0{,}3$, $U_3 = 10/40 = 0{,}25$, $U_4 = 0$,$U_5 = 5/40 = 0{,}125$.

Найважливіший на думку експертів фактор – рівень професійної підготовки робітників (A_1), другий за важливістю – дотримання технологічної дисципліни (A_2), третій – ефективність матеріального стимулювання (A_3), четвертий – технологічне переобладнання (A_5), останній – ефективність організації змагання (A_4).

Перевірка узгодженості експертних оцінок

Перевірка узгодженості необхідна, щоб з'ясувати, чи не було різких розбіжностей в судженнях експертів.

Для перевірки узгодженості думок експертів, підраховується величина, яка називається коефіцієнтом конкордації (W).

1. Знаходять суми рангів для кожної з альтернатив:

$$S_j = \sum_{i=1}^{M} X_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

2.

$$W = \frac{12\sum_{j=1}^{N}\left(S_j - \frac{M(N+1)}{2}\right)^2}{M^2N(N^2-1)}.$$

При $W \geq 0{,}5$ степінь узгодженості експертних оцінок може вважатися достатнім.

Задача 2. Перевірити на узгодженість експертні оцінки в задачі 1.

1. $S_1 = 2+2+1+2 = 7$, $S_2 = 1+3+3+1 = 8$, $S_3 = 3+1+2+4 = 10$, $S_4 = 5+5+5+5 = 20$, $S_5 = 4+4+4+3 = 15$.

2.

$$\frac{M(N+1)}{2} = \frac{4\cdot(5+1)}{2} = 12,$$

$$W = \frac{12\sum_{j=1}^{N}\left(S_j - \frac{M(N+1)}{2}\right)^2}{M^2N(N^2-1)} =$$

$$= \frac{12\cdot((7-12)^2+(8-12)^2+(10-12)^2+(20-12)^2+(15-12)^2)}{4^2\cdot 5\cdot(5^2-1)}$$

$$= 0{,}7375.$$

Отже, в даному випадку степінь узгодженості експертних оцінок є достатнім, і додаткове узгодження не потрібне.

2. Метод рангу

Метод базується на оцінках альтернатив у балах, виставлених кожним з кількох експертів.

1. Кожен з експертів незалежно від інших оцінює альтернативи за деякою шкалою (звичайно 10-бальною). Чим кращою, на думку експерта, є альтернатива, тим вищий бал для неї вказується. Оцінки, вказані експертами, зводяться в матрицю $M \times N$, де M – кількість експертів, N – кількість альтернатив. Позначимо ці оцінки $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$.

2. Знаходимо сумарні оцінки альтернатив всіма експертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^{M} X_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

3. Знаходимо суму всіх оцінок:

$$C = \sum_{j=1}^{N} C_j.$$

4. Знаходимо ваги альтернатив:

$$V_j = \frac{C_j}{C}, j = 1, \dots, N.$$

Найкращою, на думку експертів, є альтернатива, що має найбільшу вагу.

Задача 3. Нехай в умовах задачі 1 експерти виставляють оцінки альтернатив за 10-бальною шкалою. Отримані оцінки зведені в таблицю.

Експерти	Альтернативи (фактори)				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	10	10	7	2	6
2	10	9	10	4	6
3	10	8	10	3	7
4	9	10	6	2	9

$C_1 = 10 + 10 + 10 + 9 = 39, C_2 = 10 + 9 + 8 + 10 = 37,$

$C_3 = 7 + 10 + 10 + 6 = 33, C_4 = 2 + 4 + 3 + 2 = 11,$

$C_5 = 6 + 6 + 7 + 9 = 28; C = 39 + 37 + 33 + 11 + 28 = 148;$

$V_1 = 39/148 = 0{,}26, V_2 = 37/148 = 0{,}25, V_3 = 33/148 = 0{,}22,$

$V_4 = 11/148 = 0{,}07, V_5 = 28/148 = 0{,}19.$

Таким чином, найважливіший на думку експертів фактор – рівень професійної підготовки робітників (A_1), другий за важливістю (дуже близький до першого) – дотримання технологічної дисципліни (A_2), третій (трохи менш важливий) – ефективність матеріального стимулювання (A_3), ще трохи менш важливий – технологічне переобладнання (A_5). Найменш важливим фактором (істотно менш важливим у порівнянні з іншими) є ефективність організації змагання (A_4).

Перевірка узгодженості експертних оцінок

Як і для методу переваг, перевірка узгодженості дозволяє виявити істотні розбіжності в судженнях експертів та з'ясувати причини таких розбіжностей. Для цього розраховуються дисперсії (оцінки розкиду) оцінок для кожного експерта та для кожної альтернативи.

1. Знаходимо середні оцінки кожної альтернативи.

$$\overline{X}_j = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

2. Оцінюємо дисперсії оцінок кожного експерта.

$$D_{E_i} = \frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left(X_{ij} - \overline{X}_j\right)^2, i = 1,2, \dots, M.$$

Ця величина показує відхилення оцінок, вказаних *i*-м експертом для альтернатив, від середніх оцінок цих альтернатив. Чим більша ця величина, тим більше *відрізняється думка і-го експерта від решти експертів*.

3. Оцінюємо дисперсії оцінок кожної альтернативи.

$$D_{A_j} = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(X_{ij} - \overline{X}_j\right)^2, j = 1, \dots, N.$$

Ця величина показує відмінність оцінок, вказаних експертами, для *j*-ї альтернативи. Чим більша ця величина, тим більша *відмінність думок експертів щодо цієї альтернативи*.

4. Якщо величина D_{Ei} виявляється великою (оцінки *i*-го експерта істотно відрізняються від оцінок, вказаних іншими експертами), то *i*-му експерту пропонується обґрунтувати свої оцінки. Якщо великою виявляється величина D_{Aj} (оцінки *j*-ї альтернативи в експертів істотно відрізняються), слід проаналізувати причини цього.

Задача 4. В умовах задачі 3 перевірити узгодженість експертних оцінок.

$\overline{X}_1 = 39/4 = 9{,}75$, $\overline{X}_2 = 37/4 = 9{,}25$, $\overline{X}_3 = 33/4 = 8{,}25$, $\overline{X}_4 = 11/4 = 2{,}75$, $\overline{X}_5 = 28/4 = 7$;

$$D_{E1} = \frac{1}{4}((10-9{,}75)^2 + (10-9{,}25)^2 + (7-8{,}25)^2 + (2-2{,}75)^2 + (6-7)^2) = 0{,}94,$$

$$D_{E2} = \frac{1}{4}((10-9{,}75)^2 + (9-9{,}25)^2 + (10-8{,}25)^2 + (4-2{,}75)^2 + (6-7)^2) = 1{,}44,$$

$$D_{E3} = \frac{1}{4}((10-9{,}75)^2 + (8-9{,}25)^2 + (10-8{,}25)^2 + (3-2{,}75)^2 + (7-7)^2) = 1{,}19,$$

$$D_{E4} = \frac{1}{4}((9-9{,}75)^2 + (10-9{,}25)^2 + (6-8{,}25)^2 + (2-2{,}75)^2 + (9-7)^2) = 2{,}69;$$

$$D_{A1} = \frac{1}{3}((10-9{,}75)^2 + (10-9{,}75)^2 + (10-9{,}75)^2 + (9-9{,}75)^2) = 0{,}25,$$

$$D_{A2} = \frac{1}{3}((10-9{,}25)^2 + (9-9{,}25)^2 + (8-9{,}25)^2 + (10-9{,}25)^2) = 0{,}92,$$

$$D_{A3} = \frac{1}{3}((7-8{,}25)^2 + (10-8{,}25)^2 + (10-8{,}25)^2 + (6-8{,}25)^2) = 4{,}25,$$

$$D_{A4} = \frac{1}{3}((2-2{,}75)^2 + (4-2{,}75)^2 + (3-2{,}75)^2 + (2-2{,}75)^2) = 0{,}92,$$

$$D_{A5} = \frac{1}{3}((6-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2) = 2.$$

В даному випадку слід запропонувати обґрунтувати свої оцінки 4-му експерту. Крім того, слід звернути увагу на розбіжність оцінок для 3-ї альтернативи.

Задача 5. Група з п’яти експертів оцінює якість виробів у семи різних виробників. Ранги, присвоєні ними виробникам, представлені у таблиці.

Експерт	***Виробник***						
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
1	1	3	4	2	6	7	5
2	1	2	5	3	6	4	7
3	2	1	7	5	6	4	3
4	1	2	4	6	3	5	7
5	3	1	5	4	2	6	7

1. Розташувати виробників за якістю продукції (на думку експертів)

2. Перевірити експертні оцінки на узгодженість.

Рішення. Перетворюємо матрицю $Y_{ij} = 7 - X_{ij}$. Отримуємо:

Експерт	***Виробник***						
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
1	6	4	3	5	1	0	2
2	6	5	2	4	1	3	0
3	5	6	0	2	1	3	4
4	6	5	3	1	4	2	0
5	4	6	2	3	5	1	0

1. Знаходимо суми перетворених оцінок за кожною з альтернатив.

$D_1 = 6+6+5+6+4 = 27$; $D_2 = 4+5+6+5+6 = 26$;

$D_3 = 3+2+0+3+2 = 10$; $D_4 = 5+4+2+1+3 = 15$,

$D_5 = 12$, $D_6 = 9$, $D_7 = 6$.

Знаходимо суми всіх оцінок.

$D = 27 + 26 + 10 + 15 + 12 + 9 + 6 = 105.$

Знаходимо ваги альтернатив.

$U_1 = 27/105 = 0{,}26$, $U_2 = 26/105 = 0{,}25$, $U_3 = 10/105 = 0{,}10$,

$U_4 = 15/105 = 0{,}14$, $U_5 = 12/105 = 0{,}11$, $U_6 = 12/105 = 0{,}09$,

$U_7 = 6/105 = 0{,}06.$

Отже, на думку експертів, виробників за спаданням якості виробів можна розташувати таким чином: В1, В2, В4, В5, В3, В6, В7.

2. Знаходимо суми оцінок для кожної з альтернатив:

$S_1 = 1 + 1 + 2 + 1 + 3 = 8$, $S_2 = 3 + 2 + 1 + 2 + 1 = 9$,

$S_3 = 4 + 5 + 7 + 4 + 5 = 25$, $S_4 = 2 + 3 + 5 + 6 + 4 = 20$,

$S_5 = 6 + 6 + 6 + 3 + 2 = 23$, $S_6 = 7 + 4 + 4 + 5 + 6 = 26$,

$S_7 = 5 + 7 + 3 + 7 + 7 = 29.$

3.

$$\frac{M(N+1)}{2} = \frac{5 \cdot (7+1)}{2} = 20,$$

$$W = \frac{12 \sum_{j=1}^{N} \left(S_j - \frac{M(N+1)}{2}\right)^2}{M^2 N(N^2-1)} =$$

$$= \frac{12 \cdot ((8-20)^2 + (9-20)^2 + (25-20)^2 + \ldots + (29-20)^2)}{5^2 \cdot 7 \cdot (7^2-1)} = 0{,}59.$$

Степінь узгодженості експертних оцінок є достатнім, додаткове узгодження не потрібне.

Задача 6. Група з п’яти експертів оцінює якість виробів у семи різних виробників. Оцінки за 10-бальною шкалою, виставлені ними виробникам, представлені у таблиці.

Експерт	***Виробник***						
	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7
1	10	8	6	9	3	1	5
2	10	9	4	7	2	6	1
3	9	10	2	5	4	7	8
4	10	10	7	3	8	5	1
5	7	9	5	5	9	2	1

1. Розташувати виробників за якістю продукції (на думку експертів)

2. Перевірити експертні оцінки на узгодженість.

Рішення.

1. Знаходимо сумарні оцінки альтернатив всіма експертами:

$C_1 = 10 + 10 + 9 + 10 + 7 = 46$, $C_2 = 8 + 9 + 10 + 10 + 9 = 46$,

$C_3 = 6 + 4 + 2 + 7 + 5 = 24$, $C_4 = 9 + 7 + 5 + 3 + 5 = 29$,

$C_5 = 3 + 2 + 4 + 8 + 9 = 26$, $C_6 = 1 + 6 + 7 + 5 + 2 = 21$,

$C_7 = 5 + 1 + 8 + 1 + 1 = 16$.

Знаходимо суму всіх оцінок:

$C = 45 + 46 + 24 + 29 + 26 + 21 + 16 = 208$.

Знаходимо ваги альтернатив:

$V_1 = 46/208 = 0{,}22$, $V_2 = 46/208 = 0{,}22$, $V_3 = 24/208 = 0{,}12$,

$V_4 = 29/208 = 0{,}14$, $V_5 = 26/208 = 0{,}13$, $V_6 = 21/208 = 0{,}10$,

$V_7 = 16/208 = 0{,}08$.

Отже, на думку експертів, найкращу продукцію випускають виробники В1 та В2, дещо гірша у В4, ще трохи гірша у В5, ще – В3, далі В6, найгірша продукція у В7.

2. Знаходимо середні оцінки кожної альтернативи.

$\overline{X}_1 = 46/5 = 9{,}2$, $\overline{X}_2 = 46/5 = 9{,}2$, $\overline{X}_3 = 24/5 = 4{,}8$, $\overline{X}_4 = 29/5 = 5{,}8$,

$\overline{X}_5 = 26/5 = 5{,}2$, $\overline{X}_6 = 21/5 = 4{,}2$, $\overline{X}_7 = 16/5 = 3{,}2$.

Оцінюємо дисперсії оцінок кожного експерта.

$$D_{E1} = \frac{1}{6}((10-9{,}2)^2 + (8-9{,}2)^2 + (6-4{,}8)^2 + (9-5{,}8)^2 + (3-5{,}2)^2 + (1-4{,}2)^2 + (5-3{,}2)^2) = 5{,}35,$$

$$D_{E2} = \frac{1}{6}((10-9{,}2)^2 + (9-9{,}2)^2 + (4-4{,}8)^2 + (7-5{,}8)^2 + (2-5{,}2)^2 + (6-4{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2) = 3{,}51,$$

$$D_{E3} = \frac{1}{6}((9-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (2-4{,}8)^2 + (5-5{,}8)^2 + (4-5{,}2)^2 + (7-4{,}2)^2 + (8-3{,}2)^2) = 6{,}91,$$

$$D_{E4} = \frac{1}{6}((10-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (7-4{,}8)^2 + (3-5{,}8)^2 + (8-5{,}2)^2 + (5-4{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2) = 4{,}55,$$

$$D_{E5} = \frac{1}{6}((7-9{,}2)^2 + (9-9{,}2)^2 + (5-4{,}8)^2 + (5-5{,}8)^2 + (9-5{,}2)^2 + (2-4{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2) = 4{,}95.$$

Оцінюємо дисперсії оцінок кожної альтернативи.

$$D_{B1} = \frac{1}{4}((10-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (9-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (7-9{,}2)^2) = 1{,}7,$$

$$D_{B2} = \frac{1}{4}((8-9{,}2)^2 + (9-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (10-9{,}2)^2 + (9-9{,}2)^2) = 0{,}7,$$

$$D_{B3} = \frac{1}{4}((6-4{,}8)^2 + (4-4{,}8)^2 + (2-4{,}8)^2 + (7-4{,}8)^2 + (5-4{,}8)^2) = 3{,}7,$$

$$D_{B4} = \frac{1}{4}((9-5{,}8)^2 + (7-5{,}8)^2 + (5-5{,}8)^2 + (3-5{,}8)^2 + (5-5{,}8)^2) = 5{,}2,$$

$$D_{B5} = \frac{1}{4}((3-5{,}2)^2 + (2-5{,}2)^2 + (4-5{,}2)^2 + (8-5{,}2)^2 + (9-5{,}2)^2) = 9{,}7,$$

$$D_{B6} = \frac{1}{4}((1-4{,}2)^2 + (6-4{,}2)^2 + (7-4{,}2)^2 + (5-4{,}2)^2 + (2-4{,}2)^2) = 6{,}7,$$

$$D_{B7} = \frac{1}{4}((5-3{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2 + (8-3{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2 + (1-3{,}2)^2) = 10{,}2.$$

В даному випадку слід запропонувати обґрунтувати свої оцінки 3-му експерту. Крім того, слід звернути увагу на розбіжність оцінок для 5-ї та 7-ї альтернатив.

Практичне заняття № 6. МЕТОД РОЗВ'ЯЗКОВИХ МАТРИЦЬ

Мета заняття:

Ознайомитись з методом розв’язкових матриць, основними аспектами й умовами його використання.

Теоретичні відомості

Успіх складної експертизи визначається перш за все тим, як ми зможемо розкласти складну проблему на ряд простих. Тут немає точних рецептів. Один із прийомів був запропонований в 1966 р. Поспєловим Г. С. як засіб підвищення достовірності експертної оцінки шляхом поділу проблеми з великою невизначеністю на підпроблеми і покрокового отримання оцінок.

Розглянемо запропонований ним метод розв’язкових матриць на прикладі задачі розподілу асигнувань на фундаментальні дослідження. Свого часу це була реальна задача: постало питання про те, яким чином оцінити існуючий розподіл коштів в країні на дослідження фундаментального характеру і звести до мінімуму суб’єктивний елемент при вирішенні цієї проблеми, яка має величезне значення. Ця задача важка по суті, оскільки з безпосереднього опитування дослідників, що займаються даною проблемою, дуже складно отримати будь-яку інформацію, корисну для вироблення принципу розподілу асигнувань. Особі, яка планує бюджет, доводиться долати суперечність між природними науковими інтересами вченого, якому його предмет дослідження видається дуже важливим, та інтересами держави, яка може виділити на розвиток науки лише цілком обмежені кошти. Інтереси держави повинні бути представлені у формі деякої програми, деякого переліку цілей, який і є відправною точкою всієї роботи. Це дуже важливе положення – без чітко визначених цілей розвитку наукової діяльності сама постановка питання про порівняння різних принципів розподілу асигнувань позбавлена будь-якого сенсу. Цілі можуть бути самого різного змісту. Деякі з них будуть мати суто науковий характер. Наприклад, до 2030 року повинна бути проведена висадка людини на Марс, а в Антарктиді повинна бути створена нова лабораторія. Інші цілі можуть носити економічний характер, наприклад, створення термоядерних електростанцій або повна механізація тих чи інших технологічних процесів. Треті – оборонний характер, припустимо, створення надійної системи протиракетної оборони або стіни на кордоні з агресивним сусідом, і т. ін.

Ми залишаємо осторонь процес вироблення самої програми. По суті, це теж певна процедура, яка визначається напрямком розвитку наукового потенціалу країни. Будемо вважати перелік наукових цілей заданим. Позначимо його через $\boldsymbol{\alpha}$, де $\boldsymbol{\alpha}$ – вектор з компонентами α_i $(i = 1, 2, \dots, n_1)$.

Процедура побудови плану розподілу асигнувань передбачає, що всі компоненти вектора $\boldsymbol{\alpha}$ додатні й нормовані, тобто $\sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i = 1$.

Подальшу процедуру прив'яжемо до того поділу дослідних робіт, який існує в країні. Традиційним є поділ на дослідно-конструкторські розробки, прикладні та фундаментальні дослідження. Тому наступний етап полягає у визначенні переліку дослідно-конструкторських розробок. Група експертів називає деякий перелік – вектор $\boldsymbol{\beta}$ з компонентами β_i $(i = 1, 2, \dots, n_2)$ дослідно-конструкторських розробок, покликаних забезпечити досягнення цілей. Однак тепер навряд чи можливо вимагати від експертів завдання ваг компонент вектора $\boldsymbol{\beta}$. Справді, з яких міркувань можна зіставити розробку рухової установки для космічного корабля зі створенням робота для механізації ручної роботи? Тільки зв'язавши ці дослідно-конструкторські розробки з переліком $\boldsymbol{\alpha}$ і вагами робіт цього переліку. Для визначення цих ваг була запропонована наступна процедура. Дослідно-конструкторські розробки, як правило, служать відразу декільком науковим цілям. Тому перед експертом ставиться відносно просте завдання побудови матриці $\boldsymbol{A} = \left(a_{ij}\right)_{i=1\ j=1}^{n_2\ n_1}$ значущості дослідно-конструкторських робіт. Елемент a_{ij} – це невід'ємне число, що показує внесок дослідно-конструкторської роботи β_i в реалізацію напрямку α_j. Ці величини також нормуються: $\sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} = 1$. Тепер в якості ваги конструкторської розробки номера i природно прийняти величину $\beta_i = \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij}\alpha_j$. Таким чином, отримуємо формулу $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{A\alpha}$, яка дає відображення множини науково-технічних цілей на множину дослідно-конструкторських розробок. Отриманий вектор $\boldsymbol{\beta}$ за потреби нормуємо наступним чином: 1) знаходимо $\beta^* = \sum_{i=1}^{n_2} \beta_i$, 2) знаходимо $\hat{\beta}_i = \frac{\beta_i}{\beta^*}$.

Для забезпечення дослідно-конструкторських розробок повинні бути проведені наукові дослідження прикладного характеру. Перелік цих робіт ми позначатимемо за допомогою вектора $\boldsymbol{\gamma} = \left(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n_3}\right)^{\mathrm{T}}$. Тепер завдання групи експертів полягає в складанні переліку прикладних досліджень та створенні матриці $\boldsymbol{B}$ значущості прикладних досліджень.

Групи експертів, що складають матриці $\boldsymbol{A}$ та $\boldsymbol{B}$, в загальному випадку складаються з різних осіб, оскільки вирішення вказаних питань вимагає різної кваліфікації та різної спрямованості наукових інтересів. Коли матрицю $\boldsymbol{B}$ задано, ми можемо, міркуючи аналогічним чином, побудувати відображення множини дослідно-конструкторських розробок на множину прикладних досліджень: $\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{B\hat{\beta}}$. За потреби нормуємо отриманий вектор $\boldsymbol{\gamma}$: $\hat{\gamma}_i = \frac{\gamma_i}{\sum \gamma_i}$.

Після цього нам лишається лише один крок. Наступна група експертів перераховує можливі напрямки фундаментальних досліджень. Вони утворюють вектор $\boldsymbol{\delta} = \left(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n_4}\right)^{\mathrm{T}}$. Складається матриця $\boldsymbol{C}$ значущості відповідних фундаментальних досліджень, необхідних для успішного завершення відповідних прикладних досліджень. В результаті можемо побудувати

відображення множини прикладних досліджень на множину фундаментальних досліджень: $\boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{\gamma}}$. За потреби нормуємо отриманий вектор $\boldsymbol{\delta}$: $\hat{\delta}_i = \frac{\delta_i}{\sum \delta_i}$.

В результаті запропонованої процедури ми знайшли відносну вагу окремих фундаментальних досліджень в успішній реалізації запланованої програми. Бюджет ділиться пропорційно вагам компонент вектора $\widehat{\boldsymbol{\delta}}$.

Таким чином, робота експертів представляється у вигляді декількох рівнів (див. рис. 1.6.1): напрямки досліджень → ДКР → прикладні НДР → фундаментальні НДР.

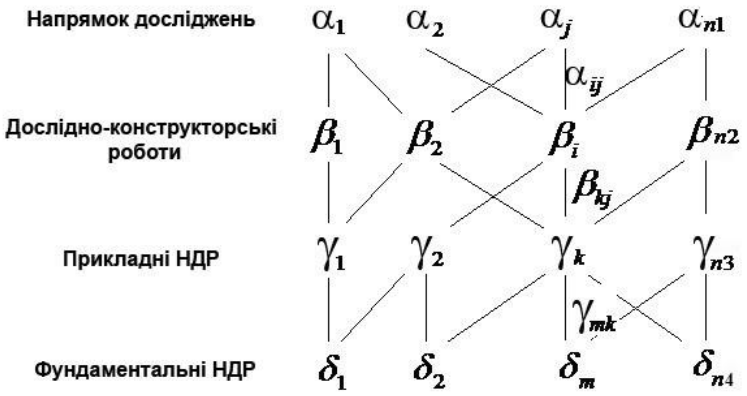

Рис. 1.6.1. Рівні роботи експертів

Приклад 1. Оцініть вплив фундаментальних НДР на проектування системи управління підприємством, використовуючи метод розв'язкових матриць. Вихідні дані для вирішення представлені на рис. 1.6.2.

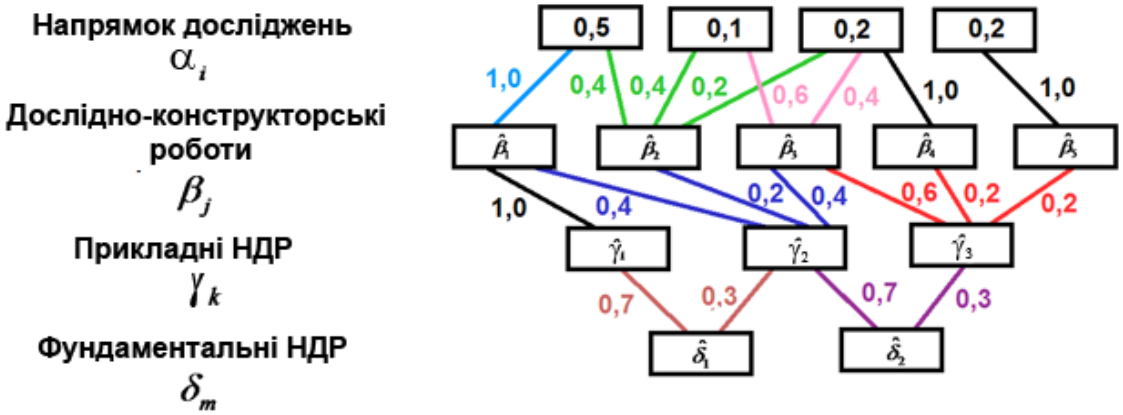

Рис.1.6.2. Вихідні дані прикладу 1

Рішення

1. Визначимо відносні ваги дослідно-конструкторських робіт за формулою:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} \cdot \alpha_j \ (i = 1,2, \dots ,5).$$

$\beta_1 = 1{,}0 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$, $\beta_2 = 0{,}4 \cdot 0{,}5 + 0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}28$,
$\beta_3 = 0{,}6 \cdot 0{,}1 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}14$, $\beta_4 = 1{,}0 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$, $\beta_5 = 1{,}0 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$;
$\sum \beta_i = 1{,}32$.

Відносні ваги по всіх рівнях повинні бути нормовані.

$\hat{\beta}_1 = {}^{0{,}5}/_{1{,}32} = 0{,}38$, $\hat{\beta}_2 = {}^{0{,}28}/_{1{,}32} = 0{,}21$, $\hat{\beta}_3 = {}^{0{,}14}/_{1{,}32} = 0{,}11$,
$\hat{\beta}_4 = {}^{0{,}2}/_{1{,}32} = 0{,}15$, $\hat{\beta}_5 = {}^{0{,}2}/_{1{,}32} = 0{,}15$; $\sum \hat{\beta}_i = 1{,}0$.

2. Визначимо відносні ваги прикладних досліджень за формулою:

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^{n_2} b_{ki} \cdot \hat{\beta}_i \; (k = 1, 2, 3).$$

$\gamma_1 = 1{,}0 \cdot 0{,}38 = 0{,}38$, $\gamma_2 = 0{,}4 \cdot 0{,}38 + 0{,}2 \cdot 0{,}21 + 0{,}4 \cdot 0{,}11 = 0{,}24$,
$\gamma_3 = 0{,}6 \cdot 0{,}11 + 0{,}2 \cdot 0{,}15 + 0{,}2 \cdot 0{,}15 = 0{,}13$; $\sum \gamma_k = 0{,}75$.

Відносні ваги по всіх рівнях повинні бути нормовані.

$\hat{\gamma}_1 = {}^{0{,}38}/_{0{,}75} = 0{,}51$, $\hat{\gamma}_2 = {}^{0{,}24}/_{0{,}75} = 0{,}32$, $\hat{\gamma}_3 = {}^{0{,}13}/_{0{,}75} = 0{,}17$;
$\sum \hat{\gamma}_k = 1{,}0$.

3. Визначимо відносні ваги фундаментальних досліджень за формулою:

$$\delta_m = \sum_{\text{к}=1}^{n_3} c_{m\text{к}} \hat{\gamma}_k \; (m = 1, 2).$$

$\delta_1 = 0{,}7 \cdot 0{,}51 + 0{,}3 \cdot 0{,}32 = 0{,}45$, $\delta_2 = 0{,}7 \cdot 0{,}32 + 0{,}3 \cdot 0{,}17 = 0{,}28$,
$\sum \delta_m = 0{,}73$.

$\hat{\delta}_1 = {}^{0{,}45}/_{0{,}73} = 0{,}62$, $\hat{\delta}_2 = {}^{0{,}28}/_{0{,}73} = 0{,}38$, $\sum \hat{\delta}_m = 1{,}0$.

Висновок. Таким чином, фундаментальне дослідження 1 отримує 62% асигнувань, а дослідження 2 – 38%.

Приклад 2. Оцініть вплив фундаментальних НДР на проектування системи управління підприємством, використовуючи метод розв’язкових матриць. Напрями досліджень на кожному рівні представлені на рис. 1.6.3. Зв'язки між рівнями вказані в таблицях. Відносні ваги напрямків досліджень $\alpha_1 = 0{,}1$, $\alpha_2 = 0{,}1$, $\alpha_3 = 0{,}3$, $\alpha_4 = 0{,}5$.

$$\alpha := \begin{pmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}1 \\ 0{,}3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix},\ A := \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}4 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}05 & 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}9 & 0{,}2 & 0 \end{pmatrix},\ B := \begin{pmatrix} 0{,}02 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 0{,}1 & 0{,}6 \\ 0{,}08 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0{,}8 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}4 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0 & 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0{,}4 & 0{,}2 & 1 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0 & 0{,}3 \\ 1 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}5 & 0 & 0{,}6 \end{pmatrix}.$$

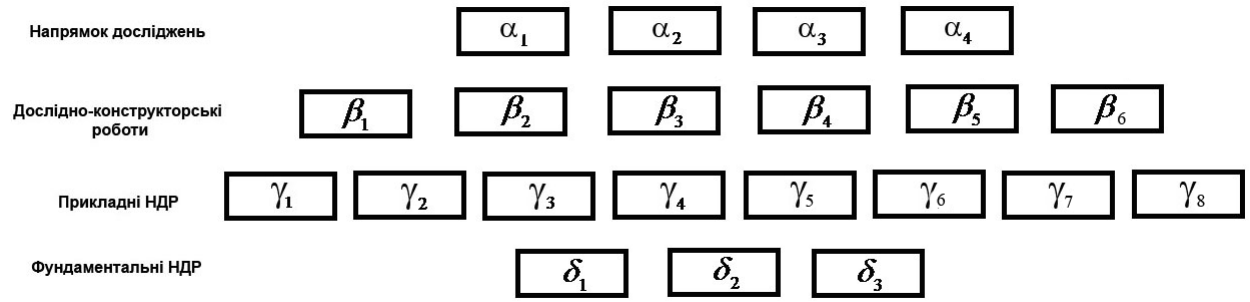

Рис. 1.6.3. Напрямки досліджень

Рішення.

1. Визначимо відносні ваги дослідно-конструкторських робіт за формулою:

$$\beta_i = \sum_{j=1}^{n_1} a_{ij} \cdot \alpha_j \ (i = 1, 2, \cdots, 6);$$

$$\beta_1 = 0{,}6 \cdot 0{,}1 + 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}3 + 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}29,$$

$$\beta_2 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 + 0 + 0 + 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}21,$$

$$\beta_3 = 0{,}05 \cdot 0{,}1 + 0{,}1 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}205,$$

$$\beta_4 = 0{,}05 \cdot 0{,}1 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0 = 0{,}065,$$

$$\beta_5 = 0 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0 = 0{,}06,$$

$$\beta_6 = 0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0{,}9 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0 = 0{,}17,$$

$$\sum \beta_i = 1.$$

2. Відносні ваги можна не нормувати, вони вийшли вже нормованими.

3. Визначимо відносні ваги прикладних досліджень за формулою:

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^{n_2} b_{ki} \cdot \hat{\beta}_i \ \ (k = 1, 2, \ldots, 8).$$

$$\gamma_1 = 0{,}02 \cdot 0{,}29 + 0{,}1 \cdot 0{,}21 + 0{,}2 \cdot 0{,}205 + 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}06 + 0{,}6 \cdot 0{,}17 = 0{,}1758,$$

$$\gamma_2 = 0{,}08 \cdot 0{,}29 + 0{,}1 \cdot 0{,}21 + 0 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}06 + 0 = 0{,}0562,$$

$\gamma_3 = 0{,}8 \cdot 0{,}29 + 0{,}2 \cdot 0{,}21 + 0{,}2 \cdot 0{,}205 + 0 + 0{,}5 \cdot 0{,}06 + 0 = 0{,}345,$

$\gamma_4 = 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}21 + 0 + 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}06 + 0{,}1 \cdot 0{,}17 = 0{,}044,$

$\gamma_5 = 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}21 + 0{,}2 \cdot 0{,}205 + 0{,}4 \cdot 0{,}065 + 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}17 = 0{,}105,$

$\gamma_6 = 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}21 + 0 + 0{,}1 \cdot 0{,}065 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}17 = 0{,}0615,$

$\gamma_7 = 0 + 0{,}3 \cdot 0{,}21 + 0{,}2 \cdot 0{,}205 + 0{,}2 \cdot 0{,}065 + 0 + 0 = 0{,}117,$

$\gamma_8 = 0{,}1 \cdot 0{,}29 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}205 + 0{,}3 \cdot 0{,}065 + 0{,}1 \cdot 0{,}06 + 0 = 0{,}0955,$

$\sum \gamma_k = 1.$

4. Відносні ваги можна не нормувати, вони вийшли вже нормованими.

5. Визначимо відносні ваги фундаментальних досліджень за формулою:

$$\delta_m = \sum_{\kappa=1}^{n_3} c_{m\kappa}\hat{\gamma}_k \ (m = 1, 2, 3),$$

$\delta_1 = 0 + 0 + 1 \cdot 0{,}345 + 1 \cdot 0{,}044 + 0{,}4 \cdot 0{,}105 + 0{,}2 \cdot 0{,}0615 + 1 \cdot 0{,}117 + 0{,}1 \cdot 0{,}0955 = 0{,}56985,$

$\delta_2 = 0 + 0{,}5 \cdot 0{,}0562 + 0 + 0 + 0{,}4 \cdot 0{,}105 + 0{,}3 \cdot 0{,}0615 + 0 + 0{,}3 \cdot 0{,}0955 = 0{,}1172,$

$\delta_3 = 1 \cdot 0{,}1758 + 0{,}5 \cdot 0{,}0562 + 0 + 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}105 + 0{,}5 \cdot 0{,}0615 + 0 + 0{,}6 \cdot 0{,}0955 = 0{,}31295.$

$\sum \delta_m = 1.$

Висновок. Таким чином, фундаментальне дослідження 1 отримує 57% асигнувань, дослідження 2 – 12%, дослідження 3 – 31% асигнувань.

Розділ 2. Лабораторні роботи

Лабораторна робота № 1. ПОДАННЯ СИСТЕМИ У ВИГЛЯДІ «ЧОРНОГО ЯЩИКА»

Мета роботи:

освоїти метод «чорного ящика» і навчитися виділяти сильні і слабкі сторони функціонування системи.

Завдання роботи:

- побудувати «чорний ящик» системи, виділивши по 7-8 входів і виходів;
- встановити зв'язки між входами і виходами;
- на підставі зв'язків виділити найбільш істотні входи і виходи;
- виділити сильні і слабкі сторони системи.

Предмет і об'єкт роботи

визначаються відповідно до варіанта завдання.

Обладнання та матеріали

Для виконання лабораторної роботи використовується персональний комп'ютер з встановленим офісним програмним забезпеченням. Оформлення роботи може бути виконано з використанням засобів Microsoft Word і Microsoft Visio або аналогів. Можливо використання інтернет-ресурсів, інших ЗМІ.

Теоретичні відомості

«Чорний ящик» – термін, що широко застосовувався в кібернетиці при поданні досліджуваного об'єкта моделлю «вхід – вихід». Образна назва «чорний ящик» пояснюється тим, що через складність досліджуваного об'єкта і неможливість зрозуміти його внутрішню будову дослідник обмежується спостереженням за його поведінкою на основі вимірювання тільки вхідних впливів і вихідних результатів, тобто закономірностей зміни «виходів» в залежності від зміни «входів». При цьому не ставиться завдання вивчення складу і структури системи. Однак, модель «чорного ящика» недостатня при дослідженні систем з активними елементами, оскільки для таких систем важливим є вивчення внутрішньої структури, закономірностей поведінки активних елементів системи.

Модель «чорного ящика» повинна містити явний критерій ефективності, який дозволяє визначити, наскільки рішення близько до мети («виходи»). При

побудові моделі надзвичайно важливо вказати, як змінні рішення будуть впливати на вказаний критерій («входи») (рис. 2.1.1).

Може існувати кілька способів визначення змінних рішення, і не завжди відразу вдається знайти найбільш підходящі з них. Цілі також можуть бути не цілком ясні. Проблеми виникають і в разі, коли цілей багато і необхідно вибрати одну з них, до того ж зазвичай неможливо оптимізувати одночасно дві різні цілі. Тому, як правило, безглуздо намагатися отримати «найбільший прибуток при мінімальних вкладеннях» або «максимальні блага для більшості людей».

В силу цих причин на першому, концептуальному етапі побудови моделі деталі її роботи зазвичай не розглядаються. Основна увага приділяється визначенню: 1) входів, тобто того, що модель повинна обробляти, і 2) виходів – того, що модель виробляє. Модель на даному етапі називається «чорним ящиком», оскільки ще не відомо, яка логіка буде реалізована в моделі.

Рис.2.1.1. Модель, побудована за принципом «чорного ящика»

Після визначення входів і виходів моделі їх необхідно розбити на дві категорії: входи, іменовані зовнішніми змінними, діляться на рішення – змінні, контрольовані менеджером, і параметри – змінні, які менеджер керувати не може. Прикладами змінних рішення можуть служити ціна виробу; величина попиту і ін. Приклади параметрів: ціни, які призначаються конкурентами; фізичні обмеження місткості складського приміщення; вартість одиниці сировини; прогнозована кількість опадів і т. ін. Багато з неконтрольованих вхідних величин можуть бути невідомі заздалегідь. Трактуючи їх як параметри, можна будувати модель так, як якщо б вони були відомі. Пізніше можна конкретизувати чисельні значення цих величин, проаналізувавши дані і оцінивши ці значення або просто поставити передбачуване значення при аналізі моделі.

Виходи, звані внутрішніми змінними, діляться на показники ефективності (або критерії), які визначають ступінь наближення до мети, і результуючі змінні, які відображають інші наслідки моделювання і допомагають зрозуміти і правильно інтерпретувати результати роботи моделі. Критерії особливо важливі, тому що саме вони показують, наскільки вдалося наблизитися до переслідуваної мети. Тому критерії часто називають цільовими функціями. Прикладами цільових функцій є дохід, частка ринку, сукупні витрати, ступінь задоволення клієнтів і ін. Приклади результуючих змінних – розбивка доходу за статтями, кількість проданих виробів та ін.

Контрольні питання

1. Які входи і виходи найбільш істотні для досліджуваної системи, а значить, їх необхідно враховувати при організації управління системою?

2. Що дає розуміння входів і виходів системи?

3. Чому модель «чорного ящика» не може бути достатньою при дослідженні складних соціально-економічних систем?

Варіанти завдань для виконання лабораторних робіт:

1. Підприємство по розробці і супроводу програмного забезпечення.
2. Підприємство по продажу й обслуговуванню комп'ютерної техніки.
3. Провайдер телекомунікаційних послуг.
4. Підприємство роздрібної торгівлі продовольчими товарами.
5. Підприємство роздрібної торгівлі непродовольчими товарами.
6. Інтернет-магазин.
7. Науково-дослідне підприємство.
8. Середня школа.
9. Страхова компанія.
10. Підприємство по наданню аудиторських, бухгалтерських послуг.
11. Муніципальні органи влади.
12. Підприємство по наданню поліграфічних послуг.
13. Підприємство по наданню дизайнерських послуг.
14. Рекламна агенція.
15. Готель.
16. Поліклініка
17. Фітнес-центр.
18. Салон краси.
19. Тренажерний зал.
20. Санаторій.
21. Банк.
22. Гірськолижний курорт.
23. Клінінгова компанія.
24. Підприємство по наданню послуг кейтерінгу.
25. Стоматологічна клініка.
26. Будівельна фірма.
27. Фірма по наданню послуг ремонту приміщень.
28. Стоматологічний кабінет.
29. Ломбард.
30. Кондитерський цех.

Порядок виконання лабораторної роботи:

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями та вказівками по виконанню лабораторної роботи.

2. Обрати завдання відповідно до номера студента в списку. Студенти можуть за взаємною домовленістю і згодою викладача обмінятися завданнями.
3. Дослідити задану систему за допомогою застосування методу «чорного ящика», а саме – визначити по 7-8 входів і виходів і виділити по 3 найбільш істотних. Побудувати схему виду Рис. 2.1.1.
4. Заповнити таблицю рис. 2.1.2.

Входи		**Виходи**	
1		1	
…..		….	
8		8	

Рис. 2.1.2. Загальна схема «чорного ящика»

5. На основі аналізу входів і виходів системи описати, як зовнішнє середовище впливає на систему, як система впливає на середовище.
6. Виділити сильні й слабкі сторони системи.
7. Зробити висновки.

Лабораторна робота №2. ПОБУДОВА ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ

Мета роботи:

Опанувати другий етап аналізу систем – побудову функціональної моделі системи у вигляді контекстної діаграми.

Завдання:

1. Побудувати з використанням стандарту IDEF0 функціональну модель першого рівня для обраної системи.
2. Побудувати моделі другого, за необхідності – третього і т. д. рівнів для обраної системи.
3. Зробити висновки щодо доцільності та користі використання функціональних моделей.

Предмет і об’єкт роботи

визначаються відповідно до варіанта завдання.

Обладнання та матеріали

Для виконання лабораторної роботи використовується персональний комп’ютер з встановленим офісним програмним забезпеченням. Можливо використання інтернет-ресурсів, інших ЗМІ.

Теоретичні відомості

Функціональне моделювання – це процес побудови функціональних моделей досліджуваного об'єкта або окремих процесів. Методологія функціонального моделювання являє собою сукупність методів, правил і процедур, призначених для побудови функціональної моделі будь-якої предметної області. Функціональна модель – суть орієнтований граф, вершинами якого є виконувані функції, а дугами або елементи підсистеми, або потоки інформації, речовини або енергії. Функціональна модель розробляється з метою виявлення базових функцій і їх взаємозв'язку. Використовуються різні моделі, які описують:

1. функціональну структуру системи;
2. послідовність виконуваних дій;
3. передачу інформації між функціональними процесами;
4. відносини між даними.

Для побудови функціональної моделі використовується стандарт IDEF0 (Icam DEFinition). Функціональна модель згідно стандарту IDEF0 являє собою

сукупність ієрархічно впорядкованих і взаємопов'язаних діаграм. Модель містить три типи діаграм: контекстна; декомпозиції; дерева вузлів.

Контекстна діаграма є вершиною деревовидної структури і являє загальну функцію системи і її взаємозв'язок із зовнішнім світом.

На основі контекстної діаграми виконується функціональна декомпозиція системи до досягнення необхідного рівня детальності опису. Кожна діаграма декомпозиції містить блоки і дуги (стрілки).

IDEF0 – Function Modeling – методологія функціонального моделювання, призначена для формалізації і опису бізнес-процесів. Відмінною особливістю IDEF0 є її акцент на підпорядкованість об’єктів. В IDEF0 розглядаються логічні відносини між об’єктами, а не їх часова послідовність.

Основні вимоги до схеми

1. Функціональна модель IDEF0 являє собою набір блоків, кожен з яких – «чорна скриня» з входами та виходами, керуванням і механізмами, які деталізуються (підлягають декомпозиції) до необхідного рівня. Найважливіша функція знаходиться у верхньому лівому кутку. З’єднуються між собою функції за допомогою стрілок і описів функціональних блоків
2. Вхідні стрілки – ввідні, які ставлять певне завдання, матеріали та інформація, які при цьому використовуються. Зображуються стрілкою, що входять в блок з лівого боку
3. Вихідні – результат діяльності.
4. Керуючі (згори донизу) – механізми управління (положення, інструкції і т. ін.); потоки інформації про управління або обмеження – входять в блок згори
5. Механізм (людина, автоматизована система, верстат і т. ін.), який здійснює операцію, ресурси, які при цьому задіяні, але не піддаються переробці, представляються дугами, що входять в блок знизу.
6. Стрілки підписані за допомогою іменників (досвід, план, правила), а блоки підписані за допомогою дієслів, тобто вони описують дії, які виконуються (створити продукт, укласти контракт, зробити відправку).

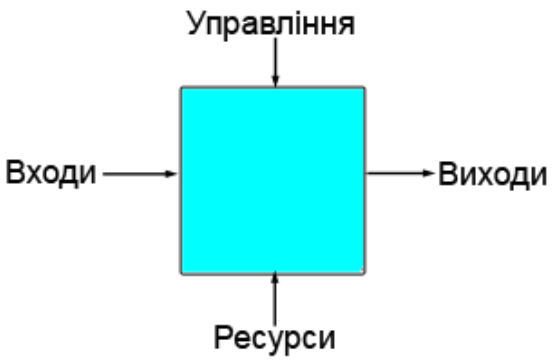

Рис. 2.2.1. Загальна схема функціонування системи

Методичні вказівки

І Початок роботи

1. Ознайомитися з методологією IDEF0 з використанням запропонованої літератури та/або мережі Інтернет.

2. В додатку 1 обрати завдання відповідно до свого номеру в списку групи. За бажання можна обмінюватись варіантами, попередивши викладача. Зверніть увагу, створювати треба схему функціональну, тобто для запропонованих систем зображується схема пов'язаного з нею процесу – створення чи функціонування – на власний розсуд.

ІІ Побудова функціональної моделі системи

1. Визначити виходи системи. Це можуть бути як корисні виходи (продукти, послуги), так і некорисні (відходи). Визначити входи системи, тобто те, що переробляється системою для отримання корисного виходу.
2. Визначити основні ресурси (персонал, технології), необхідні для перетворення входів на виходи.
3. Визначити, які керуючі механізми використовуються системою для перетворення входів на виходи.
4. Описати основні компоненти системи і зв'язки між ними.
5. Створити функціональну модель системи, користуючись стандартом IDEF0.
6. Зробити декомпозицію системи.
7. Для кожної з підсистем повторити пп. 2-5.
8. Створити функціональну модель системи другого рівня.

Перелік варіантів завдань

1. Літак
2. Мобільний телефон
3. Калькулятор
4. Ноутбук
5. Месенджер (типу Telegram)
6. Онлайн-перекладач
7. Модельна агенція
8. Футбольна команда
9. Музична група
10. Автомобіль
11. Компанія зі створення програмного забезпечення
12. Інтернет-магазин
13. Салон краси
14. Суші-бар

15. Середня школа
16. Страхова компанія
17. Рекламна агенція
18. Готель
19. Тренажерний зал.
20. Провайдер Інтернет
21. Дитячий садок
22. Масажний кабінет
23. Магазин побутової техніки
24. Онлайн калькулятор
25. Продуктовий магазин
26. Приватна стоматологічна клініка
27. Нотаріальна контора
28. Ломбард
29. Школа йоги
30. Майстерня по ремонту автомобілів

Приклад створення функціональної моделі IDEF0

Щоб зрозуміти, як працювати з функціональним моделюванням, наведемо приклад процесу написання статті.

Основний блок – «Написати статтю» (рис. 2.2.2).

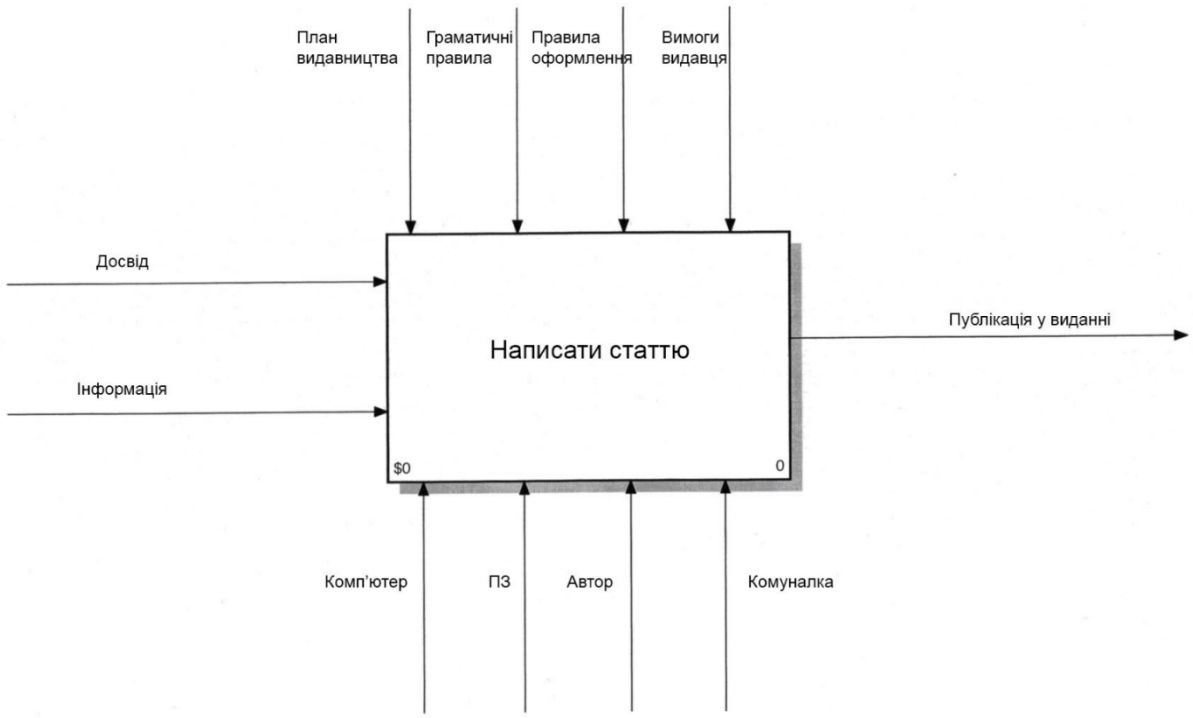

Рис. 2.2.2. Приклад опису функціональної моделі верхнього рівня

Вхідні стрілки – «Досвід», «Інформація». Це ті ввідні, які необхідні для початку роботи.

Керуючі для написання статті – це «План видавництва», «Вимоги видавця», «Правила оформлення», «Граматичні правила».

В ролі «Механізмів» виступають автор, комп'ютер, програмне забезпечення, комунальні послуги та оренда. А програмне забезпечення – це ті інструменти, які використовують в роботі всі учасники процесу.

Таким чином, ми встановили основні параметри процесу, його вхід, вихід, а також все необхідне для успішного проведення процесу. Але це тільки базові рамки процесу. Так описується загальна схема та процес в цілому.

Насправді процес створення статті, як і будь-який бізнес-процес, може і має бути деталізованим. Для цього ми робимо декомпозицію загального блоку «Написати статтю» на пов'язані елементи.

У нашому випадку робота поділяється на 4 основні етапи (рис. 2.2.3):

1. Створити план та чернетку статті.
2. Створити текст статті.
3. Зверстати статтю.
4. Розмістити статтю.

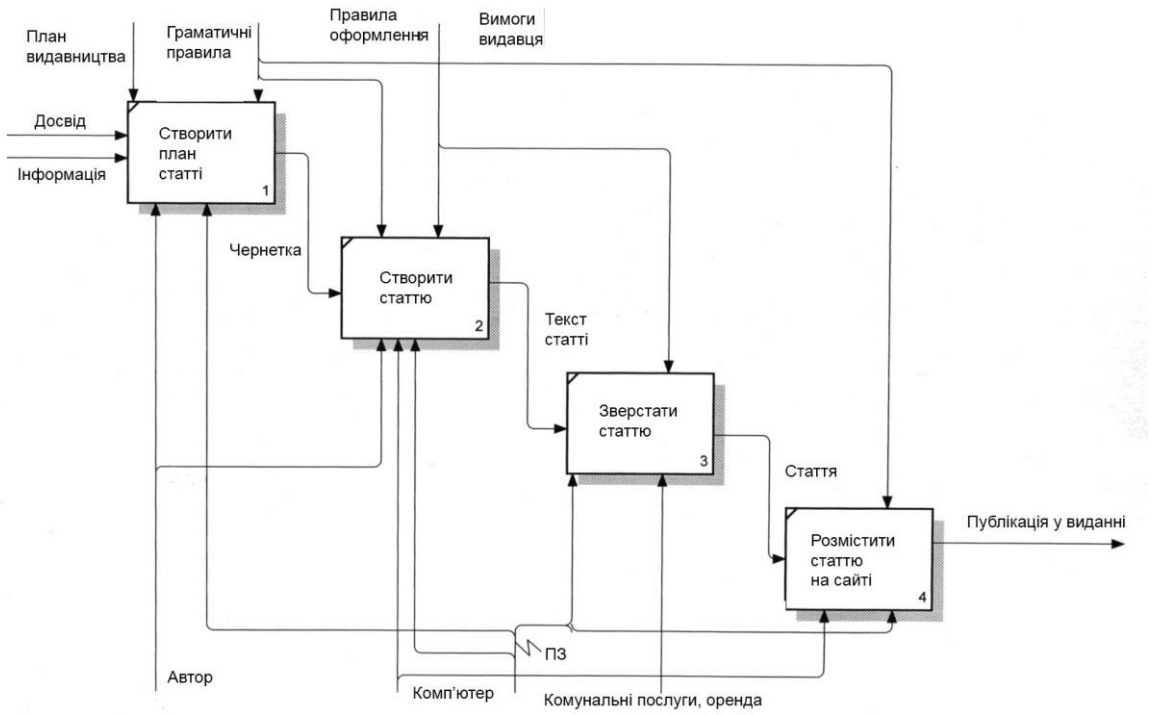

Рис. 2.2.3. Приклад опису функціональної моделі бізнес-процесу другого рівня

На схемі наочно видно, на якому етапі задіяні які керуючі елементи та які механізми.

Таким чином, автор при створенні плану та чернетки використовує свої знання і досвід та інформацію, при цьому він керується планом публікації та граматичними правилами. На основі чернетки створюється стаття, при цьому автор керується граматичними правилами, правилами оформлення та вимогами

видавця. На наступному етапі з тексту створюється верстка статті (Можливо, в схему знадобиться додати верстальника, якщо автор не створює верстку сам). Потім зверстана стаття розміщується на сайті. Для розміщення статті у виданні необхідне спеціальне програмне забезпечення. При виконанні останніх двох етапів керуються правилами оформлення та вимогами видавця.

При створенні функціональної моделі ключовими параметрами є мета і точка зору. На їх основі моделювання однакових процесів може виглядати трохи по-різному. Наприклад, в даному випадку, мета полягає в тому, щоб розповісти про процес написання статті. Якби той самий процес був описаний з точки зору верстальника, ввідними були б досвід автора і текст статті. У цьому випадку під «Досвідом» буде розумітися досвід верстальника, а не автора. Тому перше, що потрібно визначити при створенні моделі бізнес-процесу, – це вибір точки зору і чітке формулювання мети.

Таке моделювання не тільки наочне, але і дуже зручне для прийняття ефективних управлінських рішень. Наприклад, в бізнес-процесі, описаному вище, є два окремих спеціалісти – автор і верстальник. Якщо ми встановлюємо завдання оптимізувати фінансування проекту, то схема дозволяє нам відразу побачити, де і як це зробити. Наприклад, при необхідності можна, скажімо, за половину вартості обов'язки верстальника запропонувати автору. Так можна зекономити гроші і час на взаємодію різних фахівців. Без такого наочного інструменту було б важче визначити, які з блоків можна усунути і, таким чином, оптимізувати роботу.

Вимоги стандарту IDEF0

1. Основні вимоги стандарту IDEF0, в принципі, описані вище і показані в прикладі.
2. У верхньому лівому кутку завжди основний елемент.
3. Всі елементи повинні мати вхідні і вихідні стрілки, оскільки для виконання завдання вам потрібно отримати щось на вході (порядок, завдання), а після обробки на виході необхідно передати готовий виріб. Вхідні стрілки завжди зліва, вихідні – праворуч.
4. Згори – елементи керування, знизу – механізми, необхідні для виконання цього процесу.
5. Якщо на одному аркуші є кілька блоків, то кожен наступний знаходиться праворуч і нижче попереднього.
6. Необхідно прагнути створити схеми так, щоб перетин стрілок зводився до необхідного мінімуму.

Лабораторна робота № 3. РІШЕННЯ СЛАБОСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ (МАІ)

Мета роботи:

– ознайомлення з поняттям слабоструктурованої задачі, зокрема з задачами багатокритеріального вибору альтернатив;

– опанування метода аналізу ієрархій і використання його для розв’язання слабоструктурованих задач.

Завдання:

1. Самостійно задати перелік альтернатив та критеріїв. Альтернативи обирати реальні (наприклад, з Інтернету). Значення критеріїв для обраних альтернатив навести у вигляді таблиці
2. Зобразити схему ієрархічної декомпозиції задачі (мета – критерії – альтернативи).
3. Створити матриці попарних порівнянь на основі підібраних значень.
4. Обчислити оцінки ваги критеріїв та вектори локальних пріоритетів альтернатив за кожним з критеріїв.
5. Перевірити на суперечливість матриці попарних порівнянь критеріїв та альтернатив.
6. Обчислити глобальні пріоритети. Зробити висновок щодо вибору об’єкта.

Предмет і об’єкт роботи

визначаються відповідно до варіанта завдання.

Обладнання та матеріали

Для виконання обчислень можна користуватися калькулятором, програмами (на кшталт Excel, MathCad і т. ін.), можна запрограмувати самостійно. Забороняється користуватися готовими програмами для МАІ з пакетів та бібліотек).

Теоретичні відомості та приклад

Слабоструктуровані задачі – задачі, в постановці яких містяться як об’єктивні дані (числові співвідношення, формули,…), так і суб’єктивні, тобто оцінки чи вимоги, задані в вербальній формі.

Типовий приклад слабоструктурованих задач – задачі багатокритеріального вибору альтернатив. В таких задачах кожне з можливих рішень (альтернатив)

оцінюється за декількома показниками (критеріями). Оцінки за критеріями можуть мати різний вигляд:

– числові (наприклад, вартість, продуктивність, швидкість, відстань і т. ін.);

– якісні («відмінно», «добре», «погано», «зручно», «незручно», «надійно» та різні їх ступені – «дуже», «трохи» і т. ін.);

– критерії «так-ні».

Крім того, критерії можуть бути різними за важливістю, тобто при виборі слід деяким з них надавати більшого значення, ніж іншим. Все це ускладнює рішення таких задач. Для їх рішення використовуються методи системного аналізу, що поєднують математичні методи та методи експертного аналізу.

Приклад. Підприємство – виробник побутової техніки обирає місце для розміщення сервісного центру (СЦ). Є можливість обрати з чотирьох локацій (позначимо їх М1, М2, М3, М4). При виборі враховуються три критерії: витрати на розміщення СЦ, близькість до користувачів, зручність зв'язку з підприємством-виробником. Характеристики можливих місць розміщення СЦ наведені в табл. 2.3.1.

Таблиця 2.3.1

Критерії	М1	М2	М3	М4
К1, витрати, тис. грн.	400	450	1200	500
К2, близькість до користувачів	близько	далеко	дуже близько	близько
К3, зручність зв'язку з підприємством	зручно	зручно (трохи краще, ніж для М1)	дуже зручно	дуже зручно

Рішення. Розв'язання задачі починається з декомпозиції та представлення задачі в ієрархічній формі. На першому (верхньому) рівні завжди знаходиться мета, в даному випадку – місце. На другому – фактори або критерії (у нас 3), на третьому (нижньому) рівні – запропоновані альтернативи (у нас 4), які повинні бути оцінені по відношенню до критеріїв другого рівня (рис. 2.3.1).

Потім виконується попарне порівняння всіх елементів, що враховуються при вирішенні задачі. Спочатку порівнюються критерії за їхньою важливістю. Потім порівнюються альтернативи за кожним критерієм. Для цього заповнюються матриці попарних порівнянь. На основі матриць попарних порівнянь обчислюються оцінки важливості критеріїв (вектор локальних пріоритетів для критеріїв), оцінки пріоритетів альтернатив за кожним з критеріїв (вектори локальних пріоритетів для альтернатив за кожним з критеріїв), потім узагальнені оцінки пріоритетів (вектор глобальних пріоритетів).

За рішенням експертів, матриця попарних порівнянь для критеріїв має вигляд:

	К1	К2	К3
К1	1	1/2	7

К2	2	1	8
К3	1/7	1/8	1

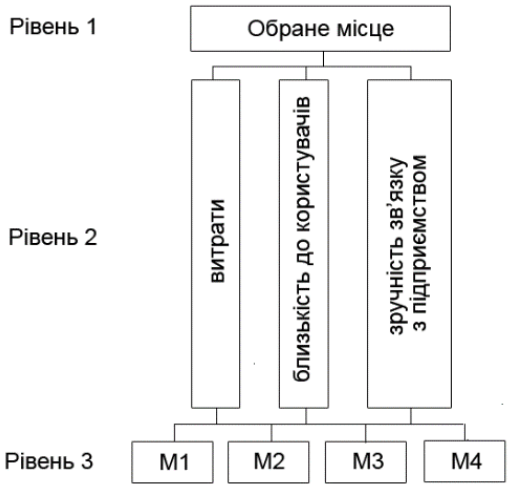

Рис 2.3.1. Схема ієрархічної декомпозиції

Обчислюємо локальні пріоритети.

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7} = 1{,}52, \qquad C_2 = \sqrt[3]{2 \cdot 1 \cdot 8} = 2{,}52, \qquad C_3 = \sqrt[3]{\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot 1} = 0{,}26;$$

$$C = 1{,}52 + 2{,}52 + 0{,}26 = 4{,}30;$$

$$L_{K1} = \frac{1{,}52}{4{,}30} = 0{,}35, \qquad L_{K2} = \frac{2{,}52}{4{,}30} = 0{,}59, \qquad L_{K3} = \frac{0{,}26}{4{,}30} = 0{,}06.$$

В даному випадку це оцінки важливості (ваги) критеріїв.

Потім виконується порівняння альтернатив за кожним з критеріїв.

1) критерій «витрати»

	М1	М2	М3	М4
М1	1	2	9	3
М2	1/2	1	9	2
М3	1/9	1/9	1	1/7
М4	1/3	1/2	7	1

$$C_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 3} = 2{,}71, C_2 = \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 2} = 1{,}73, C_3 = \sqrt[4]{\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot \frac{1}{7}} = 0{,}20,$$

$$C_4 = \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 1} = 1{,}04; \; C = 2{,}71 + 1{,}73 + 0{,}2 + 1{,}04 = 5{,}68;$$

$$L_{M1}^{K1} = \frac{2{,}71}{5{,}68} = 0{,}48, L_{M2}^{K1} = \frac{1{,}73}{5{,}68} = 0{,}30, L_{M3}^{K1} = \frac{0{,}20}{5{,}68} = 0{,}04, L_{M4}^{K1} = \frac{1{,}04}{5{,}68} = 0{,}18.$$

Чим більше значення локального пріоритету, тим кращою є альтернатива за *даним* критерієм.

Аналогічно обчислюємо:

2) *критерій «близькість до користувачів»*

$L_{M1}^{K2} = 0{,}25$, $L_{M2}^{K2} = 0{,}04$, $L_{M3}^{K2} = 0{,}45$, $L_{M4}^{K2} = 0{,}25$.

3) *критерій «зручність зв'язку з підприємством»*

$L_{M1}^{K3} = 0{,}11$, $L_{M2}^{K3} = 0{,}19$, $L_{M3}^{K3} = 0{,}35$, $L_{M4}^{K3} = 0{,}35$.

Базуючись на отриманих оцінках, підраховуються глобальні пріоритети, в яких враховуються локальні пріоритети альтернатив за кожним з критеріїв та вага критеріїв.

$G_{M1} = L_{M1}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M1}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M1}^{K3} \cdot L_{K3} = 0{,}48 \cdot 0{,}35 + 0{,}25 \cdot 0{,}59 + 0{,}11 \cdot 0{,}06 = 0{,}32$;

$G_{M2} = L_{M2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0{,}30 \cdot 0{,}35 + 0{,}04 \cdot 0{,}59 + 0{,}19 \cdot 0{,}06 = 0{,}14$;

$G_{M3} = L_{M3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0{,}04 \cdot 0{,}35 + 0{,}45 \cdot 0{,}59 + 0{,}35 \cdot 0{,}06 = 0{,}30$;

$G_{M4} = L_{M4}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{M4}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{M4}^{K3} \cdot L_{K3} = 0{,}18 \cdot 0{,}35 + 0{,}25 \cdot 0{,}59 + 0{,}35 \cdot 0{,}06 = 0{,}23$.

Отже, найкращим для розміщення СЦ є місце, позначене М1. Трохи гіршим є М3, потім М4, найгірше – М2.

Методичні вказівки

І Початок роботи. Взяти завдання з наведеного переліку. Номер завдання відповідає номеру студента в списку групи.

Перелік альтернатив (не менше шести) та критеріїв (не менше п'яти) задати самостійно. Альтернативи обирати реальні (наприклад, з Інтернету). Значення критеріїв для обраних альтернатив навести у вигляді таблиці (зразок – Табл. 2.3.1).

ІІ Зобразити схему ієрархічної декомпозиції задачі (мета – критерії – альтернативи).

ІІІ Створити матриці попарних порівнянь на основі підібраних значень.

IV Обчислити оцінки важливості (ваги) критеріїв.

V Обчислити вектори локальних пріоритетів альтернатив за кожним з критеріїв.

VI Пересвідчитися в несуперечливості заданих вами матриць попарних порівнянь критеріїв та альтернатив. Схема перевірки у практичному занятті 3. Якщо виявиться суперечливість – виправити матрицю (переконатися в її несуперечливості) і переробити п. ІІІ та IV.

VII Обчислити глобальні пріоритети. Зробити висновок щодо вибору об'єкта.

VIII Оформити звіт.

Перелік завдань

1. Вибір косметичних засобів. Шампунь
2. Вибір косметичних засобів. Дезодорант
3. Вибір косметичних засобів. Гель для душу
4. Вибір меблів. Диван
5. Вибір меблів. Шафа
6. Вибір побутової техніки. Цифровий фотоапарат
7. Вибір побутової техніки. Пральна машина
8. Вибір побутової техніки. Мікрохвильова піч
9. Вибір побутової техніки. Посудомийна машина
10. Вибір побутової техніки. Холодильник
11. Вибір побутової техніки. Мультиварка
12. Вибір побутової техніки. Блендер
13. Вибір побутової техніки. Зволожувач повітря
14. Вибір побутової техніки. Пилотяг
15. Вибір побутової техніки. Електрогриль
16. Вибір побутової техніки. Фен
17. Вибір ноутбука
18. Вибір засобів оргтехніки. Копіювальний апарат
19. Вибір засобів оргтехніки. Сканер
20. Вибір засобів оргтехніки. Принтер
21. Вибір смартфона
22. Вибір квартири для взяття в оренду
23. Вибір квартири для придбання у власність
24. Вибір автомобіля. Легковий автомобіль
25. Вибір автомобіля. Сімейний міні-вен
26. Вибір домашньої тварини. Порода собаки
27. Вибір домашньої тварини. Порода кішки
28. Вибір екскурсійного тура Європою
29. Вибір місця для зимнього відпочинку – катання на гірських лижах
30. Вибір місця для літнього відпочинку – пляжний відпочинок

Лабораторна робота № 4. МЕТОДИ І ПРОЦЕДУРИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ У БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ

Мета роботи:

– вивчення методів і процедур багатокритеріального вибору альтернатив;

– застосування методів багатокритеріального вибору альтернатив для аналізу і вибору управлінських рішень.

Завдання:

– Вибрати множину Парето.

– Отримати безрозмірні оцінки для альтернатив, що ввійшли до множини Парето.

– Обрати найкращу альтернативу, використовуючи методику скаляризації векторних оцінок.

Предмет і об’єкт роботи

визначаються відповідно до варіанта завдання.

Обладнання та матеріали

Для виконання обчислень можна користуватися калькулятором, програмами (на кшталт Excel, MathCad і т. ін.), можна запрограмувати самостійно. Забороняється користуватися готовими програмами підтримки прийняття рішень з пакетів та бібліотек).

Теоретичні відомості та приклади

1. Загальна характеристика задач і методів прийняття рішень при багатьох критеріях

У більшості випадків рішення (управлінські, проектно-технічні та інші) приймаються з урахуванням кількох критеріїв (цілей, показників якості). Тому більшість завдань, пов’язаних з прийняттям рішень, є багатокритеріальними. Інша назва таких завдань – завдання векторної оптимізації, оскільки рішення в них приймається з урахуванням набору з декількох критеріїв (т. з. вектором критеріїв). Якщо при виборі рішень враховується тільки один критерій, то таке завдання представляє собою завдання скалярної оптимізації. Прикладом завдання скалярної оптимізації може служити класична транспортна задача (завдання перевезення заданого кількості вантажів від постачальників споживачам з мінімальними витратами), оскільки в ній враховується лише один критерій – витрати на перевезення.

Серед задач прийняття рішень виділяють також дискретні і неперервні задачі. У дискретних задачах множина рішень (альтернатив) скінченна. Типові приклади – вибір одного з декількох товарів при покупці, вибір одного з можливих проектів будівництва підприємства і т. ін. У неперервних задачах є нескінченна множина можливих рішень (в межах деякого діапазону). Приклади таких задач – вибір оптимальних параметрів хімічної реакції при розробці технологічного процесу, вибір оптимального плану виробництва декількох сортів бензину і т. ін.

Очевидно, що задачі і скалярної, і векторної оптимізації можуть бути як неперервними, так і дискретними. Наприклад, якщо потрібно розподілити суму в розмірі 10 млн од. між декількома підприємствами, і ефективність вкладення коштів оцінюється за одним критерієм (наприклад, тільки за прибутком), то задача відноситься до класу задач скалярної оптимізації. Якщо враховується кілька критеріїв (наприклад, прибуток і термін окупності), то задача є задачею векторної оптимізації. Якщо кошти можуть виділятися тільки в розмірах, кратних одному мільйону, то дана задача – дискретна. Якщо кошти можуть виділятися в будь-яких (в межах наявної суми) кількостях, то задача відноситься до числа неперервних.

У даній роботі розглядаються методи і процедури розв’язання дискретних задач багатокритеріального вибору альтернатив. Такі задачі належать до слабоструктурованих і можуть розв’язуватися на основі методу аналізу ієрархій. Однак метод аналізу ієрархій вимагає великого обсягу експертної інформації: людина-експерт повинна виконати порівняння всіх критеріїв, а також всіх альтернатив за кожним з критеріїв. Легко підрахувати, що для вирішення завдання аналізу N альтернатив з використанням M критеріїв потрібно виконати $M \cdot (M-1)/2$ порівнянь критеріїв за важливістю і $M \cdot N \cdot (N-1)$ порівнянь альтернатив за критеріями. Таким чином, метод аналізу ієрархій досить трудомісткий. Крім того, цей метод має сенс застосовувати тільки за умови, що в рішенні завдання беруть участь висококваліфіковані фахівці (експерти), що не завжди можливо.

Тому розроблена низка простіших методів і процедур, що вимагають використання невеликого обсягу експертної інформації.

2. Вибір множини Парето

Вибір множини Парето-оптимальних рішень (множини Парето) являє собою відбір перспективних альтернатив, які явно кращі за інші.

Множина Парето – це множина альтернатив, які мають наступну властивість: будь-яка з альтернатив, що входять до множини Парето, хоча б за одним критерієм краща будь-якої іншої альтернативи з цієї множини. Іншими словами, жодна з альтернатив, що входять до множини Парето, не поступається якій-небудь альтернативі з цієї множини за всіма критеріями. Тому множину Парето називають ще множиною недомінованих альтернатив: в ній відсутні

альтернативи, які явно (за всіма критеріями) відстають від якої-небудь іншої альтернативи.

Вибір множини Парето виконується наступним чином. *Всі* альтернативи *попарно* порівнюються *за всіма критеріями*. Якщо при порівнянні яких-небудь альтернатив (наприклад, A_i та A_j) виявляється, що одна з них (наприклад, A_j) *не краща за другу за жодним критерієм*, то її можна виключити з розгляду. Виключену альтернативу не потрібно порівнювати з іншими альтернативами, оскільки вона явно неперспективна.

Як правило, до множини Парето входять декілька альтернатив. Тому вибір множини Парето не забезпечує прийняття остаточного рішення (вибору одної найкращої альтернативи), проте дозволяє скоротити кількість альтернатив, що розглядаються.

3. Методика скаляризації векторних оцінок

Методика призначена для вибору раціональної альтернативи з множини альтернатив, які оцінюються за кількома критеріями.

Дана методика розрахована на вирішення завдань, в яких рішення приймається на основі числових критеріїв (або може бути виконаний перехід до таких критеріїв).

Основна перевага цієї методики – мінімальний обсяг інформації, яку потрібно отримати від ОПР або експерта для вибору рішення, що дозволяє практично повністю автоматизувати рішення задачі. У той же час недостатнє врахування суб'єктивних суджень ОПР є недоліком цієї методики.

Методика заснована на обчисленні узагальненої оцінки кожної альтернативи (з урахуванням оцінок за всіма критеріями) і зіставленні цих оцінок.

Методика реалізується в наступному порядку.

1. Оцінки альтернатив приводяться до числового безрозмірного вигляду. Для цього застосовуються такі процедури:

– для числових критеріїв, які підлягають максимізації, всі оцінки альтернатив за критерієм діляться на максимальну з оцінок за даним критерієм:

$$P_{ij} = \frac{X_{ij}}{\max\limits_{j} X_{ij}};$$

– для числових критеріїв, які підлягають мінімізації, з оцінок за даним критерієм вибирається мінімальна, і вона ділиться на всі оцінки альтернатив за даним критерієм:

$$P_{ij} = \frac{\min\limits_{j} X_{ij}}{X_{ij}};$$

– оцінки за якісними критеріями виражаються за п’ятибальною шкалою («відмінно», «добре», «задовільно», «погано», «дуже погано»), а потім виконується перехід до числових оцінок з використанням **шкали Харрінгтона**. При цьому оцінці «відмінно» відповідають числові оцінки від 0,8 до 1; «добре» – від 0,63 до 0,8; «задовільно» – від 0,37 до 0,63; «погано» – від 0,2 до 0,37; «дуже погано» – від 0 до 0,2. Числова оцінка виставляється людиною: експертом або особою, яка приймає рішення (ОПР). Наприклад, якщо за деяким критерієм дві альтернативи мають оцінку «добре», але одна з них дуже хороша, а інша – трохи гірша, то першій з альтернатив (кращій) можна призначити оцінку 0,8, а другий, наприклад, 0,7;

– для оцінок, що мають вид «так-ні» (тобто виражають наявність або відсутність деякого показника), зазвичай використовуються такі числові оцінки: «так» – 0,67, «ні» – 0,33, якщо оцінка «так» більш бажана, ніж «ні», «ні» – 0,67, «так» – 0,33, якщо більш бажаною є оцінка «ні».

В результаті переходу до безрозмірних оцінок усуваються відмінності вихідних оцінок, що утруднювали порівняння альтернатив. Безрозмірні величини не вимірюються в будь-яких одиницях, тому їх можна порівнювати одна з одною, додавати і т. д. Безрозмірні оцінки не розрізняються за діапазоном значень: всі вони мають значення в межах від 0 до 1. Вони не розрізняються також за спрямованістю: чим більше безрозмірна оцінка, тим краще (за будь-яким критерієм), і найкраще значення дорівнює 1.

2. Визначаються ваги (оцінки важливості) критеріїв. У даній методиці ваги знаходяться на основі розкиду оцінок. Ваги визначаються в такому порядку:

– визначаються середні оцінки за кожним критерієм:

$$\overline{P}_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} P_{ij}\,, i = 1,\ldots,M,$$

де M – кількість критеріїв, N – кількість альтернатив, P_{ij} – безрозмірні оцінки.

– знаходяться величини розкиду за кожним критерієм:

$$R_i = \frac{1}{N \cdot \overline{P_i}}\sum_{j=1}^{N}\left|P_{ij} - \overline{P_i}\right|, i = 1,\ldots,M.$$

– знаходиться сума величин розкиду:

$$R = \sum_{i=1}^{M} R_i.$$

– знаходяться ваги критеріїв, що відображають розкид оцінок:

$$V_i = \frac{R_i}{R}, i = 1,\ldots,M.$$

Чим більший розкид (тобто відмінність) в оцінках альтернатив за критерієм, тим більша вага цього критерію. Таким чином, критерії, за якими оцінки альтернатив істотно відрізняються, вважаються важливішими. Якщо оцінки альтернатив за якимось критерієм дуже близькі між собою, його вага буде мінімальною, оскільки порівняння альтернатив за близьких оцінок не має сенсу.

3. Знаходяться зважені оцінки альтернатив:

$$E_{ij} = \frac{V_i}{P_{ij}}, i = 1,\dots,M, j = 1,\dots,N.$$

Чим більших значень набувають безрозмірні оцінки P_{ij}, тим менші значення зважених оцінок. Таким чином, чим менші зважені оцінки, тим краща альтернатива.

4. Визначаються комплексні оцінки альтернатив (суми зважених оцінок):

$$E_j = \sum_{i=1}^{M} E_{ij}, j = 1,\dots,N.$$

Чим ***менша*** комплексна оцінка, тим краща альтернатива.

Приклад 1. Хімічний комбінат планує впровадити комплекс засобів автоматизації (КЗА) для системи управління технологічними процесами. Є можливість вибрати один з семи варіантів КЗА (КЗА1, КЗА2, ..., КЗА7). При виборі враховуються чотири критерії: К1 – витрати, пов'язані з виготовленням КЗА і його введенням в експлуатацію, млн грн.; К2 – термін введення КЗА в експлуатацію, міс.; К3 – термін гарантійного обслуговування підприємством-виробником, років; К4 – зручність КЗА в експлуатації. Характеристики КЗА наведені в таблиці 2.4.1.

Таблиця 2.4.1. Вихідні дані для прикладу 1

Показники	КЗА1	КЗА2	КЗА3	КЗА4	КЗА5	КЗА6	КЗА7
К1	40	30	40	60	45	25	55
К2	8	8	6	6	7	8	6
К3	4	4	5	7	4	4	5
К4	добре	відм.	задов.	відм.	погано	дуже добре	добре

Побудувати множину Парето. Використовуючи методику скаляризації векторних оцінок, обрати раціональну альтернативу.

Примітка. В цьому завданні є сім альтернатив (варіантів КЗА). Вони оцінюються за чотирма критеріями. Критерій «зручність в експлуатації» – якісний (словесний), інші критерії – числові. Критерії «витрати» і «термін введення в експлуатацію» підлягають мінімізації, критерій «термін гарантійного обслуговування» – максимізації.

Виберемо множину Парето. Для цього виконаємо попарне порівняння альтернатив за всіма критеріями.

Порівнюємо альтернативи КЗА1 та КЗА2. За критеріями К2 та К3 вони однакові, за критеріями К1 та К4 КЗА2 краще. Отже, альтернативу КЗА1 виключаємо.

Порівнюємо альтернативи КЗА2 та КЗА3. За критерієм К1 краще КЗА2, за критерієм К2 краще КЗА3. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА2 та КЗА4. За критерієм К1 краще КЗА2, за критерієм К2 краще КЗА4. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА2 та КЗА5. За критерієм К1 краще КЗА2, за критерієм К2 краще КЗА5. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА2 та КЗА6. За критерієм К1 краще КЗА6, за критерієм К4 краще КЗА2. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА2 та КЗА7. За критерієм К1 краще КЗА2, за критерієм К2 краще КЗА7. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА3 та КЗА4. За критерієм К1 краще КЗА3, за критерієм К3 краще КЗА4. Отже, жодна з цих альтернатив не виключається.

Порівнюємо альтернативи КЗА3 та КЗА5. За всіма критеріями КЗА3 краще. Отже, альтернативу КЗА5 виключаємо.

Продовжуючи далі аналогічно для решти пар, переконуємося, що решта альтернатив залишається.

Отже, до множини Парето увійдуть п’ять альтернатив: КЗА2, КЗА3, КЗА4, КЗА6, КЗА7. Для зручності подальшого вирішення завдання наведемо їх оцінки в таблиці 2.4.2.

Таблиця 2.4.2. Множина Парето для прикладу 1

Показники	КЗА2	КЗА3	КЗА4	КЗА6	КЗА7
К1	30	40	60	25	55
К2	8	6	6	8	6
К3	4	5	7	4	5
К4	відм.	задов.	відм.	дуже добре	добре

Позначимо оцінки альтернатив за критеріями як $X_{ij}, i = 1,\dots,M, j = 1,\dots,N$. Тут M – кількість критеріїв, N – кількість альтернатив (в даній задачі $M = 4, N = 5$).

Отримаємо безрозмірні оцінки.

Критерій К1 підлягає мінімізації. Тому для нього знаходиться мінімальна оцінка (в даному прикладі вона дорівнює 25) і ділиться на всі оцінки за даним критерієм. Наприклад, для КЗА2 безрозмірна оцінка за критерієм «витрати»

знаходиться наступним чином: 25/30 = 0,83. Аналогічно знаходяться безрозмірні оцінки за критерієм К2: мінімальна оцінка (в даному прикладі – 6) ділиться на всі оцінки за даним критерієм.

Критерій К3 підлягає максимізації. Тому всі оцінки за цим критерієм діляться на максимальну оцінку (в даному прикладі – на 7):

Безрозмірні оцінки за критерієм К4 призначаються експертом за шкалою Харрінгтона.

Безрозмірні оцінки наведені в таблиці 2.4.3.

Таблиця 2.4.3 Безрозмірні оцінки альтернатив для прикладу 1

Показники	КЗА2	КЗА3	КЗА4	КЗА6	КЗА7
К1	0,83	0,63	0,42	1	0,45
К2	0,75	1	1	0,75	1
К3	0,67	0,83	1	0,67	0,83
К4	1	0,6	0,9	0,8	0,7

Примітка. За критерієм К4 експерт призначив альтернативі КЗА2 оцінку 1, а КЗА4 – оцінку 0,9, хоча обидві альтернативи оцінювалися за даним критерієм як відмінні. Це означає, що згідно з думкою експерта, за даним критерієм КЗА2 трохи краще, ніж КЗА4.

2. Визначаємо ваги критеріїв.

– визначаємо середні оцінки за кожним критерієм:

$$\overline{P}_1 = (0{,}83 + 0{,}63 + 0{,}42 + 1 + 0{,}45)/5 = 0{,}67,$$

$$\overline{P}_2 = (0{,}75 + 1 + 1 + 0{,}75 + 1)/5 = 0{,}9,$$

$$\overline{P}_3 = (0{,}67 + 0{,}83 + 1 + 0{,}67 + 0{,}83)/5 = 0{,}8,$$

$$\overline{P}_4 = (1 + 0{,}6 + 0{,}9 + 0{,}8 + 0{,}7)/5 = 0{,}8.$$

– знаходимо величини розкиду за кожним критерієм:

$$R_1 = \frac{|0{,}83 - 0{,}67| + |0{,}63 - 0{,}67| + |0{,}42 - 0{,}67| + |1 - 0{,}67| + |0{,}45 - 0{,}67|}{5 \cdot 0{,}67} = 0{,}3,$$

$$R_2 = \frac{|0{,}75 - 0{,}9| + |1 - 0{,}9| + |1 - 0{,}9| + |0{,}75 - 0{,}9| + |1 - 0{,}9|}{5 \cdot 0{,}9} = 0{,}13,$$

$$R_3 = \frac{|0{,}67 - 0{,}8| + |0{,}83 - 0{,}8| + |1 - 0{,}8| + |0{,}67 - 0{,}8| + |0{,}83 - 0{,}8|}{5 \cdot 0{,}8} = 0{,}13,$$

$$R_4 = \frac{|1 - 0{,}8| + |0{,}6 - 0{,}8| + |0{,}9 - 0{,}8| + |0{,}8 - 0{,}8| + |0{,}7 - 0{,}8|}{5 \cdot 0{,}8} = 0{,}15;$$

– знаходимо суму величин розкиду:

$$R = 0{,}3 + 0{,}13 + 0{,}13 + 0{,}15 = 0{,}71;$$

– знаходимо ваги критеріїв:

$V_1 = 0{,}3/0{,}71 = 0{,}42$, $V_2 = 0{,}13/0{,}71 = 0{,}18$, $V_3 = 0{,}13/0{,}71 = 0{,}18$,

$V_4 = 0{,}15/0{,}71 = 0{,}21$.

3. Знаходимо зважені оцінки альтернатив:

$E_{11} = \frac{0{,}42}{0{,}83} = 0{,}51$, $E_{12} = \frac{0{,}42}{0{,}63} = 0{,}67$, $E_{13} = \frac{0{,}42}{0{,}42} = 1$, $E_{14} = \frac{0{,}42}{1} = 0{,}42$,

$E_{15} = \frac{0{,}42}{0{,}45} = 0{,}93$;

$E_{21} = \frac{0{,}18}{0{,}75} = 0{,}24$, $E_{22} = \frac{0{,}18}{1} = 0{,}18$, $E_{23} = \frac{0{,}18}{1} = 0{,}18$, $E_{24} = \frac{0{,}18}{0{,}75} = 0{,}24$,

$E_{25} = \frac{0{,}18}{1} = 0{,}18$;

$E_{31} = \frac{0{,}18}{0{,}67} = 0{,}27$, $E_{32} = \frac{0{,}18}{0{,}83} = 0{,}22$, $E_{33} = \frac{0{,}18}{1} = 0{,}18$, $E_{34} = \frac{0{,}18}{0{,}67} = 0{,}27$,

$E_{35} = \frac{0{,}18}{0{,}83} = 0{,}22$;

$E_{41} = \frac{0{,}21}{1} = 0{,}21$, $E_{42} = \frac{0{,}21}{0{,}6} = 0{,}35$, $E_{43} = \frac{0{,}21}{0{,}9} = 0{,}23$, $E_{43} = \frac{0{,}21}{0{,}8} = 0{,}26$,

$E_{43} = \frac{0{,}21}{0{,}7} = 0{,}3$.

Зважені оцінки альтернатив наведені в таблиці 2.4.4.

Таблиця 2.4.4. Зважені безрозмірні оцінки альтернатив для прикладу 1

Показники	КЗА2	КЗА3	КЗА4	КЗА6	КЗА7
К1	0,51	0,67	1	0,42	0,93
К2	0,24	0,18	0,18	0,24	0,18
К3	0,27	0,22	0,18	0,27	0,22
К4	0,21	0,35	0,23	0,26	0,3

4. Визначаємо комплексні оцінки альтернатив:

$E_1 = 0{,}51 + 0{,}24 + 0{,}27 + 0{,}21 = 1{,}23$, $E_2 = 0{,}67 + 0{,}18 + 0{,}22 + 0{,}35 = 1{,}42$,

$E_3 = 1 + 0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}23 = 1{,}59$, $E_4 = 0{,}42 + 0{,}24 + 0{,}27 + 0{,}26 = 1{,}19$,

$E_5 = 0{,}93 + 0{,}18 + 0{,}22 + 0{,}3 = 1{,}63$,

Отже найкращим є варіант КЗА6, на другому місці – КЗА2, на третьому – КЗА3, на четвертому – КЗА4, на п’ятому – КЗА7.

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями з лабораторної роботи.

2. Отримати завдання на лабораторну роботу (див. Додаток).

3. Звести вихідні дані у таблицю.

4. Вибрати множину Парето.

5. Для альтернатив, що ввійшли до множини Парето, отримати безрозмірні оцінки.

6. Обрати найкращу альтернативу, використовуючи методику скаляризації векторних оцінок.

7. Зробити висновок.

Завдання на лабораторну роботу

З наведеного списку обрати завдання, номер якого відповідає номеру студента в списку групи. Запропонувати самостійно 10 (десять) альтернатив з параметрами. При цьому мати на увазі, що множина Парето має містити не менше 5-6 альтернатив.

1. Підприємство-виробник побутової техніки обирає торгівельну фірму з метою укладання договору про збут продукції. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Досвід роботи з даною продукцією (в роках)
К2. Рівень розвитку торгівельної мережі (якісний критерій)
К3. Репутація (якісний критерій)
К4. Відсоток комісійних, які вимагає фірма (у %)
К5. Пропонований обсяг реалізації товару за рік (в млн. грн.)

2. Фірма-постачальник елітної косметики в країну обирає рекламну агенцію для просування нового бренду. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Репутація (якісний критерій)
К2. Спектр пропонованих послуг (якісний критерій)
К3. Досвід роботи з даною продукцією (в роках)
К4. Вартість пропонованих послуг (в млн. грн.)
К5. Термін розкрутки бренду (в місяцях)

3. Підприємство планує придбати верстат. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Продуктивність, виробів/год.
К2. Дизайн (якісний критерій)
К3. Вартість, тис. грн.
К4. Надійність (якісний критерій)
К5. Термін поставки (в тижнях)

4. Родина обирає будівельну фірму з метою замовити будівництво котеджу. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість будівництва (млн. грн.)
К2. Репутація фірми (якісний критерій)

К3. Термін будівництва (в місяцях)
К4. Гарантійний термін (в роках)
К5. Кваліфікація робітників (якісний критерій)

5. Підприємство планує придбати універсальний верстат для випуску декількох типів продукції. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Кількість типів виробів, що випускаються (шт.)
К2. Легкість переключення на інший тип продукції (якісний критерій)
К3. Вартість, тис. грн.
К4. Надійність (якісний критерій)
К5. Термін поставки (в тижнях)

6. Пекарня обирає постачальника інгредієнтів для виробництва. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Асортимент продукції (якісний критерій)
К2. Кількість років на ринку
К3. Надійність (якісний критерій)
К4. Відсоток передоплати (у %)
К5. Термін поставки з моменту отримання замовлення (у год.)

7. Рекламна агенція обирає дизайнера. Критерії вибору наступні:
К1. Досвід роботи за фахом (в роках)
К2. Креативність (якісний критерій)
К3. Зарплатня (тис. грн.)
К4. Комунікабельність, вміння спілкуватися з замовником (якісний критерій)
К5. Кількість програмних засобів, якими володіє (в шт.)

8. Агенція новин обирає перекладача-синхроніста з іноземних мов. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Кількість мов, якими володіє (в шт.)
К2. Досвід роботи за фахом (в роках)
К3. Зарплатня (тис. грн.)
К4. Зовнішність (якісний критерій)
К5. Розбірливість дикції (якісний критерій)

9. Підприємство-виробник електроніки обирає торгівельну фірму з метою заключити з нею договір про збут продукції. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Досвід роботи з даною продукцією (в роках)
К2. Рівень розвитку торгівельної мережі (якісний критерій)
К3. Репутація (якісний критерій)
К4. Відсоток комісійних, які вимагає фірма (у %)
К5. Пропонований обсяг реалізації товару за рік (в млн. грн.)

10. Обирається місце для будівництва металургійного підприємства. Критерії вибору наступні:
К1. Близькість до родовища сировини (в км)
К2. Близькість до споживачів (якісний критерій)
К3. Площа пропонованої ділянки (в га)
К4. Вартість підготовки ділянки до будівництва (в млн. грн.)
К5. Інфраструктура (якісний критерій)

11. Розглядаються проекти будівництва промислового підприємства. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість будівництва (млн. грн.)
К2. Прибуток (млн. грн. на рік)
К3. Збереження оточуючого середовища (якісний критерій)
К4. Кількість створюваних робочих місць (шт.)
К5. Можливості подальшого розширення (якісний критерій)

12. Фірма обирає офіс-менеджера. Критерії вибору наступні:
К1. Зарплатня (тис. грн.)
К2. Досвід роботи (в роках)
К3. Приємна зовнішність (якісний критерій)
К4. Комп'ютерна грамотність (якісний критерій)
К5. Вміння спілкуватися з людьми (якісний критерій)

13. Господарчий відділ обирає будівельну фірму з метою замовити ремонт офісної будівлі. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість ремонту (млн. грн.)
К2. Репутація фірми (якісний критерій)
К3. Терміни ремонту (в місяцях)
К4. Гарантійний термін (в роках)
К5. Кваліфікація робітників (якісний критерій)

14. Родина планує придбати ділянку під дачу. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість (млн. грн.)
К2. Краса краєвиду (якісний критерій)
К3. Відстань від квартири (км)
К4. Площа ділянки (кв. м)
К5. Наявність під'їзних шляхів (якісний критерій)

15. Пропонуються варіанти ділянки для будівництва промислового підприємства. Критерії вибору:
К1. Наявність під'їзних шляхів (так/ні)
К2. Площа ділянки (га)
К3. Вартість (млн. грн.)

К4. Енергопостачання (якісний критерій)
К5. Вартість підготовки ділянки до будівництва (в млн. грн.)

16. Мережа салонів краси обирає постачальника інвентарю та косметики. Критерії вибору:
К1. Кількість років на ринку (років)
К2. Репутація (якісний критерій)
К3. Можливість постачання у кредит (так/ні)
К4. Термін від отримання замовлення до доставки (год.)
К5. Кількість брендів, продукцію яких пропонує постачальник (шт.)

17. Родина планує придбати дачу. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість (млн. грн.)
К2. Краса краєвиду (якісний критерій)
К3. Наявність водойми для купання (так/ні)
К4. Площа ділянки (кв. м)
К5. Розмір будинку (кв. м)

18. Мережа кав'ярень обирає постачальника кави. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Кількість сортів, що пропонуються (шт.)
К2. Термін від отримання замовлення до доставки (год.)
К3. Репутація фірми (якісний критерій)
К4. Оптові знижки (у %)
К5. Асортимент супутньої продукції – цукор, прянощі і т. ін. (якісний критерій)

19. Фермерське господарство обирає постачальника сільськогосподарської техніки. Критерії вибору наступні:
К1. Репутація фірми (якісний критерій)
К2. Умови придбання в кредит (якісний критерій)
К3. Кількість років на ринку (років)
К4. Термін від отримання замовлення до доставки (тижнів)
К5. Кількість брендів, продукцію яких пропонує постачальник (шт.)

20. Поліграфічна фірма планує придбання офсетного друкарського верстата. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Кількість фарб (шт.)
К2. Вік (в роках)
К3. Вартість (млн. грн.)
К4. Репутація виробника (якісний критерій)
К5. Умови придбання в кредит (якісний критерій)

21. Родина обирає будівельну фірму з метою зробити ремонт квартири. Вибір відбувається за наступними критеріями:
К1. Вартість ремонту (тис. грн.)
К2. Репутація фірми (якісний критерій)
К3. Терміни ремонту (в місяцях)
К4. Гарантійний термін (в роках)
К5. Кваліфікація робітників (якісний критерій)

22. Магазин роздрібної торгівлі продовольчими товарами обирає фермерське господарство для постачання молочної продукції. Критерії вибору наступні:
К1. Якість та смак товарів (якісний критерій)
К2. Кількість років на ринку (років)
К3. Об'єм продукції, яку може поставляти фірма (т/міс.)
К4. Термін від отримання замовлення до доставки (днів)
К5. Кількість найменувань товарів, які пропонує постачальник (шт.)

23. Підприємство-виробник молочної продукції обирає торгівельну фірму з метою укладання договору про збут продукції. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Відсоток комісійних, які вимагає фірма (у %)
К2. Якість пропонованої рекламної кампанії (якісний критерій)
К3. Досвід роботи з даною продукцією (в роках)
К4. Репутація (якісний критерій)
К5. Пропонований обсяг реалізації товару за рік (в млн. грн.)

24. Обирається ділянка для будівництва санаторію. Критерії вибору:
К1. Вартість (млн. грн.)
К2. Вартість підготовки ділянки до будівництва (в млн. грн.)
К3. Природні умови (якісний критерій)
К4. Площа ділянки (га)
К5. Наявність під'їзних шляхів (так/ні)

25. Фірма-постачальник в країну брендового одягу обирає рекламну агенцію для просування нового бренду. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Термін роботи на ринку з моменту заснування (в роках)
К2. Вартість пропонованих послуг (в млн. грн.)
К3. Термін розкрутки бренду (в місяцях)
К4. Наявність досвіду роботи з даною продукцією (так/ні)
К5. Спектр пропонованих послуг (якісний критерій)

26. Для роботи в будівельній фірмі обирають PR-менеджера. Критерії вибору наступні:

К1. Зарплатня (тис. грн.)
К2. Комунікабельність, вміння спілкуватися з людьми (якісний критерій)
К3. Досвід роботи за фахом (в роках)
К4. Креативність (якісний критерій)
К5. Наявність фахової освіти (так/ні)

27. Підприємство-виробник м'ясної продукції обирає торгівельну фірму з метою укладання договору про збут продукції. Критерії, за якими відбувається вибір, наступні:
К1. Пропонований обсяг реалізації товару за рік (в млн. грн.)
К2. Наявність власної торгівельної мережі (так/ні)
К3. Відсоток комісійних, які вимагає фірма (у %)
К4. Досвід роботи з даною продукцією (в роках)
К5. Репутація (якісний критерій)

Лабораторна робота № 5. ЗАСТОСУВАННЯ КОЛЕКТИВНОГО МЕТОДУ ЕКСПЕРТНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ РІШЕННЯ НЕСТРУКТУРОВАНИХ ЗАДАЧ

Мета роботи:

- вивчення колективних методів і процедур експертного аналізу
- застосування колективних методів і процедур експертного аналізу для вибору і аналізу альтернатив.

Завдання:

- Лабораторна робота виконується в підгрупах по 5-6 осіб, члени групи виконують роль експертів.
- Обрати завдання, запропонувати 10-12 альтернатив.
- Оцінити альтернативи за 10-бальною шкалою.
- До отриманих оцінок застосувати метод рангу, сформулювати висновок щодо упорядкування альтернатив за оцінками експертів.
- Перевірити оцінки на узгодженість, оцінити узгодженість оцінок експертів та узгодженість оцінок між альтернативами.

Предмет і об’єкт роботи

визначаються відповідно до варіанта завдання.

Обладнання та матеріали

Для виконання обчислень можна користуватися калькулятором, програмами (на кшталт Excel, MathCad і т. ін.), можна запрограмувати самостійно. Забороняється користуватися готовими програмами підтримки прийняття рішень з пакетів та бібліотек).

Теоретичні відомості

Методи експертного аналізу призначені в основному для рішення неструктурованих задач.

Метод рангу базується на оцінках альтернатив у балах, виставлених кожним з кількох експертів.

1. Кожен з експертів незалежно від інших оцінює альтернативи за деякою шкалою (звичайно 10-бальною). Чим кращою, на думку експерта, є альтернатива, тим вищий бал для неї вказується. Оцінки, вказані експертами, зводяться в матрицю $M \times N$, де M – кількість експертів, N – кількість альтернатив. Позначимо ці оцінки $X_{ij}, i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$.

2. Знаходимо сумарні оцінки альтернатив всіма експертами:

$$C_j = \sum_{i=1}^{M} X_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

3. Знаходимо суму всіх оцінок:

$$C = \sum_{j=1}^{N} C_j.$$

4. Знаходимо ваги альтернатив:

$$V_j = \frac{C_j}{C}, j = 1, \dots, N.$$

Найкращою, на думку експертів, є альтернатива, що має найбільшу вагу.

Перевірка узгодженості експертних оцінок

Перевірка узгодженості дозволяє виявити істотні розбіжності в судженнях експертів та з'ясувати причини таких розбіжностей. Для цього розраховуються дисперсії (оцінки розкиду) оцінок для кожного експерта та для кожної альтернативи.

1. Знаходимо середні оцінки кожної альтернативи.

$$\overline{X}_j = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_{ij}\,, j = 1, \dots, N.$$

2. Оцінюємо дисперсії оцінок кожного експерта.

$$D_{E_i} = \frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}\left(X_{ij} - \overline{X}_j\right)^2, i = 1,2, \dots, M.$$

Ця величина показує відхилення оцінок, вказаних i-м експертом для альтернатив, від середніх оцінок цих альтернатив. Чим більша ця величина, тим більше *відрізняється думка і-го експерта від решти експертів*.

3. Оцінюємо дисперсії оцінок кожної альтернативи.

$$D_{A_j} = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(X_{ij} - \overline{X}_j\right)^2, j = 1, \dots, N.$$

Ця величина показує відмінність оцінок, вказаних експертами, для j-ї альтернативи. Чим більша ця величина, тим більша *відмінність думок експертів щодо цієї альтернативи*.

4. Якщо величина D_{E_i} виявляється великою (оцінки i-го експерта істотно відрізняються від оцінок, вказаних іншими експертами), то i-му експерту пропонується обґрунтувати свої оцінки. Якщо великою виявляється величина

D_{A_j} (оцінки j-ї альтернативи в експертів істотно відрізняються), слід проаналізувати причини цього.

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з теоретичними відомостями з лабораторної роботи.
2. Лабораторна робота частково виконується в підгрупах. Сформувати підгрупи по 5-6 осіб в кожній. *Група КМ-01 (20 студентів) розбивається на 4 підгрупи по 5 осіб, група КМ-02 (23 студенти) розбивається на 1 підгрупу з 5 осіб та 3 підгрупи по 6 осіб, група КМ-03 (25 студентів) розбивається на 5 підгруп по 5 осіб*.
3. Розподілити між підгрупами завдання на лабораторну роботу (див. Додаток). Підгрупи одної академічної групи повинні обрати різні завдання.
4. Старостам надати списки підгруп викладачеві з зазначенням отриманого завдання. Без отриманих списків захист не відбувається!
5. У підгрупах: Запропонувати 10-12 альтернатив.
6. Кожен член підгрупи, виступаючи в якості експерта, оцінює альтернативи за 10-бальною шкалою. Оцінювання здійснювати незалежно, обговорення між експертами не допускаються.
7. Подальша робота здійснюється індивідуально, в якості даних використовуються отримані оцінки.
8. До отриманих оцінок застосувати метод рангу, сформулювати висновок щодо упорядкування альтернатив за оцінками експертів.
9. Перевірити оцінки на узгодженість, оцінити узгодженість оцінок експертів та узгодженість оцінок між альтернативами. Зробити висновки. У висновку вказати найкращу альтернативу, зробити припущення щодо можливих причин великих дисперсій для окремих експертів та окремих альтернатив.
10. Звіт кожен складає самостійно, спільними всередині одної підгрупи є тільки дані.

Завдання на лабораторну роботу

1. Оцінка марок мобільних телефонів
2. Оцінка виробників легкових автомобілів
3. Оцінка гірськолижних курортів
4. Оцінка екскурсійних турів
5. Оцінка якості курортів для літнього відпочинку
6. Оцінка вищих навчальних закладів України за якістю підготовки спеціалістів
7. Оцінка порід собак як домашніх улюбленців

8. Оцінка районів м. Києва чи пригородів для проживання
9. Оцінка посад чи спеціальностей для працевлаштування після закінчення університету
10. Оцінка складових здорового способу життя за важливістю

Список рекомендованої літератури

1. Згуровський М. З. Основи системного аналізу: Підручник / М. З. Згуровський, Н. Д. Панкратова. – К.: BHV, 2007. – 544 с.
2. Катренко А.В. Дослідження операцій: підручник / А.В. Катренко; Міністерство освіти і науки України. Львів : Видавництво "Магнолія-2006", 2020. 349 с.
3. Катренко А.В. Системний аналіз: підручник. – Львів: «Новий світ-2000», 2018. – 396 с.
4. Варенко В. М. Системний аналіз інформаційних процесів: Навч. посіб. / В. М. Варенко, І. В. Братусь, В. С. Дорошенко, Ю. Б. Смольников, В.О. Юрченко. – К.: Університет «Україна», 2013. – 203 с. Режим доступу: https://er.nau.edu.ua/handle/NAU/2010
5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: «Радио и связь», 1993. – 278 с.
6. Integration Definition for Function Modeling (IDEF0). – Computer Systems Laboratory, National Institute of Standards and Technology: Gaithersburg, MD 20899, 1993. https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/FIPS/fipspub183.pdf