Григорук В.І.
Коротков П.А.
Хижняк А.І.

ЛАЗЕРНА ФІЗИКА

Підручник видано
за фінансової підтримки
АТ “ОБОЛОНЬ”



ОБОЛОНЬ

Україна, 254212, м. Київ, вул. Богатирська, 3
телефон: (+380 44) 412-84-10
факс: (+380 44) 412-76-03

Про Київський університет ім. Тараса Шевченка і його радіофізичний факультет

16(27) липня 1834 року в Києві відбувся урочистий акт відкриття університету — нині одного з найстаріших і найбільших наукових і культурно-освітніх центрів України. Основу новому просвітницькому закладу склали два факультети: історико-філологічний та фізико-математичний...

Першим ректором став видатний вчений в області ботаніки, зоології, філології та історії М.О. Максимович, який доклав чимало зусиль аби університет ввійшов до числа найкращих освітніх закладів світу.

Проект головного корпусу розроблено відомим українським архітектором, викладачем історії архітектури університету — В.І. Беретті в 1835. Збудовано ж його було в 1837-1842 роках. Стіни цього величного архітектурного ансамблю, що згодом став історичним пам'ятником 19 ст., було пофарбовано в червоний колір, а чавунне литво — бази й капітелі — у чорний. Це відповідало кольорам стрічок ордена св.Володимира, (заснованого в 1782 р.), а його девіз «Користь, честь і слава» всі ці роки складає суть діяльності Київського університету.

У 1835 році в університеті був відкритий юридичний, а в 1841 — медичний факультети. Інші — з'явилися значно пізніше, ледь не через 100 літ — у 1933 році. В 1939 — університету присвоєно ім'я Т.Г.Шевченка.

Нині в Київському Національному університеті імені Т. Шевченка — 18 факультетів, на яких навчається більше 20 тисяч студентів, професорсько-викладацький склад налічує близько 2 тисяч осіб. Найголовніший університет України творчо співпрацює майже з 200 провідними вузами та науковими центрами світу.

Радіофізичний факультет Київського університету створений у 1952 році на базі кафедр фізичної електроніки та фізики напівпровідників. Його випускники стають фахівцями в області лазерної фізики і квантової оптики. Засновниками факультету були відомі в науковому світі вчені — академік АН України В.Є. Лашкарьов, член-кореспондент АН України Н.Д. Моргуліс та професор І.А. Дерюгін.

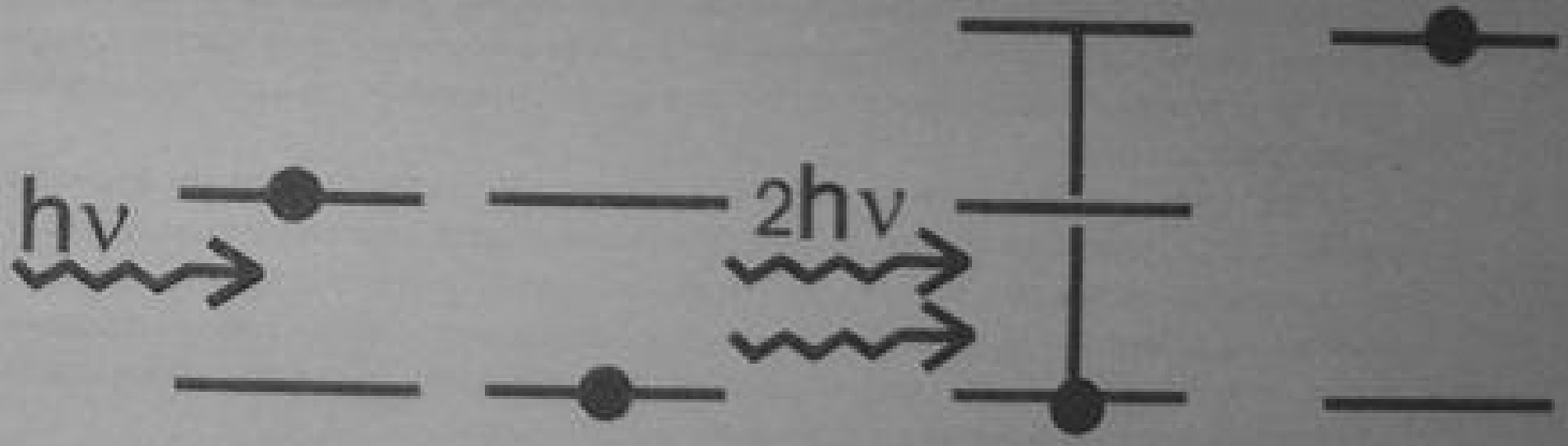
Сьогодні факультет має 5 кафедр для підготовки фахівців: фізичної електроніки, кріогенної та мікроелектроніки, квантової радіофізики, напівпровідникової електроніки, медичної радіофізики. Є дві загальноосвітні кафедри — електрофізики, математики та теоретичної радіофізики. На факультеті щороку навчається більше 650 студентів, яким набути міцних знань сприяє сучасна комп'ютерна техніка, численні науково-експериментальні лабораторії. Найкращі випускники мають змогу продовжити навчання в аспірантурі, побувати на стажуванні в зарубіжних вузах та всесвітньовідомих наукових центрах.

В.І.Григорук, П.А.Коротков, А.І.Хижняк

ЛАЗЕРНА ФІЗИКА

Допущено Міністерством освіти України як
підручник для студентів вищих навчальних закладів

2-е видання



Київ
«МП Ле
1999 р.

ББК 63.5(4УКР)
Г65

Рецензенти:

М.Я. Валах, заступник директора Інституту напівпровідників НАН України, член-кор. НАН України, професор;

М.С. Соскін, завідувач відділом оптичної квантової електроніки Інституту фізики НАН України, член-кор. НАН України, професор, лауреат Державних премій СРСР і України.

В.І. Григорук, П.А. Коротков, А.І. Хижняк

Г65 Лазерна фізика: Підруч. для студ. вищ. навч. зак. / В.І. Григорук, П.А. Коротков, А.І. Хижняк. — 2-е вид. — К.: «МП Леся», 1999. — 528 с.: іл.

ISBN 966-7166-09-0

У підручнику викладаються основні положення та закономірності механізмів збудження квантових систем, методи отримання інверсного стану речовини, а також фізичні процеси, які впливають на роботу лазера і характеристики його випромінювання. На базі балансних рівнянь показано динаміку формування поля випромінювання в резонаторі, що дозволяє описати режими роботи лазера неперервної та вільної генерації, модуляції добротності та синхронізації мод. Розглянуто специфіку роботи переважної більшості конкретних типів лазерів, в тому числі лазерів із перебудовою довжини хвилі та світ-лазерів.

В підручнику розглянуто також основи фізики нелінійної оптики. Проведено систематичний розгляд фундаментальних теоретичних уявлень та пояснень нелінійних оптичних ефектів: принципи дії оптичних помножувачів частоти, параметричних генераторів світла, багатофотонні процеси, методи управління лазерним випромінюванням.

Підручник розрахований на студентів старших курсів та аспірантів фізичних, радіофізичних і радіоелектронних факультетів університетів, а також науковців та інженерів, які працюють в галузі лазерної техніки, нелінійної оптики і суміжних областях. Зокрема, це стосується дистанційної екологічної експертизи навколишнього середовища та використання лазерів в медицині, техніці і технологіях, лікуванні захворювань, пов'язаних з чорнобильською катастрофою.

Г $\frac{0505000000 - 002}{99}$ Без оголошення

ББК 63.5(4УКР)+
+83.34УКРІ

ISBN 966-7166-09-0

© В.І.Григорук, П.А.Коротков,
А.І.Хижняк, 1999

© МП «ЛЕСЯ»

Передмова до другого видання

Два роки, які минули від часу першого видання «Лазерна фізика», яскраво засвідчили продовження активного розвитку квантової електроніки і нелінійної оптики. Використання когерентного випромінювання для паралельної обробки великих масивів інформації та створення бістабільних елементів дозволяє сподіватись, що проблема появи оптичних обчислювальних машин не за горами.

Вражає своєю фантастичністю і повідомлення із зібрання, присвяченого 100-ій річниці Американського фізичного товариства. Здійснено мрію невтомних алхіміків: під дією потужного імпульсу (~10^{15} Вт) відбулось перетворення атомів золота в атоми платини.

Продовжує розширюватись діапазон застосування лазерного випромінювання у високоточних технологіях, екології, медицині, зв'язку. Незамінним став промінь лазера і як науковий інструмент.

Наведені вище аргументи зміцнили тверду впевненість авторів, що розвиток сучасної фізики значною мірою завдячує безпосередній участі в цьому процесі лазерів, лазерної техніки та технологій. Підготовка фахівців у цій галузі є пріоритетною. Це підтверджено і великою зацікавленістю студентів, науковців, викладачів до першого видання книги. Її наклад швидко розійшовся, а автори отримали чимало побажань та слушних зауважень від читачів. Всі вони враховані, тож у новому виданні «Лазерна фізика» після кожного параграфа даються контрольні запитання; в кінці книги наведено список монографій останніх десятиліть у галузі квантової електроніки і нелінійної оптики; введено параграф, в якому описана динаміка формування імпульсу при вільній генерації лазера.

«Лазерна фізика» пройшла апробацію в провідних навчальних закладах України, де готуються фахівці з фізики, електроніки і суміжних галузей: у Київському університеті ім. Тараса Шевченка, Харківському державному універси-

теті, Львівському державному університеті ім. Івана Франка, Прикарпатському університеті ім. Василя Стефаника, Сумському державному університеті, Волинському державному університеті, Вінницькому державному технічному університеті, Харківському технічному університеті радіоелектроніки та багатьох інших.

Автори щиро вдячні знаним вченим і педагогам: академікам НАН України, професорам Бродіну М. С.; Горбаню І.С.; Находкіну М.Г., академіку АПН України, професору Третяку О.В., член-кор. НАН України: професорам Булавіну Л.А.; Валаху М.Я.; Соскіну М.С.; професорам Бережинському Л.Й.; Биху А.І.; Богданюку М.С.; Давидюку Г.Є.; Данилову В.В.; Довгому Я.О.; Кожем'яку В.П.; Мелкову Г.А.; Перепечаю М.П.; Погорєлому В.Є.; Проценку І.Ю.; Стасюку З.В.; Шайкевичу І.А.; Фреїку Д.М. за плідне та доброзичливе обговорення, висловлені зауваження і побажання.

Автори сподіваються, що книга допоможе студентам і фахівцям глибше оволодіти основами лазерної фізики і широкими можливостями когерентних джерел випромінювання.

Григорук В.І.,
Коротков П.А.,
Хижняк А.І.

§1. Історична довідка

Видатним досягненням другої половини XX століття є створення принципово нового методу підсилення та генерації електромагнітного випромінювання на основі індукованих переходів квантової системи. Цей напрямок розвитку фізики називають "квантова електроніка", що має такі розділи: *квантові генератори — мазери і лазери, нелінійна оптика.* Роки, які пройшли з моменту створення квантових генераторів (1954 р., (робоче тіло — аміак NH_3); 1960 р., (робоче тіло — рубін), були "золотим" віком квантової електроніки. Лазери розвинули не тільки оптику, але й багато інших областей фізики, хімії, кібернетики, біології, медицини, технології. Квантова електроніка стала багатогранною.

Створення квантових генераторів, як і будь-яке відкриття, було підготовлено попереднім розвитком фізики. Основи нового напрямку закладались при розробці квантової теорії випромінювання, спектроскопії, оптики та радіотехніки. Днем народження теорії квантів слід вважати 14 грудня 1900 року, коли в доповіді М. Планка вперше з'явилась формула $E = h\nu$. Це співвідношення показує взаємозв'язок двох областей фізики: хвильової (ν — її частота) і корпускулярної (енергія E). Для класичної фізики незвичайність цього зв'язку полягає в появі фундаментальної сталої $h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}$ Дж · с, яка отримала назву сталої Планка. Те саме можна сказати і про формулу А. Ейнштейна $E = mc^2$, в якій маса m пов'язана з енергією E за допомогою фундаментальної сталої $c = 299792458 \pm 0{,}5$ м / с.

Фізичні основи квантової електроніки були закладені А. Ейнштейном задовго до її створення. Першу його роботу надруковано в 1905 р., присвячено квантовій теорії світла.

В цій роботі гіпотезу світлових квантів використано для аналізу фотоефекту і фотофлуоресценції. Відомо, що існує

"червона" межа фотоефекту, яка не залежить від інтенсивності світла. Саме квантовий характер світла добре пояснює "червону" межу. Здавалося б: таке пояснення могло легко прийти в голову, бо ще І. Ньютон висунув гіпотезу про корпускулярний характер світла. Але тоді перемогла хвильова гіпотеза світла. Після гігантських успіхів хвильової теорії світла (багато оптичних приладів широко використовували інтерференцію та дифракцію світла, а рівняння Дж. Максвелла повністю пояснювали всі явища поширення світла в різних середовищах) повернення до квантової гіпотези світла здавалось неможливим. Разом із тим хвильова теорія світла не могла пояснити такий фундаментальний факт, як спектральний розподіл світлового випромінювання абсолютно чорного тіла. Це ввійшло до історії фізики як ультрафіолетова катастрофа. Справа в тому, що згідно з хвильовою теорією світла, інтенсивність випромінювання в короткохвильовій області спектра не спадає, а зростає. Це знаходиться в повному протиріччі з експериментальним фактом.

Отримана М. Планком формула прекрасно описує експериментально досліджений спектральний розподіл випромінювання абсолютно чорного тіла $\rho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\ell^{h\nu/\kappa T} - 1} \cdot \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{см}^3}\right]$. При виведенні цієї формули він встановив, що тіла випромінюють світло квантами. Разом із тим М. Планк вважав, що квантованість пов'язана із властивостями випромінювальних тіл, а не з полем випромінювання. А. Ейнштейн перший зрозумів, що хвильова теорія світла не може пояснити всі факти поведінки світлового поля і для їх пояснення необхідно ввести поняття квантів світла. По суті — це був перший крок до визнання дуалізму світла, тобто, світло мало як хвильові, так і корпускулярні властивості.

Друга робота А. Ейнштейна (надрукована в 1916 р.) присвячена виведенню формули Планка. В цій роботі вперше введено поняття індукованого випромінювання збуджених атомів під впливом зовнішнього поля. Це поняття є фундаментом квантової електроніки. Ймовірність індукованого випромінювання пропорційна густині падаючого на квантову частинку (атом, молекулу) випромінювання. При цьому частота випромінювання квантової частинки рівна частоті падаючого на неї кванта; просторові направленості, поляризації збуджувального і випромінювального квантів також збігаються, тобто ці кванти тотожні.

Таким чином, якщо на систему збуджених частинок діє випромінювання, то після проходження світла через цю систему інтенсивність світла зростає, тобто має місце підсилення світла. Для підсилення світла необхідно, щоб у верхньому стані знаходилась достатня кількість квантових частинок, а для генерації — щоб частинок у верхньому стані було більше, ніж у нижньому з урахуванням вироджения.

Гіпотеза А. Ейнштейна про вимушене випромінювання викликала велику зацікавленість, і, природно, фізики стали шукати експериментальну перевірку цього явища. На той час була розвинена тільки оптична спектроскопія, але для оптичних переходів верхні рівні практично не були заселені, отже, індуковане випромінювання ніякої ролі не відігравало. Тому необхідно було створити такі умови, щоб населеність верхніх рівнів стала значною і перевищувала число частинок у нижньому стані. В цьому випадку мало місце підсилення світла або зміна знаку кривої дисперсії показника заломлення, що значно простіше реалізувати. Саме таку спробу було зроблено в газовому розряді (А. Ладенбург і Е. Конферман, 1928 р.). Для того часу, напевно, це була єдина можливість виконати експеримент подібного роду. Розвиток квантової електроніки показав, що така ситуація дій-

сно може виникнути в газовому розряді при визначених умовах і для певних атомних переходів.

У 30-ті роки не спостерігалось спроб створити лазер. Експерименти, які ставились на той час, переслідували одну мету — довести існування індукованого випромінювання. При цьому ніхто не висунув ідею створення монохроматичних генераторів світла на основі індукованого випромінювання, а саме це є принциповим кроком у створенні квантових генераторів світла. Така ідея з'явилась тільки після початку робіт по квантових генераторах радіодіапазону — *мазерах*. Самі мазери були створені в 1954-1955 рр., на базі досліджень газової радіоспектроскопії, швидкий розвиток якої був зумовлений промисловим випуском монохроматичних генераторів надвисоких частот (НВЧ). Газова радіоспектроскопія вивчала резонансні переходи в області НВЧ. На відміну від оптичної спектроскопії, населеність верхніх рівнів у цьому випадку була значною і поглинання визначалось різницею числа молекул між нижніми і верхніми рівнями. Ця різниця складала лише невелику частку числа молекул на нижньому рівні, і тому ефект індукованого випромінювання обов'язково треба було враховувати, щоб правильно визначити величину поглинання. У радіодіапазоні вже існували генератори монохроматичного випромінювання і теорія автоколивальних систем була розвиненою.

За наявності підсилювального елемента, зворотного позитивного зв'язку і резонатора система здатна генерувати монохроматичні коливання. Все це сприяло створенню квантового генератора, де і використовується ефект індукованого випромінювання.

Після створення квантових генераторів радіоастрономи відшукали космічні джерела монохроматичного випромінювання. Звичайно, могло б бути і навпаки. Після винаходу мазерів розпочались роботи зі створення *лазерів — оптичних генераторів світла*. Це надзвичайно важливо, бо в оп-

тичному діапазоні не винайшли монохроматичних джерел світла, в той час як у радіодіапазоні задовго до народження квантової електроніки вже існували радіогенератори.

При створенні лазерів необхідно здолати деякі труднощі. Одні з них полягають в тому, що тоді не було вирішено проблему резонатора. До того ж, вона існувала і для класичних генераторів радіодіапазону. Для розуміння складності цієї проблеми, необхідно повернутись до історії розвитку генераторів радіодіапазону. Спочатку було освоєно довгохвильовий радіодіапазон, де як резонансні системи використовувались коливальні контури, які складаються з індуктивності та ємності.

Поступово освоювались більш короткі хвилі. При переході до надвисоких частот розміри коливальних контурів визначались так, щоб їх можна було порівняти з довжиною хвилі і поняття чистої індуктивності та ємності втрачало зміст. І тоді для цього діапазону стали використовувати об'ємні резонатори (резонатори з розподіленими параметрами), розміри яких порівнювались з довжиною хвилі. При просуванні в бік міліметрових і субміліметрових хвиль розміри резонаторів ставали настільки малими, що вони втрачали сенс внаслідок малої енергії, яку вони могли мати, і технічну можливість їх виготовлення. Якщо ж робити об'ємні резонатори для набагато більших довжин хвилі, то вони втрачають селективність, тому що такий резонатор має велике число власних коливань. Здавалося, що виходу немає. Але О.М. Прохоров у 1958 р. запропонував відкриті резонатори (інтерферометр Фабрі-Перо), розміри яких набагато більші, ніж довжина хвилі. Фундаментальне питання про резонатори вирішилося, і вони тепер широко використовуються для лазерів.

Другою важливою проблемою є отримання інверсної заселеності. В 1955 р. Н.Г. Басов і О.М. Прохоров запропонували метод отримання інверсної заселеності у трирівневій

схемі під впливом зовнішнього джерела накачування. Суттєвий вклад у розвиток цього методу зробив Н. Бломберген у 1956 р. Це дозволило створити в 1957-58 рр. квантові підсилювачі НВЧ на парамагнітних кристалах; підсилювачі мали надзвичайно малі шуми. Ця ж ідея зробила важливий вклад у появу лазерів. Перший лазер, створений Н.Т. Мейманом у 1960 р., працював за трирівневою схемою (рубін). При його створенні були використані відкриті резонатори, а для накачування — імпульсна оптична лампа.

Після створення першого лазера почався бурхливий розвиток лазерної техніки. Було розроблено інші методи одержання інверсної заселеності, а відкриті резонатори отримали подальший розвиток.

Нині лазери працюють у широкому діапазоні довжин хвиль, причому значний розвиток отримали лазери на фарбниках і твердих тілах з плавною перебудовою довжини хвилі випромінювання. Тепер можна отримати дуже короткі імпульси світла в фемтосекундному діапазоні (фемтосекунда — 10^{-15} c =1 фс), які містять невелике число оптичних коливань. Потужне лазерне випромінювання дозволяє спостерігати різні нелінійні явища.

Розвиток лазерів і їх застосування інтенсивно продовжується і сьогодні. Ознаки ефекту насичення в цьому напрямку розвитку науки поки що не спостерігається.

Вперше уявлення про вимушене випромінювання висунуто А. Ейнштейном у 1916 р. При цьому стверджувалось:

а) інтенсивність індукованого випромінювання пропорційна густині випромінювання, яке падає на квантову систему $I_{инд} \sim I_{пад}$;

б) характеристики збуджувального випромінювання квантової системи (частота, поляризація, напрямок поширення) тотожні характеристикам примусового випромінювання.

Потрібно відзначити, що вимушене випромінювання не є прерогативою квантових систем. Воно має місце і для кла-

сичних систем на відміну від спонтанного випромінювання, яке є квантовим ефектом. Наприклад, М. Планк розглядав жорсткі ротатори — нелінійні осцилятори (рівні — не еквідистантні), для яких він показав пропорціональність індукованого випромінювання інтенсивності падаючої хвилі. У випадку лінійного осцилятора (всі рівні — еквідистантні) ефект вимушеного випромінювання відсутній.

Принциповою характеристикою квантових генераторів є когерентність їх випромінювання (в елементарному акті випромінювання). Слово "когерентність" (*cohaerentis*) перекладається з латинської мови — зчеплення, зв'язок. Увів це поняття М. Юнг у 1901 р., вкладаючи до його змісту зв'язок між двома променями, отриманими від одного джерела спонтанного випромінювання. А під *когерентністю індукованого випромінювання слід розуміти повну його кореляцію з вимушуючим (затравочним) випромінюванням.* На тотожність та когерентність квантів падаючого і вимушеного випромінювання вперше звернули увагу А. Ейнштейн і П. Еренфест у 1921 р.

Чітке ж доведення існування вимушеного випромінювання і наявності когерентності було зроблено П. Діраком у 1930 р. Умова інверсного стану $n_i q_k > n_k q_i$, де n_i, n_k, q_i, q_k — заселеність та виродження верхнього (i) і нижнього (k) рівнів відповідно, вперше була висловлена А. Ладенбургом і Е. Конферманом у 1928 р., коли проводились експериментальні дослідження аномальної дисперсії показника заломлення неону. Неон збуджувався електричним розрядом. Цікаво, що і в першому газовому лазері, створеному лише через 32 роки (1960 р., А. Джаван, А. Беннет і Д. Еріот, *He-Ne*, з довжиною хвилі генерації $\lambda = 1{,}15$ мкм) також використовувався неон. А. Ладенбург і Е. Конферман зробили припущення: реалізація інверсного стану можлива за допомогою резонансного збудження атомів, що і робиться в теперішній

час. У 1940 р. до такого висновку прийшов і В.А. Фабрикант, вивчаючи вже не дисперсію, а поглинання світла.

Вперше експериментально індуковане випромінювання спостерігали Е. Парсел і Р. Паунд у 1950 р. при адіабатичному оберненні магнітного поля, в якому був розташований кристал *LiF*. Зеємановські рівні ядер Li^7 при обернені поля H_0 утворювали інверсне середовище і в радіодіапазоні (10 МГц) спостерігалась генерація.

18 червня 1951 р. було подано заявку на авторське свідоцтво №576749(0-274)26, але надруковали її в 1959 р. (автори В.А. Фабрикант, М.М. Вудинський, Ф.А. Бутаєва). У графі "Предмет изобретения" значилось: "Спосіб підсилення електромагнітних випромінювань (ультрафіолетового, видимого, інфрачервоного і радіодіапазону хвиль), який відрізняється тим, що випромінювання, яке підсилюється, пропускають через середовище, в якому допоміжним випромінюванням або іншим шляхом створюють надлишкову порівняно з рівноважною концентрацію атомів, інших частинок або систем на верхніх енергетичних рівнях, які відповідають збудженим атомам". У 1964 р. ці автори отримали диплом на відкриття. Нині ці ідеї матеріалізувались у прилади, установки, комплекси.

Починаючи з 1949 р. у ФІАНі під керівництвом О.М. Прохорова і Н.Г.Басова було розгорнуто роботи із вивчення радіоспектроскопічних методів тонкої і надтонкої структури молекулярних спектрів. Удосконалення методик досліджень привели Н.Г. Басова і О.М. Прохорова в 1952 р. до створення аміачного лазера.

У той же час (1950 р.), працюючи над створенням генераторів міліметрового діапазону на 24.000 МГц (аміачний лазер) для поліпшення точності апаратури бомбометання, Ч. Таунс з Колумбійського університету висловив ідею принципово нового методу генерації — мазера. У 1952 р. Дж.

Вебер (Мерілендський університет) висунув, а надрукував у 1953 р., аналогічні ідеї про створення системи "догори дном" відповідно до больцманівського розподілу (експеримент Е. Парсела і Р. Паунда, 1950 р.).

У 1954 р. В. Гордон, Дж. Цайгер і Ч. Таунс (Колумбійський університет) надрукували перше повідомлення про діючий молекулярний генератор на NH_3. Теорію явища вперше було розроблено Н.Г. Басовим і О.М. Прохоровим.

Створення лазерів відстало від мазерів на 5-6 років. У Стокгольмі, в лекції, з нагоди вручення Нобелівської премії, О.М. Прохоров пояснив це відставання великим захопленням мазерами, відсутністю пропозицій про конструкцію резонатора в оптичному діапазоні та відсутністю системи та методів отримання інверсії.

В червні 1958 р. О.М. Прохоров пропонує використати як резонатор інтерферометр Фабрі-Перо (відкритий резонатор). У 1949 р. Ч. Таунс і А. Шавлов для лазерних систем запропонували використати оптичне накачування, причому основний сенс їхньої ідеї полягав у збудженні квантових частинок на рівні, які лежали вище стабільного стану. А частинки по безвипромінювальним каналам концентрувались на відповідному метастабільному рівні. Трирівневу схему було реалізовано в 1960 році Т. Мейманом (рубін) і досліджено А. Шавловим. У цьому ж році П. Сорокін і Е. Стівенсон запропонували та реалізували чотирирівневу схему генерації (флюорит, активований іонами урана, CaF_2: $:U^{3+}$, $\lambda = 2{,}5$ мкм). Вибір іонів для робочих тіл виконувався П. Сорокіним і Е. Стівенсоном на основі фундаментальних робіт Л.І. Галкіна і П.П. Феофілова із дослідження, зокрема, люмінесценції трансуранових елементів.

У 1962 р. Р. Хелуорт і Ф. Мак-Кланг уперше запропонували метод електрооптичної модуляції добротності (комірка Керра), який дозволяв значно підвищити потужність випромінювання, завдяки скороченню тривалості імпульсу

до 10^{-6}– 10^{-9}с і підвищенню інверсної населеності (в результаті зміни добротності і зняття самообмеження інверсії). Ця ідея експериментально реалізувалась також шляхом використання швидкісного диска з отвором у фокальній площині двох лінз, що і було зроблено в 1962 році в ФІАН'і в лабораторії Басова Н.Г.

У 1960 р. А. Беннет і Д. Ерріот створили перший газовий лазер на суміші *He-Ne*, а у 1966 р. К. Пателл створює молекулярний лазер на CO_2. Перші повідомлення про отримання генерації на іонах *Hg* і *Ar* (В. Гордон і ін.) надійшли у 1964 р.

Розвиток квантової електроніки йшов від радіодіапазону до оптичного. Це закономірно і зумовлено деякими об'єктивними обставинами. Зокрема, радіоспектроскопісти інтенсивно працювали над створенням потужних високостабільних когерентних генераторів. У той же час оптиків взагалі не цікавила проблема стабільності, а про створення квантових генераторів оптичного діапазону ніхто з них не думав. Всі використовували тільки джерела спонтанного випромінювання, на відміну від радіоспектроскопістів, у котрих таких джерел просто не було. Наскільки оптики були індиферентні до когерентних джерел свідчить Ч. Таунс, висловлюючи ставлення керівництва "Бел телефон" до розробок лазера: "Новий прилад був настільки далеким від звичайних уявлень, що його практична цінність була очевидною далеко не кожному". Патентний відділ компанії "Бел телефон" спочатку відмовився запатентувати наш підсилювач і генератор оптичного діапазону (мова йде про *He-Ne* лазер), оскільки, як було пояснено, оптичні хвилі ніколи не були корисними для зв'язку, за винятком сигнальних багать, морських прожекторів — азбуки Морзе, і, отже, винахід має слабке відношення до діяльності "Бел телефон". Цим же пояснюється і друк із запізненням заявки В.А. Фабриканта М.М. Вудинського, Ф.А. Бутаєвої (1940-1959 рр., 1964 р. — диплом на відкриття, 1965 р. — медаль Вавілова).

Історія виникнення терміну "лазер" особлива і завдячує ч. Таунсу, людині талановитій із різноманітними захопленнями. Він і запропонував абревіатуру — мазер, який мав два тлумачення: перше, неофіційне — means of acquiring support for expensive research — засіб отримання субсидій для дорогих дослідницьких робіт, і друге, офіційне — microwave amplification by stimulated emission of raidiation — підсилення мікрохвиль за рахунок вимушеного випромінювання.

Властивості активних тіл і резонатора мають вирішальний вплив на характеристики випромінювання. Цей аспект квантової електроніки широко і всебічно вивчався вченими України, де дослідження були розпочаті в 1961 р. в Інституті фізики АН України (М.С. Бродін, В.Л. Броуде, М.С. Соскін).

Створення в 1963 р. співробітниками ІФ НАНУ (Київ) В.Л. Броуде, М.С. Соскіним, Н.Ф. Прокопюком дисперсного резонатора (авторське свідоцтво №164525 від 1.03.1963) поклало початок новому напрямку у фізиці лазерів — лазерів, які перебудовуються за довжиною хвилі випромінювання. На базі останніх проведені фундаментальні дослідження фізичних особливостей генерації в конденсованих середовищах.

На основі цих лазерів у 1967 р. В.І. Кравченко і М.С. Соскін (авторське право № 269375 від 27.01.1967) створили новий клас лазерів — *свіп-лазери*, за допомогою яких реалізовано метод швидкісної безщілинної спектроскопії високої роздільної здатності та сконструйовано комплекс унікальних лазерних спектрометрів.

Великий обсяг досліджень виконано під керівництвом академіка НАНУ М.С. Бродіна зі створення (1966 р.) і дослідження напівпровідникових лазерів при двофотонному лазерному накачуванні.

Багатосторонні дослідження із вивчення генерації лазера у режимі модуляції добротності виконані в Інституті на-

півпровідників НАНУ під керівництвом акад. НАНУ М.П. Лисиці.

Створення лазерів на широкому класі органічних барвників і дослідження особливостей їх генерації було виконано в Інституті радіоелектроніки (академік НАНУ А.Я. Усіков, Харків) і в ІФ НАНУ (академік НАНУ М.Т. Шпак, Київ).

Роботи українських фізиків із розробки фізичних основ управління частотою вимушеного випромінювання і створення лазерів із перебудовою частоти були відзначені Державною премією України в галузі науки і техніки за 1974 р.

Роботи із вивчення залежності характеристик лазерного випромінювання від властивостей робочих тіл, управління частотою генерації, просторове управління лазерним променем із 1961 р. активно ведуться в Київському університеті ім. Т. Шевченка (І.І. Конділенко, І.А. Дерюгін, В.Л. Стрижевський, П.А. Коротков).

Роком народження квантової електроніки, напевно, треба вважати 1954 рік — рік, коли вперше було отримано генерацію в сантиметровому діапазоні (NH_3, $\nu = 24000$ МГц, $\lambda = 1{,}25$ см).

Важливість і актуальність цих досліджень засвідчує той факт, що в 1964 р. Н.Г.Басову, О.М. Прохорову, Ч.Таунсу було присуджено Нобелівську премію в галузі фізики за фундаментальні дослідження в квантовій електроніці. В цьому ж році за створення і дослідження напівпровідникових лазерів було присуджено Ленінську премію співробітникам ФІАН В.М. Вулу, Ю.М. Попову, А.П. Шотову, Д.Н. Наслєдову, С.М.Ривкіну, Л.А. Рогачову, Б.В. Царенкову.

Фантастичні перспективи розвитку квантової електроніки зумовили лавинний ріст інформації із реалізації і вивчення властивостей квантових генераторів. Про темпи розвитку свідчать такі дані: в 1966 р. було опубліковано більше 2000 статей тільки про дослідження квантових генераторів

оптичного діапазону. Протягом десятиліття (1960-1969 рр.) у цій області були проведені розширені теоретичні і експериментальні дослідження, які дозволили розв'язати деякі принципові завдання.

Сьогодні квантова електроніка — один із найважливіших напрямків науково-технічного прогресу. Вона продовжує бурхливо розвиватися, привертаючи до себе увагу фізиків, хіміків, біофізиків, інженерів найрізноманітніших спеціальностей.

Про надзвичайно широке застосування лазерів яскраво свідчать наступні дані: в розробці, виробництві і використанні всіх типів лазерів у США у 1965 році брали участь 367 фірм, нині майже 1000; тільки газових лазерів випускається більше 2000 різновидів промислових моделей.

У 1969 р. у лабораторних умовах у ФІАНі на суміші CO_2-N_2-He отримано потужність випромінювання в неперервному режимі 8 кВт (довжина активного середовища 185 м, довжина хвилі генерації 10,6 мкм). Для відчуття величини потужності відмітимо, що лазер на CO_2 потужністю 200 Вт у неперервному режимі за кілька хвилин пропалює в цеглині отвір. Однією з специфічних рис таких лазерів є високий ККД, який може досягати 40% і більше. Це зумовлено високою ефективністю збудження молекул азоту, наявністю резонансної передачі енергії від збуджених молекул азоту молекулам вуглекислого газу, які мають великий час життя (~ 0,01 с) метастабільного рівня 00°1. Завдяки високому ККД CO_2-лазери є технологічними. Їх використовують для різання високотвердих матеріалів, зокрема, металів і алмазів.

Термін служби газових трубок промислових моделей доведено від 500 до 10^4 годин для *He-Ne* лазерів, іонних — від 100 до 10^4 годин. Ціна ж лазерів, в міру удосконалення технології їх виготовлення, зменшується і визначається величиною вихідної потужності, модовим складом і габаритами.

Широко використовуються і твердотільні лазери, зокрема, на активованому Nd^{3+} склі: силікатному (основа SiO_2)

і фосфатному (основа P_2O_5). ККД доведено у силікатного скла до 3%, у фосфатного — до 4%. В останніх значно кращі термооптичні властивості і тому за інших рівних умов у них розбіжність випромінювання (5′) менша, ніж у силікатних (15′).

У 1972 р. був продемонстрований лазер на ІАГ: Nd^{3+}, який генерував у неперервному режимі при сонячному накачуванні потужність 1,5 Вт. Рекордне значення ККД — 30% для твердотільного лазера було досягнуто на ІАГ $\div Ho^{3+}$ при 77 К ($\lambda = 2{,}05$ мкм).

На основі лазерів вдалося зменшити похибку вимірювань швидкості світла з 100 до 0,5 м/с, при цьому $\delta c/c = \pm 4 \cdot 10^{-9}$. Ці дані допомогли експериментально виміряти константу Рідберга ($R_\infty = mc^4/2h^2$) з точністю до 10^{-8}, що дозволило створити єдиний стандарт для вимірювання часу і довжини. Використовуючи стандарти частоти мікрохвильових коливань, вперше, незалежно від астрономічних спостережень, проведено прецизійне вимірювання часу. Стали можливими вимірювання інтервалів часу з точністю до дванадцятого знаку, що відповідає вимірюванню відрізка часу, наприклад, у 100 тисяч років із точністю до часток секунди. Перший квантовий годинник було створено в 1957 р. на базі аміачного мазера. Сучасний атомний хронометр, створений на основі лінії надтонкої структури цезія $F = 4 \rightarrow F = 3$ 9192,631830 МГц із напівшириною 200 Гц, має стабільність частоти 10^{-11}, тобто відхилення від нормального ходу годинника на 0,1 с за 300 років. Період коливань цезієвого стандарту, частота якого прив'язана до центру переходу надтонкої структури атома цезія, прийнята за еталон часу і складає 1/9192631770,0 с. Ще більш точні хронометри створені на атомному водні. Кращий стандарт частоти мікрохвильового діапазону — водневий мазер, який генерує на частоті ($F = 1 \rightarrow F = 0$) 1,4 ГГц. Точність вимірювання інтервалів часу обмежена співвідношенням невизначеності

$\Delta\nu \cdot \Delta\tau \approx 1$. В оптичному діапазоні, де частоти $10^{14} - 10^{15}$ Гц c^{-1}, є можливість підвищити точність вимірювання інтервалів часу до 13-го знаку. Це пов'язано з тим, що резонанс визначається з точністю до $10^{-5} - 10^{-4}$ від ширини лінії в мікрохвильовому діапазоні ($\Delta\nu/\nu = 10^{-8} \div 10^{-9}$), а в оптичному — це вдається зробити на 2-3 порядки вище, тобто $\Delta\nu/\nu = 10^{-10} - 10^{-13}$.

Застосування методу насиченого поглинання дозволило отримати інтенсивні і вузькі резонанси з відносною шириною до $10^{-10} \div 10^{-11}$. Створені лазери з відносною стабільністю частоти випромінювання $10^{-14} \div 10^{-15}$, у яких відновлюваність частоти $10^{-13} \div 10^{-14}$, а ширина лінії випромінювання 0,07 Гц.

Сучасні методи охолодження частинок і селекції їх за швидкостями підводять стабільність частоти до $10^{-16} \div 10^{-17}$, тобто, до граничного теоретично можливого.

Перший у світі оптичний годинник був створений у 1981 р. В.П. Чоботарьовим на $He\text{-}Ne/CH_4$ при генерації лазера на $\lambda = 3{,}39$ мкм (88373 149031,2 кГц).

Принцип стабілізації частоти лазера прямо пов'язаний зі стабілізацією бази резонатора: $\delta L/L = \delta\omega/\omega = \delta\nu/\nu$. Найбільший внесок у нестабільність оптичної довжини резонатора вносять зовнішні теплові, механічні й акустичні збудження, а також флуктуації коефіцієнта заломлення.

Атомні хронометри незамінні в космічній навігації. За допомогою атомного хронометра було виміряно слабку нерівномірність обертання Землі (в кінці жовтня період обертання Землі зменшується на 0,53 с, а в кінці травня збільшується на 0, 065 с).

Застосування стандартів частоти пов'язано з вимірюванням гранично малих зміщень і створенням лазерних детекторів гравітаційних хвиль. В.П. Чоботарьов із співробітниками зареєстрували величину зміщення $6 \cdot 10^{-14}$ см на базі 5 м

(відносна точність 10^{-16}). Удосконаливши методику, їм вдалось виміряти зміщення величиною $6 \cdot 10^{-15}$ см на базі 85 см.

Використання стандартів частоти дозволило створити високочутливі датчики для вимірювання малих деформацій земної кори і реєстрації сейсмічних коливань. Відносна чутливість приладу складає 10^{-9} на базі $1 \div 3$ км. За допомогою такого лазерного пристрою зареєстровані на трасі довжиною 2 км періодичні зміщення величиною 1 мкм.

На сьогоднішній день отримана генерація більше, ніж на 1000 об'єктах: кристалах, активованому склі, рідинах, напівпровідниках, плазмах, газах, хімічних реакціях, ударних хвилях і ін.

Разом із відомими успіхами, досягнутими у квантовій електроніці, в більшості випадків ще не встановлені фізичні межі застосування основних принципів, які лежать в основі квантових приладів. Нез'ясовані межі монохроматичності і когерентності випромінювання та їх зв'язок із потужністю і частотою випромінювання; як далеко можна заглибитися в область високих частот; яке граничне значення коефіцієнта корисної дії при перетворенні різних форм енергії в когерентне світло і т.п.

У теперішній час квантові генератори з області академічних досліджень стали апаратурою технічного прогресу і приладами наукових досліджень. Розвиток і удосконалення квантових генераторів продовжується, освоюються нові частотні діапазони, поліпшується стабільність всіх параметрів, зростає потужність.

На базі цих досягнень з'явився новий напрямок у фізиці — *квантова електроніка. Це область фізики, яка вивчає методи підсилення і генерації електромагнітного випромінювання шляхом використання ефекту індукованого випромінювання в термодинамічно нерівноважних квантових системах; властивості таких підсилювачів і генераторів та їх застосування.*

Типи лазерів

Лазери класифікуються за схемами функціонування (2-, 3- і 4-рівневі), за агрегатним станом робочого тіла (газоподібні, рідинні і твердотільні), за методом отримання інверсного стану (електронний, оптичний, хімічний, теплове накачування), за фізичними особливостями активних центрів, яким частіше всього і користуються.

Прийнято класифікацію лазерів:

1. Твердотільні.
2. Напівпровідникові.
3. Рідинні.
4. Газові на атомних переходах.
5. Газові на іонних переходах.
6. Молекулярні.
7. Фотодисоціаційні.
8. Електроіонізаційні.
9. Газодинамічні.
10. Хімічні.
11. Плазменні.
12. Ексімерні.
13. Лазери на вільних електронах.
14. Рентгенівські лазери.
15. Гамма-лазери.
16. Лазери з перебудовою довжини хвилі генерації.
17. Комбінаційні лазери.

Твердотільні лазери

Найбільш широке практичне використання на сьогоднішній день отримали лазери на твердих тілах — активованих атомарними іонами діелектричних кристалах і склі. Більше половини обсягу продажу твердотільних лазерів припадає на лазери на основі граната ($Y_3Al_5O_{12}$) і алюмінату ($YAlO_4$), активованих Nd^{3+}.

Причина широкого розповсюдження твердотільних лазерів полягає в тому, що хоч вони і не тримають рекордів за

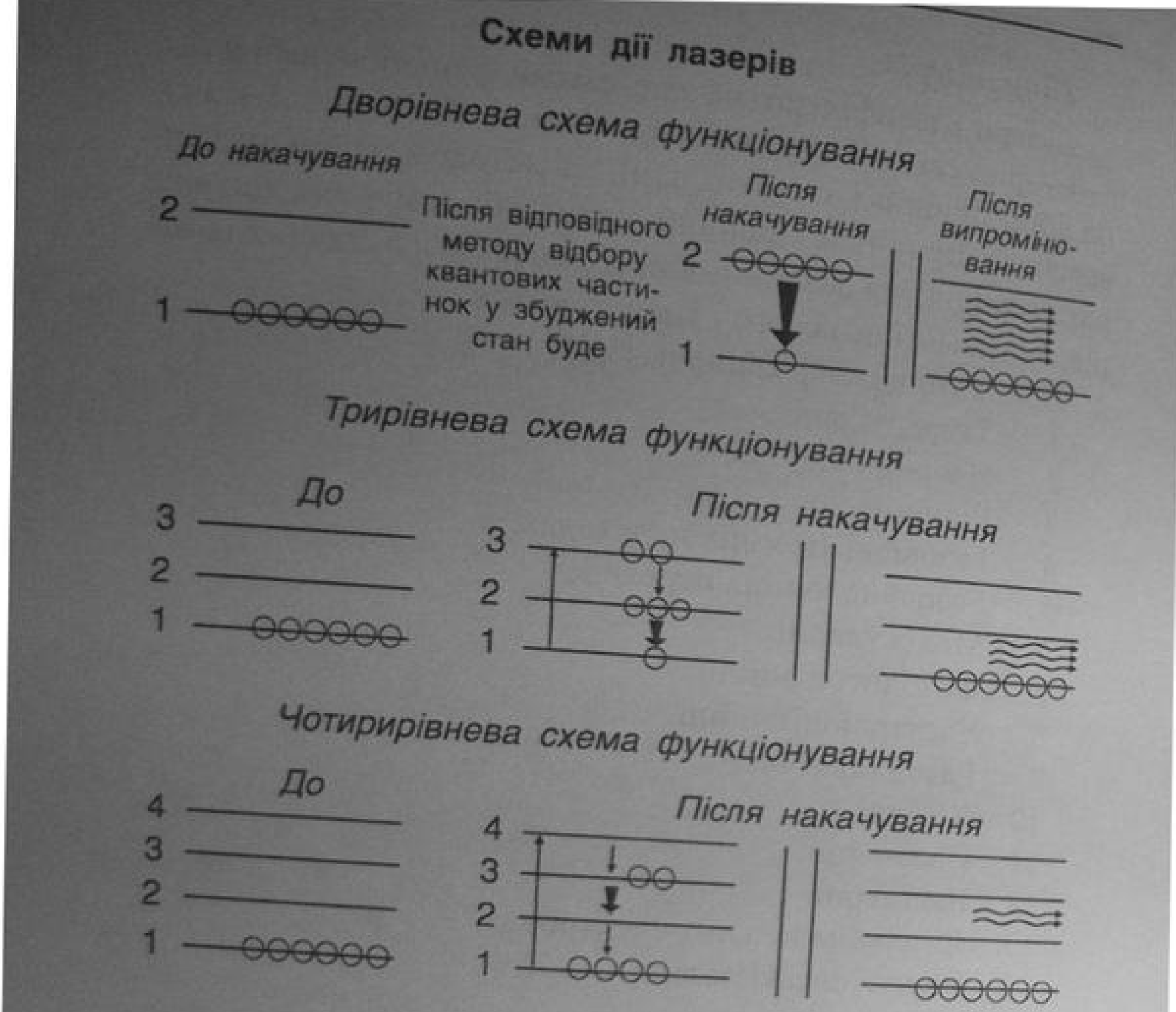


Рис. 1.1

параметрами (середня потужність випромінювання, ККД), вони є лідерами у сукупності найважливіших параметрів. Твердотільні лазери поєднують високі енергетичні параметри генерації (енергія в імпульсі до 10^4 Дж, середня потужність генерації до 700 Вт) зі здатністю дії в різноманітних режимах — від режиму ультракоротких імпульсів пікосекундної (пс) тривалості і до режиму неперервної генерації великої потужності; виняткова надійність і довговічність; компактність. Найбільший же їхній недолік — низький ККД. Відомі лазери на гранаті з неодимом мають ККД 1-2%,

як для імпульсного, так і для неперервного режиму генерації. Основна причина цього недоліку — недостатнє узгодження спектра випромінювання лампи накачування зі смугами поглинання неодиму.

Принципові шляхи підвищення ККД твердотільних лазерів відомі. Потрібно або різко підвищити концентрацію неодиму, або здійснити сенсибілізацію, тобто ввести додаткову домішку в матрицю, яка має сильне поглинання в області випромінювання лампи накачування, що ефективно передає збудження Nd^{3+}. Але на шляху виконання цих рішень є принципові труднощі. Так, просте підвищення концентрації активної домішки (Nd^{3+}) в більшості випадків не привело до позитивного результату внаслідок добре відомого явища — концентраційного гасіння. І тільки розкриття цього механізму дозволило розробити кристали і скло, активовані Nd^{3+}, з аномально слабким концентраційним гасінням люмінесценції. Найбільш відоме з них — фосфатне скло КНФС, Ф-100, LHG-8, ЛГС-56 й інші. ККД лазерів на основі цього скла в 2-3 рази вищий.

Першу спробу використати сенсибілізацію для підвищення ККД неодимових лазерів було зроблено у 1964 р. на кристалі $Y_3Al_5O_{12} \div Cr^{3+} \div Nd^{3+}$. Сенсибілізатор — Cr^{3+}. ККД було підвищено вдвічі. В 1978 р. синтезовано складний кристал — хром-неодим-амоноборат, в якому час передачі збудження $Cr^{3+} \rightarrow Nd^{3+}$ проходив менше, ніж за 100 нс.

Особливо швидка (тобто, швидше порівняно з швидкістю дезактивації верхнього робочого рівня ${}^4F_{3/2}Nd^{3+}$) передача енергії Cr^{3+} була досягнута в галієвому гранаті (ГСГГ-Cr^{3+} - Nd^{3+}), до складу якого входять, крім галію, гадоліній, скандій, хром і неодим $Gd_{1-x}Nd_x[(SeGa)_{1-y}Cr_y]_2Ga_3O_{12}$)— гадоліній-скандій-галієвий гранат.

При накачуваннях у 1-3 Дж активного елемента (ГСГГ Cr^{3+}-Nd^{3+}) розміром 3 · 50 мм^2 (концентрація Cr^{3+} – $2 \cdot 10^{20}$ і

$Nd^{3+} - 3{,}5 \cdot 10^{20} см^{-3}$) отримали ККД 4%. При цьому середня вихідна потужність 5 Вт при накачуванні 145 Вт, а при модуляції добротності за допомогою електрооптичного затвору на $LiNbO_3$ отримали середню потужність 2,9 Вт і ККД 3%.

Твердотільні лазери працюють при оптичному накачуванні.

Газові лазери (ГЛ)

До газових лазерів (ГЛ) відноситься широкий клас приладів, де як активне середовище використовуються різні гази, їх суміші і пари металів. Ці лазери за способом накачування для отримання вимушеного випромінювання поділяються на газорозрядні, газодинамічні і хімічні.

У газорозрядних лазерах збудження відбувається електричним розрядом у газах. Вони додатково підрозділяються на атомарні, іонні та молекулярні. До газорозрядних ГЛ відносяться і такі, в яких накачування виконується в результаті швидкого охолодження газової суміші (теплові лазери) або під дією швидкого нагріву (ударних хвиль), або під дією швидкого охолодження (газодинамічні лазери).

У хімічних ГЛ збудження активного середовища відбувається за рахунок енергії, яка звільняється при хімічних реакціях компонентами активного середовища.

Хімічні лазери (ХЛ) підрозділяються на два типи ГЛ: з ініціюванням хімреакції і "чистого хімічного" (без ініціювання). У першому випадку для забезпечення умов, необхідних для виконання і проходження хімреакцій, потрібне попереднє збудження тих чи інших реагентів, які вступають у реакцію (дисоціація, фотодисоціація, іонізація і т.п.), що викликає необхідність використання спеціальних додаткових пристроїв таких як: електророзрядники, нагрівальні камери, ударні труби, сопла й ін. У другому випадку хімічна реакція виникає довільно при змішуванні компонентів ($F_2 + H_2 \rightarrow HF^* + H$), $HF^* \rightarrow HF + h\nu(\lambda - [2{,}7 \div 3{,}4]$мкм). У хі-

мічних лазерів ККД ~ 10 ÷ 15% і велике значення енергії, які знімаються з одиниці об'єму. Недоліками хімлазерів є токсичність більшості активних речовин і необхідність їх прокачування.

Більшість ХЛ працює на коливальних переходах двоатомних молекул. У цьому випадку збудження відбувається в результаті екзотермічної реакції заміщення:

$$A + BC \rightarrow AB^* + C + \Delta E.$$

При цьому значна частина ΔE (величина δ) йде на збудження коливальних рівнів молекули AB^*:

$F + H_2 \rightarrow HF^* + H$	$(\Delta E = 41{,}9 \frac{\text{ккал}}{\text{мол}}$;	δ – 0,64;	λ – 2,7 – 3,4 мкм)
$H + F_2 \rightarrow HF^* + F$	97,8;	0,53;	2,8 – 3,7
$O + CS \rightarrow CO^* + S$	85;	0,85;	5,0 – 5,6
$O_2 + CS \rightarrow CO^* + SO$	90;	0,7;	5,0 – 5,7
$F + CH_4 \rightarrow HF^* + CH_3$	34,5;	0,6;	2,8 – 3,0

Основний параметр, який характеризує ефективність ХЛ, є його хімічний ККД (η_x) — відношення енергії лазерного випромінювання до величини енергії, що виділяється в результаті хімічної реакції або енергетичний ККД (η_e) — відношення енергії лазерного випромінювання до енергії, яка витрачається на ініціювання хімреакції. Енергія ініціювання багатьох екзотермічних реакцій менша енергії, що виділяється в результаті таких реакцій. Унаслідок цього η_e не має принципових обмежень зверху і може перевищувати 100%. Так, для $F + H_2$ і $H + F_2$ $\eta > 90$.

Максимальна енергія випромінювання HF-лазера (в імпульсному режимі) більше 2 кДж при тривалості імпульсу 30 нс (потужність 6,6ГВт). Найбільш потужні HF-лазери неперервної дії працюють при прокачуванні і мають вихідну потужність у кілька кВт при $\eta_e \sim 2 \div 4\%$.

Спектральний діапазон генерації ГЛ значно перевищує діапазон випромінювання всіх інших класів лазерів: лежить

у межах від 0,1 до 700 мкм. Внаслідок слабкої взаємодії частинок газу ширина лінії генерації близька до природної і в спеціально сконструйованому ГЛ може досягати кількох герц. Ця особливість активного газового середовища дозволяє отримати випромінювання з більш високою монохроматичністю і когерентністю порівняно з випромінюванням інших лазерів. У ГЛ при вживанні спеціальних заходів може досягатися стабільність і відновлюваність частоти $\sim 10^{-15} \div 10^{-17}$.

Висока оптична однорідність газового середовища, мале розсіювання й оптимальний вибір геометричних розмірів резонатора дозволяють отримати випромінювання ГЛ із розбіжністю, близькою до дифракційної (реальна розбіжність $1-10'$) і високий ступінь поляризації.

Унікальні параметри ГЛ відносно легко реалізуються в лазерах малої потужності, а за необхідності отримання таких же параметрів з підвищеною потужністю використовуються методи каскадного підсилення. Нині *He-Ne* лазери мають потужність 0,1-100 мВт, в Ar^+ – 0,1-500 Вт (ККД 10^{-3}-10^{-4}%); в CO_2 – 0,01-50 кВт з ККД 10-30%.

Молекулярні газорозрядні, іонізаційні, газодинамічні та хімічні лазери генерують високі потужності в неперервному режимі — десятки і сотні кіловат. Підвищення потужності випромінювання досягається, в основному, за рахунок застосування більш швидкого прокачування і підвищення тиску газу.

Ексімерні лазери (ЕЛ)

Особливе місце відводиться потужним ЕЛ, які генерують переважно в УФ-області. Активне середовище в них — квазімолекули або ексімерні комплекси атомів, які виникають і існують тільки в збудженому стані: ArO (558 нм); XeF* (351 нм); XeCl* (308 нм).* Лазерне випромінювання виникає при переході ексімерних комплексів зі збудженого електронного стану до "незбудженого", після цього вони

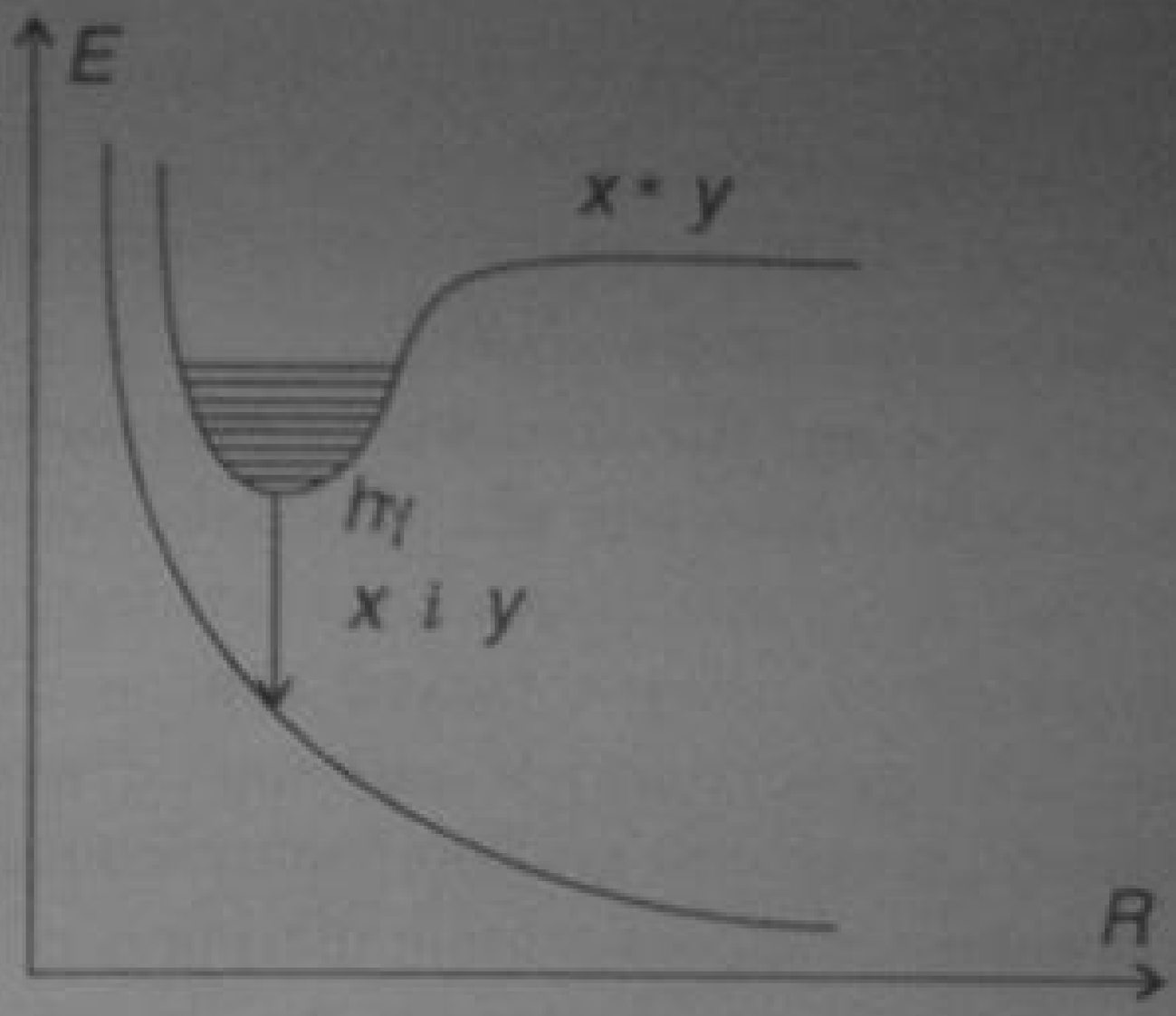


Рис. 1.2

розпадаються на складові атоми (рис. 1.2). Ексімерна молекула існує тільки в збудженому стані. Нижній рівень лазерного переходу є "відштовхувальним" (незбуджені атоми відштовхуються один від одного і не утворюють молекули). Швидке спустошення нижнього рівня, точніше, відсутність нижнього рівня, зумовлює аномально велику ширину лінії підсилення 40 – 250 $\mathring{A}$ (10^{-2} – 10^{-1} еВ). Час життя ~ 10^{-8} с. Такі лазери ще називають *розлітними*. Ексімерні збуджені комплекси виникають у певних газових сумішах при досить високому рівні збудження останніх 10^{14} –10^{15} $см^{-3}$ і високому тиску ~ 0,1–1 ГПа (~ 10^4 ат.). ККД при цьому становить ~ 1–5% і енергія — до 40–50 Дж/л. Частота повторення імпульсів 10^4 Гц при середній потужності кілька десятків ват. Область генерації — від 126,1 нм (Ar_2^*) до 558,0 нм (ArO^*). Кут розбіжності при спецконструкції резонатора (нестійкий резонатор) може досягати дифракційного — кількох кутових секунд.

Найкращі результати отримані на квазімолекулах хлориду ксенона (*XeCl** – довжина хвилі генерації $\lambda_г$ = 308 нм). При довжині резонатора L = 100 см і імпульсній робочій

напрузі 40–50 кВ отримана середня потужність 100 Вт і енергії 350 Дж при частоті 100 Гц. ККД 2%. При тривалостях імпульсу 1÷20 нс потужність досягає сотні кіловат.

Напівпровідникові лазери (НЛ)

Масове застосування НЛ обумовлене наступними факторами. Безпосереднє живлення від низьковольтних джерел струму, високий ККД, простота і компактність пристрою, особливо інжекційних лазерів, висока швидкодія визначають переваги їх використання в волоконно-оптичному зв'язку, оптичних системах пам'яті (видопошукова апаратура), в знакодрукуванні, спектроскопічній діагностиці різних середовищ та матеріалів (вологометрія, моніторинг оточуючого середовища і т.п.), а також у наукових дослідженнях і промислових випробуваннях (спектроскопія високої роздільної здатності, атестація фотоприймачів, стандарти інтенсивності джерел випромінювання, різні види метрологічного калібрування і т.і.).

Випускається декілька НЛ, а також спеціалізованих модулей, які включають такі лазери. Найбільша частина серійного випуску припадає на інжекційні лазери на основі двох типів лазерних гетероструктур: *GaAlAs/GaAs* і *InGaAsP/InP*, які перекривають діапазон довжин хвиль 0,67-0,91 і 1,06-1,67 мкм, відповідно. Діапазон пропускання волоконних світлопровідників (0,4 ÷ 2,0 мкм) добре вписується в спектральний діапазон НЛ.

НЛ характеризуються як найміниатюрніші, надійні і довговічні вироби квантової електроніки. НЛ мають чудові динамічні та спектральні властивості.

Залежно від методів створення інверсної заселеності проведена класифікація НЛ:

- *інжекційні*, в яких інверсний стан утворюється шляхом зустрічної дифузії електронів і дірок у діоді при прямій напрузі;

- *з електронним або оптичним накачуванням*, коли інверсія створюється швидкими електронами або фотонами відповідно;
- *стримерні*, коли сильне електричне поле за рахунок лавини носіїв створює у вузькому каналі (стримері) інверсну заселеність.

Можливі й інші методи отримання інверсії. Фізичні закономірності ті ж, що і при електронному збудженні.

НЛ мають високий коефіцієнт підсилення (*GaAs* – $\alpha \sim 10^{2}$ см$^{-1}$ при T = 300 K і $\alpha \sim 10^{5}$ см$^{-1}$ при T = 77 K). Це дозволяє реалізувати лазерний ефект при дуже малих розмірах активних елементів — частки мкм і, відповідно, мати НЛ малих розмірів, однак це обмежує потужність. При розмірах $(0{,}2-1)\times(3-20)$ мкм^2 потужність в імпульсі 10 ÷ 20 Вт. Звичайно, їх можна зібрати в матрицю і тоді потужність можна довести до кількох кВт. З іншого боку — малі розміри випромінюючої поверхні і нерівномірність їх світіння зумовлюють велику розбіжність випромінювання НЛ — у площині *p-n* переходу 6 – 12° і в перпендикулярній — 20 – 40°.

Довжина хвилі генерації НЛ визначається шириною забороненої зони використаного матеріалу, оскільки лазерний ефект у напівпровідникових матеріалах зумовлений переходом електронів із зони провідності до валентної зони. Основна маса рекомбінуючих електронів і дірок знаходиться біля дна зони провідності і стелі валентної зони. Тому енергія кванта, який випромінюється, $\Delta E = h\nu$, де ΔE — ширина забороненої зони, тобто, $\lambda_c \sim \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{ch}{\Delta E}$. Діапазон генерації НЛ~ ~ 0,32 × (*ZnS*) – 8,5 (*PbSe*) мкм. Квантоскоп (лазерна телевізійна трубка) дозволяє отримувати зображення на екрані площею 6 м^2 і більше.

Рідинні лазери на основі розчинів барвників (ЛБ)

ЛБ характеризуються широким спектром випромінювання. Для накачування ЛБ застосовуються лазери на склі,

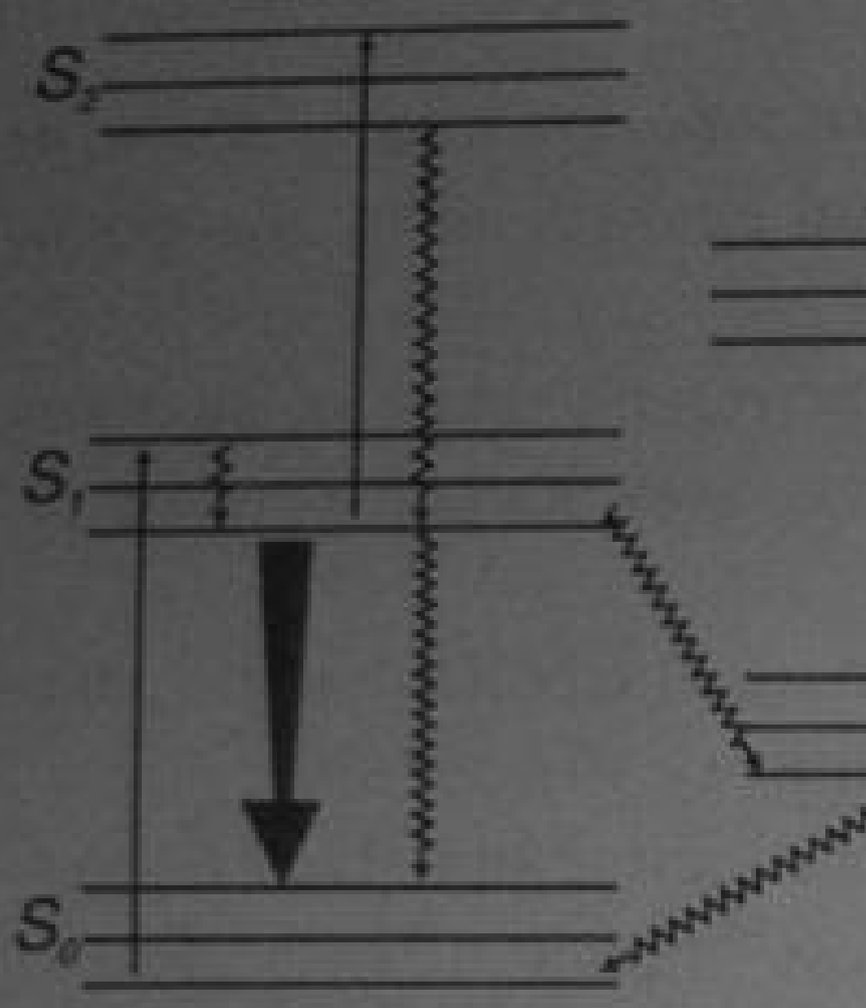


Рис. 1.3

активованому Nd^{3+}, ІАГ : Nd^{3+}, рубіні, аргоні й ін., а також — лампи накачування. ЛБ працюють в імпульсному і неперервному режимах. Найбільш ефективно ЛБ працюють у режимі генерації коротких імпульсів (10–20 нс). Така специфіка зумовлена тим, що збуджені частинки, які знаходяться на стартовому лазерному рівні, можуть перейти до основного стану за двома каналами — з випромінюванням (синглет-синглетний перехід $S_1 \to S$ —корисний канал) і без випромінювання (триплет-синглетний канал $T \to S$ — шкідливі втрати) — рис. 1.3.

При збудженні одного електрона, якщо його спін залишається антипаралельним спіну частини молекули, яка залишилась, то говорять про синглетні електронні стани (S_1, S_2, а також S_0). Якщо при збудженні спін електрона перевертається і виявляється паралельним спіну частини молекули, то говорять про триплетні стани (T_1, T_2). Синглет-триплетні переходи пов'язані з перевертанням спіну і з порушенням у дипольному наближенні правила відбору $\Delta S = 0$, а тому менш ймовірні, ніж синглет-синглетні чи триплет-триплетні.

Для хімічної будови барвників характерно поєднання бензольних, піридінових, азінових і ін. кілець, розташованих

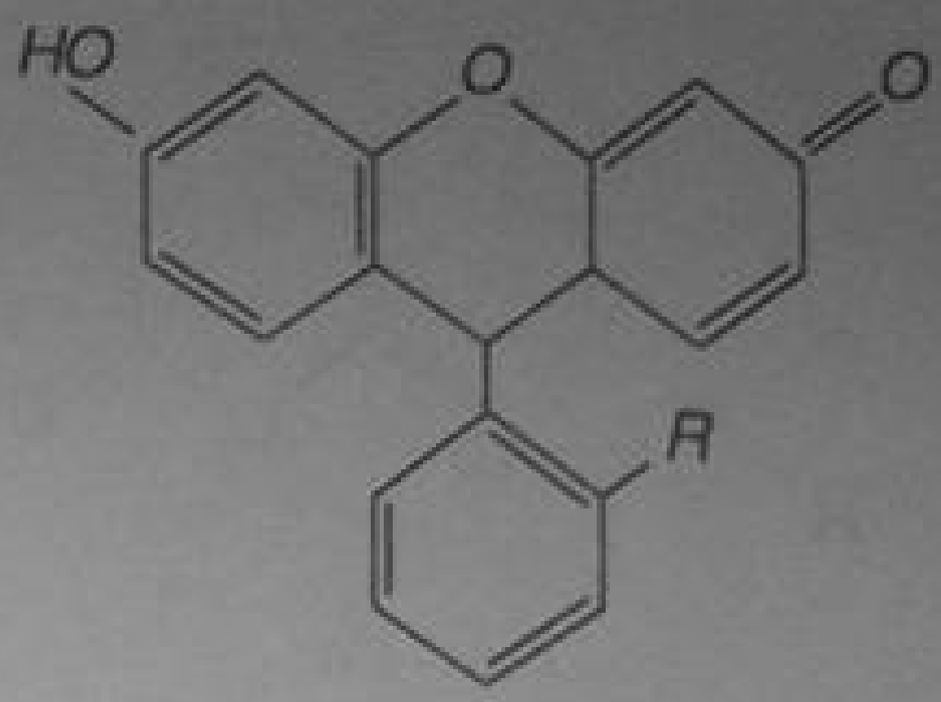


Рис. 1.4

в одній площині. Органічні лазерно-активні барвники поділяються на вісім класів: ксантени, поліметіни, оксазіни, кумаріни, антрацени, акрідіни, азіни, фталоціаніни. Вони перелічені в міру зменшення квантового виходу. Найбільш широко використовується родамін 6*G* (ксантен).

1. Ксантенові барвники (арілметанові барвники; похідні 9-фенілксантена). Родамін 6*G* — рис. 1.4.

2. Поліметанові барвники складаються з непарного числа метанових груп (-*CH*=) з електродонорними і електроакцепторними заступниками на кінцях. Найпростіший представник — хлорид тетраметилдііміда глутаконового альдегіда

$$(CH_3)_2 NCH = CHCH = CHCH = \dot{N}(CH_3)_2\, Cl^- —$$

основний барвник жовтого кольору.

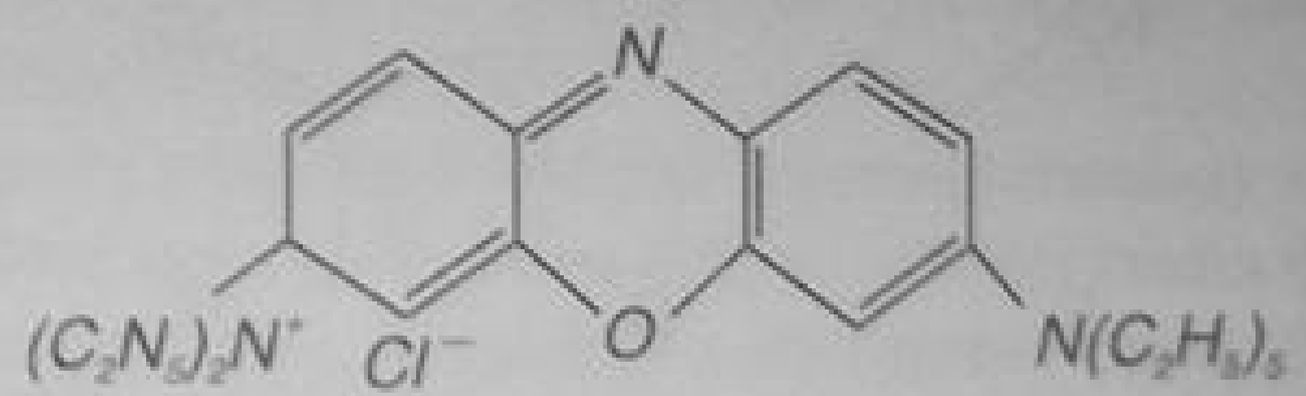


Рис. 1.5

Зі збільшенням довжини ланцюга на одну групу –*CH*= =*CH*– λ_{max} зміщується на 90-144 нм у бік більш довгих хвиль.

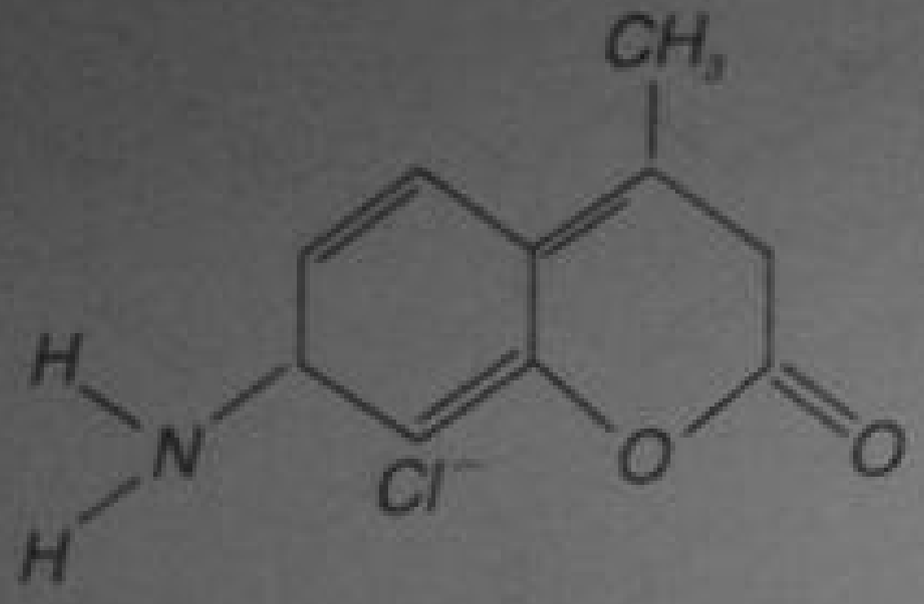


Рис. 1.6

3. Оксазінові барвники (від червоного до синього кольору) — рис. 1.5.

4. Кумарин (найчастіше використовується кумарин-120) — рис. 1.6.

5. Антрацени (сцинтиляційні лічильники) — подразнюють шкіру, очі, шляхи дихання, слизову (рис. 1.7).

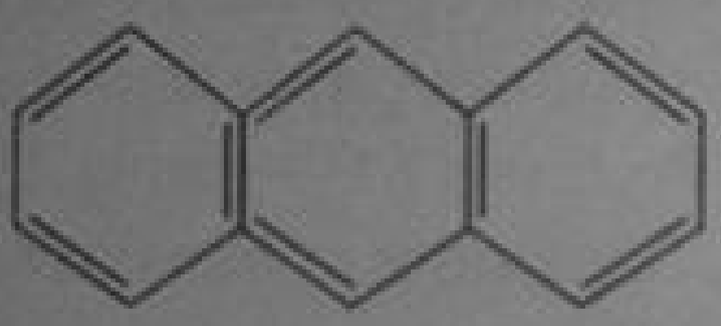


Рис. 1.7

6. Акридінові барвники (жовтий) (рис. 1.8).

7. Азінові барвники (від червоного до чорного) похідні від феназіна (рис. 1.9).

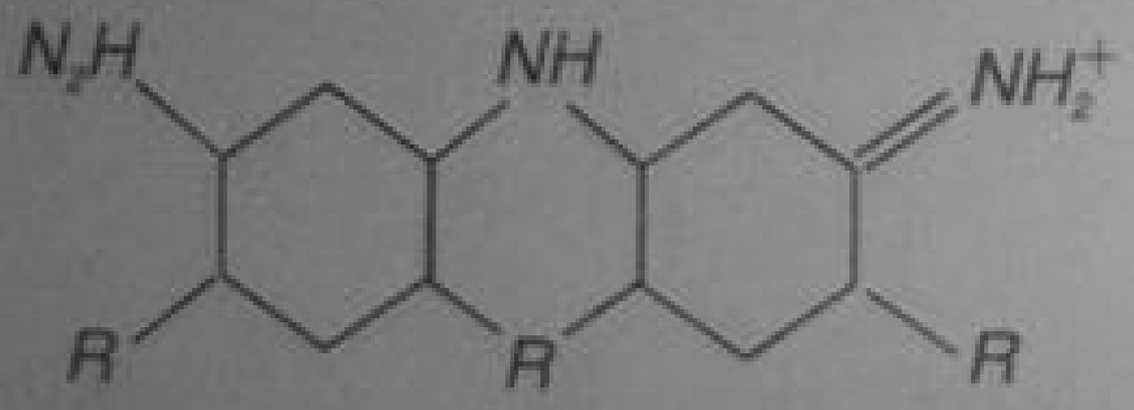


Рис. 1.8

8. Фталоціанінові барвники (від червоного до зеленого) *M* (*Pt, Fe, Bi, Co, Ni, Cu, Al, Sr, Mg*). Висока стійкість фарбування.

Оскільки стала часу переходу збуджених частинок на триплетний рівень (30–50) нс, то протягом дії імпульсів накачування ~ (10–20) нс лише невелика частина збуджених частинок перейде на триплетний рівень і не зробить внеску

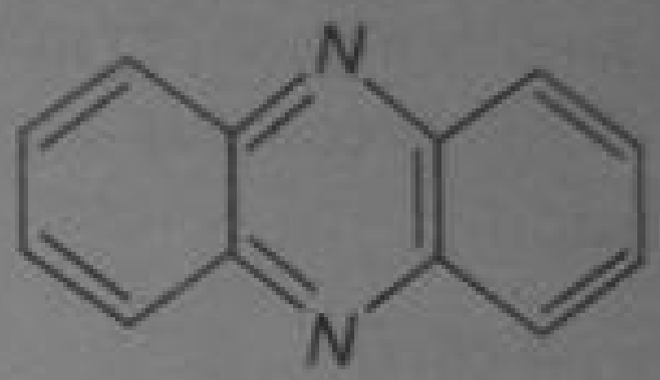


Рис. 1.9

до процесу генерації. Основна частина збуджених частинок на цей час буде переходити на нижній рівень із випромінюванням по каналу вимушеного процесу.

ЛБ генерують у діапазоні від УФ до ІЧ області (0,2 – 1,3 мкм) (від 1000 нм — ТРС- перхлорат до 420 нм — карбостирил-165). Число барвників перевищило 200 і їх продовжують створювати. Ширина смуг люмінесценції у барвників велика — 100 нм; ширина лінії генерації 0,01 нм і менше. У межах смуги люмінесценції можна плавно зміщувати лінію генерації. ККД ЛБ ~ 1%.

Лазери, які перебудовуються (ЛП)

ЛП називають квантові генератори, у яких тим чи іншим методом можна плавно змінювати довжину хвилі випромінювання. У певному розумінні ЛП можна класифікувати за трьома типами.

До першого типу відносяться лазери, довжину хвилі випромінювання яких змінюють за допомогою таких факторів як температура, тиск, зовнішнє електричне поле. До цього типу відносяться напівпровідникові лазери.

Другий тип лазерів — лазери з широкою смугою робочого переходу і перебудова довжини хвилі випромінювання відбувається в межах цієї смуги за допомогою внутрішньорезонаторних дисперсійних елементів. До цього типу від-

носяться лазери на основі органічних барвників, лазери на центрах фарбування, лазери на стиснутих газах і деякі твердотільні лазери та ін.

Третій тип — параметричні генератори світла. Тут перебудова довжини хвилі генерації зумовлена нелінійно-оптичними ефектами. Свіп-лазери змінюють довжину хвилі в самому процесі генерації.

Комбінаційні лазери (КЛ)

КЛ називаються лазери з когерентним (лазерним) накачуванням, заснованим на використанні явищ вимушеного комбінаційного розсіювання (ВКР) і вимушеного розсіювання Мандельштама-Бриллюена (ВРМБ).

Лазери на вільних електронах (ЛВЕ)

Принципи дії ЛВЕ полягають у тому, що пучок електронів з певною швидкістю і енергією має інверсну заселеність відносно до електронів з меншою швидкістю руху. Таким

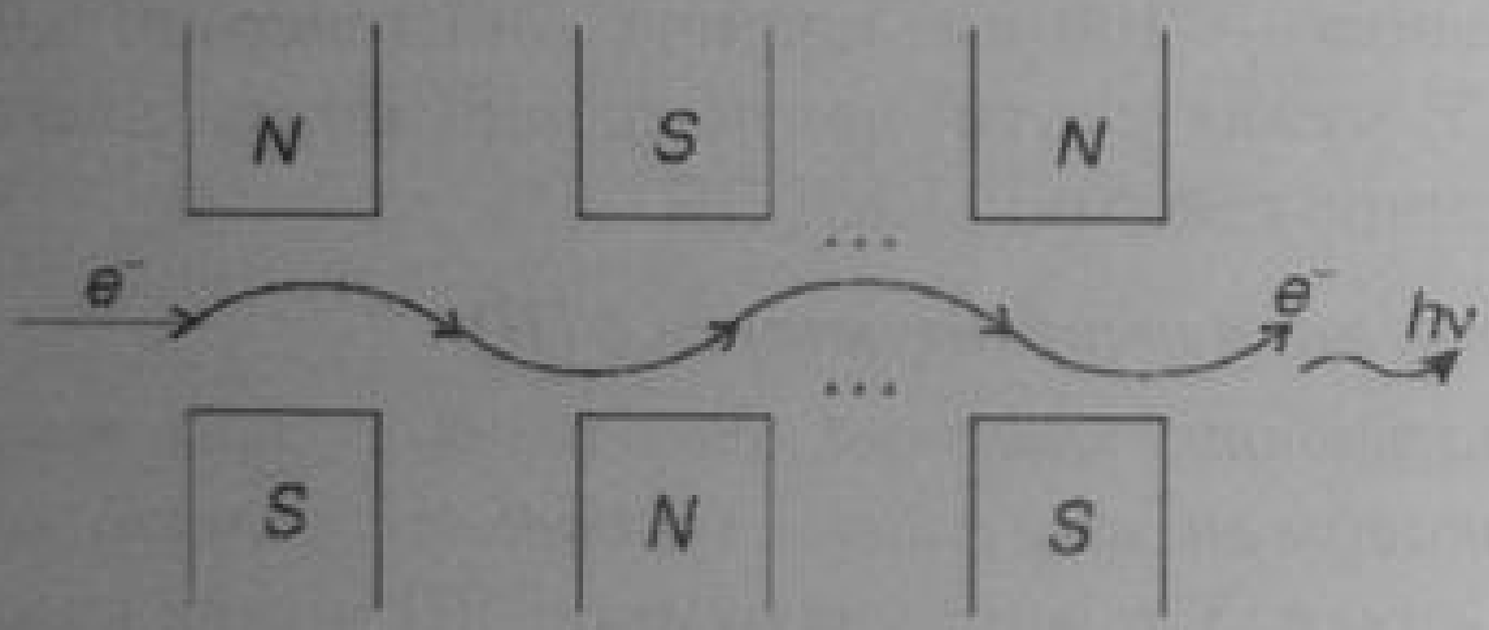


Рис. 1.10

чином, якщо змінити швидкість або траєкторію руху електрона, то можна отримати когерентне випромінювання на будь-якій довжині хвилі. Але з технічних причин реалізувати таку ідею дуже складно. Це було зроблено лише в 1972 році на основі використання релятивістського електронного пучка з просторово-періодичним магнітним і електричним полем.

Розглянемо принцип дії ЛВЕ з системою періодично розташованих магнітів — рис. 1.10. Вільний електрон, як відомо, при русі з прискоренням випромінює електромагнітну хвилю. Якщо створити систему, скажімо, просторово змінного магнітного поля, перпендикулярно вектору напруженості якого рухається електрон, то внаслідок дії сили Лоренца напрям руху пучка електронів буде змінюватись. Напрям дії сили Лоренца буде змінюватись із періодом реверсування магнітного поля ℓ, у результаті чого електрон рухатиметься по криволінійній траєкторії зі знакозмінним прискоренням. Відповідно до цього він випромінюватиме електромагнітні коливання з частотою, пропорційною частоті зміни знаку. Довжина хвилі цього випромінювання визначається:

$$\lambda = \frac{\ell}{2\gamma^2}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{E_{рух.}}{E_{спок.}},$$

де γ — релятивістський коефіцієнт, чисельно рівний відношенню енергії електрона, який рухається, до енергії електрона в стані спокою (0,5 МеВ); ℓ — просторовий період зміни напрямку магнітного поля. Отже, змінюючи енергію електрона, який рухається, можна змінювати довжину хвилі випромінювання, тобто, отримати лазер з перебудовою. Якщо в ЛВЕ період магнітного ондулятора (система знакозмінних магнітних полів) практично не може бути меншою 3 см, то це означає, що для перебудови від міліметрової до ультрафіолетової області спектра треба змінювати енергію електронів від *2* до *150* МеВ. На прискорювачах, де енергія електронів доходить до 20 ГеВ ($\gamma=4 \cdot 10^4$), можна отримати випромінювання на $2 \cdot 10^{-3}$ нм, тобто, в області жорсткого ультрафіолету.

Складність і прецизійність системи випромінювання зумовлює обмеженість експериментальних робіт. Разом із тим, кількість теоретичних робіт зростає дуже швидко. Сис-

теми на вільних електронах сьогодні працюють на $\lambda = 3{,}4$ мкм (енергія електронів 24 МеВ, імпульс тривалістю 4 нс і потужністю 7 кВт (середня потужність 0,36 Вт); $\lambda = 1{,}5$ мм, потужність імпульсу 8 МВт (енергія електронів 150 МеВ); $\lambda = 5$ см, потужність ~ 15 МВт (енергія електронів 150 МеВ). ККД цих систем 10^{-2}% внаслідок високих вимог до монохроматичності (однорідності за швидкістю) пучка електронів.

Технічна складність реалізації лазерів на вільних електронах зумовила низьку їх кількість. Параметри лазерів далекі від теоретично можливих.

Перші прогнози отримання індукованого випромінювання на вільних електронах висловили П.Л. Капіца і П. Дірак ще в 30-х рр.; ондуляторне випромінювання було розглянуте академіком В.Л. Гінзбургом, а згодом академіком А.В. Гапановим. Експериментальні успіхи ЛВЕ датуються початком 70-х рр. і пов'язуються, звичайно, з групою фізиків Стенфордського прискорювального центру — Дж. Мейді, Л. Елатсом і В. Фейсрбенксом, які і ввели термін "ЛВЕ" для підкреслення можливості отримання оптичного випромінювання.

У Стенфорді експерименти проводились на надпровідному лінійному прискорювачі з енергією електронів 24 МеВ при максимальному струмі пучка 0,1 А. Потім стали використовувати одну з секцій прискорювача довжиною 3 м (прискорювач "Марк-3" на 1 ГеВ). Ця секція дозволяла отримати пучок зі струмом 0,25 – 1 А при енергії електронів до 44 МеВ.

Вивчалось підсилення випромінювання на довжині хвилі 10,6 мкм, а в режимі генератора ефективність перетворення енергії електронного пучка у випромінювання на довжині хвилі 3,4 мкм склала всього 0,014%. При цьому лазер працював, і потужність випромінювання електронів у підси-

лювачі в 10^9 разів перевищувала потужність спонтанного випромінювання електронів в ондуляторі.

Ондулятор зібрано на постійних магнітах, довжиною 100 см із періодом магнітного поля 2,7 см, число періодів — 37, максимально магнітне поле — 3 кГс; резонатор лазера довжиною 6,92 м; використовувались діелектричні дзеркала (в діапазоні від 9 до 11 мкм) і мідні (11-35 мкм) діаметром 3,8 см і радіусами кривизни 3,8 і 3,35 м. Інжектор дає макроімпульс струму тривалістю 100 мкс з енергією електронів 80 кеВ, який є послідовністю 2000 електронних згустків тривалістю 3 нс зі струмом 3-5 А. Часова відстань між ними 46,2 нс. Потім система групостискувачів компресує згустки до 40 нс і піковий струм зростає до 50 А. На цій установці було досягнуто середній рівень потужності 6 кВт на 10 мкм при ККД 1%. Удосконалення ондулятора (його профілювання з періодом 10 см і загальною довжиною 3 м) дозволило підсилити випромінювання з довжиною хвилі 8,6 мкм від початкового рівня 30 кВт до вихідного 1,8 ГВт, тобто в 60000 разів, і досягти 40% ефективності перетворення енергії електронного пучка у випромінювання.

На сьогоднішній день отримано генерацію від 0,5 до 40 мкм.

Питання термінології

Випромінювання лазера відбувається при переходах між певними енергетичними рівнями активних центрів, які називаються робочими рівнями – стартовим і фінішним. Віднесені до одиниці об'єму активного середовища заселеності робочих рівнів (густина заселеності) позначимо через n_k (нижній) і n_i (верхній) робочий рівень. Різниця їх Δn рівна:

$$\Delta n = n_i - q_i/q_k \cdot n_k\,[см^{-3}].$$

Тут q_i і q_k — кратність вироджения відповідних рівнів.

Якщо $\Delta n > 0$, то має місце інверсія активного середовища. Оскільки Δn є в загальному випадку функцією часу і прос-

тору $n = f(\bar{r}, t)$, то поняття інверсії може стосуватись певного проміжку часу і певних областей активного середовища.

При термодинамічній рівновазі справедливий розподіл Больцмана:

$$n_i = \frac{q_i}{q_k} n_k e^{-\frac{h\nu_{ik}}{kT}}.$$

Отже, при термодинамічній рівновазі $\Delta n < 0$, а для інверсії необхідно перевести активне середовище в нерівноважний стан. Створення інверсії в активному середовищі є необхідною умовою для реалізації генерації лазера.

Коефіцієнтом підсилення α називається величина:

$$\alpha = -\sigma n \cdot [см^{-1}],$$

де $\sigma[см^2]$ — поперечний переріз вимушених переходів між робочими рівнями. Таким чином, для підсилення необхідно $n>0$ і $\alpha<0$, оскільки, згідно із законом Бугера $I = I_0 e^{-\alpha d}$ (d [см]-товщина шару середовища).

Для створення і підтримання інверсії використовуються різноманітні методи збудження середовища.

Вибір методу накачування для даного активного центру суттєво впливає на величину ККД лазера. В ідеальному випадку енергетичний ККД лазера буде максимальним і рівним відношенню енергії $h\nu_{випр.}$ фотона, який випромінюється, до енергії $h\nu_{збуд.}$, що потрібно для збудження одного активного центру:

$$\eta = \frac{h\nu_{випр.}}{h\nu_{збуд.}}.$$

Величину η частіше називають квантовим виходом лазерного переходу. Реально далеко не вся потужність накачування поглинається активним центром, а частина її про-

сто втрачається. Це враховується косфіцієнтом втрат γ, який враховує всі втрати енергії накачування, і тоді:

$$\eta = \gamma \frac{h\nu_{випр.}}{h\nu_{збуд.}}.$$

Отже, чим ближче $\nu_{збуд.}$ до $\nu_{випр.}$, тим вищий, при інших рівних умовах, буде ККД, що добре видно з рис. 1.11а.

Звичайно, в газових лазерах на атомних переходах $h\nu_{збуд.} \sim 10 \div 20$ еВ (80000-160000 см $^{-1}$) і величина $\eta \sim 0{,}1$. Штрихові рівні є додатковими (паразитними), оскільки вони можуть у процесі накачування збуджуватись, забираючи частину енергії, а також слугувати каналами релаксації енергії активних центрів. Все це зменшує ККД лазера, типове значення якого $10^{-3} \div 10\%$.

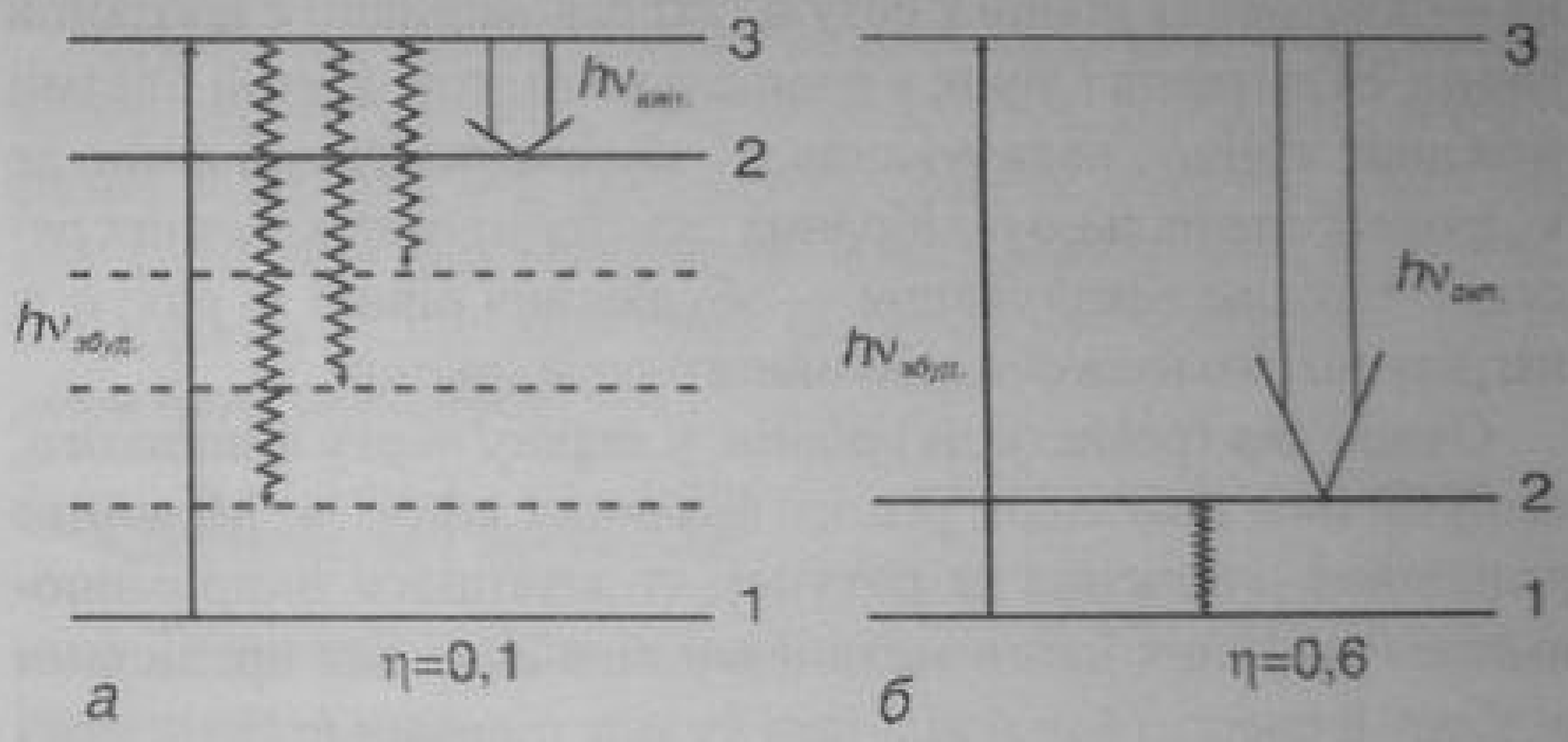


Рис. 1.11

У цьому плані переваги має схема *б* (рис.1.11). Але у випадку *б* зменшується швидкість релаксації з очищення нижнього рівня, в зв'язку з чим вводять додаткові гази, які забезпечують непружні зіткнення, за рахунок яких прискорюється очищення рівня 2. У такому випадку говорять про лазери із зіткненням. Лазер на CO_2 відноситься до цього типу.

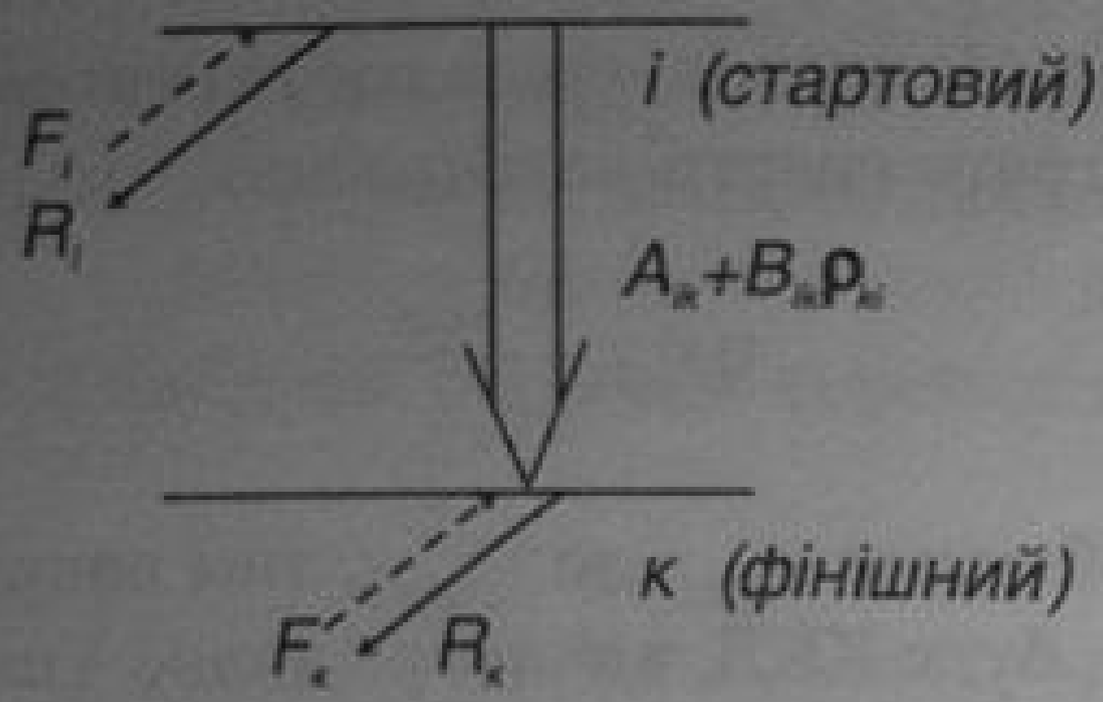


Рис. 1.12

Механізми збудження можуть бути оптичними, за рахунок непружних зіткнень із вільними електронами, а також непружних зіткнень із допоміжними атомами і молекулами. При цьому припускається, що має місце резонансний механізм передачі енергії. Можливе рекомбінаційне накачування — збудження рівнів у результаті рекомбінації електронів і іонів, електронів і дірок у спеціально підготовленій плазмі; можливе хімічне накачування — збудження рівнів виникає в процесі спеціально підібраних екзотермічних хімічних реакцій; теплове накачування — збудження рівнів за рахунок нагріву чи охолодження активного середовища.

Очищення (релаксація) рівнів, у першу чергу фінішного, відбувається внаслідок різних фізичних ефектів. Можливе радіаційне очищення за рахунок спонтанного випромінювання. Реалізація цього механізму визначається правилами відбору й енергетичної відстані $h\nu$ між рівнями (стартовим і фінішним к) — рис. 1.12.

Чим більша величина $h\nu$ між фінішним і основним рівнями, тим вища ймовірність радіаційного очищення і тим ефективніше буде працювати лазер.

Непружні зіткнення з вільними електронами, при яких кінетична енергія вільного електрона зростає (електронне дезбудження), покращують очищення нижнього рівня.

При непружних зіткненнях із допоміжними атомами і молекулами відбувається передача енергії від активного це-

нтру до атома (молекули). При цьому може мати місце резонансний чи газокінетичний механізм. У першому випадку відбувається збудження певних рівнів атомів (молекул), а в другому — зростає кінетична енергія атомів (молекул).

Зняття збудження можливе при адіабатичному розширенні газового середовища, тобто, коли енергія збудження активних центрів переходить у кінетичну енергію частинок газу, який швидко розширюється.

Хімічне дезбудження відбувається за рахунок використання ендотермічних реакцій.

Відмітимо, що в іонних лазерах важливе швидке радіаційне очищення нижніх робочих рівнів; у молекулярних і електроіонізаційних — важлива релаксація нижніх робочих рівнів за рахунок непружних зіткнень, а в газодинамічних — за рахунок адіабатичного розширення газу.

Зауважимо також, що для лазерів, які працюють у режимі неперервної генерації, очищення нижніх рівнів має першорядне значення, а в імпульсних лазерах важливе значення має заселення робочих рівнів. В ексімерних лазерах фінішний рівень відсутній і тому автоматично знімається проблема його очищення.

Контрольні питання

1. Порівняйте характеристики вимушеного і спонтанного випромінювання.

2. Проаналізуйте схеми функціонування лазерів із двома, трьома і чотирма рівнями.

3. Наведіть приклади особливо значних успіхів українських вчених у розвитку лазерної фізики.

4. Які типи лазерів Ви запропонуєте для спектрометрів високої роздільної здатності?

5. Порівняйте методи підвищення коефіцієнта корисної дії в різних типах лазерів.

§2. Спонтанні і вимушені переходи (СП і ВП)

Згідно з класичним уявленням, випромінювання і поглинання електромагнітних хвиль кількісно пов'язане зі спорвільненням і прискоренням електричних зарядів. Наприклад, процес спонтанного випромінювання супроводжується поступовою витратою початкової енергії осцилятора на випромінювання протягом деякого проміжку часу, кількісною характеристикою якого служить, так званий середній час життя τ^*. У результаті — випромінювана потужність зменшується з часом по експоненті і розсіюється в просторі.

У квантовій теорії мають справу зі стаціонарними станами, і припускається, що елементарні акти поглинання і випромінювання відбуваються миттєво. А.Ейнштейн запропонував процес випромінювання або поглинання характеризувати ймовірністю або числовим коефіцієнтом, який визначається кількістю переходів, що відбуваються в середньому за одиницю часу з кожним атомом даного ансамблю. Ймовірності, отримані з досліду, є статистичними емпіричними сталими атомних процесів, знання яких і дозволить чисельно описати поведінку даної сукупності атомів. Тільки квантова механіка дає можливість, виходячи з будови електронної оболонки атома, вирахувати як абсолютні, так і відносні значення цих коефіцієнтів.

Плоска монохроматична хвиля визначається хвильовим вектором $\bar{\kappa}$, поляризацією α. Частота хвилі $\omega = c\kappa$, довжина хвилі $\lambda = \frac{2\pi}{\kappa}$. Індекс поляризації набуває тільки двох значень ($\alpha = 1, 2$) — правої і лівої у випадку кругової поляризації.

Важливість поняття плоскої монохроматичної хвилі зумовлена можливістю опису реальних хвиль у вигляді супер-

---

* *Під часом життя розуміють часовий інтервал, протягом якого початкова енергія елементарного осцилятора зменшується в e разів.*

позиції плоских монохроматичних хвиль. При квантово-механічному розгляді кожній із вхідних у таку суперпозицію хвиль відповідає деяка кількість фотонів у відповідному $\overline{\kappa}_\alpha$ -просторі.

При формуванні суперпозиції виникає "розладнення", яке тягне за собою часткову некогерентність, часткову поляризацію, часткову монохроматичність.

Випромінювання може бути спонтанним (самодовільним), тобто відбуватися за відсутності зовнішньої дії, і вимушеним — у результаті дії зовнішнього випромінювання. Поглинання, природно, завжди вимушений процес. При розгляді рівноважного стану між речовиною і полем, як показав А. Ейнштейн, необхідно враховувати не тільки спонтанне випромінювання і процеси поглинання, але і вимушене випромінювання. Ймовірність спонтанного випромінювання визначається лише внутрішніми властивостями атомів і не залежить від інтенсивності падаючого випромінювання. Імовірність же переходів при поглинанні залежить як від властивостей квантового ансамблю, так і від інтенсивності падаючого випромінювання. Тому для встановлення рівноважного стану системи при довільній інтенсивності падаючого випромінювання необхідне існування вимушених переходів квантових частинок із випромінюванням квантів.

Квантові системи з набором дискретних рівнів мають три типи переходів: спонтанні, індуковані електричним полем та безвипромінювальні релаксійні переходи. Особливістю індукованих переходів є когерентність випромінювання. Спонтанне випромінювання зумовлює наявність шумів. При спонтанному оптичному переході квантова система може тільки випромінювати фотон і переходити з верхнього енергетичного стану на нижній. Імовірність спонтанного випромінювання не залежить від зовнішнього електромагнітного поля і тому спонтанне випромінювання некогерентне і зумовлює власний шум квантової системи. У результаті спон-

танного випромінювання відбувається спустошення верхніх рівнів, що шкідливо відбивається на коефіцієнтах підсилення лазерних середовищ. Спонтанне випромінювання для лазерів є шкідливим процесом. Спонтанне випромінювання є ефектом принципово квантовим, що не допускає класичного трактування. В класичній механіці знаходження системи в стані нестійкої рівноваги, який має більшу енергію відносно до деякого стійкого стану, за умови відсутності зовнішніх збурень може бути нескінченно велике. У квантовій механіці перебування системи в метастабільному стані в результаті довільного переходу завжди відбувається за скінченим проміжком часу. При індукованих переходах квантова система може переходити як з верхнього стану на нижній із випромінюванням фотона (вимушене випромінювання), так і з нижнього стану на верхній, із поглинанням фотона (явище поглинання). Властивості вимушеного випромінювання:

1. Імовірність інду кованих переходів за одиницю часу пропорційна густині енергії зовнішнього поля в одиничному спектральному інтервалі (спектральна об'ємна густина енергії) — $\rho_\nu \cdot \left[\frac{Дж \cdot с}{см^3}\right]$.

2. Кванти електромагнітного поля, які випромінюються при індукованих переходах, повністю тотожні квантам, що викликали ці переходи $h\nu_{вим.} \equiv h\nu_{індук.}$. Імовірність індукованих переходів відмінна від нуля тільки для зовнішнього поля резонансної частоти, тобто для $\nu_a = 1/h(E_i - E_k)$, при цьому $E_i > E_k$ (рис.1.12).

Спонтанне випромінювання — ефект чисто квантовий, індуковане — має класичний аналог. Дійсно, класичний гармонійний осцилятор, який вільно коливається і знаходиться в полі резонансного йому монохроматичного випромінювання, розкачується цією зовнішньою силою. Частота і фаза його коливань, як відомо, визначається частотою і фазою

зовнішньої сили. При певному фазовому співвідношенні між вихідними (початковими) вільними коливаннями осцилятора і зовнішньої сили потужність, яка поглинається в осциляторі, може бути від'ємною. Це означає, що для таких фазових співвідношень осцилятор віддає енергію зовнішньому полю під впливом цієї зовнішньої дії, тобто має місце індуковане випромінювання. Класичний ефект передачі енергії осцилятора полю має місце, коли коливання осцилятора і поля зсунуті по фазі на $\pi / 2$.

Уведемо поняття імовірностей відповідних переходів. Нехай є сукупність однакових квантових частинок, які можуть випромінювати або поглинати фотони частоти:

$$\nu_{ik} = 1/h(E_i - E_k). \qquad (2.1)$$

Згідно з постулатами А. Ейнштейна число спонтанних переходів за одиницю часу в одиниці об'єму з верхнього рівня E_i на нижній E_k пропорційне числу частинок n_i на вихідному рівні, тобто:

$$Z_{ik}^c = A_{ik} n_i \cdot [c^{-1} \cdot см^{-3}]. \qquad (2.2)$$

Співвідношення (2.2) виконується строго, якщо елементарні процеси незалежні. Це характерно для більшості випадків. Згідно з (2.2) коефіцієнт пропорційності:

$$A_{ik} = Z_{ik}^c / n_i \cdot [c^{-1}]. \qquad (2.3)$$

Отже, A_{ik} визначає число спонтанно випромінюваних за одиницю часу фотонів частоти ν_{ik} в розрахунку на одну збуджену частинку з енергією E_i. Тому коефіцієнт A_{ik} називається імовірністю спонтанного випромінювання або коефіцієнтом Ейнштейна для спонтанного випромінювання. Розмірність величини A_{ik} обернена часові (c^{-1}).

Число фотонів, поглинутих ансамблем за одиницю часу в одиниці об'єму Z_{ki}^{II}, також пропорційне заселеності початкового (нижнього) рівня E_k. Але на відміну від попереднього випадку, поглинання є вимушеним процесом. Тому воно

залежить також від густини падаючого випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$ на даній частоті або енергії фотонів в одиниці об'єму.

Отже,

$$Z_{ki}^{n} = B_{ki}\rho_{\nu_{ik}} n_k \cdot [\text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-3}]. \qquad (2.4)$$

Звідси коефіцієнт пропорційності:

$$B_{ki} = Z_{ki}^{n}/\rho_{\nu_{ik}} n_k \cdot [\text{см}^3\,\text{Дж}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}] \qquad (2.5)$$

визначається як число поглинутих однією частинкою за одиницю часу фотонів з енергією $h\nu_{ki} = (E_i - E_k)$, віднесених до густини випромінювання $\rho_{\nu_{ik}}$. Це — ейнштейнівський коефіцієнт поглинання, а імовірність поглинання $B_{ki}\rho_{\nu_{ik}}$, з розмірністю c^{-1}.

Аналогічно, у випадку вимушеного випромінювання число фотонів, які утворюються за одиницю часу ансамблем частинок одиничного об'єму при їх переході з верхнього рівня E_i на нижній рівень E_k під дією зовнішнього випромінювання з густиною $\rho_{\nu_{ik}}$, пропорційні як n_i, так і $\rho_{\nu_{ik}}$:

$$Z_{ik}^{e} = B_{ik}\rho_{\nu_{ik}} n_i \cdot [c^{-1} \cdot см^{-3}], \qquad (2.6)$$

звідки:

$$B_{ik} = Z_{ik}^{e}/\rho_{\nu_{ik}} n_i [см^3 \cdot Дж^{-1} \cdot c^{-2}], \qquad (2.7)$$

B_{ik} — число випромінених однією часткою за одиницю часу фотонів із енергією $h\nu_{ik} = E_i - E_k$, віднесених до густини випромінювання. Це — коефіцієнт Ейнштейна для вимушеного випромінювання.

Імовірність переходу — $B_{ik}\rho_{\nu_{ik}}[c^{-1}]$. Підкреслимо, що повна тотожність стимулюючого і вимушеного випромінювання зумовлює когерентність підсилення і випромінювання в квантовій електроніці.

Розглянемо зв'язок між коефіцієнтами Ейнштейна.

Нехай ансамбль частинок взаємодіє з електромагнітним випромінюванням абсолютно чорного тіла. При динамічній рівновазі між ансамблем частинок і випромінюванням чис-

ло переходів $i \to k$ і $k \to i$ за час dt в одиниці об'єму однакове (принцип детальної рівноваги є наслідком зворотності законів руху механіки відносно до знаку часу; його ще називають принципом мікроскопічної зворотності), тобто:

$$dZ_{i\to k} = dZ_{k\to i} \tag{2.8}$$

або:

$$B_{ki} n_k \rho_{\nu_{ki}} = (A_{ik} + B_{ik} \cdot \rho_{\nu_{ki}}) n_i. \tag{2.9}$$

Для зручності розгляду перепишемо (2.9) у вигляді:

$$\rho_{\nu_{ki}} = \frac{A_{ik} n_i}{B_{ki} n_k - B_{ik} n_i} = \frac{A_{ik}}{B_{ki} \dfrac{n_k}{n_i} - B_{ik}}, \tag{2.10}$$

числа n_k і n_i — заселеності рівнів k та i. Згідно з розподілом Больцмана:

$$n_k / n_i = q_k / q_i \cdot e^{\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T}}, \tag{2.11}$$

де q_k, q_i — статистичні ваги відповідних рівнів.

Підставивши в (2.10) (2.11) отримуємо:

$$\rho_{\nu_{ki}} = \frac{A_{ik}}{\dfrac{q_k}{q_i} \cdot B_{ki} \exp\left\{\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T}\right\} - B_{ik}}. \tag{2.12}$$

При $T \to \infty$ і $\rho \to \infty$, що видно з формули Планка:

$$\rho_{\nu_{ki}} = \frac{8\pi h \nu_{ki}^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left\{\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T}\right\} - 1}. \tag{2.13}$$

Отже, з (2.12) отримуємо:

$$q_k B_{ki} = q_i B_{ik}. \tag{2.14}$$

В окремому випадку, за відсутності вироджених рівнів:

$$B_{ki} = B_{ik}. \tag{2.15}$$

Використовуючи співвідношення (2.14), вираз (2.12) перетворюється до вигляду:

$$\rho_\nu = \frac{A_{ik}}{B_{ik}\left(\exp\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T} - 1\right)}. \qquad (2.16)$$

Співставляючи (2.16) і (2.13), отримаємо:

$$A_{ik} = \frac{8\pi h\nu_{ki}^3}{c^3} \cdot B_{ik}, \qquad (2.17)$$

або:

$$A_{ik} = \frac{8\pi h\nu_{ki}^3}{c^3} \cdot \frac{q_k}{q_i} \cdot B_{ki}. \qquad (2.18)$$

Отже, якщо немає вироджения енергетичних рівнів, імовірності вимушених переходів із випромінюванням і поглинанням кванта рівні (2.15).

Це значить, що фотон з однаковою імовірністю може індукувати випромінювання ансамблю частинок або поглинатися ним.

Для отримання абсолютних значень коефіцієнтів Ейнштейна необхідно третє незалежне рівняння, яке можна отримати за допомогою квантовомеханічної теорії Дірака.

Необхідно пам'ятати, що відомі на сьогоднішній день частинки поділяються за статистикою на дві групи — бозони (частинки з нульовим чи цілочисельним спіном) і ферміони (частинки з напівцілим спіном). Ферміони займають квантові стани тільки поодинці (заборона Паулі). Бозони займають один і той же стан у необмеженій кількості, причому, ймовірність заповнення зростає з ростом заселення. Це явище зумовлює конденсація бозонів. Бозонність фотонів дає можливість опису їх класичними хвилями, так як перехід до класики $N >> 1$, а у випадку ферміонів (наприклад, електронів) $N \sim 1$, що не дозволяє користуватись класичним описом.

Існування індукованого випромінювання є прямим наслідком бозонного характеру статистики фотонів (спін фо-

тона рівний 1 в одиницях h, тобто він — бозон). Із дослідних даних випливає, що маса фотона $m_\gamma < 4 \cdot 10^{-21}\, m_e$; маса спокою фотона рівна нулю, тобто він розповсюджується з швидкістю світла. Індуковане випромінювання треба розглядати як процес, який сприяє більш густому заселенню фотонних станів поля випромінювання, яке взаємодіє з квантовими системами. Фотони поля випромінювання фактом своєї присутності стимулюють народження нових фотонів.

Те, що фотони описуються статистикою Бозе-Ейнштейна, можна показати з наступних міркувань. У силу детальної рівноваги при оптичних переходах:

$$B_{ki}\rho_{\nu_{ki}} n_k = (A_{ik} + B_{ik}\rho_{\nu_{ki}}) n_i,$$

тобто:

$$A_{ik} + B_{ik}\rho_{\nu_{ki}} = \frac{n_k}{n_i}\rho_\nu \cdot B_{ki},$$

де:

$$\rho_{\nu_{ki}} = \frac{8\pi h\nu_{ki}^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T} - 1}.$$

Отже:

$$f_{ik} = A_{ik} + B_{ik}\rho_\nu = \frac{q_k}{q_i} \cdot \frac{8\pi h\nu_{ki}^3}{c^3} \cdot \frac{\exp\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T}}{\exp\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T} - 1} \cdot B_{ki}.$$

Таким чином, імовірність випромінювання $f_{ik} = \sigma F(T)$ де σ — коефіцієнт, який не залежить ні від температури, ні від густини випромінювання, а:

$$F(T) = \frac{\exp\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T}}{\exp\dfrac{h\nu_{ki}}{\kappa T} - 1}.$$

Якби фотони були ферміонами, то:

$$F'(T)=\frac{\exp\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T}}{\exp\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T}+1}$$

і при $T\to\infty$ $F'(T)\to 1/2$, тобто $f_{ik}\to\sigma/2$. Це значить, що має місце лише спонтанне випромінювання.

У випадку бозонної статистики при $T\to\infty$:

$$F(T)\to\frac{\kappa T}{h\nu_{ki}},$$

тобто:

$$f_{ik}\to\sigma\frac{\kappa T}{h\nu_{ki}}\to\infty.$$

Присутність у ймовірності члена, який зростає з температурою, свідчить про наявність індукованого випромінювання, причому, число квантів у будь-якому стані не обмежене.

Умову класичності можна записати так: $E^2>>\hbar\omega\left(\frac{\omega}{c}\right)^3$,

де E — напруженість поля, тобто класичність зменшується зі зменшенням напруженості і зі збільшенням частоти. В радіодіапазоні умова класичності виконується завжди, а у видимому діапазоні, де: $\sqrt{\hbar\omega\left(\omega/c\right)^3}\approx 50\,В/м$ $\cdot(\omega=5\cdot10^{14}\,Гц)$ — напруженість поля має бути набагато більшою — 50 $В/м$. Для нелазерних джерел у видимому діапазоні $E\approx10^3-10^4\,Вм^{-1}$, але в дійсності виявляється, що ця вимога не завжди досить добре виконується, що і призводить до прояву корпускулярних властивостей світла.

Таким чином, повна ймовірність випромінювання (спонтанного плюс індукованого) рівна:

$$f_{ik} = A_{ik} + B_{ik}\rho_{\nu_{ik}} = \left(\frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} + \rho_{\nu_{ik}}\right) \cdot B_{ik} = \left(\frac{8\pi h\nu_{ik}^3}{c^3} + \rho_{\nu_{ik}}\right) \times$$

$$\times \frac{q_k}{q_i} \cdot B_{ki}.$$

Оскільки f_{ik} пропорційне B_{ik} то там, де заборонені індуковані переходи, заборонені та спонтанні переходи, і навпаки.

Внаслідок бозонної природи фотонів їх число в моді поля необмежене. Тому зі зростанням числа актів індукованого випромінювання за одиницю часу інтенсивність вимушеної хвилі наростає, а її фаза і частота залишаються незмінними. Це дозволяє (при великому числі квантів, що не відрізняються один від одного) перейти до класичного розгляду електромагнітного випромінювання, для якого характерний принцип суперпозиції коливань. Зокрема, це призводить до когерентності випромінювання лазера, що принципово відрізняє квантовий генератор від теплових і люмінесцентних джерел випромінювання. Для квантового генератора характерна висока ступінь концентрації світлової енергії в дуже вузькому тілесному куті і малому спектральному інтервалі; іншими словами — висока направленість і монохроматичність випромінювання. До цього слід додати здатність лазерів концентрувати велику енергію в надзвичайно малих відрізках часу.

Співвідношення (2.14), (2.17), (2.18) є основними для елементарних процесів випромінювання. Оскільки в стані теплової рівноваги чим нижчі високі енергетичні рівні, тим вони мають меншу заселеність, тому акти поглинання відбуваються значно частіше, ніж акти індукованого випромінювання. Загальний енергетичний баланс підтримується за рахунок спонтанного випромінювання та безвипромінювальних переходів. Рівноважне випромінювання всього ансамблю частинок відносно до кожної з частинок виступає як

зовнішнє поле, яке стимулює поглинання чи випромінювання частинки залежно від її стану. Тому співвідношення (2.17, 2.18), отримані з умови рівноваги (2.8), справедливі і для випадку квантової системи, що знаходиться в полі зовнішнього випромінювання.

У випадку спонтанних процесів — випромінювання фотонів відбувається в будь-якому напрямку, а вимушене випромінювання фотонів — у напрямку поширення падаючого випромінювання на частинку. Цілком природно, що вимушене випромінювання можна розглядати як процес протилежний поглинанню. Тому його ще називають від'ємним поглинанням. При цьому під дією випромінювання при елементарному процесі поглинання число фотонів частоти ν_{ik} зменшується на одиницю, а при елементарному процесі вимушеного випромінювання — збільшується на одиницю. Це однофотонні процеси.

Підкреслимо ще раз, що коефіцієнти Ейнштейна залежать тільки від властивостей квантових частинок ансамблю і не залежать від поля випромінювання.

Контрольні питання

1. Дайте визначення коефіцієнтів Ейнштейна для спонтанних і вимушених переходів і знайдіть зв'язок між ними.
2. У чому полягає принцип детальної рівноваги?
3. Поясніть фізичну природу власного шуму квантової системи.
4. Що визначає індикатриси спонтанного і вимушеного випромінювань?
5. Порівняйте основні характеристики бозонів і ферміонів.

§3. Температура як характеристика стану речовини

Температура пов'язана з досить невизначеним поняттям тепла і холоду, які сприймалися б як запах чи смак. Але ніхто й не думав вимірювати, наскільки одна страва смачніша за іншу. А от температуру намагались вимірювати з давніх часів. Тому термометри були створені задовго до того, як людство зрозуміло, що власне воно вимірює.

Стародавні лікарі були першими, кому насправді знадобилась порівняльна шкала теплоти тіла. Вони давно відмітили, що здоров'я людини пов'язане з теплотою його тіла і що ліки здатні змінювати цю властивість. Лікам приписувалась охолоджуюча чи нагрівальна дія, і ступінь цієї дії оцінювався градусами. Але холод і тепло не були протилежними властивостями. Тепло вимірювали вологістю, а холод — сухістю.

Великий лікар Гален (II ст. н.е.) вчив, що ліки треба класифікувати за "градусами": градус тепла, градус холоду, градус вологості, градус сухості. Кожний із чотирьох градусів (за латиною — ступінь) розбивали ще на три частини. Таким чином, древні користувались 12-и градусною шкалою теплової дії ліків.

Справжня історія тепла починається з Галілея. Він був першим, хто написав про механічну природу тепла.

Галілей виготовив у 1597 році термометр — скляну кулю, заповнену повітрям. Куля закривалась водяним стовпом, висота якого, природно, залежала від тиску повітря в кулі і в атмосфері. Тому про точність вимірювань такого термометра говорити не доводиться. Удосконалили виготовлення термометрів у Тосканії. Їх робили в запаяному варіанті і заповнювали спиртом. Точність вимірювання температури — 1°.

Реперні точки відліку на теперішній шкалі були введені в 1702 році Гійомом Амонтаном (Паризька академія). Одна

реперна точка відповідала кипінню води (правда, Амонтан не знав, що ця точка залежить від тиску), а друга відповідала сьогоднішньому поняттю абсолютного нуля (ступінь холоду, за якою пружність повітря — нуль). Сам же термометр, заснований на зміні тиску в колбі, яка замикалась ртутним стовпом, а вся система запаювалась. Тим самим цей термометр не залежав від зовнішнього тиску.

Першого сучасного термометра було створено у 1724 році Даніелем Фаренгейтом, склодувом із Голландії. Найнижча температура — найнижча температура суворої зими 1709 р., яку він зімітував сумішшю льоду, кухонної солі і нашатирю. Другу точку він отримав, занурюючи термометр у суміш льоду і води. Відстань між цими двома точками Фаренгейт розділив на 32 частини, поділивши кожний відрізок навпіл п'ять разів. Останню точку він позначив 96°. Пізніше він же ввів ще одну реперну точку — точку кипіння води, яка в його системі нанесення шкали вийшла рівною 212°. Така шкала збереглась до цього дня в Англії і США.

У Франції застосовували шкалу Реомюра (1740 р.), побудовану на точках замерзання 0° і кипіння 80° води. Робочими тілами були вода, спирт і, нарешті, ртуть.

Сучасна шкала Цельсія (Швеція) була запропонована в 1742 р. У ній було взято дві реперні точки — точка замерзання води — 100° і точка кипіння — 0°. Така "перевернута" шкала не була прийнята і її знов "перевернули". В такому вигляді вона існує і донині.

Сьогодні на основі цикла Карно еталонною точкою є потрійна точка води — температура, при якій існують в рівновазі всі три фази води: пара-вода-лід. Цьому станові відповідає температура 0,01° С. Цю точку, що легко відтворюється в лабораторії, і прийнято за еталонну точку термодинамічної шкали, причому, вважають її температуру рівною 273,16 К, тобто, 0°С відповідає 273,16 К. Термодинамічна шкала визначає тільки відношення температур. Отож,

формули термодинаміки не змінюються, якщо в них всі температури помножити на один і той же довільний множник (а при цьому ще й ентропію поділити на цей же множник).

Термодинамічна температура визначається так: $\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE}$, де $S = к\ln W$ (термодинамічна ймовірність) — *принцип Больцмана*: "ентропія системи пропорційна термодинамічній імовірності". Оскільки ентропія S є зростаюча функція внутрішньої енергії ($TdE = TdS + pdU$, де TdS — теплота, pdU — робота), то перехід від температури в енергетичних одиницях (T_E) до температури в градусах Кельвіна ($T_к$), відповідно буде $T_E \to кT_k$ ($к = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж* $\cdot K^{-1}$) (рис. 3.1). Сама ж за-

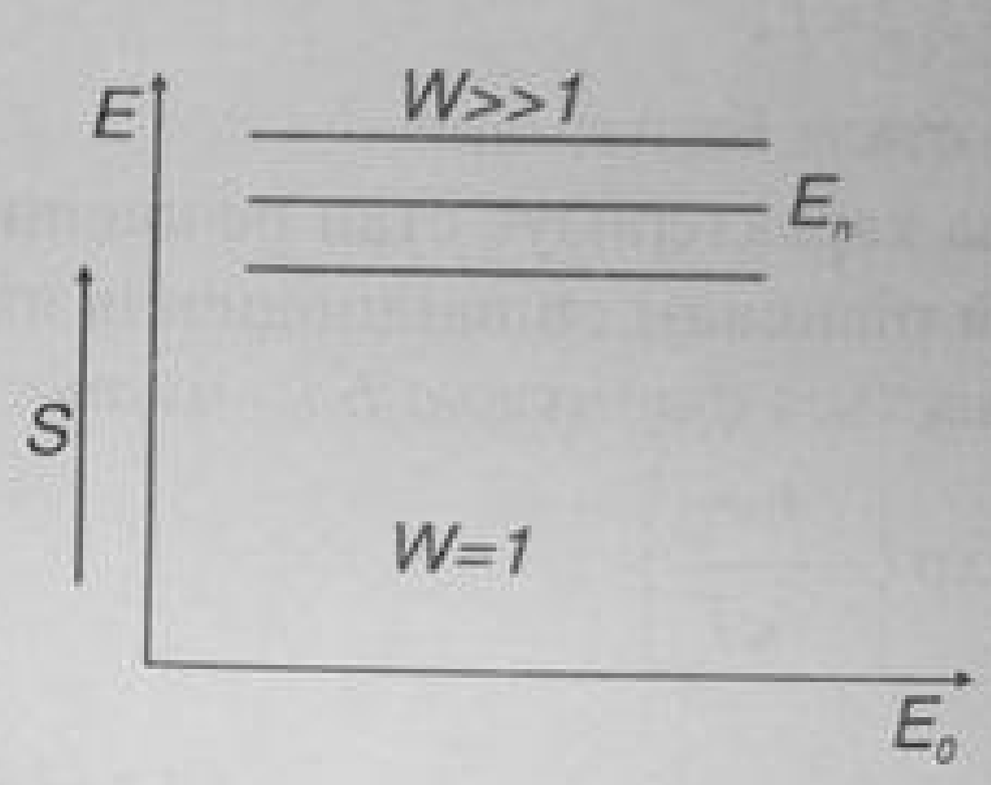


Рис. 3.1

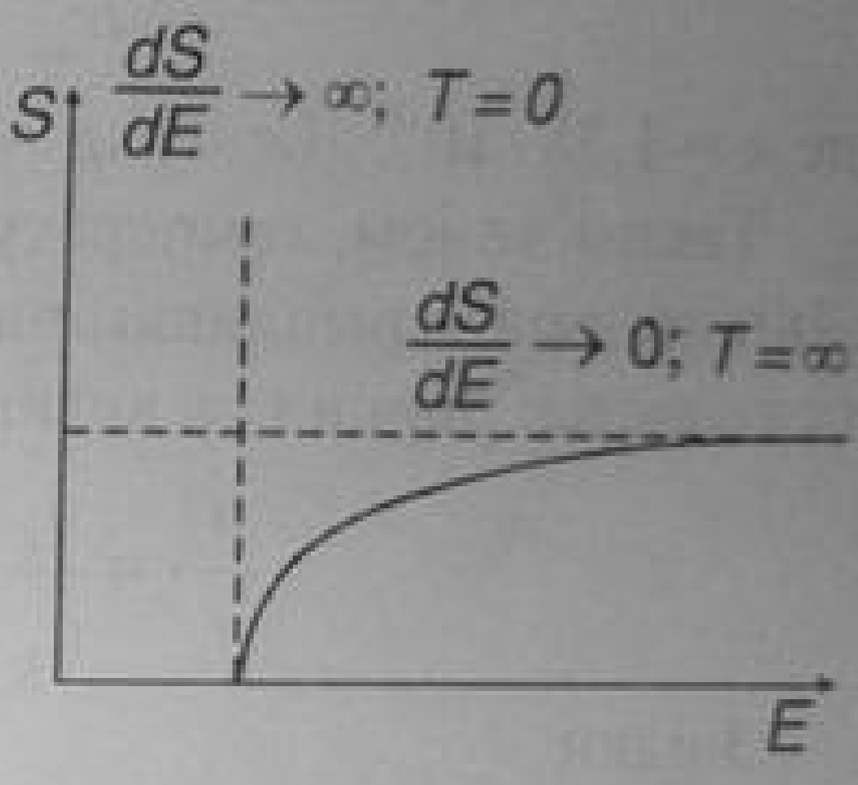


Рис. 3.2

лежність $S(E)$ показана на рис. 3.2.

Така властивість інваріантності характерна для класичної фізики.

У класичній фізиці немає природних мірил: числові значення всіх величин задаються як відношення їх до еталонів, зроблених людиною. Природні еталони — фундаментальні сталі — виникли лише в сучасній фізиці.

Перша з них — швидкість світла (фундаментальний характер її полягає в тому, що швидкість світла не залежить

від швидкості спостерігача і джерела) і відбиває зв'язок між масою й енергією частинки $E = mc^2$.

Наступна світова константа — *стала Планка* $h(E = h\nu)$, зв'язує енергію частинки з її хвильовою характеристикою — частотою.

Якщо виходити з розподілу Максвелла і формули Ватерстона, температура є параметром поступального руху молекул.

$p = 1/3\, nm < \vartheta^2 >_{ср}$ — *формула Ватерстона (1845 р.),*

де p — тиск газу, n — густина часток газу, $< v^2 >_{ср}$ — середнє арифметичне квадрату швидкості молекул. Звідси маємо зв'язок між кінетичною енергією частки і температурою середовища:

$$E_{кін} = 3/2\, \kappa T,$$

де $\kappa = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж · град$^{-1}$ — стала Больцмана.

Таким чином, температура характеризує стан речовини. Дійсно, при термодинамічній рівновазі співвідношення населеностей рівнів i і k визначається *формулою Больцмана:*

$$\frac{n_i}{n_k} = \frac{q_i}{q_k} \exp\left\{-\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T}\right\}.$$

Звідки:

$$T = -\frac{h\nu_{ik}}{\kappa \ln \dfrac{q_k n_i}{q_i n_k}}. \qquad (3.1)$$

Таким чином, у випадку теплової рівноваги відношення населеностей рівнів (із урахуванням, звичайно, інших констант) однозначно пов'язане з температурою речовини. При цьому температура рівноважної системи однакова для всіх її частин.

Якщо вказаної рівноваги немає, то формально можна використовувати ті ж співвідношення (для простоти розглянемо невироджену дворівневу систему) $n_i/n_k = \exp(-h\nu_{ik}/\kappa T_{ik})$,

де параметр T_{ik}, як і раніше, характеризує відношення населеностей n_i/n_k і називається температурою переходу (або спіновою температурою T_s). Цілком природно, що в стані рівноваги системи всі температури переходів однакові і рівні дійсній температурі речовини в цілому. Якщо ж будь-яким способом термодинамічна рівновага порушується, то температура переходу буде відрізнятись від дійсної температури речовини. І більш того, для різних пар рівнів можуть бути різні температури переходів. Оскільки при термодинамічній рівновазі чи при незначному відхиленні від неї $n_i < n_k$, тобто $\ln(n_i/n_k) < 0$, то температура буде позитивною ($T_s > 0$). Якщо ж будь-яким методом зрівняти населеності $n_i = n_k$ (створити насиченість), то температура стане рівною нескінченності ($T_s = \pm\infty$), а при інверсній заселеності ($n_i > n_k$) температура стає від'ємною. Поняття "від'ємна температура" означає нерівноважний стан системи. Відмітимо, що температура макроскопічного тіла як цілого, може бути лише позитивною величиною. За відсутності термодинамічної рівноваги розподіл частинок за енергетичними рівнями може бути "довільним". Тому, якщо в основу визначення температури покласти розподіл Больцмана, то стан системи, коли на нижньому рівні знаходиться більше частинок, ніж на верхньому, буде описуватись позитивною, а в протилежному випадку — від'ємною температурою. Відповідно з таким визначенням температури, якщо, наприклад, всі частинки в дворівневій системі знаходяться на нижньому енергетичному рівні, то їй відповідає температура переходу $T_s = +0K$; якщо ж всі частинки знаходяться на верхньому енергетичному рівні (повна інверсія системи), то $T_s = -0K$.

Стан системи, коли верхній і нижній рівні заселені однаково (насичення системи), відповідає $T_s = \pm\infty K$. Схематично це показано на рис. 3.3.

Графік залежності n_i/n_k від температури показано на рис. 3.4. З графіка видно, що повна інверсія виникає при наближенні температури переходу до нуля зі сторони від'ємних

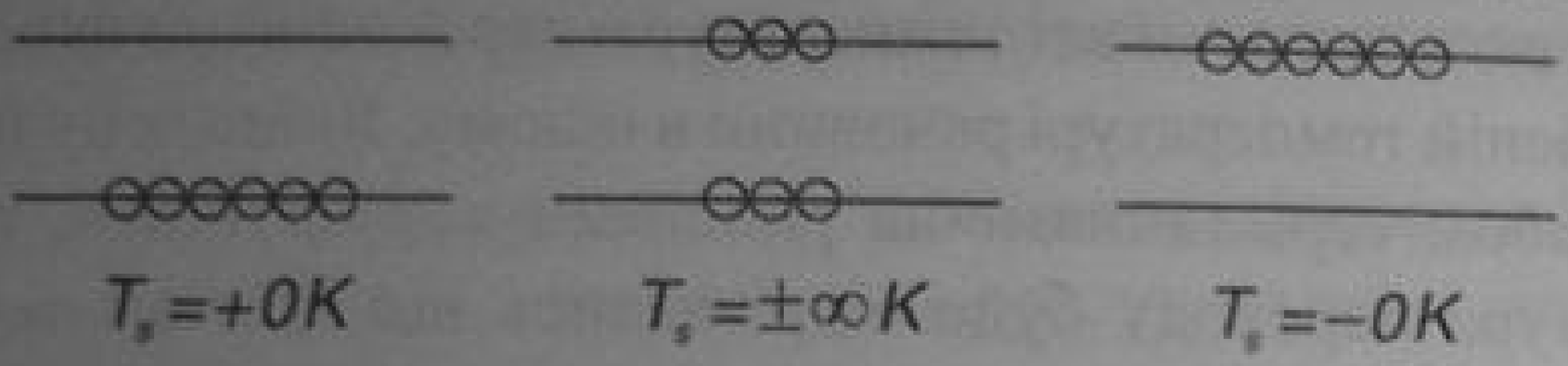


Рис. 3.3

температур, у той час як повне звільнення верхніх рівнів відбувається при $T_s \to 0$ з боку позитивних температур. Тож, при $T_s = +0° K$ енергія системи мінімальна, а при $T_s = -0K$ — максимальна, тобто від'ємна температура "гарячіша" позитивної, так як при $T_s \to \infty K$ можна отримати тільки насичення населеностей рівнів ($n_i = n_k$), але ніяк не інверсію. Інверсію описує тільки від'ємна температура.

Порушення теплової рівноваги до стану системи з від'ємною температурою здавалось настільки неймовірним, що до 1940-х років не було навіть спроби отримати інверсні стани.

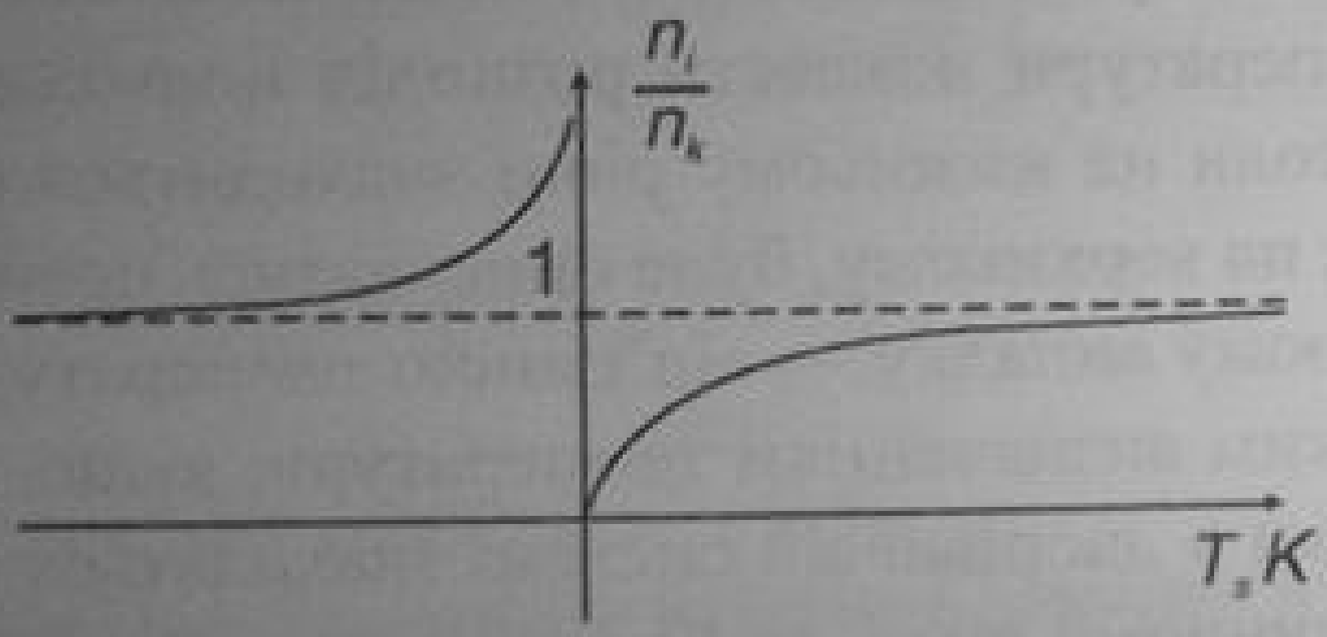


Рис. 3.4

Фізичного змісту від'ємна температура не має. Це тільки спосіб описати інверсний стан речовини, який реалізується в робочому тілі будь-якого квантового генератора. (Температура в термодинаміці грає роль теплового потенціалу. Тому цілком природно, що вона може бути як від'ємною,

так і позитивною, як значення будь-якого фізичного потенціалу).

Відмітимо, що джерело електромагнітного випромінювання може характеризуватися ще і так званою ефективною температурою, яка подібно до температури переходу, не має фізичного змісту, але зручна для опису інтенсивності і спектрального складу теплових джерел *формулою Планка* $\rho = 8\pi h\nu^3 / c^3 \cdot (\exp\{h\nu/\kappa T\} - 1)^{-1}$. Справа в тому, що інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла і його спектральний склад добре описуються формулою Планка, де єдиним параметром, від якого залежить як інтенсивність, так і спектральний склад випромінювання, є температура.

Для збереження температури як параметр і для джерела, яке не є абсолютно чорним тілом, вводиться поняття ефективної температури T_e. *Під ефективною температурою джерела розуміють температуру, яку повинно мати абсолютно чорне тіло, щоб спектральна густина випромінювання в заданому інтервалі частот випромінювання абсолютно чорного тіла і даного джерела випромінювання були однакові.* Схематично це виглядає так (див. рис. 3.5).

Часто користуються поняттям "*яскравості*" температури ($T_я$), під якою розуміють таку температуру абсолютного чорного тіла, при якій його випромінювальна здатність ("яскравість"*) рівна випромінювальній здатності даного джерела на заданій довжині хвилі.

У деяких випадках використовується поняття кольорової температури ($T_к$), під якою розуміють таку температуру абсолютно чорного тіла, при якій спектральний розподіл енергії найближче відповідає розподілу енергії по спектру джерела (кольори однакові).

---

* *"Яскравістю" називається відношення потоку, який посилається в даному напрямку одиницею видимої поверхні всередині малого тілесного кута $d\Phi$ до величини цього тілесного кута.*

Джерела електромагнітного випромінювання умовно можна розбити на три типи: теплові, люмінесцентні та генератори. Спектральний склад випромінювання теплових джерел дуже близький до спектрального складу випромінювання абсолютного чорного тіла. Тому ефективна температура теплового джерела мало відрізняється від його дійсної температури. Оскільки спектральний склад люмінесцентних джерел значно вужчий спектрального складу теплових джерел випромінювання, то ефективна температура люмінесцентного випромінювача значно перевищує дійсну. Ще більша різниця між ефективною та дійсною температурою у випадку генераторів, які практично випромінюють монохроматичне світло. Наприклад, спонтанна люмінесценція рубіну з напівшириною смуги випромінювання 10 $см^{-1}$ в області 694 нм характеризується ефективною температурою T_e порядку $5 \cdot 10^4$ К, при дійсній 300 К. А при його генерації потужністю 10^3 Вт / $см^3$ і напівшириною лінії випромінювання порядку 0,01 $см^{-1}$ на тій же довжині хвилі отримаємо $T_e \sim 10^{13}$ К при незмінній дійсній температурі. У випадку радіочастотних генераторів, монохроматичність випромінювання яких набагато вища, величини T_e можуть досягати значення $10^{15} - 10^{25}$ К.

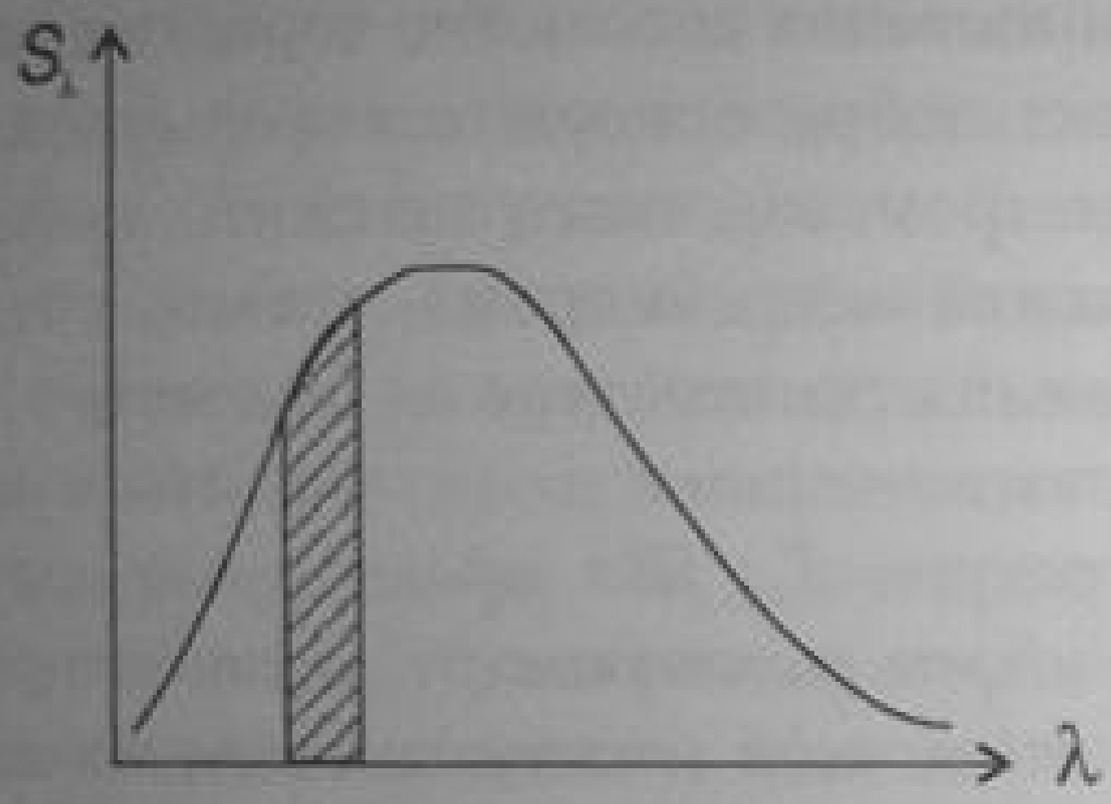


Рис. 3.5

Механізм виникнення випромінювання в квантових генераторах суттєво відрізняється від механізму, який зумовлює випромінювання в теплових і люмінесцентних джерелах.

Випромінювання фотонів у нагрітих тілах при люмінесценції відбувається за рахунок спонтанних переходів зі збуджених рівнів на нижчерозташовані з імовірністю:

$$A_{ik} = \frac{64\pi^4}{3q_i} \cdot \frac{e^2}{hc^3} \cdot \nu_{ik}^3 \left| x_{ik} \right|^2,$$

де e — заряд електрона, ν_{ik} — частота переходу, $\left|x_{ik}\right|$ — матричний елемент дипольного моменту переходу, i і k — індекси верхнього і нижнього рівнів відповідно.

Квантовий вихід люмінесценції при переході в ІЧ-область суттєво падає внаслідок зменшення імовірності спонтанного випромінювання ($A \sim \nu_{ik}^3$) зі зменшенням частоти. Ця ж обставина поліпшує становище зі створення ІЧ лазера й ускладнює реалізацію лазера в УФ-області. Коефіцієнт Ейнштейна вимушеного переходу від частоти не залежить:

$$B_{ik} = \frac{8\pi^3}{3q_i h^2} \cdot e^2 \left| x_{ik} \right|^2.$$

Для створення квантових генераторів і підсилювачів необхідно отримати інверсний стан у робочій системі, тобто стан із від'ємною температурою. Однією з основних характеристик систем із від'ємною температурою є "число активних частинок", тобто надлишок частинок на верхньому рівні порівняно з їх числом на нижньому рівні $\Delta n = n_i - n_k$ з врахуванням больцманівського розподілу, — які утворюються за одиницю часу. Це число визначає потужність, яку може випромінювати система.

Розглянемо для простоти дворівневу систему (рис. 3.6). При термодинамічній рівновазі з навколишнім середовищем виконується принцип детальної рівноваги, тобто будь-

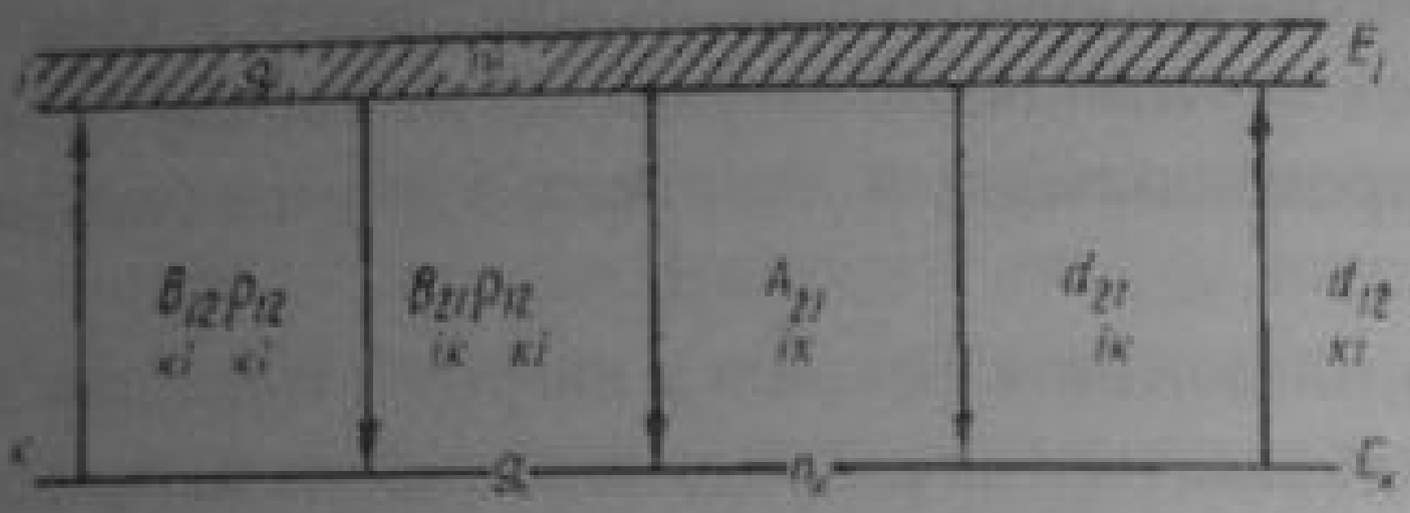


Рис. 3.6

який процес, що відбувається в одному напрямку, компенсується зворотним процесом із урахуванням неоптичних переходів. *Переходи без участі фотонів називаються неоптичними.* Неоптичні переходи можна розбити на дві групи: переходи за участю квазічастинок, і переходи, які відбуваються при зіткненні реальних частинок. Переходи першої групи відбуваються в кристалах, склі і рідинах; переходи другої групи — в газах і рідинах.

З цього принципу були отримані співвідношення для коефіцієнтів Ейнштейна (2.14, 2.17, 2.18). Ці співвідношення універсальні, їх можна застосувати до різних систем, до будь-яких комбінацій рівнів енергії. Більше того, вони застосовуються і за відсутності рівноваги, так як мають тільки постійні сталі, які характеризують властивості самої квантової системи і ніяк не пов'язані з температурою навколишнього середовища.

Принцип детальної рівноваги дозволяє також отримати співвідношення між імовірностями неоптичних (безвипромінювальних) переходів d_{ik} і d_{ki}. Механізми неоптичних переходів можуть бути найрізноманітнішими. В основі їх лежить внутрішньомолекулярна чи міжмолекулярна взаємодія окремих ступенів свободи. Детальна рівновага вимагає щоб:

$$d_{ki} n_k = d_{ik} n_i.$$

Отже:

$$\frac{d_{ki}}{d_{ik}} = \frac{n_i}{n_k} = \frac{q_i}{q_k} \cdot \exp\left(-\frac{h\nu_{ik}}{\kappa T}\right). \qquad (3.2)$$

Отримане співвідношення значною мірою універсальне, але в нього входить температура. Це пов'язано зі статистичним характером рівноважного розподілу частинок за рівнями енергії. Зі співвідношення (3.2) випливає, що $d_{ik} > d_{ki}$, тобто система довільно прямує до термодинамічної рівноваги. Під впливом зовнішньої дії в системі може порушуватися термодинамічна рівновага. В результаті збурена система в цілому перейде до збудженого стану, при цьому обов'язково виникнуть процеси, які намагатимуться повернути її до початкового стану. Якщо зовнішня дія триває досить довго, то через певний проміжок часу встановлюється стаціонарний стан із цілком певним ступенем порушення термодинамічної рівноваги, яка залежить від швидкості конкуруючих процесів. Після припинення збудження відбувається поступове відновлення порушеної термодинамічної рівноваги. Зокрема у випадку системи з двох невироджених рівнів, легко отримати заселеності цих рівнів, які при термодинамічній рівновазі і з урахуванням безвипромінювальних переходів будуть виглядати так:

$$n_1^0 = N\frac{A_{21} + d_{21}}{A_{21} + d_{21}\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)\right)};$$

$$n_2^0 = N\frac{d_{21}\exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)}{A_{21} + d_{21}\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)\right)},$$

де $N = n_1^0 + n_2^0$ — загальне число частинок, позначка "0" відповідає заселенню рівнів при термодинамічній рівновазі.

За наявності оптичного збудження в стаціонарному режимі, яке виникає під дією зовнішньої радіації густини ρ,

значення n_1 і n_2 змінюються в часові і, згідно з принципом детальної рівноваги при $q_1 = q_2$, отримаємо:

$$(B\rho + d_{12})n_1 = (A + B\rho + d_{21})n_2. \qquad (3.3)$$

На відміну від термодинамічної рівноваги ця рівність виконується не для кожного каналу (оптичного та неоптичного) окремо, а тільки для всіх переходів у цілому. Використовуючи зв'язок між d_{ik} і d_{ki}, $N = n_1 + n_2$, з рівняння (3.3) отримаємо:

$$n_1 = N\frac{A + B\rho + d_{21}}{A + 2B\rho + d_{21}\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)\right)}, \qquad (3.4)$$

$$n_2 = N\frac{B\rho + d_{21}\exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)}{A + 2B\rho + d_{21}\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)\right)}.$$

Отже, якщо в (3.4) $\rho = 0$, то маємо рівноважний розподіл центрів за рівнями, тобто n_1^0 і n_2^0 за відсутності збуджуючого випромінювання.

Ступінь відхилення від рівноважного розподілу (n_1^0 і n_2^0) залежить не тільки від густини збуджуючого випромінювання і співвідношення між імовірностями оптичних і неоптичних переходів, але й від температури середовища, тобто від стану системи на момент вимкнення збудження. При даному ρ найбільше відхилення від рівноваги, тобто $(n_2 - n_2^0)_{max}$ досягається при $T \to 0$:

$$(n_2 - n_2^0)_{max} = \frac{B\rho}{A + 2B\rho + d_{21}} N.$$

Швидкість повернення системи до термодинамічної рівноваги, як і час встановлення стаціонарного режиму, залежить від температури навколишнього середовища. Швид-

кість зміни n_2 після вимкнення накачування буде рівна різниці повних імовірностей вибуття частинок із верхнього рівня і приходу на нього з нижнього, тобто:

$$dn_2/dt = -(A + d_{21})n_2 + d_{12}n_1.$$

Аналогічно для нижнього рівня:

$$dn_1/dt = (A + d_{21})n_2 - d_{12}n_1.$$

Розв'язуючи ці два рівняння одночасно, з'ясовуємо, що час релаксації системи до рівноважного стану після вимкнення накачування, має такий вираз:

$$\tau = \frac{1}{A + d_{21}\left(1 + \exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)\right)}.$$

Величина τ визначає середній час життя системи в збудженому стані. Отже, при великих енергетичних відстанях між рівнями, що відповідає оптичним переходам, і невисоких температурах, наприклад, кімнатних (~ 300 К), коли $h\nu >> \kappa T$, отримуємо, що $\tau \to 1/(A + d_{21})$.

Величина τ може змінюватися в широких межах — від секунд до 10^{-12} с.

Природно, що чим більші імовірності неоптичних переходів, тим швидше відбувається повернення системи до стану термодинамічної рівноваги. Наявність неоптичних переходів перешкоджає виведенню системи з рівноважного стану.

Таким чином, за відсутності термодинамічної рівноваги розподіл частинок між двома рівнями може бути "довільним". Тому, якщо в основу означення температури покладено розподіл Больцмана, стан системи, коли на більш глибокому енергетичному рівні знаходиться більше частинок, ніж на більш високому, буде описуватись позитивною температурою переходу. В протилежному випадку — від'ємною температурою переходу, а при насиченні — рівною нескінченності.

Контрольні питання

1. Поясніть мету введення поняття «від'ємної температури».

2. Порівняйте величини ефективної та дійсної температур для різних джерел випромінювання.

3. При яких температурах спостерігається інверсний стан речовини?

4. Як залежить час релаксації системи з двох рівнів до рівноважного від температури речовини?

5. Проаналізуйте ступінь відхилення від рівноважного розподілу частинок за рівнями від різних фізичних факторів.

§4. Співвідношення між імовірностями вимушеного і спонтанного випромінювання

Явище поглинання і вимушеного випромінювання завжди співіснують, представляючи собою дві нерозривні сторони одного й того ж процесу-взаємодії світла і речовини. Вимушене випромінювання, що лежить в основі дії квантових підсилювачів і генераторів, є процесом, оберненим (зворотнім) процесу поглинання електромагнітних хвиль атомними і молекулярними системами. Саме тому вимушене випромінювання часто називають від'ємним поглинанням.

Коли фотон поглинається атомом, енергія фотонів перетворюється у внутрішню енергію атома, в результаті чого атом збуджується з імовірністю, рівною (в найпростішому випадку дворівневої системи):

$$B_{1\to 2} = \frac{8\pi^3}{3h^2 q_1} e^2 \rho(\nu) |X_{12}|^2 = B_{12}\rho(\nu),$$

де $\rho(\nu)$ — густина поля на частоті ν. Через деякий час (час життя τ) він довільно може випромінювати отриману енергію (випромінювати фотон) і повернутись до вихідного стаціонарного стану або деякий енергетично більш низький проміжний стан з імовірністю:

$$A_{2\to 1} = \frac{1}{\tau_{21}} = \frac{64\pi^4}{3hq_2}\frac{e^2}{c^3}\nu^3 |X_{21}|^2 = A_{21}.$$

Якщо ж на збуджений стан потрапляє зовнішній фотон із енергією, рівною енергії його збудження, то атом випромінює фотон, тотожний падаючому з імовірністю:

$$B_{2\to 1} = \frac{8\pi^3}{3h^2 q_2} e^2 \rho(\nu) |X_{21}|^2 = B_{21}\rho(\nu).$$

У результаті замість одного фотона буде два. Схематично всі три згаданих процеси показано на рис. 4.1.

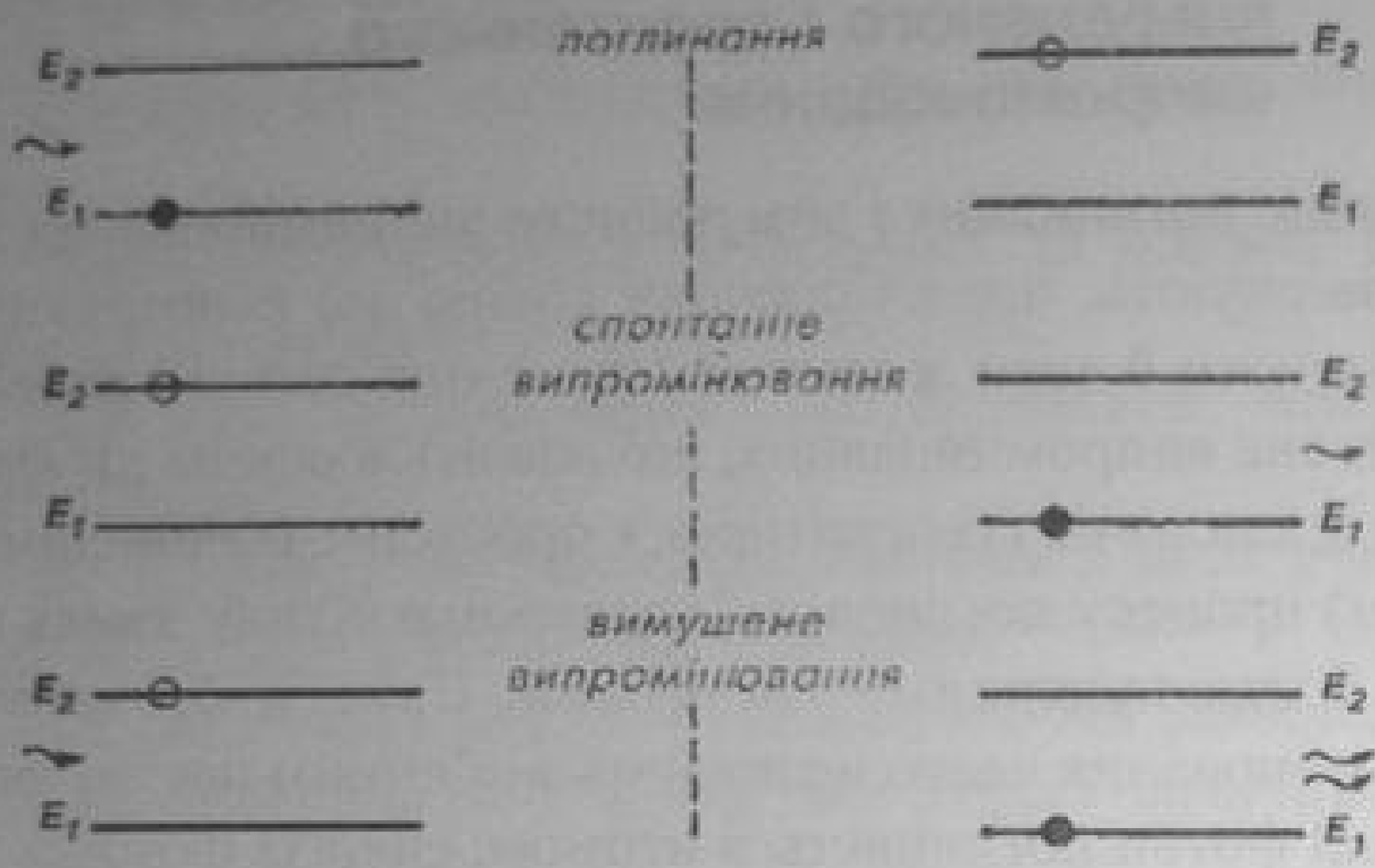


Рис. 4.1

Розглянуті вище процеси є однофотонними, тобто число фотонів, що беруть участь в одинарному акті, змінюється на одиницю. В нелінійній оптиці розглядаються можливі процеси з багатьма фотонами.

Основне завдання при створенні квантових генераторів полягає в отриманні «активного тіла», тобто системи, в якій є рівні з від'ємною температурою переходу (інверсний стан). Тоді елекромагнітна хвиля відповідної частоти, яка проходить через речовину, приведе до виникнення наростаючого каскаду фотонів, тобто така система буде мати від'ємний коефіцієнт поглинання.

Природно, генерація робочим тілом можлива, якщо імовірність вимушеного випромінювання більша, ніж спонтанного. Оцінимо їх відношення при термодинамічній рівновазі:

$$\frac{B_{ik}\rho(\nu)}{A_{ik}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\frac{h\nu}{kT} - 1} \times$$

$$\times \frac{B_{ik}}{\frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{ik}} = \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)^{-1} = q_T, \qquad (4.1)$$

де $q_T = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \rho(\nu)$.

Формула Планка:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp \frac{h\nu}{kT} - 1}$$

складається з трьох частин:

а) $8\pi\nu^2/c^3$ — густина коливань електромагнітного поля на частоті ν в одиниці об'єму і в одиничному спектральному інтервалі (густина мод),

б) $h\nu$ — енергія фотона,

в) $q_T = 1 \Big/ \left(\exp \frac{h\nu}{kT} - 1 \right)$ — число фотонів у тип коливань (в моді) теплового випромінювання при температурі T.

Таким чином, на заданій частоті випромінювання відношення імовірності вимушених переходів до імовірності спонтанних при термодинамічній рівновазі між середовищем і електромагнітним полем дорівнює числу фотонів у моді теплового випромінювання при даній температурі. Імовірність же вимушеного випромінювання на даній моді залежить від числа фотонів у даній моді, тобто $Bp = Aq$. Саме це є фізичною основою роботи лазерів. Чим більше фотонів у моді, тим більша імовірність вимушеного випромінювання на цій моді.

Збуджені атоми можуть спонтанно випромінювати у формі однієї з $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu$ мод в одиниці об'єму (при $\nu' = 10^4$ см$^{-1}$, $\Delta\nu' = 1$ см$^{-1}$, це число порядку $\sim 10^9$).*

* *Коефіцієнт переходу від $\nu'[см^{-1}]$ до $\nu[с^{-1}]$ – $3 \cdot 10^{10}$.*

У той же час індуковане випромінювання визначається модою падаючого фотона. Оскільки частота ν велика в оптичній області, то відповідно імовірність спонтанного випромінювання теж велика.

Для оптичної області спектра $h\nu \approx 10^{-12}$ ерг, а $kT \approx 10^{-14}$ ерг (при 300 К), тобто $h\nu / kT = 10^2$, отже $q = \dfrac{1}{e^{100} - 1} \approx 3{,}7 \cdot 10^{-44}$.

Таким чином, далеко не в кожній моді є фотон, тобто домінує спонтанне випромінювання і тільки при штучно створених умовах можна зробити $q > 1$ і, отже, збільшити імовірність вимушених переходів.

Оскільки, імовірність індукованого випромінювання пропорційна густині енергії індукованого поля, то при досить великій густині цього поля відбувається, головним чином, індуковане когерентне випромінювання. Критерієм когерентності тих чи інших коливань є наявність постійного фазового співвідношення між ними. В квантовій теорії в силу співвідношення невизначеності «число квантів — фаза хвилі»:

$$\Delta q \cdot \Delta \varphi \geq \frac{1}{2},$$

тобто фаза електромагнітної хвилі φ визначена тільки у випадку, коли число квантів q невизначене. Разом із тим, якщо для двох хвиль відома різниця фаз, то співвідношення невизначеностей дозволяє встановити повне число квантів, залишаючи невизначеним приналежність квантів до хвиль.

Спонтанне випромінювання є випадковим процесом, тому акти спонтанного випромінювання квантових частинок не залежать один від одного і, отже, таке випромінювання не когерентне (різниця фаз не постійна). В ізотропному середовищі індикатриса спонтанного випромінювання — сфера. Така форма індикатриси обумовлена тим, що спонтанне випромінювання відбувається в будь-якому напрямку з однією й тією ж імовірністю, вимушене ж випромінювання і

поглинання відбувається з відмінною від нуля ймовірністю тільки в напрямку падаючого фотона. Тому індикатриса вимушеного випромінювання визначається індикатрисою вимушуючого випромінювання.

У попередньому розгляді не враховувалася ширина спектральної лінії. Врахування напівширини лінії приводить до того, що коефіцієнт спонтанного ейнштейнівського переходу A_{ik} треба замінити на $A_{ik}g(\nu')$, де $g(\nu')$ — форма лінії випромінювання, котра, як правило, нормована на площу, тобто:

$$\int_0^\infty g(\nu')d\nu' = 1.$$

Отже, імовірність спонтанного переходу в межах смуги, яка розглядається:

$$A_{i\to k} = \int_0^\infty A_{ik}g(\nu')d\nu' = A_{ik}.$$

Для вимушеного переходу імовірність буде рівна :

$$B_{ik}\rho(\nu)g(\nu')\delta(\nu-\nu')d\nu'.$$

Діраківська δ-функція враховує особливість вимушених переходів — вимушуючий фотон породжує строго собі подібного. Отже, імовірність вимушеного переходу в межах смуги:

$$B_{i\to k} = \int_0^\infty B_{ik}\rho(\nu)g(\nu')\delta(\nu-\nu')d\nu' = B_{ik}\rho(\nu)g(\nu), \qquad (4.2)$$

де $B_{ik}\rho(\nu)g(\nu)$ — спектральна імовірність вимушених переходів.

Форма лінії $g(\nu)$ визначається багатьма факторами. Зокрема, часом життя збудженого стану:

$$\tau_i^{-1} = \sum_k A_{ik},$$

де сумування проводиться за всіма рівнями, на які відбуваються переходи з даного i-го рівня. Кожний із рівнів має свою ширину, яка вираховується зі співвідношення невизначеності:

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim h \ .$$

Тобто, чим менший час життя, тим більша ширина рівня. Цей параметр визначає природне (однорідне) спектральне уширення лінії. Вона, звичайно, може бути уширена і внаслідок інших факторів: зіткнення частинок, доплерівського уширення, уширення кристалічним полем і т. п. Термін *«однорідне уширення лінії»* застосовується в тих випадках, коли лінія, яка відповідає кожній квантовій частинці, під впливом зовнішніх факторів уширюється однаково. При однорідному уширенні поза залежністю від його природи спектральна функція $g(\nu)$ є єдина спектральна характеристика як одного атома, так і всієї сукупності атомів. Прикладом однорідного уширення є природна ширина лінії й уширення внаслідок зіткнень частинок у газах.

Однорідне уширення добре описується *лоренцевою* (дисперсійною) *кривою*, тобто:

$$g_л(\nu_0,\nu)=\frac{1}{\pi\Delta\nu_л}\cdot\frac{1}{1+\left(\dfrac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_л}\right)^2},$$

де $\Delta\nu_л$ — напівширина лінії, а ν_0 — частота максимуму кривої. У резонансному випадку $\nu=\nu_0$ і для максимуму лоренцівського розподілу маємо:

$$g_л(\nu_0,\nu_0)=\frac{1}{\pi\Delta\nu_л}.$$

За відсутності зовнішніх дій спонтанне випромінювання визначає час життя стану. Тому найменша можлива ширина лінії $2\Delta\nu$ визначається імовірністю спонтанного переходу A_{ik}:

$$\Delta\nu = \frac{A_{ik}}{2\pi}.$$

Природна ширина, як правило, суттєва тільки на дуже високих частотах і для добре дозволених переходів. Звичайно, впливом спонтанного випромінювання на ширину лінії можна знехтувати, тому що в реальних умовах релаксації безвипромінювальні переходи більш ефективно скорочують життя. Ці переходи виникають у результаті взаємодії квантової частинки з її довкіллям. Механізм процесів цих взаємодій визначається конкретною системою. Це може бути взаємодія між іонами і граткою кристалу, співудари між молекулами газу або рідини і т. п. У кінцевому результаті дії релаксаційних процесів є обмін енергією між підсистемами частинок і тепловими рухами в системі в цілому, що призводить до термодинамічної рівноваги між ними.

Час встановлення рівноваги (час життя частинки на рівні) називається *поздовжнім часом релаксації* — T_1 (релаксація спін-гратка). Це позначення взяте з електронного парамагнітного та ядерного магнітного резонансів. Поздовжня релаксація відповідає руху вектора високочастотної намагніченості системи частинок вздовж напрямку магнітного поля H_0. Рух високочастотної складової магнітного поля в площині, перпендикулярній H_0 — поперечний час релаксації — T_2 (спін — спінова релаксація). Якщо в якийсь момент часу дипольні моменти всіх частинок були синфазні, то протягом часу T_2 ця синфазність порушувалась. Оскільки будь-який процес, який здійснює вклад в час релаксації T_1 приводить до втрати фази, то $T_1 \geq T_2$.

У всіх системах, де суттєва взаємодія частинок одна з одною (спін-спінова взаємодія) $T_1 > T_2$, а частіше $T_1 >> T_2$. В молекулярних пучках, де частинки не співударяються, $T_1 = T_2$ і рівне часові прольоту через область взаємодії з полем випромінювання. Оскільки T_2 — найкоротший час релаксації, то саме він визначає ширину лінії переходу:

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{2\pi T_2}.$$

В оптиці час життя частіше позначається τ, «природний» час життя — τ_0 і він визначає «природну» ширину лінії переходу:

$$\tau_0 = \frac{1}{2\pi\Delta\nu_0} = \frac{1}{\Delta\omega_0}.$$

Таким чином, спектральні лінії характеризуються скінченною спектральною шириною. Оскільки можливий спонтанний перехід не тільки з верхнього (i) рівня, але й з нижнього (k), якщо він не основний, то напівширина лінії буде визначатись сумою швидкостей цих процесів:

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_{0i}} + \frac{1}{\tau_{0k}}\right).$$

Отже, імовірність спонтанного переходу спектрально залежна і буде описуватись функцією — формфактор $g(\nu)$.

Лоренцева крива описує процеси при випадковому збитті фази, що відповідає спонтанному випромінюванню.

У тих випадках, коли різні центри знаходяться в неоднакових умовах, відбувається зміщення частот їх максимумів випромінювання, що призводить до, так званого, *неоднорідного* уширення підсумкової смуги. Наприклад, це спостерігається з іонами Nd^{3+} в склі або при випромінюванні в газорозрядних трубках — доплерівське уширення. При цьому форма лінії окремого центру —лоренцева з максимумом на ν_0. А функція, яка описує розподіл центрів за частотами їх максимумів випромінювання, близька до гаусової функції:

$$g_z(\nu_0, \bar{\nu}_0) = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_z} \exp\left[-2\left(\frac{\nu_0 - \bar{\nu}_0}{\Delta\nu_z}\right)^2\right],$$

де $\bar{\nu}_0$ — частота максимуму розподілу, а $\Delta\nu_г$ — її напівширина. При точному резонансі:

$$g_г(\bar{\nu}_0,\bar{\nu}_0)=\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\cdot\frac{1}{\Delta\nu_г}.$$

Форма підсумкової лінії є згорткою лоренцевої і гаусової кривих і описується функцією Фойгта:

$$g_\varphi(\nu)=\int_{(\nu)} g_г(\nu_0,\bar{\nu}_0)g_л(\nu_0,\nu)d\nu=\frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi^{3/2}\Delta\nu_л\cdot\Delta\nu_г}\times$$

$$\times\int_{(\nu)}\frac{\exp\left\{-2\left(\frac{\nu_0-\bar{\nu}_0}{\Delta\nu_г}\right)^2\right\}}{1+\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_л}\right)^2}d\nu.$$

У газах типове уширення рівне $\Delta\nu'=10^{-2}\,см^{-1}$ й обумовлене доплерівським ефектом. Унаслідок взаємодії робочих іонів із кристалічним полем (вплив ефектів Штарка і Зеємана) в твердих тілах при кімнатній температурі такої вузької лінії отримати не вдається. Наприклад, у рубіна (Cr^{3+} в корунді) ширина лінії люмінесценції при кімнатній температурі $\Delta\nu'=10\,см^{-1}$. Зі зменшенням температури ширина лінії звужується до $0{,}3\,см^{-1}$ при 77К.

Причиною неоднорідного уширення може бути будь-який процес, який викликає різні умови випромінювання (поглинання) для частини однакових атомів досліджуваного ансамблю частинок або в ансамблі атомів із близькими, але різними спектральними властивостями (наприклад, надтонка структура). Термін «неоднорідне уширення» виник у спектроскопії ядерного магнітного резонансу, де має місце вплив неоднорідності H_0 у межах досліджуваного зразка. Аналогічну природу має неоднорідне уширення в домін-

кових неоднорідних кристалах, в яких неоднорідність внутрішньо-кристалічного поля призводить до відмінності у величині штарківського зсуву частоти випромінювання домішковими центрами. Класичним прикладом неоднорідного уширення є доплерівське уширення в газових системах. Зокрема, у видимому діапазоні при не дуже високих температурах (300 – 600 К) воно лежить у межах 0,8 – 1,5 ГГц $\left(\frac{\Delta\nu_д}{\nu_0} = 7\cdot10^{-7}\frac{T}{M}\right)$, де M — маса частки. Для CO_2-лазера при 400 К для $\lambda = 10{,}6$ мкм $\Delta\nu_д = 60$ МГц, для *He-Ne*-лазера при 400 К для $\lambda = 0{,}63$ мкм, $\Delta\nu_д = 1{,}3 - 1{,}4$ ГГц.

У класичному наближенні, коли збуджена частинка розглядається як осцилятор (амплітуда і фаза коливань постійні), зміна фази змінює взаємодію осцилятора з електромагнітним полем. Ця зміна має випадковий характер. І якщо в результаті зіткнення початкове фазове співвідношення порушується, можна вважати, що з полем взаємодіє новий осцилятор, а старий зник. Отже, середній час вільного пробігу осцилятора між фазозбиваючими зіткненнями є середнім часом життя частинок відносно до зіткнень такого роду, тобто: $\Delta\nu_{зп} = \frac{1}{2\pi\tau_{зп}}$ — це однорідне уширення ($\Delta\nu_д$).

Але величина $\tau_{зп}$ визначається газокінематичним перерізом процесу збою фази при ударі $\sigma_{зп}$, швидкістю теплового руху частинок газу v і густиною часток газу n: $\tau_{зп} = \frac{1}{n\nu\sigma_{зп}}$,

тобто $\Delta\nu_{зп} = \frac{1}{2\pi} n\nu\sigma_{зп}$ — це неоднорідне уширення $\Delta\nu_I$.

При оцінках параметрів активного середовища зручніше користуватись не контуром смуги $g(\nu)$, а її значенням у максимумі. У випадку лоренцевого (дисперсійного) контура число фотонів у моді при термодинамічній рівновазі в максимумі рівне дорівнює:

$$\tilde{q}_s = \frac{c^3}{8\pi^2 h\nu^3}\rho(\nu)\frac{1}{\Delta\nu_s},$$

а для гаусового:

$$\tilde{q}_r = \frac{c^3}{8h\nu^3}\rho(\nu)\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi^3}}\frac{1}{\Delta\nu_r}.$$

Із цих співвідношень випливає, що концентрація фотонів у моді росте обернено пропорційно ширині смуги люмінесценції. Це і зрозуміло: чим менше $\Delta\nu$ при тому ж квантовому виході, тим більше концентрація фотонів у моді.

Оцінимо густину енергії випромінювання, при якій імовірності випромінювання переходів зрівняються зі спонтанними. Приміром, коли спектральна ширина вимушеного випромінювання суттєво вужча смуги люмінесценції. Тобто: $\rho(\nu)=\rho(\nu_0)\cdot\delta(\nu-\nu_0)$, де $\delta(\nu-\nu_0)$ — дельта — функція Дірака. Тоді, згідно з (4.2), відношення імовірності вимушених переходів до імовірності спонтанних у максимумі кривої люмінесценції на частоті ν_0 буде:

$$\tilde{q}_s = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3}g(\nu_0)\rho(\nu_0). \qquad (4.3)$$

При $q = 1$ для смуги з дисперсійним контуром отримаємо число фотонів m при $\nu' = 10^4\ \text{см}^{-1}$ і $\Delta\nu' = 0{,}1\ \text{см}^{-1}$:

$$m = \frac{\rho(\nu)}{h\nu_0} = \frac{8\pi^2\nu_0^2}{c^3}\Delta\nu_s \simeq 8\cdot 10^8\ \frac{\text{фотонів}}{\text{см}^3}. \qquad (4.4)$$

З (4.4) видно, що імовірності вимушених і спонтанних переходів зрівняються при густині фотонів m вимушеного випромінювання, яке збігається з точністю до π з числом, рівним об'ємній густині коливань електромагнітного поля в напівширині смуги люмінесценції. Якщо $\Delta\nu' = 0{,}1\ \text{см}^{-1}$, $\nu_0' = 10^4\ \text{см}^{-1}$ отримуємо $m = 8\cdot 10^8$ фотонів/см^3, що відповідає густині випромінювання $\rho(\nu_0) = 1{,}6\cdot 10^{-10}\ \text{Дж}\cdot\text{см}^{-3}$ або

$1{,}6\cdot10^{-3}$ ·ерг · см$^{-3}$. Для звичайних джерел світла $n \sim 10^2 \div 10^4$ фотонів/см^3.

При термодинамічній рівновазі імовірності вимушених переходів на тій же частоті стають рівними імовірностям спонтанних переходів, згідно з (4.1), за умови:

$$\left(\exp\frac{h\nu}{\kappa T}-1\right)^{-1}=1.$$

Отже, температура абсолютно чорного тіла в цьому випадку має бути рівною:

$$T=\frac{h\nu}{\kappa \ln 2}\simeq 2\cdot10^4\,\mathrm{K}.$$

Таким чином, імовірності вимушеного і спонтанного випромінювання в абсолютно чорного тіла стають рівними на частоті $\nu' = 10^4$ см$^{-1}$ при температурі порядку 20 000 К, що практично не можливо реалізувати.

Вимушене випромінювання є лавиноподібним процесом народження тотожних фотонів. Тому їм відповідає випромінювання надзвичайно вузької спектральної ширини (тотожність підкреслена і дельта-функцією $\delta(\nu-\nu_0)$. Дійсно, на алюмоїтрієвому гранаті, активованому неодимом (АІГ: Nd^{3+}, напівширина спектру генерації 10^{-9} *А* (50 Гц). При цьому спектр спонтанного випромінювання буде дуже широким (у даному випадку 10 *А* (300 ГГц = 0,3ТГц). Підкреслимо, що повна імовірність переходу квантової частинки зі стану *і* у стан *к* із випромінюванням фотона рівна сумі імовірностей спонтанного й індукованого випромінювання. При цьому фотони спонтанного випромінювання на відміну від фотонів вимушеного випромінювання не когерентні. Тому природним джерелом шуму, який обмежує чутливість квантового підсилювача і стабільність генератора, буде спонтанне випромінювання.

Імовірності вимушених переходів знизу догори і зверху донизу рівні з точністю до статистичних ваг. А так як при термодинамічній рівновазі заселеність нижніх рівнів k більша, ніж верхніх i, то поглинання перевищує вимушене випромінювання. Отже, для отримання підсилюючого середовища необхідно, щоб заселеність верхнього рівня була б більшою від нижнього, тобто в середовищі має місце інверсія заселеностей. Виникає питання: в яких середовищах така ситуація реалізується?

Якщо енергетичні рівні квантових частинок в ансамблі еквідистантні та необмежені зверху, що має місце у випадку гармонійного осцилятора, то створення інверсії, а, відповідно, підсилюючого середовища, неможливе. Дійсно, імовірність переходів уверх і вниз однакова, але число рівнів не обмежене зверху, тому переходів вверх завжди буде більше, ніж переходів донизу.

Якщо ж енергетичні рівні квантових частинок ансамблю нееквідистантні, то резонанс між полем і переходом частинок має місце тільки для однієї пари рівнів. Якщо тим чи іншим способом для цієї пари рівнів досягнута інверсія заселеностей, то при проходженні електромагнітної хвилі буде мати місце підсилення. При цьому вимушені переходи змінюватимуть заселеність тільки резонуючих двох рівнів. У той же час заселеність по всіх інших рівнях несуттєва і може підкорятись розподілу Больцмана. Ідеалізація розгляду квантових генераторів і підсилювачів на дворівневій моделі широко використовується в теорії. Але, необхідна умова, яка висувається до активного середовища, — нееквідистантність енергетичних рівнів у квантових частинок. Це виконується для всіх реальних речовин.

Контрольні питання

1. Оцініть співвідношення імовірностей вимушеного і спонтанного випромінювань при термодинамічній рівновазі.

2. Від чого залежить імовірність випромінювання фотона в моду?

3. Проаналізуйте вплив форми спектральної лінії на величини ейнштейнівських коефіцієнтів.

4. Порівняйте природу фізичних процесів, які приводять до однорідного і неоднорідного уширення смуг поглинання чи випромінювання.

5. Чи можливе створення інверсної заселеності в середовищі, в якому енергетичні рівні квантових частинок еквідистантні і необмежені зверху?

§5. Від'ємний коефіцієнт поглинання

Явища поглинання і вимушеного випромінювання завжди співіснують, представляючи собою дві нерозривні сторони одного й того ж процесу взаємодії світла і речовини. Саме тому вимушене випромінювання називають часто від'ємним поглинанням.

Ефект лінійного поглинання описує закон Бугера:

$$I = I_0 e^{-\kappa_\nu x}, \qquad (5.1)$$

де κ_ν — коефіцієнт поглинання на заданій частоті, x-шлях, на якому відбувається послаблення світлового потоку, I — величина рівна:

$$I = c\rho(\nu)\,[\text{Вт}\cdot\text{см}^{-2}]\,. \qquad (5.2)$$

I описує густину світлового потоку (інтенсивність), I_0 — інтенсивність, яка падає на поглинаючий шар.

Закон Бугера (1729 рік) стверджує, що коефіцієнт поглинання не залежить від густини потоку енергії чи інтенсивності випромінювання, яке проходить через речовини і товщини поглинаючого шару. Академік С.І. Вавілов експериментально перевіряв закон Бугера і встановив, що він справедливий при зміні інтенсивності падаючого випромінювання до 10^{20} разів.

Але подальші дослідження на ураніловому склі показали, що діапазон змін інтенсивності, в межах якого справедливий закон Бугера, залежить від часу життя збуджених станів (τ_{jk}). Зокрема, для дослідів С.І. Вавілова $\tau_{jk} < 10^{-8}$ с. Якщо ж τ_{jk} більше, то спостерігається відхилення від закону Бугера, що зумовлено накопиченням частинок у збудженому стані, а, отже, з'явиться залежність коефіцієнта поглинання від інтенсивності падаючого світла.

Теоретично явище поглинання детально розглядав І. Ламберт у 1860 р. А Р. Беєр у 1852 р., на основі експериментальних даних, сформулював закон, згідно з яким коефіцієнт поглинання не залежить від концентрації поглинаючих центрів:

$$I = I_0 e^{-\kappa_\nu c x},$$

де с — концентрація поглинаючих центрів.

Закон Бєєра менш чіткий, ніж закон Бугера, оскільки оптичні властивості розчинених центрів залежать у більшості випадків від розчинника, відстані між центрами (концентрації), температури.

У тому випадку, коли закон Бугера виконується, то коефіцієнт, який визначає зміну інтенсивності (I) прохідного випромінювання через речовину на довжині dx буде рівний:

$$\kappa_\nu = -\frac{1}{I}\cdot\frac{dI}{dx}\,[\text{см}^{-1}]. \qquad (5.3)$$

З іншого боку, зміна потужності світлового потоку, який проходить через середовище, рівна різниці між потужністю, яка поглинулась і вимушено випромінилась при переході між відповідними рівнями в одиниці об'єму:

$$W_{ki} = h\nu_{ik}\left(n_k - \frac{q_k}{q_i}n_i\right)\int_{(\nu)} B_{ki}g(\nu)\rho(\nu)d\nu\,[\text{Вт}\cdot\text{см}^{-3}] \qquad (5.4)$$

(інтегрування проводиться в межах смуги поглинання). Отже, зменшення інтенсивності світла, яке проходить шлях dx в середовищі, можна представити у вигляді:

$$dI = -W_{ki}dx \qquad (5.5)$$

або $\dfrac{dI}{dx} = -W_{ki}$.

Порівнюючи (5.3) (5.4) і (5.5), отримуємо:

$$\kappa_\nu = \frac{h\nu_{ik}}{c\rho(\nu)\Delta\nu_\rho}\left(n_k - \frac{q_k}{q_i}n_i\right)\int_{(\nu)} B_{ki}g(\nu)\rho(\nu)d\nu\ [\text{см}^{-1}]. \qquad (5.6)$$

Якщо ширина спектру випромінювання $\rho(\nu)$, яке проходить через середовище, набагато менша ширини смуги поглинання $\Delta\nu_g$ $\left(\Delta\nu_\rho << \Delta\nu_g\right)$, то вираз (5.6) спрощується:

$$\kappa_\nu = \frac{h\nu_{ik}}{c}B_{ki}g(\nu)\cdot\left(n_k - \frac{q_k}{q_i}n_i\right). \qquad (5.7)$$

Зі співвідношення (5.7) випливає, що спектральний хід коефіцієнта поглинання κ_ν збігається з формою лінії g(ν).

У випадку $\Delta\nu_p >> \Delta\nu_g$ вираз (5.6) набуває вигляду:

$$\kappa_\nu = \frac{h\nu_{ik}}{c\rho(\nu)\Delta\nu_p} B_{ki}\left(n_k - \frac{q_k}{q_i} n_i\right)\Delta\nu_g. \qquad (5.8)$$

Згідно (5.8) коефіцієнт поглинання спадає з ростом ширини спектра проходного випромінювання. На рис. 5.1 показано випадки, описані виразом (5.7) (рис.5.1,*а*) і виразом (5.8) (рис. 5.1,*б*). Заштрихована фігура є спектральним розподілом випромінювання до і після взаємодії з квантовою системою, яка має показаний на рисунку спектральний хід коефіцієнта поглинання.

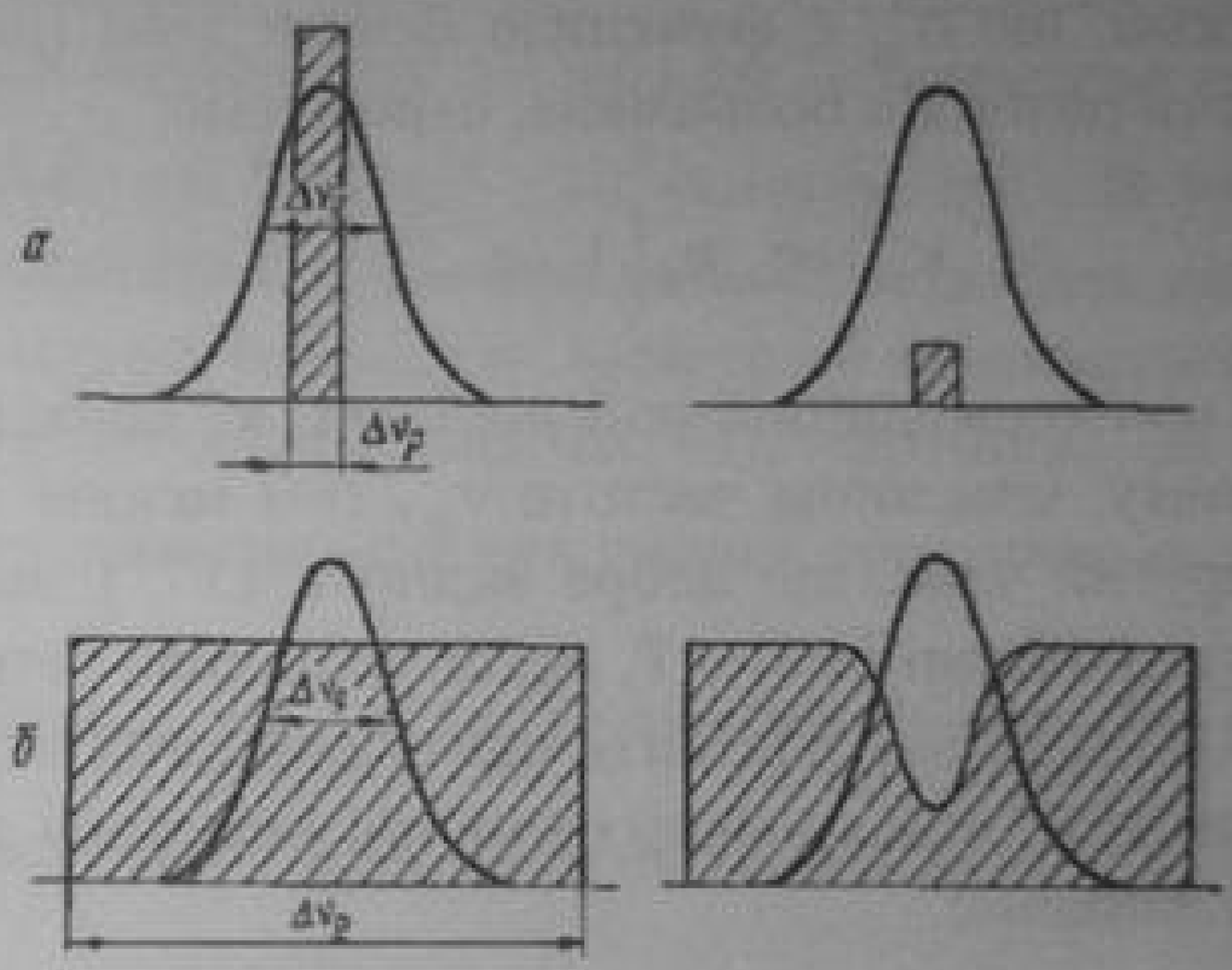


Рис. 5.1

Відмітимо, що широко використовується поняття перерізу поглинання σ_{ki} [см^2], який зв'язує ітенсивність *I* падаючого випромінювання, що виражається в кількості квантів, з імовірністю поглинання за умови, що $\Delta\nu_p << \Delta\nu_g$:

$$\int B_{ki} g(\nu)\rho(\nu)\, d\nu = \sigma_{ki} \frac{I}{h\nu_{ik}}$$

або:

$$B_{kl} g(\nu_{lk}) p(\nu) \Delta\nu_\rho = \sigma_{kl} \frac{I}{h\nu_{lk}} . \qquad (5.9)$$

Віповідно (5.9) і (5.2):

$$B_{kl} = \sigma_{kl} \frac{c}{h\nu_{lk} g(\nu_{lk})} . \qquad (5.10)$$

Використовуючи (5.10), вираз для коефіцієнта поглинання (5.7) має вигляд:

$$\kappa_\nu = \sigma_{kl} \left(n_k - \frac{q_k}{q_i} n_i \right) . \qquad (5.7')$$

Відмітимо, що σ_{kl} є функцією форми лінії (див. (5.9). Враховуючи розподіл Больцмана, отримуємо:

$$\kappa_\nu = \sigma_{kl} n_k \left(1 - e^{-\frac{h\nu_{lk}}{kT}} \right) . \qquad (5.7'')$$

Отож, при термодинамічній рівновазі κ_ν завжди додатній. Причому, чим вища частота ν_{lk}, тим менше значення відіграє другий член, що добре видно з (5.7''). Зокрема, в оптичному діапазоні $h\nu >> \kappa T$, що справедливо геть до температур $\sim 10^4$ К. Тому для оптичного діапазону отримаємо простий зв'язок між коефіцієнтом поглинання і поперечником поглинання:

$$\kappa_\nu = \sigma_{kl} n_k . \qquad (5.11)$$

У виразі (5.11), як бачимо, відсутня залежність коефіцієнта поглинання від потужності падаючого випромінювання. Але це справедливо тільки при слабкому порушенні термодинамічної рівноваги, що експериментально підтвердив С.І. Вавілов.

Залежність κ_ν від $\rho(\nu)$ спостерігається, якщо імовірності вимушених переходів будуть співрозмірними з імовірностями спонтанних. Зокрема, для дворівневої системи при те-

мпературі середовища і фоновій радіації близьких до нуля ($T=0, \rho_0=0$), використовуючи (3.4) і (5.7), отримаємо:

$$\kappa_{12}=\frac{h\nu_{12}}{c}B_{12}g(\nu_{12})N\frac{1+\dfrac{d_{21}}{A_{21}}}{1+2\dfrac{B_{21}\rho(\nu)g(\nu_{21})\Delta\nu_\rho}{A_{21}}+\dfrac{d_{21}}{A_{21}}}. \qquad (5.12)$$

Звідси випливає, що залежність κ_ν від $\rho(\nu)$ відчувається тоді, коли:

$$\rho(\nu)\Delta\nu_\rho \geq \frac{A_{21}}{2B_{21}g(\nu_{12})}\left(1+\frac{d_{21}}{A_{21}}\right)=\frac{4\pi h\nu_{12}^3}{c^3 g(\nu_{12})}\left(1+\frac{d_{21}}{A_{21}}\right).$$

Для оптичного діапазону $\nu'=10^4\,\text{см}^{-1}$ за відсутності безвипромінювальних переходів ($d_{21}=0$) і напівширині дисперсійної лінії поглинання $\Delta\nu'=0{,}1\,\text{см}^{-1}$ отримуємо $\rho(\nu)\Delta\nu_\rho > 7\cdot10^{-11}\,\text{Дж}\cdot\text{см}^{-3}$ або $3\cdot10^8$ фотонів/см^3. В ультрафіолетовій, видимій і інфрачервоній областях для нелазерних джерел випромінювання ця вимога не виконується. Типове значення $\rho(\nu)\Delta\nu_\rho$ для них 10^2-10^4 фотонів $\cdot\,\text{см}^{-3}$ і тому коефіцієнт поглинання в цих умовах практично не залежить від $\rho(\nu)$.

При порушенні термодинамічної рівноваги величина $\left(n_k-\dfrac{q_k}{q_i}n_i\right)$ може виявитись не тільки рівною нулю, але й стати меншою нуля. Це буде відповідати згідно з виразом (5.6) появі від'ємного поглинання. Така ситуація може виникнути як за рахунок збільшення числа частинок на більш високому рівні i ($He-Ne$-лазер), так і за рахунок зменшення числа частинок на нижньому рівні k (Ar^+-лазер) порівняно з больцманівським розподілом або в ексімерах, де немає нижнього стану. Такий стан може реалізуватись, природно, тільки при порушенні термодинамічної рівноваги, тобто, якщо відношення населеностей більше відношення статис-

тичних ваг $n_i/n_k > q_i/q_k$. Таким чином, як випливає з (5.6), у міру збільшення $\rho(\nu)$ n_i прямує до n_k і, отже, при $n_i q_k = n_k q_i$ і $\kappa_\nu = 0$, тобто, речовина просвітлюється. Цей ефект широко використовується для пасивної модуляції добротності. У випадку багаторівневих систем можна отримати $n_i/n_k > q_i/q_k$ і в цьому випадку κ_ν стає від'ємним.

Нерівноважні умови можуть бути як стаціонарними, так і не стаціонарними. В стаціонарних умовах відношення населеностей визначається рівністю:

$$\frac{n_i}{n_k} = \frac{\alpha_i \tau_i}{\alpha_k \tau_k},$$

де α_i і α_k числа актів збудження атомів за одну секунду на відповідні рівні, а τ_i і τ_k — тривалість життя атомів на цих рівнях. Число актів збудження включає оптичні і неоптичні процеси.

При інверсному стані речовини потужність випромінювання при переході $i \to$ к під дією зовнішньої радіації, яка падає на таку нерівноважну систему, більша потужності поглинання на цьому переході. Відповідно до закону Бугера при від'ємних значеннях κ_ν енергія падаючого світлового потоку при проході через речовину підсилюється. Оскільки процес підсилення випромінювання супроводжується переходами частинок із верхнього рівня i на нижній k, то тим самим взаємодія випромінювання з квантовою системою веде систему до термодинамічної рівноваги.

Залежність κ_ν від частоти для двох значень різниці населеностей n_k і n_i зображена на рис. 5.2. Для отримання суттєвого від'ємного коефіцієнта поглинання необхідні не тільки великі значення різниці $(n_k - q_k/q_i \cdot n_i)$, але й досить великі значення коефіцієнта Ейнштейна B_{ki}.

У результаті спонтанних і вимушених переходів всередині активного тіла випромінюється світло. Випромінюван-

ня, яке не виходить через бокові стінки, проходить всю довжину активного тіла, відбивається від дзеркал, які нанесені на його торці і повертається назад (рис. 5.3). При кожному відбитті від дзеркал втрачається частина енергії. Тому генерація може виникнути в тому випадку, коли збільшення інтенсивності випромінювання в активному тілі достатнє для компенсування всіх енергетичних втрат. При кожному проходженні через речовину інтенсивність збільшується в $F = \exp[2(\kappa_\nu - p)L]$ раз, де κ_ν — коефіцієнт підсилення, p^* — коефіцієнт, що враховує розсіювання й інші втрати всередині активного середовища, L — довжина активного тіла. При відбитті ж світла від дзеркал інтенсивність його зменшується в $r_1 \cdot r_2$ раз, де r_1 і r_2 — коефіцієнти відбиття дзеркал. Для виникнення генерації необхідно, щоб підсилення випромінювання компенсувало втрати, тобто:

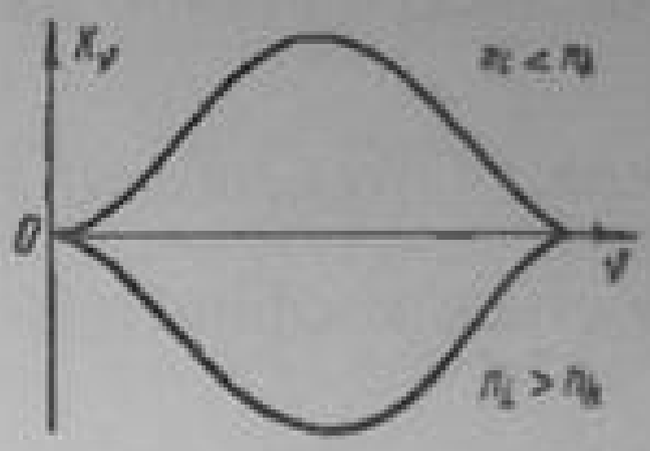


Рис. 5.2

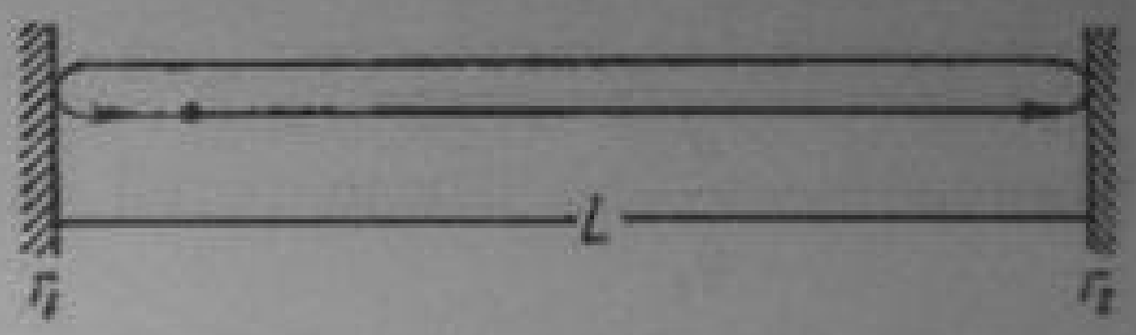


Рис. 5.3

$$r_1 r_2 F > 1, \tag{5.13}$$

а при стаціонарній генерації:

$$r_1 r_2 F = 1. \tag{5.14}$$

З умови (5.14) випливає:

$$\kappa_\nu = p + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2} = p + \gamma. \tag{5.15}$$

* *p-коефіцієнт екстинції (лат. — гасіння) — ослаблення пучка світла за рахунок поглинання і розсіювання.*

Коефіцієнт γ характеризує втрати випромінювання, пов'язані з його виходом із резонатора через дзеркала, і тому називається коефіцієнтом корисних втрат.

З умов (5.15) і (5.7) отримуємо:

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k\right) = \frac{c(\gamma + p)}{B_{ik} g(\nu_{ik}) h\nu_{ik}} = \frac{\gamma + p}{\kappa_\nu^{\max}} N, \qquad (5.16)$$

де $\kappa_\nu^{\max} = \frac{B_{ik} g(\nu_{ik}) h\nu_{ik}}{c} N$ — граничний коефіцієнт підсилення, що виходить, якщо всі частинки зосередились на рівні i, $N = n_i + n_k$.

Згідно (5.15), якщо є стаціонарна генерація, то необхідна різниця $n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k$ заселеностей визначається коефіцієнтами втрат і граничним значенням коефіцієнта підсилення. Коефіцієнт втрат $(\gamma + p)$ залежить тільки від параметрів резонатора (r_1, r_2, L) і шкідливих втрат: розсіювання, поглинання і т.д.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте умови, при виконанні яких коефіцієнт поглинання залежить від інтенсивності падаючого світла.
2. У якому випадку спектральний хід коефіцієнта поглинання збігається з формою лінії?
3. Який фізичний зміст від'ємного коефіцієнта поглинання?
4. Оцініть для конкретної речовини величину інтенсивності випромінювання, при якій відбудеться її (речовини) просвітлення.
5. Встановіть зв'язок між коефіцієнтами підсилення, екстинції та корисних втрат при стаціонарній генерації.

§6. Метод підвищення концентрації фотонів у моді

Лазер, як фізична система, складається з двох частин: електромагнітного поля і лазерно-активного середовища (середовища з від'ємним коефіцієнтом поглинання).

Електромагнітне поле буде розглядатись як сукупність коливань (мод). Якщо не застосувати селекційні методи, то умови збудження всіх мод, частоти яких лежать у межах напівширини лінії спонтанного випромінювання $\Delta\nu$, приблизно однакові.

Визначимо спектральну густину мод. Розглянемо куб із довжиною ребра L. Якщо частота електромагнітного поля змінюється в межах 0-ν, то модуль хвильового вектора пробігає значення від 0 до $\kappa = \frac{2\pi\nu}{c}$ з дискретністю $\frac{\pi}{L}$ *. Враховуючи, що всі напрями у просторі рівноправні, можливі значення κ будуть лежати в межах сфери радіуса $\kappa = \frac{2\pi\nu}{c}$, побудованої в просторі хвильових векторів. Але модуль хвильового вектора — позитивна величина ($\kappa \geq 0$), тому фізичний зміст має лише значення κ у першому квадранті сфери. Таким чином, число типів коливань (мод) буде рівне відношенню об'єму вказаного квадранта сфери до об'єму «елементарної комірки» $\left(\frac{\pi}{L}\right)^3$:

$$\tilde{M} = \frac{4}{3}\pi\frac{\nu^3}{c^3}L^3.$$

Звідси спектральна густина числа мод у вказаному об'ємі рівна:

$$\frac{d\tilde{M}}{d\nu} = \frac{4\pi\nu^2}{c^3}L^3.$$

---

* *Дискретність-вимога розв'язків рівнянь Максвелла.*

Враховуючи дві можливі поляризації електромагнітної хвилі, отримаємо вираз для спектрально-об'ємної густини мод:

$$\widetilde{M} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}.$$

Отже, при напівширині спектральної лінії $\Delta\nu$ і об'єму, який займає електромагнітне поле V, число можливих мод рівне:

$$M = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu V. \qquad (6.1)$$

Зокрема, для рубіну (люмінесценція на частоті $\nu' = 14400$ $см^{-1}$, напівширина лінії люмінесценції при кімнатній температурі $\Delta\nu' = 10$ $см^{-1}$, показник заломлення 1,76, об'єм електромагнітного поля $V = 10$ $см^3$) отримуємо величину порядку 10^{12}. Вся ця величезна кількість мод взаємодіє з активним середовищем і спостерігається випромінювання у всіх напрямках. Для отримання випромінювання в заданому напрямку, тобто на виділених модах, необхідно створити переважні умови існування для цих мод. Для отримання когерентного випромінювання необхідно, щоб акти випромінювання квантових частинок були взаємо-скорельованими, тобто, слід забезпечити наявність позитивного зворотного зв'язку. На щастя, такий зв'язок закладено в самій природі вимушеного випромінювання: вторинний фотон народжується у тому стані, в якому знаходиться первинний. Для реалізації цієї можливості треба забезпечити вибірковість фотонних станів у процесі вимушеного випромінювання. Це значить, що треба виділити певні фотонні стани, в яких будуть накопичуватись фотони, а в усіх інших — фотони, що спонтанно народились, мають досить швидко «гинути», надаючи тим самим можливість народжуватись фотонам тільки в добротних модах за рахунок активного тіла.

Такими пристроями, на що вперше вказав О.М.Прохоров, стануть у нагоді оптичні резонатори, типовим представником яких є інтерферометр Фабрі-Перо. Вибірковість заселення фотонних станів виконує оптичний резонатор. Резонатор виділяє в просторі певний напрям, в якому переважно йде генерація. Окрім того, резонатор виконує селекцію за частотою та поляризацією. Вибірковість заселення фотонних станів відбувається внаслідок вибірковості втрат резонатора для різних станів. Для станів із малими втратами реалізується генерація, а для станів із великими — моди слабо заповнені та без генерації.

Таким чином, резонатор формує спектральні і просторові властивості випромінювання, яке генерується, активне ж середовище запасає енергію та підсилює генероване випромінювання.

Оптичні резонатори за фізичною суттю своєї роботи нічим не відрізняються від аналогічних пристроїв НВЧ-діапазону. Але конструктивно вони різні, що обумовлено різними робочими довжинами хвиль. Так, якщо об'ємні резонатори НВЧ-діапазону мають лінійні розміри, співрозмірні з робочою довжиною хвилі, то оптичні набагато порядків більші робочої довжини хвилі. Малі втрати в стінках об'ємних резонаторів НВЧ при високих коефіцієнтах відбиття від металу, який є вдалим провідником, зумовлюють високу добротність цих резонаторів. Конфігурація і розподіл полів у резонаторах НВЧ суттєво відрізняється від випадку вільного простору. В результаті, спектр власних коливань цих резонаторів сильно розріджений. Відсутність бокових стінок у оптичного резонатора (відкритого резонатора) призводить до суттєвого зменшення числа типів коливань із високою добротністю.

В оптичному діапазоні використання резонаторів із набагато більшими розмірами довжини хвилі зумовлено не тільки технологічними труднощами виготовлення резонато-

рів, але й тією обставиною, що, в міру пропорційно довжині хвилі зменшення розмірів порожніх металевих об'ємних резонаторів, їх добротність теж зменшується, оскільки вона визначається відношенням лінійного розміру резонатора a до довжини проникнення випромінювання в метал δ:

$$Q=\frac{a}{\delta}.$$

При нормальному скін-ефекті $\delta \sim \nu^{-1/2}$, що зумовлено джоулевими втратами. А лінійний розмір резонатора від частоти не залежить. Отже, $Q \sim \nu^{1/2}$.

З іншого боку число мод для заданого об'єму V і смуги $\Delta\nu$:

$$M=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\Delta\nu V.$$

Отже, частотний інтервал, який доводиться на одну моду:

$$\Delta\nu_p=\frac{\Delta\nu}{M}=\frac{c^3}{8\pi\nu^2 V}\sim\nu^{-2},$$

тобто, зменшується обернено пропорційно ν^2.

У той же час ширина резонансної кривої:

$$\Delta\nu_0=\frac{\nu}{Q}\sim\nu^{1/2}.$$

Отже, при досить високих частотах спектральні лінії об'ємного резонатора перекриються і резонатор втратить свої резонансні властивості. Окрім того, в силу малих розмірів «оптичного» резонатора, говорити про будь-яку придатну для використання потужність генерації не доводиться. Внаслідок цього в оптичному діапазоні резонатори типу НВЧ непридатні і потрібно конструювати великі резонатори з розрідженим спектром власних коливань. Такими виявились відкриті резонатори, в яких число мод $M \sim \Delta\nu$*, тобто

---

* *У тримірному резонаторі $M \sim \nu^2\Delta\nu$, у двомірному $M \sim \nu\Delta\nu$, а в одномірному $M \sim \Delta\nu$.*

число резонансних частот не залежить від частоти. Отже, у відкритому резонаторі, по-перше, внаслідок відсутності бокових стінок суттєво проріджується спектр мод (відбувається їх селекція), а по-друге, реалізується висока добротність для малої кількості мод. Оскільки розміри резонатора суттєво перевищують довжину хвилі, то, здавалося б, для опису структури поля в резонаторі можна скористатись геометричною оптикою. Це справедливо в тих випадках, коли дифракційними ефектами, оскільки їх обмаль, можна знехтувати. Детальний аналіз показує, що геометричний опис дає правильні результати, якщо резонатор знаходиться далеко від межі стійкості, а параметр Френеля $N = \frac{a^2}{\lambda L}$ значно більший одиниці. Поблизу межі стійкості і на ній структура поля в резонаторі повністю визначається дифракцією. Тому для пошуку структури мод таких резонаторів необхідно строго розв'язувати рівняння Максвелла. У випадку відкритих резонаторів розв'язок полегшується, оскільки їх поперечний розмір суттєво менший поздовжнього. Завдяки цьому хвильове рівняння зводиться до параболічного, розв'язувати яке значно простіше. Загальноприйнятим є зведення параболічного рівняння до інтегрального, яке розв'язується методом ітерацій.

З погляду фізики, формування поля в резонаторі відбувається за рахунок багаторазових відбивань поля від дзеркал. Унаслідок обмеженості апертури дзеркал після кожного відбиття, частина енергії поля втрачається, а структура поля, що залишилась у резонаторі, за рахунок дифракції набуває вигляду, при якому втрати мінімальні. При використанні резонатора в лазері формується поле моди зі спонтанного випромінювання, яке спрямоване вздовж вісі резонатора. Відбиваючись від дзеркал і підсилюючись у активному середовищі, поле поступово перетворюється в поле мод резонатора за рахунок гасіння тих складових спонтан-

ного випромінювання, що не відповідають за структурою модам резонатора (фотони концентруються в тих модах, де їх більше). Отже, резонатор формує типи коливань поля випромінювання, які називаються модами, що характерні для кожного типу резонаторів. Модова структура поля випромінювання лазера формується у резонаторі в процесі послідовних відбивань випромінювання від дзеркал резонатора. В одних резонаторах структура поля формується за рахунок великої кількості проходів. Це — багатопрохідні резонатори; в інших — всього за декілька проходів, у окремих випадках при високих коефіцієнтах підсилення — за один прохід. Такі лазери можуть працювати без дзеркал, що свідчить про режим надсвітимості.

Для визначення структури поля мод можна скористатись принципом Гюйгенса-Френеля у відомому наближенні (кожну точку хвильового фронту можна вважати джерелом вторинних сферичних хвиль). При цьому хвильовий фронт у будь-який більш пізній момент часу буде представляти обвідну цих хвиль. У 1961 р. А. Фокс і Т. Лі використали ЕОМ для чисельного підрахунку конфігурації поля на дзеркалах резонатора. Відповідна функція, яка описує цей розподіл, має максимуми і мінімуми амплітуди поля в поперечних напрямках. Розрахунки показали, що амплітуда поля максимальна в середній частині дзеркала і мінімальна на його краях.

Масштаб зміни поля в поперечному напрямку суттєво більший, ніж у поздовжньому, тобто: $\overline{\kappa}_{\perp} << \overline{\kappa}_{\parallel}$, де $\overline{\kappa}_{\perp}$ і $\overline{\kappa}_{\parallel}$ — складові хвильового вектора впоперек і вздовж резонатора для вказаних конфігурацій. Через це $\overline{E}_{\perp} / \overline{E}_{\parallel} \simeq a/\lambda$, де $\overline{E}_{\perp}$ і $\overline{E}_{\parallel}$ — складові електричного поля поперек і вздовж вісі резонатора, а a — апертура дзеркал. Це вказує на те, що в такому резонаторі електромагнітне поле з високою точністю можна вважати поперечним. Відповідно до англійського виразу transverse electromagnetic, моди у відкритому резонаторі на-

зиваються $TEM_{\ell\mu\eta}$-моди. Індекси — ℓ,μ,η, які приписують моді, означають: ℓ — число напівхвиль, які вкладаються на базі резонатора L;μ і η — числа, які показують кількість разів змін знаку поля в поперечних напрямках до вісі резонатора (ℓ — поздовжній індекс, μ,η — поперечні). Кожна мода описується певною просторовою структурою поля, яка ідентифікована індексами ℓ,μ,η. Крім цього, кожна мода характеризується певним зсувом фази за подвійний прохід резонатора, який має бути кратним цілому числу 2π.

Певному сполученню індексів μ і η, які описують конкретну поперечну структуру поля в резонаторі, відповідає кілька мод із різними значеннями індексу ℓ — поздовжні або аксіальні моди. У спектрі генерації кожній із них відповідає певна спектральна лінія. *Сукупність поздовжніх мод з даним сполученням індексів μ і η є поперечною модою.* Кожний тип поперечної моди має певну структуру світлової плями на дзеркалі резонатора. Структура поля для випадку плоских дзеркал у площині дзеркала зображена на рис. 6.1, *а*, для прямокутних дзеркал і 6.1, *б* — для круглих. Біля кожної фотографії справа зображено схему зміни знака амплітуди поля на поверхні дзеркала. У реальних умовах структура світлової плями є суперпозицією кількох поперечних мод. Це означає багатомодовий режим генерації. При цьому має місце багаточастотний модовий і відповідно одночастотний режим генерації. В особливих випадках можна отримати одномодовий і навіть одночастотний режим генерації.

Кожна мода характеризується своїм розміром амплітуди і фази поля на дзеркалі. Одним із основних параметрів, який визначає добротність мод резонатора є число Френеля, рівне:

$$N = a^2/\lambda L,$$

де a — ширина дзеркала (у випадку круглих дзеркал a — діаметр дзеркала, L — база резонатора). Для метрового резонатора при типовій напівширині дзеркал 1 см і $\lambda = 1$ мкм

N =100. Число Френеля визначає число зон Френеля, які видно на одному із дзеркал у центр другого (рис. 6.2).

Отже, число Френеля можна ще визначити як відношення "кута зору" дзеркала до кута дифракції. Тому, чим більше число Френеля, тим менші дифракційні втрати.

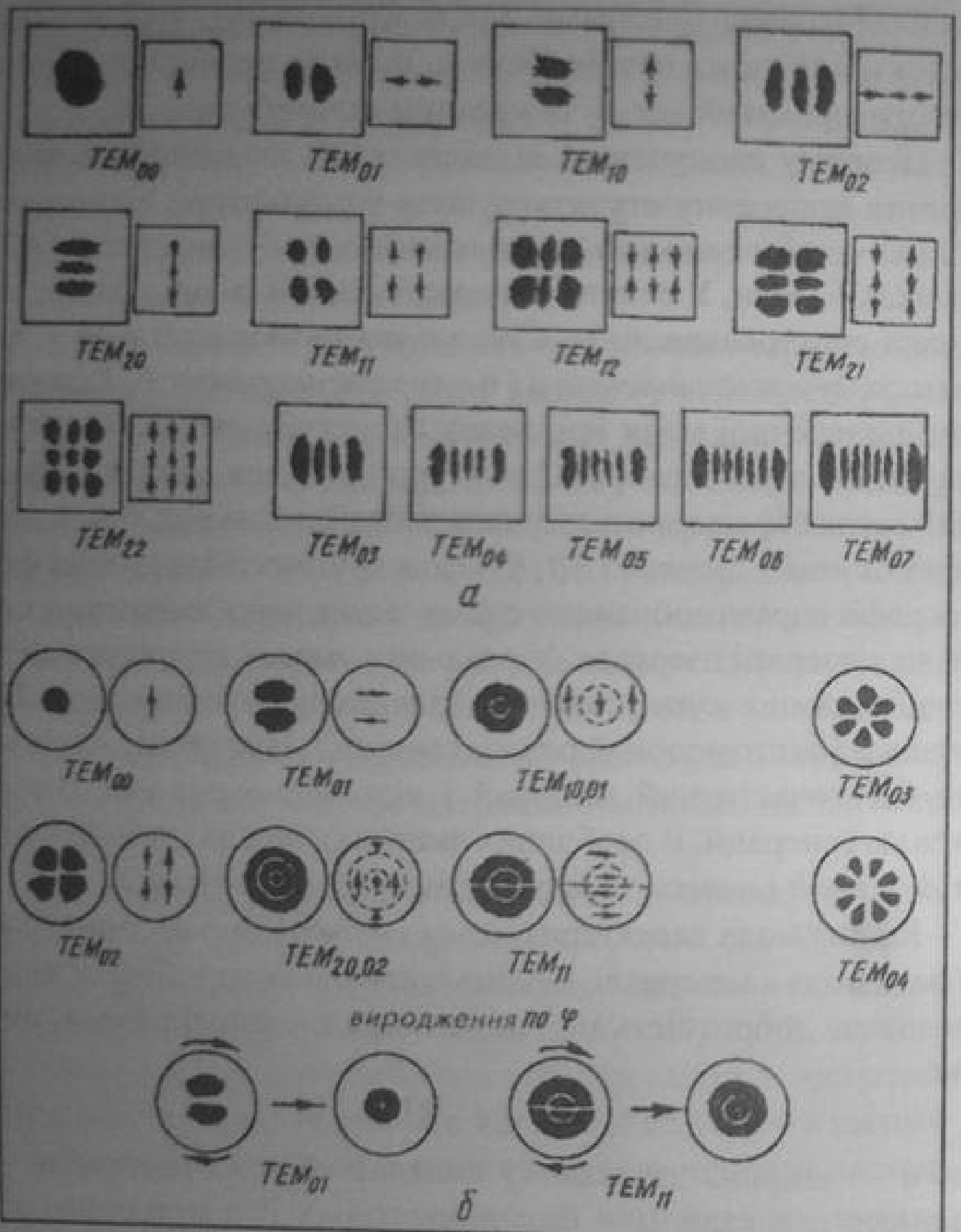


Рис. 6.1

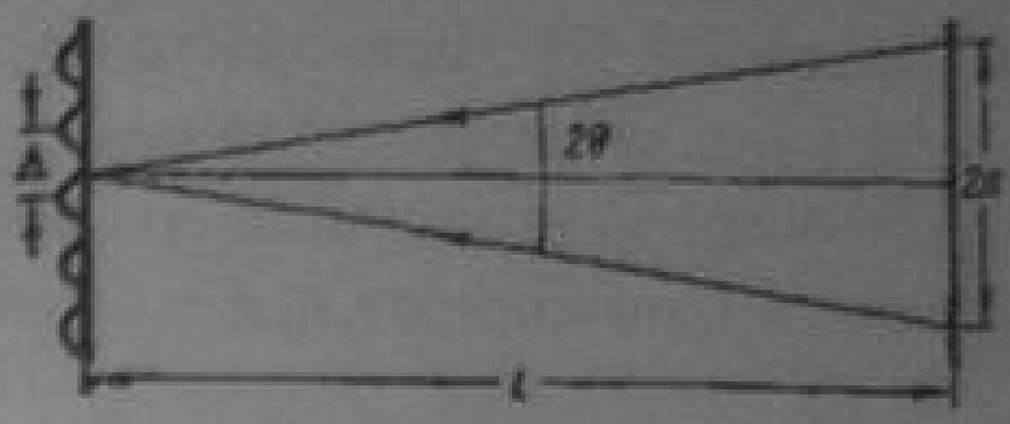


Рис. 6.2

На рис. 6.3 представлено декілька різновидів відкритих резонаторів. Плоский резонатор рис. 6.3,*а* утворений двома плоскими дзеркалами, паралельними одне одному. З досить високою точністю вісьові моди такого резонатора є суперпозицією плоских електромагнітних хвиль, які поширюються в протилежних напрямках уздовж вісі резонатора, і в нульовому наближенні збігаються з модами закритого резонатора такого ж розміру. Концентричний (сферичний) резонатор (рис. 6.3,*б*) представляє собою два сферичних дзер-

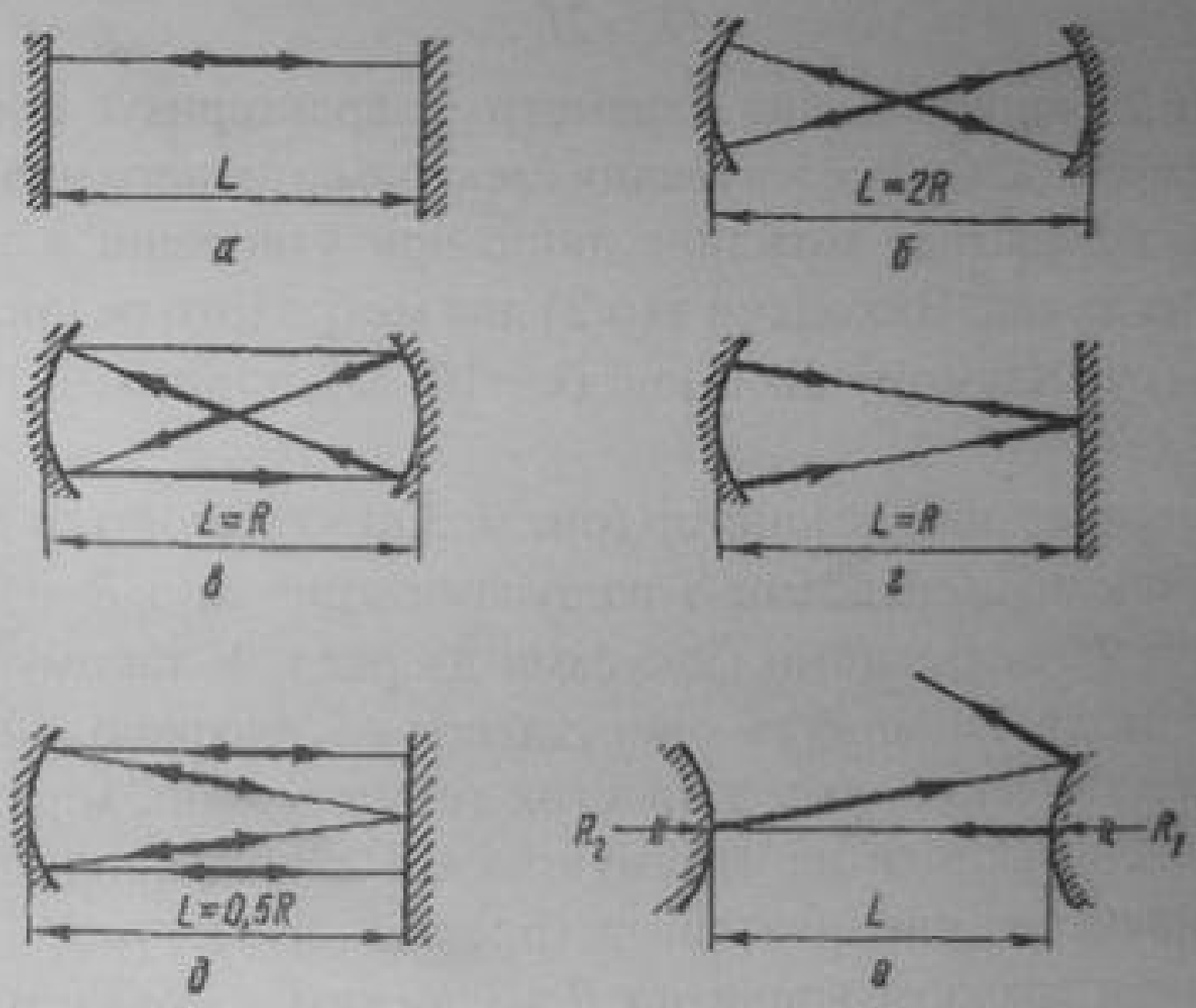


Рис. 6.3

кала з однаковими радіусами кривизни R і базою $L=2R$. Конструюється резонатор так, щоб центри кривизни дзеркал збігалися. Моди такого резонатора описуються досить точно суперпозицією сферичних хвиль, які виходять із центру кривизни дзеркал і поширюються в протилежних напрямках.

Умови самоузгодженості поля (набіг фази електромагнітної хвилі при подвійному проході через резонатор має бути кратним 2π як у плоскому резонаторі, так і у сферичному резонаторі):

$$2\kappa L = 2\pi\ell,$$

де $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}$ — хвильовий вектор, ℓ — натуральні числа.

Звідси випливає, що їх резонансні частоти рівні:

$$\nu = \ell \cdot \frac{c}{2L} \qquad (6.2)$$

або:

$$\ell\lambda = 2L\,. \qquad (6.2')$$

З (6.2′) випливає, що параметр ℓ характеризує порядок інтерференції. Стійке існування електромагнітного поля всередині резонатора можливе лише при утворенні в ньому стоячих хвиль. Виходячи з (6.2) для метрового резонатора ($L=1$ м) у видимому діапазоні ($\lambda \sim 10^{-6}$ м), порядок інтерференції $\ell = 2\cdot 10^{6}$.

Конфокальний резонатор (рис. 6.3,*в*) утворюється двома сферичними дзеркалами з радіусами кривизни R і базою $L = R = 2f$ з спільними фокусами дзеркал. У такому резонаторі моди не можуть описуватися ні плоскою, ні сферичною хвилею і тому з простих геометричних міркувань резонансні частоти не отримуються. Напівсферичний (напівконцентричний) резонатор (рис. 6.3,*г*) утворений сферичним дзеркалом кривизни R і плоским дзеркалом. При цьому база резонатора $L = R$, а центр кривизни сферичного

дзеркала збігається з центром поверхні плоского дзеркала. Напівфокальний резонатор (рис. 6.3,*д*) складається зі сферичного дзеркала кривизни R і плоского дзеркала. База такого резонатора рівна фокусній відстані дзеркала $L = 0{,}5R$, а точка фокуса лежить у центрі плоского дзеркала.

Всі розглянуті резонатори є окремими випадками резонатора, утвореного двома сферичними дзеркалами з радіусами кривизни R_1, R_2 і базою L. *Залежно від співвідношення між R_1, R_2 і L, резонатори поділяються на стійкі і нестійкі. До стійких резонаторів відносяться такі, в яких промінь після відбиття від дзеркал залишається в обмеженому об'ємі поблизу вісі резонатора після багаторазових проходів. У протилежному випадку резонатор є нестійким.* Розглянуті вище резонатори є стійкими. Приклад нестійкого резонатора показано на рис. 6.3,*ж*. Згідно з розв'язком відповідних інтегральних рівнянь, стійкість резонатора можна характеризувати двома безрозмірними параметрами, які враховують його геометрію:

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, \qquad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2},$$

де, як і раніше, L — база резонатора, R_1 і R_2 — радіуси кривизни дзеркал.

Резонатор стійкий, якщо:

$$0 \le g_1 g_2 \le 1. \qquad (6.3)$$

Поза цими межами резонатор нестійкий. Тож, якщо параметри g_1 і g_2 змінюють знак одночасно, то умова стійкості резонатора (6.3) не порушується. Тому два резонатори з (g_1, g_2) і ($-g_1$, $-g_2$) — еквівалентні при однаковому значенні числа Френеля $N = a^2/\lambda L$.

Графічно діаграма стійкості відкритих резонаторів представлена на рис. 6.4. Область, яка відповідає стійким резонаторам, заштрихована.

Точка з координатами (0,0) відповідає конфокальному резонатору (рис. 6.3,*в*), точка (1,1) — плоскому (рис. 6.3,*а*), точка (-1,-1) — сферичному (рис. 6.3,*б*). Отже, всі ці точки лежать на межі стійкості.

На практиці резонатори конструюють так, особливо у тих випадках, коли коефіцієнт підсилення невеликий, щоб

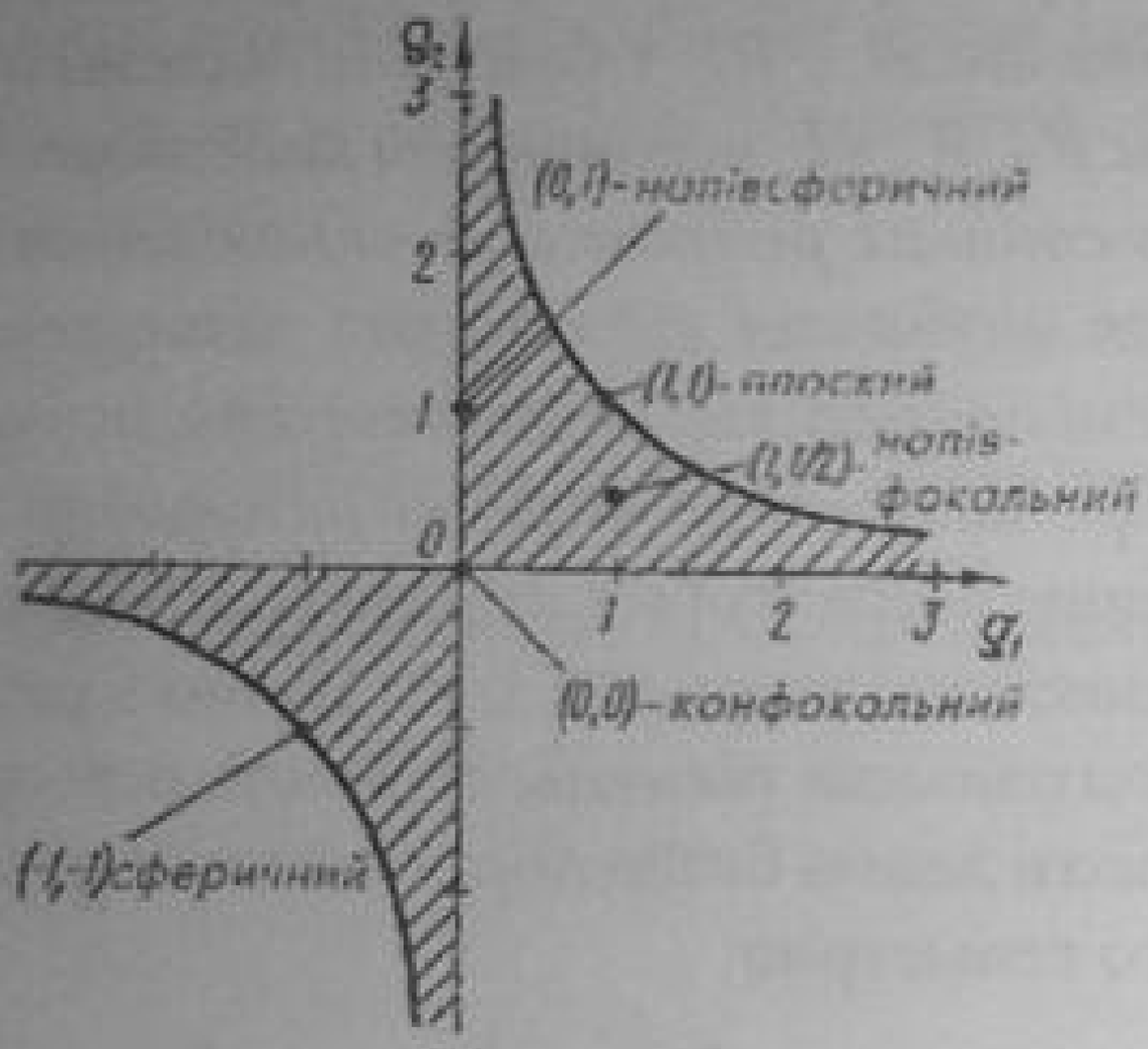


Рис. 6.4

знаходитись у області стійкості. Наприклад, широко використовується напівфокальний резонатор. На діаграмі його точка має координати (1, ½). У такому резонаторі розумні зміни його параметрів непомітно впливатимуть на роботу лазера. В той же час, наприклад, у напівсферичному резонаторі (його координати (0, 1)), при слабкому збільшенні L дифракційні втрати різко зростають і генерація може зірватись, а при зменшенні L — дифракційні втрати зменшуються, що позитивно впливає на роботу лазера.

Оптичні резонатори, як показали дослідження, мають низькі втрати, а отже є моди з великою добротністю Q, якщо вони задовольняють дві вимоги. По-перше, в резонаторі мають існувати моди, в яких фотони багаторазово, в уся-

кому разі 50-150 разів, проходять через резонатор, відбиваючись від дзеркал. Ця умова випливає з міркувань геометричної оптики в зв'язку з тим, що розміри оптичного резонатора набагато більші робочої довжини хвилі. По-друге, параметри резонатора мають задовольняти нерівності:

$$N_1 = \frac{a_1^2}{\lambda L} > 1, \quad N_2 = \frac{a_2^2}{\lambda L} > 1.$$

Ця вимога — наслідок законів хвильової оптики, оскільки «кут зору» одного дзеркала з центра другого a/L має бути більшим кута дифракції λ/a, що зумовлює малі дифракційні втрати (рис. 6.3).

Таким чином, резонатор досить повно характеризується параметрами g_1, g_2, N_1, N_2. У тих випадках, коли числа Френеля малі, потрібно переходити до розгляду процесів на основі хвильової оптики.

Розглянемо простий відкритий резонатор, утворений двома плоскими прямокутними дзеркалами з розміром $a_1 = a_2 = a$ і базою $L >> a$. Скористаємось відомими результатами існування стоячої електромагнітної хвилі в порожньому резонаторі зі вказаними параметрами відкритого резонатора. Згідно з розв'язками рівнянь Максвелла, власні значення частот резонатора рівні:

$$\nu = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\left(\ell\frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(\eta\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\mu\frac{\pi}{a}\right)^2}, \qquad (6.4)$$

де c — швидкість світла в резонаторі, ℓ, μ, η — натуральні числа. У випадку плоского відкритого резонатора, як відзначалось вище, моди є суперпозицією плоских хвиль, які поширюються майже по нормалям до поверхні дзеркал. Такими модами будуть ті, у яких $\ell >> \mu$ і η. Дійсно, в площині *yoz* картина буде така :

$$K_y = K\sin\theta = \eta\frac{\pi}{a}, \; K_z = K\cos\theta = \ell\frac{\pi}{a}$$

або:

$$\sin\theta = \eta\frac{\lambda}{2a} \text{ і } \cos\theta = \ell\frac{\lambda}{2L}.$$

Оскільки $\sin\theta << 1$, а $\cos\theta \simeq 1$, то $\eta\frac{\lambda}{2a} << 1, \ell\frac{\lambda}{2L} \simeq 1$.

Враховуючи, що $a >> \lambda$ і $L >> \lambda$, то приходимо до висновку, що існують тільки моди з $\mu, \eta \sim 1$ і $\ell >> 1$. Раніше було з'ясовано, що $\ell \sim 10^6$.

Оцінимо порядок величини η і μ. Виходячи з того, що максимально можливий кут між двома плоскими хвилями (рис. 6.2), які поширюються в резонаторі, $\theta = \frac{a}{L}$, період їх інтерференційної картини буде рівний $\Lambda = \frac{\lambda}{\sin\theta}$. Звідси випливає, що число вузлів інтерференційної картини, які вкладаються на дзеркалі, рівне:

$$\mu_{max} = \frac{a}{\Lambda} = \frac{a^2}{\lambda L} = N,$$

якщо $a = 10^{-2}$ м, $L = 1$ м, $\lambda = 10^{-6}$ м, то $N = 10^2$, тобто, μ чи $\eta \sim 10^2$.

Отже, умова $\ell >> \mu$ і η добре виконується.

З рис 6.2 випливає, що розбіжність випромінювання такого лазера рівна θ або:

$$\theta_{лаз} = N\theta_{диф},$$

де $\theta_{диф} = \frac{\lambda}{a}$ — розбіжність пучка з плоским хвильовим фронтом і апертурою a.

З виразу для кута генерації $\theta_{лаз}$ випливає, що для отримання мінімальної розбіжності потрібно забезпечити мале число Френеля резонатора або роботу лазера на найнижчих модах, тобто при $N \simeq 1$.

Визначимо частотний інтервал між модами резонатора в наближенні $\ell >> \mu$ і η. Для цього перепишемо співвідношення (6.4) у вигляді:

$$\nu = \frac{c}{2}\frac{\ell}{L}\sqrt{1+\frac{\eta^2+\mu^2}{\ell^2}\left(\frac{L}{a}\right)^2}, \qquad (6.4')$$

і, використовуючи розклад у ряд, обмежившись при цьому першим наближенням, отримаємо власне значення частот мод плоского резонатора:

$$\nu = \frac{c}{2}\left(\frac{\ell}{L}+\frac{1}{2}\frac{\eta^2+\mu^2}{\ell}\cdot\frac{L}{a^2}\right). \qquad (6.5)$$

Отже, кожна мода резонатора з частотою ν характеризується трьома додатковими числами ℓ, η, μ, які визначають число вузлів електромагнітного поля в трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Частотний інтервал між двома модами вздовж вісі резонатора (поздовжні моди) і незмінними поперечними індексами (μ і η) рівний:

$$\delta\nu_\ell = \frac{c}{2L}. \qquad (6.6)$$

Для порожнього оптичного резонатора при L = 1 м $\delta\nu_\ell$ =150 МГц. Число ℓ характеризує моди, які поширюються вздовж вісі резонатора, в зв'язку з чим вони отримали назву *поздовжніх або аксіальних мод*. Відповідно, ℓ — індекс поздовжньої моди, а співвідношення (6.6) визначає частотний інтервал між сусідніми поздовжніми модами.

Частотний же інтервал між модами, які відрізняються на одиницю за індексом η, рівний:

$$\delta\nu_\eta = \frac{c}{4}\frac{L[(\eta+1)^2-\eta^2]}{a^2\ell} = \frac{cL}{2\ell a^2}\left(\eta+\frac{1}{2}\right)$$

або:

$$\delta\nu_\eta = \delta\nu_\ell \cdot \frac{L^2}{\ell a^2}\left(\eta + \frac{1}{2}\right). \qquad (6.7)$$

Аналогічне співвідношення має місце і для двох сусідніх мод, які відрізняються на одиницю по індексу μ:

$$\delta\nu_\mu = \delta\nu_\ell \cdot \frac{L^2}{\ell a^2}\left(\mu + \frac{1}{2}\right). \qquad (6.8)$$

Оскільки індекси η і μ характеризують розподіл поля в напрямку, перпендикулярному вісі резонатора, вони характеризують поперечні моди і називаються поперечними індексами. Типові значення μ і η для метрового резонатора з розмірами дзеркал $1 \times 1\text{см}^2$ знаходяться в межах 5. Раніше ми отримали $\mu_{\text{макс}} \sim 10^2$, але це буде так, якщо a = 1см робочого тіла і на його торцях напилені дзеркала. У реальних умовах діаметр робочого тіла менший і дзеркала знаходяться не на робочому тілі, що і зумовлює $N \sim 5$. Отже:

$$\delta\nu_\eta \cong \delta\nu_\mu \cong 0{,}5 \div 3\ \text{МГц}.$$

Співвідношення (6.7) і (6.8) перепишемо, використовуючи число Френеля:

$$N = \frac{a^2}{\lambda L} = \frac{a^2\ell}{2L^2};$$

$$\delta\nu_\eta = \delta\nu_\ell \frac{\eta + \frac{1}{2}}{2N}; \qquad \delta\nu_\mu = \delta\nu_\ell \frac{\mu + \frac{1}{2}}{2N}. \qquad (6.7')$$

Для параметрів вказаного резонатора у видимій області спектра ($\lambda \sim 10^{-6}$ м) $N = 100$. Таким чином, $\delta\nu_\mu$ і $\delta\nu_\eta \sim (5 \div 10)$ МГц.

Схематично спектр частот плоского резонатора з квадратними дзеркалами показано на рис. 6.5. Отже, моди з різними η і μ мають однакову частоту, якщо $\eta^2 + \mu^2 = const$. Тому вони частотно вироджені. З поляризації має місце двократне вироджения поздовжніх мод.

Відсутність бокових стінок у відкритого резонатора зумовлює малі значення η і μ внаслідок великих дифракційних втрат.

Першим оптичним резонатором був плоскопаралельний резонатор. Саме в ньому досягається максимальна спрямованість вихідного випромінювання при $N \simeq 1$.

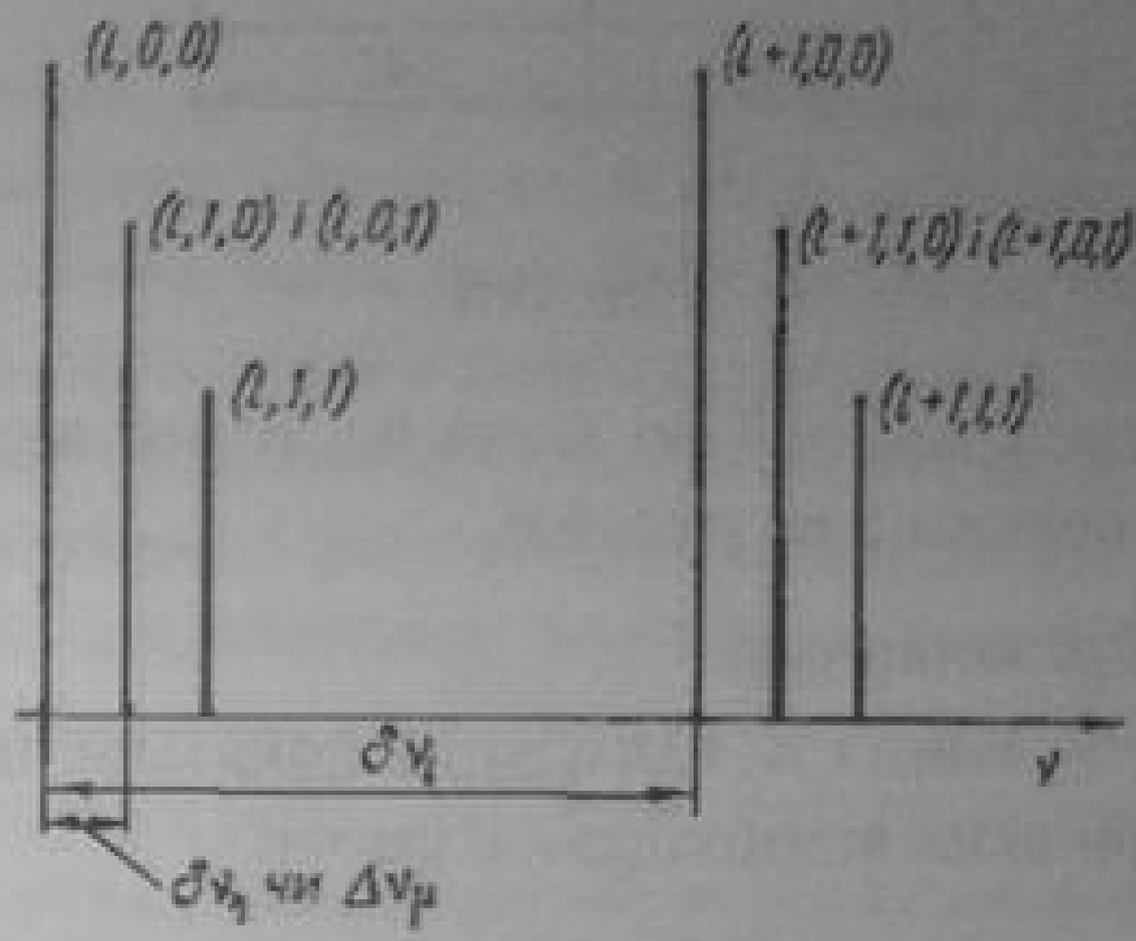


Рис. 6.5

Для конфокального резонатора частоти мод визначаються співвідношенням:

$$\nu = \frac{c}{4L}\left(2\ell + 1 + \mu + \eta\right).$$

Частотний інтервал між поздовжніми модами рівний:

$$\delta\nu_l = \frac{c}{2L},$$

як і в плоскому резонаторі, а між поперечними модами:

$$\delta\nu_\eta = \delta\nu_\mu = \frac{c}{4L}.$$

Окрім того, моди з однаковим значенням $2\ell + \eta + \mu = const$, мають однакові резонансні частоти, але різну про-

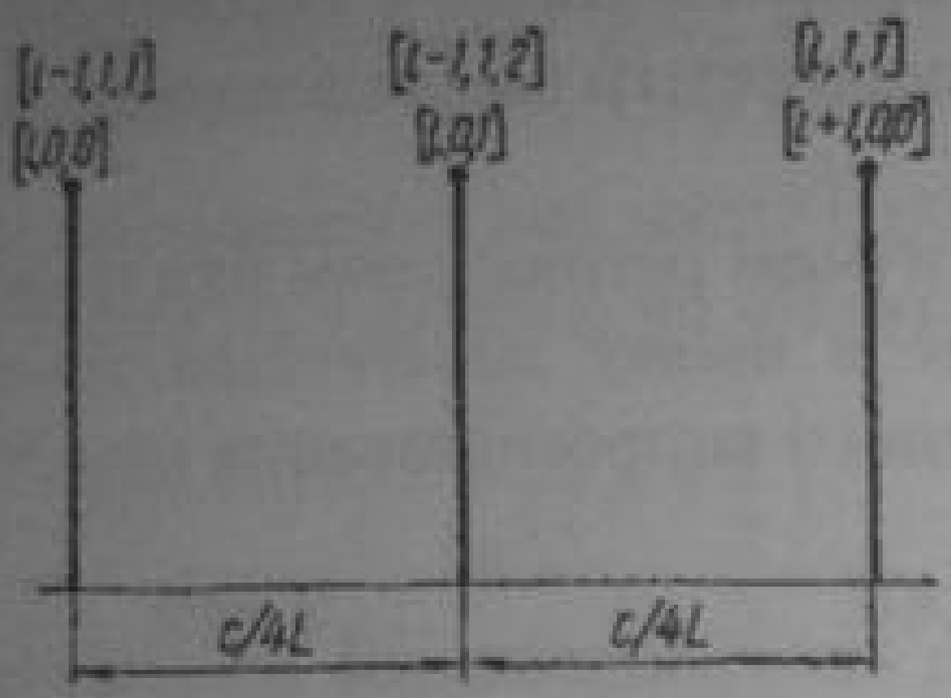


Рис. 6.6

сторову конфігурацію. Такі моди частотно вироджені, що схематично показано на рис. 6.6.

Нестійкі резонатори

У 1962 р. У. Бойд і Х. Когельник показали, що резонатори, параметри яких відповідають умові:

$$0 \le g_1 g_2 \le 1,$$

характеризуються при великих числах Френеля малими дифракційними втратами і вони є стійкими, про що йшла мова вище. Невиконання цієї умови призводить до різкого зростання втрат і, відповідно, резонатори називаються нестійкими. Оскільки генерація при великих дифракційних втратах вважалась неможливою, то нестійкі резонатори були «забуті». Цікавість до них виникла після роботи А. Сигмена і Ю.А. Ананьєва (1965 р.). Ці роботи продемонстрували доцільність застосування таких лазерів при досить високих значеннях коефіцієнта підсилення активного середовища — 10-20% за прохід.

У стійких резонаторах втрати пов'язані зі скінченною величиною апертури дзеркал і тому, як правило, є шкідливими. В нестійких же резонаторах ці втрати корисні. Завдяки їм утворюється вихідний із резонатора світловий пучок. Випромінювання виводиться з резонатора тому, що

діаметр світлового пучка виявляється більшим апертури дзеркал — рис. 6.1,*ж*.

Такий спосіб виведення випромінювання з резонатора названо дифракційним. Він характерний для нестійких резонаторів.

Відношення $æ = \frac{y}{x}$, *яке показує в скільки разів збільшується відстань від світлового пучка до вісі за подвійний прохід резонатора, називається коефіцієнтом поперечного розширення пучка.* Внаслідок збільшення поперечного розміру моди, поліпшуються умови селекції мод, підвищується потужність випромінювання в одномодовому режимі. Генерація в нестійкому резонаторі починається в привісьовій області активного елемента. З кожним подвійним приходом випромінювання по резонатору відбувається збільшення поперечного розміру пучка в *æ* разів. Чим більше *æ*, тим швидше відбувається процес формування поля випромінювання в резонаторі. Цей процес може завершитись протягом всього кількох проходів по резонатору. Для симетричного резонатора:

$$g_1 = g_2 = g, \qquad æ = \left(g + \sqrt{g^2 - 1}\right)^2.$$

У цьому випадку частіше користуються коефіцієнтом не для подвійного, а для однократного проходу резонатора:

$$æ_0 = \sqrt{æ} = g + \sqrt{g^2 - 1}\,.$$

Частка потужності, яка втрачається резонатором за подвійний прохід, рівна:

$$\gamma = 1 - æ^{-2}.$$

У симетричному резонаторі для одного проходу:

$$\gamma_0 = 1 - æ_0^{-2}.$$

На відміну від стійкого — в нестійкому резонаторі геометричні втрати не залежать від апертури дзеркала, а визна-

чаються тільки радіусами кривизни і відстанню між дзеркалами. Дослідження показали, що зміна властивостей нестійкого резонатора зі зміною числа Френеля $N = \frac{a^2}{\lambda L}$ характеризується періодом $\left(\sqrt{g^2 - 1}\right)^{-1}$. Періодична зміна втрат при зміні a^2 пов'язана з дифракцією випромінювання на краю дзеркала. Для боротьби з ефектом у нестійких резонаторах використовуються дзеркала зі згладженим краєм, тобто виготовляються дзеркала, у яких коефіцієнт відбиття зменшується до краю не стрибком, а плавно — в межах зони, шириною не менше a/N_e, де N_e — ефективне число Френеля:

$$N_e = N\sqrt{g^2 - 1}.$$

Нестійкі резонатори частіше всього використовуються з метою селекції поперечних типів коливань і зменшення кутової розбіжності випромінювання. При великих об'ємах активного середовища цей спосіб селекції є найбільш перспективним, тому що не пов'язаний ні з ускладненням лазерної системи, ні з помітним зменшенням ККД випромінювання. Лазер із нестійким резонатором генерує звичайно тільки основну поперечну моду TEM_{00}. При цьому досягається дифракційна межа розбіжності. Це зумовлено тим, що для нестійких резонаторів дифракційні втрати завжди великі і тому не треба вживати яких-небудь заходів для селекції поперечних мод.

Наприклад, застосування нестійкого резонатора в лазері на склі, активованому Nd^{3+}, дозволило отримати розбіжність випромінювання $2 \cdot 10^{-5}$ рад $= 1{,}15 \cdot 10^{-3}$ град $= 4{,}14''$ — при ширині пучка 15 см. Нестійкий резонатор характеризувався $æ = 2, N = 56000, N_e = 7000$. Великою перевагою лазерів із нестійкими резонаторами є ефективне заповнення об'єму активного середовища полем випромінювання. На-

віть при відносно невеликих довжинах резонаторів об'єм, який займає поле основної моди, досить великий. На відміну від стійких резонаторів світловий пучок всередині нестійкого резонатора не має перетяжки, тож руйнування активного середовища не відбувається.

Нестійкі резонатори перспективні з погляду реалізації лазера з визначеними параметрами. Процес генерації в лазері з нестійким резонатором починається в привісьовій області активного елемента, а потім уже розповсюджується на весь його об'єм. Тому, якщо по оптичній вісі вводити всередину резонатора лазера випромінювання від додаткового затравочного генератора з визначеними спектральними і часовими параметрами випромінювання, то можна отримати ефективно сформований потужний світловий потік із бажаними параметрами. Швидкий розвиток процесу генерації в напрямку від вісі до периферії призводить, зокрема, до більш швидкого формування гігантського імпульсу (*ГІ*) в режимі пасивної модуляції добротності. В результаті тривалість ГІ скорочується порівняно з лазерами зі стійкими резонаторами.

Однак треба відмітити, що лазери з нестійкими резонаторами дуже чутливі до різного роду дефектів у активному середовищі чи до дефектів відбиваючих покриттів поблизу оптичної вісі резонатора.

Окрім того, поперечний переріз лазерного пучка має форму кільця (у випадку круглих дзеркал). У зв'язку з цим, розподіл інтенсивності у пучку суттєво неоднорідний.

Добротність резонатора

З попереднього розгляду видно, що сама конструкція відкритого резонатора суттєво обмежує число робочих мод, які можуть у ньому існувати, тобто тих мод, у яких добротність досить висока.

В реальних резонаторах є втрати, що призводять до гасіння в часові світлових коливань. Оскільки будь-яке га-

сіння викликає порушення монохроматичності, то напівширина резонаторної моди буде не нескінченно вузькою, а матиме скінченну ширину $\Delta\nu_p$. Кількісно процеси гасіння описуються добротністю резонаторної моди *Q. Добротністю називається величина, яка характеризує резонансну властивість лінійної коливальної системи, яка чисельно рівна відношенню резонансної частоти ω до ширини резонансної кривої Δω на рівні зменшення амплітуди в* $\sqrt{2}$ *рази:* $Q = \omega / \Delta\omega = \nu / \Delta\nu$.

Добротність часто записують як відношення збереженої в системі енергії W до середніх втрат p за період коливань: $Q = \frac{\omega W}{p}$. І, зрештою, добротність є число періодів за час, протягом якого густина випромінювання зменшується в e разів.

Добротність характеризує роздільну (вибіркову, селективну) здатність коливальної системи: чим більше Q, тим потужніший резонансний її відгук. Частоти ω_1 і ω_2 можуть бути зареєстровані як різні за умови $|\omega_1 - \omega_2| >> \Delta\omega = \frac{\omega}{Q}$. Для радіодіапазону звичайно $Q \sim 10^1 \div 10^2$; для камертону $Q \sim 10^2$; для п'єзокварцевої пластинки $Q \sim 2 \cdot 10^4$ (в області 20 кГц); для НВЧ-діапазону $Q \sim 10^3 \div 10^4$; для оптичних же резонаторів викладені далі оцінки дають значення $Q \sim \sim 10^6 - 10^7$.

Таким чином, спектральна напівширина моди $\Delta\nu_p$ пов'язана з добротністю співвідношенням:

$$\Delta\nu_p = \frac{\nu}{Q}. \qquad (6.9)$$

Оцінимо величину добротності оптичного резонатора, використовуючи її означення як відношення енергії, збе-

реженої системою, до величини втрати енергії за період. Для оцінки добротності треба виходити зі співвідношення:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{2\pi\nu}{Q} t\right).$$

Втрати енергії при випромінюванні з резонатора за час dt:

$$dI = -\frac{2\pi\nu}{Q} I dt. \qquad (6.10)$$

З іншого боку, якщо хвиля падає на дзеркала з коефіцієнтом відбиття $r \approx 1$, резонатор втрачає енергію $I(1-r)$. Оскільки для резонатора це втрата енергії, то треба поставити знак «-» – $I(1-r)$.

Ця втрата відбулась за час проходу хвилі від дзеркала до дзеркала, тобто $\Delta t = \frac{L}{c}$. Отже, втрати енергії за одиницю часу рівні:

$$-\frac{I(1-r)}{\Delta t} = -\frac{I(1-r)c}{L}.$$

Таким чином:

$$dI = -\frac{(1-r)c}{L} I dt. \qquad (6.11)$$

Порівнюючи (6.10) і (6.11), отримуємо вираз для добротності Q:

$$Q = \frac{2\pi\nu L}{(1-r)c}. \qquad (6.12)$$

Зробимо чисельні оцінки: при $L = 1$ м, $\nu' = 10^4 \text{ см}^{-1}$, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, r = 0,9 отримаємо $Q = 10^7$. Отже, добротність відкритого резонатора така ж, як і у вільного атома водню. В останнього в результаті зіткнень Q зменшується на один-два порядки.

При врахуванні втрат на поглинання:

$$Q = \frac{2\pi\nu L}{c[\kappa_\nu L + (1-r)]}, \tag{6.13}$$

а напівширина моди:

$$\Delta\nu_p = \frac{c[\kappa_\nu L + (1-r)]}{2\pi L}. \tag{6.9'}$$

Добротність резонатора Q пов'язана з часом життя фотона в резонаторі співвідношенням:

$$\tau_p = \frac{Q}{2\pi\nu}. \tag{6.14}$$

Згідно з (6.14) часи життя фотонів $10^{-7} \div 10^{-8}$ с. Підставляючи (6.13) в (6.14) і вводячи безрозмірний коефіцієнт Γ всіх дифракційних втрат, втрат на пропускання дзеркал, внутрішніх втрат в активному середовищі в резонаторі за один прохід, отримаємо час життя фотона в резонаторі рівним:

$$\tau_p = \frac{L}{c\Gamma}. \tag{6.15}$$

Отже, напівширина моди резонатора рівна:

$$2\pi\Delta\nu_p = \frac{1}{\tau_p} = \frac{c\Gamma}{L}. \tag{6.16}$$

У сучасних дзеркалах із багатошаровими діелектричними покриттями втрати можуть доведитися до 0,001. Якщо знехтувати дифракційними втратами, то напівширина поздовжньої моди:

$$\Delta\nu_\ell \approx 1\,\text{МГц}.$$

При цьому, як підраховано вище, для метрового резонатора частотний інтервал між сусідніми модами $TEM_{\ell+1,\mu,\eta}$ і $TEM_{\ell,\mu,\eta}$ - 150 МГц.

Природно, що резонатори конструюються так, щоб коефіцієнт $\Gamma \ll 1$. Враховуючи цю обставину і порівнюючи вирази (6.6) і (6.16), бачимо, що:

$$\Delta\nu_t < \delta\nu_t. \qquad (6.17)$$

Оскільки $\frac{c\Gamma}{L} < \frac{c}{2L}$, то поздовжні сусідні моди розрізняються при $\Gamma < 0{,}5$. Для поділу ж поперечних сусідніх мод необхідно $\Gamma < \frac{\eta}{2N}$.

При η до 10 для розділення поперечних мод, Γ має бути не більше кількох відсотків (1-2%). У протилежному випадку вони перекриваються (схематично це показано на рис 6.7).

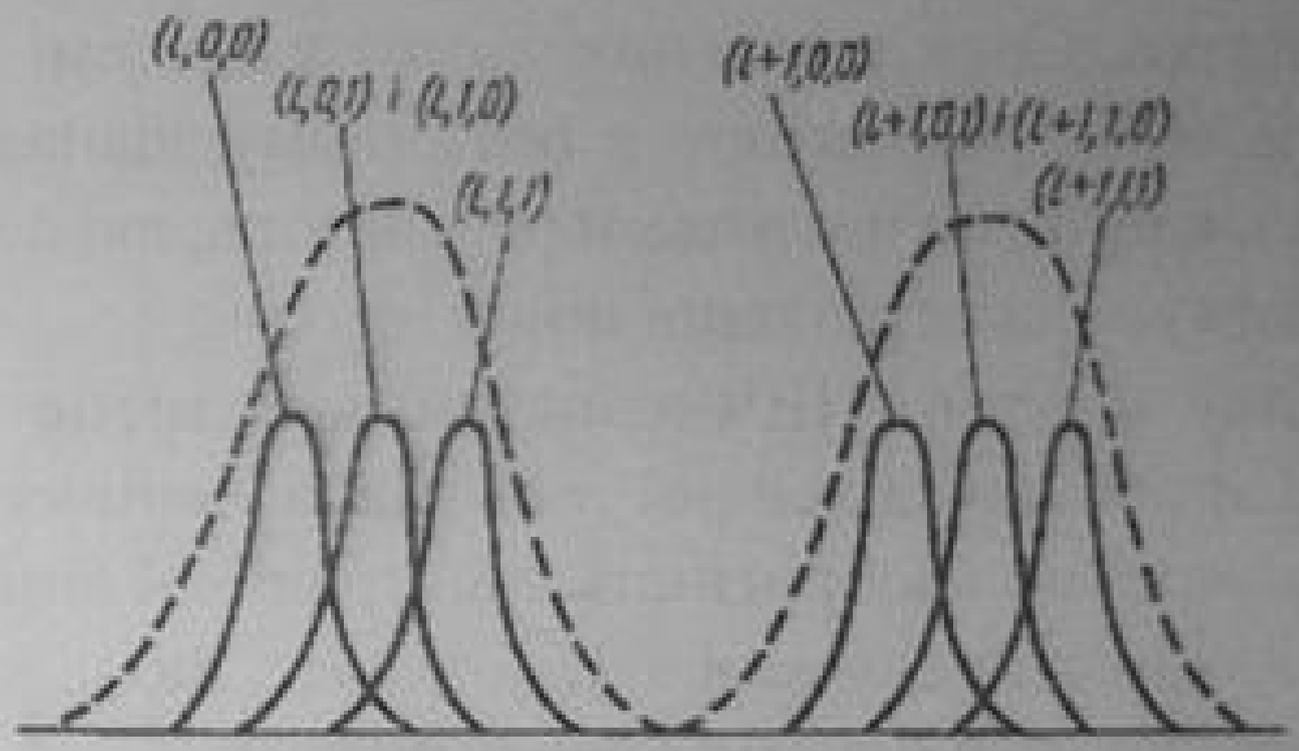


Рис. 6.7

Всі оцінки виконано для, так званого, холодного резонатора, тобто за відсутності збудженого активного середовища. Наявність у резонаторі активного середовища суттєво змінює його добротність. Зокрема, в гарячому резонаторі, в результаті компенсацій втрат $\kappa_\nu = \gamma + p$, добротність його $Q \to \infty$ і тому $\Delta\nu_p \to 0$, що значно поліпшує умови розрідження мод.

Згідно з отриманим вище результатом моди резонатора розташовуються досить густо одна до одної. В результаті їх велике число може вкладатись навіть у межах природної ширини атомної лінії. Наприклад, напівширина лінії люмінесценції рубіна при кімнатній температурі $3 \cdot 10^5$ МГц ($10\ см^{-1}$), а відстань між поздовжніми модами метрового резонатора 150 МГц, поперечних — 1 МГц.

Схематично розташування мод метрового резонатора в межах спектра спонтанного випромінювання рубіна показано на рис. 6.8. Коли резонатор відсутній, спектр люмінесценції — суцільний. В оптичному резонаторі з розмірами бази $L \sim 0{,}1 \div 2$ м частотний інтервал значно менший ширини спектральної лінії робочого тіла. Це значить, що в межах спектральної лінії активного лазерного середовища вкладається від десятків до десятків тисяч власних типів коливань резонатора. Спектр власних частот у системі «активне середовище плюс резонатор» в оптичному діапазоні буде визначатись власними частотами резонатора, які лежать поблизу максимума спектральної лінії.

У випадку мазерів (НВЧ-діапазон) має місце зворотна картина: ширина спектральної лінії мала порівняно з відстанню між модами і добротність спектральної лінії суттєво більша добротності резонатора. Це означає, що ці лазери, як правило, працюють в одномодовому режимі.

Резонансні частоти, розташовані найбільш близько до максимуму робочої лінії активного тіла, мають найвищу добротність. З цього випливає, що лазер починає генерувати на аксіальній моді, власна частота якої найбільш близька до максимуму спектральної лінії активної речовини. Енергія цієї моди буде зростати у експоненті до того часу, доки її не почнуть обмежувати ефекти насичення підсилення.

Коефіцієнти відбиття від дзеркал для всіх мод практично однакові. Внаслідок суттєвої залежності дифракційних втрат від номера моди відбувається збагачення фотонами

найнижчих мод. Певно, найменші дифракційні втрати будуть мати ті моди, в яких максимуми амплітуд поля знаходяться в центрі дзеркал. Так, наприклад, для метрового плоского резонатора при $\lambda = 630$ нм і робочих розмірах дзеркал $a = 0{,}2$ см дифракційні втрати на один прохід для TEM_{01} приблизно у 10 разів більші, ніж для TEM_{00}. Оскільки добротність дуже різко погіршується з ростом індексів мод (рис. 6.9), (пунктирні криві — плоский резонатор, суцільні — конфокальний), — робочими модами є найнижчі. Таким чином, за допомогою резонатора створюється мінімальне число високодобротних мод, в яких накопичуються фотони.

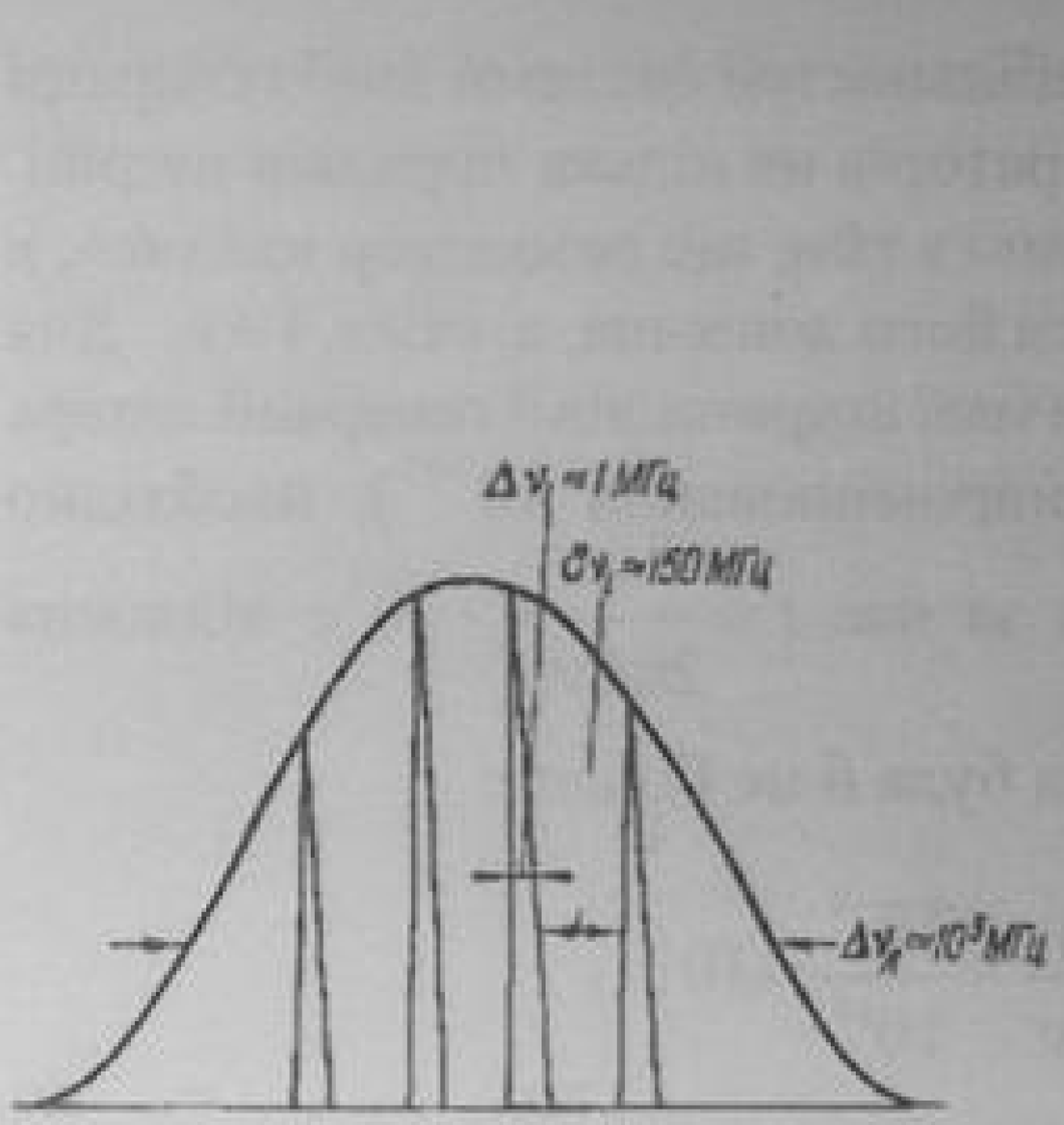


Рис. 6.8

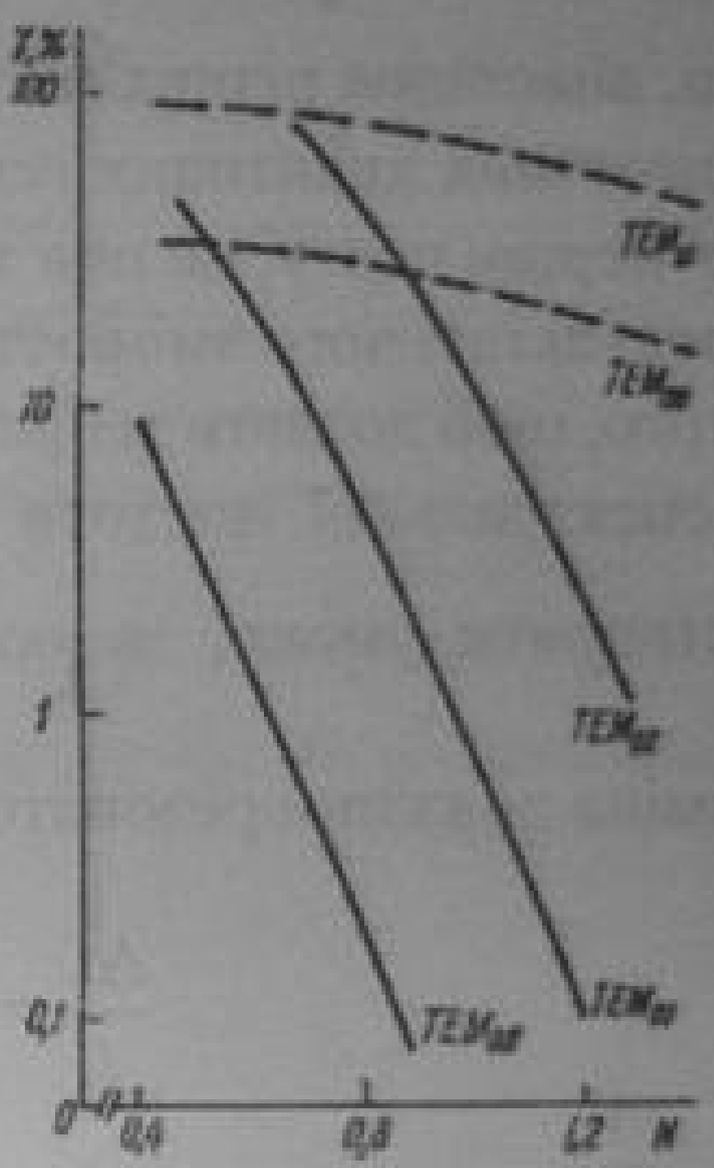


Рис. 6.9

Складні резонансні явища, які відбуваються в оптичному резонаторі, призводять до суттєвого звуження лінії вимушеного випромінювання. Внаслідок того, що найменші втрати будуть у центрі резонансного піку, лінія випромінювання розташовується по центру моди і має теоретичну ширину рівну за Таунсом:

$$\Delta\nu_T = \frac{8\pi h\nu}{W}\Delta\nu_t^2, \qquad (6.20)$$

де W — потужність випромінювання на частоті ν. Для $W \simeq 10^{-3}$ Вт на частоті 10^8 МГц і $\Delta\nu_t \simeq 1$ МГц згідно з (6.20) $\Delta\nu_T \simeq 10^{-3}$ Гц, тобто $\Delta\lambda_T \simeq 10^{-19}$ Å, що набагато порядків вужче природної ширини спектральної лінії $\Delta\lambda = 10^{-4}$ Å ($\Delta\nu \simeq \simeq 10^5$ Гц) і ширини моди резонатора $\Delta\nu_t \simeq 1$ МГц. *Відношення напівширини лінії генерації (теоретична величина $\Delta\nu_T$) до несучої частоти називається спектральною чистотою* $\chi = \frac{\Delta\nu}{\nu}$. У даному випадку вона рівна 10^{-17}. Насправді, внаслідок різних нестабільностей системи лінії генерації оптичних квантових генераторів на кілька порядків ширші. У першу чергу, це пов'язано з тим, що резонатор «дихає», в результаті чого змінюється його довжина, а, отже, і $\Delta\nu_t$. Для того, щоб досягти теоретичної ширини лінії генерації лазера (спектральної чистоти випромінювання 10^{-17}), необхідно створити умови, за яких за час $t = \frac{1}{2\pi\Delta\nu_T} = 10^3$ с відносна зміна довжини резонатора була б не більше:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{10^{-3}}{10^{14}} = 10^{-17}.$$

Таку вимогу технічно виконати неможливо. Разом із тим відмітимо, що напівширина лінії спонтанного випромінювання практично не впливає на напівширину лінії вимушеного випромінювання.

Контрольні питання

1. Оцініть число мод у рубіні.

2. Порівняйте характеристики резонаторів оптичного і НВЧ-діапазонів.

3. Чому електромагнітне поле в оптичному резонаторі можна вважати поперечним?

4. Проаналізуйте умову стійкості резонатора.

5. Порівняйте добротності стійких і нестійких резонаторів.

§7. Кінетичні рівняння лазерної системи

Лазерна система — сукупність електромагнітного поля і робочої речовини (квантова система) в інверсному стані. Отже, в такій системі є дві змінні величини: число квантів m в s-моді і число активних центрів (величина інверсної населеності на робочому переході) $n = n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k$. Співвідношення, які описують зміни цих величин у часові і називаються *кінетичними рівняннями*, представляють собою рівняння руху (генерації) лазерної системи.

Число квантів у s-моді:

$$m_s = \frac{1}{h\nu_s} \int\limits_{(\nu_p)} \int\limits_{(\nu)} \rho(\nu_s, \bar{r}) d\nu_s d\bar{r},$$

де $\rho(\nu_s, \bar{r})$ — функція, яка описує об'ємноспектральну густину випромінювання поля s-ої моди в резонаторі з урахуванням її просторової структури у межах спектральної ширини моди $g(\nu)$; V_p — об'єм резонатора.

Можливі фізичні процеси з фотонами в системі:

1. Зникнення збуджень у квантовій системі з випромінюванням фотонів у s-моду з імовірністю:

$$\tilde{\beta}_{is} = \int\limits_{(\nu_a)} \int\limits_{(\nu)} B_{ik} n_i(\bar{r}) g(\nu) \rho(\nu_s, \bar{r}) d\nu_s d\bar{r}.$$

Інтеграл береться за об'ємом робочої речовини (V_a) і в межах спектральної ширини s-моди резонатора.

2. Зникнення квантів моди s і народження, за рахунок поглинання фотонів із моди збуджень в активному середовищі з імовірністю:

$$\tilde{\beta}_{ks} = \int\limits_{(\nu_a)} \int\limits_{(\nu)} B_{ki} n_k(\bar{r}) g(\nu) \rho(\nu_s, \bar{r}) d\nu_s d\bar{r}.$$

3. Зникнення фотонів у моді відбувається в результаті виходу їх з резонатора через дзеркала (корисні втрати), "па-

разитного" поглинання в системі, розсіювання і т. п. Всі ці втрати врахуємо параметром гасіння $\gamma_s = \tau_s^{-1}$, де τ_s — час життя фотона у s-ій моді резонатора.

4. За умови, що спектральна ширина s-ї моди суттєво вужча ширини смуги люмінесценції $\Delta\nu_s \ll \Delta\nu_g$ ($\Delta\nu_s \sim 1$ МГц, $\Delta\nu_g \sim 10^5$ МГц), а збудження і поле рівномірно розподілено по об'єму активного середовища, тобто n_i не залежить від $\bar{r}$, отримуємо:

$$\tilde{B}_{cs} = B_{ik} n_i g(\nu_s) \int_{(\nu_s)} \int_{(V)} \rho(\nu_s, \bar{r}) d\nu_s dr =$$

$$= B_{ik} n_i g(\nu_\varsigma) m_\varsigma h\nu_\varsigma \frac{\int_{(\nu_g)} \int_{(V)} \rho(\nu_\varsigma, \bar{r}) d\nu_\varsigma d\bar{r}}{\int_{(\nu_g)} \int_{(V)} \rho(\nu_\varsigma, \bar{r}) d\nu_\varsigma dr} = m_\varsigma B_{cs}.$$

Дріб враховує заповнення резонатора активним середовищем — це коефіцієнти заповнення резонатора.

Аналогічний вираз і для $\tilde{B}_{as}$.

Перше рівняння, яке описує кінетику числа квантів у s-ій моді, має вигляд:

$$\frac{dm_s}{dt} = B_{cs}(m_s + 1) - B_{as} m_s - \gamma_s m_s. \qquad (7.1)$$

У першому члені рівняння (7.1) фігурує одиниця в дужках, яка відповідає спонтанному затравочному фотону. Якщо такого фотона не буде, то лазер не запрацює, оскільки не буде чим породити лавину фотонів.

Виходячи з аналогічних міркувань і допускаючи, що збудження робочих центрів неселективне за частотою, рівняння руху інверсної заселеності n має вигляд:

$$\frac{dn}{dt} = P + \sum_s [B_{as} m_s - B_{cs}(m_s + 1)] - G. \qquad (7.2)$$

У рівнянні (7.2) перший член P ураховує народження збуджених станів у результаті дії накачування, другий і третій — зміну їх числа внаслідок взаємодії з квантами всіх мод системи і спонтанного випромінювання в них, а четвертий G — загибель збуджених станів по каналу безвипромінювальних переходів.

Ці рівняння треба доповнити умовою збереження числа частинок N:

$$N = n_i + n_к .$$

Виникнення генерації значить, що на якійсь моді:

$$\frac{dm_s}{dt} > 0, \tag{7.3}$$

тобто число фотонів у системі з часом наростає, інакше кажучи, відбувається підсилення світла. Природно, поріг генерації (початок генерації) відповідає випадку, коли:

$$\frac{dm_s}{dt} = 0. \tag{7.4}$$

Це значить, згідно (7.1), що при нехтуванні спонтанним випромінюванням (одиницею) порівняно з числом фотонів вимушеного випромінювання в s-ій моді, має місце рівність:

$$B_{c_s} - B_{a_s} = \gamma_s . \tag{7.5}$$

Введемо коефіцієнт підсилення моди:

$$\alpha_s = B_{c_s} - B_{a_s} . \tag{7.6}$$

Поріг генерації відповідає ситуації, коли підсилення рівне втратам:

$$\alpha_s = \gamma_s .$$

Отже, стаціонарному режиму генерації відповідає вимога:

$$\frac{dm_s}{dt} = 0, \tag{7.7}$$

$$\frac{dn}{dt}=0,$$

яка означає незмінність у часові числа збуджених центрів і фотонів у моді.

У стаціонарному режимі генерації рівняння (7.1) і (7.2) набувають вигляду:

$$B_{a_3}(m_3+1)-B_{a_3}m_3-\gamma_3 m_3=0, \tag{7.8}$$

$$P+\sum_3 B_{a_3}m_3-B_{a_3}(m_3+1)]-G=0. \tag{7.9}$$

Підсумовуючи рівняння (7.8) по 3 і додаючи результат до (7.9), отримаємо:

$$P-G-\sum_3\gamma_3 m_3=0 \tag{7.10}$$

або:

$$P=\sum_3\gamma_3 m_3+G. \tag{7.10'}$$

Співвідношення (7.10′) є закон збереження енергії при стаціонарній генерації лазера. Дійсно, ліва частина рівняння (7.10′), тобто величина P, є потужність накачування робочого тіла в інверсному стані. Права ж частина рівняння (7.10′) (перший доданок) є повна потужність випромінювання (спонтанного та вимушеного), які випромінюються по всіх модах системи, і (другий доданок) "загибель" збуджених станів у результаті безвипромінювальних переходів.

При стаціонарній генерації, згідно (7.8), число фотонів 3-моди рівне:

$$m_3=\frac{B_{a_3}}{\gamma_3-B_{a_3}+B_{a_3}}=\frac{B_{a_3}}{\gamma_3-\alpha_3}. \tag{7.11}$$

Генерація лазера відповідає умові $m_3 >> 1$. Це реалізується при:

$$\alpha_3\approx\gamma_3. \tag{7.12}$$

Оскільки m_s і B_{a_s} величини додатні, то як випливає з (7.12), $\alpha_s \lesseqgtr \gamma_s$, ($\alpha_s$ має компенсувати інверсний стан, а в γ_s входять і втрати, пов'язані з випромінюванням, яке вийшло з резонатора).

Оцінимо необхідну густину інверсної заселеності активного середовища для отримання стаціонарної генерації через величини, які можна експериментально виміряти. Згідно (7.6) і (7.12):

$$B_{a_s} - B_{a_s} \approx \gamma_s = \tau_s^{-1} \tag{7.13}$$

або:

$$\widetilde{B}_{a_s} - \widetilde{B}_{a_s} \approx \gamma_s m_s. \tag{7.13'}$$

Оскільки:

$$\int\limits_{(\nu_a)} \int\limits_{(\nu)} g(\nu_s, \bar{r}) g(\nu) [B_{ik} n_i(\bar{r}) - B_{ki} n_k(\bar{r})] dV_s d\bar{r} =$$

$$= \gamma_s \frac{\int\limits_{(\nu_a)} \int\limits_{(\nu)} \rho(\nu_s, \bar{r}) d\nu_s dr}{h\nu_s}.$$

При $\Delta\nu_s << \Delta\nu_g$ і $\rho \sim const$, тобто поле моди просторово однорідне $n \neq f(\bar{r})$; при $V_a = V_p$ вираз (7.13′) набуває вигляду:

$$g(\nu) B_{ik} \left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k\right) h\nu_s \approx \gamma_s. \tag{7.14}$$

Виражаючи в (7.14) B_{ik} через $A_{ik} = \tau_{ik}^{-1}$, отримуємо:

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k\right) \approx \frac{8\pi^2 \nu^2}{c^3} \frac{\tau_{ik}}{\tau_s g(\nu)}. \tag{7.14'}$$

При дисперсній формі смуги люмінесценції (7.14′) набуває вигляду:

$$\left(n_i - \frac{q_i}{q_к} n_к\right) \approx \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \Delta\nu_g \frac{\tau_{ік}}{\tau_ç}, \qquad (7.15)$$

Таким чином, для реалізації стаціонарної генерації необхідно, щоб густина інверсної населеності $(n_i - q_i/q_к \cdot n_к)$ була за порядком величини рівна добутку числа мод у напівширині смуги люмінесценції $8\pi\nu^2/c^3 \cdot \Delta\nu_g$ на відношення часу життя збудженого стану активного центра $(\tau_{ік})$ до часу життя фотонів з $ç$-моді $(\tau_ç)$. Збільшення $\tau_ç$ відбувається за рахунок відповідної конструкції у якості резонатора. Вибір значень $\tau_{ік}$ і $\Delta\nu_g$ можливий лише підбором відповідного активного середовища.

Зробимо оцінку величини $(n_i - q_i/q_к \cdot n_к)$ необхідної для стаціонарної роботи, наприклад, газового лазера. Типовий порядок значень параметрів у цьому випадку такий: $\tau_{ік} \approx 10^{-8}$ с; $\Delta\nu_g \approx 0{,}1$ см$^{-1}$, коефіцієнти відбиття дзеркал 90 і 100%, довжина резонатора 100 см, частота випромінювання лазера $\nu' = 10^4$ см$^{-1}$. При таких параметрах резонатора, як оцінено було раніше, $\tau_ç \approx 10^{-7}$ с. Отже, згідно з (7.15), $(n_i - q_i/q_к \cdot n_к) \approx 10^7$ центрів у кубічному сантиметрі.

Така питома густина інверсної заселеності порівняно зі звичайною густиною речовини навіть для газів при тисках порядку $(1 \div 1{,}5) \cdot 10^3$ Па, тобто густина порядку 10^{17} атомів/см^3 незначна. Але для забезпечення стаціонарної генерації в діючій системі важливе не безпосереднє число потрібних збуджених станів (їх, як бачимо, потрібно не так вже й багато), а підтримання їх на потрібному стаціонарному рівні, що в деяких випадках вимагає значної потужності накачування. Останнє не завжди вдається реалізувати, оскільки далеко не вся витрачена на накачування потужність іде за прямим призначенням, тобто на створення інверсної населеності.

Імовірність вимушеного випромінювання пропорційна інтенсивності вимушуючого випромінювання. Тому після досягнення умови самозбудження енергія накачування, яка підводиться до активного поля, буде "перекачуватись" у моду, що буде генерувати. У результаті, після досягнення в активній речовині інверсної заселеності, при якій виконується умова генерації $\alpha \cong \gamma$, процеси вимушеного випромінювання будуть домінувати над процесами поглинання. За наявності генерації відбувається вирівнювання населеностей робочих лазерних рівнів і разом із тим виникає обмеження коефіцієнта підсилення — насичення. Внаслідок цього інверсія населеностей у лазері автоматично підтримується на рівні $n_{пор}$. Отже, за відсутності ефекту насичення мало б місце безмежне зростання інтенсивності вимушеного випромінювання. Насичення підсилення в лазері, як і в генераторах будь-якого іншого типу, відбувається за рахунок ефектів, нелінійних за інтенсивністю. В наближенні слабкого сигналу, коефіцієнт підсилення α_0, як і коефіцієнт поглинання κ_0, можна вважати незалежним від інтенсивності I. При великих інтенсивностях таке наближення несправедливе.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте умову виникнення генерації для певної моди, використовуючи кінетичні рівняння лазерної системи.

2. Оцініть густину інверсної заселеності активного середовища для отримання стаціонарної генерації.

3. Які причини насичення підсилення в лазері?

4. Як у кінетичних рівняннях враховуються безвипромінювальні переходи?

5. Порівняйте механізми зникнення фотонів із резонатора.

§8. Схеми функціонування квантових генераторів

Створення інверсного стану у робочому тілі пов'язане, як правило, з деякими переходами, що відбуваються в активному центрі. Залежно від кількості переходів, які призводять у кінцевому результаті до інверсії на відповідному (лазерному) переході, квантові системи класифікують на дво-, три- і чотирирівневі системи функціонування робочих центрів. Зрозуміло, кожна з цих схем є спрощеною моделлю складних процесів, що відбуваються в лазерних системах.

Дворівнева система функціонування має основний і збуджений стани (рис. 3.3). При збудженні дворівневої системи виникають три оптичних процеси, пов'язані з переходами частинок між рівнями 1 і 2. По-перше, відбувається поглинання на частоті переходу $1 \to 2$ з імовірністю $\rho_{12} B_{12}$, яке порушує больцманівську рівновагу. По-друге, йде процес вимушеного випромінювання з імовірністю $\rho_{21} B_{21}$. І по-третє, відбувається спонтанне випромінювання з імовірністю A_{21}. Окрім того, можливі і неоптичні переходи з імовірностями d_{21} і d_{12}. Для спрощення запису кінетичних рівнянь позначимо повну імовірність переходів із відповідного рівня як f_{ik} або f_{ki}, які рівні:

$$f_{ik} = A_{ik} + B_{ik}\rho_{ik} + d_{ik},$$

$$f_{ki} = B_{ki}\rho_{ki} + d_{ki},$$

допускаючи, що рівень i розташований вище рівня k, а $\rho_{ki} \equiv \equiv \rho_{ik} = \rho(\nu_{ik} \equiv \nu_{ki})$.

У цих позначеннях для дворівневої схеми кінетичні рівняння матимуть вигляд:

$$\frac{dn_1}{dt} = -n_1 f_{12} + n_2 f_{21},$$

$$\frac{dn_2}{dt} = n_1 f_{12} - n_2 f_{21}. \qquad (8.1)$$

Вони мають доповнюватися законом збереження числа активних центрів:

$$N = n_1 + n_2, \tag{8.2}$$

де N — концентрація активних центрів.

Якщо знехтувати неоптичними переходами $d_{12} = d_{21} = 0$ і допустити, що рівні мають однакові статистичні ваги $q_1 = q_2$, то кінетичні рівняння (8.1) спрощуються:

$$\frac{dn_1}{dt} = (n_2 - n_1)B_{12}\rho_{12} + A_{21}n_2,$$

$$\frac{dn_2}{dt} = (n_1 - n_2)B_{12}\rho_{12} - A_{21}n_2. \tag{8.1′}$$

У стаціонарному режимі з рівнянь (8.1′) випливає:

$$B_{12}\rho_{12}n_1 = (B_{12}\rho_{12} + A_{21})n_2. \tag{8.3}$$

Розв'язок системи рівнянь (8.2) і (8.3) приводить до наступних значень заселеностей рівнів:

$$n_1 = \frac{A_{21} + B_{12}\rho_{12}}{A_{21} + 2B_{12}\rho_{12}} N, \tag{8.4}$$

$$n_2 = \frac{B_{12}\rho_{12}}{A_{21} + 2B_{12}\rho_{12}} N.$$

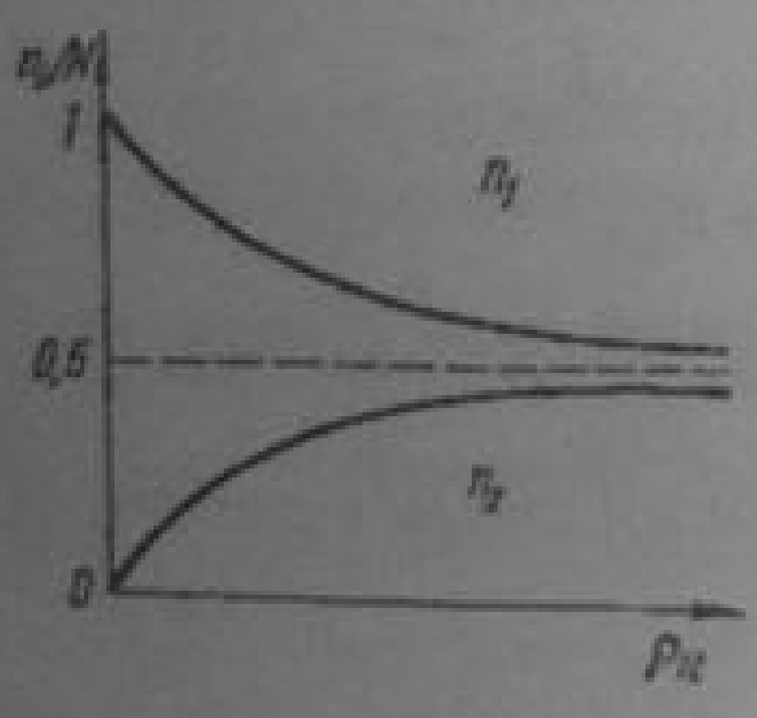


Рис. 8.1

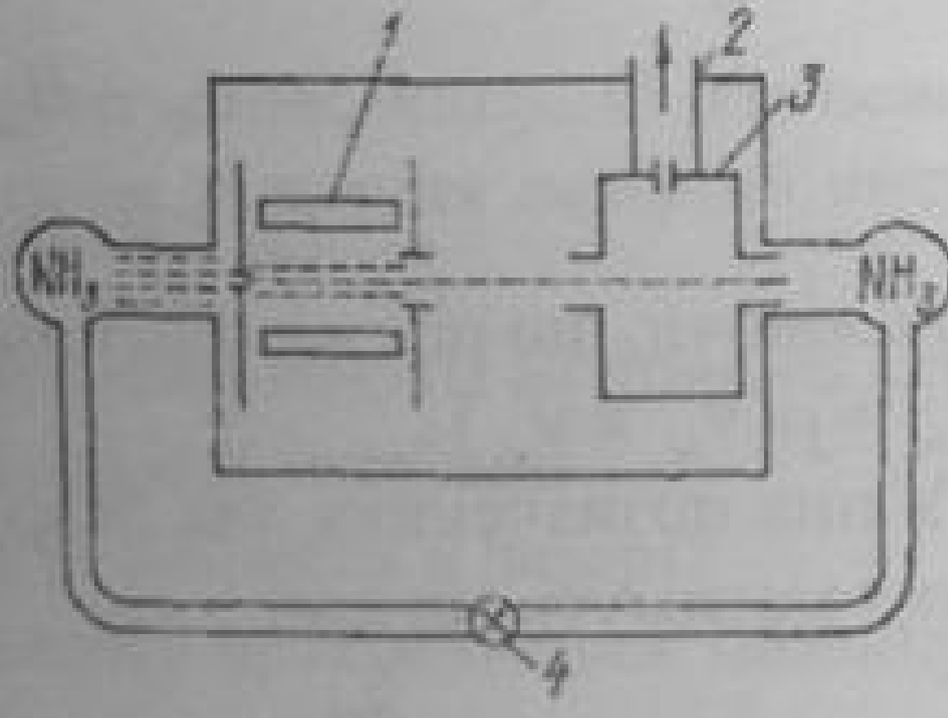


Рис. 8.2

Залежність населеностей рівнів 1 і 2 від ρ_{12} приведена на рис. 8.1. З (8.4) випливає, що оптичними методами в дво-

рівневій системі створити інверсну заселеність неможливо. Неможливо це й електронними збудженнями, тому що правила відбору аналогічні оптичним. Дійсно, за відсутності випромінювання всі частинки знаходяться в стані 1. Із зростанням ρ_{12} ("оптичне накачування") монотонно зменшуються n_1, а n_2 монотонно зростає. В граничному випадку $\rho_{12} \to \infty$ заселеності станів вирівнюються $(n_1 - n_2 = 0{,}5N)$.

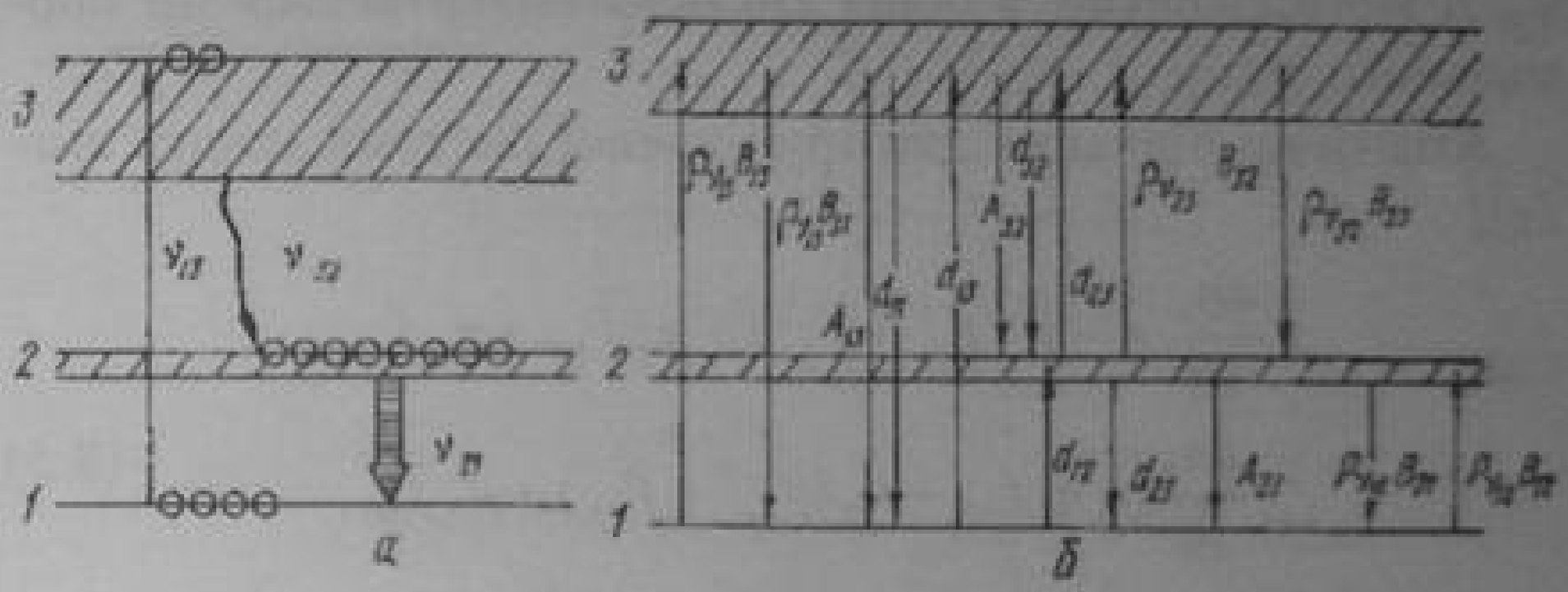


Рис. 8.3

Тому всі працюючі за дворівневою схемою лазери накачуються "неоптичними методами". Зокрема, накачування аміачного лазера засновано на відборі з молекулярного пучка збуджених молекул NH_3 за допомогою неоднорідного електричного поля (рис. 8.2), де 1 — система селекції молекули, 2 — вихідний хвилевод, 3 — резонатор, 4 — система перекачування газу.

За допомогою електричного поля виконується просторове розділення молекул пучка NH_3, які знаходяться в різних енергетичних станах. В інверсному спектрі NH_3 найбільш потужна лінія з $\vartheta = 0$, $J = 3$, $K = 3$ ($\nu = 23870$ МГц $\simeq 24 \cdot 10^3$ МГц; $\lambda \simeq 1{,}25$см). Звичайно з молекулярного пучка у резонатор поступає лише 6% $J = 3, K = 3$ молекул, тобто, за 1с поступає $10^{14} - 10^{15}$ активних молекул, що відповідає потужності випромінювання 10^{-8} Вт.

Трирівневу схему функціонування представлено на рис. 8.3. Принцип її роботи: накачування на частоті ν_{13} збуджує частинки з рівня 1 на рівень 3. Потім за рахунок безвипромінювальних переходів частинки з рівня 3 потрапляють на рівень 2. Робочі центри підбираються так, щоб рівень 2 був метастабільним для накопичення на ньому достатньо великого числа частинок, що і забезпечує інверсію заселеностей відносно рівня 1. Після випромінювання на частоті ν_{21} з метастабільного рівня система повертається до нормального стану.

Кінетичні рівняння для трирівневої системи мають вигляд:

$$\begin{aligned}
\frac{dn_1}{dt} &= -n_1(f_{12}+f_{13})+n_2f_{21}+n_3f_{31},\\
\frac{dn_2}{dt} &= n_1f_{12}-n_2(f_{21}+f_{23})+n_3f_{32},\\
\frac{dn_3}{dt} &= n_1f_{13}+n_2f_{23}-n_3(f_{31}+f_{32}),\\
N &= n_1+n_2+n_3.
\end{aligned} \tag{8.5}$$

Розв'язок системи (8.5) для розподілу населеностей квантових частинок за рівнями (у стаціонарному режимі $dn_i/dt = 0$) приводить до наступного результату:

$$\begin{aligned}
n_1 &= N/F(f_{31}f_{21}+f_{31}f_{23}+f_{32}f_{21}),\\
n_2 &= N/F(f_{32}f_{12}+f_{32}f_{13}+f_{31}f_{12}),\\
n_3 &= N/F(f_{13}f_{21}+f_{13}f_{23}+f_{12}f_{23}),
\end{aligned} \tag{8.6}$$

де:

$$\begin{aligned}
F = f_{21}(f_{32}+f_{13}+f_{31})+f_{12}(f_{32}+f_{23}+f_{31})+\\
+f_{13}(f_{23}+f_{32})+f_{23}f_{31}.
\end{aligned}$$

Розглянемо залежність заселеностей рівнів тільки від густини випромінювання та імовірностей переходів. У зв'язку

з тим, що, як правило, для трирівневих оптичних квантових генераторів навіть при кімнатній температурі $h\nu_{12} >> \kappa T$ і $h\nu_{23} >> \kappa T$, а тим більше $h\nu_{13} >> \kappa T$, можна вважати, що $f_{12}^{*} \approx \approx f_{23} = 0 \quad d_{12} \approx d_{23} \approx d_{13} \approx 0$, оскільки випромінювання на частотах ν_{12} і ν_{23} немає. Тому неважко впевнитись, що за таких умов:

$$n_1 = \frac{f_{21}}{f_{21} + \eta f_{13}\left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} N,$$

$$n_2 = \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13}\left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} N, \qquad (8.6)$$

$$n_3 = \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13}\left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} \cdot \frac{f_{21}}{f_{32}} N,$$

де $\eta = \dfrac{f_{32}}{f_{31} + f_{32}}$.

Величина η визначає частину збуджених частинок, які потрапляють на метастабільний рівень.

Перепишемо рівняння (8.6), враховуючи означення f_{κ} і $f_{\kappa l}$:

$$n_1 = \frac{A_{21}(A_{31} + d_{32} + B_{31}\rho_{13})}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N,$$

$$n_2 = \frac{d_{32}B_{31}\rho_{13}}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N, \qquad (8.6')$$

$$n_3 = \frac{A_{21}B_{31}\rho_{13}}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N.$$

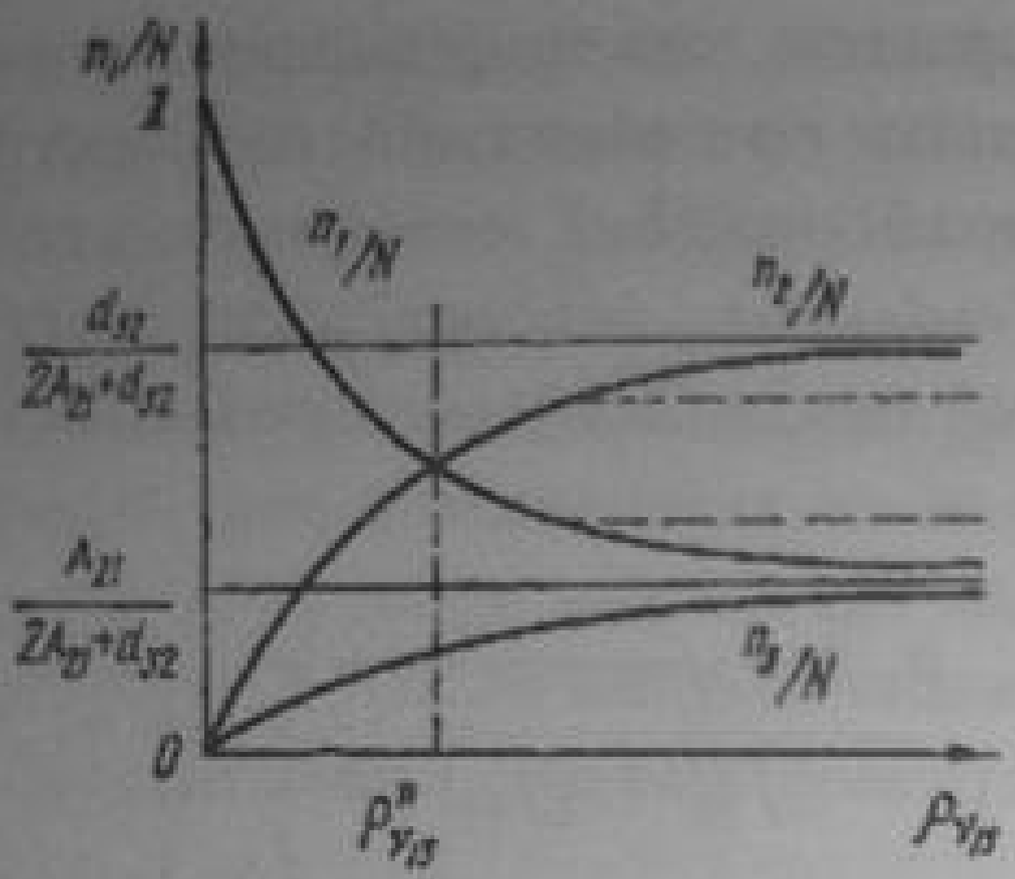


Рис. 8.4

Залежність заселеностей всіх трьох рівнів від ρ_{13} зображено на рис. 8.4.

Якщо система частинок знаходиться при абсолютному нулі температури, то за відсутності накачування ($\rho_{13}=0$) всі частинки знаходяться на основному рівні (1). З виникненням накачування починають заселятися рівні 2 і 3. При цьому, природно, населеність основного рівня зменшується, так як $n_1+n_2+n_3=N$. У граничному випадку при $\rho_{13}\to\infty$:

$$n_1=n_3=\frac{A_{21}}{2A_{21}+d_{32}}N, \tag{8.7}$$

$$n_2=\frac{d_{32}}{2A_{21}+d_{32}}N.$$

Із виразів (8.6′) випливає, що інверсію на переході $2\to1$ можна отримати при накачуваннях ρ_{13}, більших ρ_{13}^{n} (рис. 8.4, $n_1=n_2$), тобто за виконання умови:

$$\rho_{13}>\rho_{13}^{n}=\frac{A_{21}(d_{32}+A_{31})}{B_{31}(d_{32}-A_{21})}. \tag{8.8}$$

Із зростанням ρ_{13} інверсія зростає, прямуючи до величини:

$$n=\Delta n_{21}=n_2-n_1=\frac{d_{32}-A_{21}}{2A_{21}+d_{32}}N. \tag{8.9}$$

Таким чином, згідно з проведеним спрощеним розглядом, умову інверсії ($\Delta n_{21} > 0$) виконати тим легше, чим краще виконується умова $d_{32} > A_{21}$, і в граничному випадку $\Delta n_{21} \to N$ при $A_{21} \to 0$, а отже, чим більший час життя стану 2 при фіксованій імовірності безвипромінювального переходу.

Але із зменшенням величини A_{21}, падає і B_{21}, тобто імовірність $B_{21}\rho_{21}$ робочого індукованого переходу. Отже, для забезпечення умов генерації згідно з (7.15), необхідно збіль-

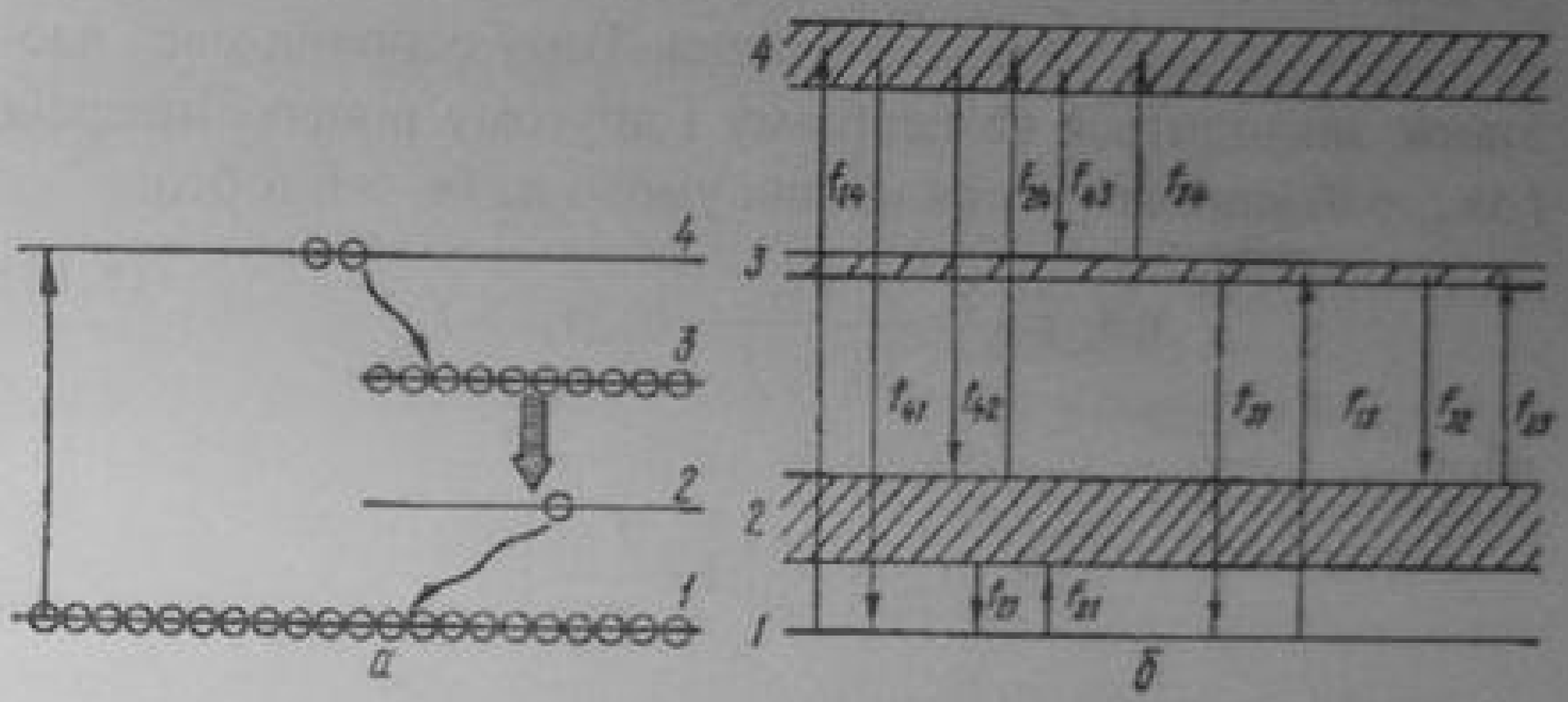


Рис. 8.5

шувати інверсію заселеності. При $A_{21} \to 0$ $\Delta n_{21} \to N$, але залишається обмеженою. Права ж частина (7.15) прямує до ∞, тобто: $\tau_{21} \to \infty$. Отже, для конкретного резонатора порогові умови генерації можуть виконуватися, якщо:

$$A_{21} \gtrsim \frac{8\pi^2 \nu^2}{c^3} \Delta\nu_{\text{л}} \frac{1}{\tau_{\text{ж}} N}. \qquad (8.10)$$

Для реальних середовищ і джерел накачування імовірність спонтанного випромінювання A_{31} на один-два порядки вище імовірності вимушених переходів $B_{31}\rho_{13}$ і, відповідно, імовірності поглинання $B_{13}\rho_{13}$ з третього рівня на перший, тобто: $A_{31} >> B_{13}\rho_{13}$.

З виразів (8.6) випливає:

$$\frac{n_3}{n_1}=\frac{\eta f_{13}}{f_{32}}=\frac{B_{13}\rho_{13}}{f_{31}+f_{32}}<<1,$$

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{\eta f_{13}}{f_{21}}=\frac{\eta B_{13}\rho_{13}}{f_{21}}, \qquad (8.11)$$

$$\frac{n_3}{n_2}=\frac{f_{21}}{f_{32}}.$$

Згідно з (8.11) населеність третього рівня завжди значно менша населеності першого рівня. Тому основна маса частинок знаходиться на першому і другому рівнях. Інверсія ($\Delta n_{21}>0$) виникає за виконання умови $n_2/n_1>1$, тобто:

$$\eta B_{13}\rho_{13}=\frac{f_{32}}{f_{31}+f_{32}}B_{13}\rho_{13}>f_{21} \qquad (8.12)$$

або:

$$B_{13}\rho_{13}>f_{21}\left(1+\frac{f_{31}}{f_{32}}\right).$$

Ця нерівність виконується, якщо одночасно справедливо:

$$B_{13}\rho_{13}>f_{21},$$

$$B_{13}\rho_{13}>f_{21}\frac{f_{31}}{f_{32}}. \qquad (8.13)$$

Оскільки при реальних накачуваннях $f_{31}>>B_{13}\rho_{13}$, то з (8.13) випливає $f_{32}>f_{31}$ і необхідно щоб:

$$f_{32}>f_{21} \text{ та } f_{32}>f_{31}. \qquad (8.14)$$

Таким чином, при накопиченні активних центрів випромінювання на рівні 2 і для створення значної інверсії на переході $2\rightarrow 1$ треба підбирати системи, у яких, по-перше, f_{21} мале (з урахуванням (8.10)), по-друге, $f_{32}>f_{31}$ і B_{13} велике. На жаль, вимоги (8.13) і (8.14) знаходяться у проти-

річчі, тому що при великих B_{13}, природно, велике і f_{31}. Враховуючи співвідношення між коефіцієнтами Ейнштейна і вимоги (8.13) – (8.14), умови для функціонування трирівневої схеми можна переписати так:

$$B_{13}\rho_{13} >> A_{21},$$

$$B_{13}\rho_{13} >> A_{21}\frac{A_{31}}{d_{32}}, \qquad (8.13')$$

тобто:

$$d_{32} >> A_{31} \qquad d_{32} >> A_{21}. \qquad (8.14')$$

При виконанні вимог (8.13′) – (8.14′) співвідношення (8.6) має вигляд:

$$n_1 = \frac{f_{21}}{f_{21} + \eta f_{13}} N = \frac{A_{21}}{A_{21} + \dfrac{d_{32} B_{13}\rho_{13}}{d_{32} + A_{31}}} N,$$

$$n_2 = \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13}} N = \frac{\dfrac{d_{32} B_{13}\rho_{13}}{d_{32} + A_{31}}}{A_{21} + \dfrac{d_{32} B_{13}\rho_{13}}{A_{32} + A_{31}}} N, \qquad (8.6'')$$

$$n_3 = \frac{f_{21}}{f_{32}} \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13}} N = \frac{f_{21}}{f_{32}} n_2 = \frac{A_{21}}{d_{32}} n_2.$$

З умови інверсії заселеності (8.8) згідно з (8.11) можна записати:

$$\eta f_{13} = f_{21}$$

або:

$$\frac{d_{32}}{d_{32} + A_{31}} B_{13}\rho_{13}^{n} = A_{21} \qquad (8.15)$$

або:

$$\rho_{13}^{n} = A_{21}\frac{d_{32} + A_{31}}{d_{32} B_{13}}.$$

Отже, чим менше f_{21} і більше B_{13}, а η ближче до одиниці, тим менша потрібна потужність накачування для отримання інверсної заселеності.

При виконанні умови (8.15) наступає рівність заселеностей рівнів 1 і 2. Але коефіцієнт поглинання на переході $1 \to 2$ змінює знак, тобто настає підсилення згідно (5.7) при:

$$\frac{n_2}{q_2} > \frac{n_1}{q_1} \tag{8.16}$$

або:

$$\Delta n_{21} = n_2 - \frac{q_2}{q_1} n_1 > 0. \tag{8.17}$$

Відмітимо, що підсилення на переході $2 \to 1$ при $q_1 > q_2$ настає за відсутності «інверсії», тобто: $n_2 < n_1$. Отже, при $q_1 > q_2$ для отримання підсилення на переході $2 \to 1$ потрібна енергія накачування нижча, ніж при $q_1 = q_2$, а тим більше, коли $q_2 > q_1$.

При накачуваннях, більших порогових ($\rho_{13} > \rho_{13}^{n}$), в активному середовищі виникає підсилення, в зв'язку з чим, із цього моменту вже не можна нехтувати випромінюванням на переході $2 \leftrightarrow 1$, яке приводить до зміни заселеностей рівнів 1 і 2. Як показано раніше, стаціонарна генерація можлива, якщо $\gamma_{12} \approx \alpha_{21}$. Коефіцієнт підсилення α_{21}, згідно (5.7), рівний:

$$\alpha_{21} = \frac{1}{c} B_{21} h\nu_{12} g(\nu) \left(n_2 - \frac{q_2}{q_1} n_1 \right) \approx \gamma_{12},$$

$$\Delta n_{21} = n_2 - \frac{q_2}{q_1} n_1 = \frac{c\gamma_{12}}{B_{21} h\nu_{12} g(\nu)} = \frac{\gamma_{12}}{\alpha_{21}^{\max}} N = \delta N, \tag{8.18}$$

де $\alpha_{21}^{\max} = \frac{B_{21} h\nu_{12}}{c} g(\nu) N$ — граничний коефіцієнт підсилення на частоті генерації, тобто коефіцієнт, який відповідає зосередженню всіх N частинок на рівні 2. Коефіцієнт втрат

γ_{12} залежить тільки від параметрів резонатора й оптичної якості активного середовища.

Отже, чим вищі втрати γ_{12} і менший коефіцієнт Ейнштейна B_{21}, тобто, чим менше $\alpha_{21}^{\text{пас}}$, тим більше потрібна різниця заселеностей Δn_{21} для отримання генерації.

Згідно з (8.18) і закону збереження числа частинок ($n_1 + n_2 = N$) кількістю часток на третьому рівні нехтуємо ($n_3 \simeq 0$) і отримуємо:

$$n_1 = \frac{1-\delta}{1+q_2/q_1} N, \tag{8.19}$$

$$n_2 = \frac{\frac{q_2}{q_1}+\delta}{1+\frac{q_2}{q_1}} N.$$

Під час генерації, як видно, n_1 і n_2 від інтенсивності накачування ρ_{13} не залежать, оскільки збільшення надходження частинок на метастабільний рівень за рахунок зростання ρ_{13} компенсується збільшенням числа переходів $2 \to 1$, тобто, зростанням ρ_{12}.

Згідно (8.19) населеності першого і другого рівнів не залежать не тільки від B_{13}, але й від імовірностей спонтанного випромінювання A_{21} і неоптичних переходів d_{21}. Вони повністю визначаються умовами генерації (8.18) і балансом частинок $n_1 + n_2 = N$. Якщо змінити ρ_{13} і f_{21}, то це буде супроводжуватись зміною густини енергії, що генерується (ρ_{12}), але не відіб'ється на заселеності рівнів. На рис. 8.4 горизонтальні пунктирні прямі показують відсутність залежностей n_1 і n_2 від швидкості накачування. Відстань між ними тим більша, чим більший параметр δ. Населеності третього рівня, згідно з (8.1), в стаціонарному режимі за відсутності генерації:

$$n_3(f_{31} + f_{32}) = n_1 f_{13}, \tag{8.20}$$

а так як $f_{31} << f_{32}$ і $f_{13} << f_{31}$, то $n_3 << n_1$. Таким чином, при генерації має місце $n_1 < 0{,}5N$, $n_2 > 0{,}5N$, $n_3 = 0$.

Отже, заселеність третього рівня значно нижча заселеностей першого та другого, про що говорилось вище. Практично всі частинки зосереджені на двох нижніх рівнях. При цьому для отримання генерації при $q_2 = q_1$, необхідно на рівень 2 загнати частинок дещо більше $0{,}5N$.

Принцип роботи чотирирівневої схеми, показаної на рис. 8.5,*а*, такий. За допомогою накачування частинки з основного стану 1 збуджуються на рівень 4. При цьому можна вважати, що:

$$f_{14} = \int B_{нак} \rho_{нак} \, d\nu = B_{14} \rho_{14}, \qquad (8.21)$$

(інтеграл береться по всій області смуг поглинання, що можуть мати декілька лабільних рівнів, які для спрощення можна розглядати як один широкий рівень). Потім із великою імовірністю безвипромінювального переходу квантові частинки переходять на метастабільний рівень 3. Переходи ж частинок $3 \to 2$ дають або люмінесценцію, або, якщо створені необхідні умови, індуковане випромінювання. І, нарешті, в результаті безвипромінювального переходу $2 \to 1$ квантові частинки повертаються на основний рівень. Отже, якщо робоче тіло підібрано так, щоб $h\nu_{12} >> \kappa T$, то n_2 при термодинамічній рівновазі дуже мале:

$$n_2 = N \exp(-E_2 / \kappa T).$$

Тому в такій системі порівняно з трирівневою схемою, відносно легко отримати інверсний стан, оскільки досить «загнати» на рівень 3 незначну частину квантових частинок, як ми вже отримаємо інверсний стан, тому що рівень 2 практично вільний (рис. 8.5,*а*).

У системах з κ рівнями може бути $5\dfrac{\kappa!}{(\kappa-2)!}$ різних імовірностей переходів f. Наприклад, при $\kappa = 4$ число $f = 30$ (рис.8.5,*а*). Для великих κ функція розподілу частинок за

рівнями в загальному вигляді дуже громіздка. У зв'язку з цим при розгляді систем з $к \geq 4$ робляться відповідні спрощення виразів, зокрема, прирівнюють нулю всі імовірності переходів, які не відіграють суттєвої ролі в процесах, що розглядаються. Так, у випадку чотирирівневої системи, оскільки $h\nu_{14}, h\nu_{13}, h\nu_{23}, h\nu_{24}, h\nu_{34}$ набагато більші $кT$, а накачування йде на частоті ν_{14}, то:

$$f_{13} = f_{24} = f_{34} = 0. \tag{8.22}$$

У результаті імовірності переходів, які грають певну роль описуються наступними виразами:

$$\begin{aligned}
f_{14} &= B_{14}\rho_{14} \\
f_{41} &= A_{41} + d_{41} + B_{41}\rho_{14} \\
f_{42} &= A_{42} + d_{42} \\
f_{43} &= A_{43} + d_{43} \\
f_{31} &= A_{31} + d_{31} \\
f_{32} &= A_{32} + d_{32} + B_{32}\rho_{23} \\
f_{23} &= \frac{q_3}{q_2} B_{32}\rho_{23} \\
f_{21} &= A_{21} + d_{21} \\
f_{12} &= \frac{q_2}{q_1} d_{21} \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{кT}\right)
\end{aligned} \tag{8.13}$$

При звичайних джерелах накачування величина вимушених переходів $4 \rightarrow 1$ мала, тому:

$$A_{41} + d_{41} >> B_{41}\rho_{14} = \frac{q_4}{q_1} B_{14}\rho_{14}. \tag{8.24}$$

Система вихідних кінетичних рівнянь складається аналогічно тому, як це робиться для трирівневої схеми. Наприклад, для рівня 1:

$$\frac{dn_1}{dt} = -n_1(f_{12} + f_{13} + f_{14}) + n_2 f_{21} + n_3 f_{31} + n_4 f_{41}.$$

У загальному випадку запис виглядає так:

$$\frac{dn_i}{dt} = -n_i \sum_{\kappa \neq i}^{4} f_{i\kappa} + \sum_{\kappa \neq i}^{4} n_\kappa f_{\kappa i} . \qquad (8.25)$$

Ці рівняння доповнюються законом збереження частинок:

$$N = \sum_{\kappa=1}^{4} n_\kappa .$$

При стаціонарному режимі заселеностей енергетичних рівнів розв'язок рівняння (8.25) такий:

$$n_1 = \frac{N}{D}\{f_{21}[f_{42}(f_{31}+f_{32}+f_{34})+f_{43}f_{32}]+$$
$$+f_{31}[f_{43}(f_{21}+f_{23}+f_{24})+f_{42}f_{23}]+ \qquad (8.26)$$
$$+f_{41}[(f_{24}+f_{21})(f_{31}+f_{32}+f_{34})+f_{23}(f_{31}+f_{34})]\};$$

$$n_2 = \frac{N}{D}\{f_{12}[f_{42}(f_{31}+f_{32}+f_{34})+f_{43}f_{32}]+f_{13}[f_{42}(f_{32}+$$
$$+f_{34})+f_{43}f_{32}]+f_{14}[f_{42}(f_{31}+f_{32}+f_{34})+f_{43}f_{32}]+$$
$$+f_{41}[f_{13}f_{32}+f_{12}(f_{31}+f_{32}+f_{34})]+f_{31}f_{43}f_{12}\};$$

$$n_3 = \frac{N}{D}\{f_{12}[f_{43}(f_{23}+f_{24})+f_{42}f_{23}]+f_{13}[f_{43}(f_{21}+f_{23}+$$
$$+f_{24})+f_{23}f_{42}+f_{14}[f_{43}(f_{21}+f_{23}+f_{24})+f_{42}f_{23}]+$$
$$+f_{41}[(f_{21}+f_{23}+f_{24})f_{13}+f_{12}f_{23}]+f_{21}f_{42}f_{13}\};$$

$$n_4 = \frac{N}{D}\{f_{12}[f_{24}(f_{31}+f_{32})+f_{34}(f_{24}+f_{23})]+$$
$$+f_{13}[f_{34}(f_{21}+f_{23})+f_{24}(f_{32}+f_{34})]+f_{14}[(f_{24}+f_{21})\times$$
$$\times(f_{31}+f_{32}+f_{34})+f_{23}(f_{34}+f_{31})]\},$$

де:

$$D = \begin{vmatrix} f_{12}+f_{43}+f_{14} & -f_{21} & -f_{34} & -f_{41} \\ -f_{12} & f_{21}+f_{23}+f_{24} & -f_{32} & -f_{42} \\ -f_{13} & -f_{23} & f_{31}+f_{32}+f_{34} & -f_{13} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

З відсутності випромінювання на переході $3 \to 2$ і виконанні умов (8.23) населеності рівнів (8.26) перепишуться у вигляді:

$$n_1 = \frac{N}{D'}\{f_{21}(f_{31}+f_{32})(f_{41}+f_{42}+f_{43})\},$$

$$n_2 = \frac{N}{D'}\{f_{12}(f_{31}+f_{32})(f_{41}+f_{42}+f_{43})+$$

$$+B_{14}\rho_{14}[f_{42}(f_{31}+f_{32})+f_{43}f_{32}]\}. \qquad (8.26')$$

$$n_3 = \frac{N}{D'}\{B_{14}\rho_{14}f_{21}f_{43}\},$$

$$n_4 = \frac{N}{D'}\{B_{14}\rho_{14}f_{21}(f_{31}+f_{32})\}.$$

Тут D' — сума всіх членів, які стоять у фігурних дужках.

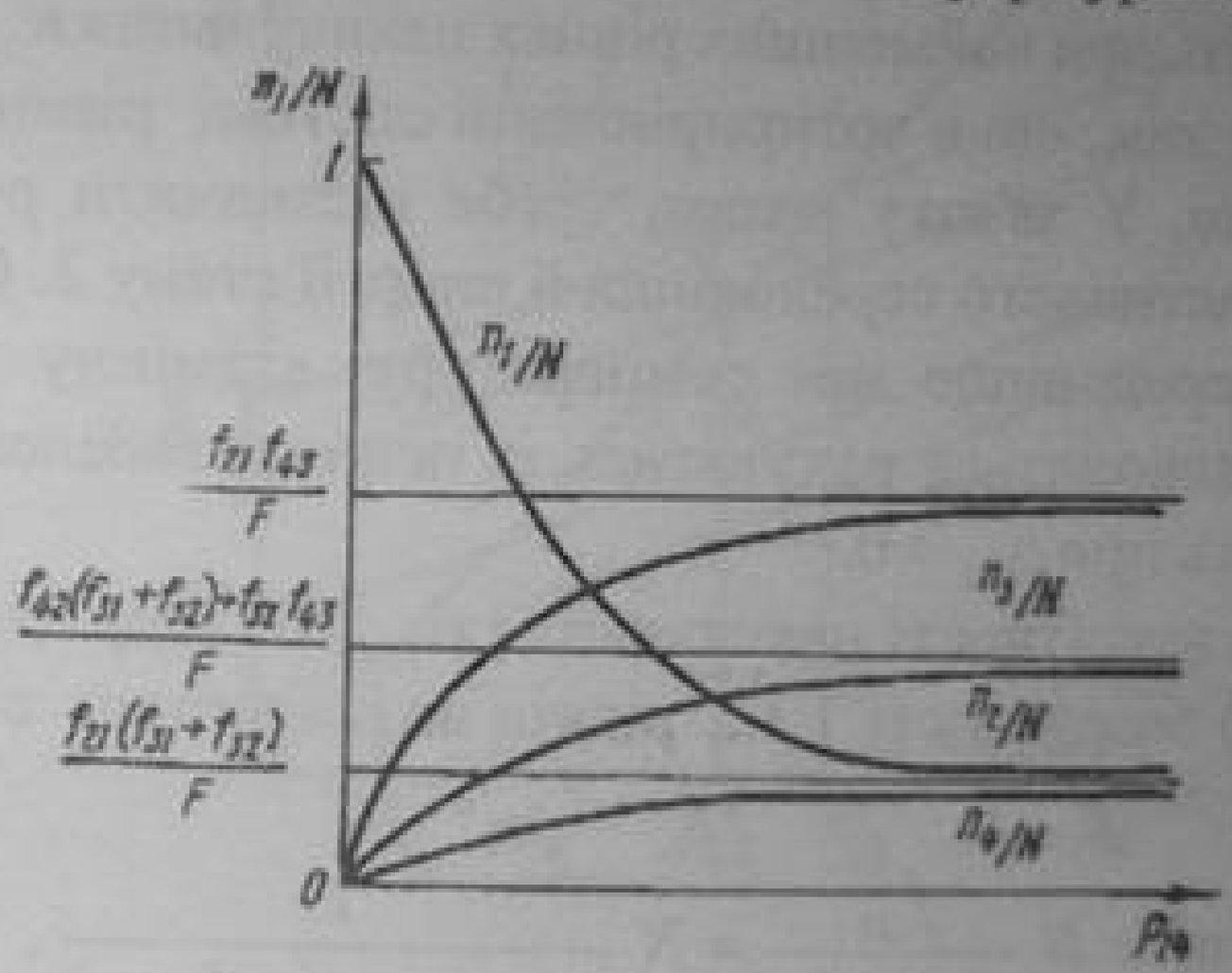


Рис. 8.6

Залежність відносної заселеності рівнів від густини накачування показано на рис. 8.6. При $T = 0$ і відсутності випромінювання накачування $\rho_{14} = 0$ всі частинки будуть знаходитись на основному рівні 1. У міру зростання ρ_{14} населеність рівня 1 буде падати, а інших — зростати.

З (8.26′) випливає, що при $\rho_{14} \to \infty$, отримуємо граничні значення:

$$n_1 = n_4 = \frac{f_{21}(f_{31} + f_{32})}{F} N,$$

$$n_2 = \frac{f_{42}(f_{31} + f_{32}) + f_{32} f_{43}}{F} N, \qquad (8.26')$$

$$n_3 = \frac{f_{21} f_{43}}{F} N,$$

де $F = 2f_{21}(f_{31} + f_{32}) + f_{42}(f_{31} + f_{32}) + f_{43} f_{21} + f_{32} f_{42}$.

Очевидно, інверсія на переході $3 \to 2$ виникає при:

$$f_{21} f_{43} > f_{42}(f_{31} + f_{32}) + f_{32} f_{43}. \qquad (8.27)$$

При такому ідеалізованому розгляді чотирирівневої системи в каналі $3 \to 2$ поріг для створення інверсії відсутній, тобто, навіть при найменших рівнях накачування $n_3 > n_2$. Це зумовлено тим, що в чотирирівневій системі рівень 2 заселений мало. У зв'язку з цим, треба відзначити роль температури активного середовища й енергії стану 2. Оскільки активне середовище має температуру, відмінну від нуля ($T \neq 0K$), доводиться рахуватись із певною заселеністю рівня 2 навіть при $\rho_{14} = 0$.

Так, за відсутності накачування $\rho_{14} = 0$ (термодинамічна рівновага) заселеності 1 і 2 рівнів визначається співвідношеннями:

$$n_1^0 = N \frac{f_{21}}{f_{12} + f_{21}} = N \frac{1}{1 + \frac{q_2}{q_1} \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right)}, \qquad (8.28)$$

$$n_2^0 = N \frac{f_{12}}{f_{12} + f_{21}} = N \frac{\frac{q_2}{q_1} \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right)}{1 + \frac{q_2}{q_1} \exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right)},$$

а населеності 3 і 4 рівнів ще менші. Із зростанням рівня накачування населеність 1-го рівня падає, а всіх інших зростає. При малих ρ_{14} інверсії не буде. Інверсія виникає тільки при ρ_{14}, яка перевищує певну порогову величину ρ_{14}^{*}, при якій $n_3 = n_2$. Населеність стану 3 надзвичайно мала при $\rho_{14} \to 0$ і різко зростає з її збільшенням (рис. 8.7). Населеність рівня 2 незбудженого середовища визначається співвідношенням (8.28) і повільно росте зі збільшенням ρ_{14}, як буде показано нижче. При $\rho_{14} = \rho_{14}^{(nT)}$, $n_3 \simeq n_2$. Чим вище температура середовища, тим більше n_2^0 і тим вищою буде величина $\rho_{14}^{(nT)}$. І, відповідно, чим більше E_2, тим менше n_2^0, і, отже, потрібне менше значення $\rho_{14}^{(nT)}$.

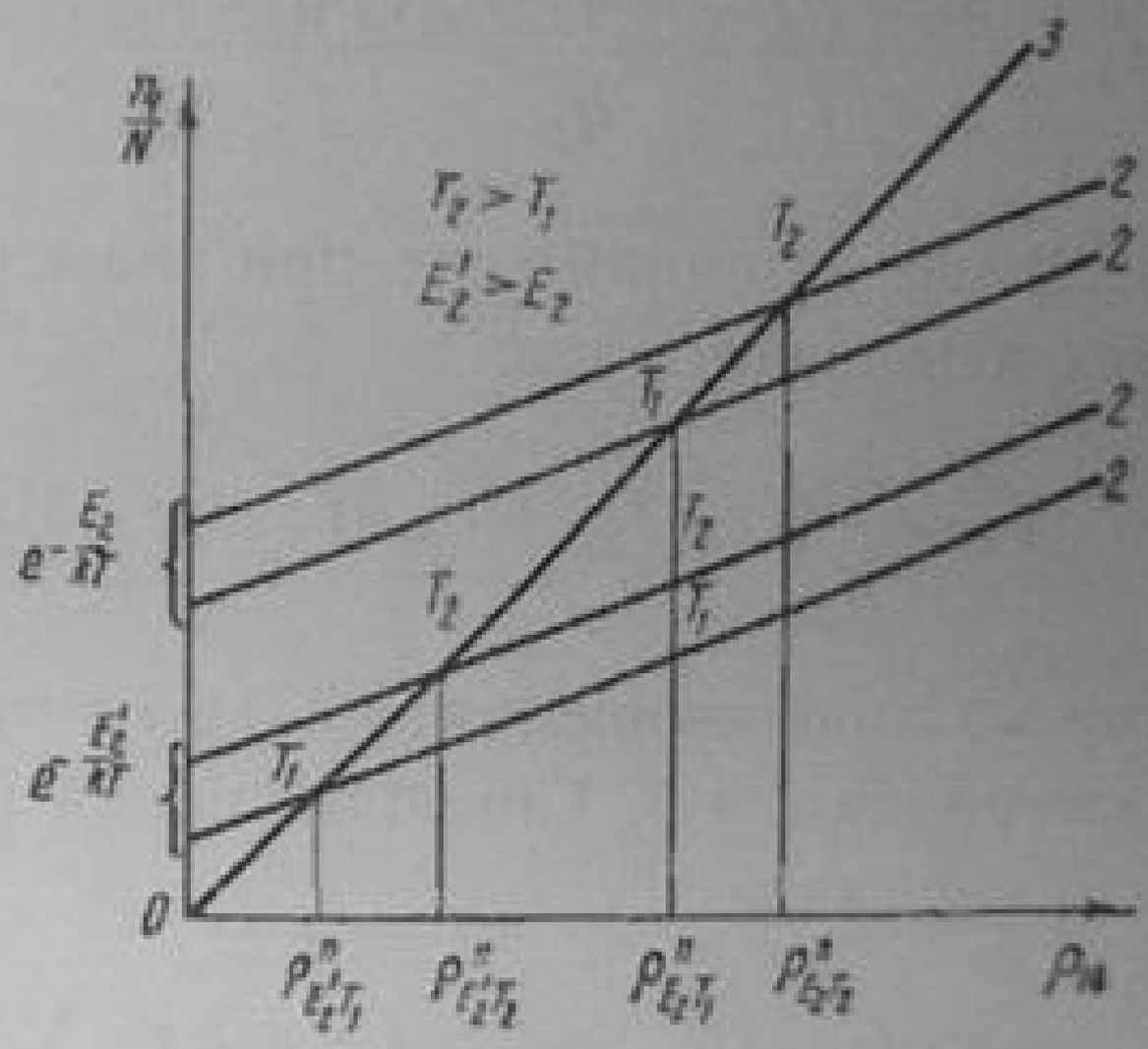


Рис. 8.7

Як правило, $f_{41} >> B_{14}\rho_{14}$, заселеність першого рівня набагато більша четвертого. Практично всі частинки розподіляються за трьома рівнями (1, 2 і 3). Оскільки рівень 2 розташований вище рівня 1, то $n_1 >> n_2$ і тому легше створити інверсію населеності на рівнях $3 \to 2$, ніж на $3 \to 1$. Унаслідок цього, при $h\nu_{21} >> kT$ навіть незначне накопичення

частинок на рівні 3 призводить до виникнення підсилення на частоті ν_{23}. Завдяки цьому в генераторах, які працюють за чотирирівневою схемою, поріг генерації нижчий, ніж у трирівневої за інших рівних умов. Природно, якщо $n_2 \simeq n_1$, то властивості чотирирівневого генератора будуть мало відрізнятись від трирівневого.

Умова підсилення на переході $3 \to 2$ така: $\frac{n_3}{q_3} > \frac{n_2}{q_2}$. Отже, густина випромінювання накачування ρ_{14} згідно (8.26) має задовольнити співвідношення:

$$B_{14}\rho_{14} > \frac{\frac{q_3}{q_1}\exp\left(-\frac{h\nu}{\kappa T}\right)(f_{31}+f_{32})(f_{41}+f_{42}+f_{43})}{f_{43}-\frac{q_3}{q_2}\frac{f_{43}f_{32}}{f_{21}}-\frac{q_3}{q_2}\frac{f_{42}(f_{31}+f_{32})}{f_{21}}}. \qquad (8.29)$$

Вираз (8.29) має фізичний сенс при знаменнику, більшому від нуля, а це значить, що:

$$f_{21}f_{43} > \frac{q_3}{q_2}[f_{43}f_{32}+f_{42}(f_{31}+f_{32})], \qquad (8.27')$$

тобто, отримуємо співвідношення (8.27) з урахуванням статистичних ваг рівнів 2 і 3. Співвідношення (8.27′) виконується при $q_3 = q_2$, якщо:

$$f_{21} >> f_{32}, \quad f_{21} >> \frac{f_{42}}{f_{43}}(f_{31}+f_{32}). \qquad (8.30)$$

Співвідношення (8.30) є не що інше, як умови дезактивації рівня 2, тобто визначають вимоги виведення частинок з рівня 2, які потрапляють до нього з рівнів 3 і 4.

Враховуючи умови (8.27) і (8.23), населеності рівнів (826′) перепишуться так:

$$n_1 = \frac{N}{\Delta}(f_{31}+f_{32}),$$

$$n_2 = \frac{N}{\Delta}\left\{\frac{q_2}{q_1}\left[\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right)\right]\cdot(f_{31}+f_{32})+\frac{\eta B_{14}\rho_{14}}{f_{21}}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{f_{42}}{f_{43}}(f_{31}+f_{32})+f_{32}\right]\right\},$$

$$n_3 = \frac{N}{\Delta}\eta B_{14}\rho_{14}, \qquad (8.31)$$

$$n_4 = \frac{N}{\Delta}\eta B_{14}\rho_{14}\frac{f_{31}+f_{32}}{f_{43}},$$

де:

$$\Delta = \eta B_{14}\rho_{14}\left(1+\frac{f_{31}+f_{32}}{f_{43}}\right)+\left[1+\frac{q_2}{q_1}\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right)\right](f_{31}+f_{32}),$$

$$\eta = \frac{f_{43}}{f_{41}+f_{42}+f_{43}}.$$

Найбільш сприятливі умови для генерації виникають, коли:

$$f_{21} >> f_{12} \text{ або } 1 >> \frac{q_2}{q_1}\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right). \qquad (8.32)$$

оскільки за цих умов основна маса частинок знаходиться на першому і третьому рівнях. Окрім того, бажано, щоб $\eta \approx 1$, тобто:

$$f_{43} >> f_{41} \text{ і } f_{43} >> f_{42}. \qquad (8.33)$$

При цьому, необхідно аби $f_{43} > f_{42}$, щоб генерація не переривалась.

Стаціонарний режим генерації реалізується, коли коефіцієнт підсилення буде рівним коефіцієнту втрат $\alpha_{32} = \gamma_{23}$, тобто:

$$n_3 - \frac{q_3}{q_2}n_2 = \delta N, \qquad (8.34)$$

де як і раніше: $\delta = \dfrac{\gamma_{23}}{\alpha_{32}^{max}}$.

Для визначення заселеностей рівнів у режимі стаціонарної генерації необхідно розв'язати систему рівнянь, що описують баланс частинок:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = N;$$
$$(f_{41} + f_{42} + f_{43})n_4 = n_1 B_{14}\rho_{14};$$
$$f_{41}n_4 + f_{31}n_3 + f_{21}n_2 = (B_{14}\rho_{14} + f_{12})n_1; \qquad (8.35)$$
$$n_3 - \frac{q_3}{q_2}n_2 = \delta N,$$

складено за припущенням, що $f_{41} >> B_{14}\rho_{14}$ і $f_{13} = f_{34} = f_{24} = 0$.

Розв'язок рівнянь (8.35) дає такий розподіл частинок за рівнями:

$$n_1 = \frac{N}{\Delta'}\left[(1-\delta) + \left(\frac{q_3}{q_2} + \delta\right)\frac{f_{31}}{f_{21}}\right],$$

$$n_2 = \frac{N}{\Delta'}\left[(1-\delta)\frac{q_2}{q_1}\exp\left(-\frac{h\nu_2}{\kappa T}\right) - \frac{f_{31}}{f_{21}} + \right.$$
$$\left. + (1-\delta)\frac{\eta B_{14}\rho_{14}(f_{42} + f_{43})}{f_{21}f_{43}}\right], \qquad (8.36)$$

$$n_3 = \frac{N}{\Delta'}\left[\delta + \frac{q_2}{q_3}\left(\frac{q_3}{q_2} + \delta\right)\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right) + \left(\frac{q_3}{q_2} + \delta\right)\times\right.$$
$$\left.\times\frac{\eta B_{14}\rho_{14}(f_{42} + f_{43})}{f_{21}f_{43}}\right],$$

$$n_4 = \frac{B_{14}\rho_{14}}{f_{41} + f_{42} + f_{43}}n_1 << n_1,$$

(тому що $f_{41} >> f_{14}, f_{43} >> f_{41}$ і $f_{43} >> f_{42}$), де:

$$\Delta' = 1 + \left(1 + \frac{q_3}{q_2}\right)\frac{q_2}{q_1}\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T}\right) + \frac{q_3}{q_2}\cdot\frac{f_{31}}{f_{21}} + \left(1 + \frac{q_3}{q_2}\right)\times$$

$$\times\frac{\eta B_{14}\rho_{14}(f_{42} + f_{43})}{f_{21}f_{43}}.$$

Якщо $f_{21} >> f_{31}$ і $f_{21} >> \eta B_{14}\rho_{14}$ і $h\nu_{12} >> \kappa T$, то $\Delta' = 1$ і $n_1 = N(1-\delta)$; $n_2 \simeq 0$; $n_3 = N\delta$; $n_4 \simeq 0$.

Співвідношення (8.36) справедливі тільки при $\rho_{14} >> \rho_{14}^{*}$. Заселеності всіх рівнів залежать від інтенсивності накачування. В міру зростання накачування заселеність першого рівня падає, а інших зростає. Якщо f_{21} велике, що вимагає чотирирівнева схема функціонування, то заселеність 4-го рівня пропорційна потужності накачування, а інших практично не змінюється.

У чотирирівневих оптичних квантових генераторах $h\nu_{12} >> \kappa T$, тому заселеність 2-го рівня менша заселеності 1-го рівня. У більшості випадків число частинок на четвертому рівні також мале, тому що вони швидко переходять на третій рівень. У тому випадку, якщо δ мале, число частинок і на третьому рівні також невелике. Таким чином, для нормального функціонування чотирирівневої системи необхідно, щоб співвідношення між імовірностями переходів були наступними:

$$f_{21} >> f_{12}; \quad f_{21} >> f_{32}; \quad f_{21} >> f_{42};$$
$$f_{43} >> f_{41}; \quad f_{43} >> f_{42}; \quad f_{43} >> f_{32};$$
$$\text{або } d_{21} >> d_{12}; \quad d_{21} >> B_{32}\rho_{23} + A_{32};$$
$$d_{21} >> d_{42}; \quad d_{43} >> B_{41}\rho_{14} + A_{41};$$
$$d_{43} >> d_{42}; \quad d_{43} >> B_{32}\rho_{23} + A_{32}.$$

Порогова потужність накачування необхідна, по-перше, щоб забезпечити інверсію населеності рівнів $3 \to 2$ і, по-друге, щоб компенсувати втрати, зокрема, на люмінесценцію A_{32}. При $\rho_{14}^{n} > \rho_{14}$ в активному середовищі немає підсилення випромінювання. Генерація виникає лише тоді, коли швидкість накачування вище порогової, яка рівна:

$$\eta B_{14}\rho_{14}^{n} = (f_{13} + f_{32})\frac{\delta}{1-\delta} = (f_{31} + f_{32})\frac{\gamma_{23}}{\alpha_{32}^{max} - \gamma_{23}},$$

в наближенні $1 >> q_2/q_1 \exp(-h\nu_{12}/\kappa T)$. Таким чином, чим більше δ, тим вище значення втрат і тим більший потрібний коефіцієнт підсилення α_{32} для виникнення генерації, тобто тим більше n_3. Але з ростом n_3 збільшуються втрати на люмінесценцію, що не бажано. Тож при $h\nu_{12} >> \kappa T$, малих δ і інших рівних умовах порогова швидкість накачування $B_{14}\rho_{14}$ чотирирівневого генератора буде значно нижчою, ніж у трирівневому. При цьому залежність $B_{14}\rho_{14}$ від коефіцієнта корисних втрат дуже різка (див. рис. 8.8). Відтак, чим більше δ, тим менша перевага чотирирівневої схеми над трирівневою.

У трирівневому генераторі навіть при малих δ число частинок на другому рівні має бути більше половини. І в цьому плані чотирирівневі генератори значно економніші трирівневих. Окрім того, у типового чотирирівневого генератора ($h\nu_{12} >> \kappa T, \delta >> B_{14}\rho_{14}/f_{21}$) заселеність метастабільного третього рівня прямо пропорційна δ і коефіцієнту втрат. У той же час в трирівневому генераторі заселеність метастабільного (другого) рівня пропорційна $(q_1/q_2 + \delta)$ і тому зміна δ слабо відчувається. Іншими словами: трирівнева схема функціонування менш чутлива до втрат, ніж чотирирівнева.

При малих значеннях $h\nu_{12}/\kappa T$ властивості чотирирівневої системи погіршуються і наближаються до властивостей трирівневої. Чотирирівнева система має суттєві переваги

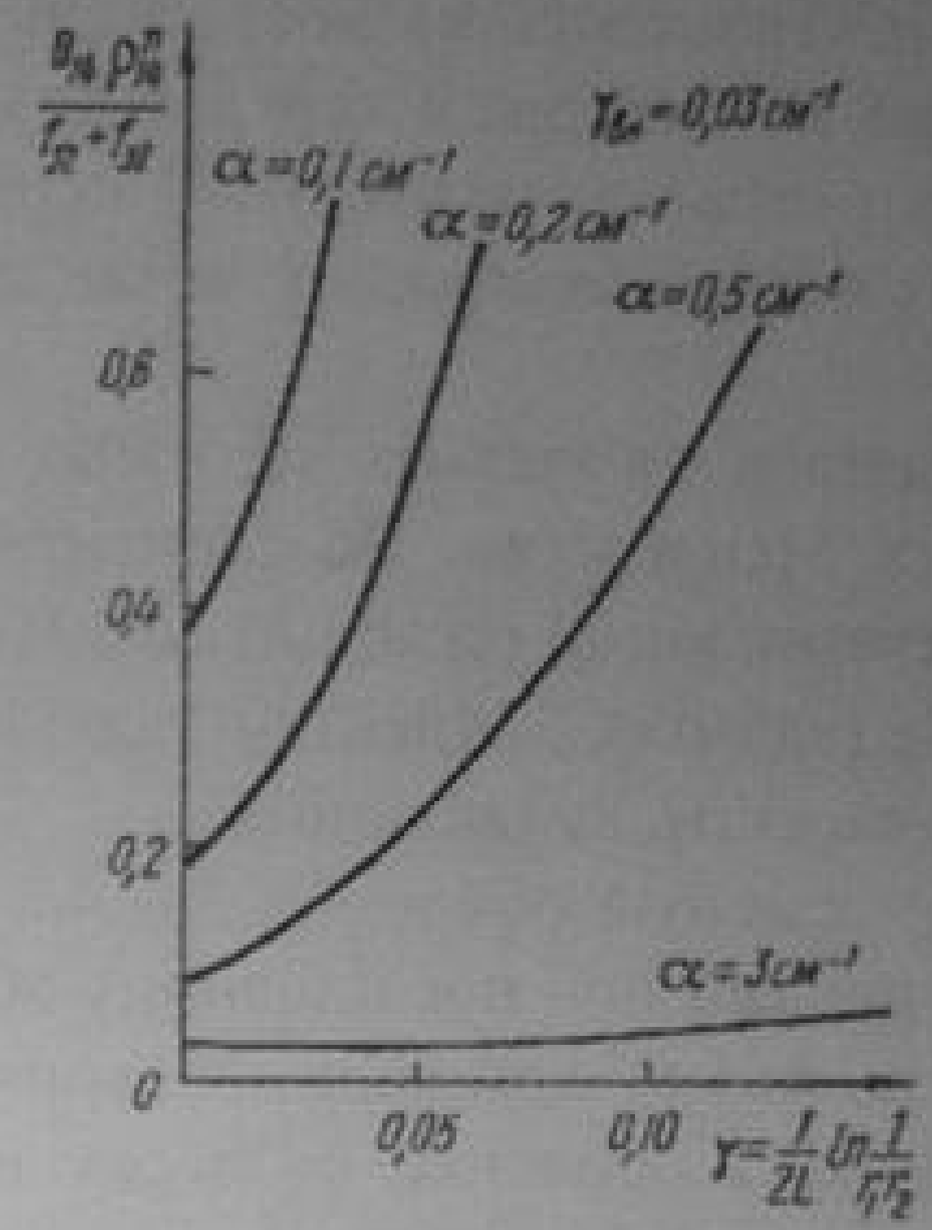


Рис. 8.8

перед трирівневою в тому випадку, коли $1>>q_2/q_1\cdot\exp(-h\nu_{12}/\kappa T)$ і $1>>\delta$.

Для отримання низьких порогів генерації активні тіла мають задовольняти такі вимоги:

1. Лінія спонтанної люмінесценції повинна мати малу напівширину.

2. Шкідливі втрати на довжині хвилі генерації мають бути якомога меншими, тобто час життя фотона в резонаторі має бути якомога більшим ($\tau_p \to \infty$).

3. Високий квантовий вихід люмінесценції робочого переходу ($\eta \simeq 1$).

4. Схема функціонування активного середовища — чотирирівнева, причому, $h\nu_{12} >> \kappa T$, а час життя активних центрів на рівні 2 малий: ($d_{21} \to \infty$).

5. Коефіцієнт поглинання збуджуючого випромінювання має бути досить великим у широкому спектральному інтервалі.

На основі спектроскопічних досліджень було знайдено деякі активовані конденсовані середовища, газових сумішей, які мають указані властивості. У першу чергу це — іони перехідних металів (лантанідів, актинідів) і благородні гази.

Перехідні метали є в кількох підгрупах елементів періодичної таблиці Менделєєва. Це елементи з наступними атомними номерами: від 21 (скандій) до 30 (цинк), потім від 39 (іттрій) до 48 (кадмій), 57 (лантан), далі від 71 (лютецій) до 80 (ртуть) і, нарешті, 89 (актиній).

У всіх цих елементів оболонки $3d$, $4d$, $5d$ і $6d$ заповнюються електронами при послідовному збільшенні атомного номера, при цьому відповідні оболонки $4s$, $5s$, $6s$ і $7s$ вже заповнені. Тому оболонки nd перехідних металів захищені від зовнішнього впливу тільки однією оболонкою $(n+1)s$, що зумовлює сильну взаємодію з основою, тобто з кристалічною граткою, в якій знаходиться іон перехідного металу. В теперішній час ефективна лазерна генерація отримана на іонах хрому, нікелю, кадмію, міді, неодиму і ртуті. Найбільш детально вивченою лазерною речовиною є рубін. На ньому і було створено перший оптичний квантовий генератор (1960 р., Мейман).

Контрольні питання

1. Поясніть, чому оптичними методами неможливо створити інверсну заселеність у дворівневій системі.

2. Проаналізуйте розподіл частинок у трирівневій схемі функціонування залежно від величини накачування.

3. Які співвідношення (енергетичні, часів життя) мають бути між 4-а рівнями, щоб лазер працював саме за чотирирівневою схемою?

4. Порівняйте характеристики 2-х, 3-х і 4-х рівневих схем функціонування лазерів.

5. Проаналізуйте вимоги, якими задовольняються активні тіла, для отримання низьких порогів генерації.

§9. Рубіновий квантовий генератор

Рубіновий генератор — типовий представник лазерів на твердому тілі, до яких традиційно відносимо лазери на діелектричних кристалах і склі. Звичайно, напівпровідникові лазери є більш "твердим" тілом, ніж скло — переохолоджена рідина. Напівпровідникові лазери виділені в окремий клас за специфікою їх накачування.

У твердотільних лазерах практично єдиним засобом отримання інверсії є оптичне накачування. При цьому треба відмітити, що активні центри (Cr^{3+}, Nd^{3+}) дисипують свою надлишкову енергію в коливальний резервуар кристалічної гратки каналами взаємодії з фононами (безвипромінювальні переходи). В основному цей обмін енергією проходить у дипольному наближенні взаємодій відповідного порядку між конкретним електронним або електронно-коливальним станом активного центру й електричними диполями, які виникають при коливаннях атомів гратки твердого тіла.

Оскільки енергія фотонів не перевищує 250-500 $см^{-1}$, а енергія електронних станів у десятки разів вища, то релаксація енергії активних центрів носить багатофононний характер. Імовірність таких процесів падає із зростанням ступеня фононності. Тому найбільш високо розташовані рівні енергії активного центру безпосередньо в гратку релаксують повільніше, ніж із рівнів, розташованих нижче. Цей ефект сприяє створенню інверсії. В три- та чотирирівневих схемах велику роль грають безвипромінювальні переходи по передачі енергії з одного рівня на інший, наприклад, у чотирирівневій схемі d_{43} і трирівневій — d_{32}. Якщо різниця в енергіях між цими рівнями порівняна з $кT$, то передача енергії відбувається ефективно. Якщо ж різниця суттєво перевищує $кT$, і це, як правило, має місце, то в процес пе-

редачі енергії втягуються фонони як "третє" тіло, в результаті чого тверде тіло, як ціле, нагрівається.

Природно, ступінь фононності визначається відношенням дефіциту енергії до енергії фононів, які беруть участь у цьому процесі. Тому, чим ближчий цей рівень до збуджуваного, тим менше ступінь фононності, менше нагрівається тверде тіло і тим ефективнішою є передача енергії, а отже, росте ймовірність відповідного безвипромінювального переходу.

Таким чином, активне середовище лазерів на твердому тілі — відповідна матриця, яка містить активні центри. До матриці висовуються наступні вимоги. Активні центри мають легко та однорідно входити у заданих кількостях до матриці, не порушуючи її оптичні і механічні властивості. При цьому вплив матриці на імовірності безвипромінювальних релаксаційних переходів активних центрів має сприяти отриманню інверсії.

Матриця має бути оптично однорідною та прозорою для випромінювання, яке підсилюється, і випромінювання накачування. Оскільки частина променевої енергії перетворюється в тепло, то матеріал матриці має високу теплопровідність, є термостійким і термооптично стійким (її оптичні параметри мають слабо змінюватись при нагріванні). Природними є вимоги механічної, хімічної, оптичної і фотохімічної стійкості в режимі імпульсного та неперервного накачування. Безумовною вимогою є технологічність матриці при виготовленні активного лазерного елемента.

У теперішній час реалізовано лазери у понад 300 кристалах і десятках типів скла. Класичним прикладом твердотільного лазера є рубіновий лазер. Пропозиція про використання рубіна в квантовій електроніці належить О.М. Прохорову і висунута в 1956 р. із метою його застосування як парамагнітного, а потім і "теплового" лазера.

Синтез і ріст кристалів рубіна виконують методом Вернейля — плавленням порошкоподібної шихти $Al_2O_3 + Cr_2O_3$ в кисневo-водневому вогні з наступною кристалізацією на затравці, яка обертається. Затравка не тільки обертається, але й одночасно опускається зі швидкістю 10-20 мм/год при діаметрі кристала порядку 15 мм. Середня швидкість росту кристалів рубіна при температурі близько 2040°С 12-18 мм/год. Вирощені кристали відпалюють у вакуумі при температурі 1900-1950°С протягом кількох годин для зняття внутрішніх напружень, дислокацій і для більш рівномірного розподілу домішок за зразком. Існують і інші методи вирощування (методи Чохральського, з розчину, зонного плавлення з газової фази, гідротермальний метод). На сьогоднішній день розвинуто технологію вирощування великих зразків (діаметром 20-25 мм, довжиною 250-300 мм), виготовляються плоскі та складнофігурні зразки.

Деякі характеристики рубіна:

- густина при 20°С $3{,}98 г \cdot см^{-3}$;
- твердість за Моосом 9;
- температура плавлення 2040°С;
- температура кипіння 3500°С;
- теплоємність при 20°С 0,18 кал/(град·г).

Коефіцієнт термічного розширення при 20°С:

- паралельно оптичної вісі ($\|$) $5{,}31 \cdot 10^{-6} град^{-1}$;
- перпендикулярно оптичної вісі ($\perp$) $4{,}78 \cdot 10^{-6} град^{-1}$.

Теплопровідність при 20° С:

- ($\|$ вісі с) 0, 35 Вт/(см·град);
- ($\perp$ вісі с) 0,33 Вт/(см·град).

Діелектрична стала при 25° С у діапазоні $(1 \div 3) \cdot 10^8$ Гц:

- ($\|$) 10,55;
- ($\perp$) 8,6.

Коефіцієнт заломлення:

- n_0 1,755;
- n_e 1,763;
- Δn_{ar} 0,008;
- питомий електроопір 10^{11} Ом/см;
- область прозорості 0,14 – 6,5 мкм.

Рубін — це кристал корунду (лейкосапфір) $\alpha - Al_2O_3(O_h)$, оптично анізотропний, має ромбоедричну гратку, в яку додано Cr_2O_3. Елементарна комірка корунду має дві молекули Al_2O_3. Вісь симетрії 3-го порядку (C_3) збігається з головною діагоналлю одиничної комірки і є оптичною віссю кристала (С-вісь). Електричний вектор Е звичайного променя перпендикулярний С-вісі, а вектор Е незвичайного променя — паралельний оптичній вісі. Різниця в коефіцієнтах заломлення для $n_0 = 1{,}755$ і $n_e = 1{,}763$ практично у всьому оптичному діапазоні 0,008. Деякі з іонів Al^{3+} ізоморфно заміщені іонами хрому Cr^{3+}. Концентрація хрому може бути різною, змінюючись за вагою від сотих долей до кількох відсотків. При збільшенні концентрації Cr_2O_3 вище 8% — колір змішаного кристала змінюється від червоного до зеленого, що пояснюється появою зв'язків між іонами хрому. Іонний радіус хрому рівний 0,63 $\mathring{A}$, що більше ніж іонний радіус алюмінію — 0,51 $\mathring{A}$. Внаслідок цього — при введенні іонів хрому виникає деформація октаедра, утвореного шістьма іонами кисню O^{2-} (рис. 9.1, 9.2). Спотворення октаедра зумовлює зниження симетрії кристала до $D_{3d}^6 = R\bar{3}c$. Іони алюмінія розташовано вздовж вісі C_3, а іони хрому в кисневому октаедрі зміщені на 0,1 $\mathring{A}$ вздовж вісі C_3 відносно місця, яке займає Al. Симетрія місця іона Cr^{3+} — C_{3v}.

Для генераторів використовують, так звані, рожеві рубіни з ваговою концентрацією Cr_2O_3 порядку 0,05-0,07%, що

відповідає абсолютній концентрації іонів хрому $N = 1{,}6 \times 10^{19}$ см$^{-3}$.

Атом хрому належить до групи заліза з недобудованою $3d$ оболонкою. Нейтральний атом має конфігурацію основного стану $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s - {}^7S_3$. Трикратно іонізований атом хрому, втрачаючи три зовнішніх електрони, приймає конфігурацію $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 - {}^4F_{3/2}$, тобто у зовнішній оболонці знаходяться три еквівалентних d-електрони.

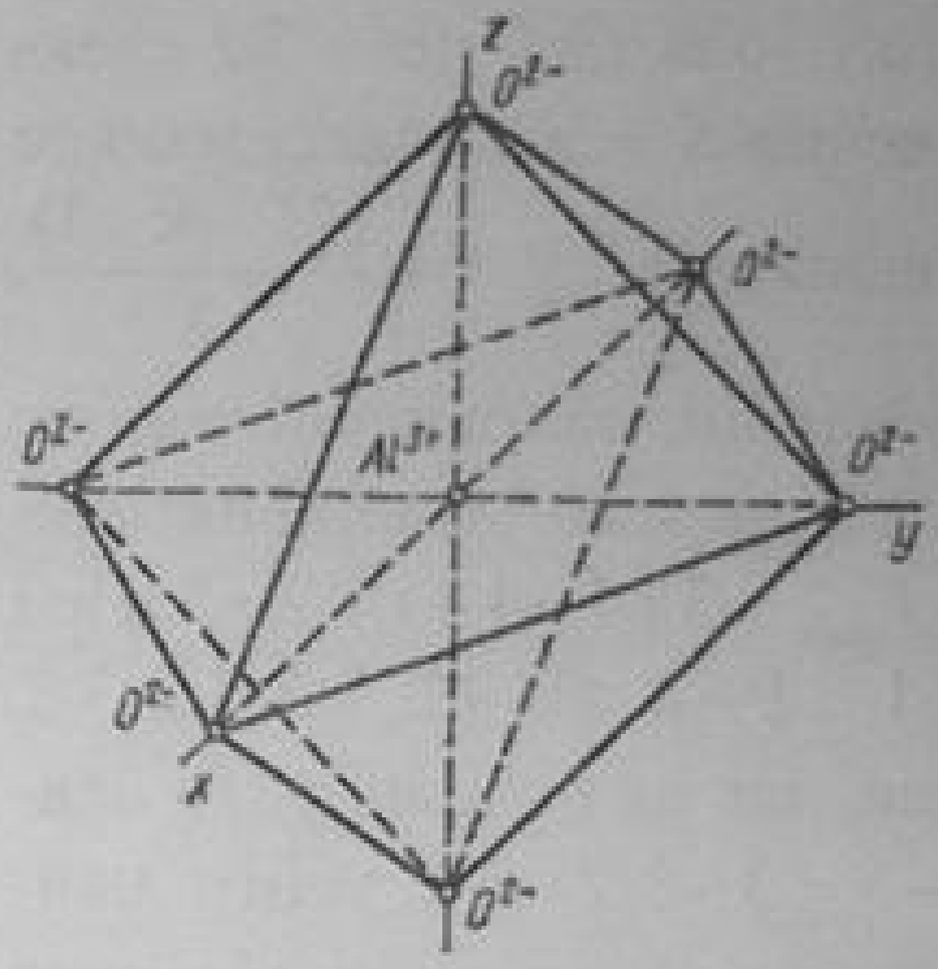


Рис. 9.1

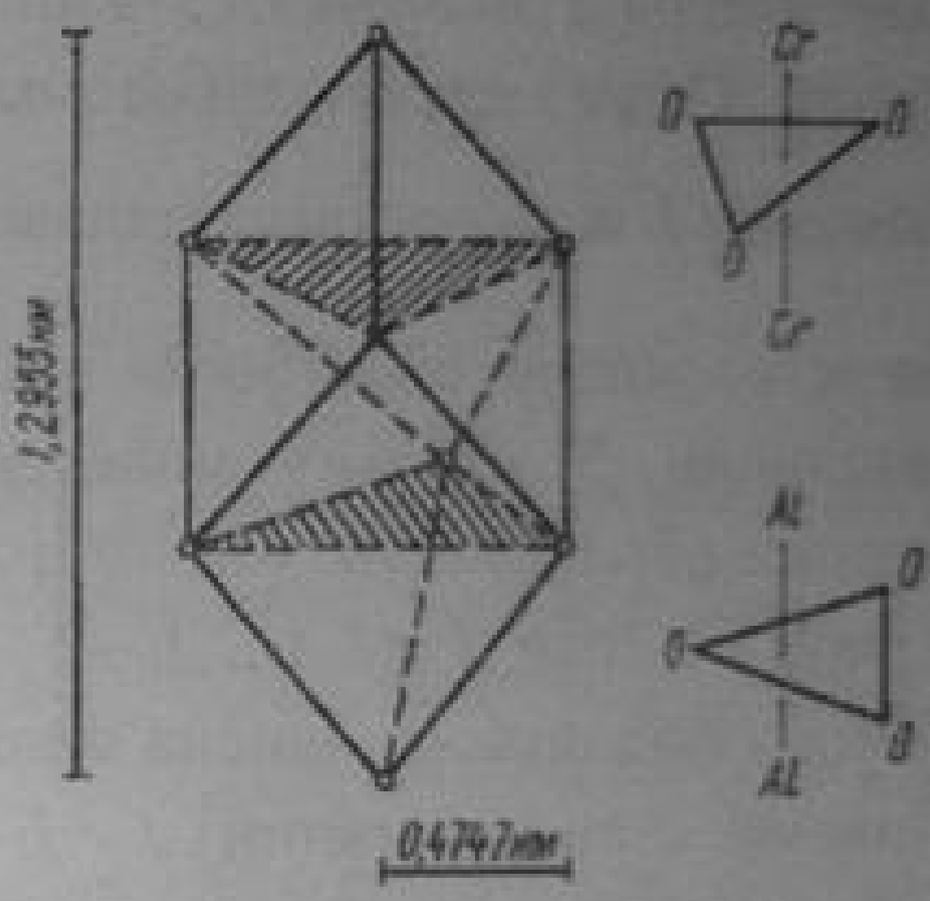


Рис. 9.2

Взаємодія електронів іонів хрому досить добре описується нормальним типом зв'язку. Відповідно до цього для двох зовнішніх електронів маємо:

$$L' = \ell_1 + \ell_2; \ell_1 + \ell_2 - 1; \ldots; |\ell_1 - \ell_2|;$$
$$S' = s_1 + s_2; s_1 + s_2 - 1; \ldots; |s_1 - s_2|.$$

Врахування третього електрона дає:

$$L = L' + \ell_3; L' + \ell_3 - 1; \ldots; |L' - \ell_3|;$$
$$S = S' + s_3; S' + s_3 - 1; \ldots; |S' - s_3|.$$

Відповідно до загальних правил Гунда більш глибоко розташовуються терми з більшими значеннями S, а при однакових S — з більшими L. З урахуванням принципу Паулі отримуємо для вільного тривалентного іона хрому дві групи термів: $S=\frac{1}{2}(\uparrow\downarrow\uparrow)$ і $S=\frac{3}{2}(\uparrow\uparrow\uparrow)$. Дублети складаються з термів $^2P, ^2D, ^2F, ^2H$ (терм ^2D зустрічається двічі) з $æ=2$. Квартети з термів $^4P, ^4F$ – з $æ=4$. Відповідно до правила Гунда: найбільш імовірна конфігурація найнижчого терма, за якою сумарний спін S і орбітальний момент L мають максимальне значення. У випадку іона Cr^{3+} це – $3d$ електрони. Отже, максимальне значення $S=3/2$. Максимальне значення L визначається із співвідношення $L_{max}=к\frac{(2\ell-к+1)}{2}$,

де к — число електронів в оболонці, заповненій менше половини. У нашому випадку є три з 10 можливих електрони оболонки $d(\ell=2)$, тобто $L_{max}=3\,(4-3+1)/2=3$. Це і є терм F. Отже, $J=L+S, L+S-1,\ldots L-S$ або $9/2, 7/2, 5/2, 3/2$. Якщо оболонка заповнена менше, ніж на половину, то найнижчий стан (основний) $J=L-S=3-3/2=3/2$, тобто, найнижчий стан $^4F_{3/2}$. Таким чином, основному стану вільного іона хрому відповідає терм $^4F_{3/2}$, який характеризується чотирикратним спіновим ($2S+1=4$) і семикратним орбітальним ($2L+1=7$) виродженням. Загальне виродження рівне 28.

У кристалічній матриці (в рубіні) іони хрому знаходяться в статичному електричному полі гратки. Внаслідок Штарк-ефекту орбітальне виродження частково знімається. Розщеплення термів залежить від симетрії електричного поля, яка визначається симетрією найближчого довкілля іона хрому. В електричному полі кубічної симетрії основний терм іона хрому $^4F_{3/2}$ розщеплюють на три рівні: орбіталь-

ний синглетний ${}^4A_2$ і два орбітальних триплетних ${}^4F_1({}^4T_1)$ і ${}^4F_2({}^4T_2)$.* При цьому у кожного з рівнів зберігається чотирикратне вироджения по спіну.

$$O_h({}^4F_{3/2}) \rightarrow D_{3d}({}^4A_2 + {}^4F_1 + {}^4F_2).$$

Після зняття електронним полем часткового вироджения найнижчим рівнем виявляється ${}^4A_2$. Оскільки електричне поле в рубіні внаслідок нееквівалентності іонних радіусів алюмінію ($0{,}51\,\mathring{A}$) і хрому ($0{,}63\,\mathring{A}$) не чисто кубічне, а тригональне, то чотирикратне вироджения рівня ${}^4A_2$ також частково знімається. В результаті цього основний стан ${}^4A_2$ розщеплюється на два підрівні:

$${}^4A_2 \xrightarrow{C_{3v}} {}^4A_2(\pm 1/2) + {}^4A_2(\pm 3/2),$$

відстань між якими рівна $0{,}38\text{см}^{-1}$; розщеплюються й інші рівні. Реальна енергетична схема іона Cr^{3+} у рубіні (рис. 9.3) складається з двох наборів рівнів. Один набір (ліва частина рисунка) відповідає іону Cr^{3+} з $S = 3/2$, у якого найнижчий рівень ${}^4A_2$. Рівні ${}^4F_2$ і ${}^4F_1$ складаються з шести дублетів, які перекриваються. Другий набір рівнів іона Cr^{3+} (права частина рисунка) відповідає станам із $s = 1/2$ з найнижчим метастабільним рівнем ${}^2E$; при кімнатній температурі його час життя $3{,}4 \cdot 10^{-3}$ с. Метастабільний стан іона Cr^{3+} двічі виродженний по спіну і двічі-орбітально: ${}^2E(L = 1, S = 1/2)$;

---

* *Використаний термін "орбітальний синглет" означає, що по орбітальному (і тільки по орбітальному) квантовому числу вироджения немає, а у орбітального триплета — є. Потрібно розрізняти позначення термів F вільного іона з позначенням рівнів іона в кристалічному полі $F_1(T_1)$ і $F_2(T_2)$, які взяті з теорії груп у позначеннях Маллікена.*

$^2E(L=1,S=-1/2)$; $^2E(L=-1,S=1/2)$; $^2E(L=-1,S=-1/2)$. У результаті спін-орбітальної взаємодії та впливу кристалічного поля рівень ^2E поділяється на два двократно вироджених дублети:

$$D_{3d}(^2E) \to C_{3v}(2\bar{A}+\bar{E}).$$

Верхній дублет $2\bar{A}\{^2E(L=1,S=1/2);\ ^2E(L=-1,S=-1/2)$ і нижній — $\bar{E}\{^2E(L=1,S=-1/2);\ ^2E(L=-1,S=1/2)\}$ мають інтервал між собою в 29см^{-1}.

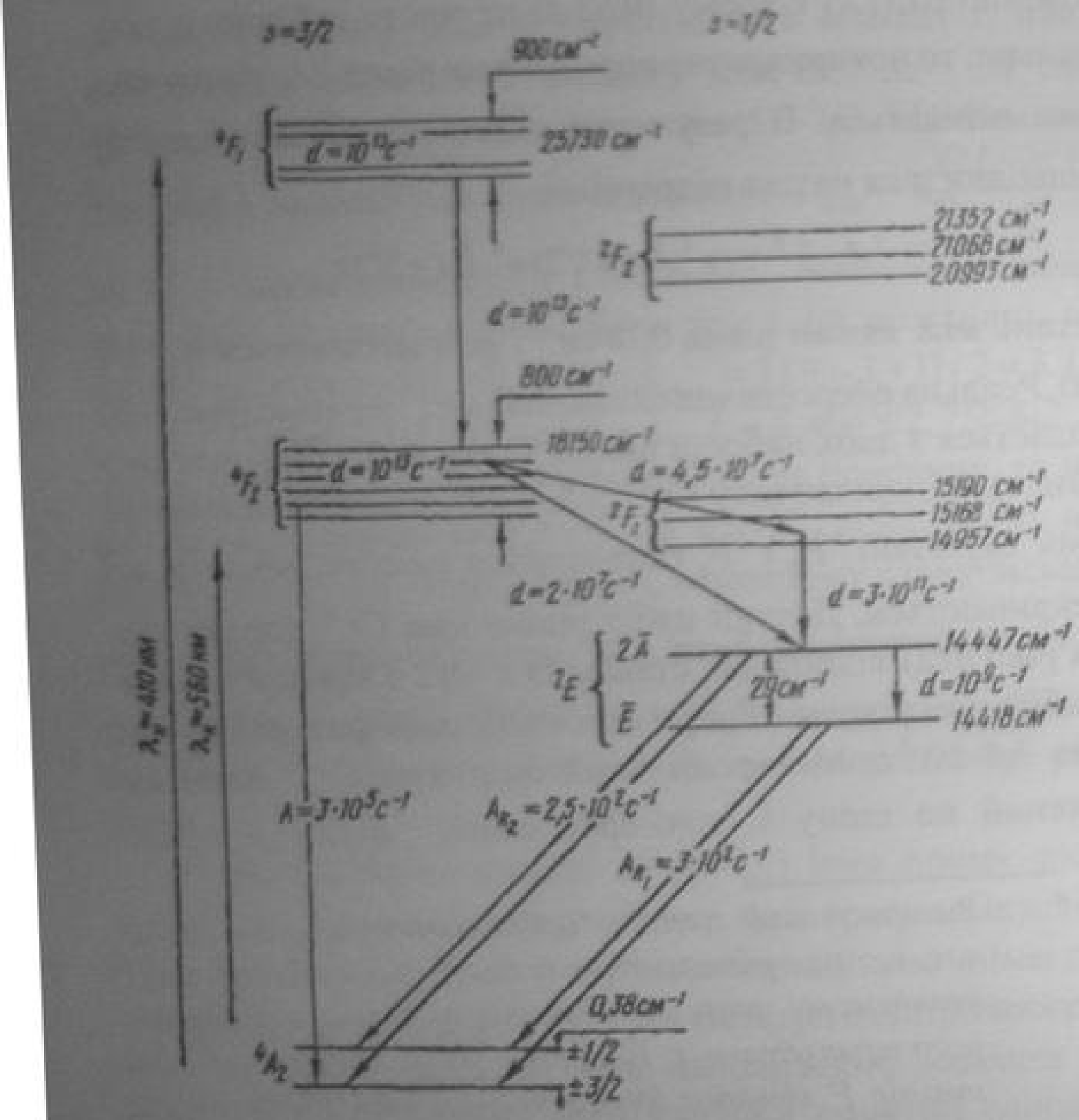


Рис. 9.3

У результаті дії кристалічного поля терми вільного іона перемішуються, тобто електронні стани описуються хвильовими функціями однакової симетрії, але які належать різним термам вільного іона (рис. 9.3).

Це призводить до порушення правил відбору, які досить суворо виконуються для вільного іона. Значення імовірностей переходів між робочими рівнями наведено на енергетичній схемі (рис. 9.3).

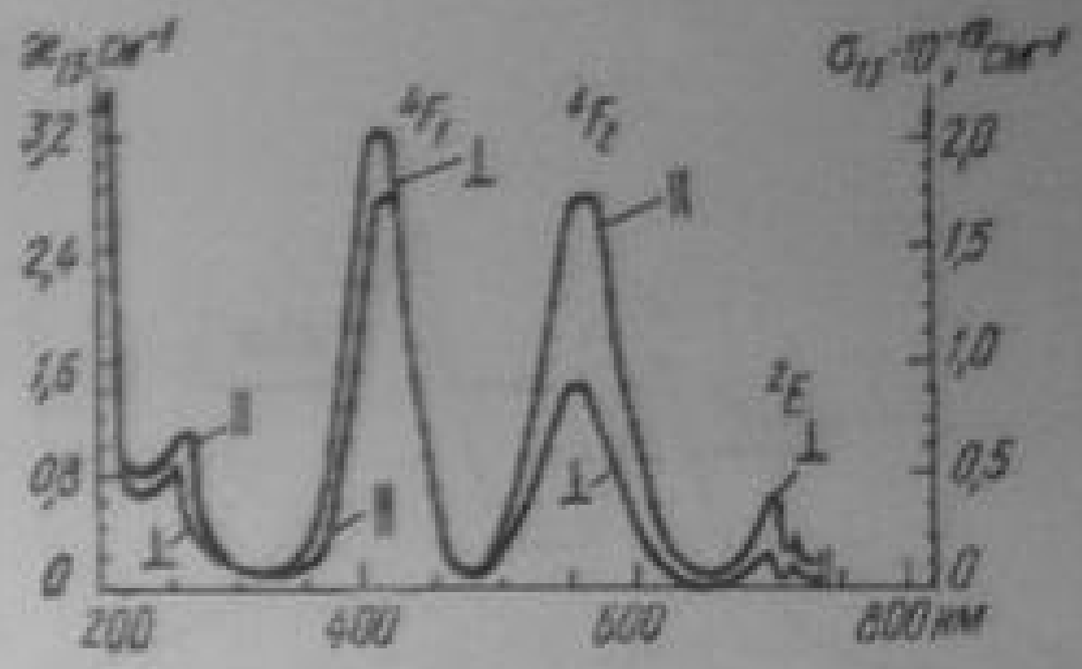


Рис. 9.4

Випромінювальні переходи з рівнів ${}^4F_1$ і ${}^4F_2$ на ${}^2F_1$ і ${}^2E$ заборонені інтеркомбінаційним правилом, але безвипромінювальні переходи в силу взаємодії спін-гратка — дозволені. Найбільш сприятливими областями накачуванняи рубіна є дві потужні смуги поглинання:

$$ {}^4A_2 \xrightarrow{(u)} {}^4F_1 \text{ і } {}^4A_2 \xrightarrow{(o)} {}^4F_2 $$

з максимумом близько 4100 $\mathring{A}$ і 5600 $\mathring{A}$, U- і Y-смуги відповідно. Криві поглинання показано на рис. 9.4. В результаті накачування частинки, які потрапляють на рівень ${}^4F_2$ і ${}^4F_1$, швидко переходять на ${}^2F_1$ і ${}^2E$. Рівень ${}^2F_1$ є проміжним на шляху частинок до метастабільного рівня ${}^2E$, де вони накопичуються, оскільки перехід на найнижчий рівень

$^4A_2$ відбувається з порушенням інтеркомбінаційної заборони ($\Delta S = 0$).

Коефіцієнти поглинання в смугах U, Y рівні 2-3 см$^{-1}$, тому діаметр рубінових стрижнів не рекомендується робити більшими, ніж 2–3 см. Інакше випромінювання накачування не буде ефективно проникати всередину робочого елемента й активне середовище буде накачаним суттєво неоднорідно в поперечному перерізі, що погіршить параметри лазерного випромінювання.

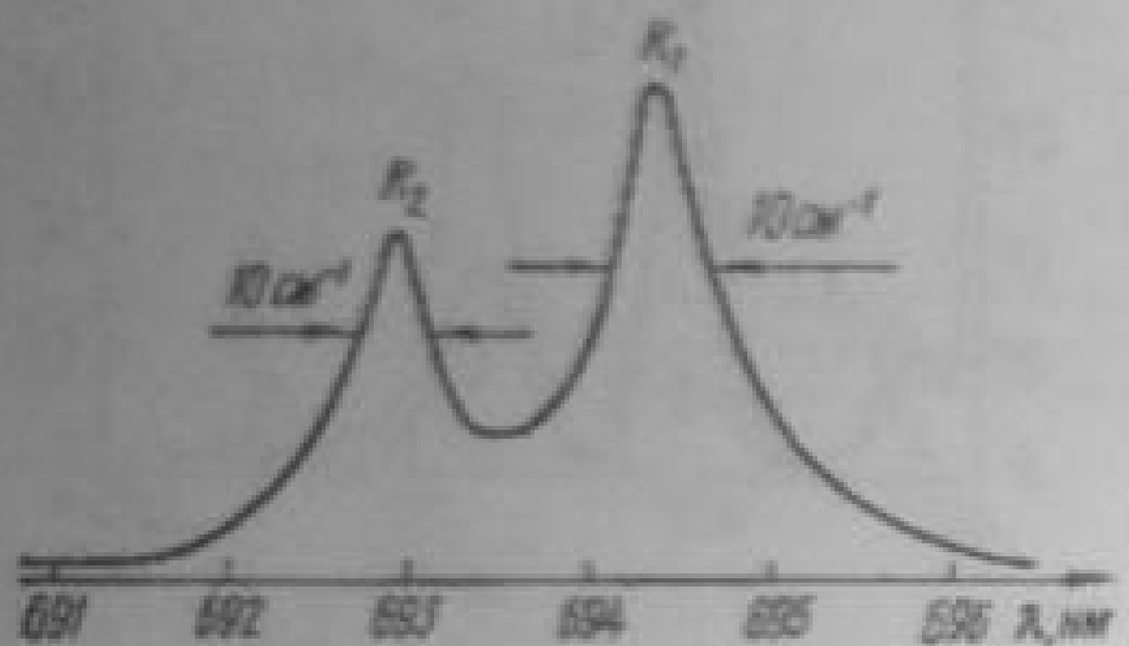


Рис. 9.5

Спектр спонтанного випромінювання рубіна (люмінесценції) аналогічний спектру поглинання на переході $^2E \rightarrow$ $\rightarrow {}^4A_2$ – R-смуги. Спектрограма люмінесценції R-смуги рубіна при кімнатній температурі показана на рис. 9.5. Кожна з R-ліній є дублетом, оскільки $^4A_2$ розщеплений. При кімнатній температурі внаслідок великої ширини R-смуги ~ 1 см$^{-1}$ це розщеплення виявити не можна. При зниженій температурі кристала R_1 і R_2 смуги суттєво звужуються і дещо зміщуються в короткохвильову сторону (рис. 9.5) $\lambda_{R_1}^{300K} =$ $= 6943\,\mathring{A} \rightarrow \lambda_{R_1}^{77K} = 6934\,\mathring{A}; \lambda_{R_2}^{300K} = 6929\,\mathring{A} \rightarrow \lambda_{R_2}^{77K} = 6919\,\mathring{A}$). При температурі рідкого азоту проявляється дублетна структура R-смуги, що добре видно на рис. 9.6.

R-смуги рубіна мають надтонку ізотопну структуру відповідно з 4 ізотопами: Cr^{50} (4,3%), Cr^{52} (83,7%), Cr^{53} (9,6%) і Cr^{54} (2,4%), що чітко проявляється при температурі рідкого гелію 4,2 К. На рис. 9.6. положення ізотопних смуг і їх відносні інтенсивності показані вертикальними лініями.

Отже, як видно з рис. 9.3, прийнята схема енергетичних рівнів обумовлює експериментальну реєстрацію переходів, які позначаються латинськими буквами в порядку зростання

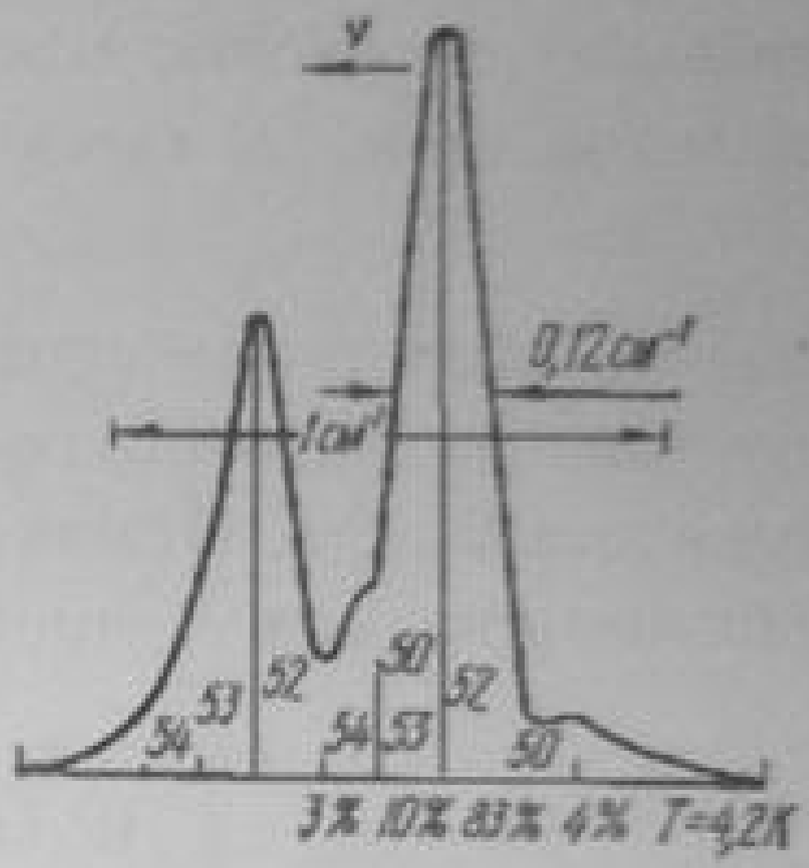


Рис. 9.6

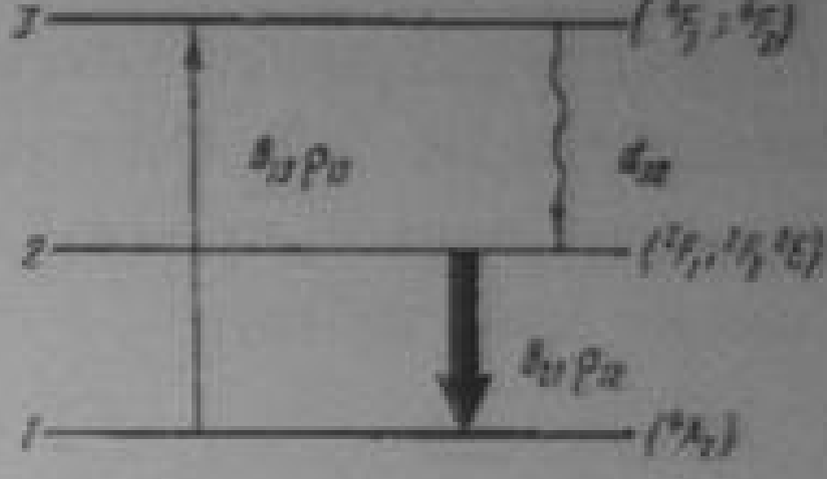


Рис. 9.7

хвильових чисел *R*, *U*, *B*, *Y*, утворюючи слово *RUBY* (рубін). При цьому смуги *R*, *U*, *B*, *Y* спостерігаються в поглинанні, а *R* — ще й у випромінюванні (люмінесценції). Саме цьому переходу рубін зобов'язаний своїм забарвленням.

Квантовий вихід люмінесценції рубіна η при збудженні в зеленій смузі рівний — 0,78, а енергетичний — 0,62. Аналогічна ситуація і при збудженні у синій смузі — в середньому $\eta = 0{,}7$. Зі зниженням температури η зростає, досягаючи одиниці при 77 К. Збільшення температури вище кімнатної призводить до різкого падіння η. Окрім цих смуг поглинання в рубіні є широка смуга в ультрафіолетовій області (2500 $\mathring{A}$). Але квантовий вихід люмінесценції для цієї

смуги відносно малий ($\eta \sim 0{,}4$) і тому її значення в накачуванні невпливове.

Відмітимо, що при збудженні в R-смузі квантовий вихід рівний одиниці, але інверсію створити не можна, бо в цьому випадку має місце дворівнева схема функціонування.

Час життя метастабільного стану ^2E зі зниженням температури зростає, так, якщо при $293\,K$ $\tau_{2E} \simeq 3{,}4 \cdot 10^{-3}$ с, то при $T = 77K$ $\tau \simeq 4{,}3 \cdot 10^{-3}$ с. Часи життя на підрівнях $2\bar{A}$ і $\bar{E}$ при $293\,K$ рівні $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ і $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ с, відповідно. Внаслідок великої імовірності безвипромінювальних переходів, між ними ($\Delta E = 29\text{см}^{-1} << \text{к}T$) метастабільний стан ^2E характеризується $\tau = 3{,}4 \cdot 10^{-3}$ с.

Реальна схема рівнів рубіна складна. Разом із тим вона відповідає трирівневій схемі функціонування квантового генератора (рис. 9.7). Оцінимо порогову заселеність метастабільного рівня E, при якій коефіцієнт поглинання в R_1-лінії змінює знак, тобто:

$$n_{\bar{E}} - \frac{q_{\bar{E}}}{q_{^4A_2}} n_{^4A_2} = 0. \qquad (9.1)$$

Закон збереження частинок у даному випадку має вигляд:

$$n_{\bar{E}} + n_{\bar{A}} + n_{^4A_2} = N; \; n_{^4F_2} = 0.$$

Оскільки $q_{\bar{E}} = 2, q_{^4A_2} = 4,$ і при кімнатній температурі $n_{\bar{E}} \simeq n_{2\bar{A}}$, так як $\Delta E = 29\text{см}^{-1} << \text{к}T$, то з системи рівнянь:

$$n_{\bar{E}} + n_{2\bar{A}} + n_{^4A_2} = N \qquad n_{\bar{E}} \simeq n_{2\bar{A}} \qquad 2n_{\bar{E}} = n_{^4A_2}$$

$$n_{\bar{E}} - \frac{q_{\bar{E}}}{q_{^4A_2}} n_{^4A_2} = 0 \qquad 2n_{\bar{E}} + n_{^4A_2} = N \qquad 2n_{\bar{E}} + 2n_{\bar{E}} = N$$

$$n_{\bar{E}} - \frac{1}{2} n_{^4A_2} = 0 \qquad n_E = \frac{1}{4} N$$

отримуємо, що умова (9.1) виконується, якщо:

$$n_{\bar{E}} = \frac{1}{4} N. \qquad (9.2)$$

Густина енергії необхідна для виконання умови (9.2):

$$U_{min} = h\nu_{^4A_2 \to {}^4F_2} \cdot \eta^{-1} (n_{\bar{E}} + n_{2\bar{A}}).$$

Зробимо оцінку величини U_{min}. Для рожевого рубіна $h\nu_{^4A_2 \to {}^4F_2} = 3{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж; $\eta = 0{,}7$; $N = 1{,}6 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$. Отже:

$$U_{min} = 3{,}5 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}7^{-1} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{19} = 4 \text{Дж} \cdot \text{см}^{-3}.$$

Для стаціонарної генерації важлива потужність накачування ($B_{13}\rho_{13}$), необхідна для підтримання інверсії на робочих рівнях. Необхідну потужність накачування можна оцінити, виходячи з часу життя метастабільного стану. Вимогою для підтримання стаціонарної заселеності на робочому рівні (2) можна вважати:

$$B_{13}\rho_{13} > A_{21}.$$

Отже, необхідна потужність поглинання (порогове накачування P_H^n) при $A_{21} \simeq 3 \cdot 10^2$ с$^{-1}$ ($\tau = 3{,}4 \cdot 10^{-3}$ с):

$$P_H^n = A_{21} \cdot h\nu_{^4A_2 \to {}^4F_2} \Delta n_{21} \simeq 3 \cdot 10^2 \text{с}^{-1} \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-19} \text{Дж} \times$$

$$\times 0{,}8 \cdot 10^{19} \text{см}^{-3} = 8{,}4 \cdot 10^2 \text{Вт} \cdot \text{см}^{-3} \simeq 10^3 \text{Вт} \cdot \text{см}^{-3},$$

тобто необхідна потужність накачування буде порядку 10^3 Вт $\cdot$ см$^{-3}$, якщо збудження виконується тільки в смузі $^4A_2 \to {}^4F_2$. Потужність же вимушеного випромінювання — рівна різниці між потужністю накачування та її пороговим рівнем із врахуванням безвипромінюваних втрат у каналі накачування:

$$P_\Gamma = (P_H - P_H^n) \frac{\nu_{12}}{\nu_{13}},$$

де $h\nu_{12} = h\nu_{\bar{E} \to {}^4A_2} = 2{,}8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Якщо накачування перевищує порогову потужність всього на 10%, то генерована потужність буде близько:

$$P_r = 10^2 \cdot 2{,}8 / 3{,}5 = 80 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3}.$$

Порівняємо спектральні густини потужності накачування і генерації. Ширина смуги $\Delta\nu_{^4F_2} = 10^3 \text{ см}^{-1}$, а ширина лінії генерації $\Delta\nu'_2 = 0{,}01 \text{ см}^{-1}$. Отже, спектральна густина випромінювання накачування порядку $3 \cdot 10^{-11} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$, а генерації $\sim 2{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. Таким чином, спектральна густина генерованого випромінювання на три порядки вища, ніж у накачування. Таку ж або й більшу спектральну густину потужності випромінювання можна отримати тільки за допомогою квантових генераторів.

Виконані оцінки потужності накачування дещо занижені, оскільки не враховано діелектричні втрати, різного виду конструктивні й технологічні особливості, які виникають при виготовленні квантового генератора. Це призводить до того, що швидкість накачування приходиться збільшувати до 10 і більше A_{21}, тобто, не до $10^3 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3}$, а до $\sim 10^4 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-3}$.

Вимушене випромінювання, в принципі, можна отримати як на R_1, так і на R_2-смузі. Рубінові генератори працюють, як правило, на R_1-смузі, оскільки для неї простіше реалізувати порогові умови.

Поляризаційні характеристики генерованого випромінювання рубіна залежать від орієнтації його оптичної вісі (C-вісі) відносно геометричної вісі робочого елемента. Взагалі кажуть, що поляризація вимушеного випромінювання відповідає поляризації спонтанної люмінесценції. При нульовій орієнтації рубінового елемента (поздовжня вісь елемента збігається з його оптичною C-віссю) — генерується неполяризоване випромінювання, а при 90° чи 60° — орієнтації — плоскополяризоване. Причому, орієнтація електричного вектора E випромінюваної електромагнітної хви-

лі спрямована перпендикулярно до площини, в якій лежить оптична та геометрична вісі робочого елемента.

Рубінові кристали можуть також використовуватися як квантові генератори і НВЧ-діапазону. Це зумовлено тим, що найнижчий рівень $^4A_2$ вироджений, а при накладенні зовнішнього магнітного поля вироджения буде зніматись повністю (Зеєман-сфект), у результаті чого утворюється типова схема трирівневого лазера. Природно, внаслідок анізотропії рубінового кристала розташування невироджених рівнів енергії залежить від взаємної орієнтації зовнішнього магнітного поля H_0 і внутрішньокристалічного електричного поля E.*

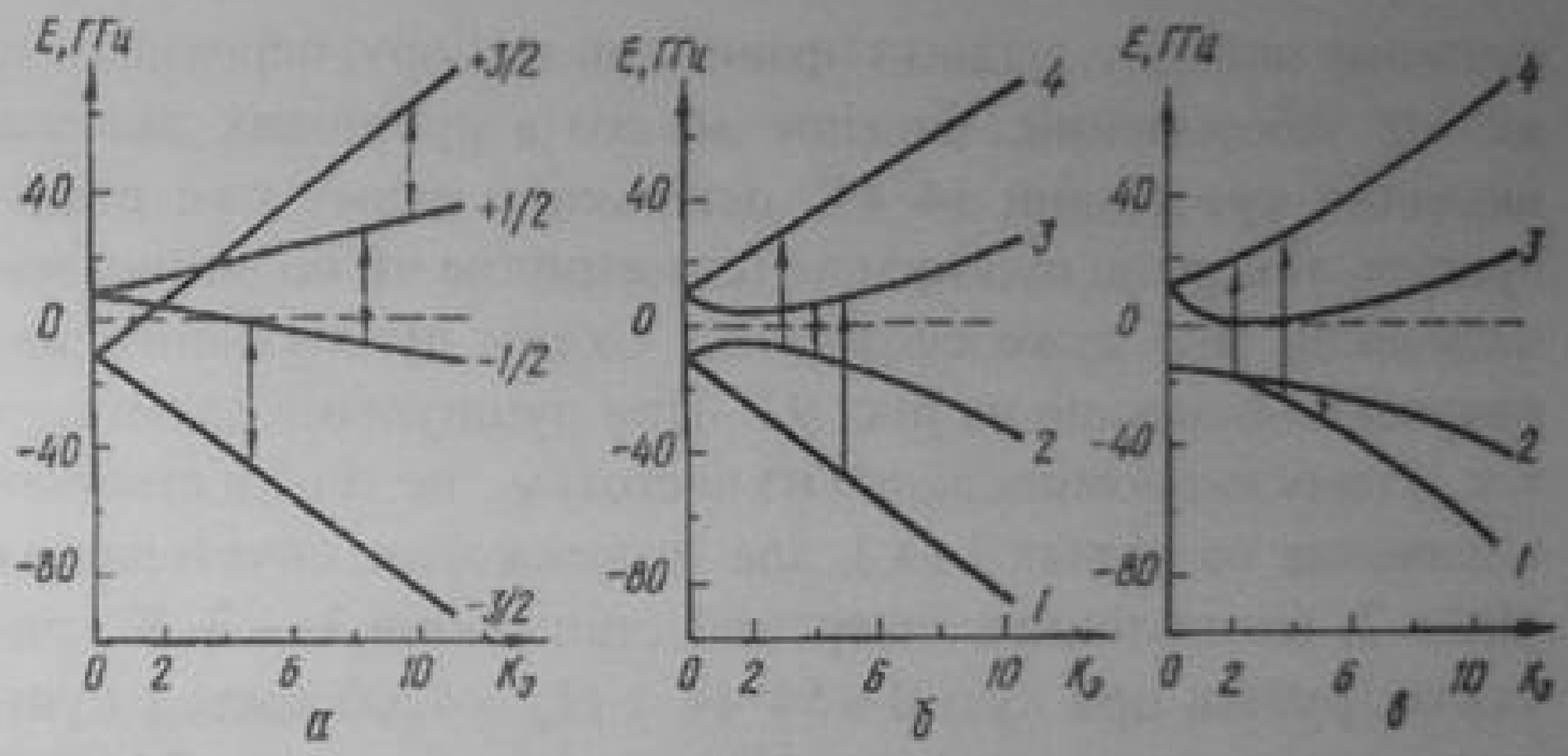


Рис. 9.8

Якщо кут θ між H_0 і E рівний нулю, то розташування рівнів при знятті вироджения виникає таке, як показано на рис. 9.8, *а*, а при $\theta = 51^\circ 44' - (\delta)$ і при $\theta = 90^\circ - (в)$.

При роботі мазера в режимі підсилення беруть участь три найнижчі рівні — 1, 2 і 3. За допомогою електромагнітного поля виконується накачування на частоті переходу ν_{13}. Рівень накачування створюється такий, щоб виникало наси-

* *Напрям $\bar{E}$ збігається з напрямом оптичної вісі C.*

чення на цьому переході, тобто $n_3 = n_1$, тим самим забезпечується інверсія населеностей між рівнями 3 і 2 ($n_3 > n_1$), а також, і умови, необхідні для підсилення сигналу на частоті ν_{23}. Схема буде активно працювати тільки в тому випадку, якщо між H_0 і E буде кут, відмінний від нуля. У проти-

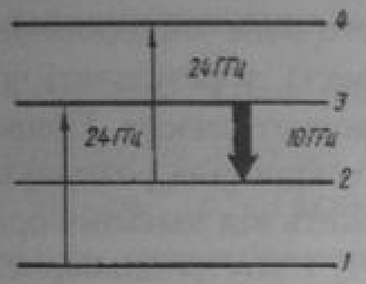


Рис. 9.9

лежному випадку, згідно з правилами відбору, перехід з $-\frac{3}{2}$ на $+\frac{1}{2}$ заборонений. Частіше всього в рубінових лазерах вказаний кут рівний $54^0 44'$, оскільки в цьому разі реалізується, так зване пушпульне (симетричне чи подвійне) накачування, яке дуже ефективне. Схему пушпульного накачування показано на рис. 9.9. При пушпульній схемі $\nu_{13} = \nu_{24}$, тому випромінювання на частоті ν_{13} не тільки створює насичення на рівнях $1 \leftrightarrow 3$, але й прискорює спустошення рівня 2, що поліпшує інверсний стан рівнів $3 \rightarrow 2$. У кристалах рубіна при куті $\theta = 54°44'$ *і* $H_0 = 4200$ ерстед пушпульне накачування виконується на частоті порядку 24 ГГц ($1 \rightarrow 3$ і $2 \rightarrow 4$), а підсилення сигналу відбувається на частоті ~10 ГГц ($3 \rightarrow 2$). У лабораторії О.М. Прохорова був створений підсилювач на переході $3 \rightarrow 2$ з частотою порядку 3 ГГц. Накачування відбувалось на переході $1 \rightarrow 3$ з частотою 15 ГГц. При зниженні температури такого лазера до 2*K* підсилювач самозбуджувався і працював у режимі генерації. При $(H^{\wedge} E) = 90^{\circ}$ і напруженості магнітного поля від 1500 до 4000 ерстед рубіновий лазер забезпечує хорошу роботу на частотах від 1 до 6 ГГц, а при $(H^{\wedge} E) = 54^{\circ} 44'$, починаючи з 6 ГГц.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте вимоги, якими задовольняються активні елементи твердотільних лазерів.
2. Що фізично обмежує діаметр рубінових стрижнів як активного середовища?
3. Порівняйте основні характеристики рівнів рубіна.
4. Чим визначається поляризація випромінювання рубінового лазера?
5. Дайте оцінку ефективності пушпульного накачування у випадку рубіна як активного елемента.

відають дублетні ($^2PDFGIKL$) і квартетні (^4SDFGI) терми, найнижчий терм — $^4I^0_{9/2}$. Оптичні спектри іона неодиму характеризуються, в основному, забороненими переходами у межах оболонки $4f$. Схему рівнів енергії Nd^{3+} показано на рис 10.1.

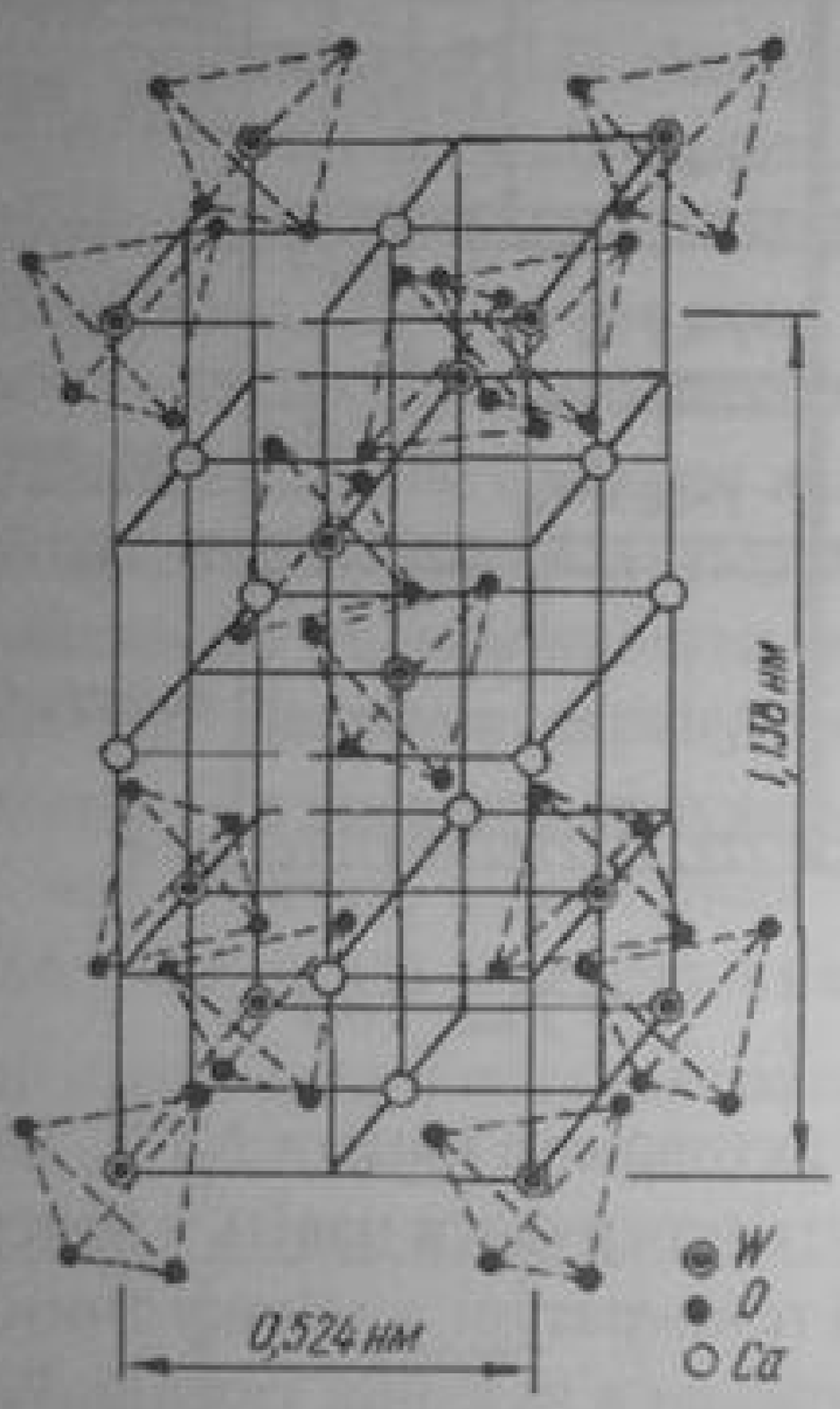


Рис. 10.2

Генерація на іонах Nd^{3+} спостерігалась на великій кількості матеріалів. Деякі з них мають "двовалентні гратки", що ускладнює інтерпретацію спектрів поглинання і випромінювання внаслідок нескомпенсованих зарядів. Проблема компенсації заряду розв'язується різними способами, зокрема, введенням іонів лужних металів Na^+, Li^+, K^+, що втричі знижує поріг генерації та спрощує спектр поглинання і випромінювання. Наприклад, $CaWO_4$ допускає вве-

дення різних активаторів (Nd^{3+}, Pr^{3+}, Ho^{3+}, Er^{3+}, Dy^{3+}) із малими порогами генерації та дозволяє здійснити неперервну генерацію при кімнатній температурі на Nd^{3+}. Ця матриця має структуру шеєліта, тобто тетрагональну гратку ($a = b \neq c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90°$). Просторова група C_{4h}^{6}. Елементарна комірка має чотири молекули $CaWO_4$ з постійними гратки $a = b = 5{,}24\,\text{Å}$ і $c = 11{,}38\,\text{Å}$ (рис. 10.2). Спектр поглинання іона

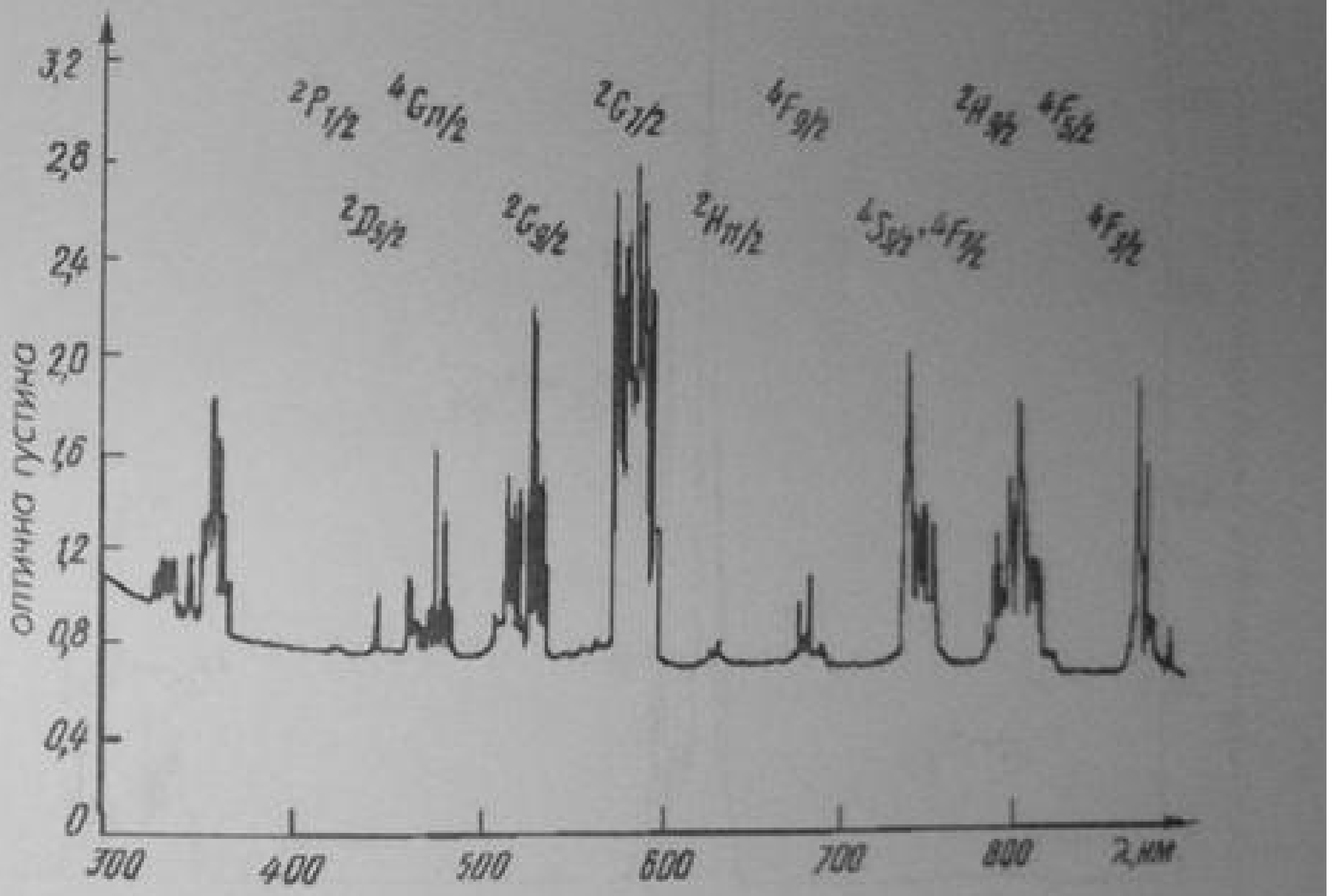


Рис.10.3

неодиму (спектрограму якого в матриці $CaWO_4$ показано на рис. 10.3) складається з великої кількості дуже вузьких груп ліній, зумовлених переходами з підрівнів основного стану $^4I^0_{9/2}$ на систему підрівнів збуджених термів. Найбільш потужна смуга поглинання з максимумом на довжині хвилі $5800\,\text{Å}$ ($^4I^0_{9/2} \rightarrow {}^2G_{7/2}$) має ширину порядку $200\,\text{Å}$. У більшості з цих ліній сила осцилятора порядку 10^{-6}. Спектр люмінес-

§10. Неодимовий квантовий генератор

Типовими представниками лазерів, що працюють за чотирирівневою схемою, є лазери на тривалентних іонах групи лантанідів (^{59}Pr, ^{60}Nd, ^{62}Sm, ^{64}Gd, ^{66}Dy, ^{67}Ho, ^{68}Er, ^{69}Tm, ^{70}Nd) і актинідів (^{93}Np, ^{94}Pu, ^{95}Am і ^{96}Cm). Велика роль у систематичних дослідженнях спектроскопічних властивостей лантанідів і актинідів належить П.П. Феофілову. У цих елементах оболонки $4f$ і $5f$, які забудовуються, повністю захищені двома заповненими оболонками $5s5p$ або $6s6p$, відповідно. Внаслідок цього електричне поле гратки набагато слабше впливає на спектр люмінесценції, ніж у випадку іонів групи перехідних металів. Спектри люмінесценції, які спостерігаються, інтерпретуються як переходи в середині незаповненої f-оболонки на компоненти розщеплення основного мультиплета. Дякуючи екрануванню сили осциляторів для переходів f-f в поглинанні дуже малі $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$ і, відповідно, час життя спонтанної люмінесценції $\sim 100 \div 200$ мкс ($A_{ik} \approx \tau_{ik}^{-1}$). Із представників цього класу об'єктів найбільш важливими з погляду застосування в лазерах є такі іони:

Елемент	Символ	Робочий перехід	$\lambda_{генер}$, мкм	ΔE_{12}, $см^{-1}$
Неодим	Nd^{3+}	$^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$	1,06	2200
Диспрозій	Dy^{2+}	$^5I_7 \rightarrow {}^5J_8$	2,36	35
Самарій	Sm^{2+}	$^5D_0 \rightarrow {}^7F_1$	0,70	263
Ербій	Er^{3+}	$^4J_{13/2} \rightarrow {}^4J_{15/2}$	1,61	375
Гольмій	Ho^{3+}	$^5J_7 \rightarrow {}^5J_8$	2,05	250
Празеодим	Pr^{3+}	$^1G_4 \rightarrow {}^3H_4$	1,05	377

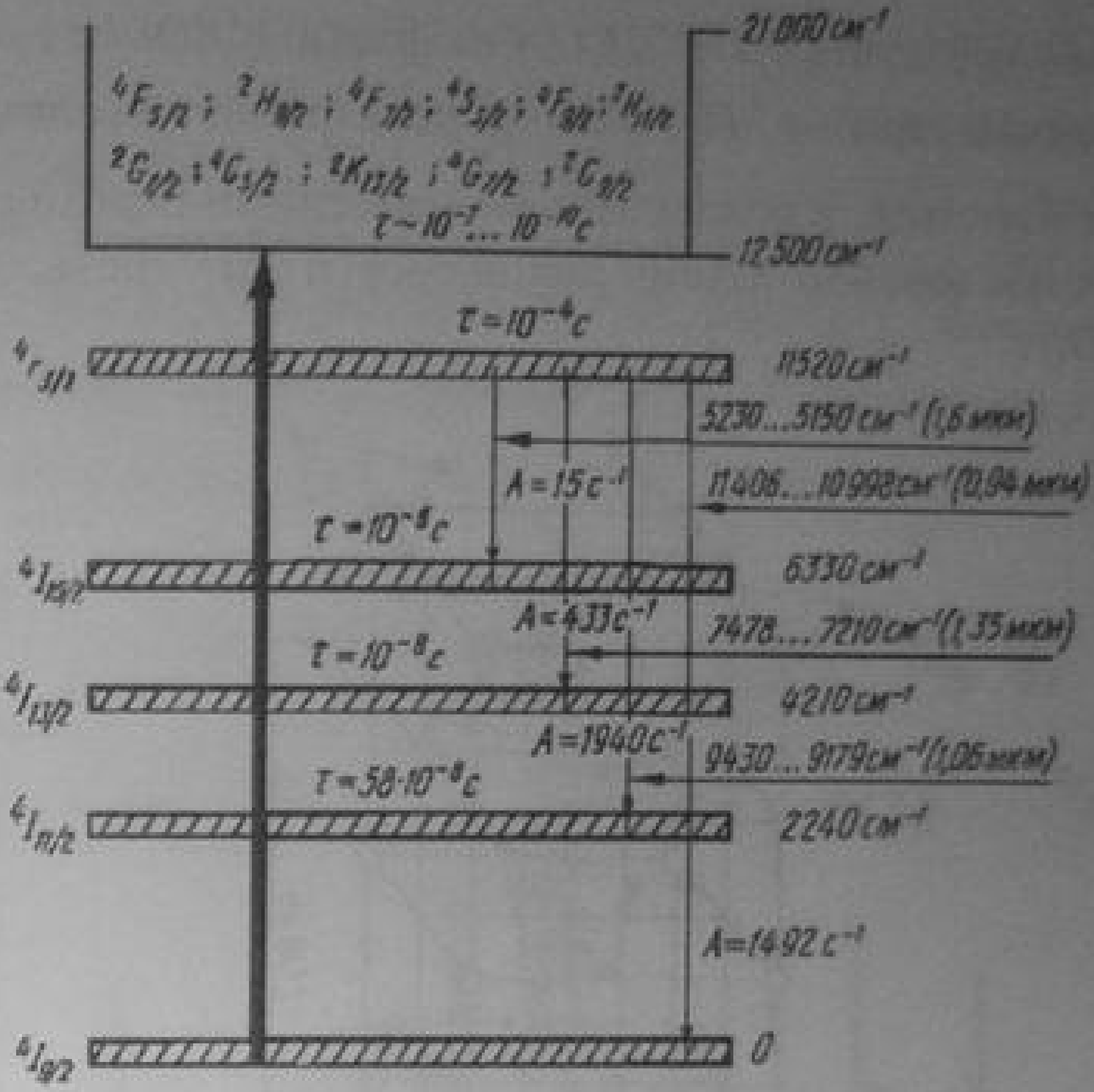


Рис. 10.1

Середовища, активовані іонами Nd^{3+}, мають дуже низький поріг і можуть генерувати навіть у неперервному режимі при кімнатній температурі, у зв'язку з чим, вони отримали найбільше поширення в лазерній техніці. Розглянемо їх детальніше.

Тривалентний іон неодиму Nd^{3+} (іонний радіус 1,15 Å) має конфігурацію $4f^3\,{}^4I^0_{9/2}$* зовнішніх електронних оболонок. Наявність в оболонці $4f$ трьох електронів зумовлює велике число енергетичних рівнів і, відповідно, дуже складний спектр поглинання та люмінесценції. Оболонці $4f$ відпо-

---

* *Електронна конфігурація нормального стану Nd* I– $-4f^4 6s^2\,{}^5I_4$. *При трикратній іонізації атома неодиму Nd* IV- $^4f^3\,{}^4I^0_{9/2}$.

ценції Nd^{3+} в матриці $CaWO_4$ показано на рис. 10.4. Він складається з чотирьох смуг:

$$^4F_{3/2} \to {}^4I^0_{9/2};\ ^4F_{3/2} \to {}^4I_{11/2};\ ^4F_{3/2} \to {}^4I_{13/2};\ ^4F_{3/2} \to {}^4I_{15/2}$$

із відносним розподілом інтенсивності 0,07; 0,80; 0,11; 0,02, відповідно.

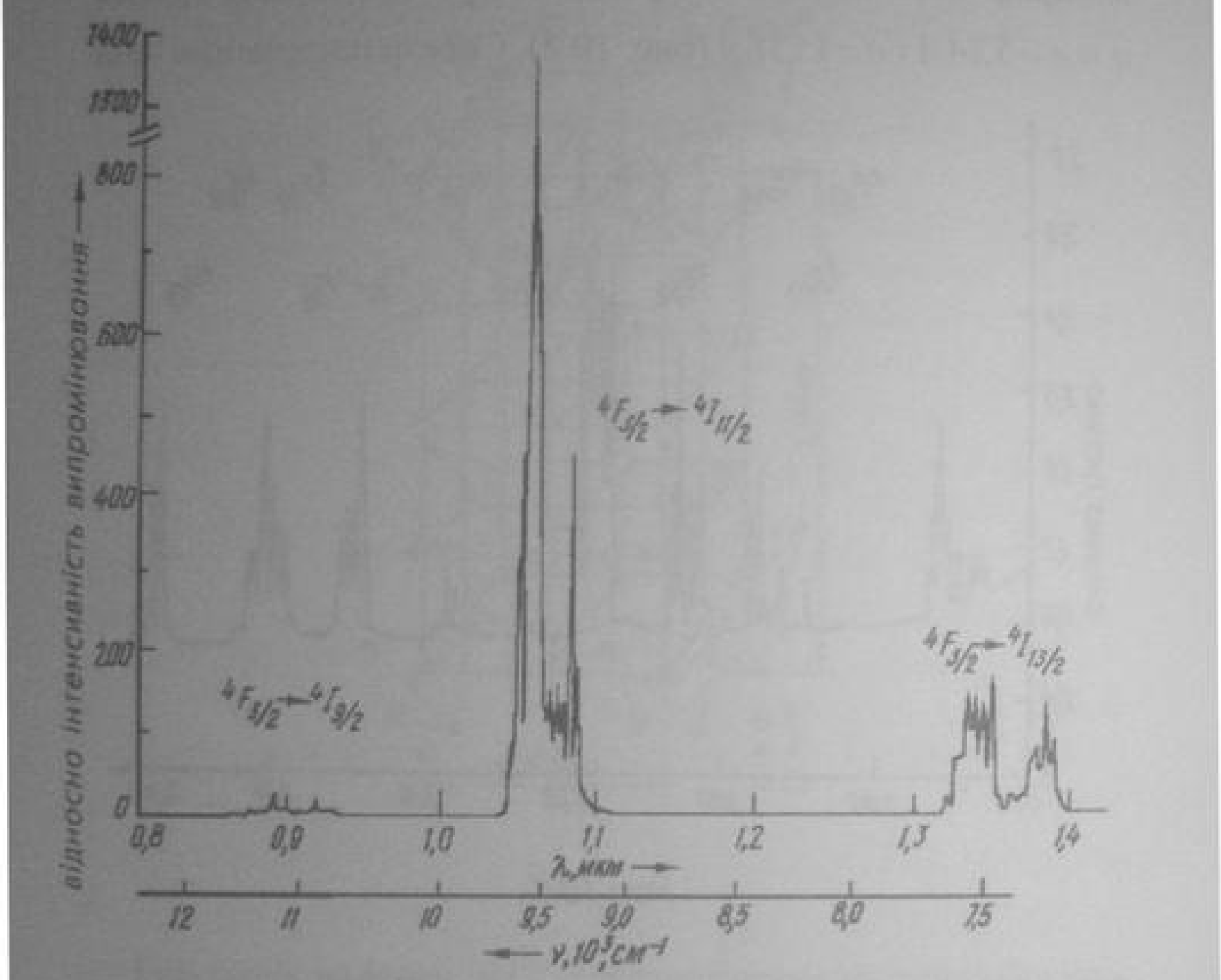


Рис. 10.4

Нині, у зв'язку з низькими порогами генерації і досить хорошими теплофізичними властивостями найбільш широко використовуються у вигляді матриці кристали ітрійалюмінієвого гранату ($YAG:Nd^{3+}$). Кристал $YAG(Y_3Al_5O_{12})$ відноситься до кубічних кристалів з просторовою групою O_h^{12} і з

класом симетрії $m3m$, елементарна комірка якого має вісім формульних одиниць; довжина ребра куба — 12,01 $\AA$.

Заміщення Y^{3+} іоном Nd^{3+} призводить до погіршення оптичної якості кристалів, унаслідок відмінності у розмірах іонних радіусів у них на 3%. У зв'язку з цим введення іонів Nd^{3+} у гранат більше, ніж на один атомний відсоток, важко. Для отримання гранату з більшою концентрацією Nd^{3+} без суттєвої втрати якості кристала вводять іони лютеція (Lu^{3+}) чи кадмію (Cd^{3+}), які мають менший іонний радіус. Це дозволяє отримувати кристали з концентрацією іонів Nd^{3+} до 6 ат.% при досить високій оптичній якості. Схему рівнів іона Nd^{3+} у матриці YAG показано на рис. 10.5. Там же наведено квантовий вихід і ефективність поглинання на відповідних переходах. Найбільш інтенсивна лінія в спектрі люмінесценції в цьому кристалі, як і в інших матрицях, відноситься до переходу ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ з максимумом на довжині хвилі 1,064 мкм. При температурі 300 K її ширина 6,5см$^{-1}$, а при $T = 77K$ – 1 см$^{-1}$.

Час життя метастабільного стану ${}^4F_{3/2}$ при концентрації іона Nd^{3+} в YAG до 3% складає 200 мкс як при кімнатній, так і при азотній температурі. При концентраціях вище 6% він значно скорочується, внаслідок взаємодії іонів неодиму між собою. Максимум смуг поглинання іонів Nd^{3+} в YAG розташовано в області довжин хвиль 7500, 8000 і 8800 $\AA$. При цьому ефективність поглинання іона Nd^{3+} втричі більша, ніж у гратці кристала вольфраму кальцію і приблизно в стільки ж разів менша порогова потужність накачування.

Спектр люмінесценції Nd^{3+} виникає при збудженні в будь-якій із смуг поглинання від 9000 $\AA$ і коротше. Дезактивація збуджених станів на терм ${}^4F_{3/2}$ відбувається за раху-

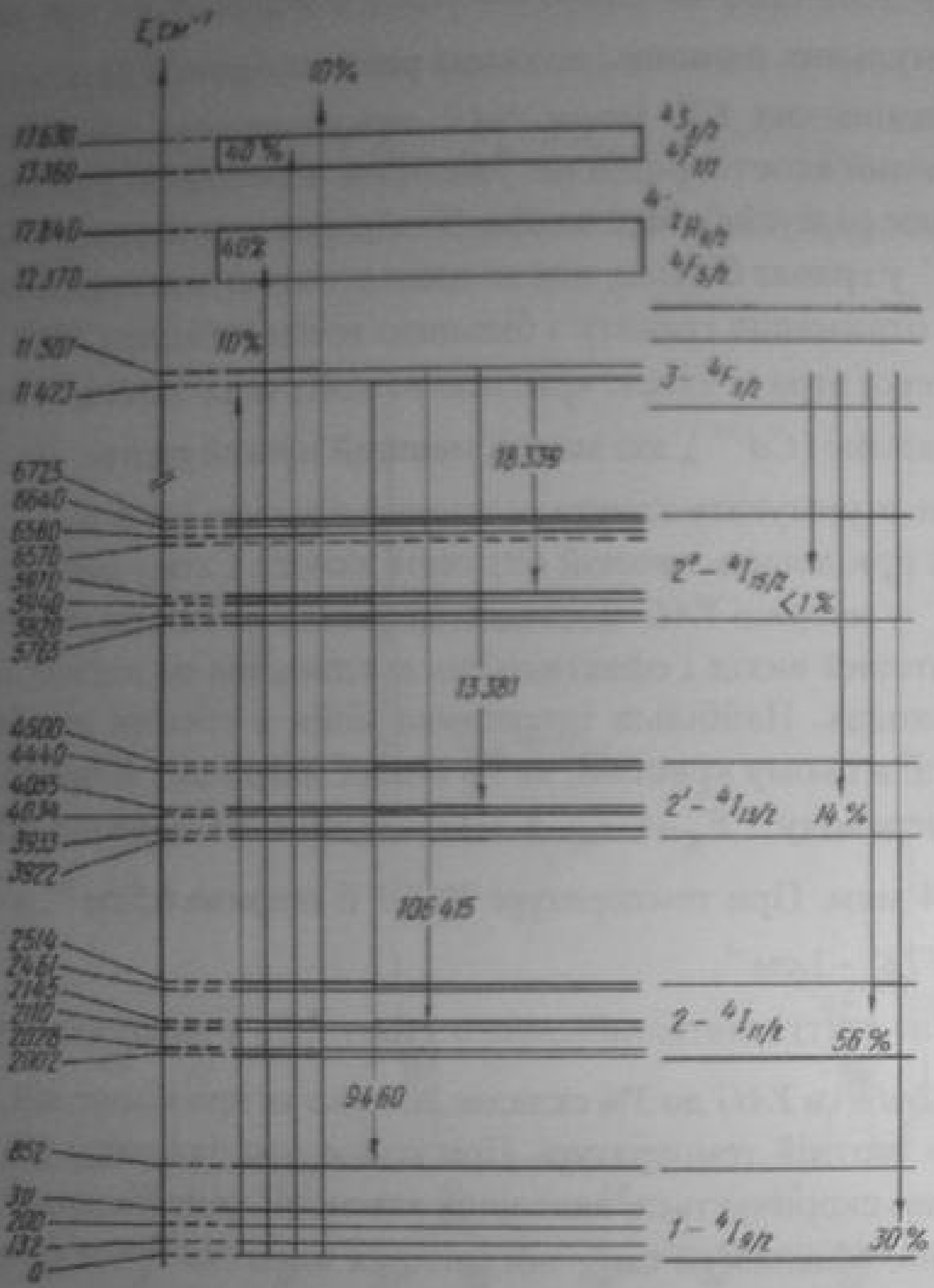


Рис. 10.5

нок неоптичних переходів. Імовірність дезактивації верхніх збуджених станів безпосередньо в основний $^4I^0_{9/2}$, минаючи $^4F_{3/2}$, досить велика і зростає зі збільшенням енергії збудженого рівня і концентрації Nd^{3+}. Імовірності переходів у $YAG: Nd^{3+}$ з рівня $^4F_{3/2}$ на рівні, які лежать нижче, від-

повідно рівні: ${}^4I^0_{9/2} - 1420\text{с}^{-1}$; ${}^4I_{11/2} - 1940\text{с}^{-1}$; ${}^4I_{13/2} - 493\text{с}^{-1}$; ${}^4I_{13/2} - 493\text{с}^{-1}$; ${}^4I_{15/2} - 15\text{с}^{-1}$, що відповідає часові життя частинки на рівні ${}^4F_{3/2}$ ~250 мкс. У склі цей час близько 410 мкс, а в $CaWO_4$ — 310 мкс. Переходи з ${}^4F_{3/2}$ можуть іти як оптичними каналами, так і безвипромінювальним. Сумарний квантовий вихід люмінесценції залежно від матриці при кімнатній температурі змінюється від 0,70 до 0,85 і зростає зі зниженням температури. Так, в $YAG: Nd^{3+}$ при 77 K він досягає значення 0,995.

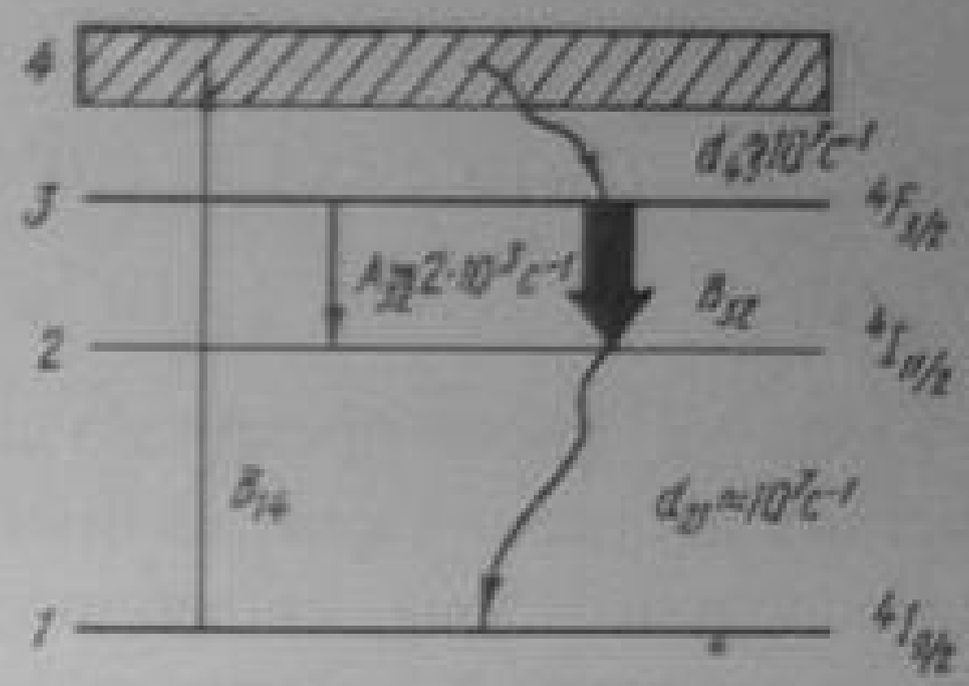


Рис. 10.6

Унаслідок того, що час життя на рівнях ${}^4I_{13/2}$, ${}^4I_{11/2}$ і ${}^4I_{13/2}$ порядку $10^{-7} - 10^{-8}$ с, зокрема, на рівні ${}^4I_{13/2}$ $\tau = 5{,}8\cdot10^{-8}$ с, відбувається інтенсивна безвипромінювальна дезактивація, в результаті чого люмінесценція із цих рівнів слабка.

Найбільш сильна лінія люмінісценції іона Nd^{3+}, як відзначалось раніше, відповідає переходу ${}^4F_{3/2} \to {}^4I_{11/2}$. У матриці $CaWO_4$ максимум люмінесценції цього переходу спостерігається на довжині хвилі 1,063 мкм із напівшириною порядку 10см^{-1} при азотній температурі. На переході ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$ у всіх основних матрицях відносно легко була отримана генерація вимушеного випромінювання.

Для опису процесу генерації на цьому переході так, як і на ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$ і ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{13/2}$, можна скористуватись чотирирівневою схемою (рис. 10.6). Перший рівень — основний стан (${}^4I^0_{9/2}$), другий рівень — кінцевий рівень генераційного переходу, зокрема ${}^4I_{11/2}$, третій рівень — метастабільний рівень ${}^4F_{3/2}$ (вихідний стан генераційного переходу), четвертий рівень — сукупність всіх рівнів, які беруть участь у поглинанні енергії накачування. Це повністю відповідає загальним вимогам, які висуваються до чотирирівневої системи:

$$f_{21}(10^7 c^{-1}) >> f_{32}(10^4 c^{-1});$$

$$f_{21}(10^7 c^{-1}) >> f_{31}(10^3 c^{-1}) + f_{32}(10^4 c^{-1}) \times$$

$$\times f_{42}(10^2 c^{-1}) / f_{43}(10^7 c^{-1}) \approx 10^{-1} c^{-1}.$$

Як бачимо, у іона Nd^{3+} вони прекрасно виконуються. Оскільки частина збуджених центрів повертається з четвертого рівня до основного стану, минаючи третій рівень, то квантовий вихід η переходу $4 \to 3$ залежно від матриці — біля 0,8-0,6. Внаслідок великої відстані (біля 2200см$^{-1}$) між рівнями ${}^4I_{11/2}$ і ${}^4I^0_{9/2}$ — перший можна вважати порожнім навіть при кімнатній температурі ($\exp(-h\nu_{12}/\kappa T) << 1$). Тому вимушене випромінювання можливе майже до 800 К. Більше того, навіть при великих потужностях накачування порушення рівноваги не дає суттєвого збільшення n_2/N, так як імовірність переходу $d_{21} \simeq 10^7 c^{-1}$, а $A_{32} \simeq 2 \cdot 10^3 c^{-1}$. Оцінимо потужність, при якій швидкість заселення другого рівня зрівняється зі швидкістю його спустошення, тобто:

$$B_{32} q(\nu_0) p_{32} \Delta\rho_3 = d_{21}. \qquad (10.1)$$

Переріз переходу в $YAG:Nd^{3+}$ на $\lambda = 1{,}0641$ мкм дорівнює $\sigma_{32} = 7{,}7 \cdot 10^{-19}$ см^2, тобто, спектральний коефіцієнт Ейнштейна в максимумі смуги люмінесценції згідно (4.2):

$$B_{32}g(\nu_0)=\tilde{B}_{32}=\sigma_{32}\frac{c}{h\nu_{23}n}=6{,}8\cdot10^{19}[\text{см}^3\,\text{Дж}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}]$$

($n=1{,}8$ — показник заломлення, $h\nu_{23}=1{,}85\cdot10^{-19}$ Дж).

Указані в (10.1) імовірності зрівняються при густині потужності генерації порядку:

$$\bar{I}_r=\rho\Delta\nu_\rho c=\frac{d_{21}\cdot c}{\tilde{B}_{32}}\simeq5\cdot10^6[\text{Вт}\cdot\text{см}^{-2}].$$

Така потужність генерації досягається лише в режимі модульованої добротності. У режимі стаціонарної генерації потужність випромінювання $I_r<\bar{I}_r$, тому імовірність заселення рівня 2 набагато порядків менша, ніж імовірність його спустошення. Отже, можна вважати, що населеність рівня 2 дорівнює нулю.

Оцінимо, яка частина активних центрів має збуджуватися для отримання коефіцієнта підсилення $\alpha_{32}=0{,}1\ \text{см}^{-1}$. При концентрації активатора порядку 1%, тобто $N=10^{19}\ \text{см}^{-3}$, отримуємо, що:

$$n_{32}=\alpha_{32}/\sigma_{32}\simeq10^{17}\ \text{см}^{-3}.$$

Отже, на рівні 3 має "знаходитись" порядком 1% іонів від загального їх числа. Нагадаємо, що у випадку рубіна для виникнення підсилення необхідно було провести збудження більшої половини іонів Cr^{3+}. Тому оптичні квантові генератори на іонах Nd^{3+} мають дуже низький поріг генерації і можуть працювати в неперервному режимі при кімнатних температурах. Оцінимо порогову енергію накачування для $YAG{:}\ Nd^{3+}$ з умови генерації (7.14):

$$\Delta n_{32}\cdot\tilde{B}_{32}h\nu_{23}\simeq1/\tau_3.$$

Для типового резонатора $\tau_3=3\cdot10^{-9}$ с. Отже, порогове значення:

$$n_{32}^{\pi} = \frac{1}{\widetilde{B}_{32} \cdot h\nu_{23} \cdot \tau_3} \approx 2{,}5 \cdot 10^{16} \text{см}^{-3}.$$

Ця концентрація збуджених центрів відповідає накопиченій у середовищі густині енергії:

$$E = \Delta n_{32}^{\pi} \cdot h\nu_{13} \approx 2{,}5 \cdot 10^{16} \cdot 2{,}3 \cdot 10^{19} = 5{,}75 \cdot 10^{-3} [\text{Дж} \cdot \text{см}^{-3}].$$

Це і є порогова енергія накачування. Для підтримки стаціонарної генерації необхідна потужність накачування з енергією кванта $h\nu_{14} = 2{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж має перевищувати величину рівну:

$$P_H > \frac{\Delta n_{32}^{\pi} \cdot h\nu_{14}}{\tau_{32}} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{16} \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-19}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = 26 [\text{Вт} \cdot \text{см}^{-3}].$$

Оскільки квантовий вихід люмінесценції робочого переходу 0,6, то відповідно порогову потужність накачування потрібно збільшити до 43 $\text{Вт} \cdot \text{см}^{-3}$. Якщо ж врахувати ефективність освітлювача та поглинання накачування, то необхідна потужність накачування виявиться порядку сотень $\text{Вт} \cdot \text{см}^{-3}$. Оцінимо імовірність заселення рівня 2 під час стаціонарної генерації при перевищенні порогу генерації на 10%. В даному випадку з урахуванням безвипромінювальних втрат енергії між рівнями: $4 \to 3$ і $2 \to 1$ — потужність генерації буде рівна:

$$P_{\Gamma} = (P_H - P_H^{\pi}) \frac{\nu_{23}}{\nu_{14}} \approx 2 \text{Вт} \cdot \text{см}^{-3}.$$

При активному елементі довжиною $\ell = 5$см інтенсивність випромінювання $I_{\Gamma} = P_{\Gamma} / l = 10 [\text{Вт} \cdot \text{см}^{-2}]$. Таким чином, при ширині спектра генерації $\Delta\nu_{\rho} = 0{,}01 \text{см}^{-1}$ швидкість виходу збуджених центрів із третього рівня на другий буде дорівнювати:

$$\widetilde{B}_{32} \cdot \rho_{23} \cdot \Delta\nu_{\rho} = \widetilde{B}_{32} \cdot \frac{I_{\Gamma}}{c} \approx 23 \text{с}^{-1}.$$

А так як $d_{21} \simeq 10^7\ с^{-1}$, то рівень 2 буде порожній.

У рубіні порогова генерація близько 4 $Дж \cdot см^{-3}$ при потужності накачування на порядок вище — тисячі $Вт \cdot см^{-3}$. Це обумовлено тим, що у випадку іона Nd^{3+} має місце чотирирівнева схема функціонування.

На сьогодні генерація отримана на всіх переходах іона Nd^{3+} з рівня $^4F_{3/2}$ на рівні $^4I_{11/2}$, $^4I_{13/2}$, $^4I_{15/2}$ і $^4I^0_{9/2}$. В останньому випадку отримання генерації ускладнено, оскільки при $T =$ $= 360$ К схема переходів відповідає трирівневій системі функціонування і для отримання генерації застосовують охолодження до температури 200 К.

На переході $^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ досягнута в неперервному режимі генерації потужність більше 6 КВт при ККД біля 4%.

Для підвищення ефективності накачування іона-активатора в кристалічну гратку матриці вводять іони-сенсибілізатори, які мають широкі смуги поглинання, розташовані в області випромінювання джерел накачування. Значно розширяючи спектр поглинання енергії накачування, сенсибілізатори передають поглинуту енергію активатору. Внаслідок цього, пороговий рівень накачування зменшується, а інтенсивність когерентного випромінювання зростає. В системі гранату, активованого іонами Nd^{3+}, ефективним сенсибілізатором є іон Cr^{3+}, який має дві широкі смуги поглинання на довжинах хвиль 4300 і 5900 $\mathring{A}$. Вони відповідають переходам $^4A_2 \rightarrow {}^4F_1$ і $^4A_2 \rightarrow {}^4F_2$. Унаслідок наявності цих смуг, а також смуги ^2E іона Cr^{3+} ефективність накачування рівня $^4F_{3/2}$ Nd^{3+} іона в неперервному режимі суттєво поліпшується. Схему каналів передачі енергії від іона Cr^{3+} іонам Nd^{3+} показано на рис. 10.7.

В імпульсному ж режимі, на жаль, виграшу немає, оскільки час передачі збудження від Cr^{3+} до Nd^{3+} перевищує тривалість типового імпульсу накачування. Так, у випадку

гранату ($Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+}:Cr^{3+}$) передача енергії $Cr^{3+} \rightarrow Nd^{3+}$ при $T = 77K$ відбувається за час $\tau \approx 6 \cdot 10^{-3}$ с, при часові життя ${}^4F_{3/2} - 2 \cdot 10^{-4}$ с. Тому сенсибілізація Cr^{3+} в імпульсному режимі є малоефективною.

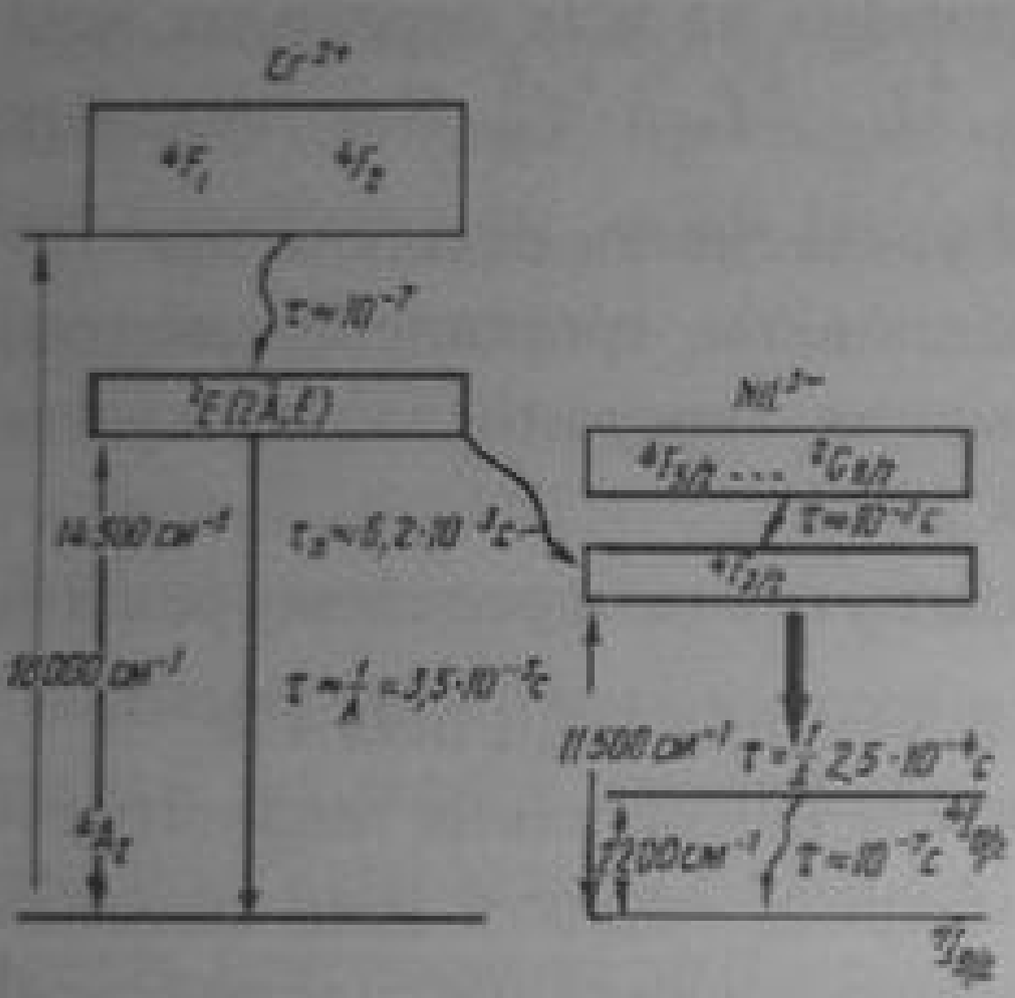


Рис. 10.7

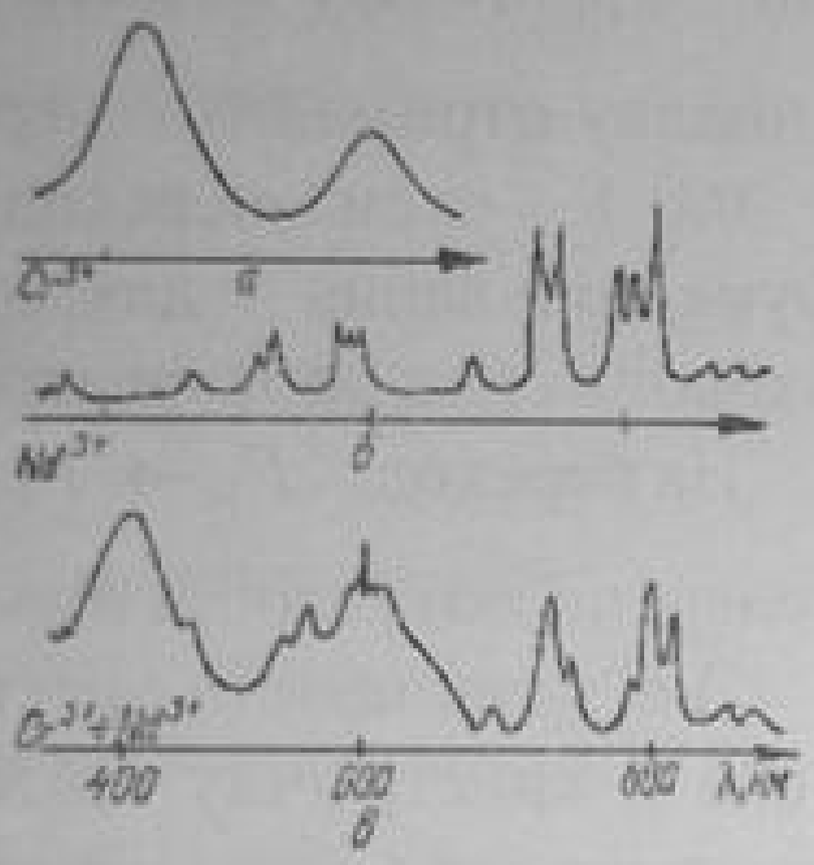


Рис. 10.8

Про поліпшення ефективності накачування роботи в неперервному режимі свідчать такі дані. Кристал $YAG:Nd^{3+}$ діаметром 3,2 і довжиною 30 мм мав порогову енергію накачування в імпульсному режимі 1 Дж і порогову потужність накачування в неперервному режимі 730 Вт (при використанні вольфрамової лампи) і 1300 Вт (при використанні ртутної лампи). Таких же розмірів кристал $YAG:Nd^{3+}$ (1,3%): $:Cr^{3+}$ (1%), але гіршої якості, мав пороговий рівень накачування в імпульсному режимі 2,1 Дж, а в неперервному режимі — 800 Вт при використанні вольфрамової і 757 Вт ртутної лампи. При температурі 77 К порогова потужність складає 440 Вт для вольфрамової і 180 Вт для ртутної лампи. Мікрофотограму спектрів поглинання кристалів YAG з домішкою Cr^{3+} ($а$), Nd^{3+} ($б$) і змішаного при Т = 77 К показано

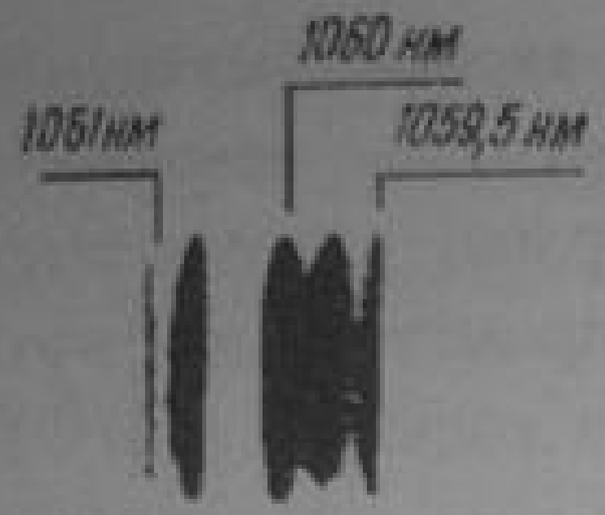
на рис. 10.8. Більш висока ефективність накачування гранату з Cr^{3+} і Nd^{3+} ртутною лампою порівняно з вольфрамовою зумовлена кращою узгодженістю смуг поглинання Cr^{3+} зі спектром випромінювання ртутної лампи.

У системі *YAG* з гольмієм (Ho^{3+}) (довжина хвилі генерації $\lambda = 2{,}05$ мкм) дуже ефективне застосування кількох сенсибілізаторів: ербія (Er^{3+}), тулія (Tm^{3+}), ітербія (Yb^{3+}). Такий кристал дозволив створити квантовий генератор неперервної дії з ККД 5% і найнижчим порогом збудження (~ 30Вт при накачуванні вольфрамовою лампою).

Поряд із кристалами, у квантовій електроніці широко використовуються скляні активні середовища з домішками різних рідкоземельних елементів. Перевага скла полягає в простоті виготовлення зразків великих розмірів і практично будь-якої форми, в тому числі у вигляді волокон. Виготовлення великих робочих елементів ($\ell = 100$ см і $d \cong 5$см) дозволяє отримати величезні вихідні енергії ~ 10кДж. Окрім того, вони мають високу оптичну однорідність, завдяки чому, отриманий ККД ~ 6%, що значно більше, ніж у кристалічних матрицях. У той же час відносно низька теплопровідність скла обмежує їх застосування в генераторах із великою частотою повторення імпульсів.

На всіх іонах рідкоземельних елементів у склі отримано вимушене випромінювання в діапазоні від 9000 $\mathring{A}$ до 15000 $\mathring{A}$. На склі з гадолінієм (Gd^{3+}) отримано генерація в ультрафіолетовій області спектра на довжині хвилі 3125 $\mathring{A}$ ($^6P_{7/2} \rightarrow {}^8S_{7/2}$).

Структура енергетичних рівнів іона Nd^{3+} у склі приблизно така ж, як і в кристалах, але відсутність впорядкованості структури матриці призводить до неоднорідного уширення ліній поглинання і люмінесценції. У спектрі поглинання спостерігається шість смуг поглинання (0,9; 0,8;



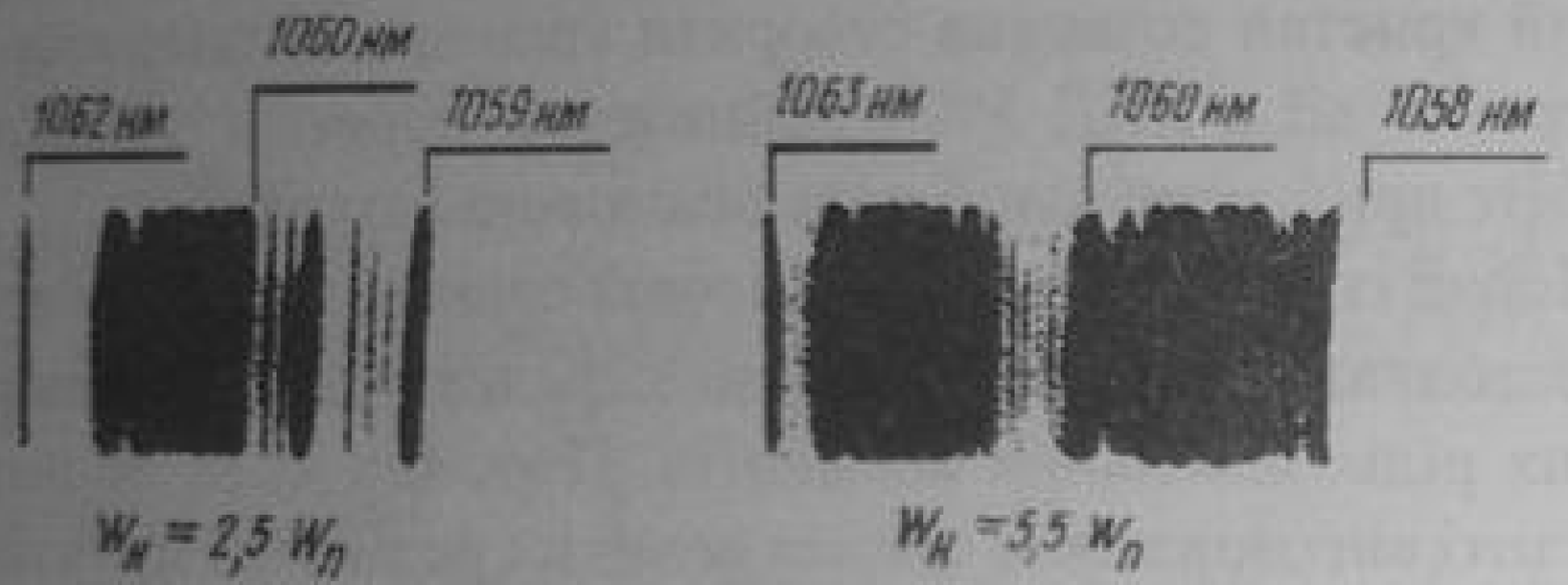


Рис. 10.9

0,74; 0,85; 0,52; 0,36 мкм). Спектральне розташування смуг поглинання в склі різного складу змінюється в межах 30-50 Å, при цьому їх відносні інтенсивності змінюються в досить широких межах.

Спектр люмінесценції складається з чотирьох широких смуг з довжинами хвиль 0,9 мкм ($^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I^0_{9/2}$); 0,6 мкм ($^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$); 1,33 мкм ($^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$); 1,33 мкм ($^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$) і 1,9 мкм ($^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{15/2}$). Найбільш інтенсивна смуга на довжині хвилі 1,06 мкм. Ширина цієї смуги порядку 200 Å. Час життя метастабільного стану $^4F_{3/2}$ суттєво залежить від складу скла і концентрації іонів неодиму, змінюючись у межах $10^{-4} - 10^{-3}$ с. Зі зростанням відсоткового вмісту складу іона Nd^{3+} час життя метастабільного стану скорочується внаслідок концентраційного гасіння. Сумарний квантовий вихід ви-

промінювання — 0,43, а для смуги на 1,06 мкм — 0,26. Причому, квантовий вихід цієї смуги випромінювання майже не залежить від смуги збудження.

Для кращих сортів скла порогова енергія накачування складає 1 ÷ 10 Дж, при довжині активних елементів 10 см і діаметрі 0,5 см. Допускається, що ККД буде доведено до 12%. На лазерах із тривалістю імпульсів ~ 1 мкс було отримано вихідну енергію до $5 \cdot 10^3$ Дж при розбіжності пучка 10 мрад. У пікосекундному режимі при енергії 51 Дж імпульсна потужність досягла $17 \cdot 10^{12}$ Вт.

Внаслідок великої ширини лінії люмінесценції, в силу спектрально-неоднорідного уширення, спектр індукованого випромінювання в склі залежить від перевищення порогу

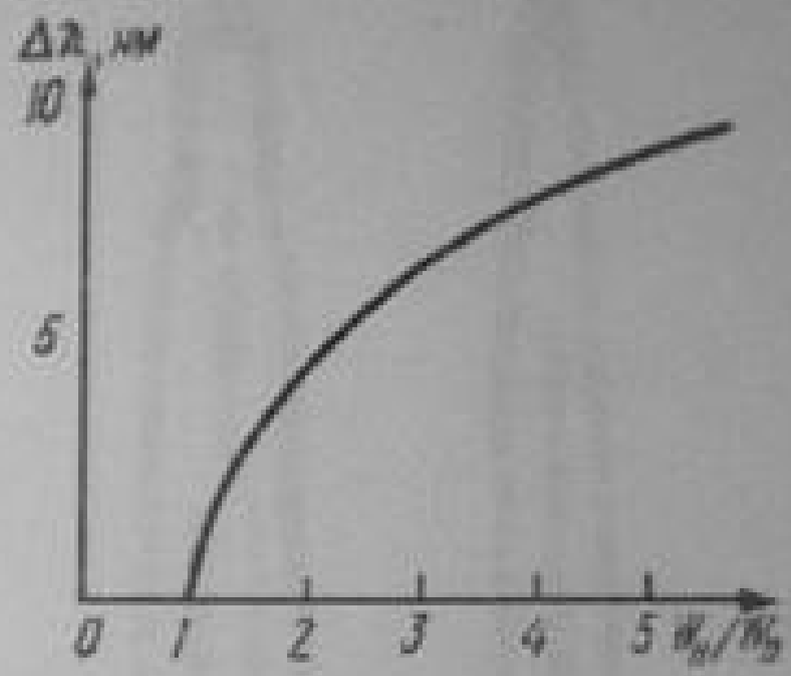


Рис. 10.10

генерації і значно ширший, ніж у кристалічних середовищах. При великих перебільшеннях накачування над порогом генерації спектр випромінювання скла з Nd^{3+} складається з кількох ліній, які займають спектральний інтервал близько 10 *Å* в області 1,06 мкм. При зростанні накачування число генерованих ліній різко зростає й область, яку вони займають, теж значно зростає — до 50-100 *Å*, що добре видно на спектрах (рис. 10.9) і на графіку залежності ширини генерації від енергії накачування (рис. 10.10).

Збільшення ширини спектра генерації зі зростанням рівня накачування зумовлено (як показали М.С.Соскін із співробітниками) неоднорідним уширенням смуг випромінювання активованого скла. При цьому в активованому неодимом Nd^{3+} силікатному склі генерація починається на максимумі смуги (1,06 мкм). При деякому надпороговому накачуванні смуга випромінювання роздвоюється, зміщуючись від частоти генерації на порозі до частоти, при якій генерація зникає. При подальшому зростанні накачування смуги випромінювання все більше розходяться. Коли відстань між

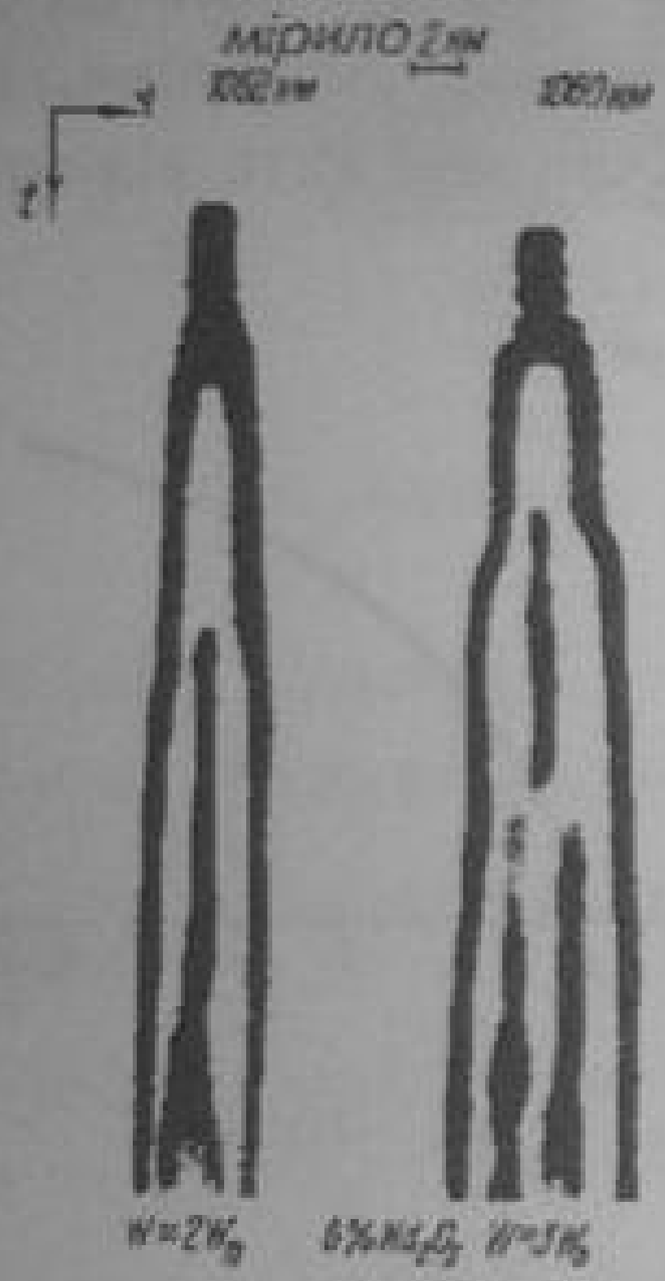


Рис. 10.11

ними досягає 40 $см^{-1}$, генерація знову виникає на "пороговій" частоті при одночасному віддаленні крайніх смуг. Такий розвиток спектра добре видно на спектрограммі, отриманій за допомогою швидкісного розгортання (рис.10.11). За цими даними було знайдено, що для силікатного скла при кімнатній температурі однорідне уширення ~30 $см^{-1}$, а час міграції енергії по неоднорідно-уширеній смузі ~100 мкс.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте робочу схему рівнів у неодимового квантового генератора.

2. Оцініть порогову енергію накачування для типового лазера на склі з неодимом.

3. Що викликає збільшення ширини спектра генерації зі зростанням рівня накачування?

4. Поясніть дію іонів- сенсибілізаторів, введених у гратку матриці.

5. Що обмежує час життя метастабільного стану неодиму в ітрійалюмінієвому гранаті?

§11. Напівпровідниковий лазер

У 1959 році Н.Г. Басов, Б.М. Вул і Ю.М. Попов запропонували у вигляді робочого тіла використовувати напівпровідник. Вимушене випромінювання на *p-n*-переході спостерігалось у 1962 році на *GaAs*. Специфіка напівпровідникових лазерів порівняно з твердотільними, молекулярними і іншими полягає в наступному:

1. У "звичайних" лазерах активні атоми розглядаються як незалежні, тобто енергетичні рівні, між якими виконується перехід, для всіх атомів одні і ті ж. У напівпровідникових кристалах є часткове просторове перекриття хвильових функцій атомів, і кожний енергетичний рівень може бути зайнятим за принципом Паулі тільки двома електронами. Імовірність заповнення енергетичного рівня описується функцією розподілу Фермі-Дірака, а не Больцмана. Отже, при розгляді міжзонного поглинання або випромінювання світла на даній частоті, потрібно розглядати переходи між двома зонами енергетичних рівнів, а не між двома окремими рівнями.
2. Друга відмінність полягає в поширенні електромагнітного випромінювання в $p-n$ переходах. Просторові характеристики цього випромінювання визначаються не тільки параметрами оптичного резонатора, як у "звичайних" лазерах, а й оптичними властивостями самого переходу. Ці властивості сильно впливають на порогове значення накачування в інжекційних лазерах.

Концентрація електронів у зоні провідності

Хвильова функція електрона в зоні представляється у вигляді:

$$\psi_э(\bar{r}) = U_{эк}(\bar{r}) e^{i\bar{\kappa}\cdot\bar{r}}, \qquad (11.1)$$

де $U_{эк}(\bar{r})$ — періодична функція з періодом кристалічної гратки. Хвильовий вектор $\bar{\kappa}$ у силу періодичності структури кристала приймає дискретні значення:

$$\kappa_i = \frac{2\pi}{L_i} s, \qquad (11.2)$$

де $i = x, y, z$; s — ціле число, L_i — довжина кристала в i-ому напрямку.

Об'єм в к — просторі, який приходиться на один стан електрона, рівний $\frac{8\pi^3}{L_x L_y L_z} = \frac{8\pi^3}{V}$. Звідси число станів, які відповідають значенням $\kappa \div \kappa + d\kappa$, рівне об'єму кульового шару радіуса к і товщини $d\kappa$, поділеному на об'єм, що приходиться на один електронний стан, тобто:

$$\rho(\kappa) d\kappa = \frac{\kappa^2 V}{\pi^2} d\kappa, \qquad (11.3)$$

де врахований коефіцієнт *2* у силу двох спінових станів, які відповідають кожному значенню к.

Імовірність знаходження електрона на рівні $n(E)$ визначається статистикою Фермі-Дірака:

$$P_{n(E)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{\kappa T}\right)}.$$

Якщо N_d — концентрація рівнів d, а E_d — енергія рівня d, то число електронів на рівні $n_d = N_d P_{n(E_d)}$.

Якщо $N_{n(E)}$ — кількість рівнів на одиничний інтервал (густина рівнів), то електронів на рівні:

$$2P_{n(E)} N_{n(E)} dE,$$

тобто:

$$n(E)=2\int_0^E P_{n(E)} N_{n(E)} dE.$$

Енергія електрона $E=\frac{\hbar^2\kappa^2}{2m_n}$, де m_n — його ефективна маса в зоні провідності. Звідси: $dE=\frac{\hbar^2\kappa d\kappa}{m_n}$. Зробимо перехід із к простору в E простір:

$$\frac{\kappa^2 d\kappa}{2\pi^2}=N_{n(E)}dE=N_{n(E)}\frac{\hbar^2\kappa d\kappa}{m_n},$$

тобто: $N_{n(E)}=\frac{2\pi}{h^3}(2m_n)^{3/2}E^{1/2}$ — густина станів електронів за енергіями. Отже:

$$n(E)=2\int_0^E P_{n(E)} N_{n(E)} dE=\frac{4\pi}{h^3}(2m_n)^{3/2}\int E^{1/2}P_{n(E)}dE=$$

$$=\frac{4\pi(2m_n)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{E^{1/2}dE}{1+\exp\left(\frac{E-E_F}{\kappa T}\right)}=\left|x=\frac{E}{\kappa T},\eta=\frac{E_F}{\kappa T}\right|=$$

$$=2\left(\frac{2\pi m_n \kappa T}{h^2}\right)^{3/2}\cdot\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\frac{x^{1/2}dx}{1+e^{x-\eta}}=N_t F_{1/2}(\eta),$$

де введені позначення $2\left(\frac{2\pi m_n \kappa T}{h^2}\right)^{3/2}=N_t$ — ефективна густина станів; $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\frac{x^{1/2}dx}{1+e^{x-\eta}}=F_{1/2}(\eta)$ — інтеграл Фермі-Дірака.

Енергія, пов'язана з даним станом $\bar{\kappa}$ у наближенні параболічності зони рівна:

$$\varepsilon(\kappa)=\frac{\hbar^2\kappa^2}{2m_c}, \qquad (11.4)$$

і, отже, є функцією к, а не $\bar{\kappa}$, причому, m_c — ефективна маса електрона у зоні провідності; ε(к) — відраховується від дна зони.

На рис. 11.1 показано типову залежність ε від к для напівпровідників із прямими переходами (прямозонний напівпровідник), тобто для напівпровідників, у яких мінімум зони провідності і максимум валентної зони мають місце в одній і тій же точці $\bar{\kappa}$-простору. Точки на рис. 11.1 відповідають дозволеним енергетичним станам і рівномірно розподілені в к-просторі.



Рис. 11.1

З (11.3) і (11.4) отримуємо густину станів у енергетичному (ε) просторі:

$$\rho_\vartheta(\varepsilon)=\frac{1}{V}\rho(\kappa)\frac{d\kappa}{d\varepsilon}=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_v}{\hbar^2}\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2},$$

$$\rho_c(\varepsilon)=\frac{1}{V}\rho(\kappa)\frac{d\kappa}{d\varepsilon}=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_c}{\hbar^2}\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2}. \qquad (11.5)$$

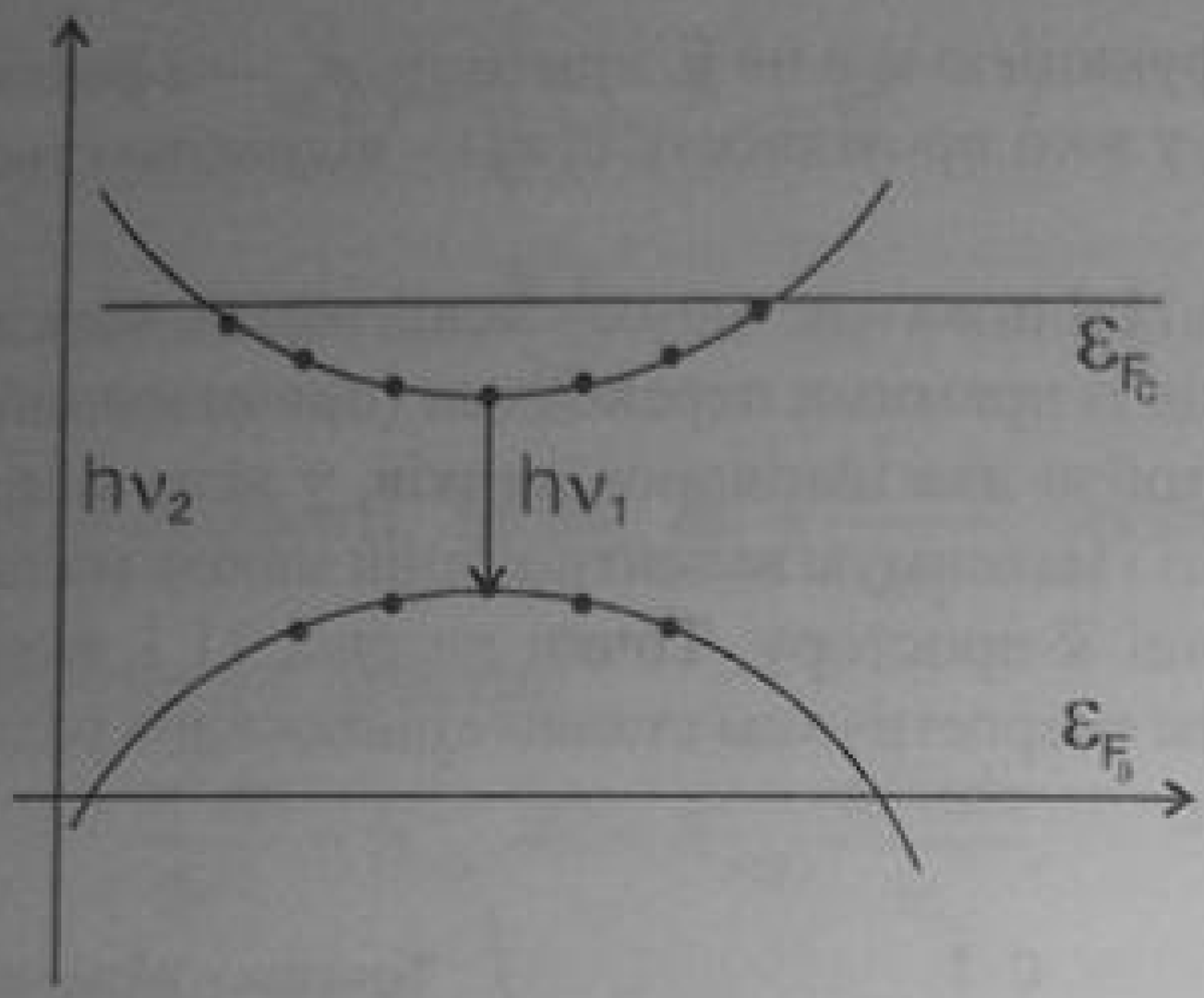


Рис 11.2а

Енергія ε вимірюється від екстремума зони.

Імовірність того, що стан із енергією ε зайнятий електроном, визначається розподілом Фермі-Дірака:

$$f(\varepsilon)=\frac{1}{1+\exp\dfrac{\varepsilon-\varepsilon_f}{\kappa T}}, \qquad (11.6)$$

де ε_f — енергія Фермі. При тепловій рівновазі існує спільний для валентної зони і зони провідності рівень Фермі. При порушенні теплової рівноваги, наприклад, при проходженні струму через *p-n*-перехід або при великій концентрації електронів провідності і дірок, викликаних світловим збудженням напівпровідника, для кожної зони можна ввести свої окремі рівні Фермі — квазірівні Фермі ε_{Fc} і ε_{Fv} (рис. 11.2,*а*). Це пояснюється тим, що термодинамічна рівновага в зонах (після виникнення збудження) наступає значно швидше — за 0,1 — 1 пс, ніж міжзонна — за 1 — 10 нс.

У легованих напівпровідниках рівень Фермі зміщується:

- або у зону провідності для донорних домішок;
- або у валентну зону для акцепторних домішок.

Це показано на рис. 11.2,*б*.

Згідно (11.6) при $T = 0K$ всі стани з енергією меншою ε_F зайняті, а стани з енергією більшою ε_F — вільні. У цьому розумінні вироджений напівпровідник веде себе подібно

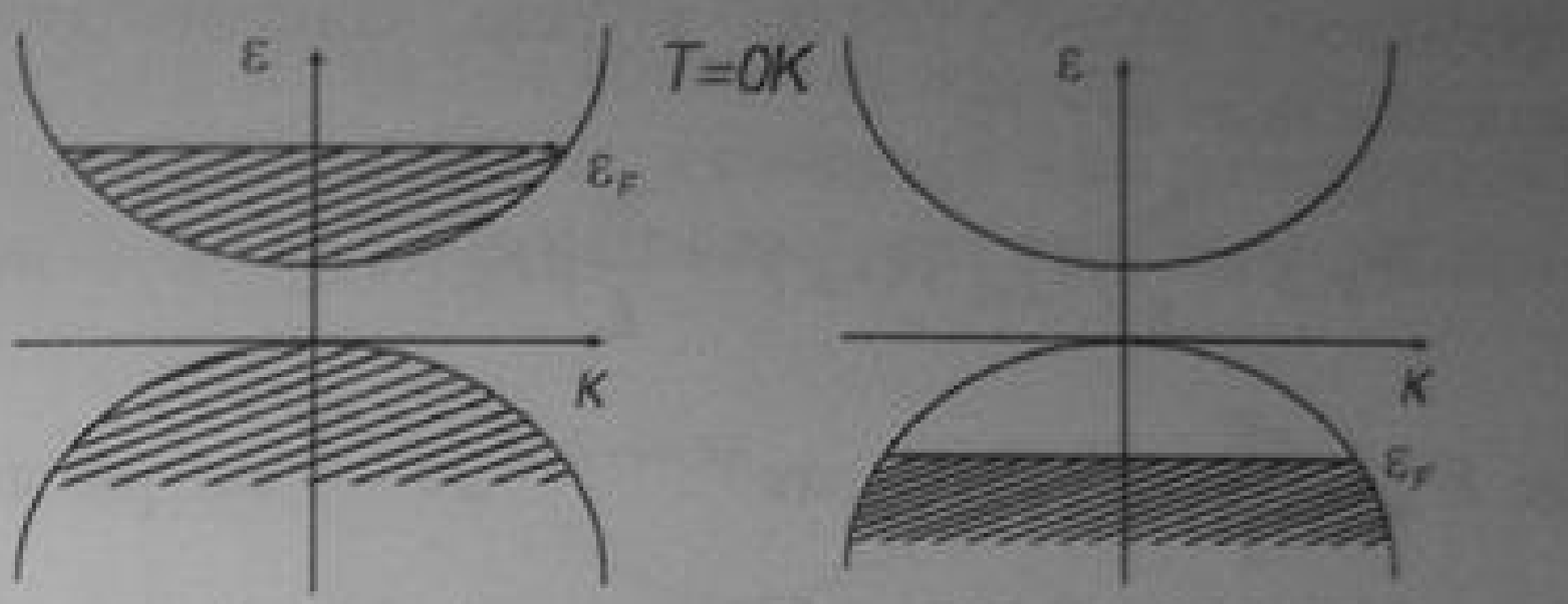


Рис. 11.2 б

металу, провідність якого не зникає при низьких температурах. Незайняті стани у валентній зоні (дірки) розглядаються подібно електронам, за винятком того, що їх заряд позитивний, а їх енергія відраховується вниз від стелі валентної зони.

Міжзонні переходи і оптичне поглинання в напівпровідниках

Підсилення (генерація) світла у напівпровіднику є процесом, як і в інших лазерах, прямо протилежним поглинанню, у тому випадку, коли є обернене співвідношення між зайнятими і незайнятими енергетичними станами (інверсна населеність).

Енергія взаємодії електрона в напівпровіднику з електричним полем світлової хвилі:

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \frac{1}{2} E_0 e^{i(\omega t - \overline{\kappa}_0 \overline{r})} + \text{к.с.}$$

($\overline{\kappa}_0$ — хвильовий вектор фотона)

рівна:

$$H' = \frac{e \cdot E \cdot x}{2}\left[e^{i(\omega t - \bar{\kappa}_0 \bar{r})} + \text{к.с.}\right],$$

де, $\bar{E}_0 = \bar{e}_x E$, $\bar{e}_x$ — одиничний орт, e — заряд електрона.

Імовірність переходу електрона з валентної зони до зони провідності, згідно з теорією збурень, за одиницю часу під впливом поля $\bar{E}(\bar{r}, t)$:

$$W_{в\to с} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{вс}\right|^2 \rho(\varepsilon_\nu) \to \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{вс}\right| \delta(\varepsilon_в - \varepsilon_с - h\nu),$$

де $H'_{вс} = \frac{eE}{2}\int U^*_{вк}(\bar{r}) U_{ск} x e^{i(\bar{\kappa}' - \bar{\kappa} - \bar{\kappa}_0)\bar{r}}\, dv$ — матричний елемент оператора збурення; U — хвильові функції станів.

Унаслідок швидкої зміни фази множника $\exp[i(\bar{\kappa}' - \bar{\kappa} - \bar{\kappa}_0)\bar{r}]$ величина $H'_{\nu c}$ виявляється надто малою у всіх випадках, окрім $\bar{\kappa}' - \bar{\kappa} = \bar{\kappa}_0$.

Поглинаючи фотон, електрон переходить до більш високого енергетичного стану. Цей перехід, природно, відбувається з виконанням законів збереження енергії й імпульсу:

$$\varepsilon_i + h\nu_0 = \varepsilon_f,$$

$$\bar{P}_i + \bar{P}_0 = \bar{P} \text{ або } \bar{\kappa}_i + \bar{\kappa}_0 = \bar{\kappa}_f,$$

(i і f — індекси початкового і кінцевого станів електрона).

Зробимо оцінку зміни моменту кількості руху електрона під дією фотона при енергії останнього: $E = h\nu = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж = = 1 еВ.

$$P_f = P_i + P_0 = P_i + \frac{h\nu}{c} = P_i + \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} = P_i + 5{,}3 \cdot 10^{-28}\,[\text{н} \cdot \text{с}],$$

$$P_i = m\vartheta = m\sqrt{\frac{2\kappa T}{m}} = \sqrt{2\kappa T m} = \sqrt{2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} \simeq$$

$\simeq 8{,}6 \cdot 10^{-26}\,[\text{н} \cdot \text{с}]$.

Отже:

$$P_{\text{фотона}} = 5{,}3 \cdot 10^{-28}\,[\text{н} \cdot \text{с}] \text{ чи } \kappa_0 \sim 10^6\,\text{м}^{-1};$$

$$P_{електрона} = 8{,}6 \cdot 10^{-26} [\text{н} \cdot \text{с}] \qquad \kappa_i \sim 10^9 \text{м}^{-1}.$$

Таким чином, момент $P_\phi << P_i$ при тепловому збудженні та перехід відбувається при $\bar{\kappa}' = \bar{\kappa}$. Це прямий перехід (рис. 11.3). Значить, згідно закону збереження імпульсу, з більшою імовірністю йде поглинання на прямих переходах.

Загалом може виявитись, що мінімум зони провідності не збігається з максимумом валентної зони в одній точці $\bar{\kappa}$-про-

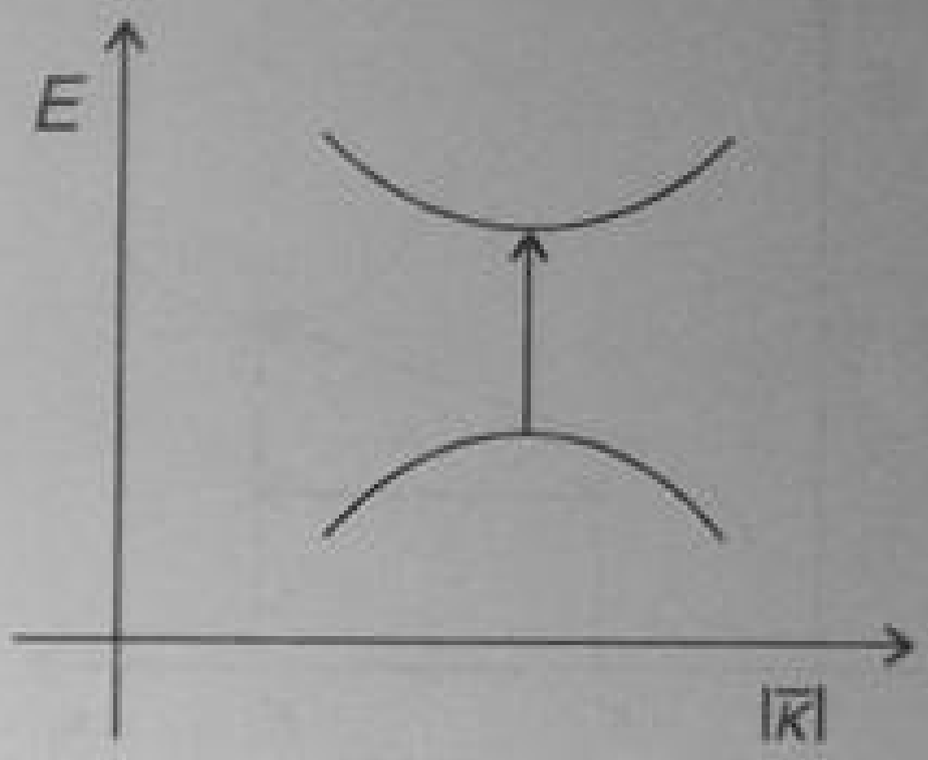


Рис. 11.3

стору, тоді говорять про непрямі переходи (рис. 11.4). Хоча фотон не може передати значну частину моменту електрона, але якщо в процесі бере участь фонон, то:

$$\varepsilon_i + h\nu_0 \pm h\nu_q = \varepsilon_f,$$
$$\bar{\kappa}_i \pm \bar{q} = \bar{\kappa}_f,$$

де $\bar{q}$ — момент фонона.

Електрон поглинає фотон і одночасно його випромінює. Такого типу переходи називаються непрямими (рис. 11.4). Непрямі переходи менш імовірні, ніж прямі. Тому напівпровідники з прямою забороненою зоною оптично більш активні порівняно з напівпровідниками із непрямою забороненою зоною.

Розглянуті вище переходи — міжзонні. Прямі та непрямі переходи мають місце і всередені зони (внутрішньозонні). І в цьому випадку, звичайно, залишаються в силі закони збереження енергії та імпульсу (хвильового вектора). *Внутрішньозонне поглинання може мати місце як для електронів у зоні провідності, так і для дірок у валентній зоні, і тому воно називається поглинанням на вільних носіях.* Таке поглинання включає в себе переходи електронів із донорних

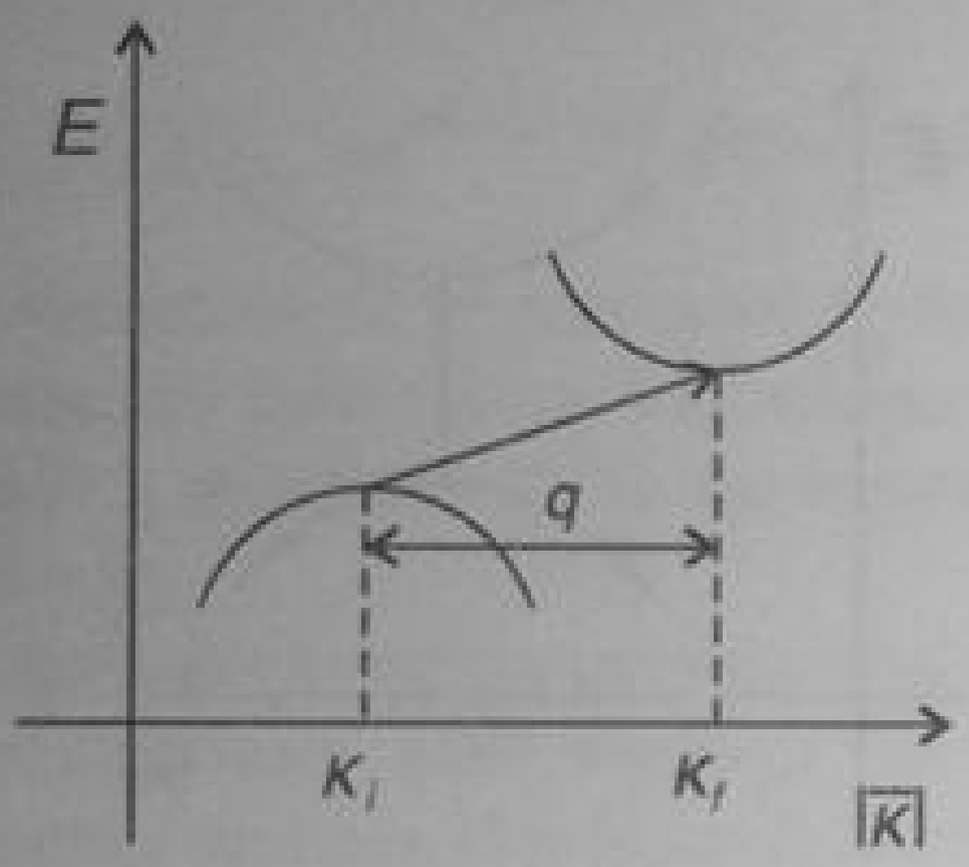


Рис. 11.4

станів до зони провідності і переходи з акцепторних станів у валентну зону.

Отримаємо вираз для коефіцієнта поглинання $\alpha(\nu)$ плоскої електромагнітної хвилі частоти ν, яка поширюється в об'ємі напівпровідника зі структурою, показаною на рис. 11.5.

Імовірність переходу зі стану *a* до стану *в*:

$$W_{ав} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|H'_{ав}\right|^2 \delta(\varepsilon_в - \varepsilon_а - \hbar\omega) .$$

Згідно (11.4) $E_c - E_v = \frac{\hbar^2 \kappa^2}{2}\left(\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}\right) + E_g .$

Отже, шукана імовірність рівна:

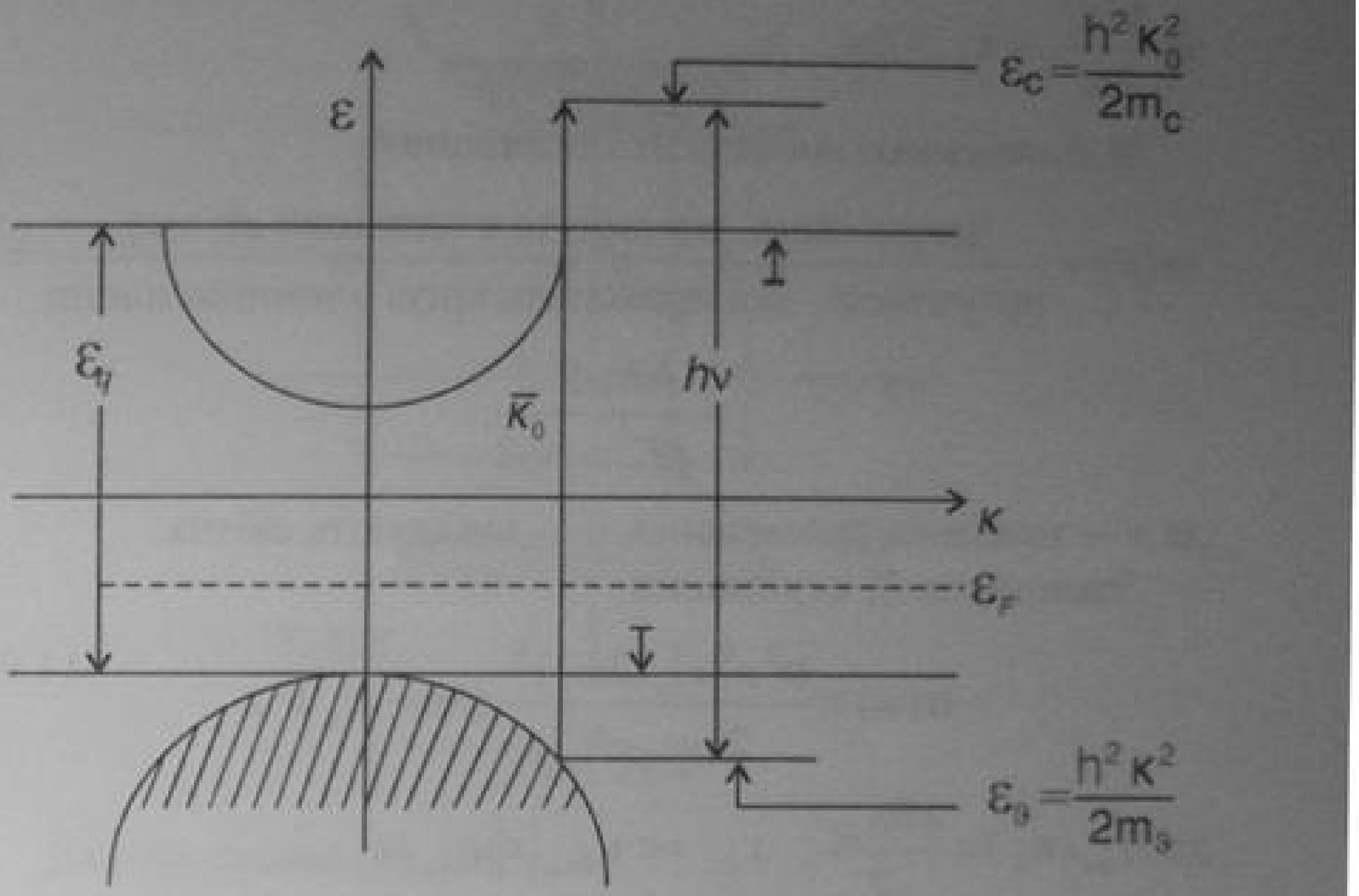


Рис. 11.5

$$W(\kappa) = \frac{2\pi}{\hbar} \left| H'_{ic}(\kappa) \right|^2 \delta\left(\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega \right), \qquad (11.7)$$

$m_r = \dfrac{m_3 m_c}{m_3 + m_c}$ — приведена ефективна маса.

Загальне число N переходів у секунду для кристала об'ємом V буде рівне добутку імовірності переходу на густину станів $\rho(\kappa)$ з наступним інтегруванням за всіма значеннями $\bar{\kappa}$, тобто:

$$N = \frac{2V}{\pi\hbar} \int_0^\infty \left| H'_{3c}(\kappa) \right|^2 \delta\left(\frac{\hbar\kappa^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega \right) \kappa^2 d\kappa =$$

$$= \frac{V}{\pi} \left| H'_{3c}(\kappa_0) \right|^2 \frac{(2m_r)^{3/2}}{\hbar^4} (\hbar\omega - E_g)^{1/2}, \qquad (11.8)$$

де $\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m_r} + E_g = \hbar\omega$.

За означенням коефіцієнт поглинання:

$$\alpha(\omega) = \frac{\text{потужність, поглинута в одиницю об'єму}}{\text{потужність, яка проходить крізь одиницю площі}} = \frac{N\hbar\omega V^{-1}}{nE^2\varepsilon_0 c/2},$$

де n — показник заломлення, c — швидкість світла.

Замінивши N, отримаємо:

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega^2 e^2 x_{вс}^2 (2m_r)^{3/2}}{2\pi n \varepsilon_0 c\hbar^3} (\hbar\omega - \varepsilon_g)^{1/2}, \qquad (11.9)$$

де $H'_{вс}(\kappa_0) = \frac{eEx_{вс}}{2}$; $x_{вс} = < u_{в\kappa_0} | x | u_{с\kappa_0} >$.

Для зручності аналізу об'єднаємо всі числові коефіцієнти в (11.9) і запишемо:

$$\alpha(\omega) = K(\hbar\omega - \varepsilon_g)^{1/2}. \qquad (11.10)$$

Множник K визначається з експериментальних даних. Наприклад, для *GaAs* характерні наступні величини: $\varepsilon_g = 1{,}5eB; m_9 = 0{,}1m_0, m_c = 0{,}065m_0, (m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг), тобто: $K \approx 6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}(\text{eB})^{-1/2}$. Отже, якщо частота поглинутого фотона перевищує ε_g на 0,01 еВ, то показник поглинання буде рівний $\alpha(\omega) = 6 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$.

Розглянемо напівпровідниковий кристал, в якому всі стани в зоні провідності до деякого рівня зайняті, а стани вище деякого рівня у валентній зоні вільні — рис. 11.6.

При $T = 0K$ всі стани провідності заповненні до квазірівня Фермі ε_{F_c}, одночасно з цим всі стани з енергією вище квазірівня Фермі $\varepsilon_{F_в}$ у валентній зоні вільні (двічі вироджений напівпровідник). У такому випадку ми отримаємо підсилення (генерацію).

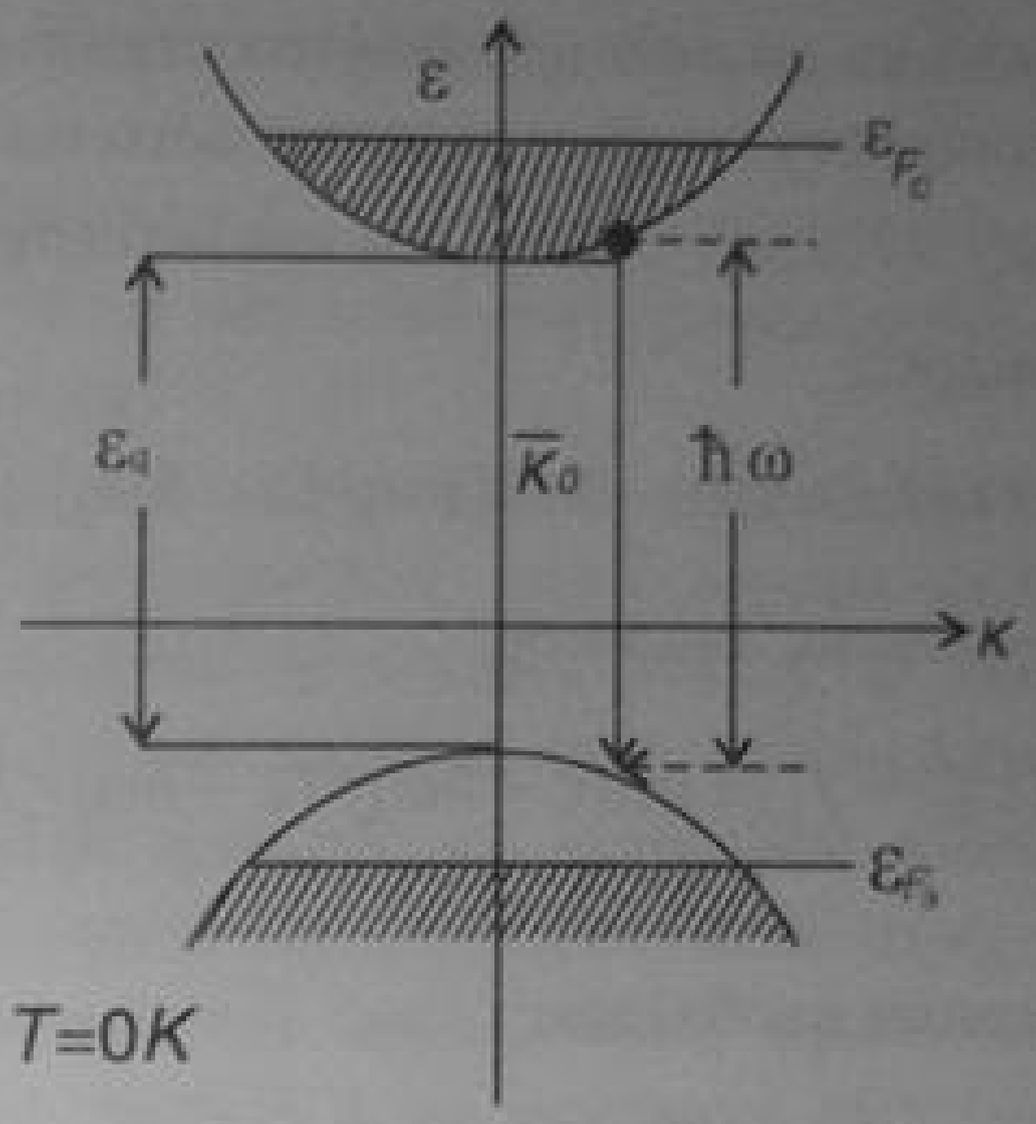


Рис. 11.6

Дійсно, згідно (11.10):

$$\alpha(\omega)=0 \text{ при } \hbar\omega=\varepsilon_g$$

$$\alpha(\omega)=-K(\hbar\omega-\varepsilon_g)^{1/2} \text{ при } \varepsilon_g<\hbar\omega<\varepsilon_{F_c}-\varepsilon_{F_v}$$

— це підсилення (генерація).

$\alpha(\omega)=K(\hbar\omega-\varepsilon_g)^{1/2}$ при $\hbar\omega>\varepsilon_{F_c}-\varepsilon_{F_v}$ — поглинання.

Таким чином, у напівпровіднику з виродженими електронами і дірками при $T=0K$ електромагнітне випромінювання з частотами в діапазоні $\varepsilon_g<\hbar\omega<\varepsilon_{F_c}-\varepsilon_{F_v}$ — підсилюється. Випадок інверсії при $T\neq 0K$ з частково заповненими станами було розглянуто Дж. Бернаром і Л. Дюрафургом і отримав назву "умова інверсії Бернара-Дюрафурга" $-\varepsilon_g<\hbar\omega<\varepsilon_{F_c}-\varepsilon_{F_v}$.

Розглянемо імовірність електромагнітного випромінювання частоти ω при переході електронів із верхніх станів у зону провідності з енергією ε (рис. 11.6) до нижнього стану з енергією $\varepsilon-\hbar\omega$ у валентній зоні. Імовірність цього випромінювання пропорційна добутку густини верхніх станів

$\rho_c(\varepsilon)f_c(\varepsilon)$, густини нижніх незайнятих станів $\rho_g(\varepsilon-\hbar\omega)[1-f(\varepsilon-\hbar\omega)]$ і квадрату модуля відповідного матричного елемента переходу $|M(\varepsilon,\omega)|^2$. Цей добуток інтегрується за всіма значеннями енергії:

$$W_{випр} \sim \int \rho_c(\varepsilon)f_c(\varepsilon)\rho(\varepsilon-\hbar\omega)[1-f(\varepsilon-h\omega)]\cdot|M(\varepsilon,\omega)|^2 d\varepsilon$$

аналогічно — для поглинання: (11.11)

$$W_{пог} \sim \int \rho_c(\varepsilon)[1-f_c(\varepsilon)]\rho(\varepsilon-\hbar\omega)f(\varepsilon-h\omega)\cdot|M(\varepsilon,\omega)|^2 d\varepsilon. \quad (11.12)$$

Для підсилення необхідно:

$$W_{випр} > W_{пог}. \quad (11.13)$$

Зробивши підстановки f_g, f_c, ρ_c, ρ_g, і виконавши інтегрування, отримуємо, що (11.13) еквівалентне:

$$\varepsilon_{F_c} - \varepsilon_{F_g} > \hbar\omega \quad (11.14)$$

Ця умова підсилення була при $T = 0K$, виходить, що вона справедлива поки можна застосовувати концепцію квазірівнів Фермі.

Оскільки невідомий розподіл енергетичних рівнів, які беруть участь у переході, то зручно розглянути переходи їх аналогічно тому, як це робиться для твердотільних лазерів. Нехай загальне число електронів у зоні провідності у межах активного шару рівне n_2, а загальне число дірок у валентній зоні n_1, тобто можна розглядати n_1 і n_2 як еквівалентну заселеність верхнього і нижнього станів. Отже, коефіцієнти підсилення можна записати так:

$$\alpha(\nu) = \frac{c^2(n_2-n_1)V^{-1}}{8\pi\nu^2\tau_p} g(\nu), \quad (11.15)$$

де $g(\nu)$ — нормована функція форми лінії спонтанного рекомбінаційного випромінювання; $(n_2-n_1)V^{-1}$ — інвер-

сна густина населеності, (раніше це $n_2 - \frac{q_2}{q_1} n_1$),τ_p — час життя носіїв (раніше A^{-1} — час життя рівня, час релаксації). Величина V є об'єм зайнятий електромагнітним полем моди, яка розглядається.

У твердотільних лазерах таке становище не має місця, оскільки там допускається, що інверсна населеність розподілена рівномірно по всьому об'єму. В лазерному діоді активний шар займає лише частину об'єму кристала. В цьому випадку зменшення об'єму, зайнятого полем випромінювальної моди, призводить до зростання $\alpha(\nu)$, тому що при фіксованій потужності зменшення V призводить до підвищення густини енергії, а це викликає ріст імовірності вимушених переходів, тобто, ріст $\alpha(\nu)$.

Оскільки, $V = sd$ (s — площа переходу, d — товщина шару переходу), то населеність зони провідності n_2 можна зв'язати з повним струмом I, який проходить через p-n перехід. Допускаючи, що в стаціонарному стані швидкість рекомбінацій рівна швидкості інжекції:

$$\frac{n_2}{\tau_p} = \frac{\eta I}{e},$$

де η — квантовий вихід рекомбінаційного випромінювання; e — заряд електрона, то:

$$\alpha(\nu) = \frac{c^2 g(\nu)\xi\eta}{8\pi\nu^2 ed}\left(\frac{I}{S}\right), \qquad (11.16)$$

де $\frac{I}{S}$ – густина струму, $\xi = 1 - \frac{n_1}{n_2}$ – коефіцієнт інверсії, який при низьких температурах близький до одиниці. Струм інжекції I вимірюється експериментально. З підвищенням температури напівпровідникового кристала зменшується підсилення, оскільки заповнюються стани в зоні провідності.

Так, для *GaAs* підсилення, точніше $(1-n_1/n_2)$, постійне при $T=20K$ і нижче, і зменшується зі зростанням температури при $I=const$ як T^{-3}.

Оцінимо порогову густину струму інжекційного лазера. Оскільки генерація виникає, коли підсилення компенсує втрати, то визначимо величину втрат. Механізми цих втрат такі:

1) міжзонне поглинання енергії, яка поширюється поза активною зоною;
2) поглинання вільними електронами;
3) розсіювання світла на неоднорідностях;
4) дифракція і неповне відбиття на торцях напівпровідникового кристала (резонатора при $R<1$).

При товщині активного шару *p-n*-переходу d і поширюється випромінювання в оптично однорідному середовищі, кути дифракції відбитого променя $\Omega=2\lambda/d$, тому тільки частина (рівна $d^2/2\lambda L$) відбитої потужності потрапляє на розташовану на відстані L робочу площину ширини d. При типових параметрах *p-n* переходу: $L=0{,}2$ мм, $\lambda\sim 1$ мкм, d = 4 мкм отримуємо $d^2/2\lambda L\simeq 4\cdot 10^{-2}$, тобто, дифракційні втрати. "Корисні" втрати $\gamma=-\frac{1}{L}\ln\frac{d^2}{2\lambda L}=1{,}5\cdot 10^4\,\text{м}^{-1}$. Це дуже великі втрати, але завдяки хвильоводній каналізації випромінювання в *p-n* переході, в дійсності $\gamma=(200\div 300)\,\text{м}^{-1}=$ $=(2-3)\,\text{см}^{-1}$.

Якщо ж врахувати розподіл втрат і на відбиття, то згідно (11.16):

$$\frac{c^2\xi\eta g(\nu)}{8\pi\nu^2 ed}\left(\frac{I_{пор}}{s}\right)=\alpha-\frac{1}{L}\ln R$$

або:

$$\left(\frac{I_{пор}}{s}\right)=\frac{8\pi\nu^2 ed}{c^2\xi\eta g(\nu)}\left(\alpha-\frac{1}{L}\ln R\right).$$

За оцінками в *GaAs* $\alpha \simeq 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$ і $\Delta\nu = [g(\nu_0)]^{-1} \sim$ $\sim 200 \text{ см}^{-1}$, $\xi = 1$ (тобто: $T = 0K$), $\eta \simeq 1$; $\left(\alpha - \frac{1}{L}\ln R\right) \approx 20 \text{ см}^{-1}$; $\lambda = 0{,}84$ мкм; $n = 3{,}35$; $d = 2$ мкм.

За цими параметрами — $(I_{пор}/s) \simeq 150 \text{А} \cdot \text{см}^{-2}$, що добре узгоджується з експериментальними результатами.

Вперше лазерний ефект у напівпровідниках спостерігався на вироджених *p-n*-переходах у кристалі *GaAs*. Властивість *p-n*-переходу така, що за відсутності зовнішньої дії багато електронів у зоні провідності на *n*-стороні і багато дірок у валентній зоні на *p*-стороні та лише деякі з них можуть здолати бар'єр і потрапити в область переходу. При цьому має місце деяка рівновага носіїв із загальним рівнем Фермі ε_F (рис. 11.7, *а*).

При зовнішній дії, скажімо, прямої напруги зміщення ($U_{зм}$) бар'єр знижується і багато дірок і електронів проникають (інжектуються, вприскуються) в область переходу. При цьому виникають квазірівні Фермі, а нерівноважні носії рекомбінують, генеруючи фотони (рис. 11.7, *б*). Розподіл фотонів у просторі поблизу активної зони показано на рис. 11.8.

Таким чином, при високому рівні інжекції в такому переході одночасно є електрони і дірки у виродженому стані. При нульовому зміщенні умова $\varepsilon_{F_c} - \varepsilon_{F_b} > \hbar\omega$ не виконується, тому що $\varepsilon_F = \varepsilon_{F_c} = \varepsilon_{F_b}$, і підсилення немає. При прикладанні зміщуючої напруги $U_{пр}$ виникає активна область, яка має одночасно вироджені електрони і дірки.

На частотах, для яких виконується умова:

$$\varepsilon_{F_c} - \varepsilon_{F_b} > \hbar\omega$$

випромінювання, що виникає в результаті рекомбінації, підсилюється (йде генерація світла).

Інтенсивність випромінювальної рекомбінації визначається конкретними особливостями зонної структури напів-

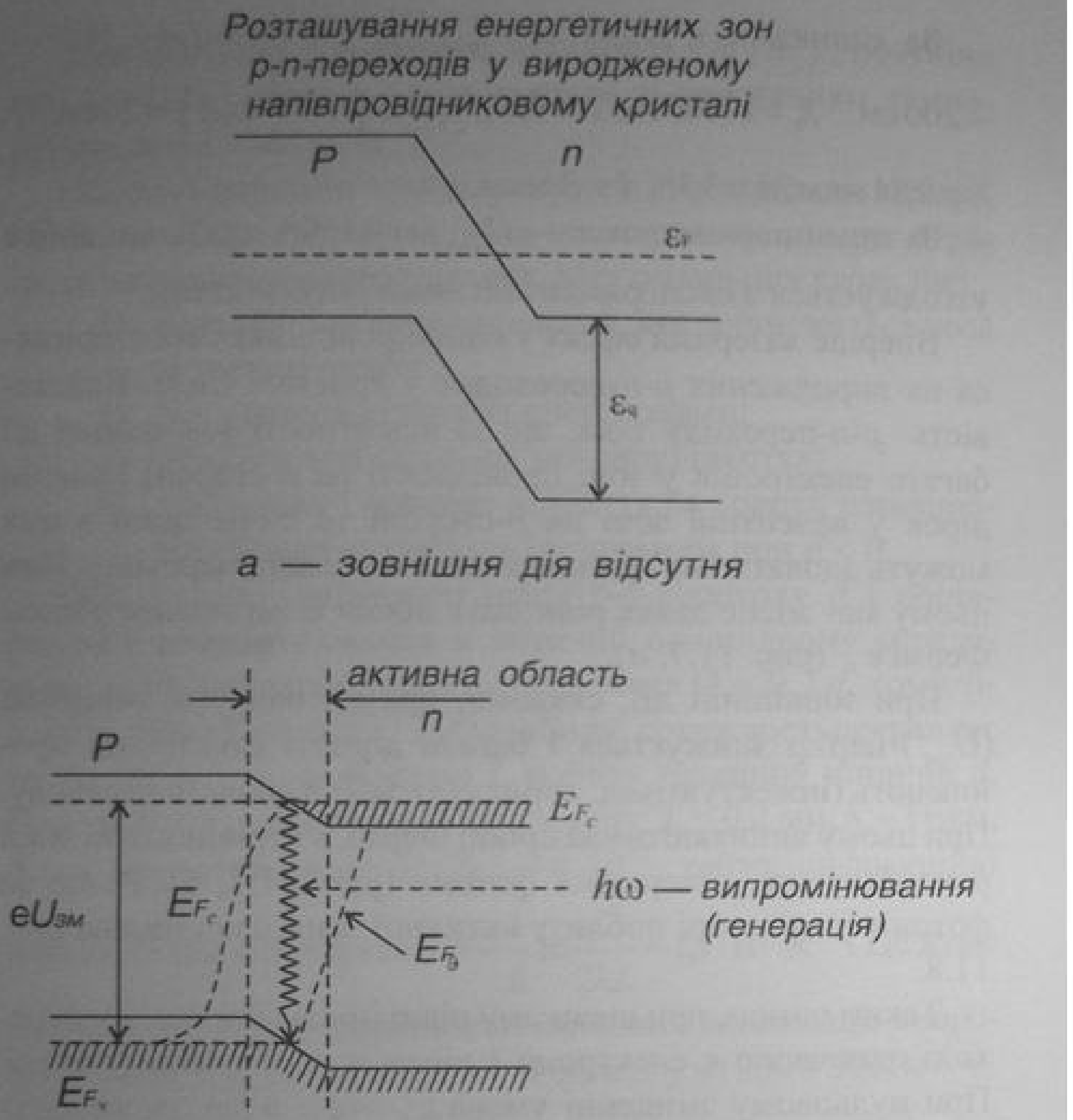


Рис. 11.7

провідника, квадратом матричного елемента відповідного переходу, густиною рекомбінуючих пар. Оскільки випромінювальні і безвипромінювальні канали рекомбінації паралельні, то підсумкова швидкість рекомбінації:

$$\tau^{-1} = \tau_в^{-1} + \tau_б^{-1}.$$

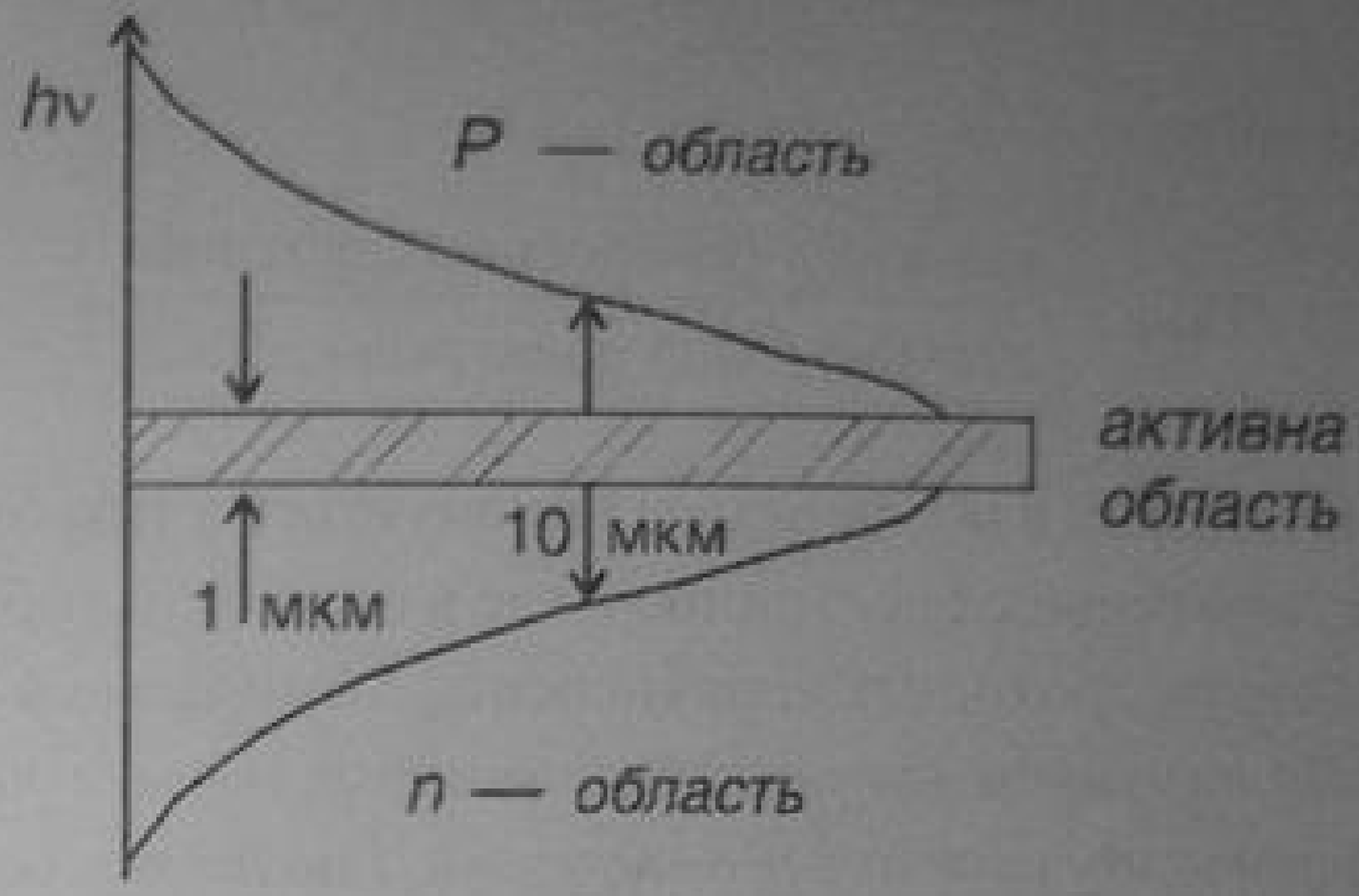


Рис. 11.8

Отже, внутрішній квантовий вихід випромінювальної рекомбінації рівний:

$$\eta = \frac{\tau_e^{-1}}{\tau_e^{-1} + \tau_б^{-1}},$$

він характеризує якість напівпровідникового матеріалу. Правильний вибір легування і виготовлення досконалих кристалів дозволяє отримати для багатьох напівпровідникових матеріалів значення $\eta \sim 100\%$, тобто: $\tau_e \ll \tau_б$.

Товщина активного шару за порядком величини рівна довжині пробігу (дифузії) електронів, інжектованих у *p*-область, до моменту їх рекомбінації з дірками, тобто до моменту переходу їх у валентну зону. Величина коефіцієнта дифузії $D \sim 10^{-3}$ м ^{2}с$^{-1}$, а час життя (рекомбінації) $\tau \sim 10^{-9}$ с, тобто товщина активного шару $\ell = \sqrt{D\tau} = 1$ мкм. Світло, випромінене в *p-n*-переході, проходить крізь об'єм напівпровідникового матеріалу поза областю переходу, де воно може поглинатися знову. Тому вводять зовнішній квантовий вихід:

$$\eta_{зовн} = \frac{\text{кількість випромінених фотонів}}{\text{кількість пар електрон - дірка}},$$

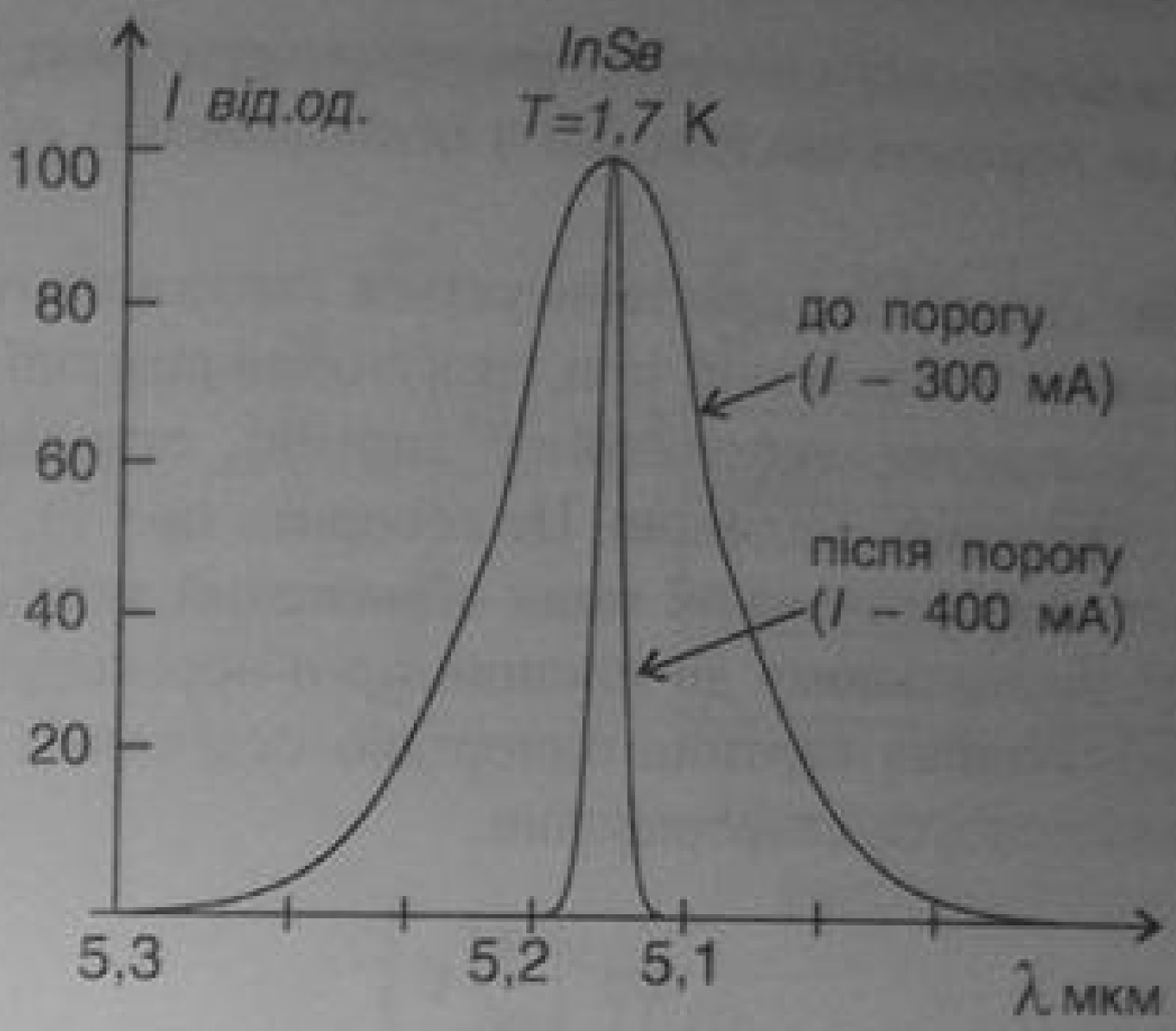
і внутрішній:

$$\eta_{внутр} = \frac{\text{кількість генерованих фотонів}}{\text{кількість пар електрон - дірка}}.$$

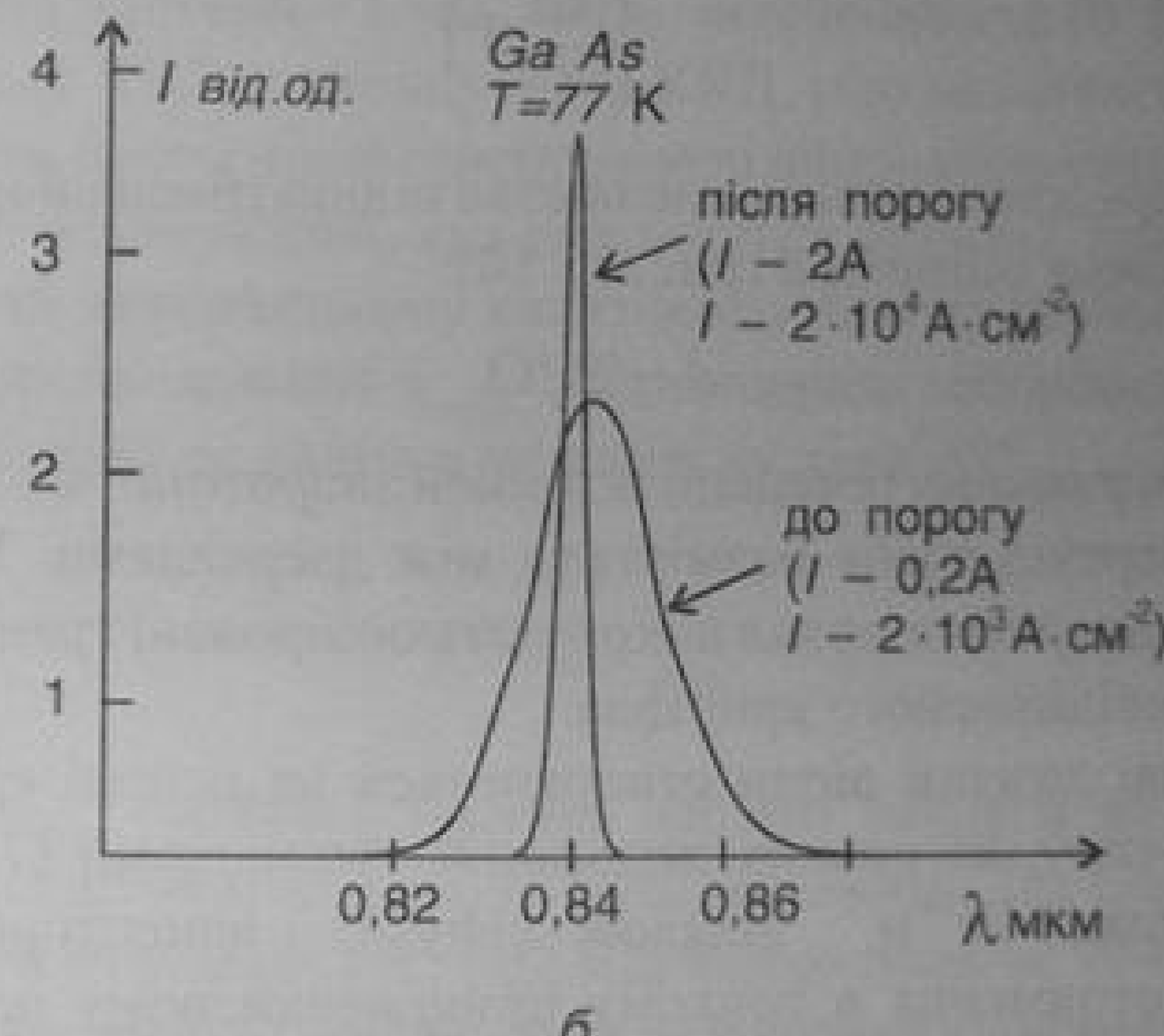
Умова інверсії в *p-n*-переході виконується з тим більшим запасом, чим більше електричне поле в переході, тобто, чим більший струм проходить через перехід. *Мінімальний струм, при якому вимушене випромінювання порівняне з поглинанням (втратами) світла у p-n-переході, і називається пороговим струмом.* Він визначається, зокрема, за звуженням спектра генерації порівняно зі спектром допорогового рекомбінаційного випромінювання. Це звуження показано на рис. 11.9 для *p-n*-переходу в кристалах *InSb* і *GaAs*.

Причиною звуження спектра випромінювання при наближенні до порога генерації є перехід люмінесценції в суперлюмінесценцію, а потім і в генерацію. Звуження спектра починається, коли підсилення діоду за прохід стає більшим одиниці. В цьому випадку спонтанне рекомбінаційне випромінювання з формою лінії $g(\nu)$ при проходженні крізь середовище підсилюється за законом $e^{\alpha g(\nu)L}$. Так як $g(\nu)$ має, як правило, один максимум, то випромінювання на частотах поблизу центру лінії буде підсилюватись значно сильніше, ніж на крилах, що і приведе до звуження спектра випромінювання. При нехтуванні втратами спектр випромінювання описується виразом $g(\nu)\exp\{\alpha g(\nu)L\}$, де L — база діоду (ефективна довжина одного проходу в діоді). Відносне звуження при гаусовому контурі рівне:

$$\frac{\delta\nu}{\Delta\nu} = \frac{1}{\sqrt{\alpha g(\nu_0)L}},$$



а



б

Рис. 11.9

де — $\delta\nu$ і $\Delta\nu$ — відповідно ширина лінії випромінювання поза зразком (напівширина суперлюмінесценції) і ширина лінії спонтанного випромінювання (напівширина люмінесценції). Суперлюмінесценція відрізняється від когерентного

випромінювання своїм поступовим звуженням спектра, який описується коренем квадратним з інтенсивності накачування.

Лазерна генерація характеризується картиною поля випромінювання у віддаленій зоні, де кутовий розподіл інтенсивності відповідає дифракційній картині, створеній рівномірно освітленою щілиною. Це говорить про те, що розподіл поля випромінюваної моди обмежений за висотою у напрямку, нормальному до площини p-n-переходу. Теоретично дифракційна картина однорідно освітленої щілини шириною d описується формулою:

$$I(\theta) \sim \frac{\sin^2\left[\frac{\pi d}{\lambda}\theta\right]}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\theta\right)^2}.$$

За шириною головного пелюстка індикатриси випромінювання можна оцінити d (рис. 11.10):

$$d \sim 2\lambda/\Omega.$$

Для отримання генерації потрібен зворотний зв'язок, тобто p-n-перехід треба розмістити між дзеркалами. У напівпровіднику роль дзеркал виконують полірувані грані самого напівпровідникового кристала.

Типові лазерні діоди створюються на основі кристалів *GaAs* n-типу, легованих донорними домішками (*Te, Se* до концентрації 10^{24} м$^{-3}$, шляхом дифузії) з акцепторами (*Zn, Cd*) до отримання в тонкому приповерхневому шарі концентрацій $\sim 10^{26}$ м$^{-3}$, методом дифузії чи імплантації. Дзеркалами в *GaAs*, як правило, служать природні сколи по площині (110). Генерація відбувається в області 820-900нм при $T = (4 - 300)K$.

На *GaAs* отримано потужність 10 Вт при товщині випромінювального шару p-n-переходу ~2 мкм і довжині випромі-

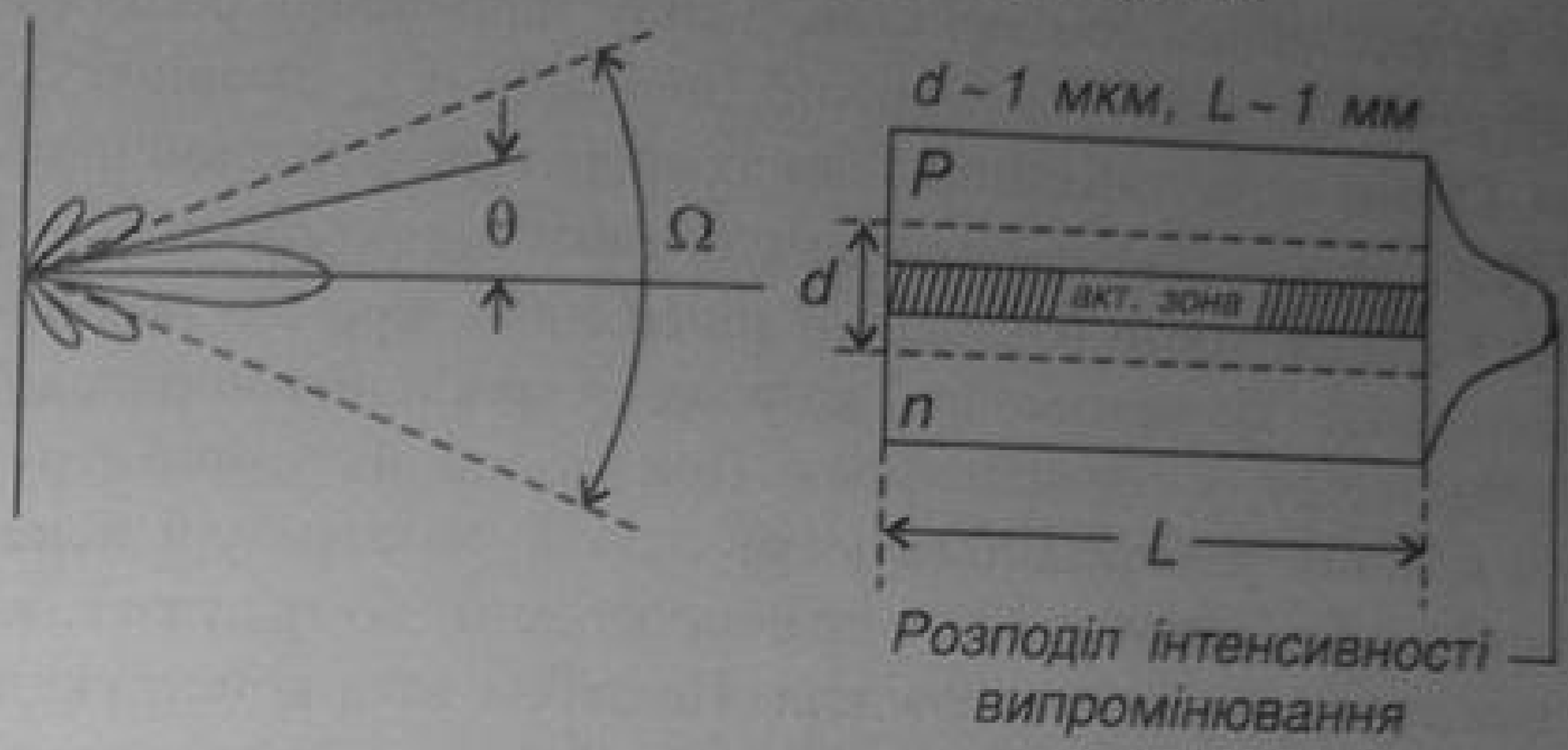


Рис. 11.10

нювальної частини ~ 1 мм, тобто, інтенсивність 10^5 Вт · см $^{-2}$. При цьому ККД становив 50%. ККД, (що визначається відношенням потужності генерованого випромінювання до потужності накачування, яка розсіюється діодом), прямо пропорційний внутрішньому квантовому виходу рекомбінаційного випромінювання $\eta_{внут}$ і відношенню забороненої зони ε_g (у вольтах) до падіння напруги на діоді *Ed*:

$$\eta = \eta_{внут} \frac{\varepsilon_g}{Ed}.$$

При $\eta_{внут} \sim 100\%$ і малому падінні напруги на *p-n*-переході значення η може бути дуже великим. Для *GaAs* при охолодженні рідким азотом ККД лазера досягає 70-80%. Це — найефективніші лазери. Але їх потужність невелика, передусім, з причини малих розмірів області *p-n*-переходу. В неперервному режимі при випромінюванні з поверхні в 10^{-4} см ^{2} потужність досягає 10 Вт (*GaAs* при 77 К).

Вихідна потужність напівпровідникового лазера пропорційна квантовому виходу і перевищенню густини струму накачування *I* над її пороговим значенням $I_{пор}$:

$$P \sim \eta_{вим}(I - I_{пор}).$$

Із зростанням температури, в силу збільшення ролі безвипромінювальної рекомбінації, значення $\eta_{вим}$ зменшується. Окрім того, з підвищенням температури різко зменшується різниця швидкостей вимушеного випромінювання і поглинання, тобто, коефіцієнт підсилення, про що говорилось вище. Це призводить до різкого зростання порогової густини струму з температурою. При зростанні густини струму кристал розігрівається і при деякій температурі неперервний режим генерації стає неможливим. Тому дуже важливим питанням є тепловідвід. Потрібна така конструкція лазерного діоду, яка б забезпечувала ефективне охолодження. При температурі рідкого гелію вдається відвести від діоду 30-40 Вт тепла, при рідкому азоті — 10 Вт, а при кімнатній — 1 Вт.

Робоча температура лазерного діоду буде визначати пороговий струм *GaAs*, який змінюється від гелієвих температур до кімнатної від 10^2 до 10^5 А $\cdot$см$^{-2}$. Таким чином, у неперервному режимі обмеження потужності випромінювання напівпровідникового лазера зумовлено перегрівом кристала струмом накачування.

Для того, щоб уникнути перегріву діоду можна перейти до імпульсного режиму накачування. При тривалостях струму інжекції 0,5-1мкс для GaAs при 77 К — потужність випромінювання ~ 100 Вт. В імпульсному режимі потужність випромінювання обмежена оптичним саморуйнуванням кристала. При кімнатних температурах реалізується частота імпульсів до 10 кГц і пікова потужність досягає декількох ват.

Чим вища якість *p-n*-переходу, тим менша величина порогового струму; для *GaAs* він становить ~100А $\cdot$см$^{-2}$ при температурі рідкого гелію. При цьому загальний струм менший 1 А, тому, що площа *p-n*-переходу ~1 мм^2. Лазер на *p-n*-переході має дуже малі розміри: база *L* резонатора 0,2-

-0,5 мм, поперечний розмір $d \sim 0{,}1$ мкм. Електрони і дірки "перестрибують" область *p-n*-переходу і проникають до *n* і *p* області на глибину 1-2 мкм. Тому шар, який світиться, виявляється товщим від перехідного (рис. 11.8).

Унаслідок малих розмірів резонатора навіть ідеальний інжекційний лазер не має такої високої направленості, як газові чи твердотільні.

Насправді направленість випромінювання напівпровідникового лазера на *n-p*-переході ще гірша, внаслідок неідеальності *n-p*-перехода. Результатом цього є те, що генерація світла в різних його частинах не узгоджена за напрямком. У результаті розбіжність променя напівпровідникового лазера на *n-p*-переході становить десятки градусів. Малі розміри резонатора і неоднорідність *n-p*-переходу ведуть і до меншої монохроматичності випромінювання порівняно з іншими лазерами. Як правило, напівширина спектра випромінювання $\sim 100-200\,\text{Å}$.

Залежно від типу донора й акцептора, а також їх концентрації, центр емісійного піка зміщується.

До недоліків лазерів на *n-p*-переході треба віднести і труднощі з виготовленням *n-p*-переходу в напівпровіднику з широкою забороненою зоною, що ускладнює реалізацію лазера в оптичній області спектра. В області 500 — 700 нм генерують $InGaP, CdS, GaSe, ZnS$ (330 нм).

Ці недоліки частково усуваються в напівпровідникових лазерах із електронним накачуванням чистого напівпровідникового кристала.

Суттєве поліпшення характеристик напівпровідникового інжекційного лазера і, передусім, різке пониження порогової густини струму, досягалося при застосуванні гетеропереходів. Із виразу порогової густини струму видно ($I / s \sim d$), що його величина пропорційна d (області локалізації електромагнітного поля в активному об'ємі).

Для зменшення d використовуються властивості подвійного гетеропереходу в структурі лазерного діоду.

Раніше розглядався p-n-перехід, утворений шляхом розподілу p- і n-домішок в одному й тому ж монокристалі, це, так званий, гомоперехід. Якщо ж нарощувати шар одного напівпровідника на монокристалічну підкладку з іншого напівпровідника, то утворюється гетероструктура. Для того щоб змінити d, використовуються властивості подвійного гетеропереходу. В таких структурах активна область лазера представляє собою тонкий шар ($d \sim 0{,}1 \div 0{,}4$ мкм) $GaAs$, розташований між шаром $Ga_{1-x}Al_xAs$ p-типу і шаром $Ga_{1-y}Al_yAs$ n-типу. Оскільки стала гратки GaAs майже збігається зі сталою гратки кристала $Ga_{1-x}Al_xAs$, то можна виростити кристали з трьома компонентами з мінімальним порушенням гратки.

Зменшення d зумовлює дві важливі властивості. По-перше, заборонена зона ε_g кристала монотонно зростає з x. Це призводить до зростання потенційного бар'єру для інжектованих електронів на межі розділу $GaAs - p$ з $Ga_{1-y}Al_yAs$ і аналогічно з бар'єром для інжектованих дірок на межі $GaAs$-n і $Ga_{1-y}Al_yAs$. Наслідком цього є сильна локалізація інжектованих електронів і дірок (тобто, мале d), що через ці бар'єри з активної області заважає їх дифузії. По-друге, залежність показника заломлення $Ga_{1-y}Al_yAs$ від x,

$$\Delta n \cong -0{,}4x,$$

де — Δn зміна показника заломлення відносно $GaAs$, веде до значної локалізації у хвильоводному шарі випромінювальних мод. Це показано на рис. 11.10. Такого типу лазери широко застосовуються у волоконно-оптичних системах.

Отже, в гетероструктурі p-n-переходу суттєво падає дифузійне розпливання інжектованих носіїв, а тому зменшується $I_{пор}$. Окрім того, показник заломлення трикомпонентного n/n $AlGaAs$ значно менший від бінарного $GaAs$. Це суттєво підвищує ефект оптичного хвильоводу, тобто, ви-

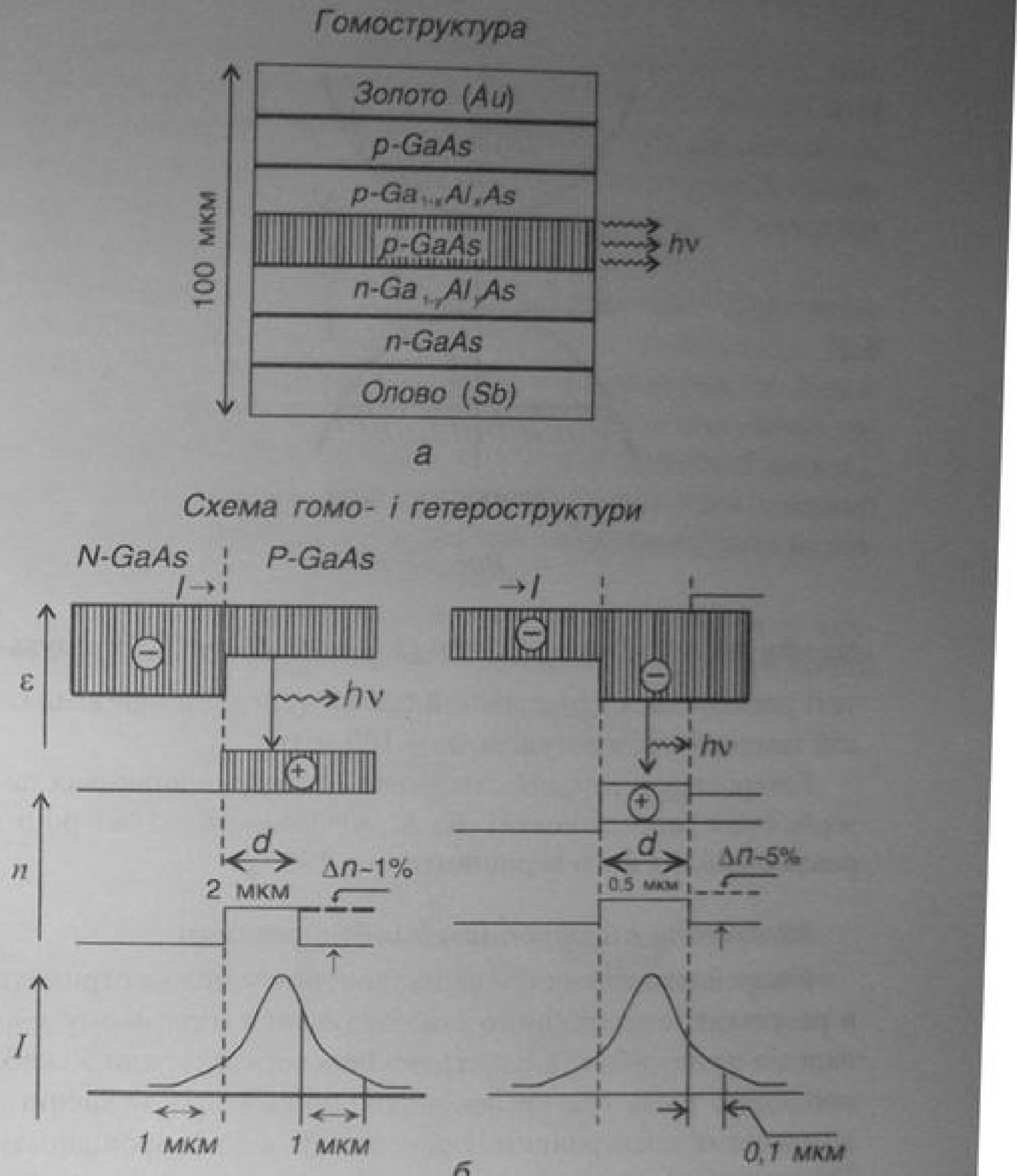


Рис. 11.11

промінювання краще концентрується в активній області. Все це, а також монтаж діоду на підкладці з високою теплопровідністю зменшує порогову густину струму в 100 ра-

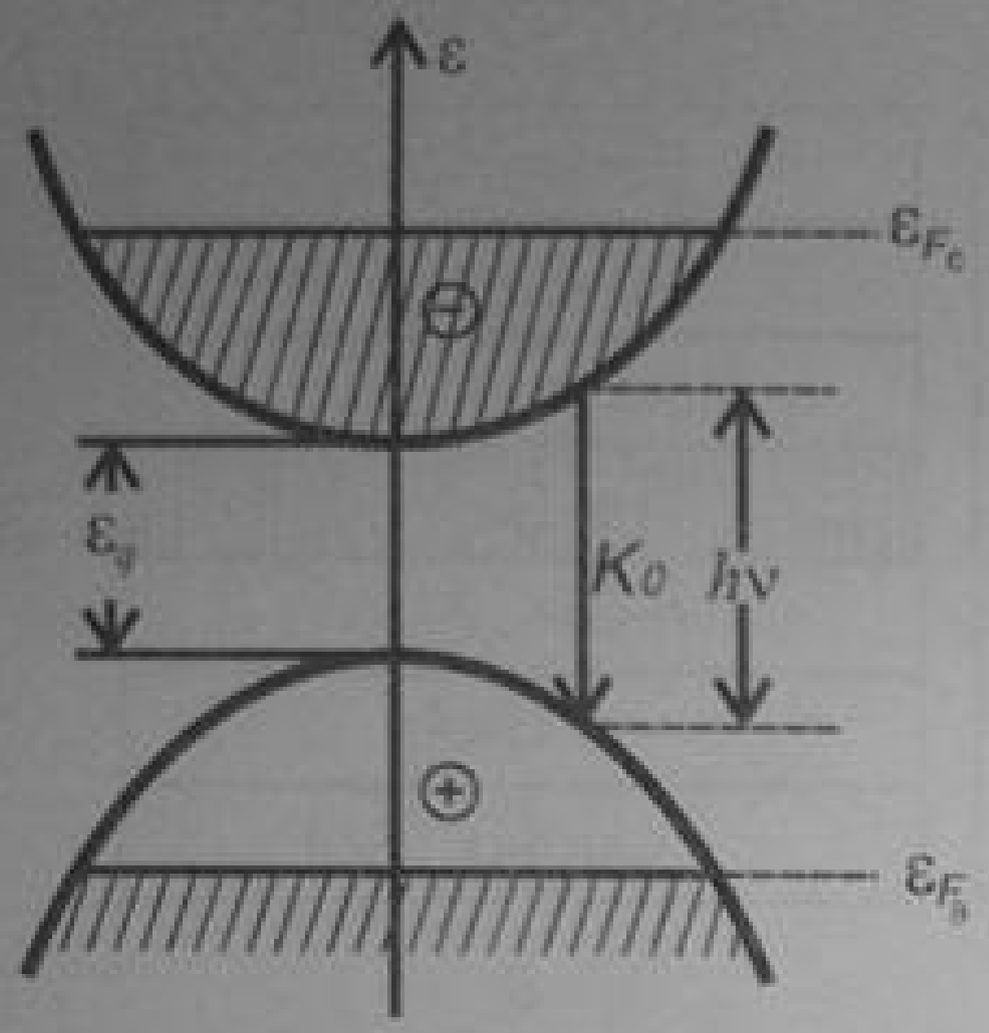


Рис. 11.12

зів при кімнатній температурі ($I_{пор} \sim 100 А \cdot см^{-2}$). В результаті реалізується неперервний режим генерації при кімнатній температурі з потужністю ~ 100 мВт.

Гетероструктури для створення напівпровідникових лазерів були запропоновані Ж. А. Алферовим у 1963 році і реалізовані під його керівництвом у 1968 р.

Збудження електронним бомбардуванням

Інверсію населеності в напівпровіднику можна отримати в результаті електронного бомбардування (при цьому *p-n*-перехід не потрібний). Електрони прискорюються до 50 кеВ, проходять крізь гратку напівпровідника і при зіткненні з валентними електронами переводять їх в зону провідності. На кожний збуджений таким чином електрон припадає дірка так, що навіть у чистому напівпровіднику це призводить до виродженої населеності електронів і дірок, як показано на рис. 11.12. При такому способі збудження число електронів і дірок завжди однаковс. В цьому способі ККД ~ 20%.

Електронне накачування було реалізовано у 1964 р. Н.Г. Басовим та ін. Швидкий електрон (0,5 МеВ) при прольоті крізь кристал збуджує електрони валентної зони, закидаючи їх в зону провідності. Отже розвивається лавинний процес збудження електронів, доки кінетична енергія збуджуючих електронів не стане меншою ε_g.

Електрони лавини, утворивши пару електрон-дірка, втрачають у кожному акті енергію більшу ε_g й імпульс p. Цей імпульс має забрати новонароджені електрони та дірки. Отже, електрони та дірки не можуть з'явитися на рівнях поблизу "дна" зони провідності ε_c і "стелі" валентної зони ε_3, тому, що для цих рівнів імпульс електрона та дірки близький до нуля. Збуджені частинки можуть потрапити тільки на рівні суттєво віддалені від країв зони.

Згідно з законами збереження енергії та імпульсу випливає, що для утворення пари електрон-дірка збуджуючий

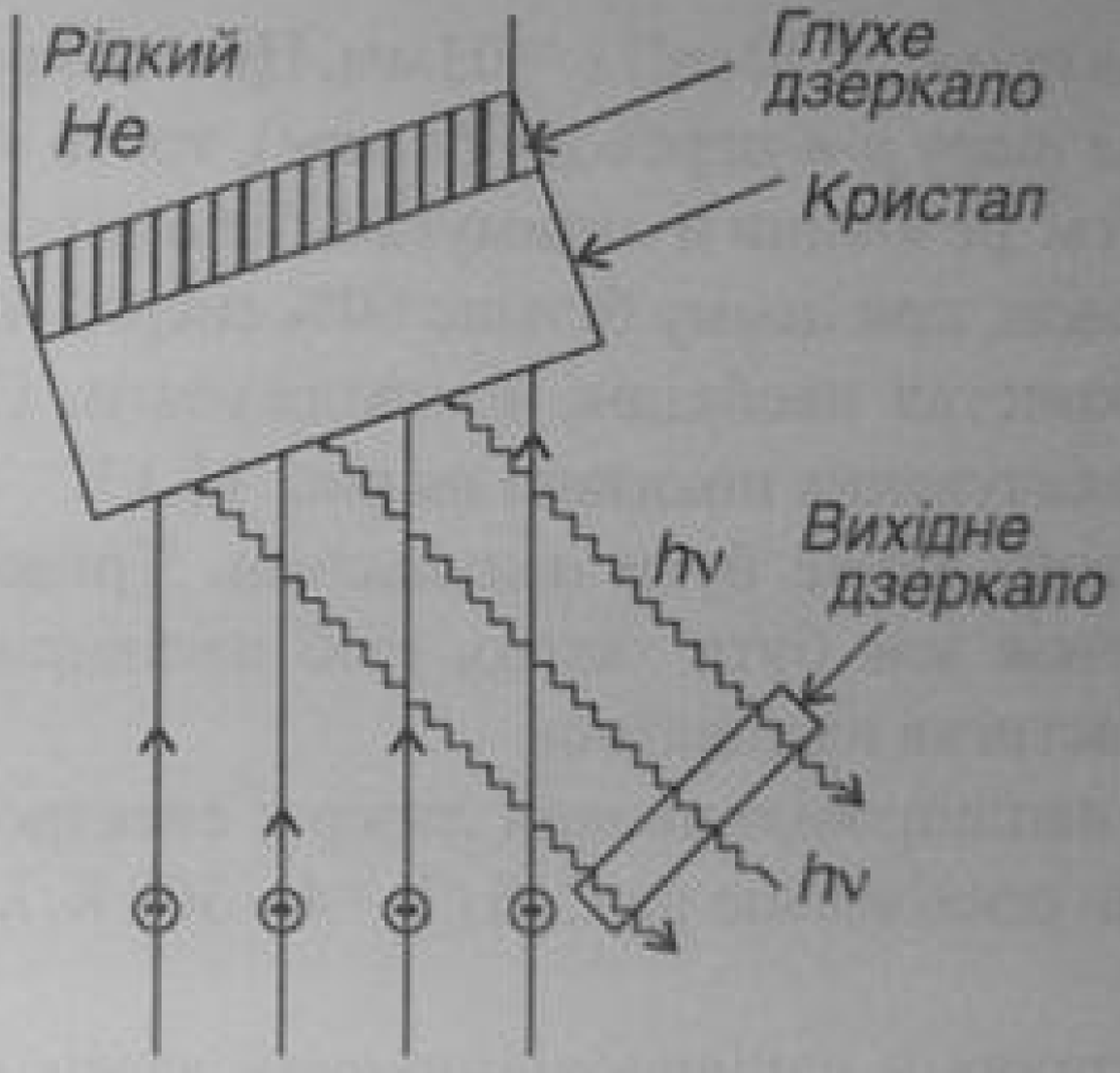


Рис. 11.13

електрон повинен мати енергію $\geq 3\varepsilon_g$. Ця енергія розподіляється між збудженим електроном, діркою і первинним електроном. Потім кінетична енергія $\sim 2\varepsilon_g$ частинок, які

народились, втрачається на збудження теплових коливань кристалічної гратки. Інша її частина $\sim \varepsilon_g$ випромінюється при рекомбінації електрона з діркою.

Рекомбінація електронів і дірок відбувається тільки тоді, коли вони накопичуються біля країв зон. Якщо електронний пучок накачування достатньо інтенсивний, то число електронів і дірок біля країв зони велике, й умова інверсії $\varepsilon_c - \varepsilon_s > \varepsilon_g$ виконується.

Для *GaAs* порогова густина електричного струму 1 А/см^2 при енергії електронів 0,5 МеВ.

Швидкі електрони проникають у глибину напівпровідникового кристала на значну відстань:

$$\ell = 0{,}1\ \text{l}\rho^{-1}(\sqrt{1+22{,}4\varepsilon_0} - 1),$$

де ε_0 — енергія електронів в МеВ, ρ — густина речовини в г/см^3.

Для GaAs при $\varepsilon_0 = 20$ кеВ $\ell \approx 0{,}1$ мм. Це в 100 разів більше, ніж товщина шару *p-n*-переходу (1 мкм), тобто збуджується більший об'єм речовини й отримуємо більшу потужність — 1-2 кВт. Правда, при цьому більше 60% енергії йде в тепло і, природно, кристал необхідно охолоджувати. Схему електронного накачування показано на рис. 11.13.

Накачування може бути імпульсним. Тривалість електронних пучків має бути такою, щоб напівпровідниковий кристал не встигав нагріватись.

Вперше напівпровідниковий лазер з електронним збудженням було реалізовано на CdS (T = 4 – 300 K, λ = 485 – 796 нм).

Використання у напівпровідникових лазерах зовнішніх дзеркал, суттєво поліпшує направленість, монохроматичність випромінювання і підвищує ефективність охолодження.

Контрольні питання

1. Чому в напівпровідникових лазерах як робочі тіла використовуються тільки прямозонні напівпровідники?

2. Проаналізуйте енергетичну схему напівпровідникового активного середовища.

3. Поясніть залежність порогової густини струму інжекційного лазера від температури.

4. Порівняйте основні переваги і недоліки напівпровідникових лазерів та інших квантових генераторів.

5. Які фізичні причини поліпшення характеристик лазерів на гетероструктурах порівняно з гомоструктурами?

§12. Методи накачування газових лазерів

У 1961 р. запрацював перший газовий лазер. Це був лазер неперервної дії на суміші *He – Ne* з довжиною хвилі генерації 1,153 мкм ($2{,}602 \cdot 10^{14}$ Гц), з інтенсивністю випромінювання ~ 10 мВт. Накачування здійснювалось на частоті 27 МГц потужністю в 50 Вт. На сьогоднішній день тільки на *He – Ne* суміші отримана генерація на 160 лініях, які перекривають діапазон від 270 нм до 132,8 мкм. Загальне число активних газових сумішей вже перевищує 100, а число відомих робочих переходів —декілька тисяч від ультрафіолетової області (235,8 нм Ne^{4+}) до субміліметрового діапазону (780 мкм *ICN* і 791 мкм H_2O). Зазначимо, що набір газових сумішей і вказаний спектральний діапазон буде розширюватись і надалі.

Газові лазери мають унікальну власну ширину лінії випромінювання (до 0,5 Гц), що відповідає відносному ступеню монохроматичності 10^{-14}. На *He – Ne* лазері на довжині хвилі $\lambda = 1{,}15$ мкм протягом ~ 10 с при повній потужності в моді приблизно 1 мВт і ширині моди 0,3 МГц отримана монохроматичність менше 0,5 Гц. У цих умовах спектральна ширина лінії генерації повністю визначається функціями розрядного струму і тепловими механічними змінами оптичної системи. Останнє визначає граничне значення монохроматичності газових лазерів.

Особливості газових лазерів обумовлені, як правило, тим, що більшість із них використовують атомні чи молекулярні спектри люмінесценції. Довжини хвиль переходів достатньо точно відомі і практично не залежать від навколишнього середовища. Оскільки система енергетичних рівнів вільних атомів відносно проста, то правила відбору добре виконуються. Тому характер безвипромінювальних переходів досконало вивчений. Окрім того, в газових сумішах можна декількома методами створювати інверсну заселеність. Ці механізми збудження та спустошення дозволяють

реалізувати генерацію при малих значеннях потужності накачувань.

Механізми збудження газових лазерів

Загальну схему процесів збудження і спустошення робочих рівнів газів показано на рис. 12.1. Величини P_i і P_k — швидкості заповнення верхнього і нижнього рівнів, а K_i і K_k — швидкості спустошення нижнього і верхнього рівнів від-

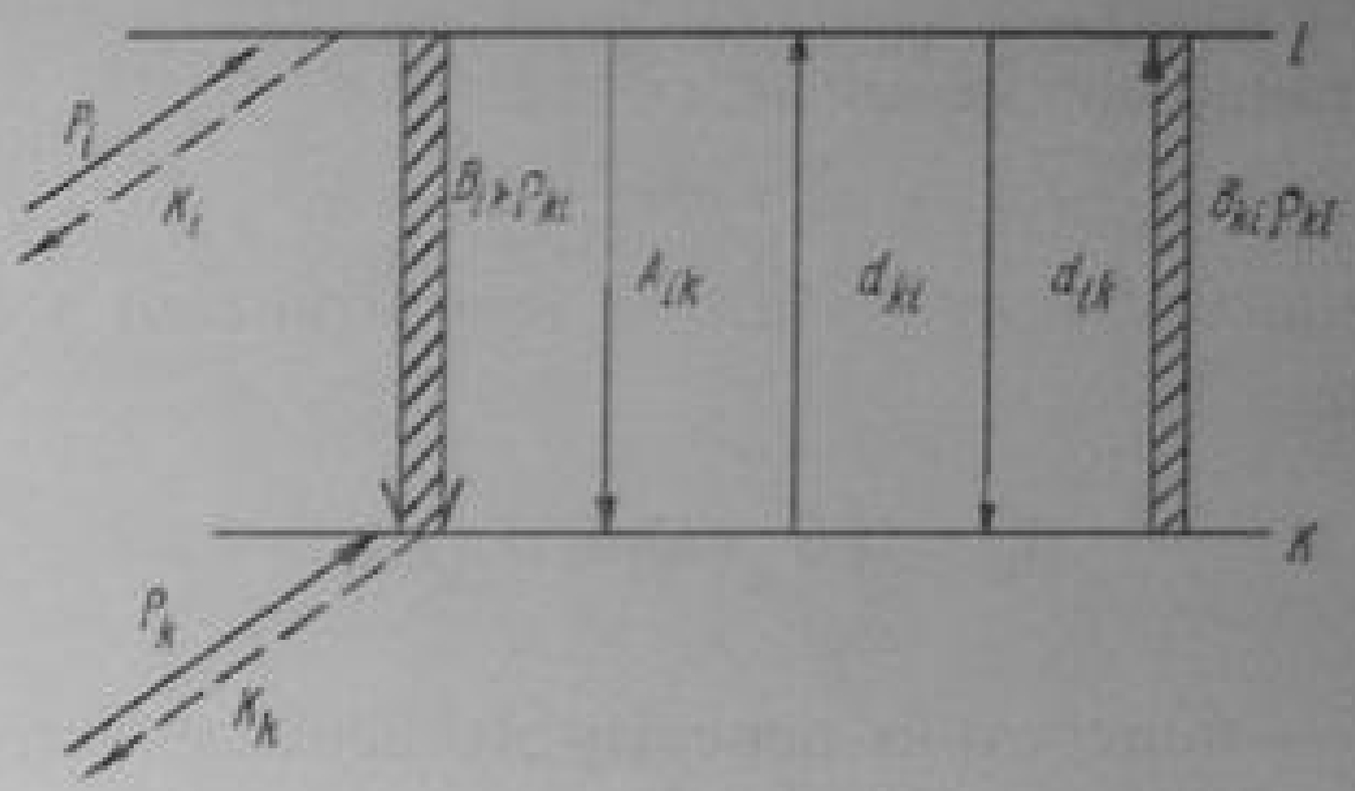


Рис. 12.1

повідно. Умова отримання підсилення на переході $i \to k$ при $d_{ik} >> d_{ki}$ (тобто, $h\nu_{ki} >> kT$) зводиться до наступного виразу:

$$K_k > \frac{q_i}{q_k}\left[\frac{P_k}{P_i}(K_i + A_{ik}) + (d_{ik} + A_{ik})\left(1 + \frac{P_k}{P_i}\right)\right]. \qquad (12.1)$$

У цьому співвідношенні перший доданок праворуч відповідає за спустошення верхнього рівня, а другий — за заповнення нижнього. Звідси: при $P_k \to 0$ $K_k > \frac{q_i}{q_k}(d_{ik} + A_{ik})$,

що збігається з умовою досягнення підсилення чотирирівневої схеми функціонування $f_{21} >> f_{32}$. Розглянемо методи створення інверсії в газових лазерах.

Накачування електронним ударом

Зіткнення першого роду. Спосіб отримання від'ємного поглинання за допомогою розряду було запропоновано вперше у 1939 р. В.А. Фабрикантом. Суть полягає в тому, що при непружних зіткненнях електрон-атом (зіткнення першого роду) атом збуджується, а потім висвічується. (Під зіткненням першого роду мають на увазі такі, при яких кінетична енергія поступального руху переходить в енергію збудженого стану).

Схематично процес виглядає так:

$$\bar{e} + a \to a^* + e; a^* \to a + h\nu.$$

Імовірність збудження атома при зіткненні з електронами рівна:

$$\beta_{ki} = \int_{\Delta E_{ki}}^{\infty} \sigma_{ki}(E)\mathrm{v} \cdot dn(E),$$

де $\sigma_{ki}(E)$ — поперечник перерізу зіткнення електрон-атом при енергії електрона $E = \frac{m\mathrm{v}^2}{2}$; v — швидкість електрона відносно атома, $dn(E)$ — густина електронів з енергією від E до $E + dE$; $\Delta E_{ik} = E_i - E_k$ — поріг енергії електрона, необхідний для збудження атома. Імовірність же переходу атома зі збудженого стану до основного у результаті зіткнення атом-електрон:

$$\beta_{ik} = \int_{\Delta E_{ki}}^{\infty} \sigma_{ik}(E)\mathrm{v} \cdot dn(E).$$

Виходячи з принципу детальної рівноваги:

$$E_1\sigma_{12}(E_1) = E_2\sigma_{21}(E_2)$$

і максвеллівського розподілу електронів по швидкості при електронній температурі T_e:

$$dn(E) = mE^{1/2}\exp\left(-\frac{E}{kT_e}\right)dE.$$

Отримуємо:

$$\frac{\beta_{ik}}{\beta_{ki}} = \exp\left(\frac{E}{kT_e}\right). \qquad (12.2)$$

Отже, під дією тільки електронних ударів час життя більш високих енергетичних станів коротший, ніж низьких. Якщо час між зіткненнями (β_{ki}^{-1}) значно менший часу життя збудженого стану τ_{ik}, розподіл заселеностей визначається тільки електронними зіткненнями. Тому можна вважати, що розподіл збуджених атомів буде визначатись больцманівським виразом при електронній температурі T_e. Якщо ж $\beta_{ki}^{-1} >> \tau_{ik}$, то функція розподілу збуджених атомів змінюється, оскільки між співударами атом буде випромінювати спонтанно, але це не змінить співвідношення (12.2).

У найпростішому випадку (дворівнева система) зміна заселеності рівня в часові з врахуванням спонтанного випромінювання матиме вигляд:

$$\frac{dn_i}{dt} = n_\kappa \beta_{\kappa i} - n_i \beta_{i\kappa} - n_i \tau_{i\kappa}^{-1},$$

де, τ_{ik} – час життя збудженого стану, який (час) визначається спонтанною люмінесценцією. При стаціонарному режимі:

$$\frac{n_i}{n_k} = \frac{\beta_{ki}}{\beta_{ik} + \tau_{ik}^{-1}} = \frac{1}{1 + \tau_{ik}^{-1}\beta_{ik}^{-1}} \exp\left(-\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T}\right).$$

Якщо імовірність випромінювальних переходів вище імовірності переходів за рахунок електронного удару, тобто $\tau_{ik}^{-1}\beta_{ik}^{-1} >> 1$, то:

$$\frac{n_i}{n_k} \approx \tau_{ik}\beta_{i\kappa} \exp\left(-\frac{h\nu_{ki}}{\kappa T_e}\right).$$

Звідси випливає, що $n_i << n_k$ і створення інверсної заселеності на переході $i \to \kappa$ електронним ударом 1-го роду неможливе. У випадку $\tau_{ik}^{-1} \cdot \beta_{ik}^{-1} << 1$ отримуємо, як і раніше,

що $n_1 < n_2$, тобто інверсія теж неможлива. Таким чином, як і у випадку оптичного накачування, в результаті ударів першого роду в дворівневій схемі створення інверсної заселеності неможливе.

Для трирівневої системи, виходячи з тих же міркувань, що і у випадку дворівневої, отримаємо для співвідношення заселеностей рівнів такий вираз:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{q_2}{q_1}\tau_{21}\beta_{21}\exp\left(-\frac{h\nu_{12}}{\kappa T_e}\right),$$

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{q_3}{q_1}\tau_{31}\beta_{31}\exp\left(-\frac{h\nu_{13}}{\kappa T_e}\right).$$

Звідки:

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{q_3}{q_2}\frac{\tau_{31}\beta_{31}}{\tau_{21}\beta_{21}}\exp\left(-\frac{h\nu_{23}}{\kappa T_e}\right). \qquad (12.3)$$

У схемі, яка розглядається (рис. 12.2), лазерний перехід є $3 \to 2$. (Порівняйте з рубіном, де лазерний перехід $2 \to 1$, §9).

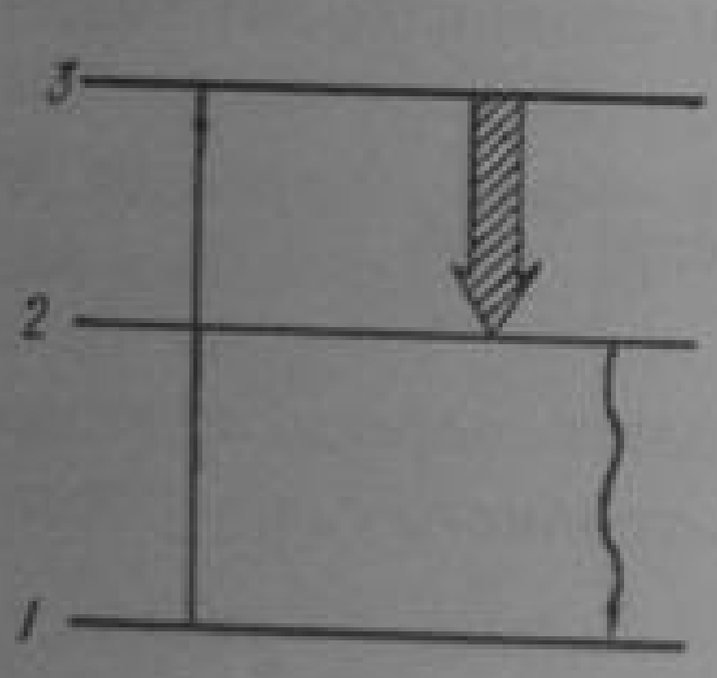


Рис. 12.2

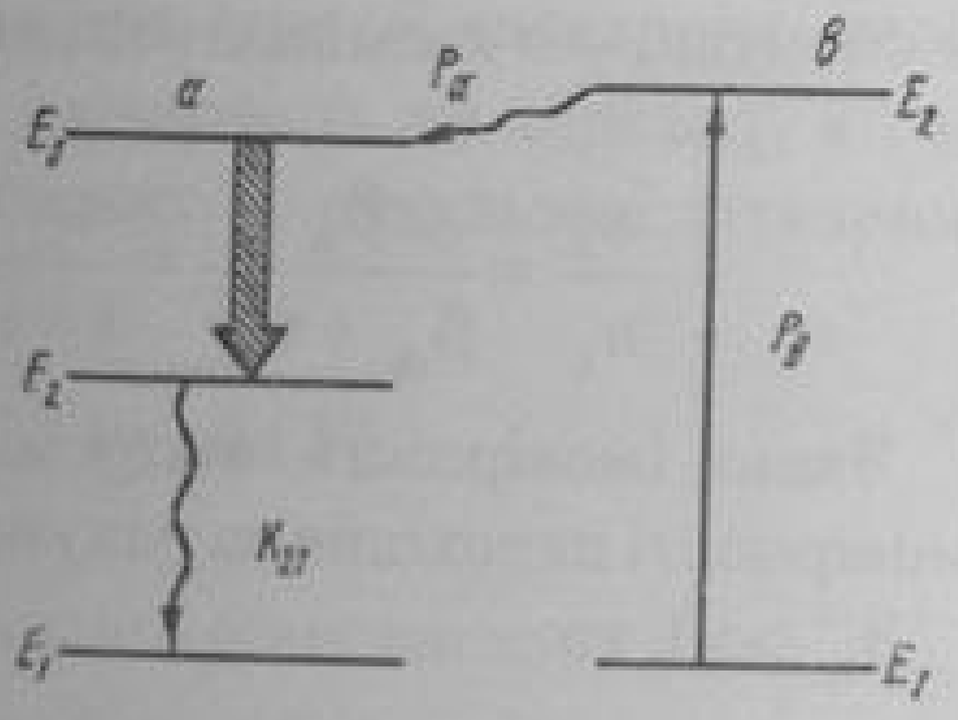


Рис. 12.3

Для отримання підсилення необхідно, щоб множник, який стоїть перед експонентою в (12.3), був досить великим, забезпечуючи:

$$\left(n_3 - \frac{q_3}{q_2} n_2\right) = n_3\left(1 - \frac{\tau_{21}\beta_{21}}{\tau_{31}\beta_{31}} \exp\left(-\frac{h\nu_{23}}{\kappa T_e}\right)\right) > 0,$$

тобто:

$$\frac{\tau_{21}\beta_{21}}{\tau_{31}\beta_{31}} < \exp\left(-\frac{h\nu_{23}}{\kappa T_e}\right). \qquad (12.4)$$

Вираз (12.4) визначає вимоги, які висуваються до активного середовища. Зокрема, для отримання генерації підсилення має перевищувати втрати резонатора. В зв'язку з цим, необхідно забезпечити високу густину активних центрів на рівні 3. Величина її пропорційна густині електронів у розряді. При високих густинах збудження спостерігається захоплення в "полон" фотонів (перепоглинання спонтанно випромінених фотонів). Це призводить до збільшення часу життя рівня, з якого відбувається спонтанне випромінювання, тобто до зростання концентрації збуджених станів. Це явище корисне для рівня 3, але небажане для рівня 2.

Правила відбору для переходів при збудженні електронними ударами практично збігаються із правилами відбору для оптичних переходів. Якщо дозволені переходи $3 \to 1$ і $2 \to 1$, то, відповідно до теорії квантових переходів, $\tau_{21}\beta_{21} = \tau_{31}\beta_{31}$. Отже, враховуючи (12.3), підсилення на переході $3 \to 2$ неможливе. Тому перехід $2 \to 1$ має бути в першому наближенні забороненим, тобто $\beta_{21} << \beta_{31}$, і відповідно $\tau_{21} >> \tau_{31}$*. Але в цьому випадку при генерації буде заповнюватись рівень 2, що призведе до неможливості неперервного режиму роботи лазера. Тому необхідно передбачити ефективне спустошення другого рівня.

---

* *При електронному збудженні поперечник перерізу для оптично дозволених переходів* $\sigma \approx 10^{-16}$ см^2, *а для заборонених без зміни мультиплетності* ($\Delta S = 0$) $\sigma \approx 10^{-19}$ см^2).

Виконання перерахованих вище умов можливе лише для досить вузького числа активних середовищ, наприклад, для інертних газів *Ne, Ar, Kr, Xe*. Більш перспективною виявилась схема збудження газів у результаті *ударів другого роду*.

Зіткнення другого роду. Розглянемо широко розповсюджену двокомпонентну газову систему з набором енергетичних рівнів газу *а* і *в*, показану на рис. 12.3.

У суміші двох газів, в якій енергія метастабільного рівня атомів одного газу *в* ($E_2^в$) близька до енергії збудження рівня атомів другого газу *а* (E_3^a), в результаті непружного зіткнення атомів різного сорту (резонансна передача енергії), може відбуватись ефективна передача енергії з метастабільного рівня $E_2^в$ газу *в* на збуджений рівень (E_3^a) газу *а*. Такий процес отримав назву зіткнення другого роду. Це процеси, коли атоми чи молекули обмінюються енергією збудження одне з одним:

$$\bar{e} + в \rightarrow в^* + e;\ в^* + a \rightarrow a^* + в;\ a^* \rightarrow a + h\nu.$$

Швидкість переходів атомів *а* в стан E_3^a визначається співвідношенням:

$$\frac{dn_3^a}{dt} = n_1^a(\beta_{13} + t_{ва}^{-1}) - n_3^a(\beta_{31} + t_{ав}^{-1} + \tau_3^{-1}), \qquad (12.5)$$

де β_{13} — імовірність переходу атома за рахунок електронного удару з основного стану E_1^a в збуджений E_3^a; $t_{ва}$ — час передачі енергії від збудженого атома *в*, який знаходиться в нормальному стані $E_2^в$ атому *а*, який знаходиться в нормальному стані (на рівні E_1^a), в результаті чого, атом *а* збуджується і переходить у стан E_3^a; $t_{ав}$ — час зворотного процесу; β_{13} — імовірність спустошення рівня E_3^a у результаті зіткнень із електронами; τ_3 — час життя рівня E_3^a.

Аналогічне співвідношення справедливе і для рівня E_2^a:

$$\frac{dn_2^a}{dt} = n_1^a\beta_{12} + n_3^a(\beta_{32} + \tau_{32}^{-1}) - n_2^a(\beta_{21} + \tau_{21}^{-1}). \qquad (12.6)$$

У цих співвідношеннях можна знехтувати переходами з рівня E_2^a на рівень E_3^a. За наявності стаціонарного режиму, тобто при:

$$\frac{dn_3^a}{dt} = \frac{dn_2^a}{dt} = 0,$$

допускаючи, що електрони мають максвеллівський розподіл за швидкостями:

$$\beta_{13}/\beta_{31} = \exp(-h\nu_{13}/\kappa T_e),\ \text{а}\ \beta_{32} \ll \tau_{32}^{-1},\ \beta_{13}/\beta_{31} \approx 1,$$



Рис. 12.4

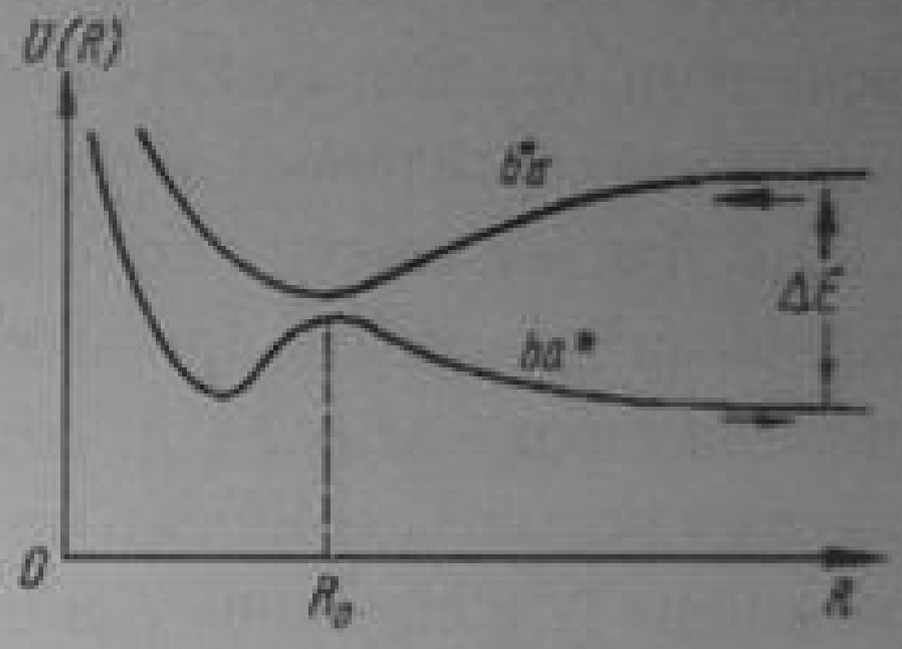


Рис. 12.5

і враховуючи, що згідно з теорією зіткнень справедливо:

$$t_{en}/t_{en} = n_1^a/n_2^a,$$

отримуємо умову інверсної заселеності:

$$\frac{1}{\beta_{13} t_{en}}\left[1 - \frac{n_1^a}{n_2^a}\exp\left(-\frac{E_2}{\kappa T_e}\right) + x\right] > (1+y)\exp\left(\frac{h\nu_{23}}{\kappa T_e}\right) - 1 - x, \tag{12.7}$$

де $x = \frac{1}{\beta_{21}}\left(\frac{1}{\tau_{21}} - \frac{1}{\tau_{32}}\right), y = \frac{1}{\beta_{31}\tau_3}$. Площина змінних x, y (рис. 12.4.) розбивається прямими на чотири області :

$$x = \left(\frac{n_1^a}{n_2^a}\right)\exp\left(-\frac{E_2}{\kappa T_e}\right) - 1, \tag{12.8}$$

$$y = (x+1)\exp\left(-\frac{h\nu_{23}}{\kappa T_e}\right) - 1, \qquad (12.9)$$

на яких перетворюється у нуль ліва і права частини нерівності (12.7) відповідно. В області III права частина нерівності (12.7) від'ємна і для будь-яких $t_{вз}$ досягається інверсна заселеність, у тому числі і при $t_{вз} \to \infty$, тобто, коли існують лише удари I-го роду (газ-випромінювання не обов'язкове). В області II інверсна заселеність може отримуватися лише за участю газу *в*, але при значенні $t_{вз}$ меншому величини, яка визначається нерівністю (12.7). В областях I і IV інверсія заселеностей неможлива.

І.Д.Ландау вперше показав, що відношення ймовірностей обміну енергією при зіткненні двох різних атомів пропорційне $\exp(-\Delta E/\kappa T)$, де ΔE — різниця енергії тих рівнів, що розглядаються. Якісно процес обміну енергією між атомами при їх непружному співударі можна описати як утворення молекули з потенційними кривими, що показано на рис. 12.5. Потенційна енергія молекули змінюється і потенціал з притягувального переходить у відштовхувальний (гілка ba^*). При цьому атоми розлітаються, причому, атом *а* збуджується, а *в* переходить в основний стан. Розрахувати такий процес надзвичайно складно, оскільки невідомий хід потенційних кривих. Але експериментально встановлено, що при точному збігові рівнів $\Delta E = 0$ ефективний переріз передачі дуже великий (резонанс), при ΔE порядку кількох κT — середній ($10^{-14} - 10^{-18}$ см^2), а при $\Delta E = (5 \div 6)\kappa T$ — надзвичайно малий. Отже, підібрати газові суміші потрібно так, щоб різниця енергії збудження між метастабільним станом одного атома і відповідним станом іншого була порядку κT. Наприклад, в суміші *He-Ne* метастабільні рівні гелію 2^3S_1 і 2^1S_0, знаходяться на 313 см$^{-1}$ (0,04 еВ) вище вихідних (початкових) лазерних рівнів неону 2*S* і 3*S* (рис. 12.6).

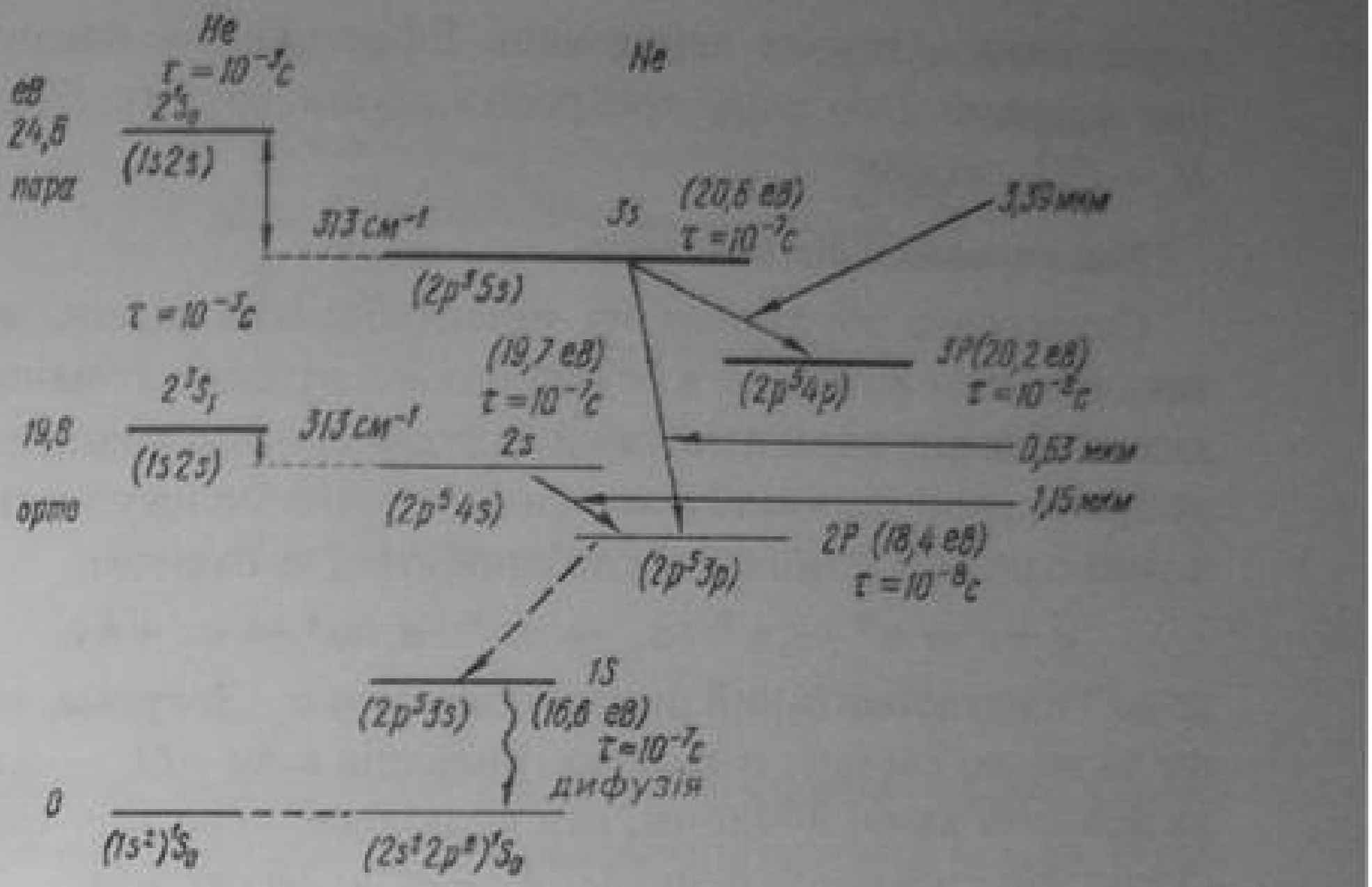


Рис. 12.6

Поперечник збудження на рівень $He(2^1S_0)$ рівний 10^{-17} см^2 при співвідношенні парціальних тисків P_{He}/P_{Ne} 5÷10. При цьому поперечник передачі енергії $He(2^1S_0) + Ne \rightarrow$ $\rightarrow Ne + Ne(3s)$ порядку $5 \cdot 10^{-16}$ см^2, а $He(2^1S_0) + Ne \rightarrow$ $\rightarrow He + Ne(2^0S) - 1{,}4 \cdot 10^{-17}$ см^2. У результаті зіткнень передача енергії від $Ne(3s)$ до $Ne(2s)$ в чистому неоні має переріз $2{,}4 \cdot 10^{-16}$ см^2, а за наявності гелію — $1{,}8 \cdot 10^{-16}$ см^2. Ефективність *He-Ne*-системи зумовлена великою метастабільністю рівнів $He(2^1S_0)$ і (2^3S_1)($\tau_1 \approx 10^{-3}$ с). Звичайно, паралельно з накачуванням *Ne* ударами другого роду відбувається і його накачування ударами 1-го роду:

$$\bar{e} + Ne \rightarrow Ne(2s \text{ і } 3s) + e.$$

Треба мати на увазі, що правила відбору для ударів 2-го роду не обов'язково збігаються з оптичними правилами. Ця обставина дозволяє виконати збудження переходів між рівнями з однаковою парністю, що розширює можливості ви-

користання активних середовищ. Ефективність накачування ударами 2-го роду прекрасно демонструють *He-Ne* і $N_2 - CO_2$-лазери.

Накачування дисоціацією

Селективне збудження на метастабільний рівень може виконуватися не тільки в результаті непружних атом-атомних співударів, але й непружними атом-молекулярними співударами, при яких відбувається *дисоціація* молекул із переходом одного з атомів у збуджений стан, за схемою:

$$\bar{e} + в \to в^* + e; в^* + a_2 \to aa^* + в; aa^* \to a_2 + h\nu,$$

де aa^* є метастабільний рівень молекули a_2. Зокрема, вперше за такою схемою отримана генерація в $Ne - O_2$ —лазері на довжині хвилі 844,6 нм, яка відповідає переходу тонкої структури атомного кисню $3p^3P_2 - 3s^3s_1$, за схемою:

$$\bar{e} + Ne(2^1S_0) \to Ne(3^3P_1, 3^3P_0);$$

$$Ne(3^3P_1 3^3P_0) + O_2(2^3P_2) \to O(3^3P_2 4^5P_2)O(2^3P_2) + Ne(2^1S_0);$$

$$+ Ne(2^1S_0);$$

$$\bar{e} + O(2^3P) \to O(n^3S, n^3D).$$

Ефективний переріз таких реакцій порядку 10^{-15} см^2 при $\Delta E \approx 1 \div 2$еВ($\Delta E \simeq 8000 - 16000$ см$^{-1}$).

Цю реакцію треба розглядати як збудження молекули в один із нестабільних станів $a_2 \to aa^*$, що має більшу енергію. При співударах, які призводять до дисоціації, виникає декілька нестабільних станів молекули. Але в енергетичній щілині в 2 еВ, що відповідає типовим міжядерним відстаням ΔR між атомами, на які дисоціює молекула, вона має одну й ту ж межу дисоціації, як показано на рис. 12.7.

Заштрихована область відповідає області, для якої справедливий принцип Франка-Кондона. Пунктирні криві відповідають різним збудженням молекули з однаковою межею дисоціації. Експериментально встановлено, що при

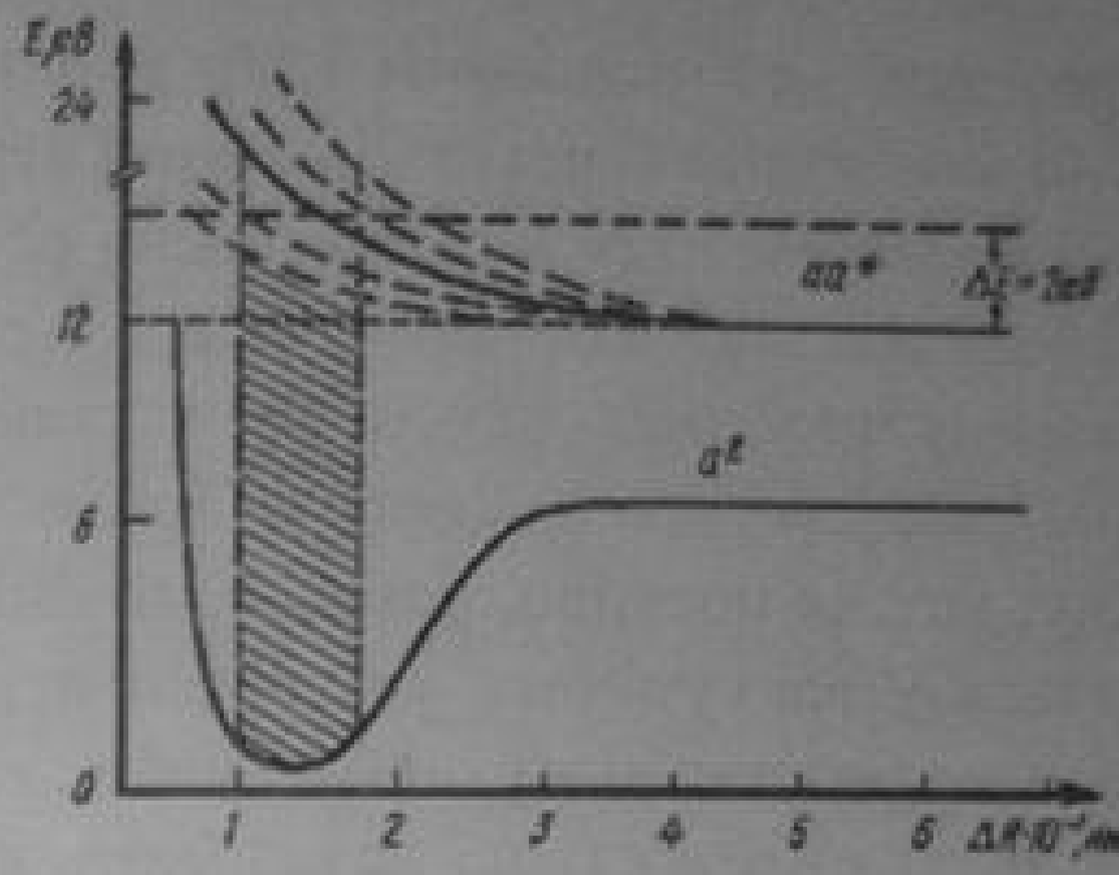


Рис. 12.7

збудженні такого типу, принцип Франка-Кондона досить добре виконується, хоча тривалість зіткнень близька до типового періоду коливань. Отже, імовірність цього переходу пропорційна квадрату обмінного інтегралу. Хоч розкид енергії дисоціації займає широкий інтервал значень ($\Delta E \approx 2eB$, тобто 16000 см$^{-1}$), збуджені атоми після дисоціації мають вузькі енергетичні рівні. Тому метод дисоціації менш жорсткий порівняно з методом непружного удару атом-атом відносно збігання енергії збудження буферного газу і робочого метастабільного стану. На цьому принципі в неперервному режимі в оптичному діапазоні працюють лазери на вуглеці, азоті, кисні, сірці, бромі, йоді тощо.

Оптичне накачування

Метод оптичного накачування для газових лазерів менш ефективний, ніж для твердотільних. По-перше, це пов'язано з тим, що ширини смуг поглинання в газах при робочих тисках у лазері визначаються, головним чином, доплерівським уширенням і тому ці смуги на відміну від широких смуг в твердотілих лазерах досить вузькі. Тож потрапити в резонанс складно. По-друге, цим методом можна збуджувати тільки рівні, які мають парність, протилежну парності основного стану, оскільки для ефективного оптичного збудже-

ння необхідно, щоб між основним і збудженим станами було дозволено дипольний перехід. Лазерний перехід також є дипольно дозволеним, тому нижній рівень робочого (лазерного) переходу має швидко збіднюватись за рахунок безвипромінювальних переходів до основного стану. Але така ситуація рідко реалізується в лазерах. Третя незручність полягає в тому, що, як правило, резонансні лінії більшості газів знаходяться у вакуумному ультрафіолеті. В цій області, як відомо, практично відсутні матеріали, придатні для виготовлення вікон і дзеркал, які дозволяють використати зовнішнє джерело збудження. Тому оптичне накачування рідко застосовується для реалізації газових лазерів. Більш широко використовується накачування методом фотодисоціації.

Вперше фотодисоціація, як спосіб отримання середовища з інверсною заселеністю, було запропоновано І.І.Собельманом і С.Г.Раутіним у 1962 р.

Ряд речовин фотодисоціює. Схема збудження така:

$$(ав) + h\nu_1 \rightarrow (a^* в); \; (a^* в) \rightarrow (ав) + h\nu_2 .$$

Такого роду накачування має дуже широкі смуги, оскільки молекулярні спектри теж широкі; в результаті цього створюється селективна населеність метастабільного рівня атома. Потім атоми a^* і $в$, рекомбінуючи, дають лазерне випромінювання і повертаються до початкового стану. Такі цикли повторюються. Цей метод створення інверсної населеності ще називають *оптичним накачуванням*. Оскільки енергія зв'язку більшості фотодисоціюючих молекул порядку 3 еВ, то випромінювання накачування має бути в області 400 нм. Завдяки широкій смузі фоточутливості (декілька десятків нанометрів), при молекулярній фотодисоціації коефіцієнт використання ламп накачування на декілька порядків вищий аналогічного коефіцієнта при атомарному оптичному накачуванні (ширина атомарної фоточутливої смуги порядку 10^{-3} нм). Згідно з цим принципом працюють ла-

зери на парах броміду талія (*TlBr*), йодистого метилу (CH_3I) і трифторйодометану (CF_3I).

На парах *TlBr* отримана генерація на переході атома талія $7s^2S_{1/2} \rightarrow 6p^2P^0_{1/2}$ ($\lambda = 535$ нм) при збудженні ртутною лінією з $\lambda = 185$ нм. Тиск парів *TlBr* рівний 63 Па (0,5 мм рт. ст.), що створюється піччю з робочою температурою близько 660° *C*. Ширина фоточутливої смуги TlBr близько 20 нм.

Для фотоліза $CX_3I (x = H, F)$ використовується потужний спалах на $\lambda_{II} \approx 300$ нм, який викликає дисоціацію речовин. У результаті утворюються атоми йоду як в основному стані $5^2P_{3/2}$, так і в збудженому $5^2P^0_{1/2}$. Оскільки швидкість утворення збуджених станів більша швидкості основних, то виникає інверсія , а, отже, і генерація:

$$^2P^0_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2} + h\nu \ (\lambda = 1{,}315 \text{ мкм}).$$

Цей перехід є магнітно-дипольним, бо правила відбору забороняють електронно-дипольний перехід. Це обумовлює великий час життя збудженого стану (воно визначається дезактивацією за рахунок співударів). Час життя збудженого стану визначається реакцією:

$$I(^2P^0_{1/2}) + I(^2P_{3/2}) \rightarrow I_2 + 12400 \text{ с}^{-1} \text{ і рівний } 10^2 \text{ мкс}.$$

Молекула CF_3I має смугу поглинання з центром поблизу 265 нм і напівшириною більше 4500 $см^{-1}$ (33 нм). При цьому ширина лінії спонтанного випромінювання надзвичайно мала як і в газових системах. Тому фотодисоційні лазери є і типово газовими, і мають переваги твердотільних. Наприклад, при фотодисоціації CF_3I було отримано потужність 1 МВт (1968 р). Лазерна кювета мала довжину 0,2 м при діаметрі 0,02 м. Накачування виконувалось імпульсною ксеноновою лампою з енергією 500 Дж. Йодні лазери дозволяють отримати енергії вище 1000 Дж. Більшість лазерів, заснованих на фотодисоціації, хімічно незворотні. Тому

скважність роботи генератора визначається швидкістю прокачування кювети. Косфіцієнт корисної дії фотодисоційних лазерів доведений до 0,1 %.

Активно іде пошук зворотних фотодисоційних реакцій. Перший успіх отримано на фотореакції дицнана:

$$C_2N_2 + h\nu \rightarrow CN^* + CN^* \rightarrow C_2N_2 + h\nu' (\lambda = 5{,}2\,\text{мкм}).$$

Такого типу лазери перспективні з погляду космічних лазерів, які працюють на сонячному накачуванні.

Теплове накачування

Ідея теплового накачування, запропонована М.Г. Басовим і А.Н. Орасвським в 1963 р., полягає в наступному. Нехай є трирівнева система (рис. 12.8) з імовірностями безвипромінювальних переходів d_{ij} і d_{ik}.

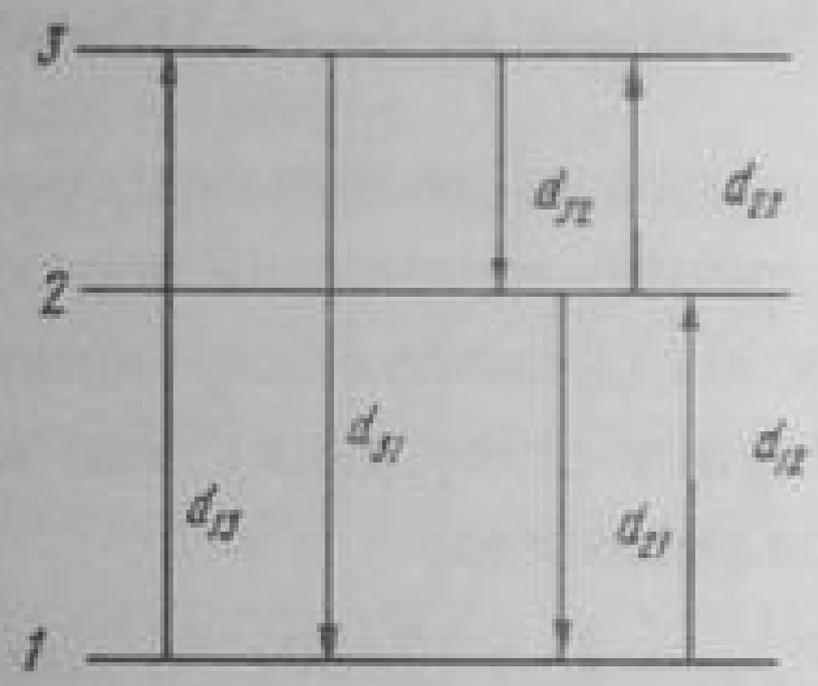


Рис. 12.8

При термодинамічній рівновазі населсність рівнів визначається співвідношенням:

$$n_0^i = \frac{q_i \exp\left(-\frac{E_i}{\kappa T}\right)}{\sum_i q_i \exp\left(-\frac{E_i}{\kappa T}\right)} N, \qquad (12.10)$$

де $N = n_1^0 + n_2^0 + n_3^0$.

Оскільки при реальних температурах основна маса частинок знаходиться на першому рівні, а нас цікавить інверсія між першим і другим рівнями, згідно з розподілом Больцмана при термодинамічній рівновазі буде:

$$n_2^0 = \frac{q_2}{q_1} n_1^0 \exp\left(-\frac{E_2}{\kappa T_0}\right);$$

$$n_3^0 = \frac{q_3}{q_1} n_1^0 \exp\left(-\frac{E_2}{\kappa T_0}\right). \qquad (12.11)$$

При порушенні термодинамічної рівноваги відбувається перерозподіл частинок за рівнями зі швидкостями, які визначаються ймовірностями переходів. Визначимо умови, які дозволяють отримати інверсію в результаті швидкого охолодження на переході $3 \to 2$. Для цього потрібно, щоб швидкість безвипромінювального відходу частинок із третього рівня була набагато меншою від швидкості відходу з другого, тобто:

$$d_{21} >> d_{32}, d_{21} >> d_{31}, \qquad (12.12)$$

при цьому час охолодження τ має задовольняти умову:

$$\tau << (d_{31} + d_{32})^{-1}. \qquad (12.12')$$

Зважаючи на (3.2), $d_{31} >> d_{13}$, $d_{32} >> d_{23}$ і $d_{21} >> d_{12}$, кінетичні рівняння набувають вигляду:

$$\frac{dn_3}{dt} = -(d_{31} + d_{32})n_3; \quad \frac{dn_2}{dt} = -d_{21}n_2 + d_{32}n_3. \qquad (12.13)$$

Підкреслимо, що поставлена задача має розв'язок тільки для нестаціонарного режиму, тобто інверсія населеностей існує протягом якогось відрізку часу. Так як зменшення температури від T_0 до T_1 відбувається за час, суттєво менший самого швидкого переходу, то розв'язок буде:

$$n_3 = n_3^0 e^{-(d_{31}+d_{32})t}$$

$$n_2 = n_2^0 e^{-d_{21}t} + n_3^0 d_{32} e^{-d_{21}t} \frac{e^{(d_{21}-d_{32}-d_{31})t} - 1}{d_{21} - d_{32} - d_{31}}, \quad (12.14)$$

де n_2^0 і n_3^0 початкові значення населеностей при температурі T_0.

За виконання умови (12.12) розв'язок (12.14) спрощується, набуваючи вигляду:

$$n_3 = n_3^0 e^{-(d_{31}+d_{32})t}; n_2 = n_2^0 e^{-d_{21}t}. \quad (12.14')$$

Схематично залежність зміни населеностей другого і третього рівнів показано на рис. 12.9. У граничному випадку

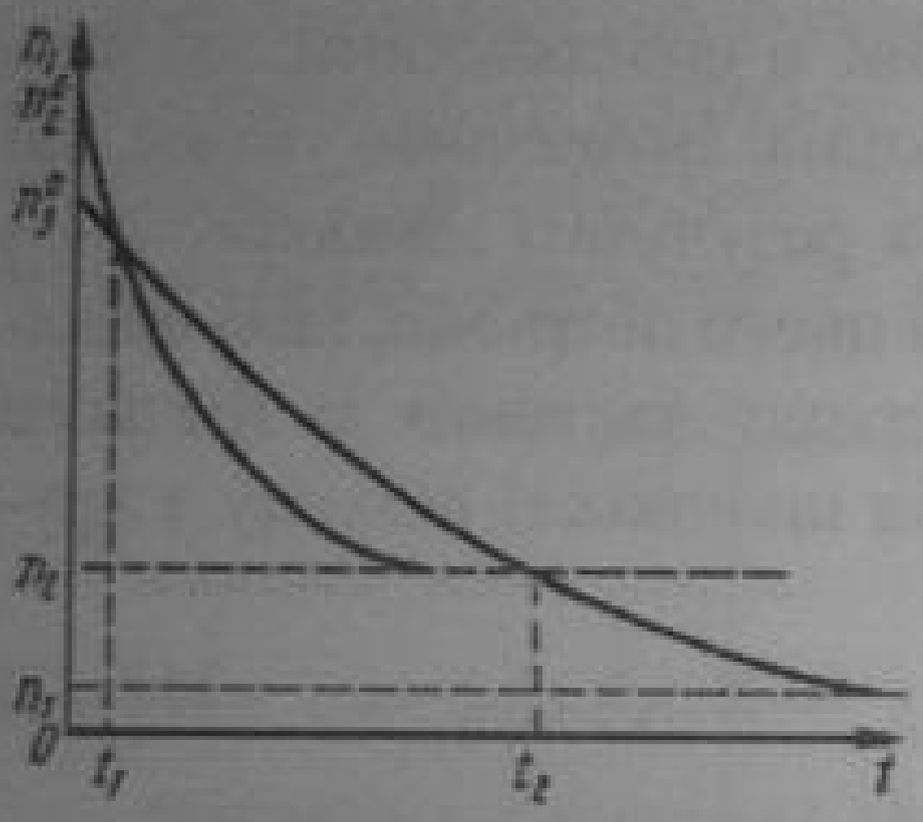


Рис. 12.9

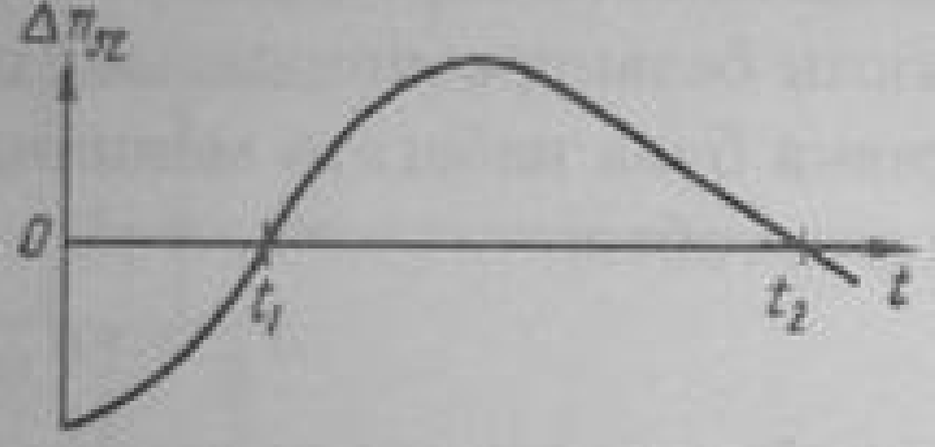


Рис.12.10

при зменшенні температури до $T = 0K$ населеність $n \to 0$ і відповідно інверсія $\Delta n_{32} \to n_3$. Залежність $\Delta n_{32} = f(t)$ показано на рис. 12.10. Момент часу досягнення інверсної населеності ($\Delta n_{32} > 0$), тобто координату точки t_1, легко порахувати. Згідно (12.14'):

$$t_1 = \frac{\ln n_2^0 / n_3^0}{d_{21} - d_{31} - d_{32}}. \quad (12.15)$$

Таким чином, із закінченням часу t_1 від початку охолодження має місце інверсія в системі. А при виконанні умови $\alpha \approx \gamma$ виникає генерація.

Для реалізації різкого зменшення температури робочого газу використовується надзвукове *сопло Лаваля*. При непе-

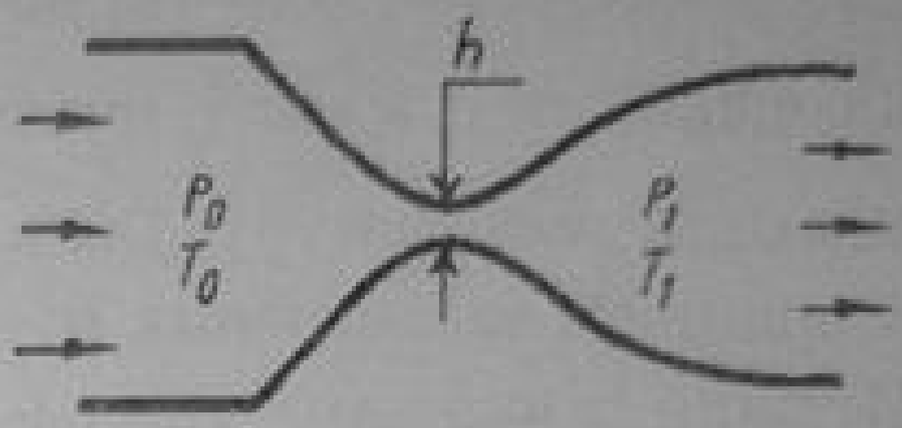


Рис. 12.11

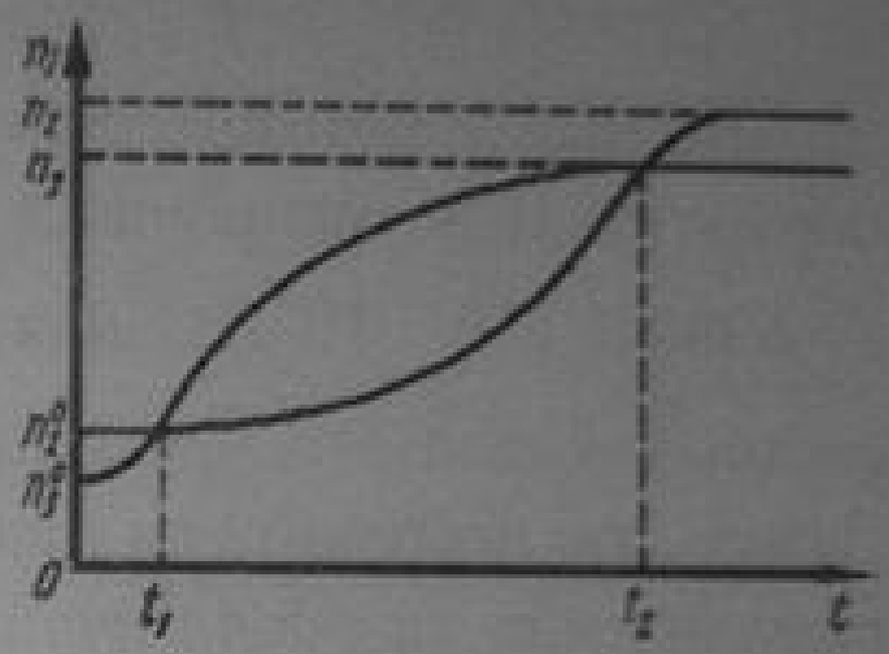


Рис. 12.12

рервній подачі робочого газу реалізується режим стаціонарної генерації теплового лазера. Принцип роботи такого пристрою схематично показано на рис. 12.11.

Згідно з законами аеродинаміки, в наближенні ідеального газу, швидкість витікання газу пов'язана співвідношеннями з його температурою і тиском:

$$\frac{T_0}{T_1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} M^2 ; \frac{P_0}{P_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \qquad (12.16)$$

де $M = \vartheta / \vartheta_з$ — число Маха (відношення швидкості руху газу ϑ до швидкості поширення звуку $\vartheta_з$ в цьому газі); T_0, P_0 і T_1, P_1 — температура і тиск на вході і виході сопла Лаваля відповідно; $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ відношення теплоємностей при постійному тискові та постійному об'ємі. Швидкість звуку в газі:

$$\vartheta_з = \sqrt{\gamma \kappa T / m},$$

де m — маса молекули газу. Згідно з умовою (12.12'), $\tau \approx \approx 10^{-6}$ с, тому газ нагрівають до $T_0 \approx 1500 - 2000$ К при тискові $P_0 \approx (15 - 20) \cdot 10^6$ Па. За таких умов $\vartheta_з \approx 10^5$ см $\cdot$ с$^{-1}$, що і

визначає поперечний розмір надзвукового сопла h (рис. 12.11) згідно зі співвідношенням:

$$h \approx \tau \vartheta \ ; h \approx 0{,}1 \text{ см}.$$

При цьому розмірі сопла на відстані 2-5 см від нього параметри газу зменшується від $T_0 \approx 1500$ К і $P_0 = 10^6$ Па до $T_1 \approx 300$ К і $P_1 = 10^4$ Па. Для збільшення потужності такої системи збільшують число сопел, вхідну температуру і тиск. Лазери, які працюють на такому принципі накачування, отримали назву *газодинамічних*. Перший газодинамічний лазер на вуглекислому газі було запропоновано О.М.Прохоровим і В.К. Конюховим у 1966 р.

Потужність газодинамічного лазера:

$$P = \eta P_H \ , \qquad (12.17)$$

де η — коефіцієнт корисної дії, а P_H — потужність накачування:

$$P_H = S \vartheta \rho \varepsilon, \qquad (12.18)$$

де S — площа сопла; ϑ — швидкість газу; ρ — концентрація частинок і ε — їх енергозарядженість. Нехай $V \approx 10^5$ см $\cdot$ с$^{-1}$, густину газу приймемо рівною числу Лошмідта $\rho = 2{,}7 \times \times 10^{19}$ см$^{-3}$, енергію, запасену частинкою, $\varepsilon = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ Дж $=$ $= 0{,}16$ еВ. При цьому потужність накачування P_H (в кВт $\times$ $\times$ см$^{-2}$) рівна приблизно 50S. При ККД $\eta \approx 1\%$ (теоретична межа 8%) і перерізу сопла $S = 0{,}01$ см^2 потужність лазерного випромінювання буде до 500 Вт. Таку систему можна відносно легко масштабувати. На сьогоднішній день є газодинамічний лазер на базі 100 сопел із вхідними параметрами $P_0 \approx 10^7$ Па і $T_0 \approx 4000$ К, який дає в неперервному режимі потужність до 100 Вт. Як активні середовища використовуються гази CO_2, CO, SO, SO_2, N_2O.

Розглянутий вище метод отримання інверсної населеності заснований на різниці швидкостей "охолодження" рів-

нів 3 і 2 (рис. 12.8). Зрозуміло, що таку відмінність можна використати при різкому нагріванні газу, наприклад, в ударній хвилі. При цьому мають виконуватись умови:

$$d_{13} >> d_{12}, d_{32}\tau << 1, \qquad (12.19)$$

де τ — час нагрівання газу. Ці умови означають, що при швидкому нагріванні населеність рівня 3 росте швидше, ніж населеність рівня 2. При цьому імовірністями безвипромінювальних переходів за час нагрівання d_{21} і d_{23} нехтуємо. В цьому наближенні кінетичні рівняння набувають вигляду:

$$\frac{dn_3}{dt} = d_{13}n_1 - (d_{31} + d_{32})n_3; \frac{dn_2}{dt} = d_{32}n_3. \qquad (12.20)$$

Розв'язок першого рівняння:

$$n_3 = d_{13}n_1 \frac{1 - e^{-(d_{31}+d_{32})t}}{d_{31} + d_{32}}. \qquad (12.21)$$

Оскільки час нагрівання малий, то (12.21) набуває вигляду:

$$n_3 = d_{13}n_1 t, \qquad (12.21')$$

а допускаючи слабку зміну n_1 з часом, отримаємо:

$$n_2 = \tfrac{1}{2} d_{13}d_{32}n_1 t^2, \qquad (12.22)$$

що схематично зображено на рис. 12.12. Залежність $\Delta n_{32}(t)$ аналогічна показаній на рис. 12.10, але час $t_1 = 2/d_{32}$. Із закінченням цього часу $\Delta n_{32} > 0$ і при $\alpha \approx \gamma$ виникає генерація.

На практиці, як правило, реальний температурний перепад 2000 – 3000 К. Це накладає обмеження на величину $E_v \approx 1500 - 3000$ см$^{-1}$. Такі енергії відповідають коливально-обертальним фотопереходам молекул у ближній інфрачервоній області спектра. Тому всі працюючі нині теплові лазери використовують лише прості молекулярні системи: CO_2, CS_2, CO, N_2O та інші.

Контрольні питання

1. Поясніть принцип дії накачування електронним ударом.

2. Які особливості накачування дисоціацією?

3. Порівняйте методи оптичного та теплового накачування.

4. Чим обумовлюється висока потужність газодинамічного лазера?

5. Лазери на зворотних фотодисоціаційних реакціях перспективні для використання сонячного накачування. Чому?

§13. Гелій-неоновий лазер

Розглянемо основні аспекти роботи найбільш широко використовуваного на практиці *He – Ne*-лазера. Енергетичну діаграму рівнів атомів *He* і *Ne* показано на рис 13.1.

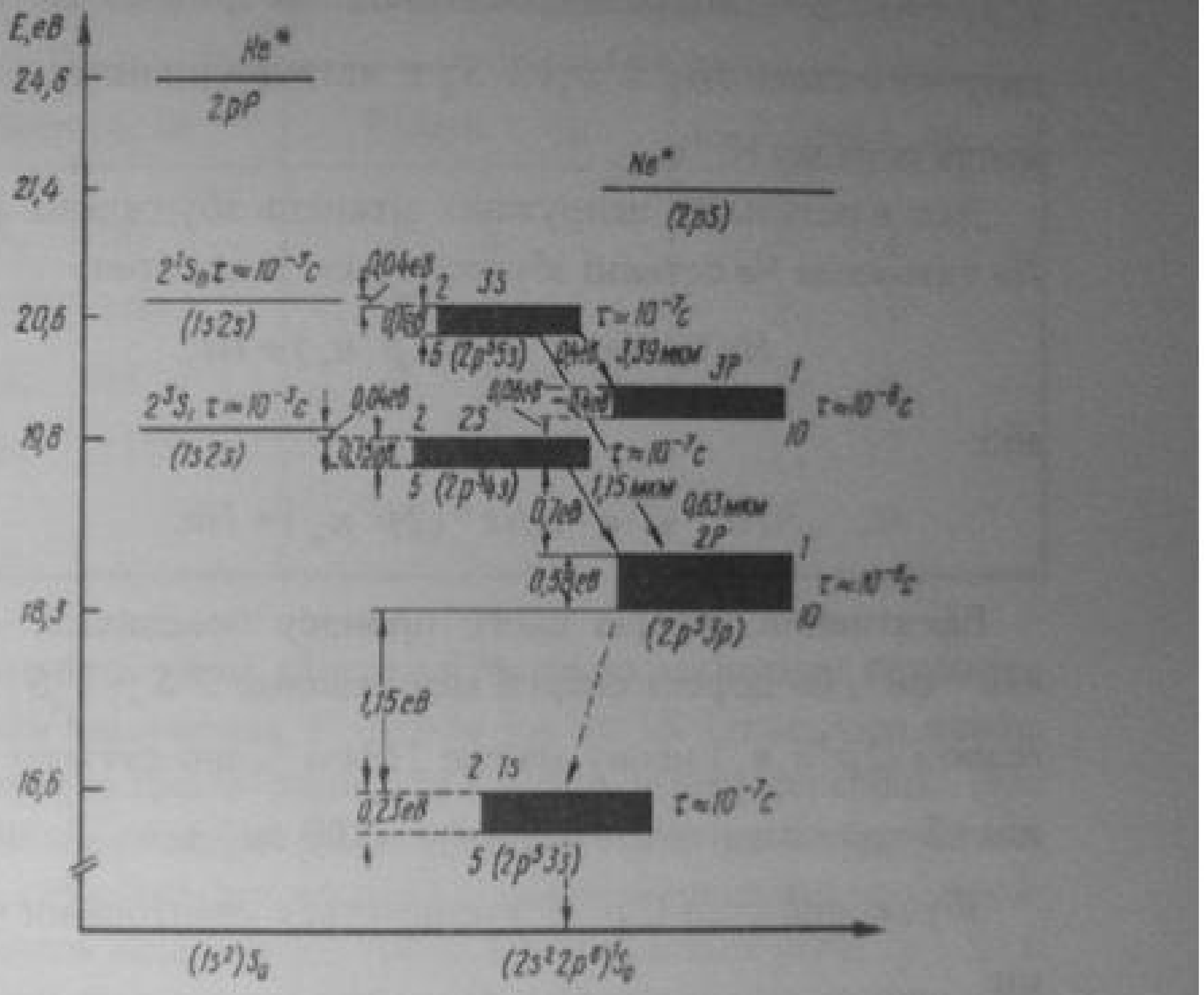


Рис. 13.1

Електрони, прискорені полем, при зіткненні в плазмі газового розряду з атомами гелію збуджують останній за схемою:

$$\bar{e} + He \rightarrow He^*(2^3S_1, 2^1S_0) + e.$$

У результаті атоми *He* переходять у збуджені стани 2^3S_1 і 2^1S_0, відповідно з *LS* — зв'язком, справедливим для атома

гелія при електронному збудженні ($n=2; S=1/2, \ell=0, j=1/2$) і для незбудженого ($n=1; S'=1/2, \ell'=0; j=1/2$). У наближенні нормального зв'язку (*LS*) оптичні переходи з цих збуджених станів заборонені ($2^1S_0 \leftrightarrow 1^1S_0$, так як $\Delta j=0$, а $2^3S_1 \leftrightarrow 1^1S_0$ — інтеркомбінаційною забороною $\Delta S \neq 0$), в силу чого стани $He^* 2^3S_1$ і 2^1S_0 є метастабільними з часом життя порядку 10^{-3} с.

Далі в результаті непружних зіткнень збуджених атомів *He* з атомами *Ne* останні збуджуються за схемою:

$$He^* + Ne \rightarrow Ne^*(2p^5 n_s) + He,$$

або:

$$He^* + Ne \rightarrow Ne^*(2p^5 n_p) + He.$$

Ефективний переріз цього процесу невеликий $\sim 3{,}7 \times 10^{-17}$ см^2, бо дефект енергії між станами 2^1S_0 і 2^3S, атома гелію і $(2p^5 n_s n_p)$ неону майже 313 см$^{-1}$, що суттєво вище, ніж кТ при кімнатній температурі (200 см$^{-1}$).

Збуджений стан $(2p^5 N_s)$ описується квантовими числами:

$$S = \tfrac{1}{2}, \ell = 0, j = \tfrac{1}{2}.$$

Оскільки для атома *Ne* справедливий зв'язок $(j\ell)$, то для станів $(2p^5 n_s)$ виходить чотири підрівні ($^1P_1$ і $^3P_{0,1,2}$), які позначимо $n_{s_2}, n_{s_3}, n_{s_4}$ і n_{s_5} й аналогічно для збудженого стану $(2p^5 n_p)$ — десять підрівнів $n(p_1 \dots p_{10})$.

Для залишку $(2p^5)$ $S^1=1/2, L'=1, j'=1/2$ або $S'=1/2$, $L'=1$, $j'=3/2$.

Час життя 2S- і 3S-станів неону дещо більший, ніж у 2*p*-і 3*p*-станів, що видно з табл. 2. Тому інверсія можлива навіть при рівних швидкостях збудження в стаціонарному режимі і відповідно генерація на $S \to P$ переходах.

Таблиця 2. *Часи життя рівнів 2S і 2P неону*

Рівень τ, нс	Рівень τ, нс	Рівень τ, нс
S_2 96	P_1 8	P_6 13
S_3 160	P_2 10	P_7 13
S_4 98	P_3 13	P_8 16
S_5 110	P_4 12	P_9 17
	P_5 11	P_{10} 20

Наявність рівня 1*S* в стані *Ne* дещо ускладнює ситуацію, оскільки звільнення n_p-рівнів іде на 1*S*. Отже, чим менша населеність цього рівня, тим кращі умови генерації. При значній населеності рівня 1*S* окрім того, що погіршуються умови спустошення рівнів 1*S*, виникає швидкий процес радіаційного захоплення, тобто заповнюються рівні 2*p* і 3*p* зі стану 1*S*. Якщо в газовій суміші *He-Ne* немає домішок наприклад, атомів *Ar*($Ne^*(1S) + Ar \to Ar^* + Ne$), то практично єдиним способом переходу атома *Ne* з метастабільного рівня 1*S* є зіткнення зі стінками газорозрядної трубки. Тому підсилення виявляється обернено-пропорційним її діаметру. З одного боку, збільшення діаметра призводить до збільшення об'єму активного середовища, а з іншого — до зменшення електронної температури і заповнення рівня 1*S*. Ці два конкуруючих процеси мають оптимум, який залежить від довжини трубки. Дослідження показали, що при довжині розряду в 750 мм і пропусканні дзеркал близько 0,2% мак-

симальна вихідна потужність досягалась при наступних співвідношеннях параметрів (див. табл. 3).

Об'єм активного середовища можна збільшити за рахунок надання перерізу розрядної трубки форми еліпса. Оптимум співвідношення напіввісей порядку 1:4. Подальше збільшення призведе до порушення стабільності локалізації розряду.

Таблиця 3.

Діаметр трубки, мм	$P \cdot 10^2$,Па	$W_н$,Вт	$W_{вих}$ (у відн. од)
6	1,5	200	25
8	1,2	50	100
10	1,0	30	14

Оскільки інверсія *Ne* визначається передачею енергії від атома *He* до атома *Ne*, то суттєве значення має їх парціальний тиск. Встановлено, що оптимальне співвідношення тисків неону і гелію знаходиться в діапазоні від 10:1 до 5:1, що забезпечує напрям процесу передачі енергії атома від *He* до атома *Ne*. Оптимальний режим при тискові *Ne* порядку 80 Па і *He* порядку 10 Па.

Потужність генерації зростає лінійно зі збільшенням довжини, починаючи з 60 ÷ 70 см. Треба підкреслити, що слабке підсилення у видимій області на одному проході (0,1-0,25 дБ/м) в *He-Ne* лазері накладає дуже жорсткі вимоги на якість його резонатора.

Історично першою було отримано генерацію на групі переходів $2s \to 2p$ (1,15 мкм), а потім на $3s \to 3p$ (3,39 мкм) і $3s \to 2p$ (0,63 мкм). Схематично ці переходи показано на рис. 13.2. У групі переходів $2s - 2p$ основна частка потуж-

ності генерації доводиться на перехід $2s_2 \rightarrow 2p_4$ з довжиною хвилі 1152,6 нм (підсилення 0,4 дБ/м). Відносно легко отримати стійке індуковане випромінювання на переходах $2s_3 \rightarrow 2p_4$ (1161,7 нм), $2s_2 \rightarrow 2p_2$ (1177 нм), $2s_3 \rightarrow 2p_2$ (1198,8 нм).

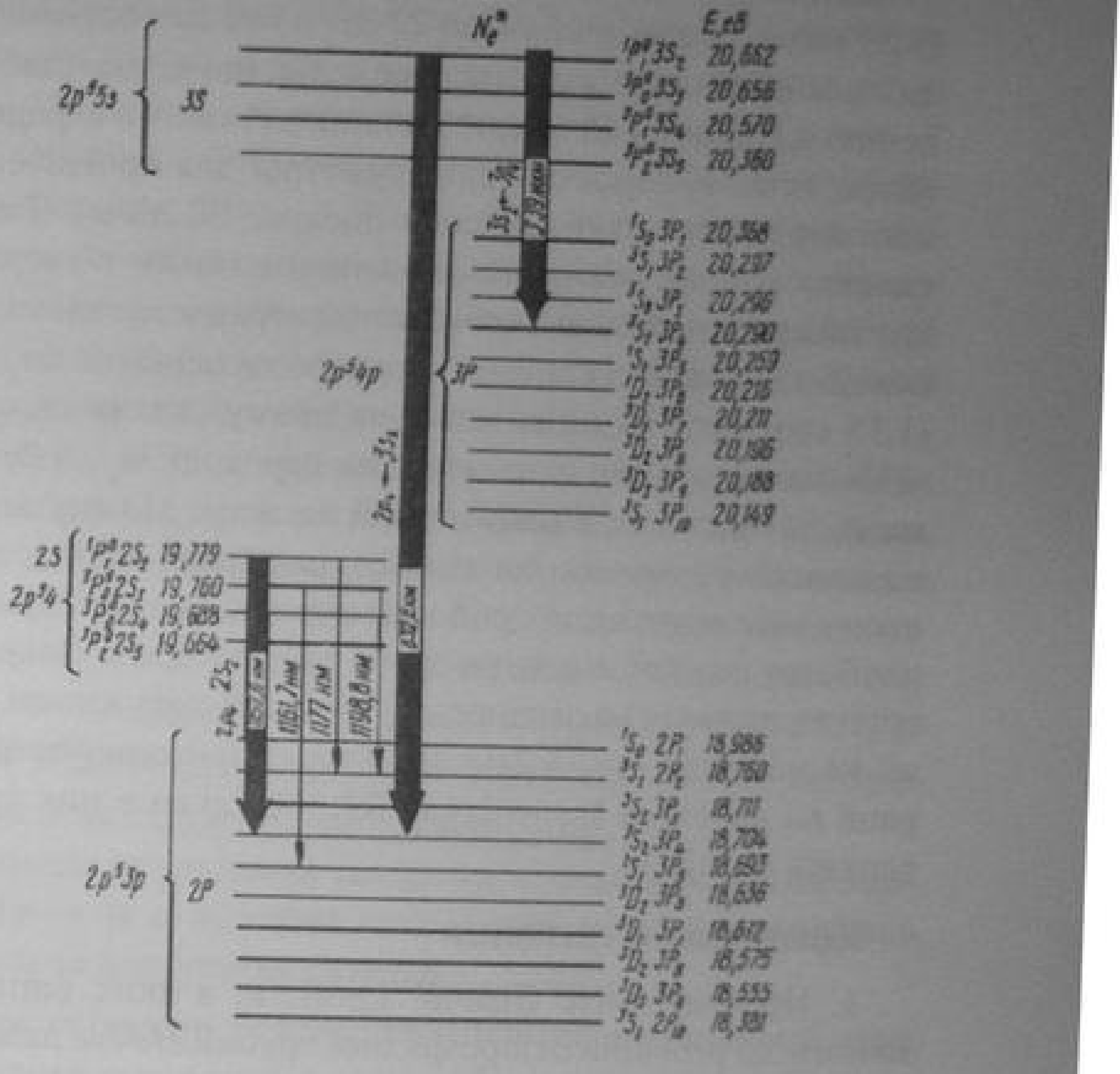


Рис. 13.2

Всі три основні канали генерації на довжинах хвиль 0,63; 1,15 і 3,39 мкм спостерігаються приблизно в однакових умовах розряду і мають аналогічні залежності потужності генерації від параметрів і симетрії розряду. Відокремлення

генерації на тій чи іншій довжині хвилі виконується за допомогою відповідних селектуючих пристроїв (дзеркал, призм і т.д.). Цими ж методами отримують генерацію і на інших, менш добротних переходах. На сьогоднішній день генерація отримана практично на всіх переходах.

Найбільше підсилення відповідає переходу $3s_2 \rightarrow 3p_4$ (3,39 мкм) і рівне приблизно 22 дБ/м без застосування призми для пригнічення інших переходів, що відповідає підсиленню в 160 разів на метрі довжини активного середовища. (Втім, якщо використовувати пристрої для пригнічення інших переходів, то підсилення досягне 80 дБ/м). Таке підсилення раніше вважалось можливим тільки в твердотільних лазерах, де більш висока концентрація активних частинок. Дещо важче створити генерацію на переході $2s_2 \rightarrow 2p_4$ (1,15 мкм), так як підсилення на ньому складає всього 10--12% на метр. І ще складніше на переході $3s_2 \rightarrow 2p_4$ (0,63 мкм), де підсилення всього 4-6% на метр. Можна отримати одночасно генерацію на кількох довжинах хвиль, але при цьому внаслідок інших робочих переходів потужність генерації для кожної довжини хвилі зменшується. Зокрема, це суттєво впливає на зменшення вихідної потужності генерації на переході $3s_2 \rightarrow 2p_4$ (0,63 мкм) при одночасній генерації на переході $3s_2 \rightarrow 2p_4$(3,39), оскільки в них спільний верхній рівень $3s_2$.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте фізичні процеси, з яких випливають вимоги до розмірів газорозрядної трубки *He-Ne* лазера.

2. Порівняйте енергетичну схему рівнів *He* і *Ne*.

3. На яких оптичних частотах відбувається генерація *He-Ne* лазера?

4. Що визначає співвідношення парціальних тисків *He* і *Ne*?

5. Як у серійних He-Ne лазерах селектують генерацію на певній довжині хвилі?

§14. Аргоновий лазер

Одним із найцікавіших активних лазерних середовищ є іонізований аргон. Це зумовлено деякими обставинами. По-перше, величиною потужності, яка отримується, оскільки імовірності іонних переходів, як правило, значно більші імовірностей атомних переходів. Так, в одному з перших лазерів на аргоні (1964 р.) неперервної дії вихідна потужність становила майже 160 мВт, у той час як у *He-Ne* — 1 мВт. Сучасні Ar-лазери в неперервному режимі можуть давати потужність близько 500 Вт. По-друге, енергетичні відстані між іонними рівнями більші атомарних, що обумовлює можливість отримання генерації в зелено-фіолетовій області спектра. Зокрема, аргоновий лазер генерує на десяти лініях у фіолетовій, синій і зеленій областях спектра.

У зв'язку з тим, що генерація відбувається на іонних переходах, то, природно, їх концентрація має бути досить великою, тобто, активне середовище є високо іонізованою плазмою. Така плазма створюється за допомогою сильнострумного дугового розряду. Для значного підвищення густини дугового розряду, тобто концентрації іонів, його реалізують у капілярі діаметром 1-5 мм. При цьому створюється густина струму до 1000-2000 А/см^2.

Механізм виникнення інверсії в іонних лазерах на переходах $4p \rightarrow 4s$ в інертних газах, і, зокрема, на аргоні відбувається за наступною схемою:

1. При співударі з електроном нейтрального атома, який знаходиться в основному стані $1S$, утворюються збуджені нейтральні стани й іони в основному стані.

Основний стан атома аргону $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$, а іона — $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 2p^5$. Систематика стану іона аргону добре описується зв'язком (LS), а не (jl), як у його атома. Одноелектронна p-оболонка характеризується двома наборами

квантових чисел, що відповідає термам $^2P^0_{1/2}$ і $^2P^0_{3/2}$. Це основні стани іона Ar^+.

2. При співударах із електронами іонів Ar^+, які знаходяться в основному чи метастабільному стані, утворюються іони Ar^+ в збудженому стані. В найпростішому випадку один із електронів $3p$ переводиться на рівень $4s$ чи $4p$. При цьому виникає набір збуджених рівнів із однаковим залишком $3p^4$. Електронна конфігурація залишку еквівалентна двоелектронній p-оболонці, найнижчий стан якої має такі сумарні квантові числа: $S'=1, L'=1, J=2$, тобто, терм $^3P_2$.

Збуджений на $4s$-електрон, маючи квантові числа $S=1/2$ і $\ell=0$, при взаємодії із залишками дасть $S=1/2$ і $3/2$, а $L=1$. Таким чином, отримуються два дублетних $4s\,^2P_{1/2}{}^0$ і $4s\,^2P^0_{3/2}$, три квартетних стани, так, як $L<S$: $4s^4P^0_{1/2}, 4s^4P^0_{3/2}$ і $4s^4P^0_{5/2}$.

При збудженні електрона на $4p$-оболонку створюється багатший набір рівнів; оскільки $\ell=1$, то $L=0,1,2$, тобто маємо три системи $4p$-станів: $4pS, 4pP, 4pD$. А оскільки сумарне значення S може бути $1/2$ і $3/2$, то кожний з $4p$-термів складається з дублетів і квартетів:

$$4pS[(S=1/2, L=0)4p^2S^0_{1/2} \text{ і } (S=3/2, L=0)4p^4S^0_{3/2}];$$

$$4pP[(S=1/2, L=1)4p^2P^0_{1/2}, 4p^2P^0_{3/2} \text{ і}$$

$$(S=3/2, L=1)4p^4P^0_{1/2}, 4p^4P^0_{3/2}, 4p^4P^0_{5/2}];$$

$$4pD[(S=1/2, L=2)4p^2D^0_{3/2}, 4p^2D^0_{5/2} \text{ і}$$

$$(S=3/2, L=2)4p^2D^0_{1/2}, 4p^4D^0_{1/2}, 4p^2D^0_{5/2}, 4p^4D^0_{7/2}].$$

Схематично це показано на рис. 14.1.

Інверсія населеностей утворюється внаслідок того, що саме нижній лазерний рівень практично повністю спустошується вакуумним ультрафіолетовим випромінюванням (порядку 72 нм), яке виникає при переході іонів до основного стану. Швидкості збудження верхнього і нижнього

лазерних рівнів приблизно однакові. Але через відмінності швидкостей радіаційних переходів час життя верхнього лазерного рівня більш, ніж у 20 разів довший часу життя ниж-

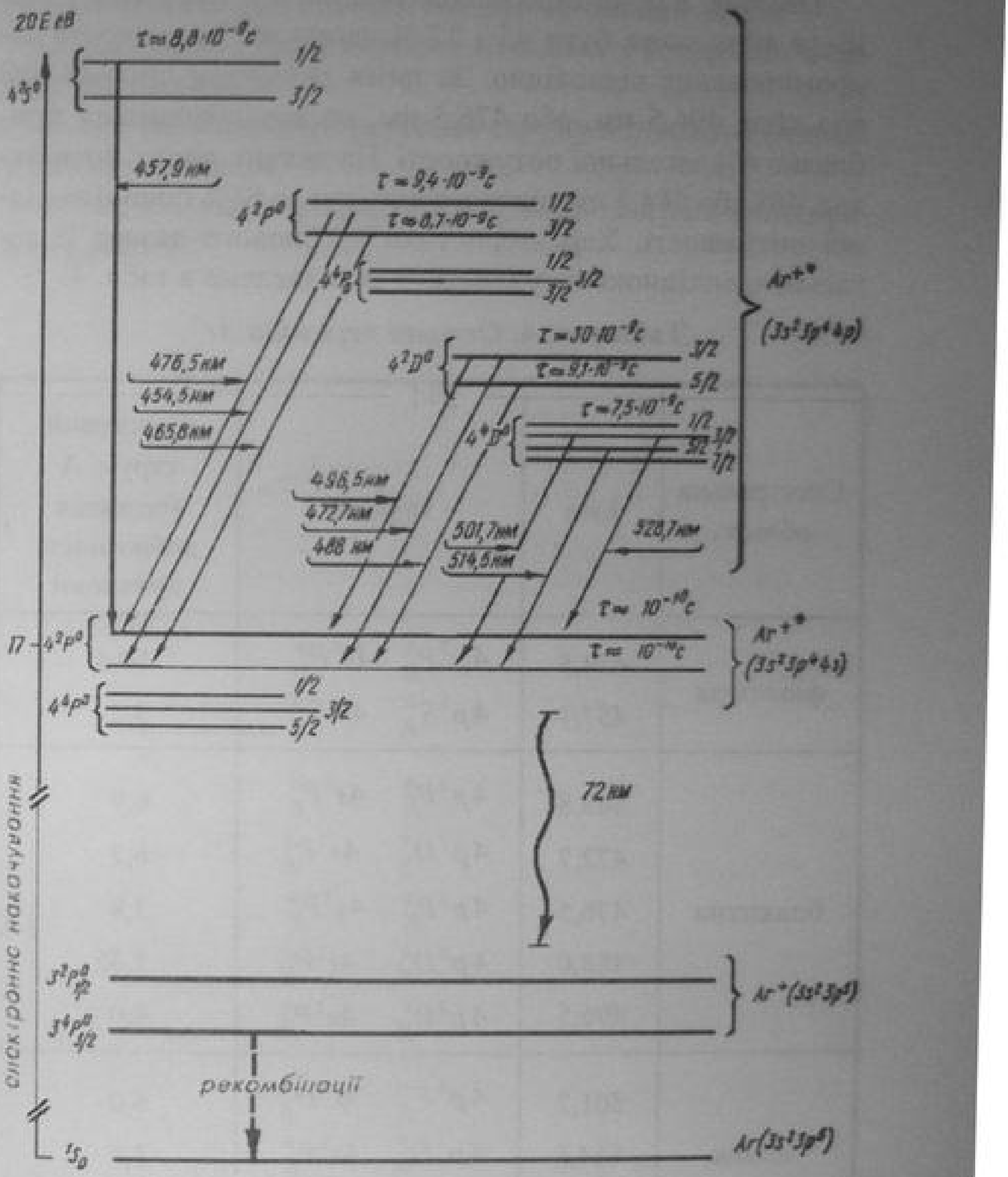


Рис. 14.1

нього, завдяки чому і виникає інверсія. При досить великих густинах струму ця інверсія заселеностей цілком забезпечує оптичне підсилення.

Першою в генерацію виходить лінія 488 нм, потім 514,5 нм, в яких може бути 45 і 37 % загальної потужності випромінювання відповідно. За цими сильними лініями йде або лінія 496,5 нм, або 476,5 нм, на яку доводиться приблизно 6% загальної потужності. На деяких лініях, наприклад, 488 або 514,5 нм, можна отримати до 85% повної вихідної потужності. Характеристики аргонового лазера із загальною вихідною потужністю 1 Вт наведено в табл. 4.

Таблиця. 4. *Основні переходи* Ar^+.

Спектральна область	λ, нм	Перехід	Пороговий струм, А (селекція добротності призмою)
фіолетова	454,5	$4p^2P^0_{3/2} \quad 4s^2P^0_{3/2}$	10,5
	457,9	$4p^2S^0_{1/2} \quad 4s^2S^0_{1/2}$	5,2
блакитна	465,8	$4p^2P^0_{1/2} \quad 4s^2P^0_{1/2}$	6,9
	472,7	$4p^2D^0_{3/2} \quad 4s^2P^0_{1/2}$	6,7
	476,5	$4p^2P^0_{1/2} \quad 4s^2P^0_{1/2}$	3,8
	488,0	$4p^2D^0_{3/2} \quad 4s^2P^0_{3/2}$	1,45
	496,5	$4p^2D^0_{5/2} \quad 4s^2P^0_{3/2}$	4,0
зелена	501,7	$4p^4F^0_{7/2} \quad 3d^2D^0_{5/2}$	6,0
	514,5	$4p^4D^0_{5/2} \quad 4s^2P^0_{3/2}$	3,6
	528,7	$4p^4D^0_{3/2} \quad 4s^2P^0_{1/2}$	10,5

Контрольні питання

1. У чому полягає механізм виникнення інверсії в аргоновому лазері?

2. В якій області спектра генерує аргоновий лазер?

3. Яка лінія і чому першою виходить у генерацію в аргоновому лазері?

4. Які типові значення густин струму в дуговому розряді у трубці з аргоном?

5. Чи можлива генерація аргонового лазера в неперервному режимі?

§15. CO_2-лазер

Вперше генерація на молекулярному лазері, де активним елементом виступав вуглекислий газ (CO_2), була отримана в 1964 р. на 20 лініях із загальною потужністю порядку 1 мВт. Додача азоту дозволила збільшити потужність випромінювання до 16,2 Вт при ККД майже 4%. Подальше збільшення довжини активного середовища і додача гелію дозволили довести потужність CO_2-лазера до сотень кіловат при ККД, який досягає 30%. У зв'язку з цим CO_2 лазер нині широко застосовується як у технології, так і в наукових дослідженнях.

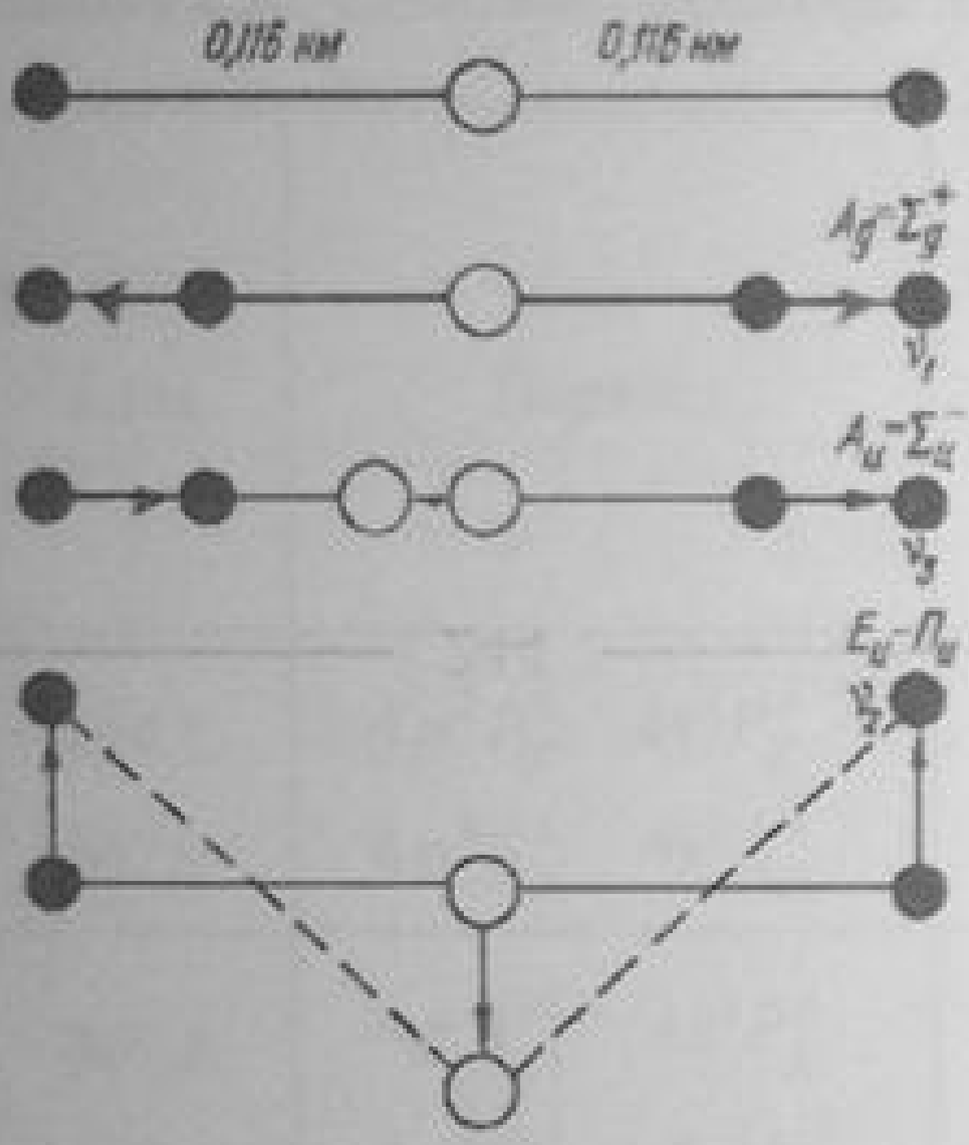


Рис. 15.1

Молекула CO_2 — лінійна — рис.15.1, її симетрія $D_{\infty h}$, бездипольна. Наявність трьох атомів обумовлює число незалежних ступенів вільності (число координат), які характеризують розташування N ядер, рівне $3N = 3 \cdot 3 = 9$. При цьому 3 координати характеризують рух молекули як ціле, а інші $3N - 3 = 6$ — відносне розташування ядер у молекулі при її коливаннях і обертанні. Для лінійної молекули, якою є

молекула CO_2, існує два обертальних ступені вільності. Таким чином, у молекули вуглекислого газу коливальних ступенів вільності чотири (рис. 15.1). Їм відповідатиме чотири коливання. У силу того, що коливання ν_2 двократно вироджене, у лінійних триатомних молекулах спостерігаються три основні коливання з симетрією ν_1 $-A_{1g}(\sum_{1g}^{+})$ — повносиметричне валентне коливання, ν_2 $-E_{1u}(\Pi_u)$ — деформаційне і ν_3 $-A_{1u}(\sum_{u}^{+})$ — антисиметричне валентне коливання. Для молекули $C^{12}O^{16}$ значення частот коливань наступні: $\nu_1 = 1388{,}3$ см$^{-1}$, $\nu_2 = 667{,}3$ см$^{-1}$ і $\nu_3 = 2349{,}3$ см$^{-1}$.

Оскільки коливання ν_2 вироджене, то поряд із коливальним квантовим числом ϑ_2 воно ще характеризується квантовим числом ℓ, яке набуває значень $\ell = \vartheta, \vartheta - 2 \ldots 0$, при ϑ парному і $\ell = \vartheta, \vartheta - 2 \ldots 1$ при ϑ — непарному. Квантове число ℓ визначає значення моменту і кількості руху $\overline{M}_p = \hbar\overline{\ell}$, зв'язаного з коливаннями і спрямованого вздовж вісі молекули. Ступінь виродження рівня із заданим ϑ рівна $\vartheta + 1$. Природно, рівні $\ell = 0$ є невиродженими, а рівні з $\ell > 0$ двічі вироджені. При $\vartheta = 1$ квантове число, $\ell = 1$ — рівень двократно вироджений, але не може розщеплюватись, а при $\vartheta > 1$ — рівні вироджені і за наявності ангармонічності можуть розщеплюватись на дві (при $\vartheta = 2$ і $\vartheta = 3$) і більше складових. У результаті взаємодії коливального й обертального рухів молекули двократне виродження для $\ell > 0$ знімається (ℓ — подвоєне).

Спектр молекули CO_2 побудовано з набору нормальних коливань частот ν_1, ν_2, ν_3, їх обертонів і комбітонів. Із врахуванням системи обертальних рівнів, на рис. 15.2 схематично показано структуру нижніх коливальних рівнів основного електронного стану молекули CO_2 і декілька верхніх збуджених станів коливання ν_3. Відповідні рівні позначені комбінацією квантових чисел $(\vartheta_1, \vartheta_2', \vartheta_3)$.

На діаграмі наведено для кожного коливального стану молекули симетрія і точкова група, частота коливання, а також показано розподіл населеності обертальних рівнів (довжина відрізку, яка зображає обертальний рівень, що пропорційна його населеності).

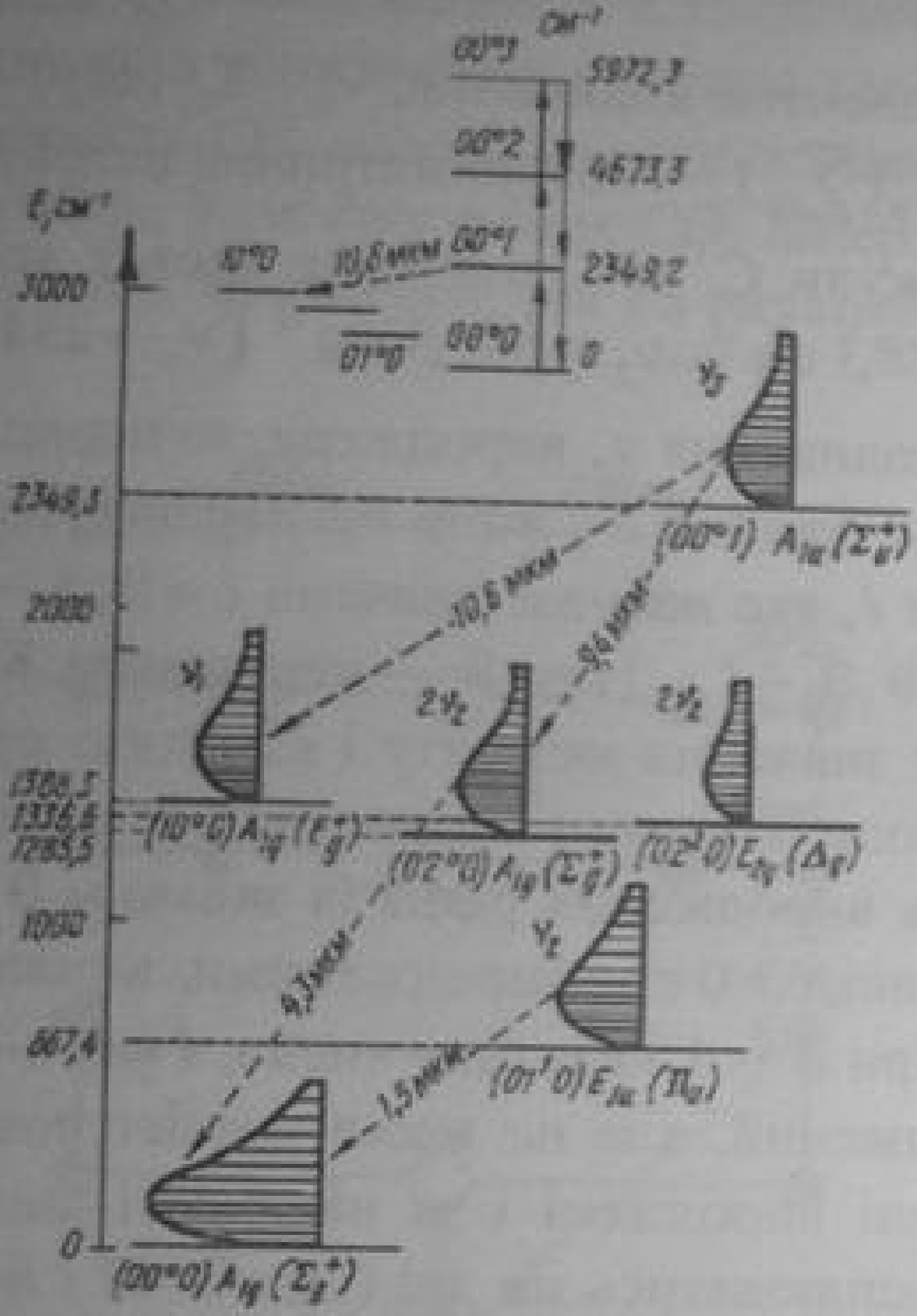


Рис. 15.2

У результаті випадкового збігу частоти $\nu_1(1,0^0,0)$ з частотою $2\nu_2(0,2^0,0)$ має місце резонанс Фермі, тобто стани $(1,0^0,0)$ і $(0,2^0,0)$ є змішаними. Оскільки часи релаксації деформаційних коливань $\nu_2(0,1^0,0), 2\nu_2(0,2^0,0)$ найменші з усіх трьох видів коливань, то в силу резонансу Фермі коливання $\nu_1(1,0^0,0)$ також мають малий час релаксації.

Згідно з правилами відбору, в дипольному наближенні дозволені переходи, що проявляються в ІЧ-спектрі між коливальними рівнями. Вони належать до станів різної парності ($g \leftrightarrow u$) зі зміною одного з коливальних квантових чисел на одиницю. У спектрах комбінаційного розсіювання першого порядку дозволені переходи між рівнями однакової парності ($g \leftrightarrow g$; $u \leftrightarrow u$). Відповідно з цими правилами відбору в ІЧ-спектрі спостерігаються дві сильні смуги: $(01^10) \rightarrow (00^00)$ деформаційне коливання ν_2 і $(01^10) \rightarrow$ $\rightarrow (00^00)$ — антисиметричне коливання ν_3. У спектрі КР спостерігається смуга $(10^00) \rightarrow (00^00)$ — повносиметричне коливання ν_1, а точніше — подвійна смуга з частотами 1285,5 і 1388,3 см $^{-1}$, зумовлена фермі — резонансом. Відносна інтенсивність цих смуг 1:0,6.

Переходи з одночасною зміною одного, двох і трьох квантових чисел більш як на одиницю в дипольному наближенні заборонені. Але переходи $(02^01) \rightarrow (00^00)$ і $(10^01) \rightarrow$ $\rightarrow (00^00)$ досить інтенсивні, інші — надто слабкі:

$$(00^01) \rightarrow (10^00);(00^01) \rightarrow (02^00),(10^00) \rightarrow (10^10);$$
$$(02^00) \rightarrow (01^10).$$

Імовірності дипольних переходів до основного стану з (00^00) і (01^10) рівні $10^2\,с^{-1}$ і $1с^{-1}$ відповідно, а дипольно заборонених — на один — два порядків менші.

Зокрема у випадку CO_2 для симетричних молекул, ядра кисню мають спіновий момент I = 0, бо існують тільки симетричні обертальні стани з парними значеннями обертального квантового числа J для нижнього рівня. Тому значення енергії обертання молекули рівні:

$$E_J = hBJ(J+1) = hF(J).$$

де $B = h/8\pi^2 I$ (B в c^{-1}), I — момент інерції відносно вісі обертання.

Енергія кванта коливально-обертального переходу:

$$E_{il} - E_{kn} = h\nu_{ik} + h[F(J_l) - F(J_n)],$$

де i і l —індекси стартового коливального й обертального рівнів, а к і n —відповідно фінішного рівня, ν_{ik} —частота "чисто" коливального переходу.

У дипольному наближенні для "перпендикулярних" смуг, тобто, для смуг із дипольним моментом переходу, перпендикулярним до вісі молекули, правила відбору $\Delta J = +1;0;-1$, відповідають R-, Q-, P-гілки. Для *паралельних* смуг $\Delta J = \pm 1$, тобто — відсутня Q-гілка. Для лінійних молекул при валентних коливаннях дипольний момент переходу спрямований по вісі молекули і таким валентним коливанням відповідають *паралельні смуги*, а при деформаційних — перпендикулярні смуги. Молекула CO_2 має активні в ІЧ-спектрі паралельну смугу $\nu_3(001) = A_{1g} \to A_{1u}$ і перпендикулярну $\nu_2(01^10) - A_{1g} \to E_{1u}$. При цьому правило відбору $\Delta\ell = 0$ для паралельних смуг і $\Delta\ell = \pm 1$ — для перпендикулярних. Таким чином, при переходах $(00^01) \to (10^00)$ має місце паралельна смуга. Отже, спостерігатимуться тільки R- і P-гілки. Аналогічне явище відбувається і з переходом $(00^01) \to (02^00)$. У той же час перехід $(00^01) \to (02^20)$ заборонено, бо в паралельних смугах $\Delta\ell = 0$. Переходи $(10^00) \to (01^10)$ і $(01^10) \to (00^00)$ мають всі три гілки.

При термодинамічній рівновазі населеність J-го рівня:

$$n_{vJ} = N_v \frac{(2J+1)\exp(-F(J)h/\kappa T)}{\sum_J (2J+1)\exp(-E(J)h/\kappa T)} \approx$$

$$\approx N_v \cdot \frac{hB}{\kappa T}(2J+1)\exp\left(-\frac{F(J)h}{\kappa T}\right), \qquad (15.1)$$

де N_v —повне число молекул на коливальному рівні v.

Схематично цей розподіл показано на рис. 15.2.

Максимально заповнений обертальний рівень при даній температурі:

$$J_{max} = \sqrt{\kappa T / 2hB} - 1/2. \qquad (15.2)$$

Для молекули CO_2:

$$J_{max} = 0{,}95\sqrt{T} - 1/2. \qquad (15.2')$$

Співвідношення (15.1) несправедливе для взаємодіючих рівнів. Наприклад, у результаті фермі-взаємодії величини $N_{10^0 0}$ і $N_{02^0 0}$ — зв'язані. При термодинамічній рівновазі населеності цих коливальних рівнів задовольняють:

$$N_{10^0 0} = N_{02^0 0} \exp\left(-\frac{\Delta E}{\kappa T}\right), \qquad (15.3)$$

де $\Delta E = 103\ см^{-1}$. Згідно (15.3), при $T = 300\ K$ співвідношення населеностей $\frac{N_{10^0 0}}{N_{02^0 0}} = 0{,}6$, а при $T = 400\ K$ – 0,7.

У зв'язку з фермі-резонансом рівнів $(10^0 0)$ і $(02^0 0)$ часи життя на цих рівнях не можна розглядати як незалежні.

При електронному накачуванні (взагалі кажучи, можна застосовувати й оптичне накачування) збудження відбувається, в основному, за схемою:

$$\bar{e} + CO_2(00^0 0) \rightarrow CO_2(00^0 1) + e,$$

оскільки переріз цього процесу значно більший від інших, що добре видно з табл. 5.

Згідно з величинами інтенсивностей ліній у типових умовах збудження, максимально заповнені рівні для переходів $(00^0 0) \rightarrow (10^0 0)$ і $(00^0 0) \rightarrow (02^0 0)$ обертальні рівні при P(20) і R(20). Схему коливальних переходів показано на рис. 15.3.

Для поліпшення ефективності населеності рівня $(00^0 1)$ молекули CO_2 (поліпшення роботи CO_2-лазера) до вуглекислого газу додається N_2. Внаслідок незначної різниці між енергіями рівнів $(00^0 1)$ CO_2 і $(\vartheta = 1) N_2$ $-18\,см^{-1}$, має місце

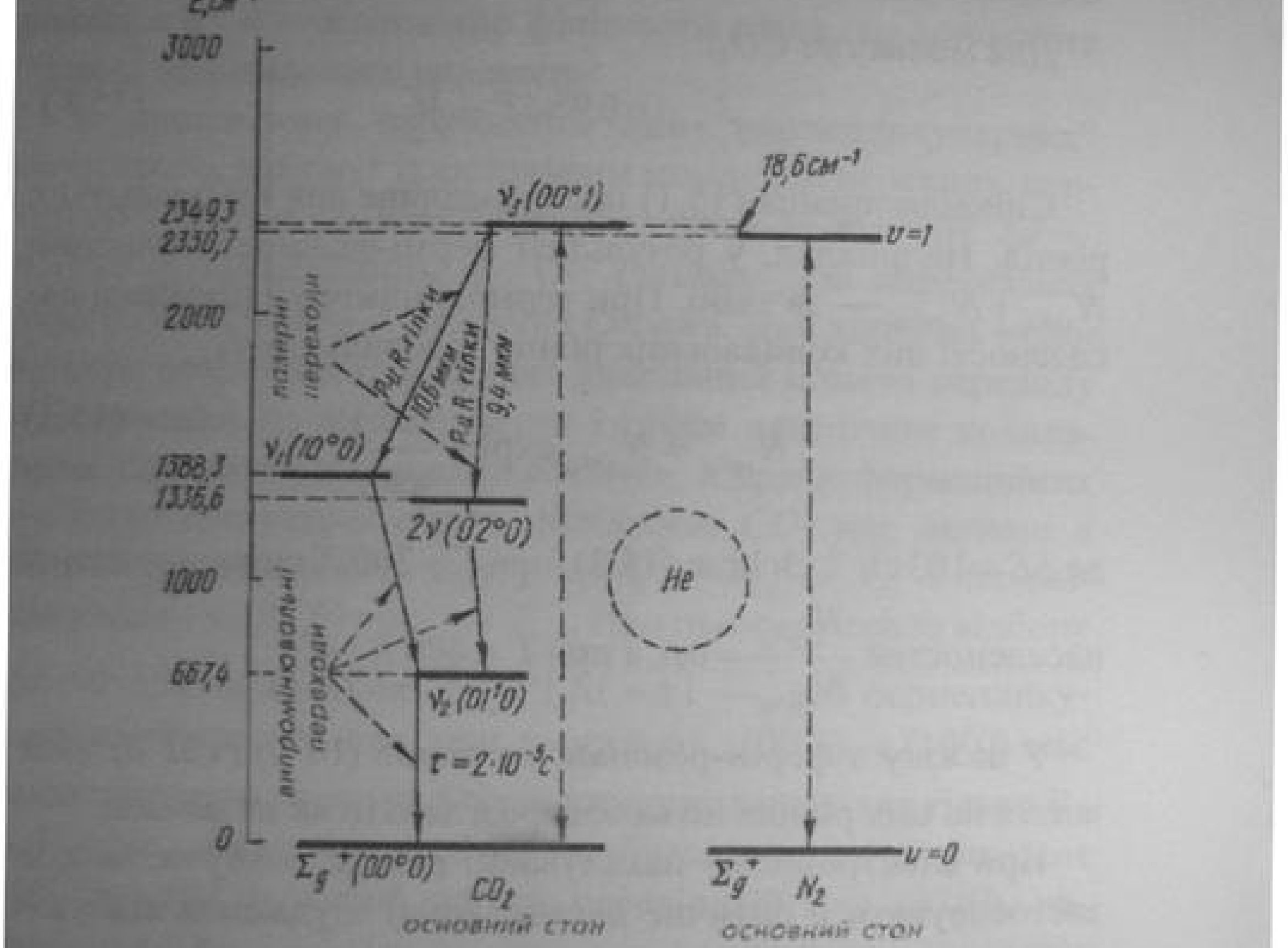


Рис. 15.3

резонансна передача енергії від молекули N_2 до CO_2, згідно зі схемою:

$$CO_2(00^0 0) + N_2(\vartheta = 1) \leftrightarrow CO_2(00^0 1) + N_2(\vartheta = 0).$$

Оскільки молекула N_2 бездипольна, то її час життя в збудженому стані великий (секунда) — стан метастабільний.

Тому молекули $N_2(\vartheta = 1)$ є енергетичним резервуаром для накачування молекул CO_2. Збудження $N_2(\vartheta = 0)$ в $N_2(\vartheta = 1)$ електронним ударом дуже ефективне. Окрім того, більш високі коливальні стани CO_2 $(00^0 0)...(00^0 4)$ теж досить добре резонують із $N_2(\vartheta = 1)$, а імовірності переходів із $(00^0 4)...$ $...(00^0 2)$ на $(00^0 1)$ дуже високі. Всі ці процеси в кінцевому результаті призводять до дуже ефективного заповнення стартового лазерного рівня $(00^0 1)$. Звичайно, відношення тиску азоту до тиску вуглекислого газу становить (5:2).

Таблиця. 5. *Інтегральні інтенсивності для коливально- обертальних смуг CO_2, активних у ІЧ-спектрі (при $T = 300$ К).*

Перехід	Нульова лінія смуги, $см^{-1}$	$\int k dv \cdot 10^{-5}$, $см^{-1} \cdot Па^{-1}$
$00^0 0 - 00^0 1$	2349	2600
$00^0 0 - 01^0 0$	667	330
$01^1 0 - 10^0 0$	721	7,5
$02^0 0 - 00^0 1$	1064	0,05
$10^0 0 - 00^0 1$	961	0,02

Радіаційний час життя коливальних станів у основній електронній конфігурації великий. Зокрема, імовірність спонтанного переходу $(00^0 1) \rightarrow (00^0 0)$ порядку $100 с^{-1}$. У той же час імовірність руйнувань при зіткненні при тискові 133 Па складає 10^3 $с^{-1}$. Радіаційний час життя інших коливальних рівнів порядку секунд, тому час життя цих станів також визначається імовірністю руйнувань при зіткненні.

Зауважимо, обертальні "кванти" значно менші коливальних, тож час обертальної релаксації порядку $10^{-6} - 10^{-7}$ с, що на 3-4 порядки менше часу коливальної релаксації. Тому при стаціонарній генерації співвідношення (15.1) не порушується.

Створення та підтримання інверсної заселеності в стаціонарному режимі генерації CO_2—лазера залежить від швидкості заповнення стартового рівня $(00^0 1)$ і спустошення фінішних рівнів $(10^0 0)$ і $(02^0 0)$. Заповнення верхнього рівня розглядалося вище, час його життя порядку 0,4 мс. Час життя нижніх рівнів обумовлений такими наступними процесами.

Переходи $(10^0 0) \rightarrow (02^0 0)$ в силу фермі-резонансу відбуваються дуже швидко, як результ зіткнень із важкими частинками за схемою:

$$CO_2(10^0 0) + CO_2(00^0 0) \rightarrow CO_2(02^0 0) + CO_2(00^0 0).$$

Переріз такого процесу порядку $10^{-14} - 10^{-15}$ см^2, а співвідношення населеностей цих рівнів визначається співвідношенням (15.3). З цієї причини рівень $(10^0 0)$, як фінішний лазерний рівень, має перевагу перед рівнем $(02^0 0)$, що й обумовлює більш високу потужність генерації на $\lambda = 10{,}6$ мкм, ніж на $\lambda = 9{,}4$ мкм. Але звільнення обох рівнів $(10^0 0)$ і $(02^0 0)$ залежить від швидкості переходів $(10^0 0) \rightarrow (01^1 0)$ і $(02^0 0) \rightarrow$ $\rightarrow (01^1 0)$ і відбувається в результаті зіткнень:

$$CO_2(10^0 0) + CO_2(000^0) \rightarrow CO_2(02^1 0) + CO_2(01^1 0) + \Delta E;$$

$$CO_2(02^0 0) + CO_2(00^0 0) \rightarrow CO_2(01^1 0) + CO_2(01^1 0) + \Delta E'.$$

Імовірності обох процесів дуже високі, оскільки ΔE і $\Delta E'$ порядку kT. Тому швидко наступає теплова рівновага між рівнями $(10^0 0)$. Отже, час спустошення фінішних ла-

зерних рівнів буде визначатись часом життя рівня (01^10). У чистому CO_2 час життя рівня (01^10) до однієї секунди, що не

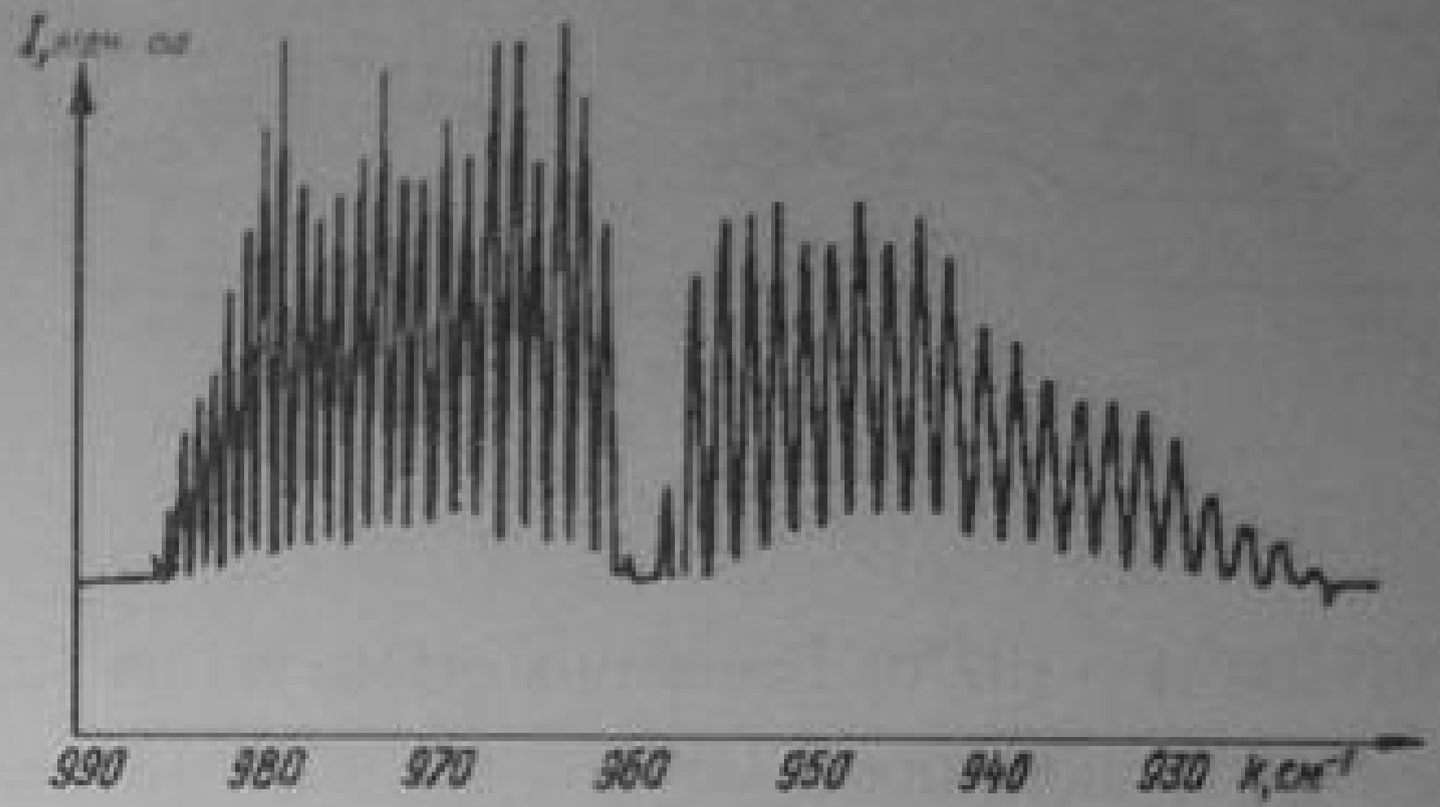


Рис. 15.4

дозволяє отримати стаціонарну генерацію. Але газ CO_2, який утворюється в результаті розряду, сприяє швидкому руйнуванню стану $CO_2(01^10)$ і дуже слабко впливає на час життя стану $CO_2(00^01)$. Для поліпшення роботи CO_2 — лазера до робочої суміші додають He чи H_2O (звичайно, тиск He у 5-10 разів вищий тиску CO_2). Наявність, зокрема атомів He не тільки пришвидшує руйнування стану $CO_2(01^10)$ (у присутності He, час життя збудженого стану (01^10) рівний $2\cdot10^{-5}$ с), але й сприяє охолодженню робочої суміші завдяки високій теплопровідності гелію, який відводить тепло на стінки газорозрядної трубки. При цьому його присутність слабко впливає на час життя стану $CO_2(00^01)$. Таким чином, присутність молекул N_2 сприяє заповненню верхнього лазерного рівня, а присутність He і H_2O — збідненню нижнього.

Умови інверсії виконуються для великого числа коливально — обертальних переходів P- і R-гілок смуг $(00^01)\rightarrow$



Рис. 15.5

$\rightarrow (10^0 0)$ і $(00^0 1) \rightarrow (02^0 0)$. Генерація отримана на 103 лініях цих смуг, розташованих в області від 9 до 18 мкм, з інтервалами між лініями 1-2 $см^{-1}$. Максимальне значення J для P- і R-гілок досягає 48-52 при $T \simeq 400K$. Спектрограму генерації P- і R-гілок смуг $(00^0 0) \rightarrow (10^0 0)$ наведено на рис. 15.4. Максимальне значення випромінювання спостерігається при $J = 23$.

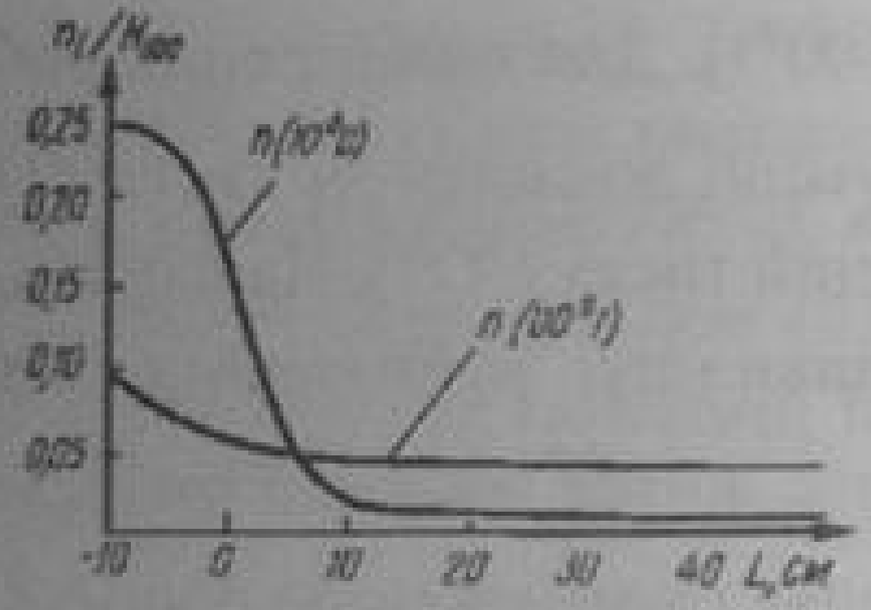


Рис. 15.6

Особливість CO_2 лазерів полягає в тому, що ширина смуг підсилення $\Delta\nu_0 \approx 50$ МГц, тому при довжині активного елемента у межах до 3 м генерація автоматично реалізується в одномодовому режимі. Тож, якщо не застосувати селекцію, то генерація відбуватиметься на одній моді $P(22)$ ($J' = 21 \rightarrow J'' = 22$) коливального переходу $(00^0 1) \rightarrow (10^0 0)$.

Лазер на CO_2 вдалось реалізувати і при тепловому накачуванні.

На рис. 15.5 схематично зображено газодинамічний лазер на CO_2 і вказані його параметри.

Для створення інверсної населеності мінімальний перепад температур у випадку CO_2 має бути рівним $T_0/T_{min} = E_3/E_2 = 1{,}69$, що відповідає числу Маха:

$$M_{min} = \sqrt{(2/(\gamma - 1)(h\nu/E_2)} \approx 4.$$

При розширенні вуглекислого газу з надзвуковою швидкістю ($M \geq 4$) верхній лазерний рівень (00^01) не встигає "скинути" населеність, а нижній (01^10) встигає, що показано на графіку рис. 15.6. Інверсія населеності, як видно з графіка, зберігається на відстані 40 см від сопла, де і розташовуються два дзеркала, які утворюють відкритий резонатор. У лазері з вказаними параметрами при ККД 1 %, було отримано потужність випромінювання 60 кВт. Час генерації обмежувався перегрівом дзеркал резонатора під дією випромінювання, що тривало декілька секунд.

Контрольні питання

1. Поясніть причини широкого застосування CO_2-лазера в технологічних процесах.
2. Чому до робочої суміші CO_2-лазера додають азот, гелій, воду?
3. На яких переходах працює CO_2-лазер?
4. Вкажіть параметри газодинамічного лазера на CO_2.
5. Від чого залежить створення і підтримання інверсної населеності в стаціонарному режимі генерації CO_2-лазера?

§16. Генезис спектру генерації лазера в стаціонарному режимі

Спектральний склад випромінювання лазера на даному активному елементі визначається параметрами резонатора, рівнем перевищення накачування над порогом і характером уширення робочої смуги люмінісценції. Все це визначає і вихідну потужність генератора.

Рівень накачування обумовлює відповідну різницю заселеностей $\left(n_i - \frac{q_i}{q_k} n_k \right)$. Якщо накачування не забезпечує досягнення порогового рівня, то потужність випромінювання активного елемента розподіляється між різними типами коливань резонатора в межах смуги люмінесценції квантової частинки. При цьому, якщо підсилення середовища $\alpha(\nu)$ досить велике, напівширина спектру випромінювання буде зменшуватись порівняно з напівшириною спектру люмінесценції внаслідок підсилення спонтанного випромінювання в активному середовищі. Це явище отримало назву *суперлюмінесценції.*

Розглянемо звуження спектру випромінювання в результаті суперлюмінесценції. Зміна інтенсивності випромінювання при його поширенні вздовж елемента довжиною L описується рівнянням:

$$\frac{dI(\nu)}{dZ} = \alpha(\nu) I(\nu) + A_{ik} g(\nu) n_i h\nu_{ki}. \qquad (16.1)$$

Перший доданок у правій частині співвідношення (16.1) описує підсилення світла шаром активного середовища товщиною dZ, а другий — відповідає за спонтанне випромінювання (люмінесценцію) активних центрів у цьому шарі.

Оскільки випромінювання зовнішніх відносно до активного середовища джерел нас не цікавить, то частинний розв'язок рівняння (16.1) запишеться у вигляді:

$$I(\nu,L)=\int_0^L A_{ik}g(\nu)n_i h\nu_{kl}e^{\alpha(\nu)[L-z]}dZ=\frac{A_{ik}g(\nu)h\nu_{kl}n_i}{\alpha(\nu)}\times$$
$$\times(e^{\alpha(\nu)L}-1)=\frac{A_{ik}n_i h\nu_{kl}}{\alpha_0}(e^{\alpha_0 g(\nu)L}-1), \qquad (16.2)$$

де $\alpha_0=\alpha(\nu_0)/g(\nu_0)$ а $\alpha(\nu_0)$ — коефіцієнт підсилення активного середовища на частоті максимуму смуги люмінесценції.

З виразу (16.2) випливає, що при $\alpha_0 g(\nu)L<<1$:

$$I(\nu,L)=A_{ik}g(\nu)n_i h\nu_{kl}L. \qquad (16.2')$$

Згідно з (16.2') при слабкому підсиленні середовища спектральний склад випромінювання активного середовища збігається за спектральним складом люмінесценції активного центру, а інтенсивність випромінювання пропорційна довжині шляху в активному середовищі.

При $\alpha_0 g(\nu)L>>1$:

$$I(\nu,L)=\frac{A_{ik}n_i h\nu_{kl}}{\alpha_0}e^{\alpha_0 g(\nu)L}. \qquad (16.2'')$$

З виразу (16.2'') випливає, що спектральна залежність знаходиться в показнику експоненти і тому призводить до суттєвої відмінності спектра випромінювання активного елемента від спектра випромінювання його активних центрів.

Зі співвідношення (16.2'') також випливає, що напівширина спектра випромінювання середовища визначається так:

$$g(\nu_{\frac{1}{2}})=\frac{1}{\alpha_0 L}\ln\left(\frac{e^{\alpha(\nu_0)L}+1}{2}\right). \qquad (16.3)$$

Зокрема для лоренцевого контура смуги люмінесценції, згідно з (16.3), напівширина спектра випромінювання на виході активного середовища визначається як:

$$\Delta\nu_{c\Lambda}=\Delta\nu_{\Lambda}\sqrt{\frac{2\alpha(\nu_0)L}{\ln(e^{\alpha(\nu_0)L}+1)}-1}, \qquad (16.4)$$

де $\Delta\nu_{сЛ}$ і $\Delta\nu_{л}$ — напівширини спектрів суперлюмінесценції і люмінесценції відповідно. При $\alpha_0 L >> 1$ вираз (16.4) перетворюється:

$$\Delta\nu_{сЛ} = \Delta\nu_{л}\sqrt{\ln 2/\alpha(\nu_0)L}. \qquad (16.4^1)$$

Отже, коли $\alpha(\nu_0)L \to \infty$, то $\Delta\nu_{сЛ} \to 0$.

Якщо рівень накачування забезпечує виконання порогової умови ($\alpha \approx \gamma$), то виникає генерація. При цьому підсилення в активному середовищі на частоті генерації стабілізується і при подальшому зростанні накачування не змінюється. У випадку однорідно уширеної смуги люмінесценції підсилення виявляється стабілізованим у межах всієї смуги. Тому, якщо генерація відбувається на моді резонатора, яка відповідає частоті максимуму смуги люмінесценції, то інші типи коливань у генерацію вийти не можуть. При цьому напівширина спектра генерації обумовлена ши-

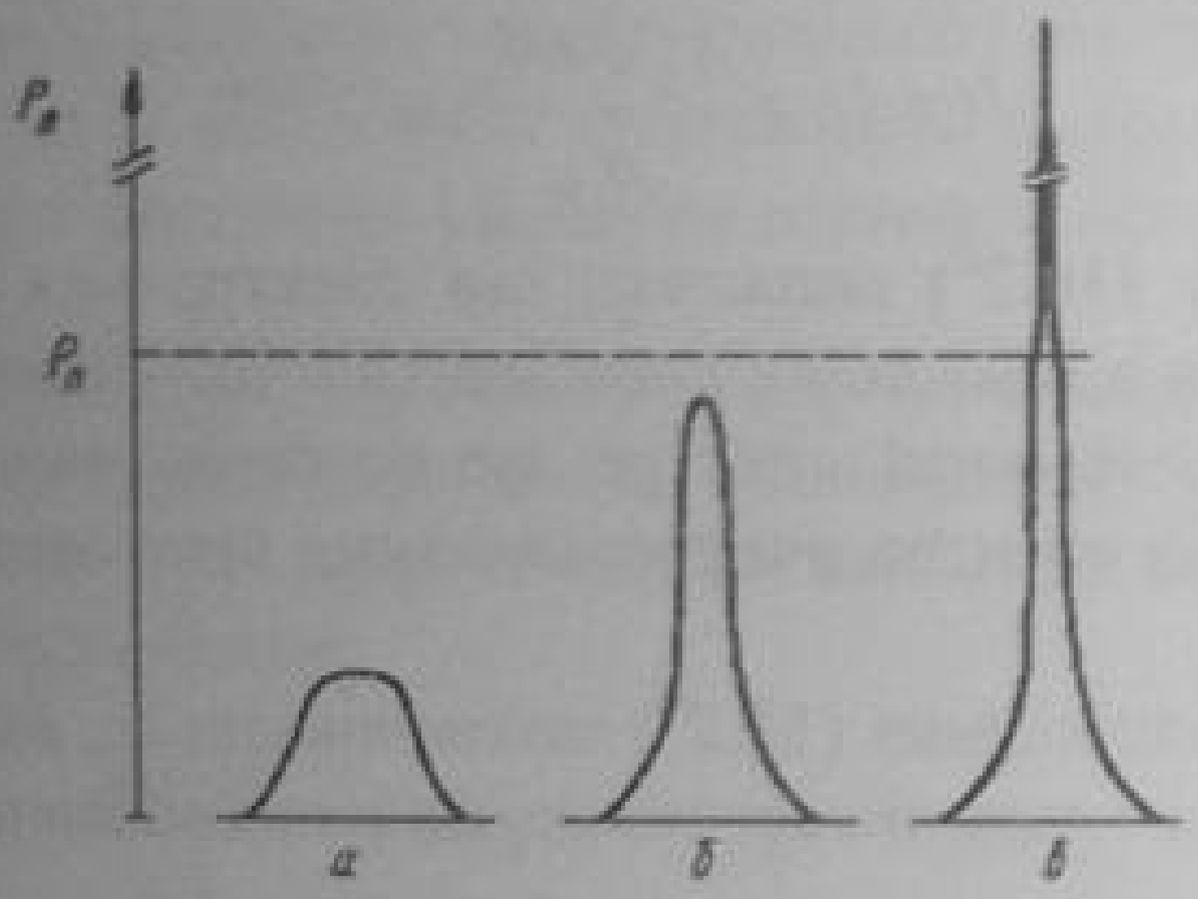


Рис. 16.1

риною моди резонатора (якщо $\Delta\nu_р < \Delta\nu_{сЛ}$) і не змінюється зі зростанням накачування. На рис. 16.1 схематично показано розглянуті вище зміни спектра випромінювання активного елемента від рівня накачування для самої високодобротної моди: *а — люмінесценція, б — суперлюмінесценція, в — генерація* (має місце *одночастотна генерація — одномо-*

дова). Видно, що виникнення генерації характеризується появою дуже вузької лінії на фоні смуги спонтанного випромінювання.

В умовах генерації стабілізується різниця заселеності між робочими (лазерними) рівнями. Якщо при цьому населеності робочих рівнів також стабілізуються, то потужність спонтанного випромінювання (люмінесценція) не змінюється. Потужність генерації, що рівна різниці між потужностями накачування та її пороговою величиною, зростає зі збільшенням накачування.

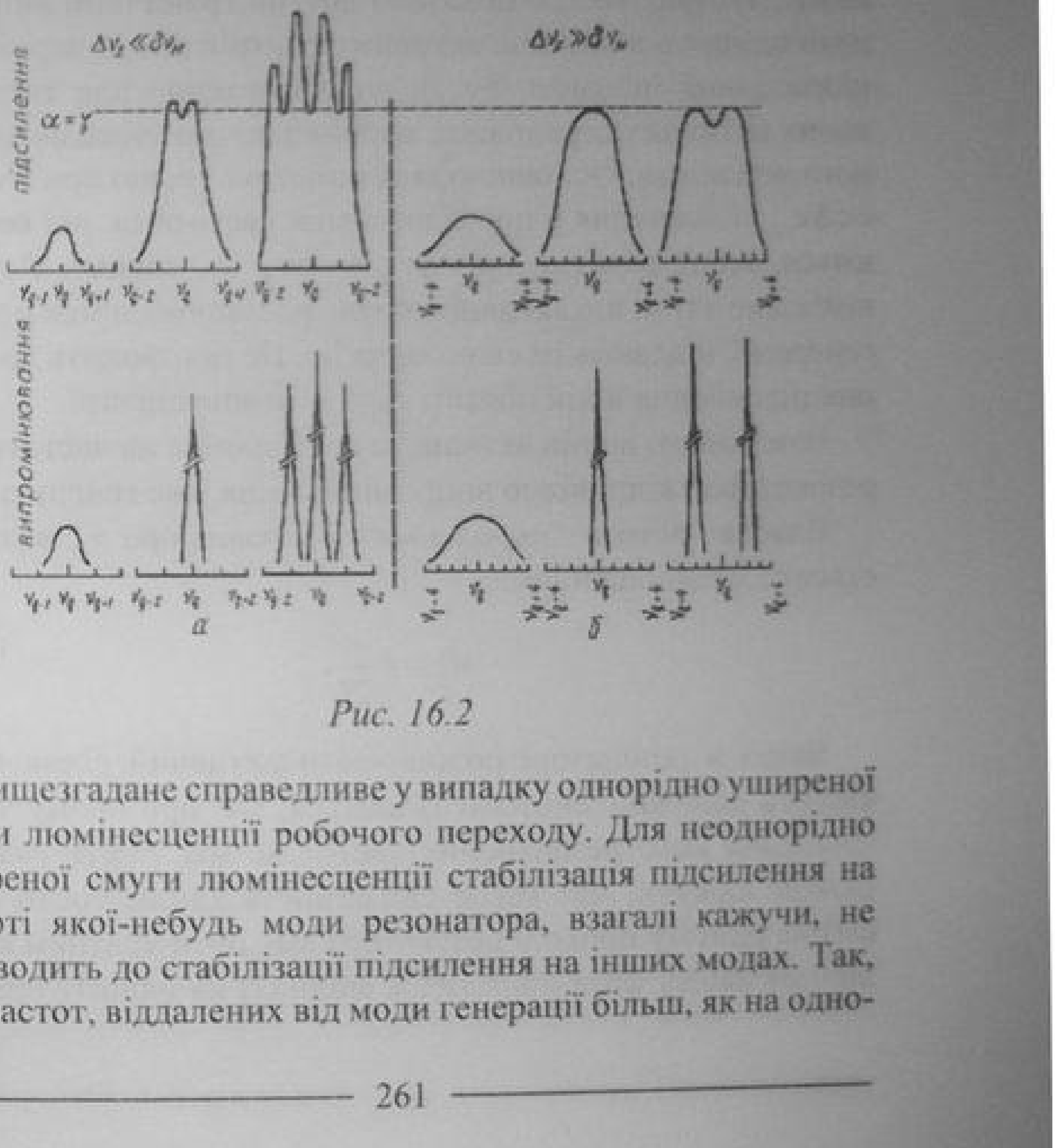


Рис. 16.2

Вищезгадане справедливе у випадку однорідно уширеної смуги люмінесценції робочого переходу. Для неоднорідно уширеної смуги люмінесценції стабілізація підсилення на частоті якої-небудь моди резонатора, взагалі кажучи, не призводить до стабілізації підсилення на інших модах. Так, для частот, віддалених від моди генерації більш, як на одно-

рідну ширину активних центрів, підсилення зростає зі збільшенням накачування до того часу, поки не виконуються порогові умови генерації на моді з цією частотою, після чого підсилення стабілізується і на цій частоті. Такий процес може продовжуватись до виходу в генерацію мод резонатора, які лежать у межах всієї смуги люмінесценції робочого переходу (багаточастотна генерація). На рис. 16.2, *а* показано поведінку коефіцієнта підсилення і спектра випромінювання для випадку, коли однорідна ширина ($\Delta\nu_л$) активних центрів менша міжмодового інтервалу $\delta\nu_м$. Така ситуація реалізується в газових лазерах, наприклад, в *He-Ne*-лазері. На рис. 16.2, *б* показано другий граничний випадок, коли однорідна ширина активних центрів ($\Delta\nu_л$) перевищує міжмодовий інтервал ($\delta\nu_м$), що характерно для твердотільних активних середовищ, наприклад, для скла, активованого неодимом. Основною відмінністю є те, що при $\Delta\nu_л << \delta\nu_м$ підсилення в проміжках між частотами, які генеруються, вище втрат, а при $\Delta\nu_л >> \delta\nu_м$ — нижче. Останнє пов'язане з тим, що активні центри, розташовані між модами генерації, віддають їм свою енергію. Це призводить до падіння підсилення в цій області смуги люмінесценції.

Розглянемо вплив активного середовища на частоти мод резонатора і відповідно випромінювання, яке генерується.

Власна частота *"порожнього" резонатора* ν_p^n визначається співвідношенням:

$$\nu_p^n = \ell \frac{c}{2L}. \qquad (16.5)$$

Якщо в резонаторі розташувати активний елемент, то частота коливань системи зміниться, але при цьому умова існування його резонансних частот не має порушуватись. Інакше кажучи, має місце синфазність хвиль, тобто набіг фаз на одному проході резонатора має бути кратним π. Величина набігу фази поля тієї ж моди (ℓ) на одному проході

при розташуванні в резонаторі активного елемента з довжиною L і показником заломлення n:

$$\varphi(\nu_p) = \frac{2\pi\nu_p n(\nu_p)L}{c} = \ell\pi, \qquad (16.6)$$

де, як і раніше, $\ell = 1,2..10^6$.... Якщо є генерація *(гарячий резонатор)*, то:

$$\varphi(\nu_г) = \frac{2\pi\nu_г n(\nu_г)L}{c} = \ell\pi. \qquad (16.6')$$

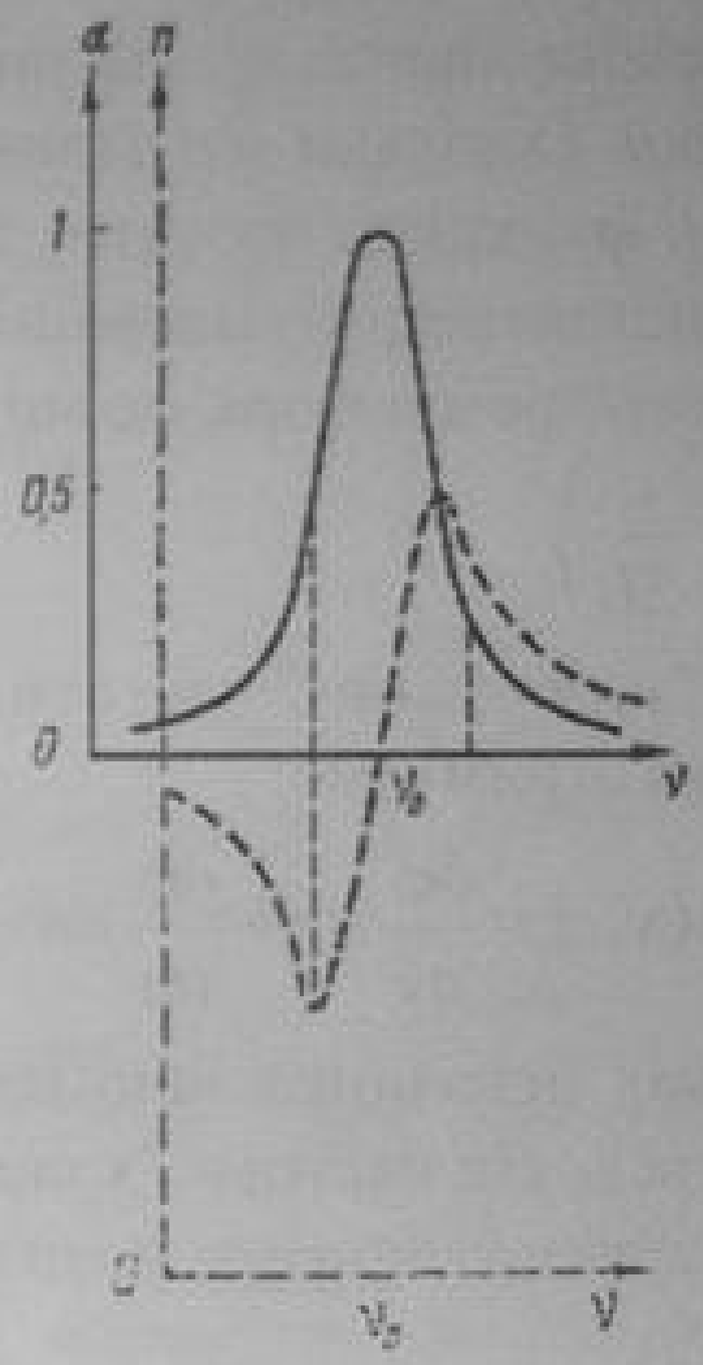


Рис. 16.3

Зі співвідношення (16.6') випливає:

$$\nu_г = \ell\frac{c}{2n(\nu_г)L}, \qquad (16.5')$$

де $\nu_г$ — частота ℓ — ої моди. При $n = 1$ отримуємо співвідношення (16.5), тобто власну частоту "порожнього" резонатора. Але в межах напівширини смуги люмінесценції

$\Delta\nu_A$ активного елемента з максимумом підсилення на частоті ν_0 показник заломлення *n* змінюється згідно зі співвідношенням Крамерса-Кроніга, що схематично показано на рис. 16.3. Відповідно до цього, як випливає з (16.5′), буде змінюватись і частота моди резонатора. Отже, якщо частота "порожнього" резонатора ν_p^n менша ν_0, наявність збудженого робочого середовища зменшить оптичну довжину резонатора, що, в свою чергу, збільшить частоту моди з тим же індексом. При $\nu_p^n > \nu_0$ картина буде оберненою. Тому частота випромінювання, яке генерується, мовби притягується до центра смуги люмінесценції ν_0. Це так званий ефект *"затягування" частоти.* Оскільки він залежить від показника заломлення, який є функцією частоти, то генерація відбувається на нееквідистантно розташованих частотах, на відміну від "порожнього" резонатора, де моди розташовані еквідистантно $\left(\delta\nu_t = \frac{c}{2L}\right)$.

Оцінимо ефект "затягування" частоти. З умови (16.6) для резонансної частоти отримуємо:

$$d\varphi(\nu_\Gamma) = \frac{\partial\varphi}{\partial\nu}d\nu + \frac{\partial\varphi}{\partial n}dn = 0. \qquad (16.7)$$

При малих змінах показника заломлення, зсув частоти моди, яка генерується, від частоти "холодного" резонатора малий, тому (16.7) можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}(\nu_\Gamma - \nu_p) + \Delta\varphi_\Gamma = 0. \qquad (16.7')$$

Згідно з (6.9′), напівширина моди $\Delta\nu_p = c\gamma$. Тому перший доданок у (16.7′) запишеться як:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}(\nu_\Gamma - \nu_p) = \frac{2\pi nL}{c}(\nu_\Gamma - \nu_p) = \frac{2\pi n\gamma L}{\Delta\nu_p}(\nu_\Gamma - \nu_p). \qquad (16.8)$$

Другий доданок у (16.7′) $\Delta\varphi_\Gamma$ визначає набіг фази, обумовлений зміною показника заломлення, внаслідок інверс-

ної заселеності. Залежності ходу показника заломлення у випадку поглинаючого (*а*), насиченого (*б*) і підсилюючого (*в*) середовищ показано на рис. 16.4. Величина $\Delta\varphi_{\Gamma}$ залежить від форми лінії. У випадку смуги люмінесценції лорен-

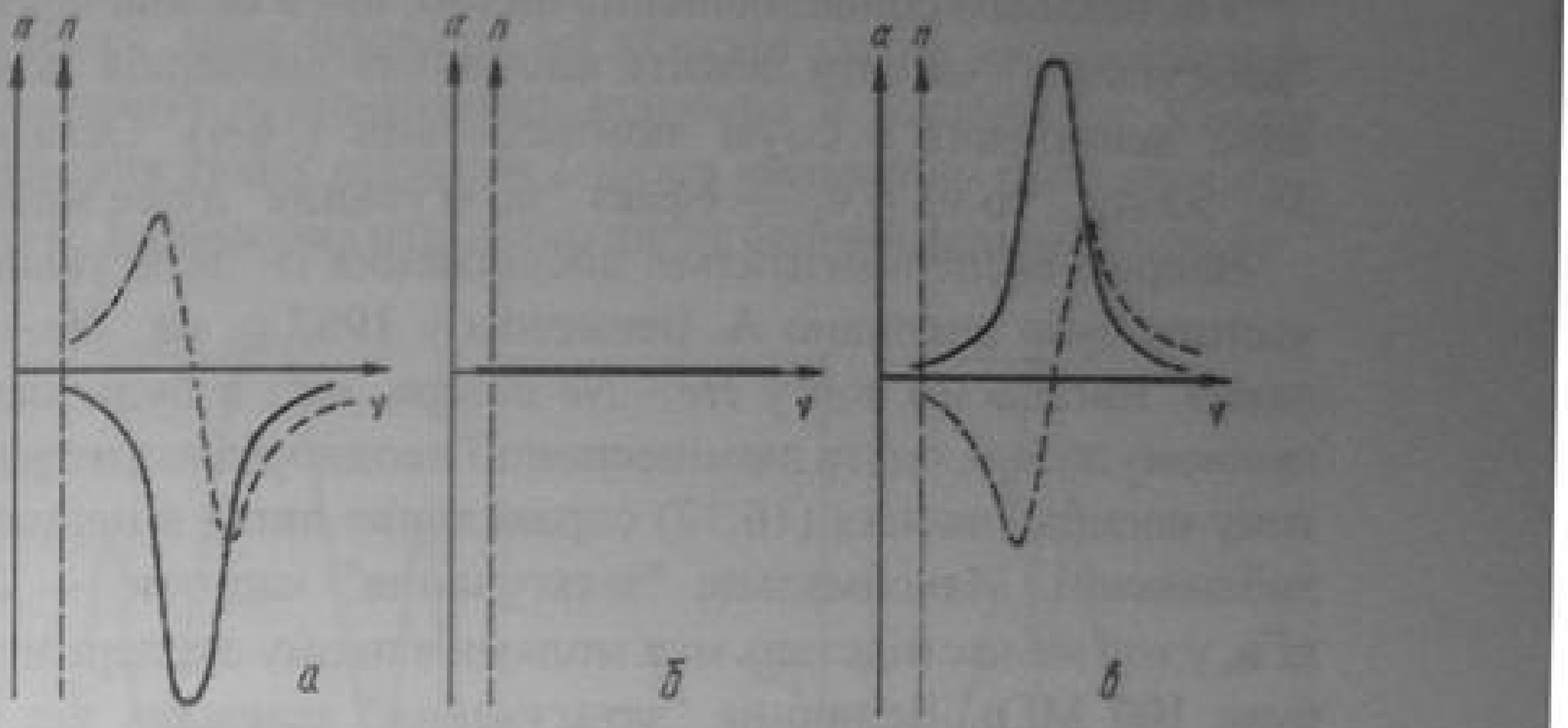


Рис. 16.4

цевої форми з максимумом на частоті ν_0 і напівшириною $\Delta\nu_{\Lambda}$ коефіцієнт підсилення:

$$\alpha(\nu)=\alpha(\nu_0)\frac{\Delta\nu_{\Lambda}}{(\nu_0-\nu)^2+\Delta\nu_{\Lambda}^2}, \qquad (16.9)$$

а показник заломлення при підсиленні в середовищі залежить від частоти відповідно до співвідношення Крамерса-Кроніга:

$$n=n_0-\alpha(\nu_0)\frac{\Delta\nu_{\Lambda}c}{\nu_0}\frac{\nu_0-\nu}{(\nu_0-\nu)^2+\Delta\nu_{\Lambda}^2}. \qquad (16.10)$$

Використовуючи (16.10), у межах напівширини смуги $\Delta\nu_{\Lambda}$ отримуємо:

$$\Delta\varphi_{\Gamma}^{\lambda}=-\alpha(\nu_0)\frac{c}{\nu_0\Delta\nu_{\Lambda}}(\nu_0-\nu_{\Gamma}). \qquad (16.11)$$

Таким чином, згідно (16.7) з (16.8) і (16.11) маємо:

$$\nu_{\Gamma} = \frac{\nu_0(\Delta\nu_{\Lambda})^{-1} + \nu_p(\Delta\nu_p)^{-1}}{(\Delta\nu_p)^{-1} + (\Delta\nu_{\Lambda})^{-1}}. \qquad (16.12)$$

З останнього співвідношення видно, що в основі ефекту "затягування" частоти лежить аномальна дисперсія показника заломлення в смузі люмінесценції (16.4). Оскільки $\Delta\nu_{\Lambda} >> \Delta\nu_p$, то $\nu_{\Gamma} \approx \nu_p$ — ефект "затягування" дуже малий.

Вперше експериментальні дослідження із "затягування" частоти було виконано А. Беннетом у 1962 р. на *He – Ne* лазері. Нагадаємо, що у *He – Ne* лазера, як і в будь-якому газовому лазері, смуга люмінесценції неоднорідно уширена, тому співвідношення (16.12) справедливе лише в першому наближенні. Максимальне "затягування" частоти — 200 кГц, у той же час відстань між модами в цьому експерименті була 100 МГц. Величина "затягування" залежала від потужності генерації (рівня накачування), юстировки резонатора і тиску в газорозрядній трубці (зсув від тиску складає 0,13 МГц).

Відзначимо, що причиною неоднорідного уширення в газових активних середовищах є рух атомів і молекул, який призводить до доплерівського зсуву їх частоти випромінювання і поглинання. При термодинамічній рівновазі розподіл центрів за швидкостями описується максвеллівським законом розподілу, що і веде до гаусового контуру смуги люмінесценції. Оскільки стояча хвиля в резонаторі утворена двома зустрічними хвилями, то кожна з цих хвиль буде взаємодіяти з різними групами активних рухливих центрів. Дійсно, якщо активний центр рухається зі швидкістю ϑ, частота його випромінювання (поглинання) визначається співвідношенням:

$$\nu_{\Gamma} = \nu_{H}(1 + \vartheta/c), \qquad (16.13)$$

де ν_{H} — частота випромінювання нерухомого центру. Підсумкова смуга люмінесценції має максимум на частоті

$\nu_\ell = \nu_H$. Тому, якщо частота моди не збігається з частотою ν_ℓ і, наприклад, нижче ν_ℓ, то хвиля, що біжить направо, буде взаємодіяти, як видно з (16.3), з центрами, які рухаються вправо. Для хвилі, що біжить вліво, взаємодія буде теж з центрами з напрямом руху вліво (рис. 16.5). Це веде до виникнення двох провалів на контурі смуги люмінесценції, симетрично розташованих відносно її максимуму. Явище утворення таких провалів *(ефект вигоряння)* було передбачено А. Беннетом і отримало назву *беннетівського провалу*.

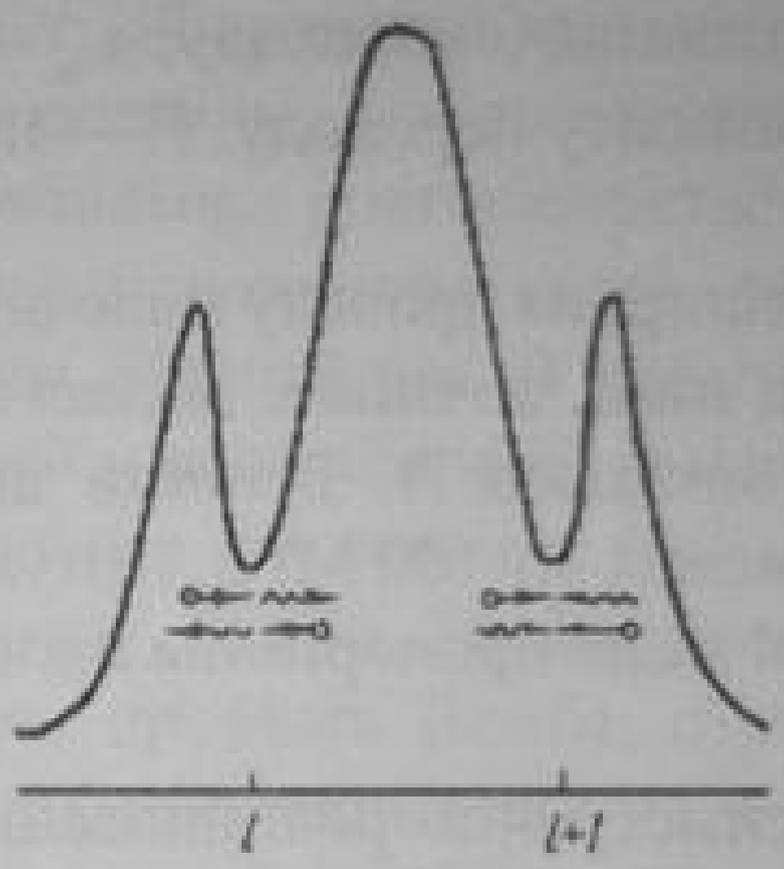


Рис. 16.5

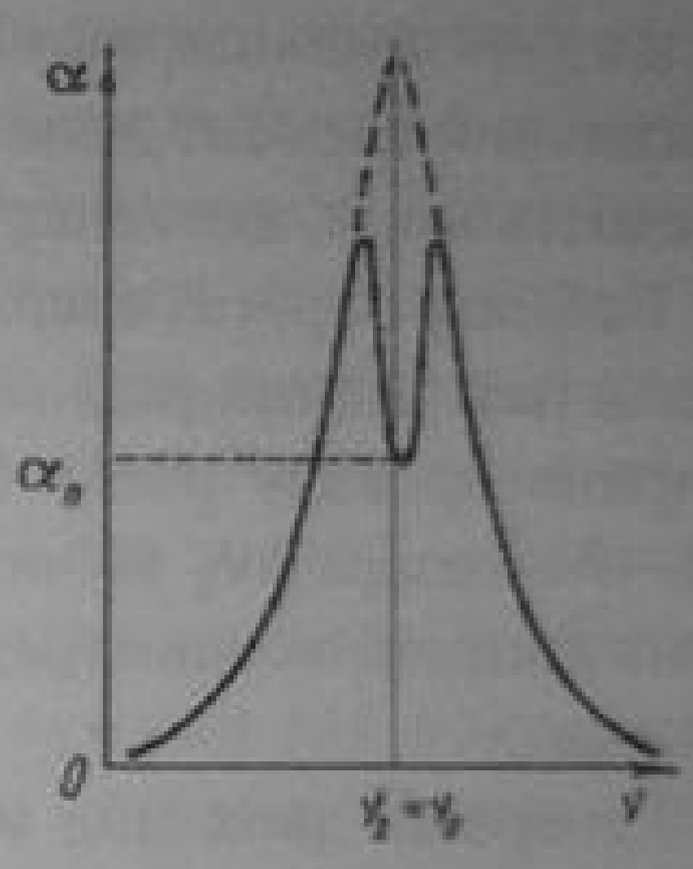


Рис. 16.6

Якщо частоти випромінювання мод ℓ і $\ell+1$ розташовані симетрично відносно максимуму смуги люмінесценції, то вони будуть взаємодіяти з одними і тими ж групами атомів і провали перекриються. У результаті — на контурі смуги люмінесценції утворюються два провали, а не чотири. При генерації кількох мод число провалів на кривій зростає. Якщо провали не перекриваються, це означає, що різні моди ефективно взаємодіють із різними групами центрів і не впливають один на одного. Але фазові зсуви, обумовлені провалами, впливають на резонансні частоти системи навіть у тому випадку, коли провали віддалені один від одного. Згідно з існуючою теорією, наявність провалу на одному

резонансі веде до зменшення затягування частоти на іншому, тобто два "провали" взаємно компенсують один одного, в результаті чого виникає так званий *ефект "виптовхування провалів"*.

Згідно з квантово-механічними розрахунками, виконаними А. Беннетом, напівширина провала:

$$\Delta\nu_{\delta} \approx \Delta\nu_{\Lambda}\sqrt{1+\frac{2\pi|x_{ik}|^2 P}{h^2\Delta\nu_{\Lambda}^2}},$$

де $\Delta\nu_{\Lambda}$ — напівширина лінії спонтанного переходу; x_{ik} — матричний елемент дипольного моменту переходу, P — потужність моди, яка генерується.

Поблизу порога генерації напівширина провалу мало відрізняється від природної ширини лінії, точніше: подвоєна ширина провалу рівна $\Delta\nu_{\Lambda}$. За оцінками А. Беннета для *He – Ne*-лазера $\Delta\nu_{\delta}$ змінюється в межах 15-100 МГц. Потужність випромінювання відповідної моди пропорційна площі провалу.

Генерація двох мод ν_I^+ і ν_I^-, симетрично розташованих відносно максимуму смуги люмінесценції, нестійка. Більш потужна мода пригнічує слабшу. Початкова різниця в потужності мод ν_I^+ і ν_I^- може обумовлюватися різними значеннями коефіцієнтів відбиття дзеркал і деякими іншими факторами. Тому відповідною зміною бази резонатора і коефіцієнтів відбиття дзеркал можна придушити частину мод, підсилюючи при цьому інші. Таким чином можна керувати модовим складом генератора.

Якщо $\nu_I = \nu_0$, то існує тільки одна група центрів із $\vartheta = 0$, які беруть участь у процесі підсилення. В цьому випадку "вигорання" відбувається тільки в центрі кривої підсилення, як це показано на рис. 16.6. Провал центральної частини кривої підсилення вперше було передбачено В. Лембом у 1964 р. і отримав назву *лембівського провалу*. Ширина лембівського провалу рівна однорідній ширині лінії $\Delta\nu_{\Lambda}$ випро-

мінюючого центру, що, як правило, набагато менша допплерівської напівширини $\Delta\nu_D$ випромінюючого ансамблю центрів, але все ж таки може бути достатньо широкою. Для реальних підсилюючих середовищ $\Delta\nu_A$ порядку 100 МГц.

Оскільки величина лембівського провалу дуже мала, то його положення фіксується досить точно. Тому його використовують для стабілізації частоти лазера. Зокрема, у випадку *He – Ne*-лазера, було отримано відносну стабільність і відтворюваність частоти генерації — 10^{-9}. Межа стабільності обумовлена залежністю ν_I від тиску і величини струму розряду. Для поліпшення стабільності лазера в середині резонатора розташовується кювета з газом-стабілізатором, лінія поглинання якого точно збігається за частотою з лінією підсилення. В цьому випадку, при виникненні генерації у допоміжному газі виникає насичення й утворюється мінімум поглинання при $\nu_I = \nu_0$ — так званий, *обернений провал Лемба*. Підбираючи параметри прямого й оберненого провалів Лемба, отримують вузький пік потужності випромінювання при $\nu_I = \nu_0$. Таким методом отримано стабільність і відтворюваність частоти генерації газових лазерів $10^{-12} - 10^{-14}$. В *He – Ne*-лазері для стабілізації випромінювання на довжині хвилі 3,39 мкм використовується метан (CH_4), а на довжині хвилі 0,633 мкм — йод (I_2^{129}).

Розглянуті вище ефекти зумовлені спектральною неоднорідністю смуг люмінесценції активних центрів. Відмітимо, що в роботі лазерів суттєву роль відіграє *просторова неоднорідність поля мод* резонатора. В найпростішому випадку поле моди резонатора можна подати у вигляді двох плоских зустрічних хвиль. У результаті їх інтерференції розподіл інтенсивності випромінювання в резонаторі описується стоячою хвилею типу:

$$I(Z) = I_0 \sin^2 \kappa Z \,. \qquad (16.14)$$

З виразу (15.14) випливає, що в точках:

$$Z = n\frac{\pi}{\kappa}(n = 0,1,2\ldots,q)$$

інтенсивність поля рівна нулю (вузол поля), а в точці $Z = (2n + 1/2)\frac{\pi}{\kappa}$ його інтенсивність максимальна і рівна I_0 (пучність поля).

Оскільки розмір активних центрів порядку 10^{-8} см, а характерний масштаб просторової неоднорідності поля $\lambda/2$, тобто $\sim 10^{-5}$ см у видимому діапазоні спектра, то інверсна заселеність активного середовища в області вузла поля не "годує" дану моду. Підсилення її забезпечується інверсною населеністю в області пучності моди. Таким чином, у випадку повного заповнення резонатора активним середовищем, коефіцієнт її (інверсної населеності) використання тільки 50%. За наявності декількох мод, їх вузли і пучності не збігаються і тому інверсна населеність у вузлах однієї моди є джерелом для другої. Це і є однією з причин виникнення багатомодової генерації. З ростом числа мод, які генерують ся, скорочується область, де зберігається інверсна населеність, тобто зростає коефіцієнт використання активного середовища. Зі збільшенням потужності накачування ширина спектра випромінювання лазера досягає деякої межі, зумовленої спільною генерацією такого числа мод, при якому виникає настільки рівномірне спустошення інверсної населеності в просторі, що подальше збагачення випромінювання модами стає неможливим.

Аналогічні закономірності справедливі і відносно просторової неоднорідності, зумовленої поперечними модами. Тому зі зростанням накачування збільшується число генерованих поперечних мод, отже зростає розбіжність випромінювання лазера.

Таким чином, усунення просторової неоднорідності поля мод має призвести до звуження спектра і збільшення направленості лазерного випромінювання.

Усунути повздовжню просторову неоднорідність можна, наприклад, відносним рухом у процесі генерації активних центрів, положення вузлів і пучностей поля моди. При цьому час їх відносного переміщення має бути суттєво меншим часу індукованих переходів $(B_{ik}\rho)^{-1}$. Цю вимогу можна задовольнити двома способами. По-перше, рухом активних центрів відносно резонатора (метод "біжучого середовища"). По-друге, при нерухомому середовищі забезпечити рух вузлів і пучностей поля завдяки руху резонатора: механічного або електрооптичного. В останньому випадку в резонаторі встановлюються два електрооптичних елементи, оптична довжина яких змінюється в просторі. В результаті між елементами змінюється положення вузлів і пучностей поля моди (рис. 16.7).

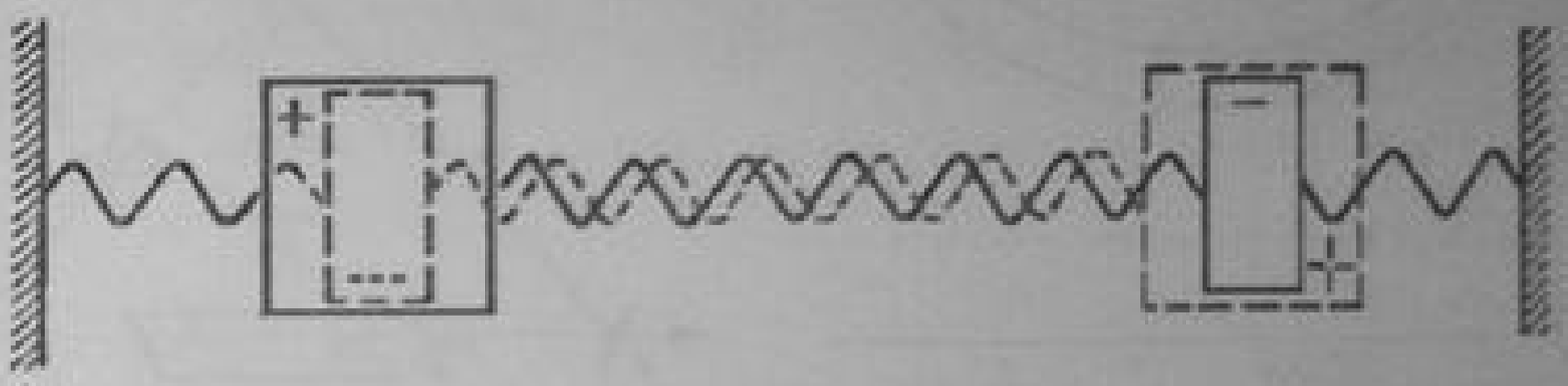


Рис. 16.7

Оцінимо величину необхідної швидкості вказаного вище відносного руху. Для усунення відмінності в умовах взаємодії активних центрів із полем моди у вузлах і пучностях достатньо, щоб зміщення відбувалось на відстань $\lambda/4$ за час $(B_{ik}\rho)^{-1}$, тобто:

$$\vartheta \geq \frac{\lambda_r}{4} B_{ik}\rho. \qquad (16.15)$$

У випадку рубінового лазера при кімнатних температурах, згідно з (16.15), отримуємо $\vartheta = 100$ см $\cdot$ с$^{-1}$. В експериментах на рубінових лазерах "біжучої хвилі" при $\vartheta = 40$ см $\cdot$ с$^{-1}$ і накачуванні, яке перевищує поріг генерації в 1,2 рази, спостерігалось звуження спектра генерації до од-

ності моди. На рис. 16.8 (I) показано інтегральні спектрограми випромінювання, а на рис. 16.8 (II) — часові розгортки інтенсивності випромінювання для рубінового лазера з нерухомим кристалом (*а*) і кристалом, який рухається

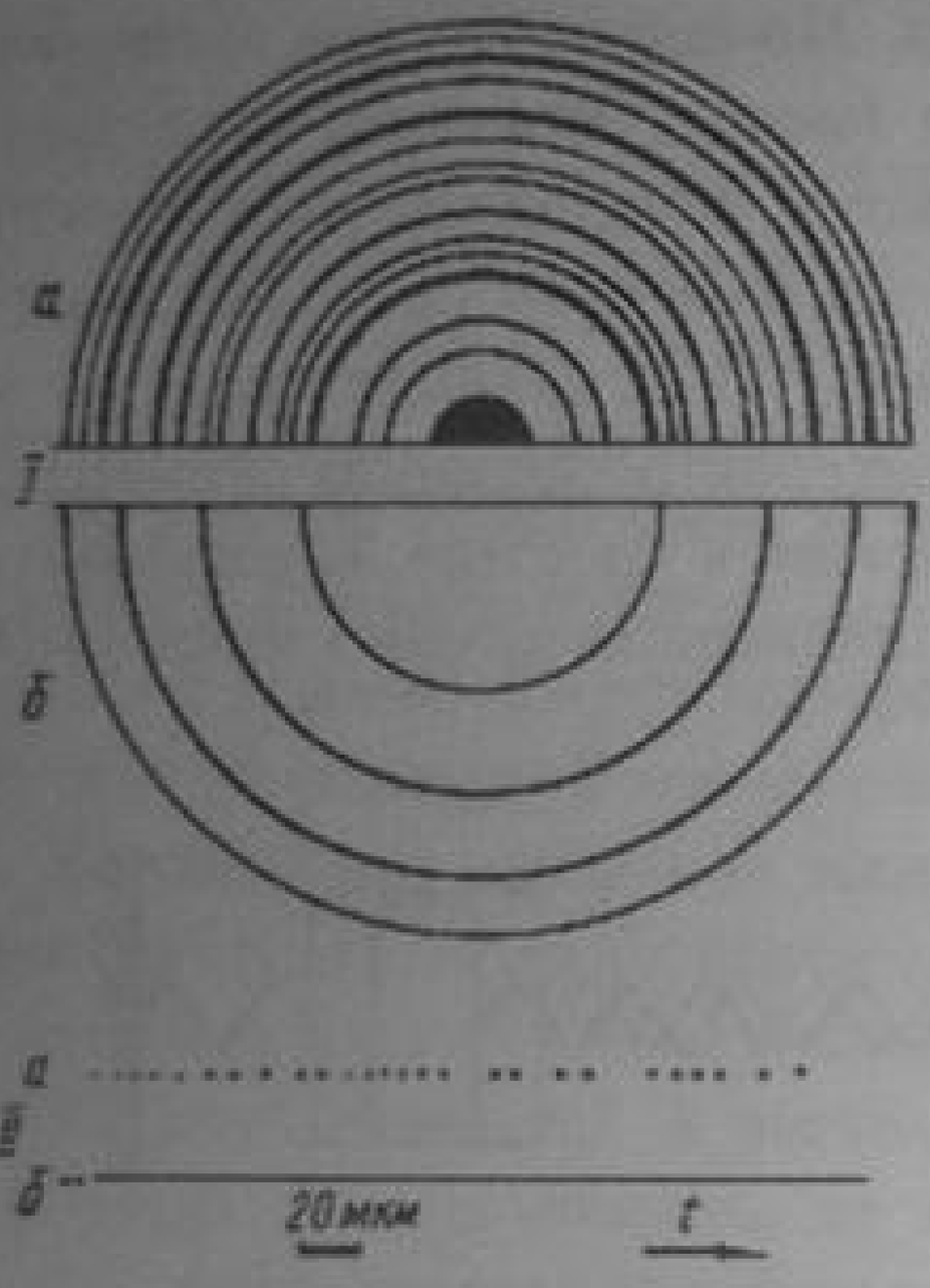


Рис. 16.8

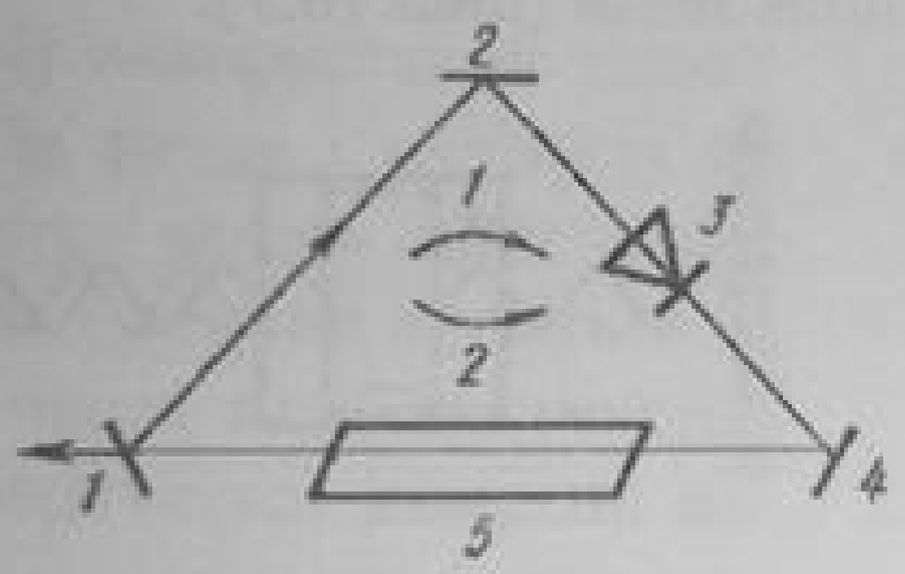


Рис. 16.9

зі швидкістю 40 см $\cdot c^{-1}$. Звичайно, рух активного середовища вздовж резонатора не усуває вплив поперечної просторової неоднорідності. Але введення до резонатора діафрагм, стабілізує поперечну структуру поля генерації за рахунок виділення найнижчої поперечної моди. При цьому розбіжність випромінювання перестає залежати від накачування.

Ще одним способом усунення впливу просторової неоднорідності стоячої хвилі є використання резонаторів із однонаправленим поширенням випромінювання — резонаторів "біжучої" хвилі. Ці резонатори побудовано за кільцевою схемою (рис. 16.9), до якої входять дзеркала 1,2,4, активне

середовище 5 і оптичний вентиль 3 — для забезпечення режиму однонаправленого випромінювання. Для створення вентиля використовується ефект М. Фарадея. Інший спосіб створення однонаправленої генерації полягає у використанні додаткового дзеркала 5 (рис. 16.10) — пасивний вентиль. У цьому випадку хвиля 2, відбившись від дзеркала 5, переходить у хвилю 1, внаслідок чого в резонаторі встановлюється режим однонаправленої генерації — реалізується лазер "біжучої" хвилі.

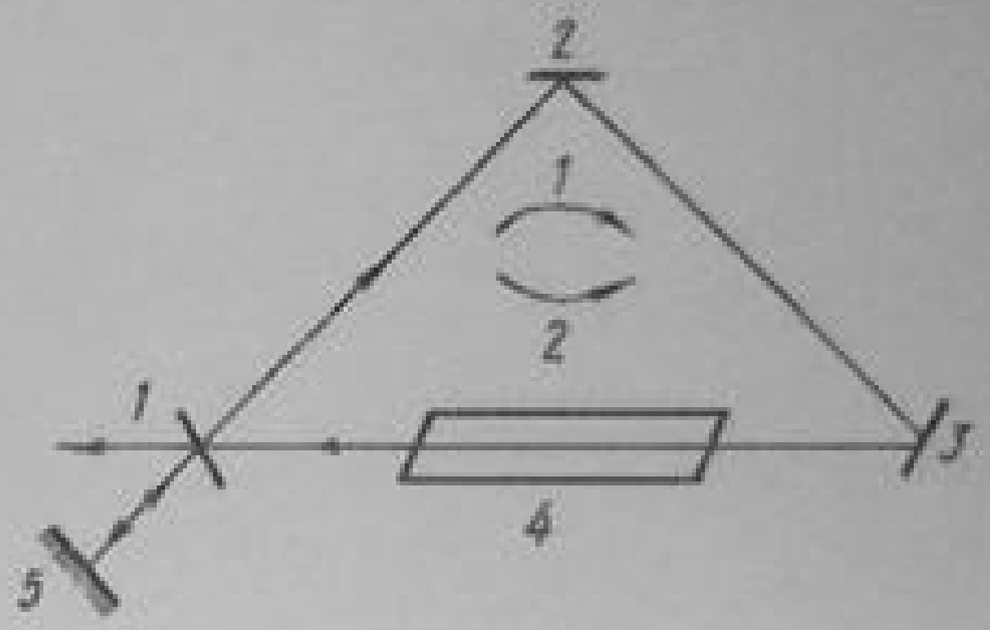


Рис. 16.10

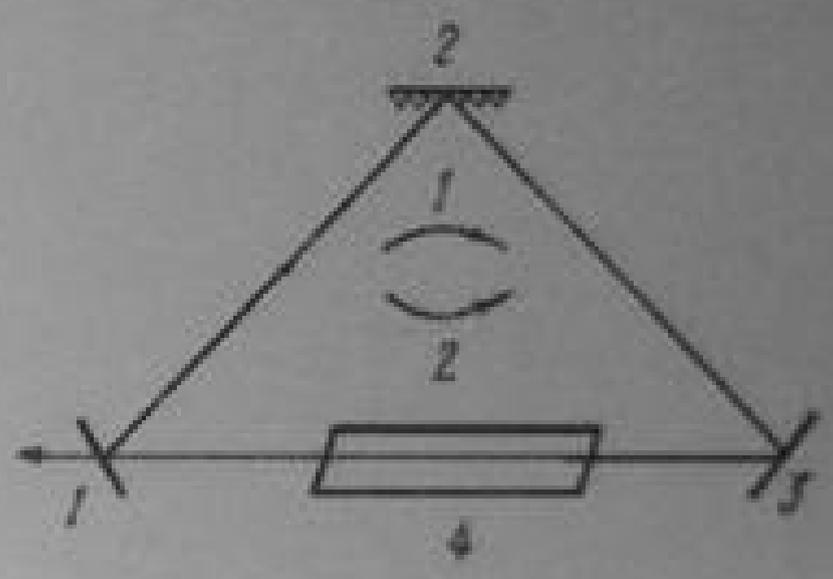


Рис. 16.11

Одним із варіантів створення пасивного вентиля є використання профільованої дифракційної гратки 2 (рис. 16.11). У цьому випадку коефіцієнти автоколімаційного відбиття від гратки 2 хвиль 1 і 2 різні. Тому гратка 2 працює як пасивний вентиль.

Застосування подібних резонаторів приводить до усунення повздовжньої просторової неоднорідності, яка спостерігається у випадку резонатора стоячої хвилі.

Контрольні питання

1. У чому полягає явище суперлюмінесценції?

2. Порівняйте потужність генерації у випадках однорідно і неоднорідно уширених смуг люмінесценції робочого переходу.

3. Проаналізуйте ефект «затягування частоти».

4. Порівняйте провали Беннета і Лемба.

5. Запропонуйте методи усунення просторової неоднорідності поля мод у резонаторі.

§17. Динаміка генерації лазера

Вищевикладені основні характеристики і параметри лазерних систем, які працюють на різних активних середовищах, але в стаціонарному режимі. Але у більшості випадків лазери діють у суттєво нестаціонарному режимі, наприклад, у режимі випромінювання гігантського імпульсу. Тому темі нестаціонарних і перехідних процесів генерації лазера треба приділити особливу увагу.

Розглянемо рівняння, які описують роботу лазера, і проаналізуємо їх для твердотільних лазерів як одних із найбільш поширених у користуванні.

Рівняння опису роботи лазера

Лазер є джерелом оптичного випромінювання генераторного типу і як будь-який генератор має три основні елементи (рис. 17.1). По-перше, резонансний елемент 1, який виділяє зі всієї сукупності можливих частот оптичного діапазону

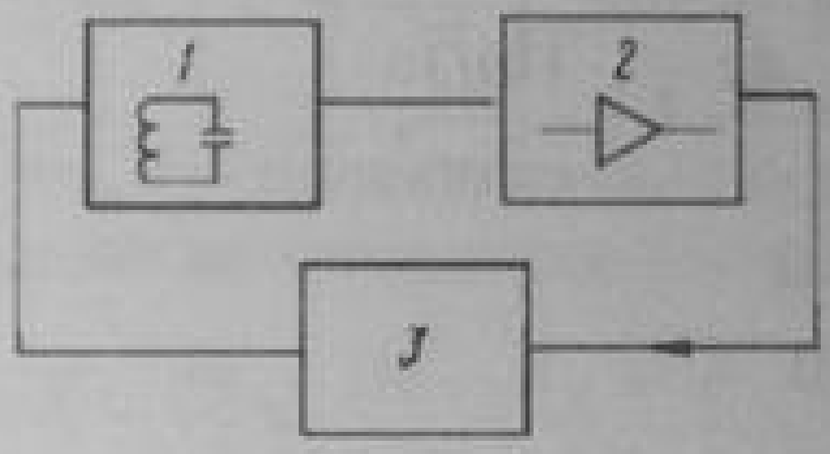


Рис. 17.1

задані частоти; по-друге, підсилюючий елемент 2, який компенсує втрати енергії електромагнітного випромінювання в резонаторному елементі; і, по-третє, елемент зворотного зв'язку 3, який забезпечує зв'язок між випромінюванням, що потрапляє на вхід підсилюючого елемента і виходить із нього. Функції резонансного елемента і елемента зворотного зв'язку в лазерах виконує відкритий резонатор, який забезпечує разом із високою добротністю резонансних мод вдале розрідження їх спектра. У вигляді підсилюючого елемента

виступає квантова система з потрібною структурою енергетичних рівнів. Для опису роботи лазера необхідні рівняння квантової електродинаміки. Але оскільки лазер є системою з переважаючим індуційованим випромінюванням у моду, електромагнітне поле можна описати класичними рівняннями Максвелла. У результаті — в переважній більшості випадків адекватним є, так званий напівкласичний опис, коли поле в лазері описується класично, а підсилююче середовище — квантово. Тому надалі використовується саме такий підхід для аналізу роботи лазера. Вихідним будемо вважати *напівкласичний опис* і в кожному конкретному випадку вводитимемо допустимі додаткові спрощення.

Опис поля в резонаторі

Класичне поле у вакуумі, як відомо, описується рівняннями Максвелла:

$$\begin{aligned} &а)\ rot\,\overline{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{B}}{\partial t};\\ &б)\ rot\,\overline{H} = \frac{4\pi}{c}\bar{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{D}}{\partial t};\\ &в)\ div\overline{D} = 0;\\ &г)\ div\overline{B} = 0. \end{aligned} \qquad (17.1)$$

Якщо ж простір, зайнятий полем, заповнений середовищем, то до рівнянь (17.1) необхідно додавати матеріальні рівняння:

$$\begin{aligned} &а)\ \bar{j} = \gamma_0 \overline{E};\\ &б)\ \overline{B} = \overline{H} + 4\pi\overline{M};\\ &в)\ \overline{D} = \overline{E} + 4\pi\overline{P}, \end{aligned} \qquad (17.2)$$

які описують взаємодію поля з середовищем, зумовлену скінченною провідністю середовища γ_0, намагніченістю $\overline{M}$ і поляризацією $\overline{P}$. $\overline{M}$ і $\overline{P}$ можна розділити на дві частини: нерезонансну, яка враховує вклад матриці (кристалічної гратки):

$$\overline{M}_0 = \frac{\mu_0 - 1}{4\pi}\overline{H},\ \overline{P}_0 = \frac{\varepsilon_0 - 1}{4\pi}\overline{E},$$

і резонансну, за яку відповідають активні центри, що знаходяться в цій матриці і забезпечують підсилення електромагнітного поля. Далі розглянемо лише немагнітні середовища, у яких $\mu_0 = 1$.

Для опису поля в резонаторі перейдемо від рівнянь (17.1) до хвильового рівняння. Розглянемо детально випадок молекул із електродипольним переходом, тобто, коли $M = 0$. Тоді, диференціюючи рівняння (17.1, *а*) за часом і підставляючи в нього $\partial\overline{H}/\partial t$ з (17.1, *б*) і $\overline{j}$ з (17.2, *а*), враховуючи $\overline{B} = \overline{H}(\mu = 1)$, отримуємо:

$$rot\ rot\ \overline{E} = -\frac{4\pi}{c}\gamma_0\frac{\partial\overline{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}. \qquad (17.3)$$

Отже, за $rot\ rot\ \overline{E} = [grad\ div - \Delta]\overline{E}$, і з (17.2, а) маємо $\overline{D} = \overline{E} + 4\pi(\overline{P}_0 + \overline{P}) = \varepsilon_0\left(\overline{E} + \frac{4\pi\overline{P}}{\varepsilon_0}\right)$, де $\overline{P}$ — резонансна складова поляризації, а ε_0 — діелектрична проникність матриці. Остаточно приходимо до хвильового рівняння:

$$\Delta\overline{E} - grad\ div\ \overline{E} - \frac{4\pi}{c^2}\gamma_0\frac{\partial\overline{E}}{\partial t} - \frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2\overline{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\overline{P}}{\partial t^2} \qquad (17.4)$$

Якщо середовище просторово однорідне, то в силу рівняння (17.1, в) $grad\ div\ \overline{E} = 0$. Але якщо поле взаємодіє з середовищем суттєвим чином, то внаслідок зміни резонансної частини поляризації при насиченні активних молекул неоднорідним полем середовище стає неоднорідним. Лазерні пучки з вдалим наближенням можна вважати параксіальними, тобто комплексна амплітуда повільно змінюється в просторі і часі порівняно з довжиною хвилі і періодом коливань. Із врахуванням поперечності електромагнітної хвилі це приводить до наступної нерівності:

$$grad\ div\ \overline{E} << \Delta\overline{E}.$$

Використовуючи повільність зміни комплексної амплітуди:

$$\left|\frac{1}{\mathcal{E}}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right| << \omega, \quad \left|\frac{1}{\mathcal{E}}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial r}\right| << k,$$

де ω і k — частота і хвильове число, можна поле і поляризацію подати у вигляді:

$$\bar{E}(\bar{r},t)=\bar{\mathcal{E}}(\bar{r},t)e^{i(\omega t-kz)}; \bar{P}(\bar{r},t)= \bar{\mathcal{P}}(\bar{r},t)e^{i(\omega t-kz)}. \quad (17.5)$$

Тут $\bar{\mathcal{E}}(\bar{r},t)$ і $\bar{\mathcal{P}}(\bar{r},t)$ — повільні комплексні амплітуди поля та поляризації. Тоді рівняння (17.4) приводиться до параболічного вигляду:

$$\Delta_\perp \bar{E} - 2ik\left(\frac{\partial \bar{\mathcal{E}}}{\partial z} - \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{c}\frac{\partial \bar{\mathcal{E}}}{\partial t}\right) - 4\pi i\frac{\gamma_0\omega}{c^2}\bar{\mathcal{E}} = -\frac{4\pi}{c^2}\omega^2\ \bar{\mathcal{P}}, \quad (17.6)$$

де $\Delta_\perp$ — лапласіан за поперечними координатами відносно напрямку поширення лазерних пучків; при одержанні рівняння (17.6) допущено:

$$\Delta\bar{E} \approx \left(\Delta_\perp^2\bar{\mathcal{E}} - k^2\bar{\mathcal{E}} + 2ik\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z}\right)e^{i(\omega t-kz)};$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \approx -i\omega\bar{\mathcal{E}}e^{i(\omega t-kz)};$$

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \approx -\left(\omega^2\bar{\mathcal{E}} + 2i\omega\frac{\partial \bar{\mathcal{E}}}{\partial t}\right)e^{i(\omega t-kz)};$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial t^2} \approx -\omega^2\ \bar{\mathcal{P}}e^{i(\omega t-kz)}.$$

Рівняння (17.6) практично у всіх випадках добре описує поширення лазерних пучків.

Оскільки нас цікавить поле в резонаторі, то можна від хвильового рівняння в частинних похідних (17.4) перейти до рівнянь у звичайних похідних, що в багатьох випадках значно зручніше. Врахуємо, що в резонаторі поле може існувати лише у вигляді власних коливань із дискретним

набором резонансних частот. Загалом, це твердження, застосовується тільки до резонаторів закритого типу. У випадку ж відкритих резонаторів ситуація складніша, бо такі резонатори поряд із дискретним спектром власних частот володіють і суцільним спектром, оскільки випромінюють через відсутні бокові стінки. Але моди суцільного спектра мають дуже малу добротність і їх можна не розглядати, а зупинитись лише на модах дискретного спектра, про що говорилось у §6. Таким чином, поле резонатора можна подати у вигляді:

$$\overline{E} = \sum_m e_m(t)\overline{E}_m(\bar{r}) + \overline{E}_c, \qquad (17.7)$$

де E_c — поле мод суцільного спектра. Залишаючи лише перший доданок у (17.7), отримаємо з (17.6) наступне рівняння для амплітуд мод:

$$\frac{\partial^2 \overline{E}_m}{\partial t^2} + \frac{\omega_m}{Q_m}\frac{\partial \overline{E}_m}{\partial t} + \omega_m^2 \overline{E}_m = -\int_V \frac{\partial^2 \overline{P}}{\partial t^2}\overline{E}_m dV, \qquad (17.8)$$

де ω_m — дійсна частина власної частоти, уявна частина (дифракційні втрати) включені в добротність. Добротність складається з кількох складових:

$$Q = (Q_s^{-1} + Q_c^{-1} + Q_v^{-1} + Q_{диф}^{-1})^{-1}, \qquad (17.9)$$

де Q_s — добротність, обумовлена втратами на дзеркалах (поглинання і випромінювання з резонатора), Q_c — випромінюванням через відкриті частоти резонатора, $Q_v = \omega / 4\pi\gamma_0$ — об'ємні втрати, $Q_{диф}$ — дифракційні втрати.

Добротність реальних резонаторів досить висока ($Q \approx 10^7$), але джерела збудження не дуже інтенсивні. Це приводить до того, що розв'язки рівнянь (17.8) є квазігармонічні коливання з комплексною амплітудою, яка повільно змінюється. Використовуючи це, введено позначення:

$$\overline{E}_m = 1/2[\mathcal{E}_m(t)e^{-i\omega t} + \mathcal{E}_m(t)e^{i\omega t}],^* \qquad (17.10)$$

---

* *Власні частоти мод відкритого резонатора завжди комплексні, оскільки дифракційні втрати завжди присутні.*

де $\overline{E}_m$ — повільна функція часу в масштабі $T = 2\pi/\omega$ Використовуючи повільність функції й усереднюючи по періоду T, отримаємо вкорочені рівняння для комплексної амплітуди моди:

$$\frac{d\mathcal{E}_m}{dt} + \left[\frac{1}{2T_p} + i(\omega_m - \omega)\right]\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} i\omega P_m, \qquad (17.11)$$

де:

$$\frac{1}{2}[P_m(t)e^{-i\omega t} + P_m^*(t)e^{i\omega t}] = \int_V \overline{PE}_m dV, \qquad (17.12)$$

а $2T_p = 2Q/\omega$ Рівняння (17.11) еквівалентне (17.8), якщо виконуються умови:

$$Q >> 1; |\omega - \omega_m| << \omega$$

Оцінимо виконання вказаних умов:

$$Q \approx 10^7 >> 1; |\omega - \omega_m| < \Delta\omega$$

де $\Delta\omega$ — напівширина смуги підсилення активного середовища. В оптичному діапазоні, $\Delta\omega << \omega$ отже,

$$|\omega - \omega_m| << \omega$$

Таким чином, зміна інтенсивності мод лазерного резонатора описується рівнянням (17.11) у звичайних похідних першого порядку.

Матеріальні рівняння

Із рівнянь, які описують поле в резонаторі, випливає, що взаємодія з середовищем обумовлена резонансною частиною поляризації. Якщо в середовищі є активні молекули з об'ємною густиною N, то резонансна частина поляризації може представлятися через матрицю густини $\rho(t, \vec{r})$, усередненну по нескінченно маломупорівняно з λ^3 об'єму:

$$\overline{P} = NSp(\overline{\mu}\rho), \qquad (17.13)$$

де $\overline{\mu}$ — оператор дипольного моменту молекули. Елементи матриці густини підкоряються наступним рівнянням:

$$\text{а)}\ \frac{\partial \rho_{mn}}{\partial t} = -i\omega_0^{mn}\rho_{mn} + \frac{1}{\hbar}\bar{E}\sum_{\ell}(\bar{\mu}_{m\ell}\rho_{\ell n} - \bar{\mu}_{\ell n}\rho_{m\ell}) - \frac{\rho_{mn}}{T_2^{mn}}, \quad (17.14)$$

$$\text{б)}\ \frac{\partial \rho_{nm}}{\partial t} = \sum_{\ell}(f_{m\ell}\rho_{m\ell}f_{\ell m}\rho_{\ell\ell}) + \frac{i}{\hbar}\bar{E}\sum_{\ell}(\bar{\mu}_{m\ell}\rho_{m\ell} - \bar{\mu}_{\ell m}\rho_{m\ell}),$$

з врахуванням умови нормування:

$$\sum_{m}\rho_{mm} = 1, \quad (17.15)$$

(за законом збереження числа активних центрів), і співвідношення ермітовості матриці густини $\rho_{mn} = \rho^{*}_{nm}$. Відмітимо, що діагональні елементи матриці густини описують населеність відповідних рівнів, а недіагональні — поляризацію активного центру на переході $m \to \ell$. У наведених вище рівняннях введені наступні позначення: ρ_{mn} — елементи матриці густини, $\bar{\mu}_{mn}$ — матричний елемент дипольного моменту молекули; T_2^{mn} — час релаксації недіагонального елемента матриці густини, що практично завжди є оберненою спектральною шириною переходу mn, ω_0 — частота переходу між енергетичними рівнями, а f_{mn} — імовірність релаксаційного переходу між ними.

Для лазера характерний квазімонохроматичний характер поля, тобто:

$$\bar{E}(\bar{r},t) = 1/2\sum[\bar{\mathcal{E}}_{mn}(\bar{r},t)e^{-i\omega_{mn}t} + \text{к.с.}], \quad (17.16)$$

де $\bar{\mathcal{E}}_{mn}$ — амплітуда резонансного поля з переходом mn. У цьому випадку компоненти матриці густини молекул, які знаходяться в полі вигляду (17.16), записуються так:

$$\rho_{mn} = \sigma_{mn}(t)e^{i\omega_{mn}t}. \quad (17.17)$$

Якщо енергія взаємодії поля з молекулою і ширина смуги переходу менші енергетичної щілини між рівнями молекули, то:

$$\frac{|\bar{\mu}\bar{E}|}{\hbar} \ll \omega_0, T_2^{-1} \ll \omega_0, \quad (17.18)$$

а комплексна амплітуда $\sigma_{mn}(t)$ є повільною функцією часу. Підставивши (17.17) в (17.14) й усереднюючи за періодами, приходимо до вкорочених рівнянь:

$$\frac{d\sigma_{mn}}{dt} = -\left[\frac{1}{T_2^{mn}} + i(\omega_0^{mn} - \omega_{mn})\right]\sigma_{mn} + \frac{i}{2\hbar}\sum_l (\bar{\mu}_{ml}\bar{\mathcal{E}}_{ml}\sigma_{ln} - \bar{\mu}_{ln}\bar{\mathcal{E}}_{ln}\sigma_{ml});$$

$$-\frac{d\sigma_{mn}}{dt} = -\sum_l (f_{ml}\sigma_{ml} - f_{lm}\sigma_{ll}) + \frac{1}{2\pi}\sum_l (\bar{\mu}_{ml}\bar{\mathcal{E}}_{ml}\sigma_{lm} - \bar{\mu}_{lm}\bar{\mathcal{E}}_{ml}\sigma_{ml}). \qquad (17.19)$$

Рівняння (17.19) описують поведінку молекули при електродипольній взаємодії поля з середовищем із врахуванням всіх рівнів даної молекули. Але в реальній ситуації необхідності у врахуванні всіх рівнів немає. Звичайно, досить врахувати максимум чотири рівні, так як населеність інших рівнів практично не є суттєвою. В результаті кількість рівнянь у системі (17.19) значно скорочується, що спрощує розв'язок задачі про роботу лазера. Зупинимось на найбільш важливих випадках, класифікуючи їх за числом рівнів, які вимагають їх урахування.

Дворівнева молекула. Зі всіх існуючих у молекулі рівнів вибираються лише два і враховуються переходи між ними (рис. 17.2) $\omega_{ij} = (E_i - E_j)/\hbar$. Тоді отримаємо:

$$\frac{d\sigma_{21}}{dt} = -[T_2^{-1} + i(\omega_0 - \omega)]\sigma_{21} - i(\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}/2\hbar)(\sigma_{22} - \sigma_{11});$$

$$\frac{d\sigma_{11}}{dt} = -(f_{12}\sigma_{11} - f_{21}\sigma_{22}) + i(\bar{\mu}_{12}\bar{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21} - \bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21}^*)/2\hbar;$$

$$\frac{d\sigma_{22}}{dt} = -(f_{21}\sigma_{22} - f_{12}\sigma_{11}) + i(\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}\sigma_{21}^* - \bar{\mu}_{12}\bar{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21})/2\hbar, \qquad (17.20)$$

де враховано ермітовість матриці густини. Оскільки існує умова нормування (17.15), то система трьох рівнянь (17.20) зводиться до системи двох рівнянь. Введемо нові змінні:

$D=\sigma_{22}-\sigma_{11}$ і час релаксації $T=f_{mn}^{-1}$ замість імовірності f_{mn}. Тоді, позначивши $D_0=\sigma_{22}^0-\sigma_{11}^0$, де σ_{mm}^0 — рівноважна матриця густини (за відсутності випромінювання), отримаємо:

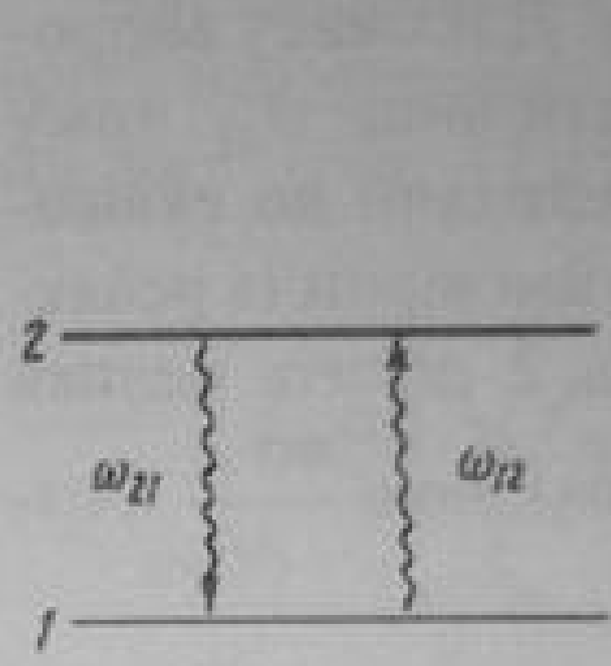


Рис. 17.2

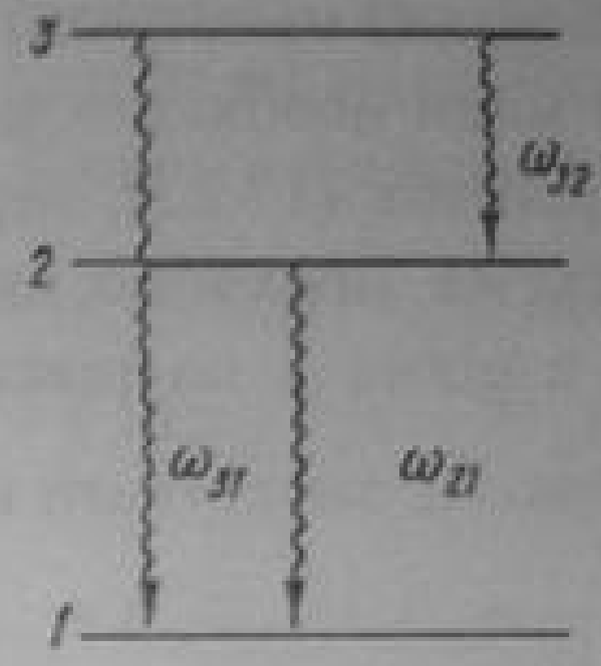


Рис. 17.3

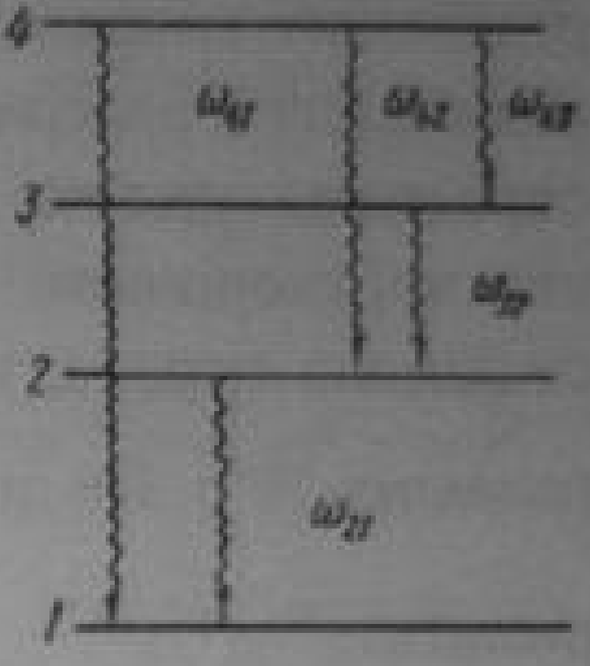


Рис. 17.4

$$\frac{\partial\sigma_{21}}{\partial T}=-[T_2^{-1}+i(\omega_0^{21}-\omega_{21})]\sigma_{21}+i\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}D/2\hbar;$$

$$\frac{\partial D}{\partial t}=(D-D_0)T_1^{-1}-i(\bar{\mu}_{12}\bar{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21}-\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}\sigma_{21}^*)/\hbar, \quad (17.21)$$

$T_1=f_{21}^{-1};\omega_0^{21}$ — частоти максимуму смуги люмінесценції активного середовища.

Трирівнева молекула. Одне з широко використовуваних активних середовищ — рубін — працює за трирівневою схемою (рис. 17.3). Щілини між цими рівнями суттєво перевищують енергію теплових квантів, тобто $\hbar\omega_{mn}>>\kappa T$, що дозволяє знехтувати тепловими переходами знизу догори. Тоді рівняння записується так:

$$\frac{\partial\sigma_{21}}{\partial t}=-[T_2^{-1}+i(\omega_0^{21}-\omega_{21})]\sigma_{21}+i\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}(\sigma_{11}-\sigma_{22})/2\hbar;$$

$$\frac{\partial\sigma_{33}}{\partial t}=f_{13}(\sigma_{11}-\sigma_{33})-(f_{31}+f_{32})\sigma_{33};$$

$$\frac{\partial\sigma_{22}}{\partial t}=-f_{21}\sigma_{22}+f_{32}\sigma_{33}+(\bar{\mu}_{21}\bar{\mathcal{E}}_{21}\sigma_{12}-\bar{\mu}_{12}\bar{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21})/2\hbar;$$

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t} = f_{21}\sigma_{22} + f_{31}\sigma_{33} - f_{13}(\sigma_{11} - \sigma_{33}) + i(\overline{\mu}_{12}\overline{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21} - \overline{\mu}_{21}\overline{\mathcal{E}}_{21}\sigma_{12})/2\hbar, \qquad (17.22)$$

де f_{13} — імовірність індукованих переходів під дією некогерентного випромінювання накачування. Для опису випромінювання в лазерні моди необхідно знати лише σ_{21}, тому спростимо систему рівнянь (17.22), переходячи до еквівалентної дворівневої схеми. Врахуємо, що ймовірність релаксаційного переходу з рівня 3 на рівень 2 досить велика (порядку 10^8). Це дозволяє знехтувати похідною $\frac{\partial \sigma_{33}}{\partial t}$ й отримати:

$$\sigma_{33} = \frac{f_{13}}{f_{32}f_{31} + f_{13}}\sigma_{11}. \qquad (17.23)$$

За допомогою останнього співвідношення можна виключити σ_{33} із системи (17.22). Додатково врахуємо, що активні лазерні середовища мають високий квантовий вихід, тобто: $f_{32} >> f_{31}$, $f_{32} >> f_{21}$. Тоді (17.23) перепишеться як:

$$\sigma_{33} \approx (f_{13}/f_{32})\sigma_{11}, \qquad (17.24)$$

що означає слабке заповнення рівня 3, а, отже $\sigma_{11} + \sigma_{22} \approx 1$ (див. (8.20)). Тепер система (17.22) спрощується і стає аналогічною дворівневій:

$$\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial t} = -[T_2^{-1} + i(\omega_0^{21} - \omega_{21})]\sigma_{21} - \overline{\mu}_{21}\overline{\mathcal{E}}_{21}D/2\hbar;$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{D - D_0}{T_{1\,эф}} - (\overline{\mu}_{12}\overline{\mathcal{E}}_{12}\sigma_{21} - \overline{\mu}_{21}\overline{\mathcal{E}}_{21}\sigma_{12}). \qquad (17.25)$$

У другому рівнянні ефективний час життя різниці заселеностей:

$$T_{1\,эф} = T_1/(1 + f_{13}T_1). \qquad (17.26)$$

Видно, що він визначається як часом життя верхнього рівня ($T_1 = f_{21}^{-1}$), так і накачуванням (f_{13}). Величина D_0 за відсутністю випромінювання частоти ω_{21}, рівна:

$$D_0 = (f_{13}T_1 - 1)/(f_{13}T_1 + 1). \qquad (17.27)$$

Чотирирівнева молекула. За такою схемою працюють найбільш поширені лазери на матрицях, активованих іонами Nd^{3+} (рис. 17.4). У цьому випадку:

$$\sigma_{14} \approx (f_{14}/f_{43})\sigma_{11};$$

$$\frac{\partial \sigma_{33}}{\partial t} = f_{14}\sigma_{11} - (f_{32} - f_{31})\sigma_{33} + i(\bar{\mu}_{32}\bar{\mathcal{E}}_{32}\sigma_{23} - \bar{\mu}_{23}\bar{\mathcal{E}}_{23}\sigma_{32})/2\hbar;$$

$$\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial t} = \frac{f_{14}f_{42}}{f_{43}}\sigma_{11} + f_{32}\sigma_{33} - f_{21}\sigma_{22} - i(\bar{\mu}_{32}\bar{\mathcal{E}}_{32}\sigma_{23} - \bar{\mu}_{23}\bar{\mathcal{E}}_{23}\sigma_{32})/2\hbar;$$

$$\frac{\partial \sigma_{32}}{\partial t} = -[T_2^{-1} + i(\omega_0^{32} - \omega_{32})]\sigma_{32} - i\bar{\mu}_{32}\bar{\mathcal{E}}(\sigma_{33} - \sigma_{22})/2\hbar. \qquad (17.28)$$

Оскільки практично завжди $\sigma_{33} - \sigma_{22} = D << \sigma_{11}$ (швидкість розпаду рівня 2 перевищує швидкість всіх інших процесів), то:

$$\frac{\partial \sigma_{32}}{\partial t} = -[T_2^{-1} + i(\omega_0^{32} - \omega_{32})]\sigma_{32} - i\bar{\mu}_{32}\bar{\mathcal{E}}_{32}D/2\hbar;$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{D - D_0}{T_{1\,эф}} - i(\bar{\mu}_{23}\bar{\mathcal{E}}_{23}\sigma_{32} - \bar{\mu}_{32}\bar{\mathcal{E}}_{32}\sigma_{23})/2\hbar. \qquad (17.29)$$

У (17.29) ефективний час:

$$T_{1\,эф} = T_1(1 + f_{14}T_1), \qquad (17.30)$$

($T_1 = f_{32}^{-1}$), а різниця населеностей:

$$D_0 = f_{14}T_1(1 + f_{14}T_1). \qquad (17.31)$$

Порівнюючи (17.27) і (17.31), можна дійти висновку, що в трирівневій схемі для досягнення інверсної заселеності необхідно $f_{13}T_1 > 1$, що приводить до зменшення $T_{1\,эф}$. У ви-

падку чотирирівневої схеми інверсія буде, якщо $f_{14} > 0$ і у реальних випадках $f_{14} T_1 \ll 1$, тобто $T_{1\,\text{еф}} = T_1$.

Розглянуті три випадки показують, що в реальній ситуації завжди вдається перейти до деякої ефективної дворівневої схеми. Відмінність (17.29) від (17.25) полягає у співмножнику 1/2 перед останнім доданком у другому рівняння системи (17.25). Це зумовлено тим, що в трирівневій схемі нижній робочий рівень заповнюється і випромінювання одного фотона приводить до зміни різниці населеностей на рівні 2.

Далі розглянемо системи з дійсними елементами матриці дипольного моменту: $\bar{\mu}_{mn} = \bar{\mu}_{nm} = \bar{\mu}$, вводячи коефіцієнт $\beta = 2$, якщо схема дво- чи трирівнева, і $\beta = 1$ для чотирирівневої схеми, запишемо загальну систему рівнянь:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -[T_2^{-1} + i(\omega_0 - \omega)\sigma] - i\bar{\mu}\bar{\mathcal{E}} D/2\hbar;$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{D - D_0}{T_1} - \frac{i\beta\bar{\mu}}{2\hbar}(\bar{\mathcal{E}}^* \sigma - \bar{\mathcal{E}}\sigma^*). \qquad (17.32)$$

Ця система придатна для опису будь-якої з розглянутих вище схем енергетичних рівнів активного середовища.

Визначимо тепер таку систему рівнянь, яка описує роботу лазера, використавши наведені вище рівняння. Для цього врахуємо, що у випадку лінійно поляризованої хвилі і однорідно — уширеної смуги активного середовища резонансна складова поляризації активного середовища для описаної вище дворівневої схеми матиме вигляд:

$$P_m = 2N\mu \int_{V_a} \sigma E_m \, d\bar{r}, \qquad (17.33)$$

де N — густина активних центрів; V_a — об'єм активного середовища, зайнятого полем. Нагадаємо, що $\bar{E}_m(\bar{r})$ — функція, яка описує просторову структуру поля m-ої моди. Рівняння (17.11) і (17.32) складають єдину систему для опису роботи лазера:

$$\frac{d\mathcal{E}_m}{dt}+\left[\frac{1}{2T_p}+i(\omega_m-\omega)\right]\mathcal{E}_m=i\omega\mu N\int_V E_m(\bar{r})\,\sigma(\bar{r})\,d\bar{r};$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t}+\left[\frac{1}{T_2}+i(\omega_m-\omega)\right]\sigma=-\frac{i\mu}{2\hbar}D\sum\mathcal{E}_m E_m;$$

$$\frac{\partial D}{\partial t}+\frac{D-D_0}{T_1}=-\frac{i\mu\beta}{2\hbar}\sum_m(\mathcal{E}_m^*\sigma-\mathcal{E}_m\sigma^*)E_m. \qquad (17.34)$$

Система рівнянь (17.34) описує роботу лазера з урахуванням багатомодовості його генерації. Дана система нелінійна, її аналітичний розв'язок у загальному вигляді відсутній.

Звернемо увагу на характерні часи, які є в системі рівнянь (17.34): T_1 — ефективний час життя збуджених центрів на верхньому робочому рівні; T_p — час життя фотонів у резонаторі; T_2 — час релаксації недіагональних елементів матриці густини або час релаксації резонансної поляризації активного середовища. Співвідношення для вказаних часів у випадку твердотільних середовищ:

$$T_1 >> T_p >> T_2. \qquad (17.35)$$

Отже, час релаксації резонансної поляризації середовища суттєво коротший інших характерних часів. Це дозволяє спростити схему рівнянь (17.34), поклавши $\partial\sigma/\partial t=0$. Останнє означає, що поляризація середовища безінерційно відслідковує зміну електромагнітного поля, тобто:

$$\sigma(\bar{r},t)=-\frac{i\mu}{2\hbar\,[T_2^{-1}+i(\omega_0-\omega)]}D(\bar{r})\sum_m E_m(\bar{r})\mathcal{E}_m(t). \qquad (17.36)$$

Розглянемо для початку випадок одномодової генерації. При цьому система рівнянь (17.34) із урахуванням (17.36) набуває вигляду:

$$\frac{d\mathcal{E}_\mu}{dt}+\left[\frac{1}{2T_p}+i(\omega_m-\omega)\right]\mathcal{E}_m=$$

$$= \frac{\omega\mu^2 N}{2\hbar\,[1/T_2 + i(\omega_0 - \omega)]}\mathcal{E}_m \int_{V_a} D(\bar{r})\,E_m^2(\bar{r})\,d\bar{r};$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{D - D_0}{T_1} = -\frac{2\mu^2\beta}{4\hbar^2\,[1/T_2 + i(\omega_0 - \omega)]} DE_m^2(\bar{r})\,|\mathcal{E}_m|^2. \quad (17.37)$$

Переходячи далі до інтенсивності $I_m = |\mathcal{E}_m|^2$ і інверсної населеності $N_a = ND$, отримаємо:

$$\frac{\partial I_m}{\partial t} + \frac{1}{T_p} I_m = \frac{\omega\mu^2 T_2}{2\hbar(1+\Delta^2)} I_m \int_{V_a} N_a(\bar{r}) E_m^2(\bar{r})\,dr;$$

$$\frac{\partial N_a}{\partial t} + \frac{N_a - N_0}{T_1} = -\frac{\mu^2\beta T_2}{2\hbar(1+\Delta^2)} N_a E_m^2(\bar{r}) I_m. \quad (17.38)$$

де $\Delta = T_2(\omega_0 - \omega)$ — безмежна відстань від частоти максимуму смуги підсилення. Введемо безрозмірні змінні і параметри: $\tau = t/T_1$, $G = T_1/T_p$, $m = (\beta I_m / \hbar\omega)BT_1$, $n = N_a T_p B$, $B = \mu^2 T_2/2\hbar$, $\omega = N_0 T_p B$, $\varphi(\bar{r}) = E_m^2(\bar{r})$.*

У цих змінних система рівнянь (17.38) має вигляд:

$$\frac{dm}{dt} = m\left[\frac{1}{1+\Delta^2}\int_{V_a} n\varphi\,dr - 1\right]; \frac{dn}{dt} = -\left(\frac{m\varphi}{1+\Delta^2} + 1\right) + W. \quad (17.39)$$

(17.39) є системою рівнянь балансного типу. При її виведенні використано співвідношення (17.35) між характерними часами T_1, T_2, T_p. З цього співвідношення випливає, що величина $G >> 1$.

Застосування наближення безінерційного стеження поляризацією середовища за полем (17.36), вимагає, щоб її зміна під дією поля була значно меншою, ніж час T_2. Це накладає обмеження зверху на величину інтенсивності випромінювання, при якій ще можна застосувати балансний опис (17.39). Указана умова означає, що імовірність переходів

* *Безрозмірне накачування W є відношенням реального накачування до її порогової величини і вимірюється кількістю разів перевищення над порогом.*

значно менша, ніж $1/T_2$. Окрім того, детальніший аналіз показує, що є ще одне обмеження на величину інверсної населеності:

$$n << 2T_p/T_2 = Q/\omega T_2. \qquad (17.40)$$

Для реальних твердотільних середовищ умова (17.40) означає:

$$|n| << 10^2 \ldots 10^3,$$

що практично завжди виконується. Таким чином, динамічні процеси в лазерах на твердому тілі при кімнатній температурі можна описувати *рівняннями балансного типу* (17.39).

Розглянемо *рівняння багатомодового лазера*. Рівняння (17.34) може перетворюватися також у системи рівнянь балансного типу, які мають складові, відповідальні за взаємодію різних мод через неоднорідно насичуване активне середовище. Окрім того, різниця частот мод призводить до появи в рівнянні для поляризації вимушеної сили з досить коротким періодом, що може зробити неможливим перехід до виразу типу (17.36). Як показують дослідження, можливий перехід до рівнянь балансного типу і в цьому випадку, але без опису деяких тонких ефектів. Разом із тим, такий підхід виправданий, адже дозволяє описати багато характеристик реальних лазерів, які працюють у багатомодовому нестаціонарному режимі.

Коли інтервал між модами не дуже малий і можна знехтувати нелінійною частиною резонансної сприятливості, система рівнянь (17.34) перетворюється в наступну систему балансного типу:

$$\frac{dm_\kappa}{dt} = Gm_\kappa \left[\frac{1}{1+\Delta_\kappa^2} \int_{V_a} n\varphi_\kappa d\bar{r} - G_\kappa \right];$$

$$\frac{dn_i}{dt} = -n_i \left(\sum_\kappa \frac{\varphi_\kappa}{1+\Delta_\kappa^2} m_\kappa + 1 \right) + W, \qquad (17.41)$$

де $G_\kappa^{-1} = T_p^{(k)} / T_p^{\max}$ ($T_p^{\max}$ — час життя найбільш добротної моди).

За допомогою системи рівнянь (17.41) вдається дослідити основні особливості роботи багатомодових лазерів.

Зупинимось на придатності цієї чи іншої системи рівнянь для конкретних лазерних середовищ.

У випадку твердотільних активних середовищ смуги люмінесценції в нормальних умовах (при кімнатній температурі) мають ширини в межах одиниць, десятків і навіть сотень обернених сантиметрів. Отже, час релаксації поляризації активного середовища не перевищує 10^{-11} с. Типові ж тривалості імпульсів, які можуть отримуватися на таких активних середовищах на порядок — два більші оберненої ширини смуги. Лазери на подібних активних середовищах у більшості випадків описуються балансними рівняннями. Аналогічна ситуація реалізується і з лазерами на розчинах фарбників, F — центрах і газах високого тиску.

Зворотна картина відбувається з лазерами на газах низького тиску, наприклад, у *He-Ne*-лазері. В цьому випадку обернена ширина смуги люмінесценції окремого атома близька до часу життя фотонів у резонаторі. При цьому потрібно використати повну систему рівнянь для матриці густини. Проте більшість таких лазерів працює в стаціонарних режимах генерації, коли автоматично використовується умова стеження поляризації активного середовища за полем. Але перехідні режими в таких лазерах короткочасні і не цікаві. Використання кінетичних рівнянь для стаціонарного режиму в такого роду лазерах виправдане, якщо не цікавитись тонкими ефектами взаємодії мод, які вийшли в генерацію. Тому далі зупинимось на динамічних процесах лише в твердотільних лазерах, оскільки з однієї сторони, ці процеси визначають основні характеристики такого типу, а з іншої — саме нестаціонарні режими генерації цих лазерів дозволяють отримати рекордні за потужністю і тривалістю оптичні імпульси.

Контрольні питання

1. Які фізичні припущення дозволяють отримати опис зміни інтенсивності мод лазерного резонатора у вигляді рівняння у звичайних похідних першого порядку?

2. Чому в реальній ситуації можна не враховувати взаємодію поля з усіма рівнями молекули?

3. Вкажіть співвідношення між характерними часами у випадку твердотільних середовищ (ефективним часом життя збуджених центрів на верхньому робочому рівні, часом життя фотона в резонаторі, часом релаксації резонансної поляризації активного середовища).

4. Порівняйте рівняння балансного типу одно- і багатомодового лазера.

5. У чому суть напівкласичного опису лазера?

§18. Стаціонарна генерація лазера

Стаціонарний режим генерації лазера є одним із найпростіших, що дозволяє використати отримані вище рівняння для дослідження впливу на характеристики випромінювання лазера схеми енергетичних рівнів активного елемента, неоднорідного характеру поля в резонаторі й неоднорідного спектрального уширення активного середовища.

Вплив схеми енергетичних рівнів

Спочатку розглянемо випадок, коли поле однорідно заповнює резонатор, а середовище спектрально однорідно-уширене і генерація йде на частоті максимуму смуги люмінесценції, тобто:

$$\Delta = 0, \qquad \int_{V_0} n\varphi d\vec{r} = n.$$

Цей приклад дозволяє з'ясувати вплив на параметри лазерного випромінювання схем енергетичних рівнів активного середовища.

Розглянемо твердотільні лазери, для яких можна застосувати балансні рівняння. У стаціонарному режимі параметри випромінювання не змінюються в часові, тобто $m = 0$ і $n = 0$. Отже, система рівнянь (17.39) набуває вигляду:

$$Gm(n-1) = 0; \qquad -nm - n + W = 0, \tag{18.1}$$

де $W = const$ — накачування. Система рівнянь (18.1) має два розв'язки:

$$m = 0, \qquad n = W, \tag{18.2}$$

$$m = W - 1, \qquad n = 1. \tag{18.3}$$

Перший із них відповідає випадку відсутності випромінювання, а другий — генерації лазера.

Оскільки величина $m \geq 0$, з другого розв'язку випливає умова генерації:

$$W > 1, \tag{18.4}$$

що означає перевищення накачуванням деякої порогової величини ($W^{n} = 1$).

При цьому коефіцієнт підсилення активного середовища рівний втратам резонатора ($\gamma_p = 1$) й інтенсивність випромінювання рівна інтенсивності накачування за відрахуванням її порогового рівня. Це співвідношення має простий фізичний зміст, який випливає із закону збереження енергії. Відомо, що енергія накачування витрачається на лазерне випромінювання і підтримання в активному середовищі такого рівня інверсної населеності, при якій підсилення активного середовища рівне втратам поля в резонаторі. Причому, як легко бачити, при $T_1 \to \infty$, тобто за відсутності розпаду інверсної населеності, потужність випромінювання була б рівною потужності накачування. Але потужність корисного випромінювання складала б не 100%, а лише частку, яка виділяється на «корисних» втратах, тобто зумовлених прозорістю дзеркал:

$$m_{вип\ p} = \frac{\gamma_R}{\gamma_p + \gamma_{втр}} m_i \qquad (18.5)$$

де γ_p — втрати резонатора, зумовлені прозорістю вихідного зеркала; $\gamma_{втр}$ — інші втрати.

Розглянемо тепер, як впливає схема енергетичних рівнів на потужність випромінювання лазера. Для цього перейдемо до розмірних змінних. Тоді число квантів, які випромінюються за одиницю часу ($P = M/T_p$, де M — число випромінюваних квантів, T_p — час життя фотона у резонаторі), для чотирирівневої схеми генерації матиме вигляд:

$$P^{(4)} = N^{(4)}(f_{14} - f_{14}^{n}), \qquad (18.6)$$

а для трирівневої — так:

$$P^{(3)} = N^{(3)} \frac{f_{13} - f_{13}^{n}}{f_{13}^{n} T_1 + 1}, \qquad (18.7)$$

У виразах (18.6) і (18.4) N — кількість активних центрів у середовищі, f_y — імовірність переходів під дією накачування; f_y'' — імовірність переходів на порозі генерації. З виразів (18.6) і (18.7) випливає, що у випадку трирівневого активного середовища потужність випромінювання нижча, ніж у лазерах на чотирирівневому середовищі за інших рівних умов (рівні кількості активних центрів і порогові імовірності переходів під дією накачування).

Таким чином, потужність випромінювання лазера залежить від схеми енергетичних рівнів активного середовища. Оцінимо цей вплив. У випадку трирівневого активного середовища величина інверсної населеності:

$$N_a = N\frac{f_{13}T_1 - 1}{f_{13}T_1 + 1}. \qquad (18.8)$$

Нагадаємо, що $f_y = B_y\rho_y$ — імовірність переходів із рівня i на рівень j під дією випромінювання з густиною ρ_y. Отже, порогова величина f_{13} визначається з умови:

$$N_a B_{13} = \frac{1}{T_p} \text{ або } f_{13}''T_1 = \frac{B_{13}NT_p + 1}{B_{13}NT_p - 1}. \qquad (18.9)$$

Для типових параметрів рубінового лазера $B = 10^{-10}$ см^3 $\cdot$ с$^{-1}$, $N = 10^{19}$ см$^{-3}$, $T_p = 10^{-8}$ с отримуємо, що $W_{13}''T_1 \approx 1{,}02$. Звідси випливає, що потужність генерації (вирази (18.6) і (18.7)) відрізняється більш, ніж у два рази при однакових N і f_y (рис. 18.1, пряма 1 — чотирирівнева схема, 2 — трирівнева схема).

Відмітимо, що в рівняння (18.1) входить безрозмірне накачування, яке вимірюється в перевищеннях над порогом. У випадку чотирирівневого середовища:

$$W = f_{14}/f_{14}'', \qquad (18.10)$$

а у випадку трирівневого:

$$W = \frac{f_{13}T_1 - 1}{f_{13}T_1 + 1} \cdot \frac{f_{13}^{II}T_1 + 1}{f_{13}^{II}T_1 - 1}. \qquad (18.11)$$

З виразу (18.10) випливає, що двократне перевищення порога генерації, тобто $W = 2$, відповідає трикратному перевищенню потужності накачування. У випадку трирівневої схеми для досягнення двократного перевищення порога ге-

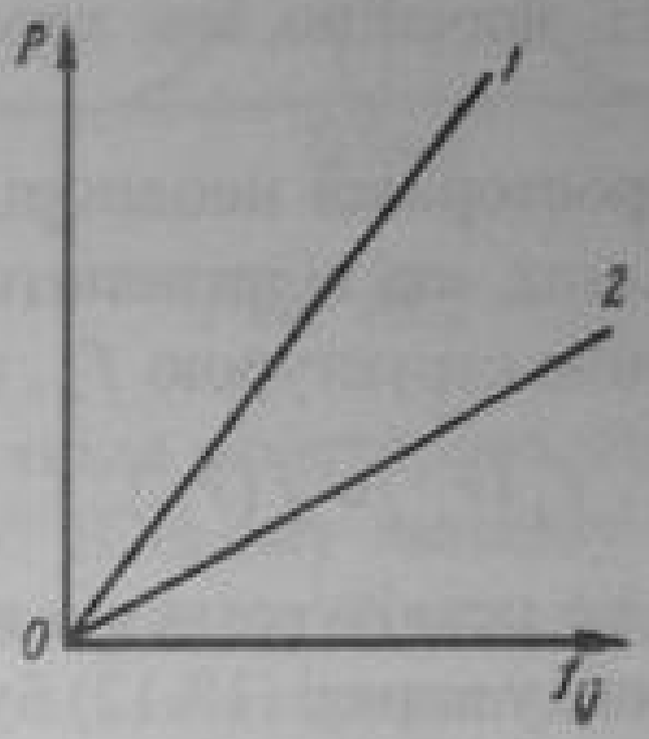


Рис. 18.1

нерації досить перевищити потужність накачування лише на 2% ($f_{13}T_1 = 1{,}04$). А зростання потужності накачування вдвічі відповідає більш, ніж тридцятикратному перевищенню порога генерації ($W = 33{,}7$).

Вплив просторової неоднорідності поля мод на характеристики лазерного випромінювання

Раніше допускалося, що поле в резонаторі однорідне. Але в реальних резонаторах поле не є однорідною плоскою хвилею, воно має деяку структуру. В результаті цього — в одних частинах активного середовища воно більше, в інших — менше. Це має виявитися в генерації, так як лазер — нелінійна система. З'ясуємо вплив цього чинника.

Скористаємось рівняннями балансу з урахуванням структури полів мод (17.41). У випадку плоского резонатора

поле представляє собою стоячу хвилю вздовж резонатора і деяку структуру в поперечному напрямку, тобто:

$$\varphi_k(\bar{r}) = f_k(\bar{r}_\perp)\sin^2\left(\frac{\pi q_k}{L}Z\right), \qquad (18.12)$$

де $q_k = 2L/\lambda_k$ — повздовжній індекс k-ої моди, а функція $f_k(\bar{r}_\perp)$ описує розподіл поля в поперечній відносно до вісі резонатора площині і, звичайно, має характерний масштаб, значно більший λ_k.

До врахування просторової неоднорідності різних мод, розглянемо випадок мод, які відрізняються частотою, але з однаковою поперечною структурою f_k, тобто:

$$f_k(\bar{r}_\perp) = f(\bar{r}_\perp). \qquad (18.13)$$

Такий процес може реалізуватись у кільцевому резонаторі біжучої хвилі, тоді у виразі (18.12) буде відсутній синусоїдальний множник, де поперечна структура $f_k(\bar{r}_\perp)$ задана, наприклад, діафрагмою. Тому, допускаючи $m = 0$, з (18.1) отримаємо умову стаціонарної генерації:

$$\frac{a}{\gamma} = g(\nu_j)\int_V n(\bar{r})\varphi_j(\bar{r})d\bar{r} = 1. \qquad (18.14)$$

Якщо смуга люмінесценції має один або декілька максимумів (але серед них є найбільший), умова (18.14) має виконуватись на частоті ν_j, яка лежить на частоті максимуму функції $g(\nu)$ або дуже близько від нього. Дійсно, якщо умова (18.14) виконується на якійсь іншій частоті ν_k (рис. 18.2), то в інтервалі частот $[\nu_k, \ldots \nu_\ell]$ буде $m > 0$, тобто у вказаному інтервалі не буде виконана умова стаціонарності. Отже, при виконанні умови (18.14) на частоті ν_j для всіх інших частот $m_k < 0$, якщо $k \neq j$, тобто генерація на всіх інших модах буде пригнічена.

Таким чином, якщо просторова структура всіх мод однакова, то стаціонарна генерація можлива лише на одній

моді, яка збігається за частотою з частотою максимуму смуги люмінесценції або лежить поблизу цієї частоти.

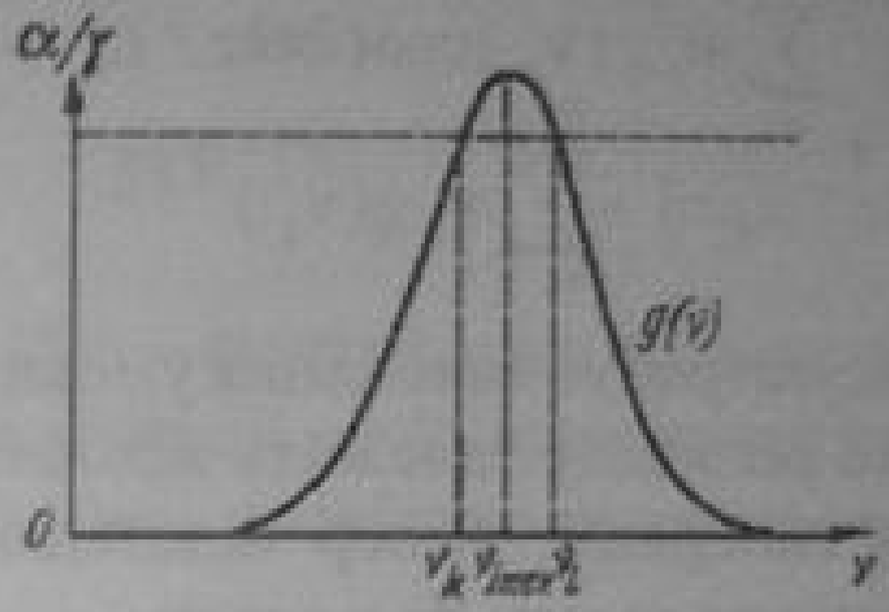


Рис. 18.2

Що трапиться, якщо просторова структура різних мод буде неоднаковою? В цьому випадку умова стаціонарної генерації запишеться у тому ж вигляді. Але наведені вище міркування виявляються неправильними і для моди з частотою ν_k, яка не збігається з ν_j:

$$\int_r n(\bar{r})\varphi_k^2(\bar{r})\,d\bar{r} \geq \int_r n(\bar{r})\varphi_j^2(\bar{r})\,d\bar{r}, \qquad (18.15)$$

а, значить, генерація буде можливою і на частоті ν_k. Тому спектр генерації вже не одночастотний, а залежить від рівня накачування.

Дійсно, використовуючи систему рівнянь (17.41), отримаємо:

$$g(\nu_j)\int_r \frac{W(\bar{r})\varphi_j^2(\bar{r})d\bar{r}}{1+\sum_k m_k g(\nu_k)\varphi_k^2(\bar{r})} = 1. \qquad (18.16)$$

У випадку довільної функції $\varphi_k(\bar{r})$ розв'язати (18.16) відносно ν_j не вдається. Тому розглянемо спрощений випадок, який відповідає розподілу поля (18.12) з $f_i(\bar{r}) = \sqrt{2}$. Скористаємось для спрощення (18.16) розкладом:

$$\frac{1}{1+\sum_{\kappa} m_k g_k(\nu_k)[1-\cos(2\pi kz/L)]} \approx \frac{1}{1+\sum_{k} m_k g(\nu_k)} + \frac{\sum_{\kappa} m_k g(\nu_k)\cos(2\pi kz/L)}{1+\sum_{k} m_k g(\nu_k)}. \qquad (18.17)$$

Цей розклад не потребує виконання умови малості амплітуд мод. Точність розкладу залежить від кількості мод, які беруть участь у генерації. Тепер підставляємо (18.17) в (18.16) й інтегруємо за умови $W = const$:

$$Wg(\nu_j)\left\{\frac{(\ell_2-\ell_1)/L}{1+\sum_{k} m_k g(\nu_k)} - \frac{1}{2(1+\sum_{k} m_k g(\nu_\kappa))}\left[g(\nu_j)m_j \times \frac{\ell_2-\ell_1}{L} + \sum_{k} g(\nu_\kappa)m_\kappa \frac{\sin\frac{2\pi(k-j)\ell_2}{L} - \sin\frac{2\pi(k-j)\ell_1}{L}}{2\pi(k-j)}\right]\right\} = 1, \qquad (18.18)$$

де ℓ_1 і ℓ_2 — межі активного елемента. Вираз (18.18) визначає спектральний склад лазерного випромінювання. Цей склад залежить від розташування активного елемента і його довжини. При цьому не враховуємо, що від торців елемента може бути відбиття, тобто додаткова селекція мод. Для обчислення спектра найпростіше розглядати випадок, коли активне середовище заповнює весь резонатор. При цьому (18.18) спрощується:

$$g(\nu_j)m_j = 2\left[1+\sum_{\kappa} m_\kappa g(\nu_\kappa)\right]\left[1-\frac{1+\sum_{\kappa} g(\nu_\kappa)m_\kappa}{Wg(\nu_j)}\right] \qquad (18.19)$$

Нехай одна з мод збігається за частотою з частотою максимуму, наприклад, мода з індексом j_0. Тоді підсумувавши обидві частини (18.19) за всіма модами від j_0 — M до j_0+M і врахувавши, що:

$$g(\nu_j)=\frac{1}{1+(j-j_0)^2\delta^2}, \qquad (18.20)$$

де $\delta=\Delta\nu/\Delta\nu_{одн}$ ($\Delta\nu$ — відстань між модами по частоті, а $\Delta\nu_{одн}$ — напівширина функції $g(\nu)$), отримаємо квадратне рівняння для $1+\sum_{\kappa} g(\nu_\kappa)m_\kappa$, розв'язок якого має вигляд:

$$1+\sum g(\nu_\kappa)m_\kappa = \qquad (18.21)$$

$$=W\frac{4M+1+\sqrt{(4M+1)^2+8W^{-1}(2M+1)[1+\delta^2M(M+1)/3]}}{4(2M+1)[1+\delta^2M(M+1)/3]}.$$

Для пошуку повного числа мод, які вийшли в генерацію, вимагатимемо, щоб моди з індексами $j=j_0\pm(M+1)$ мали нульову інтенсивність. Тоді з (18.19):

$$Wg(\nu_j)-1+\sum_{n=j_0-M}^{j_0+M} g(\nu_k)m_k. \qquad (18.22)$$

Підставляючи (18.22) в (18.21), отримаємо рівняння для знаходження M, яке складно розв'язати. Тому розглянемо спочатку, якою буде ширина спектра генерації при $W\to\infty$. Підставляючи (18.22) до (18.21), маємо:

$$\frac{1+M(M+1)\delta^2/3}{1+(M+1)^2\delta^2}=\frac{4M+1}{4M+2}. \qquad (18.23)$$

Наближений розв'язок (18.23):

$$M_{max}=(3/8\delta^{-2})^{1/2}. \qquad (18.24)$$

Звідси випливає, що гранична ширина спектра генерації:

$$\Delta\nu_г\approx 2M_{max}\delta\cdot\Delta\nu_{одн}=(3\delta)^{1/2}. \qquad (18.25)$$

Отже, величина $\Delta\nu_г$ зменшується зі зменшенням міжмодового інтервалу. З (18.25) випливає, що ширина спектра генерації значно менша ширини смуги люмінесценції в звичайних умовах, коли міжмодовий інтервал малий порівняно з шириною смуги. Наведемо без доведення вираз для залежності числа збуджувальних мод M і ширини спектра генерації $\Delta\nu_г$ накачування:

$$M=\left(\frac{3}{8}\delta^{-2}\frac{W-1}{W}\right)^{1/3};\ \Delta\nu_г=\left(3\delta\frac{W-1}{W}\right)^{2/3}\nu_{\omega\ni}. \qquad (18.26)$$

Ці вирази показують, що ширина спектра лазерного випромінювання зростає зі збільшенням накачування, тобто з ростом потужності генерації.

Зупинимось на фізичних причинах отриманого результату. З (18.22) випливає, що внаслідок нерухомого характеру хвилі кожної моди існує область активного середовища в районі вузлів моди, де інверсна населеність не знімається при генерації цієї моди. Отже, якщо в генерацію вийшла якась мода, то вона не стабілізує інверсну заселеність на пороговому рівні по всьому об'єму активного середовища. Інша мода, чиї пучності доводяться на вузли генеруючої моди, може мати коефіцієнт підсилення вище порогового (18.15) і теж вийти в генерацію. Оскільки всі моди мають на дзеркалах вузол, то поблизу дзеркал їх просторові структури дуже близькі, тобто значно перекриваються, але в міру відходу від дзеркала вони все більше перестають узгоджуватися. Отже, якщо активний елемент досить малого розміру розмістити поблизу дзеркала, то просторова неоднорідність поля впливає мало і генерація буде одночастотною. В реальних лазерах, внаслідок того, що коефіцієнти відбиття дзеркал розрізняються між собою і відрізняються від 1, завжди спостерігається рух хвилі, що зменшує просторову неоднорідність і звужує спектр генерації. Іншим механізмом згладжування є просторова міграція енергії, але цей ме-

ханізм у звичайних твердотільних лазерах слабкий і виявляється лише у напівпровідникових лазерах. Згладжування інверсної населеності можна добитись штучним шляхом, наприклад, рухаючи активний елемент вздовж вісі резонатора або зміщуючи положення вузлів і пучностей полів мод за допомогою електрооптичних елементів, як це було розглянуто в §16.

Таким чином, аналіз показав, що просторова неоднорідність полів мод приводить до уширення спектра генерації лазерів із резонаторами нерухомої хвилі. Для його звуження необхідно щоб інтервал між модами був якомога меншим. Цього можна досягти, наприклад, за рахунок збільшення довжини резонатора, але це не завжди можливо. Другим методом є використання резонаторів зі сферичними дзеркалами, спектр мод яких при спеціальному виборі радіуса кривизни дзеркал вироджений. При цьому моди, які розрізняються просторовою структурою, збігаються за частотами. Тому їх суперпозиція стабілізує інверсну населеність рівномірно по всьому об'єму, а частота випромінювання залишається однією й тією ж.

Вплив спектральної неоднорідності активного середовища

Раніше розглядались активні середовища з однорідно ушир еними смугами люмінесценції. Разом із тим, велика кількість середовищ має неоднорідно уширені смуги підсилення. Наприклад, скло з іонами Nd^{3+}, газові лазери. Для опису генерації лазера на таких середовищах необхідно враховувати, що окремі активні центри однорідно-уширені, але максимуми їх смуг зміщені один відносно одного. В результаті смуга люмінесценції такого середовища записується у вигляді:

$$I(\nu) = N\int_{\bar{\nu}} \psi(\bar{\nu})g(\nu,\bar{\nu})d\bar{\nu}, \qquad (18.27)$$

де $g(\nu, \bar{\nu})$ — функція, яка описує форму смуги люмінесценції окремого активного центру з максимумом на частоті $\bar{\nu}$; $\psi(\bar{\nu})$ — розподіл центрів за частотою їх максимумів. Цей розподіл, як правило, описується функцією Гауса. Виконується і звичайна умова нормування:

$$\int_{\bar{\nu}} \psi(\bar{\nu}) d\bar{\nu} = 1.$$

Система балансних рівнянь у цьому випадку ускладнюється і за відсутності просторової неоднорідності поля мод представляється у вигляді:

$$\frac{dm(\nu)}{dt} = G\left(\int_{\bar{\nu}} n(\bar{\nu}) g(\bar{\nu}, \nu) d\bar{\nu} - 1 \right) m(\nu);$$

$$\frac{dn(\bar{\nu})}{dt} = -n(\bar{\nu}) \int_{\nu} m(\nu) g(\nu, \bar{\nu}) d\nu - n(\bar{\nu}) + W\psi(\bar{\nu}) +$$

$$+F\{\psi(\bar{\nu}) \int_{\bar{\nu}} n(\bar{\nu}) d\bar{\nu} - n(\bar{\nu})\}. \qquad (18.28)$$

У рівняннях (18.28) для простоти вважається, що відстань між модами суттєво менша, ніж ширина смуги окремого центру. Це дозволило замінити суму по модах на інтеграл по частотам у першому доданку правої частини другого рівняння. В силу цього $m_i = m(\bar{\nu})$. Останній доданок 2-го рівняння враховує ефект крос-релаксації в системі активних центрів або іншими словами, — міграцію енергії по неоднорідно-уширеній смузі люмінесценції з безмежною швидкістю F. Накінець, спектральна густина активних центрів з максимумом випромінювання на частоті $\bar{\nu}$ за відсутності генерації $n(\bar{\nu}) = \psi(\bar{\nu}) N$.

При стаціонарній генерації виконуються наступні умови:

$$\int_{\nu} \bar{n}(\bar{\nu}) g(\bar{\nu}, \nu) d\bar{\nu} = 1; \qquad (18.29)$$

$$\overline{n}(\overline{\nu}) = \frac{W\psi(\overline{\nu}) + F\psi(\overline{\nu})\int\limits_{\overline{\nu}} n(\overline{\nu})d\overline{\nu}}{1 + F + \int\limits_{\nu} m(\nu)g(\overline{\nu},\nu)d\nu}. \qquad (18.30)$$

Окрім того, інтегрування другого рівняння системи (18.28) по $\overline{\nu}$ приводить до виразу:

$$\int\limits_{\overline{\nu}} \overline{n}(\overline{\nu})d\overline{\nu} = W - \int \overline{m}(\nu)d\nu. \qquad (18.31)$$

Таким чином, вирази (18.29) — (18.31) дозволяють повністю описати характеристики стаціонарної генерації лазера на спектрально-неоднорідному активному середовищі. Щоправда, як випливає з наведених рівнянь, поле вважається просторово однорідним (ця умова в експерименті реалізується приміром, у резонаторі біжучої хвилі). Завдяки такому припущенню, вдається дослідити в чистому вигляді вплив неоднорідного уширення смуги люмінесценції на характеристики лазерного випромінювання.

Розглянемо найбільш простий випадок — одномодову генерацію. Тоді $\overline{m}(\nu) = \overline{m}\delta(\nu - \widetilde{\nu})$, де $\widetilde{\nu}$ — частота генерації. При цьому з (18.30) з урахуванням (18.31) отримаємо:

$$\overline{n}(\overline{\nu}) = \psi(\overline{\nu})\frac{W(1+F) - \overline{m}F}{(1+F) + \overline{m}g(\overline{\nu},\widetilde{\nu})}. \qquad (18.31)$$

Підставляючи (18.31) до (18.29), отримаємо рівняння для інтенсивності генерації m:

$$\left[W(1+F) - \overline{m}F\right]\int\limits_{\overline{\nu}} \frac{g(\overline{\nu},\widetilde{\nu})\psi(\overline{\nu})d\overline{\nu}}{(1+F) + \overline{m}g(\overline{\nu},\widetilde{\nu})} = 1. \qquad (18.32)$$

Якщо величина неоднорідного уширення суттєво більша однорідного, то з-під інтеграла можна винести $\psi(\overline{\nu})$ на частоті генерації $\widetilde{\nu}$, оскільки $\psi(\overline{\nu})$ — більш плавна функція, ніж $g(\overline{\nu},\widetilde{\nu})$. Тоді, вважаючи $q(\overline{\nu},\widetilde{\nu})$ — лоренцевою, можна вирахувати інтеграл у (18.32) і отримати:

$$\eta^2 + \frac{1}{\pi F \psi(\tilde{\nu})}\eta - \frac{F+W}{F} = 0, \qquad (18.33)$$

де:

$$\eta = \sqrt{1 + m/(F+1)}. \qquad (18.34)$$

Розв'язок (18.33) з урахуванням (18.34):

$$\overline{m} = W\frac{F+1}{F} + \frac{1+F}{2\pi^2\psi^2(\tilde{\nu})F^2} - \frac{1+F}{\pi\psi(\tilde{\nu})F} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{4\pi^2\psi^2(\tilde{\nu})F^2} + \frac{W+F}{F}}. \qquad (18.35)$$

Із (18.35) випливає, що стаціонарна потужність випромінювання відрізняється від потужності у випадку однорідно-уширеної смуги люмінесценції. У випадку сильної крос-релаксації $F >> W$ отримуємо з (18.35):

$$\overline{m} = W - \frac{1}{\pi\psi(\tilde{\nu})}. \qquad (18.36)$$

Якщо врахувати, що порогова умова у вказаному випадку має вигляд:

$$W^{\circ} = \frac{1}{\pi\psi(\tilde{\nu})},$$

то легко побачити, що вираз (18.36) збігається з виразом для потужності випромінювання стаціонарної генерації лазера на активному середовищі з однорідно-уширеною смугою люмінесценції. Це легко зрозуміти, тому що сильна крос-релаксація веде до однорідного характеру уширення смуги люмінесценції. У другому граничному випадку — відсутності крос-релаксації ($F << W$) — отримаємо:

$$\overline{m} = W^2\pi^2\psi^2(\tilde{\nu}) - 1, \qquad (18.37)$$

що суттєво відрізняється від залежності для активного середовища з однорідно-уширеною смугою люмінесценції. Це

пов'язано з різним характером взаємодії випромінювання частоти $\tilde{\nu}$ з активними центрами у межах неоднорідно-уширеної смуги. Ті активні центри, максимуми смуг люмінесценції, яких зсунуті більш як на однорідну ширину, не взаємодіють із випромінюванням генерації, але збуджуються під дією випромінювання накачування і спонтанно розпадаються, не здійснюючи внесок до генерації. При цьому відбувається деформація контура смуги, яка описана раніше (див. §16).

Розглянутий режим роботи лазера одночастотний, якщо умову генерації виконано тільки на максимумі смуги люмінесценції. Але така ситуація реалізується лише поблизу порога генерації, коли величина неоднорідного уширення перевищує величину однорідного уширення в декілька разів. Найбільш просто це продемонструвати за відсутності крос-релаксації, тобто при $F = 0$. Для порушення одночастотності необхідно, щоб на частоті $\nu \neq \tilde{\nu}$ виконувалась умова:

$$W \int_{\bar{\nu}} \frac{g(\bar{\nu}, \nu)\psi(\bar{\nu})d\bar{\nu}}{1 + g(\bar{\nu}, \tilde{\nu})\overline{m}} \geq 1. \qquad (18.38)$$

Припустимо, що форма $\psi(\bar{\nu})$ лоренцева:

$$\psi(\bar{\nu}) = \frac{æ}{\pi} \cdot \frac{1}{æ^2 + ((\nu - \nu_0)/\delta\nu)^2}, \qquad (18.39)$$

де $\delta\nu$ — ширина смуги окремого центру (однорідна ширина); $æ = \Delta\nu_{\text{н}} / \delta\nu$; $\Delta\nu_{//}$ — ширина функції $\psi(\bar{\nu})$. Тоді інтеграл до (18.38) легко обчислюється. З урахуванням (18.33) отримуємо, що умова (18.38) виконується:

$$(\nu - \tilde{\nu})^2 \{(\nu - \tilde{\nu})^2 - (æ - 1) \times$$

$$\times [\eta^2 + (æ + 2)\eta - (æ + 1)^2 / (æ - 1)]\} \leq 0. \qquad (18.40)$$

Нерівність (18.40) може виконуватись, якщо другий доданок у дужках позитивний, тобто:

$$(æ-1)[\eta^2+(æ+2)\eta-(æ+1)^2/(æ-1)]>0. \qquad (18.41)$$

Поліном у квадратних дужках позитивний, якщо величина h більша, ніж його додатний корінь:

$$\eta>-\frac{æ+2}{2}+\sqrt{(æ+2)^2/4+(æ+1)^2/(æ-1)}. \qquad (18.42)$$

Умова додатності кореня:

$$æ>1. \qquad (18.43)$$

Таким чином, підставами порушення одночастотності є умови (18.42) і (18.43). Перша умова означає перевищення

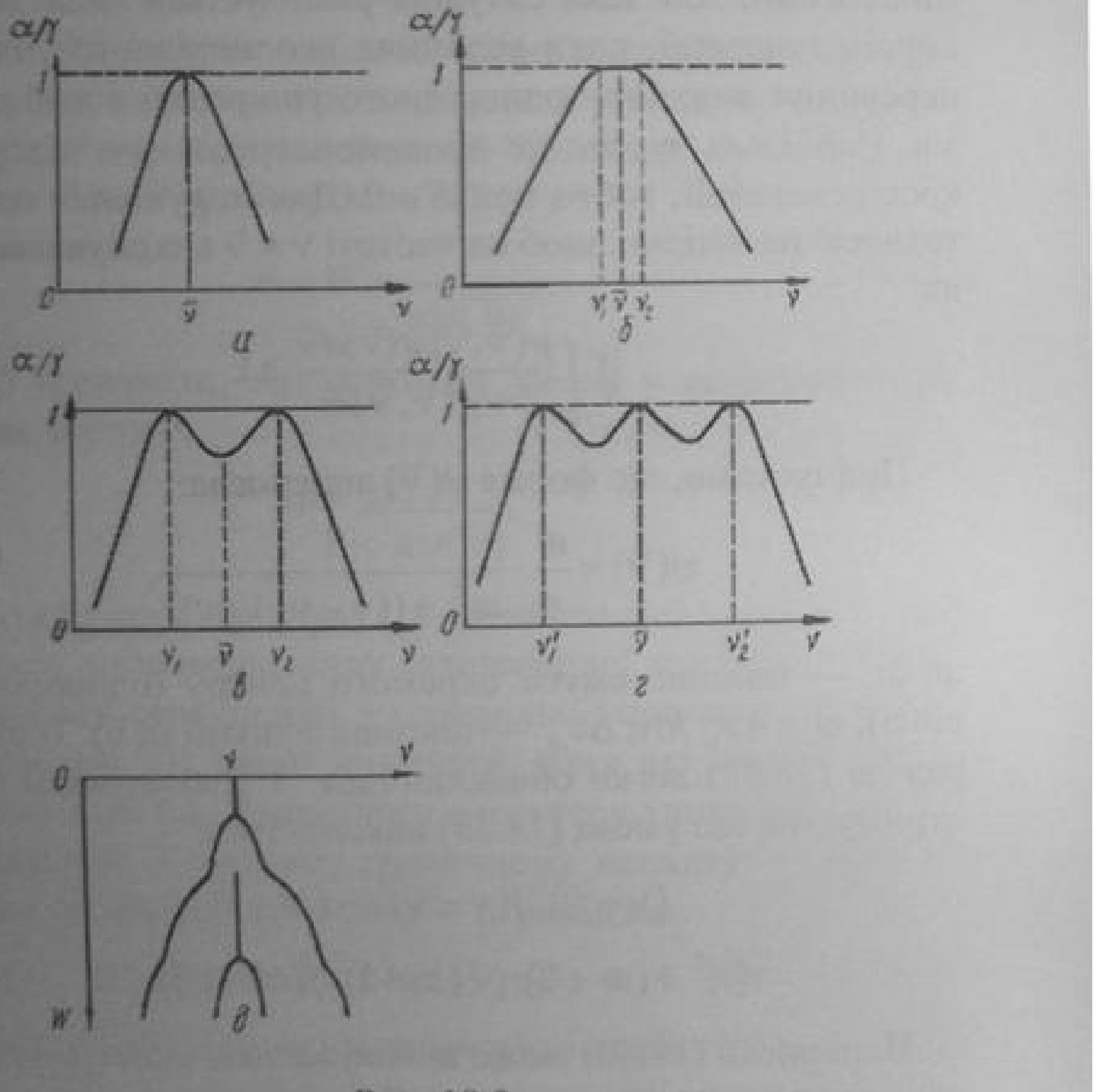


Рис. 18.3

порога генерації на скінченну величину, а друга — перевищення неоднорідним уширенням величини однорідного. Зробимо оцінки: якщо $æ = 1{,}5$, то $\eta > 3{,}07$; якщо $æ = 3$, то $\eta > 1{,}27$; якщо $æ = 6$, то $\eta > 1.08$. Величина η визначається рівнем накачування. Отже, з ростом неоднорідного уширення спадає необхідне для порушення одночастотності генерації перевищення над порогом.

Причиною уширення спектру генерації є деформація контура смуги люмінесценції активного середовища. Дійсно, умова (18.38) означає, що на деякій частоті ν, відмінній від частоти генерації ($\tilde{\nu}$) (18.3,*а*), коефіцієнт підсилення вирівнявся з коефіцієнтом втрат. На частоті генерації $\tilde{\nu}$ ця рівність (18.38) виконується в силу умови стаціонарності (18.29), починаючи з порога генерації. При цьому на частоті $\tilde{\nu}$ смуга люмінесценції має максимум. Отже, при порушенні одночастотності режиму генерації з'являється область частот, у межах якої контур смуги люмінесценції стає плоским (рис. 18.3,*б*). Це означає, що зі зростанням накачування в області частоти максимуму обертається на нуль не тільки перша, але й друга його похідна.

В силу аналітичності коефіцієнта підсилення як функції частоти можна показати, що при подальшому зростанні накачування на частоті максимуму смуги, друга похідна стає позитивною, тобто утворюється мінімум. При цьому два максимуми, які з'явились, розташовані на частотах ν_1 і ν_2, і на них відбувається генерація лазера (рис. 18.3, *в*). Подальше підвищення накачування призводить знову до утворення максимуму на частоті $\tilde{\nu}$ (рис.18.3, *г*), а два інших максимуми розсуваються по частоті, тобто $|\nu_1'| > |\nu_1|$ і $|\nu_2'| > |\nu_2|$. У результаті, залежність частот генерації від накачування можна побачити в такому вигляді, як показано на рис. 18.3,*д*, названою «виделкою». З рис. 18.3,*д*, випливає, що спектр генерації із підвищенням накачування розвивається двома спо-

собами: шляхом розщеплення існуючої смуги генерації та виникнення нової.

Змальована вище картина обумовлена дією трьох процесів: накачуванням, індукованими переходами і крос-релаксацією.

Розглянемо активні центри з частотою максимуму. Вони збуджуються накачуванням, віддають енергію за рахунок індукованих переходів і обмінюються нею з іншими центрами за рахунок крос-релаксації. При цьому на частоті генерації всі три процеси взаємно врівноважені, величина контуру смуги відповідає величині втрат і не змінюється з ростом накачування, так як при цьому зростає потужність генерації, а, отже, імовірність індукованих переходів. Разом із тим на частотах, які знаходяться від частот генерації на відстані, приблизно рівній $\delta\nu_1$, вказана компенсація вже не відбувається і з ростом накачування контур смуги люмінесценції на цих частотах зростає до тиго часу, доки не виконається порогова умова і не виникне генерація.

Таким чином, лазер на активному середовищі з неоднорідно-уширеною смугою люмінесценції змінює свій спектральний склад зі зміною рівня накачування, а його енергетичні характеристики відрізняються від характеристик лазера на спектрально-однорідному активному середовищі.

Контрольні питання

1. Що означає стаціонарний режим генерації?

2. Як записуються рівняння зміни параметрів генерації в стаціонарному режимі?

3. Визначте вплив схеми енергетичних рівнів на потужність випромінювання лазера.

4. Як впливає просторова неоднорідність поля мод на параметри випромінювання лазера?

5. Як уникнути просторової неоднорідності мод?

6. Як впливає спектральна неоднорідність активного середовища на параметри випромінювання лазера?

7. Проаналізуйте причини уширення спектру генерації лазера.

§19. Нестаціонарна генерація лазера

Процес випромінювання лазера, який досі розглядався, є стаціонарним, тобто число квантів m й інверсна населеність n у часові не змінювались:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = 0, \quad \frac{dn}{dt} = \dot{n} = 0.$$

Разом із тим, у багатьох випадках, особливо в твердотільних системах активних середовищ, мають місце режими нестаціонарної генерації. Вони називаються:

а) режим вільної генерації;

б) режим модуляції добротності резонатора;

в) режим синхронізації мод.

Всі ці режими широко застосовуються в практичному використанні лазерів. Розглянемо їх детальніше.

Раніше вже були написані балансні рівняння заселеностей, які описували взаємодію випромінювання з 2-, 3- і 4-рівневими активними середовищами. Загалом, рівняння для лазера є системою рівнянь для поля в резонаторі і для збуджених центрів активного середовища. Відкриті резонатори лазера — багатомодові. Тому у загальному випадку це приводить до системи рівнянь для великого числа мод, які взаємодіють через активне середовище. Дослідити такі рівняння складно, тому що число змінних може досягати кількох тисяч. Отже, спроби їх аналітичного дослідження безнадійні. В той час, для з'ясування основних динамічних характеристик лазера виявляється достатнім (наразі для режимів *а*) і *б*) розглянути одномодову модель лазера.

Запишемо балансні рівняння для 4-рівневої схеми функціонування з урахуванням отриманих раніше співвідношень для імовірностей переходів:

$$\begin{aligned} &f_{21} >> f_{12} \qquad f_{43} >> f_{41}; \\ &f_{21} >> f_{32} \qquad f_{43} >> f_{42}; \\ &f_{21} >> f_{42} \qquad f_{43} >> f_{32}. \end{aligned}$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -B_{14}\rho_{14}n_1 + B_{41}\rho_{14}n_4 + d_{21}n_2,$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -B_{23}\rho_{23}n_2 + B_{32}\rho_{23}n_3 + \frac{n_3}{T_1} - d_{21}n_2,$$

$$\frac{dn_3}{dt} = -B_{32}\rho_{23}n_3 + B_{23}\rho_{23}n_2 - \frac{n_3}{T_1} + d_{43}n_4,$$

$$\frac{dn_4}{dt} = B_{14}\rho_{14}n_1 - B_{41}\rho_{14}n_4 - d_{43}n_4,$$

де T_1 — час розпаду збуджених станів із метастабільного рівня 3. Оскільки $B_{32}\rho_{23} \sim 10^8 \div 10^9\, c^{-1}$, $d_{21} \sim 10^{11} \div 10^{12}\, c^{-1}$, $T_1 \sim 10^{-4}\, c$, то переважає d_{21}. Отже, можна записати:

$$\frac{dn_2}{dt} = -d_{21}n_2 \text{ або } n_2 = n_2^0 e^{-d_{21}t},$$

і при $t \sim 10^{-4}$ с $n_2 \to 0$. Оскільки має місце стаціонарна заселеність $\left(d_{43} >> B_{14}\rho_{14}\right)$, то $\frac{dn_4}{dt} = 0$ і значить:

$$n_4 = n_1 \frac{B_{14}\rho_{14}}{B_{41}\rho_{14} + d_{43}} \simeq n_1 \frac{B_{14}\rho_{14}}{d_{43}} \to 0.$$

Отримали той же результат, що і раніше: $n_2 \to 0$ і $n_4 \to 0$. Населеність n_1 змінюється слабо. Для n_3 запишемо:

$$\frac{dn_3}{dt} = -B_{32}\rho_{23}n_3 - \frac{n_3}{T_1} + B_{14}\rho_{14}n_1.$$

Величина $B_{14}\rho_{14}n_1 = P_н$ — є швидкістю накачування. Отже, в наближенні $d_{21} >> B_{23}\rho_{23}$, $d_{43} >> B_{14}\rho_{14}$ і $P_н >> \frac{n_3}{T_1}$, де $P_н$ — швидкість народження числа збуджених станів, n_3/T_1 — швидкість їх розпаду, для різниці населеностей можна записати:

$$n_3 - \frac{g_3}{g_2}n_2 = \tilde{n}.$$

$$\frac{d\widetilde{n}}{dt} = -B_{32}\rho_{23}\widetilde{n} - \frac{\widetilde{n}}{T_1} + P_H .$$

Аналогічний розгляд для 3-рівневої схеми функціонування приводить до рівняння для заселеностей $n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1 = \widetilde{n}$ і:

$$\frac{d\widetilde{n}}{dt} = -2B_{21}\rho_{12}\widetilde{n} - \frac{\widetilde{n}}{T_1} + P_H .$$

У загальному випадку рівняння руху інверсії матиме вигляд:

$$\frac{d\widetilde{n}}{dt} = \beta B_{ik}\rho_{ki}\widetilde{n} - \frac{\widetilde{n}}{T_1} + P_H ,$$

де $\beta = \begin{cases} 1 - \text{для } 4-x \text{ рівнів} \\ 2 - \text{для } 2-x \text{ і } 3-x \text{ рівневих схем} \end{cases}$.

Складемо рівняння для руху числа фотонів ρ у моді у випадку 4-рівневої схеми:

$$\frac{d\rho_{32}}{dt} = B_{32}\rho_{23}n_3 - B_{23}\rho_{32}n_2 - \frac{\rho_{23}}{T_P} + \frac{n_3}{T_1} ,$$

або $\frac{dq_{32}}{dt} = B_{32}q_{32}\widetilde{n} - \frac{q_{32}}{T_P} + \frac{\widetilde{n}}{T_1}$, де $q = \frac{\rho}{h\nu}$,

T_P — час життя фотона в резонаторі. Аналогічні рівняння можна отримати і для 3- і 2-рівневих схем. Отже, система рівнянь руху інверсної населеності і фотонів у лазері:

$$\frac{d\widetilde{n}}{dt} = -\beta B_{ik}q_{ki}\widetilde{n} - \frac{\widetilde{n}}{T_1} + P_H ,$$

$$\frac{dq_{ki}}{dt} = B_{ki}q_{ki}\widetilde{n} + \frac{\widetilde{n}}{T_1} - \frac{q_{ki}}{T_P} .$$

Розглянемо рух лазерної системи у безрозмірних змінних:

$$\tau = \frac{t}{T_1},\ G = \frac{T_1}{T_p},\quad m = B_{ul} q_{kl} T_1,\ \ n = B_{ul} \widetilde{n} T_p,\ \ W = T_p T_1 B_{ul} P_H .$$

У цих змінних для 4-рівневої схеми функціонування в одномодовому режимі генерації балансні рівняння (Стаца-де-Марса) набувають вигляду:

$$\frac{dm}{d\tau} = Gm(n-1) + \varepsilon_c , \tag{19.1}$$

$$\frac{dn}{d\tau} = W - n(m+1),$$

де ε_c — член, який враховує спонтанне випромінювання.

При відповідному введенні безрозмірних змінних такий же вигляд мають рівняння для 2- і 3-рівневих систем.

Ця система рівнянь може використовуватись практично для будь-якого типу лазерів.

У системі (19.1) є два параметри G і W. Оцінимо їх величину. Типові значення параметрів для Nd^{3+} $T_1 \simeq 10^{-4}$ с, для метрового резонатора $T_p \simeq 10^{-8}$ с, тобто: $G = 10^4 \div 10^5 \times$ $\times (T_1^{Cr^{3+}} \simeq 10^{-3}$ с при $G = 10^5$), T_1 для речовини родамін $6G$ рівне по порядку величини 10^{-8} с і $G = 1$. Величина W на порозі генерації рівна 1, а при генерації $W > 1$. Такою є умова генерації в безрозмірній формі запису.

У безрозмірних балансних рівняннях не враховується просторова неоднорідність параметрів інверсії і поля. Тобто система справедлива для «точкового» лазера. Мається на увазі, що весь простір, зайнятий активним середовищем, зведено до точки — це так звані точкові балансні рівняння. Тому ця модель не годиться для просторово неоднорідних активних середовищ. Окрім цього, в балансних рівняннях не враховувались ні амплітуда, ні фаза поля, а тільки його інтенсивність. Тому балансні рівняння не дозволяють роз-

раховувати спектральні і кутові параметри випромінювання, а також його когерентні властивості. У цьому полягає недолік балансних рівнянь.

Разом із тим, балансні рівняння дозволяють достатньо добре прослідкувати за зміною у часові інтенсивності у режимах вільної генерації та модуляції добротності.

Балансні рівняння справедливі для систем, у яких час поперечної релаксації T_2 набагато менший часу повздовжньої релаксації $T_1 (T_1 >> T_2)$, а також часу життя фотона в резонаторі $T_p (T_p >> T_2)$.

У випадку твердотільних лазерів $T_1 \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$ с, $T_p \sim \sim 10^{-7} \div 10^{-8}$ с, $T_2 \sim 10^{-2}$ с.

В силу її нелінійності аналітичний розв'язок системи рівнянь (19.1) неможливий. Тому добре проаналізуємо її. Визначимо стаціонарні точки системи рівнянь (19.1), тобто:

$$\frac{dm}{d\tau} = 0 \text{ і } \frac{dn}{d\tau} = 0.$$

Нехтуючи спонтанним випромінюванням, отримуємо:

$$\begin{cases} m(n-1) = 0, \\ n(m+1) = W. \end{cases} \qquad (19.2)$$

Отже, має місце два рівноважних стани:

1. При $\overline{m} = 0$ $\overline{n} = W$, випромінювання немає.
2. При $\overline{n} = 1$ $\overline{m} = W - 1$, випромінювання є і в ідеальному випадку все, що перевищує поріг ($W = 1$) іде у випромінювання.

Дослідимо ці два стани на стійкість. Для цього розглянемо поведінку системи при малих відхиленнях в області стаціонарних точок, тобто $m = \overline{m} + \mu$, $n = \overline{n} + \eta$, де μ і η — слабкі (малі) збурення ($\mu << \overline{m}$, $\eta << \overline{n}$). При малих збуреннях і нехтуванні спонтанним випромінюванням рівняння (19.1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mu}{d\tau} = G(\overline{m} + \mu)(\overline{n} + \eta - 1), \\ \dfrac{d\eta}{d\tau} = W - (\overline{n} + \eta)(\overline{m} + \mu + 1). \end{cases} \tag{19.3}$$

Враховуючи тільки члени першого порядку малості з системи рівнянь (193) для стану рівноваги I отримаємо:

$$\frac{d\mu}{d\tau} = G\mu(\overline{n} - 1) = G\mu(W - 1), \tag{19.3'}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = -\overline{n}\mu - \eta = -W\mu - \eta,$$

а для рівноважного стану II:

$$\frac{d\mu}{d\tau} = \overline{Gm}\,\eta = G(W - 1)\eta, \tag{19.3''}$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = -W\eta - \mu.$$

Розв'язки систем (19.3') і (19.3") шукаємо у вигляді $\mu = C_1 e^{\lambda\tau}$ і $\eta = C_2 e^{\lambda\tau}$.

Характеристичне рівняння для I та II випадків набуває вигляду:

$$\text{I} \qquad (\lambda + 1)[\lambda - G(W - 1)] = 0, \tag{19.4'}$$

$$\text{II} \qquad \lambda^2 + \lambda W + G(W - 1) = 0. \tag{19.4''}$$

З рівняння (19.4') видно, що у стані I один із коренів $\lambda_1' = -1$, тобто від'ємний. Знак же другого кореня $\lambda_2' = G \times (W - 1)$ визначається величиною W. Якщо $W < 1$, то другий корінь буде від'ємним і стан рівноваги буде стійким — точка відповідає вузлу. Але це стан лазера, коли генерація відсутня ($W < 1$ — нижче порога). Якщо ж $W > 1$, то корені будуть мати різні знаки і буде нестійким стан рівноваги лазера — сідло.

У випадку II згідно з (19.4") корені:

$$\lambda_{1,2}^{II} = -\frac{W}{2} \pm \sqrt{\frac{W^2}{4} - G(W-1)}.$$

Якщо $W^2 - 4G(W-1) > 0$, а це виконується тільки при $W \le 1$ (генерація відсутня), бо $G >> W$. Тому стан рівноваги II стійкий — вузол. Якщо ж: $W^2 - 4G(W-1) < 0$ або $4G(W-1) > W^2$, то має місце стійка рівновага для коренів:

$$\lambda_{1,2}^{II} = -\frac{W}{2} \pm i\sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}}.$$

(Величина $G \sim 10^4 \div 10^5$, а $W \sim 2 \div 5$, тобто G>>W). Для

$$\lambda_1^{II} = -\frac{W}{2} + i\sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}} \text{ — стійкий фокус,}$$

а для

$$\lambda_2^{II} = -\frac{W}{2} - i\sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}} \text{ — сідло.}$$

Отже, для фокуса маємо:

$$\mu = C_1 e^{-\frac{W}{2}\tau} \exp\left\{ i\left(\sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}} \right)\tau \right\},$$

тобто збурення згасає зі сталою часу $\bar{\tau} = \frac{2}{W}$ й осцилює з частотою:

$$\Omega = \sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}}.$$

(див. рис. 19.1).

Оцінимо період $\bar{T}$ затухання збурення і частоту осциляції Ω. Типові значення $W \cong 1{,}5 \div 5$. Якщо $W=2$, то $\bar{\tau} = 1$, тобто реальний час релаксації, у випадку середовищ, активованих

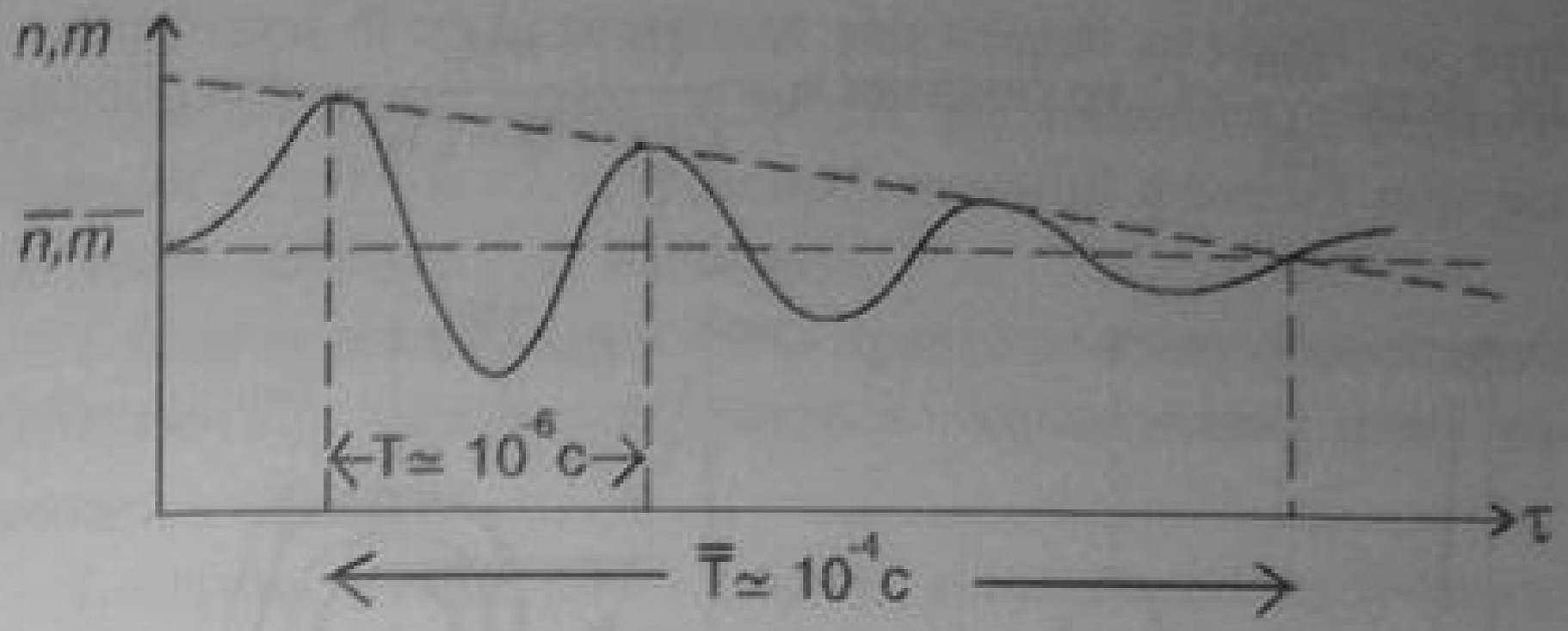


Рис. 19.1

Nd^{3+}, $\overline{T}_1 \simeq 5\cdot 10^{-4}$ с $= 500$мкс. Отже, зі зростанням накачування час релаксації $\bar{\tau}$ скорочується.

Частота осциляцій Ω при $G = 10^4$ і $W=2$ рівна $10^6 c^{-1}$. Тож, пічки генерації ідуть із періодом $T \simeq 10^{-6}$ с (рис. 19.1). Проведений розгляд відповідає поведінці m і n поблизу стаціонарних станів $\overline{m}$ і $\overline{n}$.

Для дослідження поведінки m і n далеко від стаціонарних станів, розділимо в системі (19.1) перше рівняння на друге (нехтуючи при цьому спонтанним випромінюванням):

$$\frac{dm}{dn} = \frac{Gm(n-1)}{W - n(m+1)}.$$

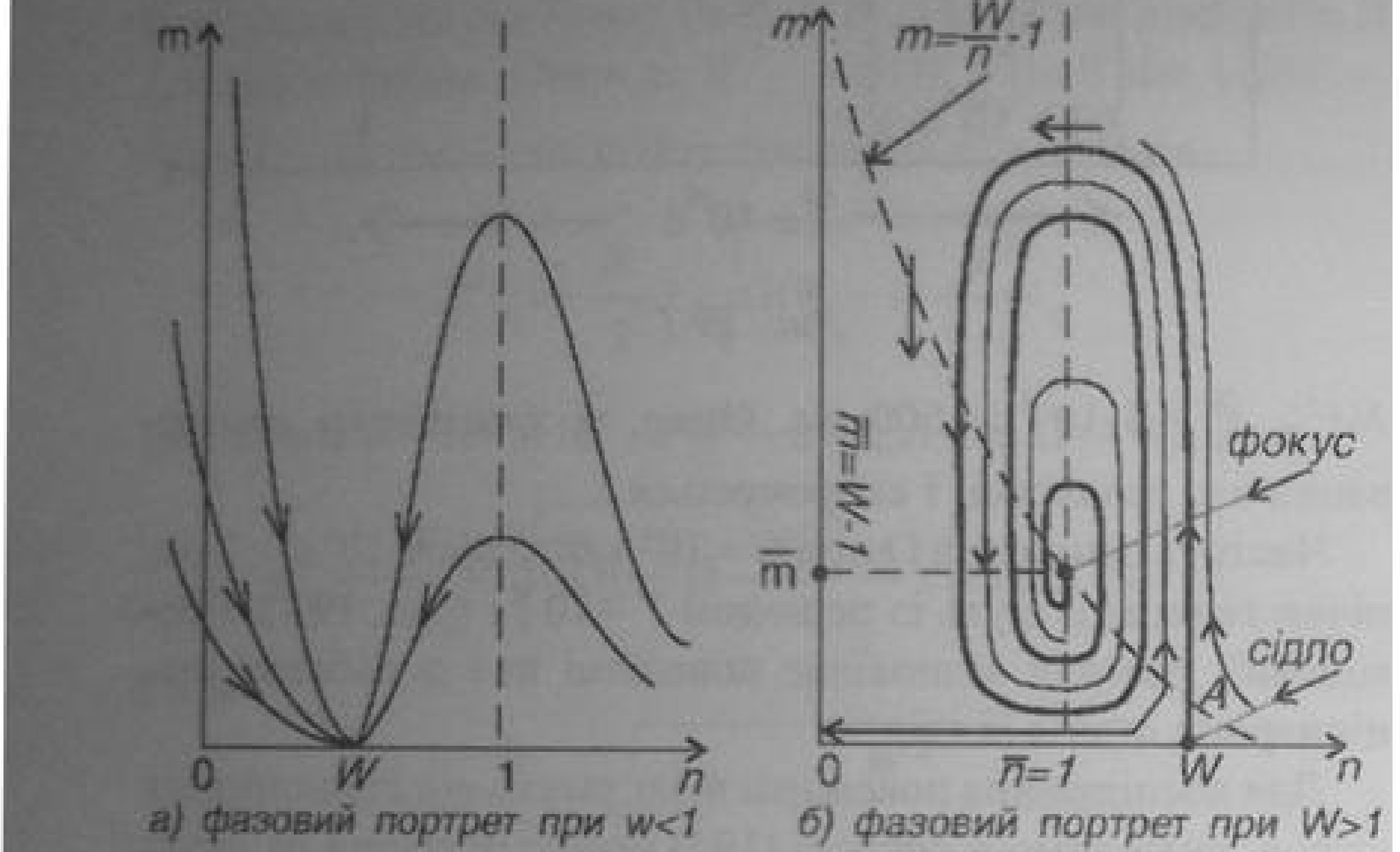
Для побудови самих траєкторій руху побудуємо спочатку ізокліни $\left(\frac{dm}{dn} = const = C\right)$ — лінії однакового нахилу фазових траєкторій.

Дві характерні ізокліни:

I. $\frac{dm}{dn} = 0,\ n = 1.$

II. $\frac{dm}{dn} \to \infty,\ m = \frac{W}{n} - 1.$

III. Якщо $\frac{dm}{dn} = C$, то ізокліни $m = \frac{(W - n)C}{G(n-1) - Cn}$ — гіперболи.



а) фазовий портрет при w<1 *б) фазовий портрет при W>1*

Рис. 19.2

Фазовий портрет показано на рис 19.2. Товстими лініями виділено траєкторії (сепаратриси сідла); пунктиром — ізокліни. Випадок *а)* — не цікавий, бо тут $W < 1$ — генерація відсутня. Випадок б) розглянемо детальніше. На рис. 19.2*б)* поряд із фазовими траєкторіями — товсті лінії, нанесені пунктиром ізокліни, які відповідають значенням $n = 1$, $m = 0$ і $m = \frac{W}{n} - 1$.

Прямі лінії $n = 1$ *і* $m = 0$ є ізоклінами з горизонтальним розташуванням дотичних. Ізокліна з вертикальним розташуванням дотичних визначається рівнянням: $m = \frac{W}{n} - 1$.

Оскільки $G >> 1$, то нахил траєкторій великий по всій фазовій площині, окрім областей, які знаходяться поруч із прямою $m=0$ і $n=1$. Отриманий якісний фазовий портрет дозволяє зробити такі висновки:

1. При великому значенні G прихід до стану стаціонарної генерації λ_1'' завжди відбувається з коливаннями (стан рівноваги — фокус).

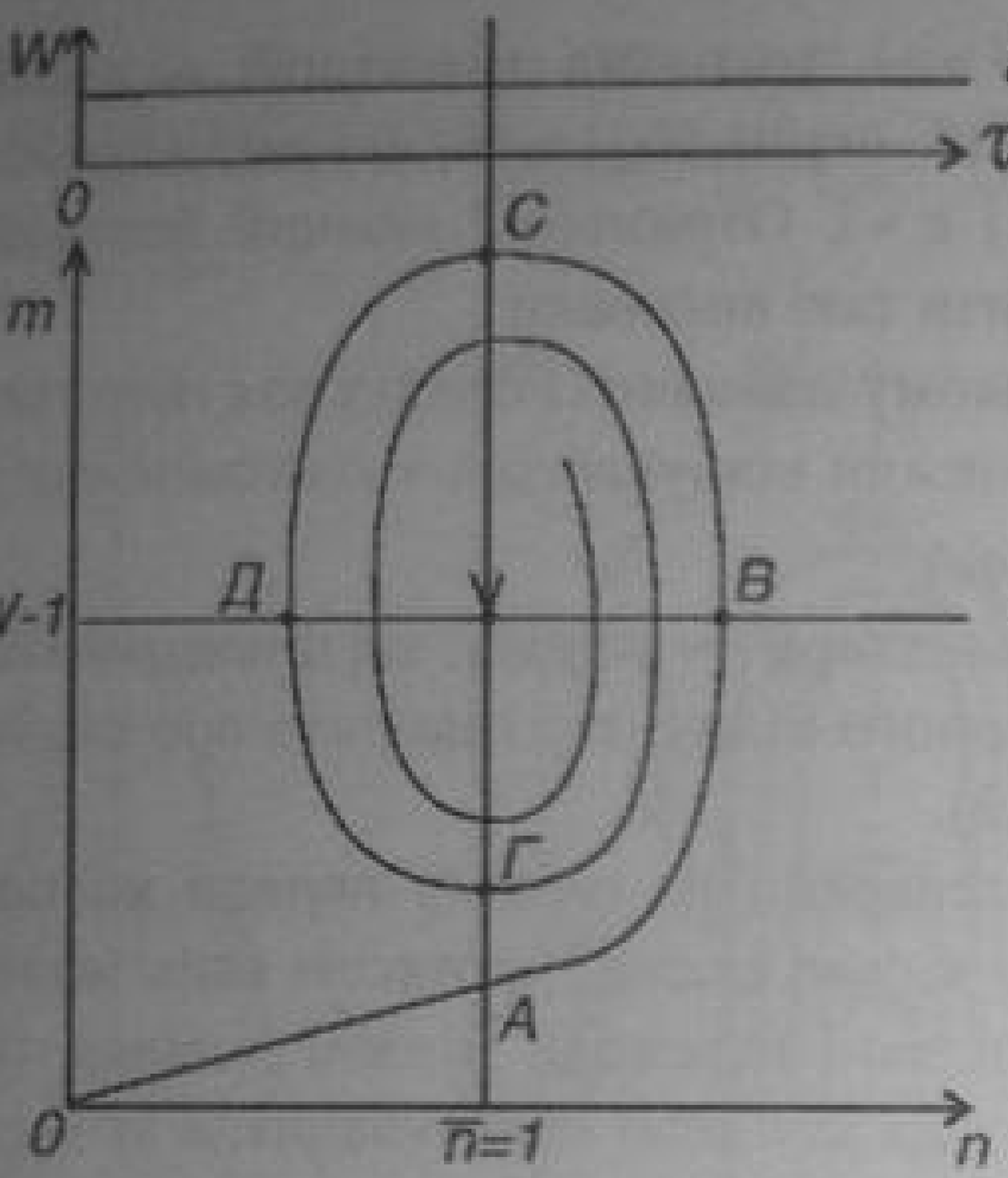
2. Фазові траєкторії — спіралі, які повільно закручуються до стаціонарного стану, що говорить про слабке гасіння пічків (рис 19.2).

3. Процес генерації на одному періоді коливань може розділятися на кілька етапів, протягом яких можна не враховувати індуковані переходи (нижні ділянки траєкторій, коли n змінюється під дією накачування, а m — мале), або накачування, коли відбувається швидкий рух по висхідним і східним гілкам (випромінюється пічок) — рис. 19.2.

Перед дослідженням окремого пічка генерації, відобразимо часовий хід випромінювання, який випливає з побудованого вище фазового портрета (рис. 19.2).

На рис. 19.3. показано фазовий портрет розвитку пічка: *а)* — хід накачування, *б)* — характерні точки розвитку пічка генерації; часовий хід зміни населеності в) і поля при постійному накачуванні. Видно, що при зміні часу від $\tau = 0$ до τ_1 інверсія зростає від 0 до порогового значення $n = 1$, а при цьому поле залишається майже незмінним. Відповідна точка повільно рухається поблизу вісі абсцис по відрізку траєкторії фазового портрета. Тому ця ділянка називається інтервалом накачування, або етапом розвитку пічка I. Його можна описати спрощеним рівнянням (19.1):

$$\text{I} \quad \begin{cases} \dfrac{dm}{d\tau} = \varepsilon_{ск}, \\ \dfrac{dn}{d\tau} = W - n. \end{cases} \tag{19.5}$$


W
a
τ
0
C
m
Д
B
$\overline{m}$=W-1
б
Г
A
0
$\overline{n}$=1
n

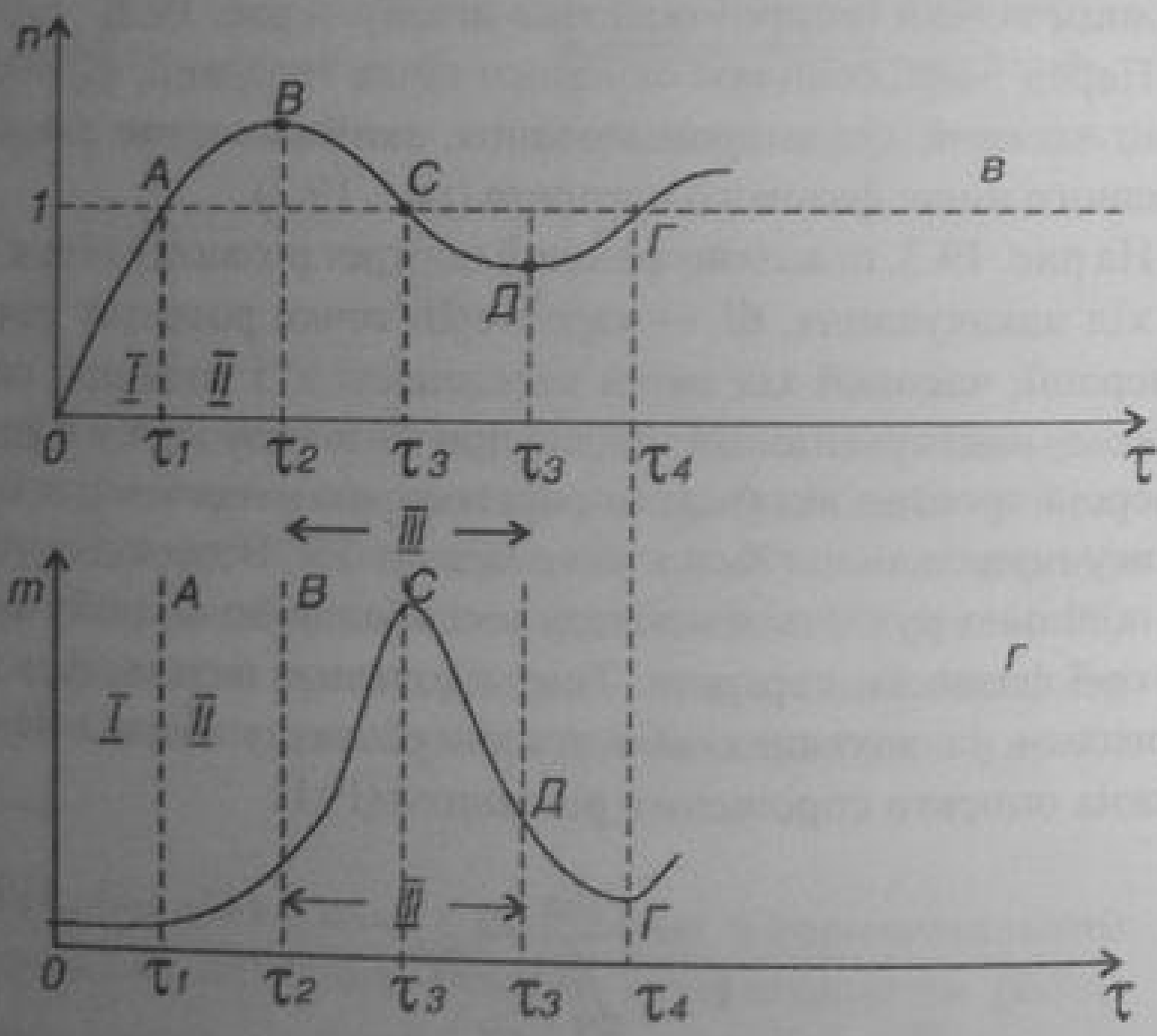

n
B
A
C
1
B
Г
Д
I
II
0
τ_1
τ_2
τ_3
τ_3
τ_4
τ
III
m
A
B
C
I
II
Г
Д
III
Г
0
τ_1
τ_2
τ_3
τ_3
τ_4
τ

Рис. 19.3

Розв'язок другого рівняння має вигляд:

$$n = n_0 e^{-\tau_1} + W(e^{\tau_1} - 1)e^{-\tau_1} = W(1 - e^{-\tau_1}),$$

$$n = n_0 e^{-\tau_1} + W(1 - e^{-\tau_1}),$$

оскільки $n_0 = 0$ при $\tau = 0$ (на початку інверсія була рівна

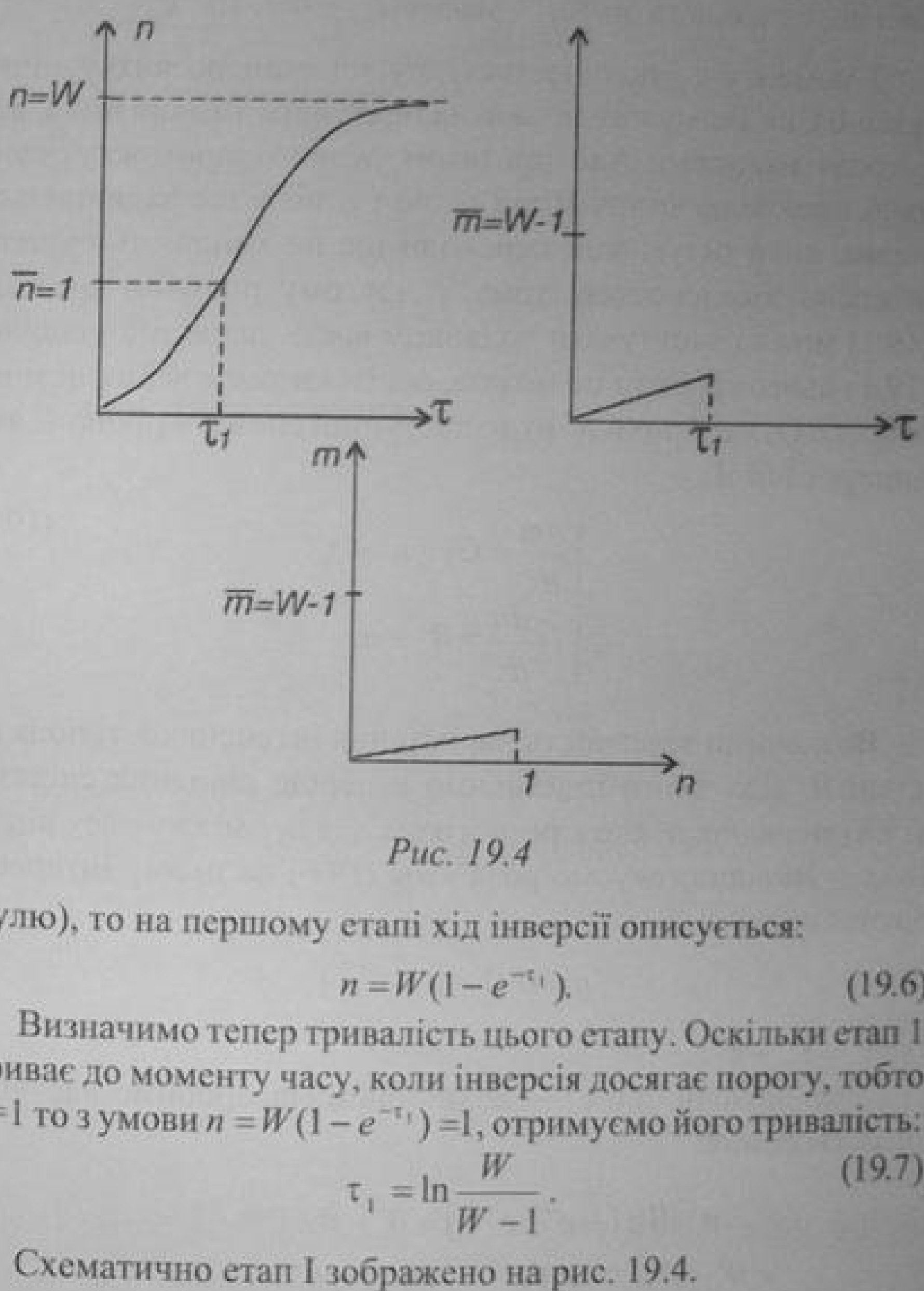


Рис. 19.4

нулю), то на першому етапі хід інверсії описується:

$$n = W(1 - e^{-\tau_1}). \qquad (19.6)$$

Визначимо тепер тривалість цього етапу. Оскільки етап I триває до моменту часу, коли інверсія досягає порогу, тобто $n = 1$ то з умови $n = W(1 - e^{-\tau_1}) = 1$, отримуємо його тривалість:

$$\tau_1 = \ln \frac{W}{W - 1}. \qquad (19.7)$$

Схематично етап I зображено на рис. 19.4.

Відзначимо, що згідно з (19.6) при $\tau_1 \to \infty$ $n = W$.

Це означає, що якби не виникало вимушеного випромінювання, то інверсія могла б доводитися до значення W.

Оцінимо тривалість τ_1. При розумних порогах, тобто при $W = 2 \div 3$, виходить $\tau_1 = 0{,}7 \div 0{,}2$. Отже, в реальному масштабі часу стосовно до Nd^{3+} маємо $T_{\tau_1} \sim 0{,}7 \cdot 10^{-4}$ с.

З моменту τ_1 починається другий етап розвитку пічка (етап II), на якому вже не можна нехтувати зміною поля, яке суттєво наростає. Але протягом деякого проміжку часу, який відповідає етапу II від τ_1 до τ_2, поле ще залишається таким, коли індуковані переходи ще не змінюють суттєво інверсію заселеностей, тому у другому рівнянні системи (19.1) можна знехтувати доданком mn. У першому рівнянні (19.1) цього зробити не можна, оскільки там є великий множник G. Отже, приходимо до наступної системи рівнянь, яка описує етап II:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{d\tau} = Gm(n-1), \\ \dfrac{dn}{d\tau} = W - n. \end{cases} \tag{19.8}$$

Визначимо залежність наростання інтенсивності поля на етапі II. Для цього підставимо в перше рівняння системи (19.8) значення n, яке є розв'язком для проміжку часу від τ_1 до τ_2. Використовуємо розв'язок (19.6) на цьому інтервалі часу, тобто:

$$n = W[1 - e^{-(\tau_1 + \tau')}],$$

де $\tau' = \tau_2 - \tau_1$.

Враховуючи, що τ' — величина мала, зробимо наступні перетворення:

$$n = W(1 - e^{-\tau_1} e^{-\tau'}) = W - We^{-\tau_1(1-\tau')} =$$
$$= W - We^{-\tau_1} + We^{-\tau_1\tau'} = W(1 - e^{-\tau_1}) + We^{-\tau_1\tau'}.$$

Перший доданок у цьому рівнянні є n у кінці першого етапу руху по фазовій траєкторії, а це значить, що $n=1$. Отже, $n=W(1-e^{-\tau_1})=1$. Звідси отримуємо, $We^{-\tau_1}=W-1$. Це означає, що на етапі II інверсію можна записати так:

$$n=1+(W-1)\tau'=1+(W-1)(\tau_2-\tau_1). \qquad (19.9)$$

Отже, перше рівняння в системі (19.8) буде таким:

$$\frac{dm}{d\tau}=Gm(W-1)(\tau_2-\tau_1). \qquad (19.10)$$

Інтегруючи рівняння (19.10) в інтервалі від τ_1 до τ_2 отримуємо:

$$m=m_0\exp\left\{\frac{G(W-1)(\tau_2-\tau_1)^2}{2}\right\}, \qquad (19.10')$$

де m_0 — початкове число квантів у моді (по суті — інтенсивність спонтанного випромінювання в резонаторі на момент виконання порогової умови $n=1$).

Зі співвідношення (19.10′) видно, що на етапі II поле в резонаторі наростає дуже різко по експоненті з квадратичним по часові показником. Таке наростання поля буде відбуватись до моменту, коли вже не можна буде знехтувати індукованими переходами по спустошенню верхнього рівня, тобто починає відбуватись суттєва зміна інверсного стану. Цей момент можна визначити з фізично зрозумілої умови — імовірність індукованих переходів плюс імовірність спонтанних переходів зрівняється з імовірністю переходів, які обумовлені накачуванням при створенні інверсії, тобто:

$$\frac{dn}{d\tau}=0. \qquad (19.11)$$

Значить:

$$W-n(m+1)=0. \qquad (19.11')$$

Отже, інтенсивність m, коли інверсія n досягає максимуму буде рівною:

$$m = \frac{W - n}{n}. \qquad (19.12)$$

Використовуючи (19.10′) і (19.9), які в момент τ_2 рівні, отримуємо:

$$m_0 \exp\left\{\frac{G(W-1)(\tau_2 - \tau_1)^2}{2}\right\} = \frac{W - 1 - (W-1)(\tau_2 - \tau_1)}{1 + (W-1)(\tau_2 - \tau_1)}.$$

Позначимо $\tau_\Lambda = \tau_2 - \tau_1$ тривалість II-го етапу розвитку пічка — так званий етап лінійного розвитку поля в резонаторі. Тоді отримуємо:

$$m_0 \exp\left\{\frac{G(W-1)\tau_\Lambda^2}{2}\right\} = \frac{(W-1)(1-\tau_\Lambda)}{1 + (W-1)\tau_\Lambda}. \qquad (19.13)$$

Оскільки $\tau_\Lambda \ll 1$ при $W \sim 1$, а $W - 1 = \overline{m}$ на цьому етапі то:

$$m_0 \exp\left\{\frac{G\,\overline{m}\,\tau_\Lambda^2}{2}\right\} = \overline{m}.$$

Отже:

$$\ln\frac{\overline{m}}{m_0} = \frac{G\,\overline{m}\,\tau_\Lambda^2}{2}$$

і:

$$\tau_\Lambda = \sqrt{\frac{2\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G\,\overline{m}}}. \qquad (19.14)$$

Оцінимо величину τ_Λ. Типове значення $\dfrac{\overline{m}}{m_0} \simeq 10^{15}$ і $\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0} = 30$, на рівні дво- трикратного перевищення порогу $W = 2 \div 3$, $\overline{m} = W - 1$, то $\overline{m} \simeq 1$, $G = 10^4$.

Значить:

$$\tau_{\Lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{10^4}} \simeq 8 \cdot 10^{-2} .$$

У реальному масштабі часу $t_{\Lambda} \simeq 5 \cdot 10^{-6}$ с. Отже, протягом лінійного етапу розвитку пічка при метровій базі резонатора хвиля зробить приблизно 10^2 проходів.

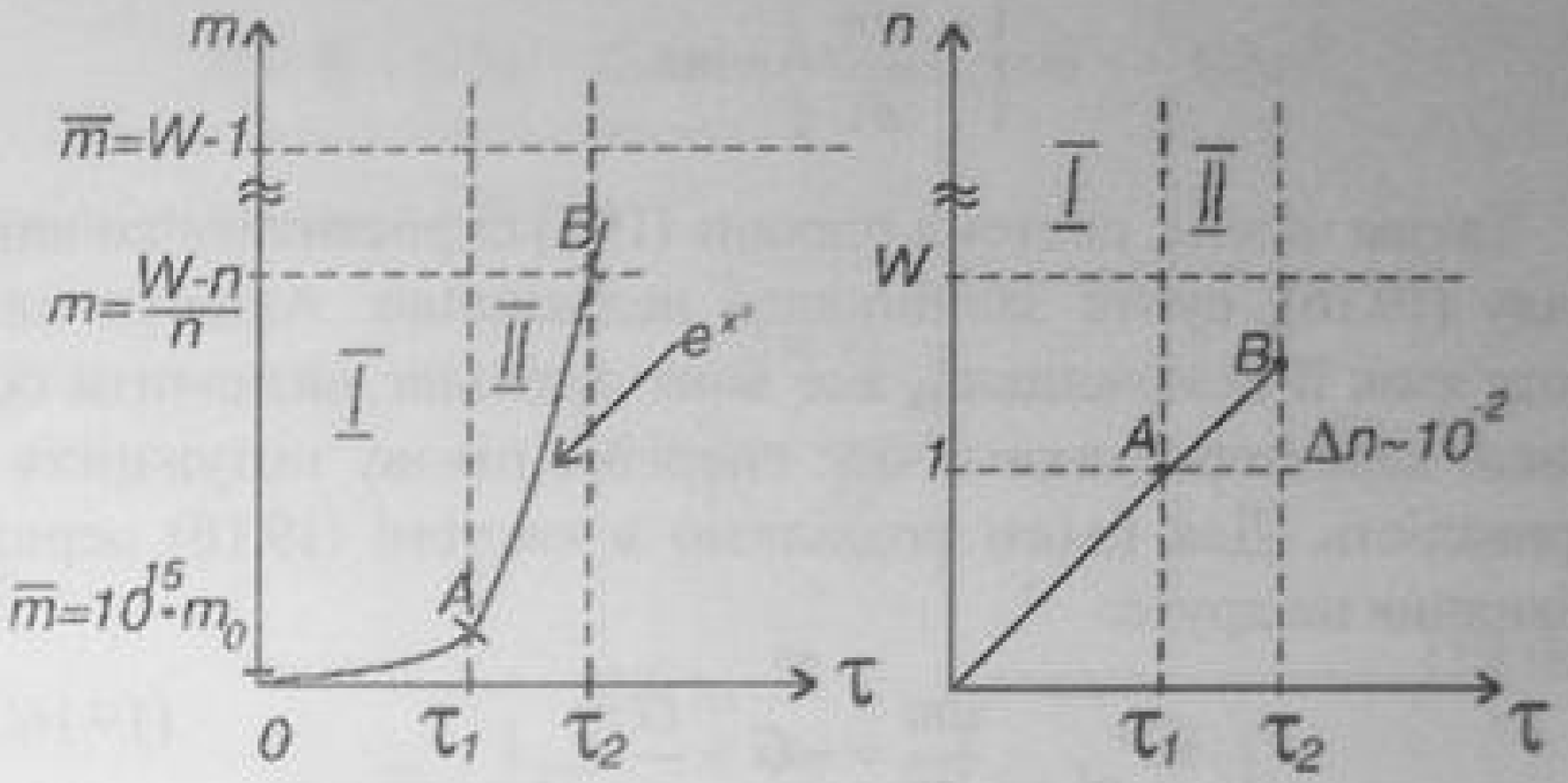


Рис. 19.5

Оцінимо перевищення інверсної населеності над її пороговим значенням у момент часу τ_2. Згідно з (19.9) отримуємо:

$$n - 1 = \Delta n = (W - 1)\tau_{\Lambda} = \overline{m}\,\tau_{\Lambda} = \sqrt{\frac{2\overline{m} \ln \dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}} \sim 8 \cdot 10^{-2}. \qquad (19.15)$$

Лінійний етап називається так тому, що інверсія Δn зростає прямо пропорційно тривалості цього етапу.

Числові оцінки дають $\Delta n \simeq 10^{-2}$, що складає кілька відсотків від порогової величини. Розвиток поля на I і II етапах формування пічка показано на рис. 19.5. Після закінчення II-ого етапу інтенсивність поля наскільки зростає, що індуковані нею переходи починають домінувати над всіма іншими. Починається III-ій етап розвитку пічка — етап вип-

роміінювання пічка вільної генерації. Протягом цього етапу, найкоротшого з усіх, можна знехтувати спонтанним переходами та лісю накачування. Відповідно для III-ого етапу система рівнянь (19.1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{d\tau} = Gm(n-1), \\ \dfrac{dn}{d\tau} = -mn. \end{cases} \tag{19.16}$$

Таким чином, система рівнянь (19.1) спростилась до вигляду (19.16), проте залишилась нелінійною. Аналітичний розв'язок її неможливий, але вона дозволяє визначити основні характеристики пічка: енергію, пікову потужність і тривалість. Для цього розділимо в системі (19.16) перше рівняння на друге:

$$\frac{dm}{dn} = -G + \frac{G}{n}. \tag{19.16'}$$

Співвідношення (19.16′) — лінійне; проінтегрувавши його в інтервалі часу від τ_2 до поточного моменту τ отримаємо:

$$m - m_\Lambda = G(m_\Lambda - n) + G\ln\frac{n}{n_\Lambda}, \tag{19.17}$$

де $m_\Lambda = \dfrac{W - n_\Lambda}{n_\Lambda}$ і $n_\Lambda = 1 + (W-1)\tau_\Lambda = 1 + \overline{m}\tau_\Lambda$ — інтенсивність і інверсна заселеність у кінці лінійної ділянки, тобто на момент часу τ_2. Оскільки $n_\Lambda = 1 + \Delta n$, а $\Delta n << 1$, то $m_\Lambda \simeq W - 1$ і можна вважати, що $m(\tau_2) \simeq \overline{m}$. Максимальне значення випромінювання $\widetilde{m}$ має місце у момент $\widetilde{\tau}_3$, коли $\dfrac{dm}{dn} = 0$. Згідно з (1916) це означає, що $n(\widetilde{\tau}_3) = 1$. Отже, (19.17) перепишемо у вигляді:

$$\widetilde{m}-\overline{m}=G[(n_\Lambda-n)+\ln\frac{n}{n_\Lambda}]=G(n_\Lambda-n)+G[\ln n(\overline{\tau}_3)-$$

$$-\ln n(\tau_2)]=G\Delta n-G\ln(1+\Delta n),$$

бо $\ln n(\widetilde{\tau}_3)=\ln 1=0$.

Внаслідок того, що $\Delta n<<1$, можна останній доданок розкласти в ряд. Отримаємо:

$$\widetilde{m}=\overline{m}+G\Delta n-G\Delta n+\frac{1}{2}G\Delta n^2=\overline{m}+\frac{1}{2}G\Delta n^2,$$

оскільки згідно з (19.15):

$$\Delta n=\sqrt{\frac{2\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}},$$

то

$$\widetilde{m}=\overline{m}+\frac{1}{2}G\frac{2\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}=\overline{m}\left(1+\ln\frac{\overline{m}}{m_0}\right), \qquad (19.18)$$

враховуючи, що $\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}\simeq 30$, то згідно з (19.18) $\widetilde{m}=30\overline{m}$. Це означає, що максимальна інтенсивність пічка перевищує стаціонарну в 30 разів! Починаючи з моменту часу $\widetilde{\tau}_3$, інтенсивність пічка буде спадати до мінімального значення, яке відповідає кінцеві пічка. Момент закінчення пічка τ_3 наступить, коли індуковане випромінювання спаде настільки, що ймовірність індукованих переходів перестане впливати на зміну заселеності рівня.

Визначимо енергію пічка. Для цього в (19.16) друге рівняння домножимо на G і додамо до першого:

$$\frac{dm}{d\tau}+G\frac{dn}{d\tau}=-G\,m,$$

або:

$$dm + Gdn = -Gmd\tau \,. \qquad (19.19)$$

Проінтегрувавши (19.19) в межах від τ_2 до τ_3:

$$m(\tau_3) - m(\tau_2) + G\left[n(\tau_3) - n(\tau_3)\right] = -\int_{\tau_2}^{\tau_3} Gmd\tau \,. \qquad (19.20)$$

У виразі (19.20) праворуч стоїть енергія пічка E, яку перепишемо так:

$$\frac{1}{G}\left[m(\tau_3) - m(\tau_2)\right] + \left[n(\tau_3) - n(\tau_2)\right] = -\int_{\tau_2}^{\tau_3} md\tau. \qquad (19.20')$$

Права частина рівняння (19.20′) є енергією, яка випромінена системою:

$$E = \int_{\tau_2}^{\tau_3} md\tau \,.$$

Раніше відзначено, що $m(\tau_3) \simeq m(\tau_2)$. Тому першим доданком в (19.20′) нехтуємо й отримуємо:

$$E = n(\tau_2) - n(\tau_3) \,. \qquad (19.20'')$$

Раніше ми підрахували, що $n(\tau_2) = 1 + \Delta n$. Інверсію на момент τ_3 знайдемо, інтегруючи друге рівняння в системі (19.16):

$$\frac{dn}{d\tau} = -mn \;\text{ або }\; \frac{dn}{n} = -md\tau$$

і

$$n(\tau_3) = n(\tau_2)\exp\left\{-\int_{\tau_2}^{\tau_3} md\tau\right\} = n(\tau_2)\exp\{-E\} \,. \qquad (19.21).$$

Підставляючи $n(\tau_3)$ до (19.20″), отримаємо:

$$E = n(\tau_2)(1 - e^{-E}) \,. \qquad (19.22).$$

Оскільки $\Delta n << 1$, то і $E << 1$, і, отже в (19.22) можна розкласти експоненту в ряд:

$$E = n(\tau_2)\left(1 - 1 + E - \frac{E^2}{2}\right), \qquad (19.22')$$

тобто:

$$E = \frac{2\left[n(\tau_2) - 1\right]}{n(\tau_2)} = \frac{2\Delta n}{1 + \Delta n} \approx 2\Delta n.$$

Оскільки:

$$\Delta n = \sqrt{\frac{2\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}},$$

то

$$E = 2\sqrt{\frac{2\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}} \simeq 0{,}16, \qquad (19.22'')$$

що і підтверджує мале значення E. З того, що $E = 2\Delta n$ випливає, що після висвічування пічка, інверсна населеність $n(\tau_3) = 1 - \Delta n$, тобто провал інверсної населеності нижче порогового рівня, рівний перевищенню над пороговим рівнем у кінці лінійного етапу. Отже, енергія пічка обмежена можливим значенням Δn, тобто лазер має самообмеження.

Якщо пічок має дзвіноподібну форму, то його тривалість буде визначатись відношенням його енергії до максимальної інтенсивності і:

$$\tau_{II} = \tau_3 - \tau_2 = \frac{E}{\widetilde{m}} = \frac{2\sqrt{\dfrac{2\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}{G}}}{\overline{m}\left(1 + \ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}\right)} \simeq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{G\,\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}},$$

оскільки $1 << \ln\frac{m}{m_0}$. Отже:

$$\tau_n = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{G\,\overline{m}\ln\frac{\overline{m}}{m_0}}}. \qquad (19.23).$$

Зробивши числову оцінку тривалості пічка при значеннях $G = 10^4$; $\overline{m} = 1$, $\ln\frac{\overline{m}}{m_0} = 30$ отримаємо $\tau_n \simeq 5\cdot 10^{-3}$. Отже, в реальному часі тривалість пічка $\sim 10^{-7}$ *с*.

Тривалість пічка, як бачимо, менша тривалості лінійного етапу $\tau_A \simeq 10^{-2}$, а $\tau_1 \sim 0{,}7 - 0{,}1$. Схематично всі три етапи розвитку пічка показано на рис. 19.3.

Оцінимо інтенсивність поля із закінченням III етапу, тобто на момент τ_3. Визначимо його з умови мінімуму інверсії, тобто $\frac{dn}{d\tau} = 0$ і, отже:

$$m = \frac{W - n}{n}. \qquad (19.24).$$

Тому:

$$m(\tau_3) = \frac{W - 1 + \Delta n}{1 - \Delta n} = \frac{\overline{m}(1 + \tau_A)}{1 - \overline{m}\tau_A}, \qquad (19.25)$$

$$m(\tau_2) = \frac{W - 1 - \Delta n}{1 + \Delta n} = \frac{\overline{m}(1 - \tau_A)}{1 + \overline{m}\tau_A}. \qquad (19.25').$$

З (19.25) і (19.25′) видно, що інтенсивність поля у момент τ_3 вища, ніж в τ_2. Після моменту τ_3 випромінювання пічка зупиняється, але продовжується спонтанне випромінювання. Внаслідок цього заселеність верхнього рівня дещо зменшується. Але накачування продовжує діяти і відповідно знову починається заселення верхнього рівня. При цьому по-

чаткове поле (m_0) буде більше, ніж у попереднього пічка. В результаті цього скорочується інтервал τ_Λ. Оцінимо значення інтенсивності випромінювання на ділянці до моменту τ_4, коли будуть виконані порогові умови для наступного пічка. Розрахунок такий же, як і для ділянки $\tau_1 \div \tau_2$ з врахуванням того, що поле не зростає, а згасає. В результаті отримуємо:

$$m(\tau_{\Lambda 2}) = m_0\left[1 + 2\tau_\Lambda(\overline{m}+1)\right]. \qquad (19.26)$$

Отже, поле, з якого починається розвиватись наступний пічок більше попереднього (фотонна пам'ять). Оскільки початкове поле m_0 визначає тривалість τ_Λ, а кожний наступний пічок починається з більшого значення m_{0i}, то $\tau_{\Lambda i}$ зменшується. Тривалість лінійного етапу другого пічка пов'язана з тривалістю першого співвідношення:

$$\tau_{\Lambda 2} = \tau_{\Lambda 1}\left(1 - \frac{1+\overline{m}}{\sqrt{G\,\overline{m}\ln\dfrac{\overline{m}}{m_0}}}\right). \qquad (19.27)$$

Зі зменшенням τ_Λ спадає і $\Delta n = \overline{m}\tau_\Lambda$:

$$\Delta n_2 = \Delta n_1 - \frac{2(\overline{m}+1)}{G\,m}. \qquad (19.28)$$

Відповідно зменшується і пікове значення поля:

$$\widetilde{m}_1 - \widetilde{m}_2 \approx 2\cdot\frac{1+\overline{m}}{\sqrt{G\,\overline{m}}}\sqrt{2\ln\frac{\overline{m}}{m_0}},$$

$$\widetilde{m}_2 = \widetilde{m}_1 - 2(\overline{m}+1)\tau_\Lambda, \qquad (19.29)$$

$$E_1 - E_2 = \Delta E = \frac{4(\overline{m}+1)}{G\,\overline{m}} \sim 10^{-4}. \qquad (19.30)$$

З виразів (19.28 ÷ 30) випливає, що пічки згасають, але дуже повільно — всього на десяті долі відсотка. Слабке

згасання обумовлено великим значенням G. Згасання пічків визначається їх зв'язком через поле (фотонна пам'ять).

Повільність згасання, зазвичай, не перешкоджає виходу на стаціонарний рівень генерації. Але на практиці всі твердотільні лазери в звичайних умовах не виходять на стаціонарний рівень випромінювання, а працюють у режимі хаотичних пульсацій. Для з'ясування такої неузгодженості потрібно врахувати, що лазер знаходиться, як правило, під впливом механічних збурювань. Вони викликають роз'юстування резонатора, тобто додаткові втрати. Ці втрати змінюють пороговий рівень інверсної населеності. Так, якщо до моменту τ_4 (рис. 19.3) втрати в резонаторі зросли, то порогова умова виконається пізніше, а, отже, рівень поля в резонаторі до цього моменту може виявитись більшим чи меншим попереднього. В результаті пічок буде меншим чи більшим попереднього, тобто не буде згасання. Зв'язок між пічками розірветься. Можна оцінити, яка має бути модуляція втрат. Для того, щоб $m(\tau_4) = m_0$ достатньо приросту населеності δn рівного приросту втрат:

$$\delta n = \frac{2(\overline{m}+1)}{G\,\overline{m}}. \qquad (19.31)$$

Звідси випливає, що зміна втрат відповідає порядку G^{-1}, від рівня порогових значень n. Це мала величина, яка легко досягається на практиці внаслідок неконтрольованих змін параметрів резонатора. Оскільки чутливість рівна 10^{-4}, то перекоси дзеркал у частці кутових секунд дуже помітні. Таку високу чутливість використовують для визначення втрат на рівні $10^{-7} \div 10^{-8}$ см$^{-1}$ (зміна констант Керра повітря і т. і.).

Розглянемо питання про частоту збурень, які обумовлюють вищезгадані втрати. Зрозуміло, що за умови — період втрат більший, ніж час згасання пучків — пічки будуть згасати і режим буде квазістаціонарний, при якому відслідковується зміна втрат. З іншого боку, коли частота збурень

буде значно більшою за частоту надходжень пічків, відбудеться усереднення збурень і лазер вийде на стаціонарний режим роботи. Отже, частота збурень має знаходитись поблизу частоти надходження пічків. Для визначення небезпечних частот збурень розглянемо режим поблизу стаціонарного рівня генерації. Якщо лазер вивести зі стаціонарного стану, він поведе себе як добротний коливальний контур. Дійсно, частота його коливань:

$$\Omega_0 = \sqrt{G(W-1) - \frac{W^2}{4}} \simeq \sqrt{G\,\overline{m}} \sim 10^2, \qquad (19.32)$$

тобто в реальному масштабі $\Omega = 10^6\,\text{с}^{-1}$, що суттєво більше ніж постійне згасання $\bar{\tau} = \frac{2}{W}$. При цьому ширина резонансної кривої:

$$\Delta\Omega = \frac{1}{T} = \frac{W}{2}. \qquad (19.33)$$

Отже добротність коливань:

$$Q = \frac{\Omega_0}{\Delta\Omega} = \frac{2\sqrt{G\,\overline{m}}}{W} = \frac{2\sqrt{G(W-1)}}{W} \simeq 10^2$$

— достатньо висока. Отже, найбільш небезпечні частоти для збудження коливань лазера потрапляють до діапазону $\Omega_0 \pm \Delta\Omega$. Розглянемо поведінку лазера під дією збурення, яке змінюється за гармонічними законами на частоті Ω. Нехай $\delta_n = \beta\cos\Omega\tau$. Тоді:

$$\begin{cases} \dfrac{dm}{d\tau} = Gm(n-1-\beta\cos\Omega\tau), \\ \dfrac{dn}{d\tau} = W-(n-\beta\cos\Omega\tau)(\mathrm{m}+1), \end{cases} \qquad (19.35)$$

Для розв'язку (19.35) методом теорії збурень допустимо, що:

$$m = \overline{m} + \mu e^{i\Omega t} + \text{к.с.}$$
$$n = \overline{n} + \eta e^{i\Omega t} + \text{к.с.}$$

або: (19.36)

$$m - \overline{m} = \mu e^{i\Omega t},$$
$$n - \overline{n} = \eta e^{i\Omega t},$$

і, відповідно:

$$\mu i\Omega e^{i\Omega t} = G[\eta e^{i\Omega t} - \beta(e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t})](\overline{m} - \mu e^{i\Omega t}),$$
$$\eta i\Omega e^{i\Omega t} = W - (\overline{m} + \mu e^{i\Omega t} + 1)(\overline{n} + \eta e^{i\Omega t}).$$

Підставивши (19.36) в (19.35), отримаємо:

$$\mu = \frac{G\overline{m}\beta}{2} \cdot \frac{i\Omega + W}{\Omega^2 - G\overline{m} - i\Omega W}, \qquad (19.37)$$
$$\eta = -\frac{G\overline{m}\beta}{2} \cdot \frac{1}{\Omega^2 - G\overline{m} - i\Omega W}.$$

Умова малості збурення (μ і $\eta << 1$) приводить до висновку, що необхідно вимагати виконання умови:

$$\frac{G\overline{m}\beta}{2}\left|\frac{i\Omega + W}{\Omega^2 - G\overline{m} - i\Omega W}\right| << 1. \qquad (19.38)$$

Звідси випливає, що ефект буде максимальним у тому випадку, якщо збурення діє на частоті:

$$\Omega^2 = G\overline{m} = \Omega_0^2. \qquad (19.39)$$

Отже частоти поблизу Ω_0 найбільш небезпечні для порушення стаціонарного режиму генерації. З (19.39) випливає, що максимальне значення β можна знайти з умови резонансу:

$$\frac{G\overline{m}\beta}{2}\left(\frac{i\Omega + W}{i\Omega W}\right) << 1.$$

Збурення не вплинуть на генерацію, якщо їх амплітуда задовольняє вимогу:

$$\beta << \frac{2(\overline{m}+1)}{G\,\overline{m}} \sim 10^{-4}. \qquad (19.40)$$

Це збігається з отриманим раніше результатом (19.31).

Таким чином, для стаціонарної генерації необхідно усунути збурення на частоті власних релаксаційних коливань. При умові просторово-неоднорідного поля в резонаторі, коли й інверсна заселеність є просторово-неоднорідною, чутливість лазера до збурень зростає. Тому для отримання стаціонарної генерації твердотільних лазерів доводиться вирішувати деякі технічні проблеми. Так, наприклад, лазер на рубіні при $\gamma = 0{,}01\ \ см^{-1}$ відчуває зміни у втратах $\sim 10^{-7}\, см^{-1}$. Лазер потрібно ізолювати від зовнішніх впливів і тоді дійсно спостерігатиметься в результаті автоколивального режиму вихід на стаціонарну генерацію.

Лазер не одразу виходить на неї, оскільки реакція інверсної населеності на накачування визначається часом спонтанного розпаду $\sim 10^{-3} \div 10^{-5}$ с, а відгук поля швидкий — час життя фотонів у резонаторі $\sim 10^{-8}$ с. Відмінності в цих реакціях і обумовлюють природу релаксаційних процесів. Наприклад, для середовища з малим часом T_1 (скажімо, для родаміна 6Ж $T_1 \approx 10^{-8}$ с) генерація відразу стає стаціонарною. Аналогічний ефект має місце і для газових лазерів.

Контрольні питання

1. Порівняйте характеристики режимів нестаціонарної генерації лазера.

2. Проаналізуйте безрозмірні балансні рівняння. Що в них не враховується?

3. Які етапи зміни поля в резонаторі за часом?

4. Які фізичні умови мають виконуватись, щоб лазер вийшов на стаціонарний режим генерації?

§20. Лазер з модуляцією добротності резонатора

Все, що говорилося раніше стосується режиму вільної генерації. Отримані вирази дозволяють визначити основні характеристики випромінювання. З них, зокрема, випливає (див. (18.15) і (18.29)), що енергія і потужність окремого пічка не дуже великі — порядку 0,01-0,1 Дж і кількох кіловат при тривалості 10^{-6} с й інтервалами між пічками 10^{-5} с. Підвищуючи накачування, можна лише незначно збільшити ці параметри випромінювання. З виразів для енергії та потужності пічка випливає, що ці характеристики визначаються перевищенням інверсної населеності порогового рівня. Величина ж перевищення цього рівня в режимі вільної генерації незначна (див. (18.22)). Причиною останнього є поле в резонаторі, яке наростає за короткий час, недостатній для досягнення високого перевищення порогового рівня інверсної населеності. Отже, якщо уникнути наростання поля в резонаторі, можна запасти в активному середовищі велику інверсну населеність. Ці міркування і покладено в основу функціонування лазерів із модульованою добротністю резонатора. Такий режим роботи лазера називається *режимом генерації з модуляцією добротності або режимом Q-модуляції, або генерації з керованою добротністю, або генерацією гігантських імпульсів (ГІ).*

Принцип роботи лазера в режимі ГІ полягає в тому, що за допомогою відповідного пристрою (Q-пристрою), можна змінювати добротність резонатора в процесі дії імпульсу накачування. Процес генерації лазера з Q-пристроєм полягає в тому, що на початку дії імпульсу накачування добротність резонатора низька. Тому поріг генерації, а отже і порогова інверсія населеності, великі. Це означає, що на метастабільному рівні, наприклад, у рубіна на рівні E або у неодиму на рівні ${}^4F_{3/2}$, накопичується частинок значно біль-

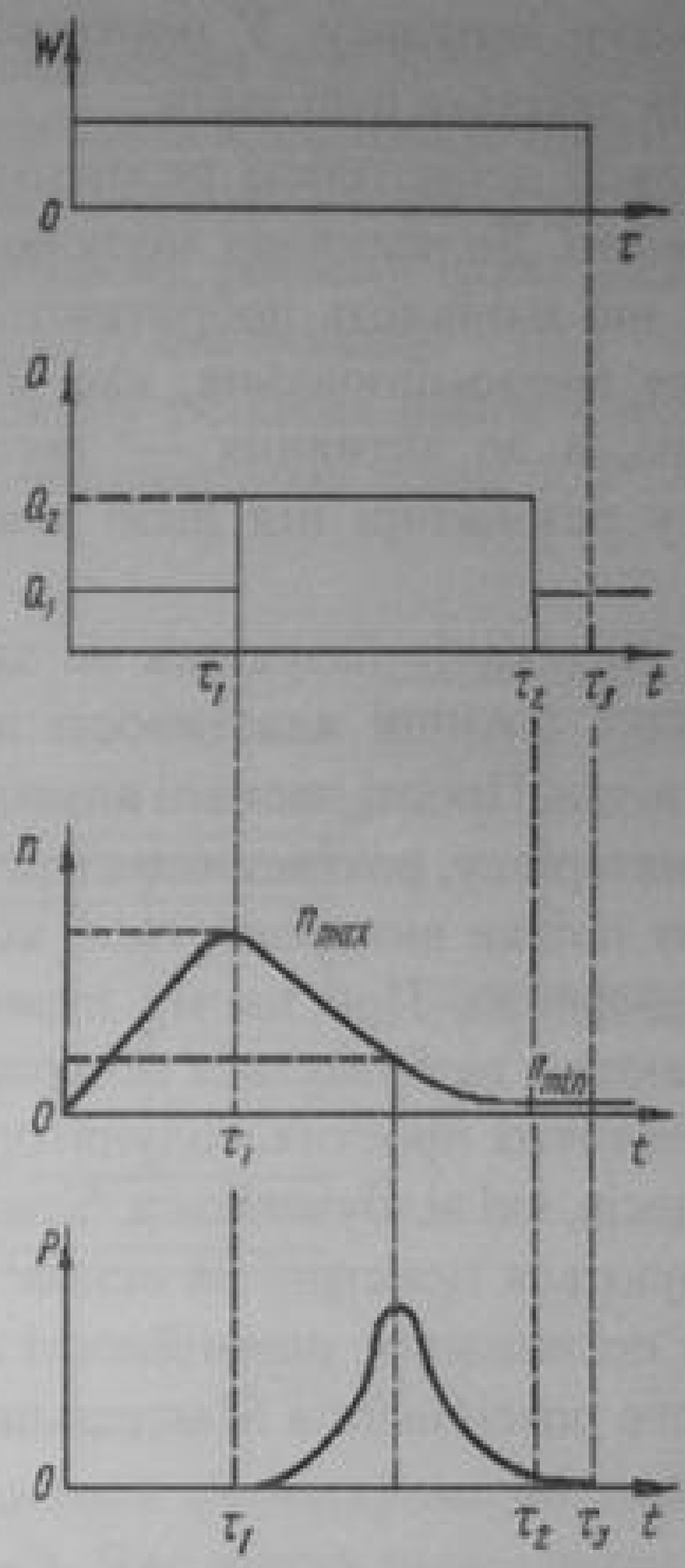


Рис. 20.1

ше при тому ж накачуванні, як у випадку «добротного» резонатора. Отримавши таким чином максимальну інверсію для низької добротності резонатора, виконаємо «миттєве» включення Q-пристрою, забезпечивши високу добротність резонатора. В результаті, виникає суттєве перевищення підсилення в лазері над втратами і випромінюється короткий і потужний імпульс світла. Схематично картину утворення ГІ показано на рис. 20.1. Природно, швидкість відкривання Q-перемикача має бути набагато більшою від швидкості

утворення лазерного імпульсу. У протилежному випадку буде генеруватися декілька імпульсів.

Методи модуляції добротності резонатора поділяються на *пасивні* та *активні*. До пасивних модулюючих пристроїв відносяться такі, що змінюють добротність резонатора під дією самого поля випромінювання, яке збуджується всередині резонатора, а до активних — такі, що змінюють величину втрат у резонаторі під дією зовнішнього керуючого сигналу.

Дія пасивних вимикачів базується на здатності матеріалів змінювати свої оптичні властивості під впливом падаючого на них світла. Прості пасивні вимикачі — це плівка з поглинаючого матеріалу, розташована в резонаторі лазера. У певний момент плівка випаровується, відкриваючи розміщене за нею дзеркало. При цьому втрати в резонаторі лазера різко падають і відбувається генерація гігантського імпульсу. Недолік таких простих модуляторів полягає у незворотності процесів, які відбуваються. У зв'язку з чим, частіше використовуються пристрої на основі зворотних процесів: насичення поглинання, нелінійності коефіцієнта відбиття, вимушеного розсіювання Мандельштама-Бриллоена, самофокусування.

Перемикачі на середовищах з насиченим поглинанням

Дію *пасивного перемикача* засновано на використанні оптичних матеріалів, які резонансно просвітлюються. У незбудженому стані вони мають невисокий коефіцієнт пропускання для випромінювання на робочій довжині хвилі, тобто несуть великі втрати. В міру наростання інтенсивності випромінювання, яке виникає в резонаторі, молекули, що поглинають лазерне випромінювання, переходять на більш високий енергетичний рівень. У зв'язку з цим збільшується коефіцієнт пропускання, а отже зростає добротність резонатора. Максимальна добротність у резонаторі виникає в

момент, коли перемикач повністю просвітлюється, тобто відбувається насичення коефіцієнта поглинання. Таку властивість мають декілька органічних сполук, які можна розглядати як дворівневу систему (рис. 20.2) з великим поперечником перерізу поглинання $\sim 10^{-17} - 10^{-7}$ см^2. На рис. 20.2. наведено схему робочих рівнів фтолоціаніна (s,s' — основні та збуджені синглетні стани, T, T' — відповідно триплетні стани).

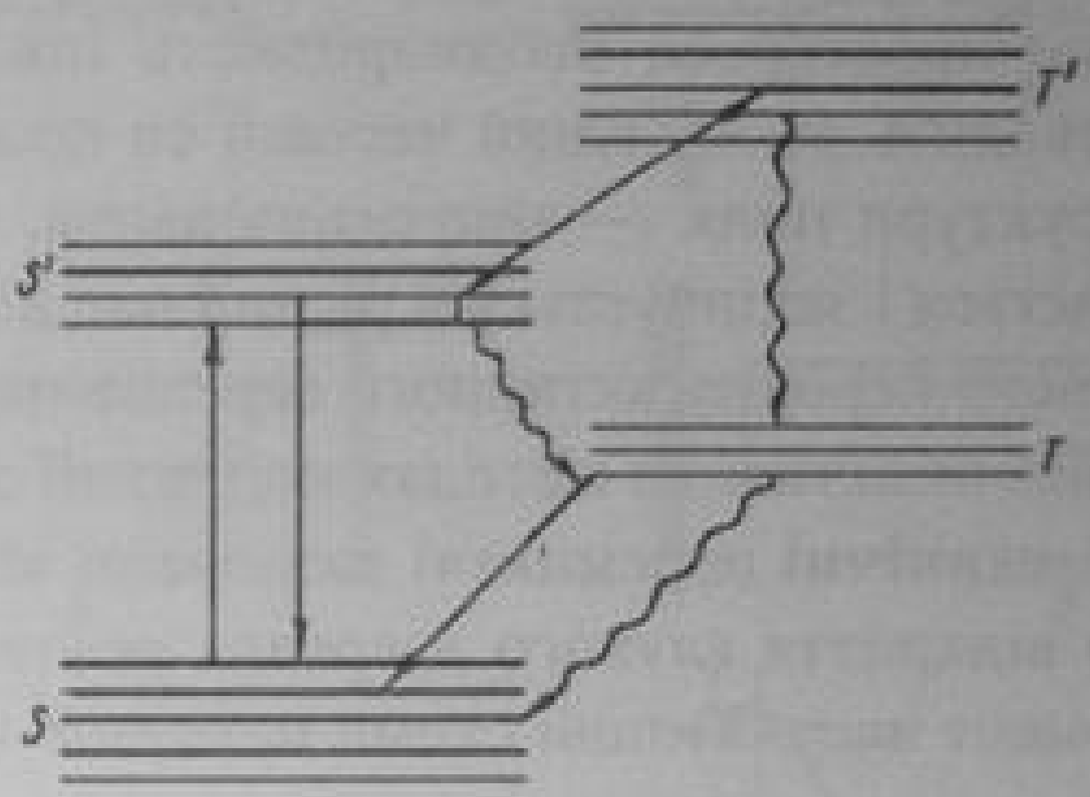


Рис. 20.2

Робочими рівнями *фототропного перемикача* є синглетні рівні (s і s'). Час життя цього переходу $10^{-12} - 10^{-8}$ с. Наявність заборонених переходів впливає на параметри модулятора. Велике значення має розчинник, оскільки суттєво виливає на структуру рівнів. У випадку рубіна переріз поглинання ($\lambda = 0{,}69$ мкм) порядку $\sim 10^{-17} - 10^{-7}$ см^2 для поліметинових і криптоціанових фарбників.

При використанні *фототропних перемикачів* генеруються імпульси тривалістю порядку 10^{-8} с. При цьому ККД генерації складає 30-50%. Практична реалізація генерації пов'язана з таким підбором пропускання модулятора, при якому генерується один імпульс. Зі збільшенням рівня накачування можлива поява другого, третього і т.п. гігантських імпульсів.

Перевагою фототропних перемикачів є простота конструкції і малі габарити, недоліком — поглинання значної частини енергії випромінювання як у період просвітлення, так і в період випромінювання імпульсу генерації внаслідок неповного просвітлення перемикача. Окрім того, спостерігається розкид моментів просвітлення, що пов'язано з нестабільністю оптичного накачування і температурою активного елемента, зі зміною характеристики просвітлювальної речовини за часом у результаті фотохімічних реакцій. Треба відмітити, що просторова неоднорідність інверсної населеності призводить до складної часової та просторової залежності структури поля — випромінювання, так як генерація починається і закінчується в різний час для різних точок поперечного перерізу активного середовища.

Зупинимось на активних методах модуляції добротності.

Оптико-механічні перемикачі засновано за принципом механічного відкриття глухого дзеркала резонатора у відповідний момент часу. Типові схеми показано на рис. 20.3.

Дискові перемикачі (рис. 20.3) виготовляються у вигляді тонкого металічного диска з одним чи декількома отворами або вирізом у вигляді сектора. Такий диск насаджується на вісь швидкісного двигуна і розташовується в резонаторі поблизу глухого дзеркала. Для скорочення часу перемикання у випадку плоскопаралельного резонатора використовуються дві софокусні лінзи, які звужують переріз світлового пучка до часток міліметра і саме в цьому місці він переривається диском. Якщо ж резонатор сферичний, то диск розташовують у найвужчому місці каустики. У такого типу модуляторів час перемикання не менший кількох мікросекунд і, природно, визначається швидкістю обертання диска і поперечниками світлового пучка, який перекривається.

На жаль, при потужних світлових імпульсах краї перемикача підгоряють і виходять з ладу, що і зумовило не-

велике розповсюдження таких модуляторів. Більш широко застосовуються модулятори із дзеркалом, граткою чи призмою, які обертаються (рис. 20.3,*б* і *в*). Звичайно використовуються *призми «дахи»*, оскільки вони малочутливі до биття вісі двигуна і характеризуються високою стійкістю до дії потужного випромінювання.

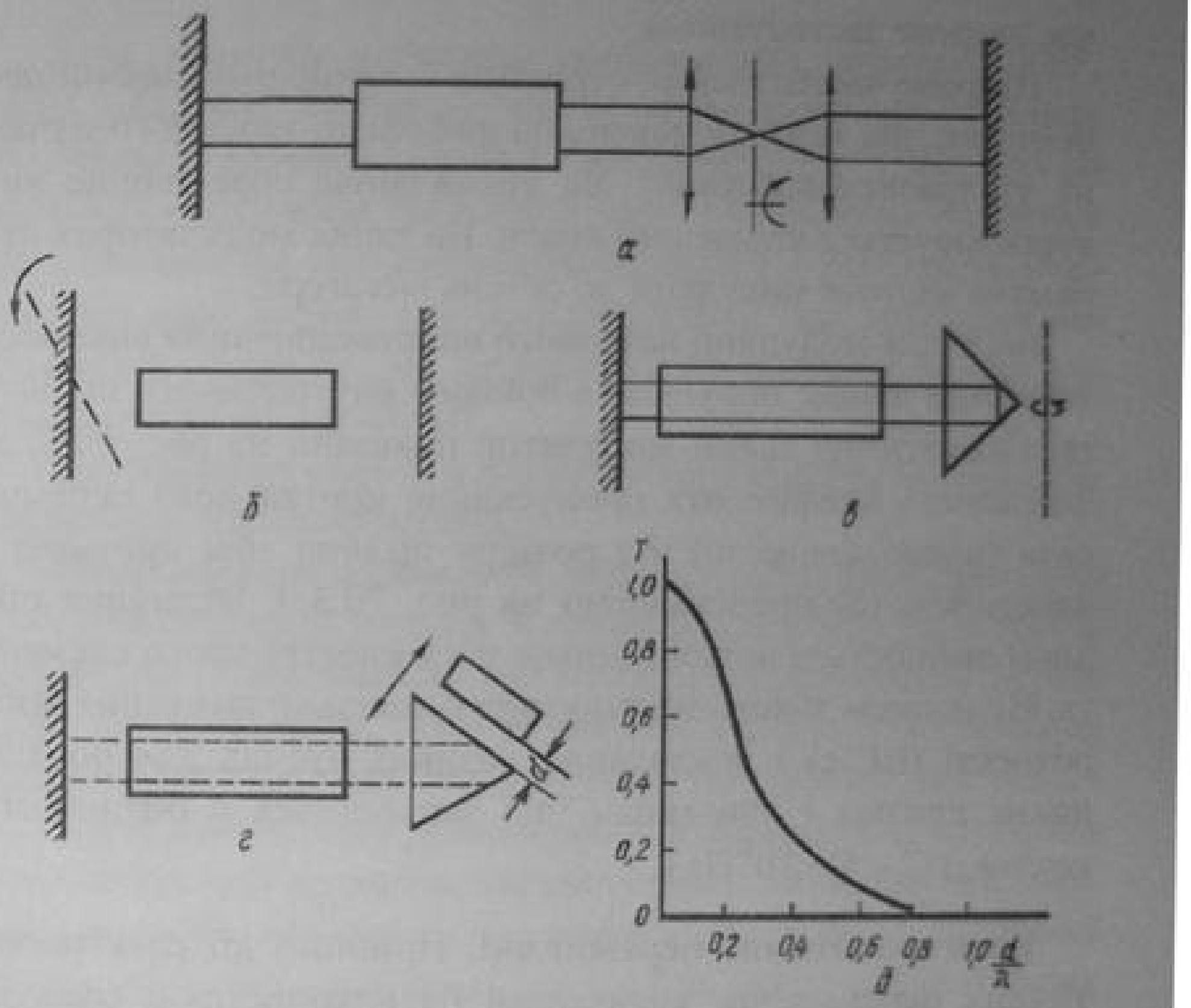


Рис. 20.3

Унаслідок високих швидкостей обертання (30000-80000 *об./хв.*) виготовлення таких перемикачів потребує якісного балансування всіх елементів пристрою. При юстуванні необхідно призму виставляти так, щоб її ребро ділило діаметр пучка лазерного випромінювання (діаметр активного тіла)

навпіл. Зміщення призми «дах» від центру світлового пучка на 10% знижує вихідну потужність на 20%. Синхронізація моменту вмикання добротності резонатора і моменту підпалу лампи накачування, виконується за допомогою фотоелектричних, електромагнітних і електроіскрових пристроїв. Згадані призми в силу своєї надійності, малої чутливості до температурних змін і простоти юстування знайшли в свій час широке застосування.

Широке застосування отримали й *оптико-механічні* переминкачі, дія яких заснована на дифракції лазерного пучка на ультразвуковій хвилі. Як управляюче середовище використовується плавлений кварц. На таких модуляторах отримана частота модуляції до сотень мегагерц.

Іноді для модуляції лазерного випромінювання використовується явище порушення повного внутрішнього відбиття. Схематично такий модулятор показано на рис. 20.3, *г*. Залежність коефіцієнта пропускання контактного переминкача (праве дзеркало) від розміру щілини між призмою і пластиною (d) представлено на рис. 20.3,*д*. Величина щілини змінюється за допомогою п'єзоелектричного елемента. Недоліком такого модулятора є повільне вмикання добротності (10^{-6} с) і докладання великих зусиль для роз'єднання призми і пластинки, що знаходяться в оптичному контакті $(2-5)\times10^{6}$ Па).

Електрооптичні перемикачі. Принцип дії електрооптичних перемикачів заснований на використанні ефектів Покельса чи Керра. Схему лазера з електрооптичним перемикачем наведено на рис. 20.4 ($П_1$ і $П_2$ — поляризатори, *ЕОМ* — електрооптичний модулятор, *АЕ* — активний елемент). Такі пристрої широко застосовуються. Як електрооптичні матеріали використовуються речовини, які мають високу стійкість і невеликий рівень внесених втрат у широкому спектральному діапазоні.

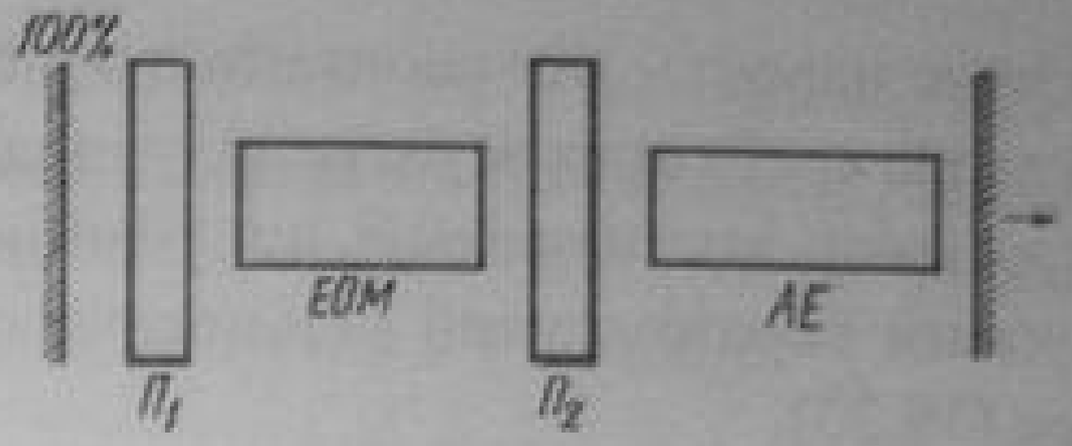


Рис. 20.4

Цим вимогам найкраще відповідають кристали *КДР*, *АДР* і $LiNbO_3$. Перші — здатні працювати при густинах потужності випромінювання 100-200 МВт/см^2 і частотах до кілогерца протягом тривалого часу. Основними вимогами до перемикачів моноімпульсного лазера є швидкість вмикання і малі втрати у відкритому стані. Час відкриття перемикача 10-30 нс. До недоліків слід віднести високі управляючі поля — 5-20 кВ.

Розглянемо умови отримання гігантського імпульсу й основні його характеристики.

Почнемо з ідеалізованого випадку миттєвого вмикання добротності, коли перехід зі стану малої добротності резонатора до стану високої добротності відбувається миттєво (рис. 20.5). Тоді на момент часу $\tau = 0$ отримуємо активне середовище з високим коефіцієнтом підсилення, яке знаходиться в добротному резонаторі. Експеримент показує, що тривалість усіх процесів, які наступають за початковим моментом, набагато менша характерних часів зміни інверсної населеності під дією накачування і за рахунок спонтанних переходів. Отже, процес випромінювання ГІ описується вкороченою системою рівнянь (18.23). Його можна поділити на ряд станів, подібно процесу випромінювання пічка вільної генерації. Перший стан — накопичення інверсної населеності — нічим не відрізняється від першого стану для пічкового режиму, лише момент його закінчення задається ззовні, коли забирають додаткові втрати. Другий — стан лінійного розвитку, коли інверсна населеність залишається

постійною, а поле наростає від спонтанного рівня до рівня, починаючи з якого треба враховувати індуковані переходи. На цьому етапі ріст інтенсивності випромінювання описується наступним виразом, який випливає з першого рівняння системи (18.23):

$$m = m_0 \exp\{G(n_0 - 1)t\}, \qquad (20.1)$$

де n_0 — інверсна населеність на момент $\tau = 0$.

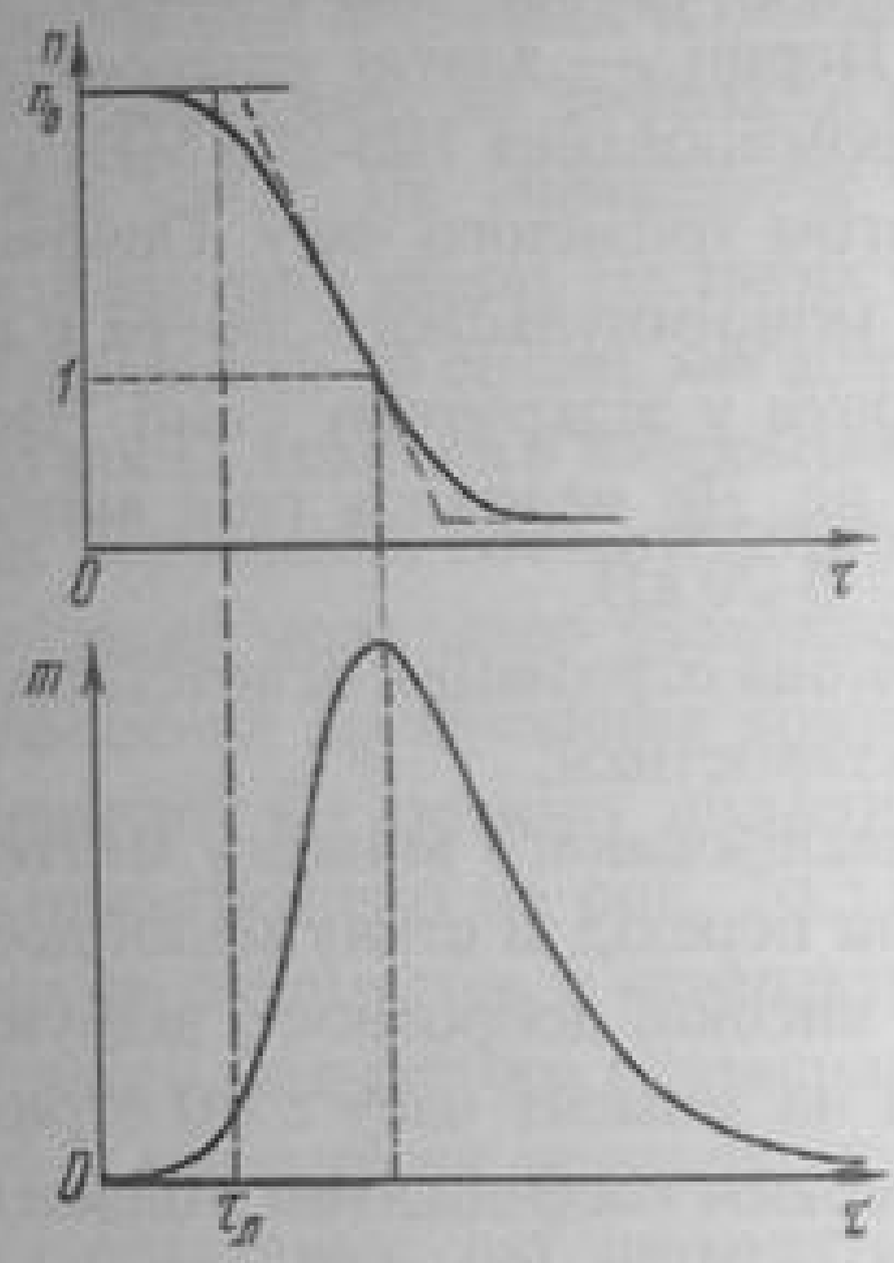


Рис. 20.5

Чіткий чисельний розв'язок на ЕОМ представлений на рис. 20.5 суцільними лініями. Аналітичний розв'язок неможливий в силу нелінійності системи (18.23), але можна визначити енергію та пікову потужність імпульсу. Вираз (18.24) визначає пікову потужність, якщо врахувати, що в максимумі імпульсу $n = 1$. Відносно гігантського імпульсу ще більш справедливе нехтування початковим значенням випромінювання $m_\wedge$ отже:

$$\tilde{m} = G(n_0 - 1 - \ln n_0). \qquad (20.2)$$

З рис. 20.5 випливає, що у момент максимуму імпульсу швидкість зміни інверсної населеності досягає теж максимуму. Це легко побачити з другого рівняння системи (18.23), переписавши його у вигляді:

$$\frac{d}{dt}(\ln n) = -m. \tag{20.3}$$

Дійсно, максимум похідної досягається в точці максимуму m, тобто при $m = \tilde{m}$. Використовуючи це, оцінимо тривалість лінійного етапу як момент, коли швидкість зміни інверсної населеності складає 0,1 максимальної, тобто:

$$m(\tau_{\wedge}) n_0 = 0{,}1\tilde{m}. \tag{20.4}$$

Тоді отримаємо:

$$\tau_{\wedge} = \frac{1}{G(n_0 - 1)} \ln\left(\frac{0{,}1\tilde{m}}{m_0 n_0}\right), \tag{20.5}$$

звідки випливає, що залежність $\tau_{\wedge}$ від вибору рівня $m(\tau_{\wedge})$ слабка (логарифмічна), і з точністю до порядку величини вираз (20.5) дозволяє оцінити тривалість лінійного етапу розвитку. Ця тривалість значно коротша тривалості лінійного етапу пічка, якщо n_0 перевищує пороговий рівень достатньо сильно, що підтверджує правильність припущень, зроблених при отриманні системи рівнянь (18.3).

Визначимо тепер енергію гігантського імпульсу з виразу (18.28), який, у даному випадку, набуває вигляду:

$$\frac{1}{n_0} = (1 - e^{-E}) / E. \tag{20.6}.$$

З (20.6) випливає, що для $n_0 >> 1$ випромінювана енергія збігається із збереженою в середовищі, тобто:

$$E \approx n_0, \tag{20.7}$$

а це означає, що інверсною населеністю, яка залишилась, можна знехтувати. Для оцінок практично уже при $n_0 > 2$ можна використати (20.7).

Яка ж тривалість гігантського імпульсу? Використана проста оцінка для пічка вільної генерації, тут не може бути застосовано, бо гігантський імпульс асиметричний (рис. 20.5). Швидкість наростання переднього фронту більша швидкості спадання заднього. Але оцінка тривалості гігантського імпульсу, відношення його енергії до пікової потужності, дозволяє визначити нижню межу. Якщо $n_0 \to \infty$, то $E \to n, \tilde{m} \to Gn_0$ і, отже, $\tau_u \to 1/G$. Що ж це за величина? З рис. 20.5 і формули (20.3) видно, що з ростом n_0 крутизна залежності n від τ зростає. Отже, чим вище n_0, тим швидше досягається максимальна величина $\tilde{m}$, але скорочується фронт імпульсу. Це видно вже на лінійному етапі, де стала наростання поля залежить від n_0 за законом $[G(n_0-1)]^{-1}$, зменшуючись із ростом n_0. Спад імпульсу відбувається в умовах, коли відсутня інверсна населеність. Тому що із зростанням n_0 все більш чітко виконується (20.7). Отже, на спаді імпульсу рівняння, яке описує поведінку випромінювання, набуває вигляду:

$$\frac{dm}{d\tau} = -Gm(1-n_{ост}), \tag{20.8}$$

де $n_{ост}$ — інверсна населеність на кінці гігантського імпульсу. З (20.8) випливає експоненціальне гасіння з постійною часу $[G(1-n_{ост})]^{-1}$. Таким чином, зі збільшенням n_0 скорочується фронт гігантського імпульсу. Одночасно скорочується і тривалість спадання, так як зменшується залишкова інверсна населеність. Але, якщо тривалість фронту може скорочуться необмежено, то тривалість спаду обмежена постійною часу G^{-1}, тобто часом життя фотонів у резонаторі, зумовленим втратами.

Виконаний аналіз режиму роботи лазера з модульованою добротністю належить до випадку миттєвого вмикання добротності. На практиці всі відомі пристрої модуляції втрат резонатора мають скінчений час спрацювання.

Природно поставити питання про застосування вищевикладеного. Обговоримо це на якісному рівні. Наявність лінійного етапу, протягом якого інверсна населеність не змінюється, дозволяє зробити висновок, що характеристики енергетичності та потужності гігантського імпульсу не змінюються, якщо тривалість досягнення високої добротності не перевищує тривалості лінійного етапу. Що може трапитись при порушенні цієї умови? Звернемось до рис. 20.6, де показано процес випромінювання гігантського імпульсу при скінченій швидкості вимикання втрат для двох початкових значень n_0.

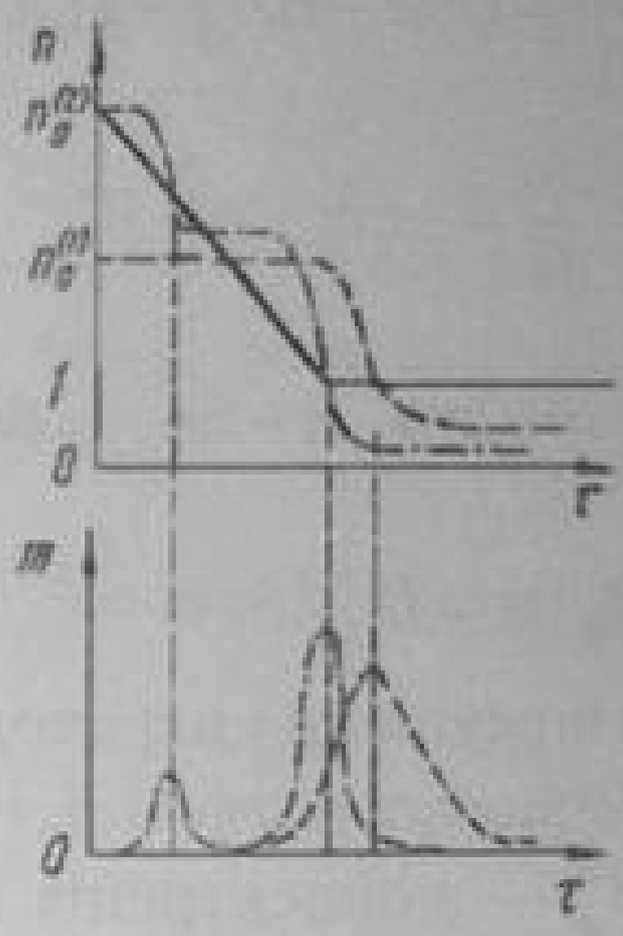


Рис. 20.6

Коли початкове значення n_0 невелике (n_0^1) (пунктирні лінії на рис. 20.6), тривалість лінійного етапу більша, ніж час вимкнення втрат. Імпульс випромінюється в умовах, коли втрати мінімальні, тобто при цьому випромінюється максимально можливий імпульс. Якщо n_0 збільшується ($n_0^{(2)}$) (штрихпунктирні лінії на рис. 20.6), то лінійний етап закінчується, коли втрати в резонаторі ще високі і починає випромінюватись імпульс, потужність та енергія якого визначаються не виключеними до кінця втратами. Якщо після випромінювання імпульсу залишкова інверсна населеність знову

буде перевищувати порогову, в міру вимикання втрат, — відбудеться випромінювання другого імпульсу. У цьому випадку замість одного потужного гігантського імпульсу отримаємо серію менш потужних імпульсів і поставленої мети не досягаємо. Таким чином, у кожному конкретному випадку необхідно визначити умови випромінювання можливого гігантського імпульсу.

Розглянемо його характеристики при пасивній модуляції добротності. Система рівнянь, яка описує його роботу, матиме вигляд:

$$\frac{dm}{d\tau} = G(n - \sigma n_\phi - 1)m;$$

$$\frac{dn}{d\tau} = -nm + n + W;$$

$$\frac{dn_\phi}{d\tau} = -2\sigma n_\phi m - \delta n_\phi + \delta m_\phi^0, \qquad (20.9)$$

де $n_\phi = (n_2 - n_1)T_p^0 B_\phi; \sigma = B_\phi / B; \sigma = T_1 / 2T_\phi$; B_ϕ — коефіцієнти Ейнштейна для вимушених переходів між рівнями фототропної речовини з населеностями n_2 і n_1, і часом життя на рівні 2, рівним T_ϕ; n_ϕ^0 — концентрація поглинаючих молекул перемикача. Інші позначення такі, що і раніше.

При досить сильному світловому потоці відбувається вирівнювання населеностей рівнів 1 і 2 фототропного середовища і воно перестає його поглинати. В цьому випадку втрати в резонаторі зменшуються, тобто його добротність зростає і випромінюється гігантський імпульс. Зрозуміло, що рівень, при якому відбувається просвітлення середовища має перевищувати рівень спонтанного випромінювання, інакше не буде потрібного ефекту. Для цього має виконуватись умова порогового підсилення, яка тепер запишеться у вигляді:

$$W > 1 + \sigma n_\phi^0. \qquad (20.10)$$

Етап із моменту вмикання накачування до моменту
сягнення цієї умови вважатиметься першим, аналогічн
розглянутому вище першому етапу при розвитку вільної
нерації лазера (див. §18). Тривалість першого етапу визна
ється так, як і у випадку пічкового режиму. Потім насту
етап лінійного розвитку, кінець якого тепер визначиться
ментом просвітлення фототропного середовища. Розр
нок, аналогічний виконаному для пічка вільної генер
показує, що для звичайних фототропних середовищ тр
лість другого етапу близька до тривалості лінійного ета
випадку пічкової генерації.

Зупинимось більш детально на величинах енергії та
тужності. Для цього розглянемо два випадки.

1. $T_\phi >> T_n$ (тривалість гігантського імпульсу значно
ротша часу життя збудженого стану). Тоді система (
перетвориться до вигляду:

$$\frac{dm}{d\tau} = G(n - \sigma n_\phi - 1)m;$$

$$\frac{dn}{d\tau} = -mn; \frac{dn_\phi}{\sigma\tau} = -2\sigma mn. \qquad (2$$

З останніх двох рівнянь отримаємо:

$$n_\phi = n_\phi^0 (n/n_0)^{2\sigma}. \qquad (2$$

Підставляючи (20.12) до першого рівняння, розділ
його на друге і проінтегрувавши, знаходимо:

$$\tilde{m} = G\left(n_0 - 1 - e_n n_0 - \frac{n_\phi^0}{2\sigma} \frac{n^{2\sigma} - 1}{n_0^{2\sigma}} \right). \qquad (2$$

Звідси випливає, що коли $2\sigma >> 1$, то (20.13) перех
до (20.2).

Значить, якщо фототропна речовина має коефіцієнт
штейна значно більший, ніж у активного середовища,
риманий гігантський імпульс подібний імпульсу при

тєвому вмиканні добротності, тобто максимально можливий. У випадку рубіну $\sigma = 10^6$.

2. $T_\phi << T_a$ (фототропна речовина «безінерційно» слідкує за інтенсивністю випромінювання). З останнього рівняння (20.9) отримаємо:

$$n_\phi = n_\phi^0 (1 + (2\sigma/\sigma)m)^{-1}. \qquad (20.14)$$

Визначимо, за яких умов у цьому випадку імпульс буде максимальним. Нехай відбувається повне просвітлення. Отже, пікова потужність має вигляд:

$$\tilde{m} \le G(n_0 - 1 - \ln n_0), \qquad (20.15)$$

але $n_0 = 1 + \sigma n_\phi^0$, тоді для повного просвітлення в максимумі імпульсу необхідно, щоб:

$$(\sigma/\sigma)\tilde{m} >> 1. \qquad (20.16)$$

Підставляючи (20.15) до (20.16), отримаємо умову, яка зв'язує параметри фототропного й активного середовищ і забезпечує отримання максимального імпульсу:

$$\sigma << \sigma^2 G n_\phi^0. \qquad (20.17)$$

Для типових активних і фототропних середовищ ця умова виконується і режим випромінювання гігантського імпульсу подібний до режиму миттєвого вмикання добротності.

Режим синхронізації мод

У режимі випромінювання гігантського імпульсу його тривалість обмежена і не може бути меншою, ніж час життя фотонів у резонаторі. Але цей висновок справедливий для одночастотного гігантського імпульсу. Якщо ж встановити збудження в резонаторі багатьох поздовжніх мод і забезпечити між ними певні фазові співвідношення, то в сумі, вони утворять імпульс, тривалість якого набагато менша часу пробігу по резонатору. Дійсно, в досить хорошому наближенні моди в резонаторі розташовуються еквідистантно.

У наближенні тільки поздовжніх мод, як і раніше отримано, $\lambda_\ell = \frac{2L}{\ell}$, тобто:

$$\nu_\ell = \frac{\ell c}{2L}; \nu_{\ell+1} = \frac{(\ell+1)c}{2L}.$$

Звідси випливає, що міжмодовий інтервал або міжмодовий "розлад":

$$\Delta\nu = \nu_\ell - \nu_{\ell+1} = c/2L.$$

Природно, тут не враховувалась дисперсія показника заломлення. Виходить, що $\Delta\nu = T^{-1}$, де $T = 2L/c$ і відповідає часу обходу резонатора.

У нашому наближенні співвідношення між частотами резонатора наступне:

$$\nu_\ell = \nu_0 + \ell\Delta\nu \text{ або } \omega_\ell = \omega_0 + \ell 2\pi/T = \omega_0 + \ell\Delta\omega,$$

де $\ell = 0, \pm1, \pm2, \ldots \pm N$; ν_0 (чи ω_0) — частота максимуму смуги підсилення.

Оцінимо число поздовжніх мод N при напівширині смуги підсилення $2\Delta\lambda$, допускаючи, що спектр генерації має ширину $2\Delta\lambda$ (рис. 20.7).

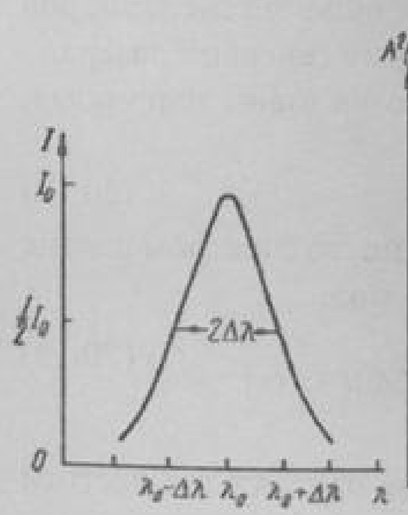


Рис. 20.7

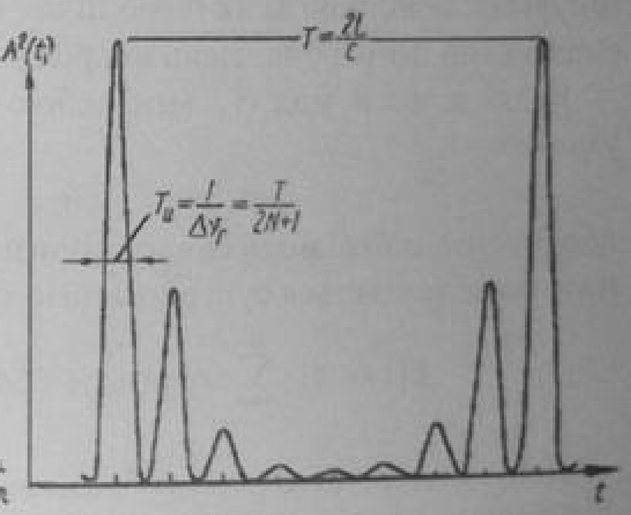


Рис. 20.8

Таким чином, чим ширший спектр генерації $\Delta\nu_г$, тим коротший імпульс випромінювання.

Отже, якщо фази всіх мод збігаються або відрізняються на ціле число 2π, то напруженість електричного поля в певні моменти часу досягає максимального значення $E = 2NA_0$ (інтерференційне сумування). У наступні моменти, внаслідок відмінності частот мод, відбувається їх розфазування, що призводить до падіння інтенсивності поля (інтерференційне гасіння). Звідси електромагнітне поле в резонаторі буде представляти собою короткий імпульс тривалістю $T_и = T/(2N+1)$, який «бігає» між дзеркалами. Поза резонатором буде реєструватись послідовність коротких імпульсів із періодом $T = 2L/c$. Отже, збуджуючи в резонаторі велике число мод, забезпечивши їх еквідистантність і синфазність, можна отримати імпульс малої тривалості і дуже високої пікової потужності.

Зробимо оцінки. Час проходу по резонатору довжиною L м рівний $T = 2L/c = \frac{2}{3}\cdot 10^{-8}$ с. У випадку рубіна $2N \approx 8\cdot 10^2$, а для скла з неодимом $2N = 8\cdot 10^3$. Отже, тривалість імпульсу у випадку рубінового лазера $T_и \approx 8\cdot 10^{-12}$ с, а у випадку неодимового $T_и \approx 8\cdot 10^{-13}$ с. Видно, що тривалість імпульсу знаходиться в пікосекундному часовому інтервалі. У випадку газових лазерів $\Delta\nu$ набагато менше, ніж у твердотільних, тому отримати імпульс тривалістю менше 1 нс не вдається.

Пікова потужність пропорційна $(2N+1)^2 A_0^{\ 2}$, тоді як при випадковому розподілі фаз потужність пропорційна $(2N+1)A_0^2$. Типові значення енергії вказаних імпульсів, що отримуються в лазері, лежать в інтервалі $10^{-4} - 10^{-2}$ Дж. При цьому пікова потужність імпульсу досягає величини порядку 10^{10} Вт, а використання підсилювачів дозволяє довести її до 10^{12} Вт, тобто перекрити діапазон гігават і досягти потужності порядку терават. При таких потужностях і

тривалостях імпульсів їх взаємодія з нелінійними середовищами дуже ефективна і можливе дослідження нових ефектів і явищ. Отже, створення лазерів, які випромінюють піко- і надпікосекундні імпульси досить актуальне завдання.

Для забезпечення вказаного режиму генерації необхідно забезпечити деякі умови. Умова збудження великого числа мод і їх еквідистантність забезпечуються використанням резонаторів, в яких немає паразитної селекції мод. У звичайному лазерному резонаторі, в силу того, що він представляє собою складний інтерферометр Фабрі-Перо (рис. 20.9,*а*) є селекція мод. Рис. 20.9,*б* показує модовий склад інтерферометра з базою L. Врахування додаткових інтерферометрів із базами L_0, L_1, L_2, L_3, L_4 і їх взаємодії між со-

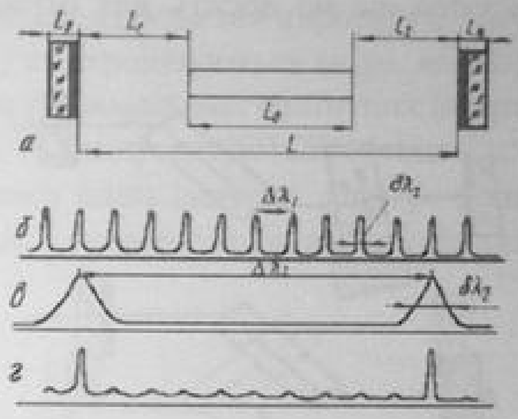


Рис. 20.9

бою приводить до суттєвого прорідження модового складу (рис. 20.9,*в*). У результаті спектр резонатора матиме вигляд рис. 20.9,*г* і в генерацію вийде менша кількість мод, ніж у випадку простого інтерферометра. Тому потрібно конструювати резонатор без селекції. Такий резонатор показано на рис. 20.10. Завдяки скосу неактивних поверхонь дзеркал відносно до вісі резонатора на $1-2^0$ і виготовленню акти-

Отже, $\ell_{max} = 2L/(\lambda_0 - \Delta\lambda)$, а $\ell_{min}\ 2L/(\lambda_0 + \Delta\lambda)$, тобто:

$$2N+1 = \ell_{max} - \ell_{min} = 4L\Delta\lambda/(\lambda_0^2 - \Delta\lambda^2) \approx 4L\Delta\lambda/\lambda_0^2.$$

Зробимо числові оцінки кількості мод, які виходять у генерацію. У випадку рубіна напівширина спектра генерації: $\Delta\lambda \approx 0{,}1$ нм $= 10^{-8}$ см, база $L = 1$ м і $\lambda_r = 7 \cdot 10^{-5}$ см, тоді:

$$N_{Cr^{3+}} = \frac{4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-8}}{49 \cdot 10^{-10}} \approx 8 \cdot 10^2;$$

у середовищах, активованих неодимом, (при тій же базі) маємо:

$$N_{Nd^{3+}} = \frac{4 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{10^{-8}} = 8 \cdot 10^3.$$

Число мод N прямо пропорційне базі резонатора і напівширині генерованого спектра. (Зокрема, при $L = 1$ м $\Delta\nu = 150$ МГц, а при $L = 3$ м $\Delta\nu = 50$ МГц). Тому для отримання великого числа мод використовують довгі резонатори.

Допустимо, що в генерацію вийшли всі ці $2N+1$ мода і при цьому у них однакові амплітуди A_0. Якщо фази всіх цих мод випадкові, то має місце випромінювання нерегулярних імпульсів, обвідною яких є або пічок вільної генерації, або гігантський імпульс залежно від режиму генерації лазера.

Якщо ж фази мод φ_ℓ між собою зв'язані, наприклад, умовою:

$$\varphi_\ell - \varphi_{\ell+1} = \varphi, \qquad (20.18)$$

де $\varphi = const$, тобто, моди синхронізовані, то електромагнітне поле представляється суперпозицією мод:

$$E(t) = A_0 \sum_{\ell=-N}^{N} \exp\{i(\omega_0 + \ell\Delta\omega)t + \ell\varphi\}. \qquad (20.19)$$

Допускаючи, що $\varphi_0 = 0$, тобто фаза центральної частоти рівна нулю, в результаті сумування отримаємо:

$$E(t) = A(t)\exp(i\omega_0 t); \qquad (20.20)$$

$$A(t)=A_0\frac{\sin\left[\frac{1}{2}(2N+1)(\Delta\omega t+\varphi)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(\Delta\omega t+\varphi)\right]}. \qquad (20.21)$$

Таким чином, $E(t)$ — це хвиля з несучою частотою ω_0 і амплітудою $A(t)$, яка згідно (20.21) змінюється в часові. Вихідна потужність відповідно пропорційна $A^2(t)$. Розглянемо для прикладу $2N+1=9$ мод. Тоді часова залежність вихідної потужності матиме вигляд як на рис. 20.8. За виконання умови (20.18) моди інтерферують так, що випромінювання має вигляд коротких світлових імпульсів. Максимальний імпульс спостерігається в моменти часу, коли знаменник у (20.21) перетворюється на нуль. При $\varphi=0$:

$$\Delta\omega t=2\pi \text{ або } t=2\pi/\Delta\omega=T=2L/c.$$

Отже, через час обходу резонатора реалізується максимальне значення $A(t)$, тобто випромінюються потужні імпульси. Мінімуми мають місце при рівності чисельника нулю, тобто при $(2N+1)(\Delta\omega t+\varphi)=2\pi$.

Якщо: $\varphi=0$, то $t=\dfrac{2\pi}{(2N+1)\Delta\omega}=\dfrac{T}{2N+1}$.

Отже, за час одного обходу резонатора T має місце $2N+1$ мінімумів, як це і показано на рис. 20.8, і повне число імпульсів на періоді рівне числу генерованих мод.

Із (20.21) також випливає, що час між максимальним значенням $A(t)$ і його першим нульовим значенням практично рівний тривалості імпульсу:

$$T_u=\frac{1}{\Delta\nu_\Gamma},$$

де $\Delta\nu_\Gamma=(2N+1)\Delta\nu$ — повна ширина спектра генерації, а $\Delta\nu$ — міжмодовий інтервал або:

$$T_u=\frac{1}{(2N+1)\Delta\nu}=\frac{T}{2N+1}. \qquad (20.22)$$

вного елемента з торцями, зрізаними під кутом Брюстера або з просвітленими торцями, в системі виникає багатомодова генерація зі спектральною шириною майже рівною

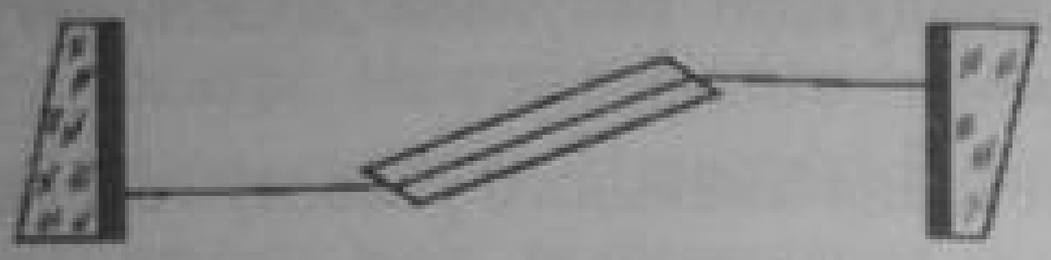


Рис. 20.10

напівширині $2\Delta\lambda$ лінії люмінесценції. Окрім того, для забезпечення можливо більшої ширини спектра генерації іноді в резонатор вносять спектральний селектор і настроюють його так, щоб у максимумі смуги люмінесценції втрати були вищими, ніж на крилі. Форма ж спектральної залежності втрат близька до форми смуги підсилення. Але виконання перерахованих умов ще не досить для отримання поодинокого короткого імпульсу. Найбільш важливим є і забезпечення синфазності мод. Цього можна досягти кількома способами, які підрозділяються подібно режиму модульованої добротності на два класи: активні і пасивні методи синхронізації мод.

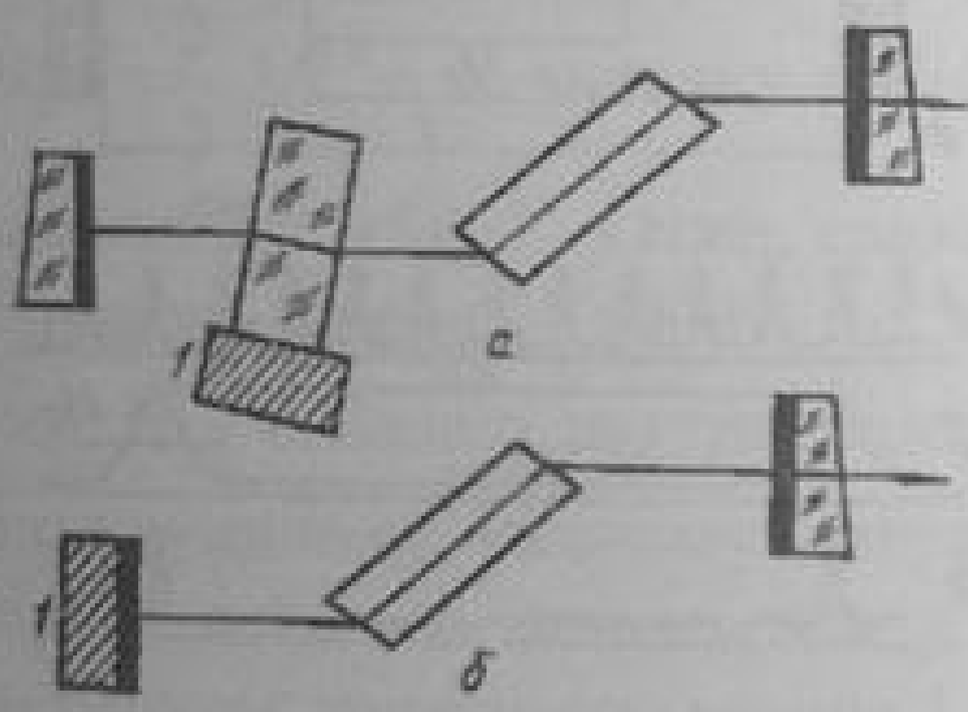


Рис. 20.11

Активні методи засновані на зовнішній дії на властивості резонатора, наприклад, модуляції його втрат чи оптичної

довжини з частотою ω' (рис. 20.11; 1-п'єзоперетворювачі). У випадку, зображеному на рис. 20.11, *а*, модуляція втрат виконується акустооптичним, а на рис. 20.11, *б* — п'єзоелектричним методом зміни бази резонатора. При цьому для фазування мод частота зовнішньої дії має збігатися з різницею частот між модами, тобто:

$$\omega' = j\Delta\omega, \qquad (20.23)$$

де $j = 1,2,\ldots$

Модуляція на частоті (20.23) призводить до того, що поле моди на частоті ω_ℓ, до того ж промодульоване, породжує поле на частотах $\omega_\ell \pm j\Delta\omega$, які збігаються з частотами сусідніх мод. Таким чином, кожна мода обмінюється енергією з двома сусідніми — праворуч і ліворуч ($\ell - 1$ і $\ell + 1$), що веде до синхронізації фаз всіх мод. Отже, під дією модулятора відбувається узгодження фаз між всіма модами, що і потрібно для режиму випромінювання короткого імпульсу. Залежно від величини j синхронізуються моди, які відрізняються одна від одної на j міжмодових частотних інтервалів. При цьому, якщо $j = 1$, то синхронізуються сусідні частоти і в резонаторі знаходиться один імпульс. При $j = 2$ синхронізуються моди через одну і в резонаторі виявляються два імпульси і т.д.

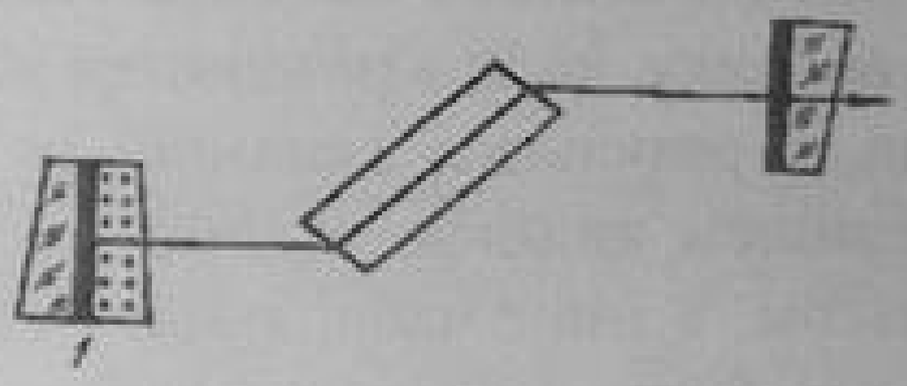


Рис. 20.12

Найкраще цю картину можна продемонструвати не на спектральній, а на часовій моді. Нехай синхронізація виконується перемикачем, який відкривається з періодом, рівним часові повного пробігу по резонатору, розташованому на одному із дзеркал резонатора (рис. 20.12). При цьому резонатор буде добротним лише в моменти, коли відкритий

перемикач 1 (показаний крапками). Якщо він відкривається один раз за час $T = 2L/c$, тобто $j = 1$, то в резонаторі умови генерації виявляються виконаними для одного імпульсу тривалістю, яка визначається часом відкритого стану перемикача. Якщо період модуляції $T = 2L/cj$, то в резонаторі можуть поширюватись j імпульсів. Цей спосіб синхронізації мод відповідає амплітудній модуляції.

Метод активної синхронізації за рахунок модуляції оптичної довжини резонатора (частотна модуляція) по суті теж зводиться до модуляції втрат для поля моди за рахунок зсуву її резонансної кривої при зміні довжини резонатора. Активний метод синхронізації застосовується для лазерів неперервного режиму генерації. Але при цьому не виходять імпульси гранично короткої тривалості, оскільки час відкритого стану перемикача не вдається зменшити до 10^{-10} с і менше. Більш короткі імпульси можна отримати при використанні пасивного методу синхронізації мод. Для його реалізації використовують фототропні середовища, наприкад, розчин органічних фарбників. Дію фототропного середовища можна пояснити також спектральною модою.

Нехай фарбник описується дворівневою системою, резонансна частота якої збігається з частотою генерації лазера. В найпростішому випадку, коли в резонаторі збуджено тільки дві сусідні моди, в результаті взаємодії їх полів із фототропним середовищем виникає різниця населеностей, що змінюється за часом. У ній є член, який, у свою чергу, змінюється з частотою биття цих двох мод:

$$\omega_б = j\Delta\omega$$

де $j = (\omega_{l'} - \omega_{l''})\Delta\omega^{-1}$. У результаті збуджуються нові моди із заданими фазовими співвідношеннями, що відповідає появі короткого імпульсу в резонаторі.

При цьому, звичайно, треба мати на увазі, що час життя відкритого стану фототропного перемикача має бути меншим тривалості імпульсу, який хочемо отримати, $T_и =$

$=T(2N+1)^{-1}$. Таким чином, фототропне середовище виконує ту ж дію, що й активний модулятор, тобто породжує нові моди і синхронізує їх фази.

В силу того, що при пасивній синхронізації мод можна використати фарбники з дуже короткими часами життя (близько $10^{-11}-10^{-12}$ с), максимальні частоти модуляції виявляються значно більшими, ніж у випадку активної модуляції добротності.

На часовій мові описаний процес можна представити так. Наявність у генерації двох мод відповідає синусоїдальній модуляції обвідної $A(t)$ (див. 20.13) з періодом рівним $T=2L/c$. При взаємодії такого випромінювання з пасивним перемикачем збільшується глибина модуляції $A(t)$,оскільки

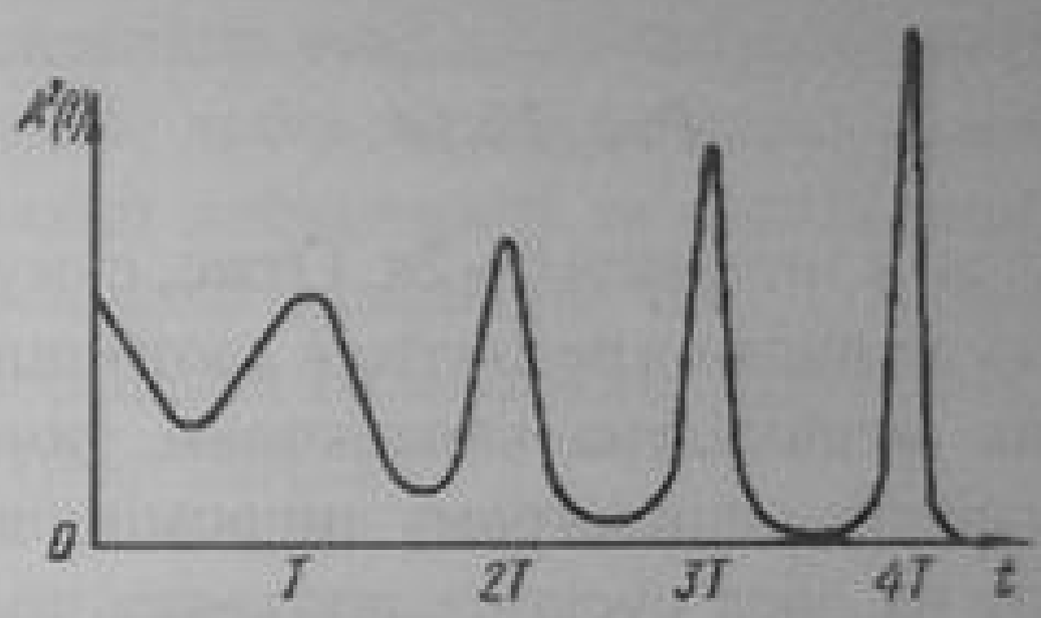


Рис. 20.13

випромінювання з більшою інтенсивністю проходить через перемикач із меншими втратами. В результаті обвідна $A(t)$ еволюціонує відповідно з кривою, показаною на рис. 20.13. Оцінки показують, що описаний процес має бути достатньо тривалим. У дійсності ж синхронізація мод і формування короткого імпульсу відбувається достатньо швидко з наступних причин. Раніше ми показали, що при пасивній модуляції добротності перед етапом просвітлення пасивного перемикача йде етап лінійного розвитку поля в резонаторі. В кінці цього етапу, якщо не застосувати спеціальні методи, спектр поля в резонаторі утримуватиме багато мод. Фази ж

ших мод випадкові, тому що вони обумовлені фазами спонтанно випромінювальних полів, які незалежні та рівно-

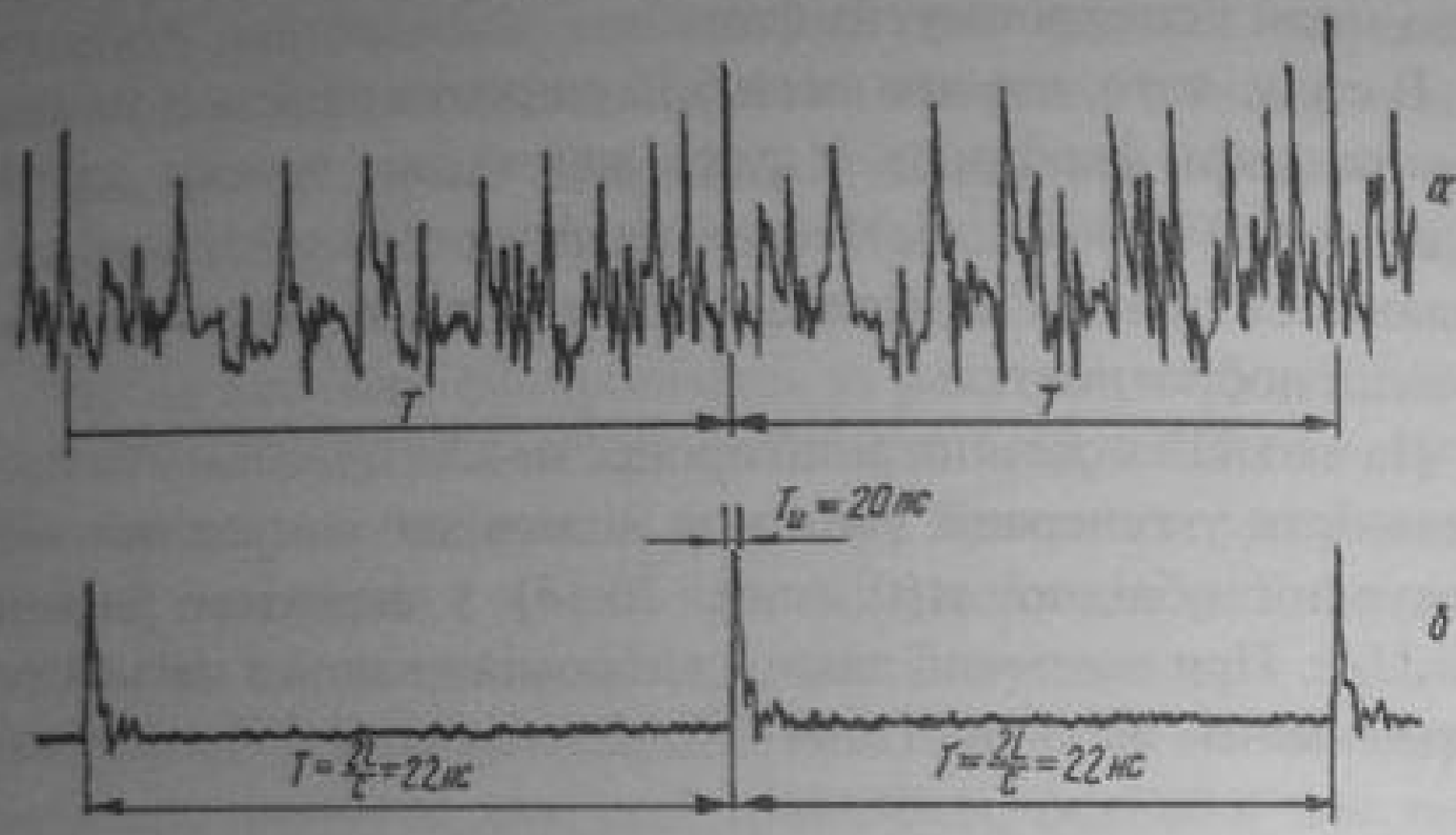


Рис. 20.14

мірно розподілені в інтервалі $0 - 2\pi$. Отже, сумування таких мод призводить до появи в резонаторі хаотичних імпульсів, амплітуда яких розподілена випадковим чином. На рис. 20.14,*а* представлено осцилограму випромінювання в кінці лінійного етапу на двох сусідніх проходах по резонатору. Коли ж інтенсивність поля в резонаторі виростає настільки, що починає просвітлювати пасивний перемикач, то найбільш сильні імпульси стануть просвітлювати його раніше, ніж слабкі. Отже, для сильних імпульсів умови розвитку кращі. У результаті вони раніше розвинуться і першими прийдуть до третього етапу, коли знімуть інверсну населеність активного середовища (рис. 20.14,*б*). Якщо вибрати пасивний перемикач таким, щоб інерційність його була набагато меншою тривалості найкоротшого імпульсу (рис. 20.14, *а*), то в міру багатократних проходжень імпульсів через нього «слабкі» будуть ослаблятись значно більше, ніж «сильні». У результаті залишиться тільки один найсильніший. Таким чином, пасивна синхронізація мод дозволяє

отримати короткі імпульси в лазері з простою оптичною схемою.

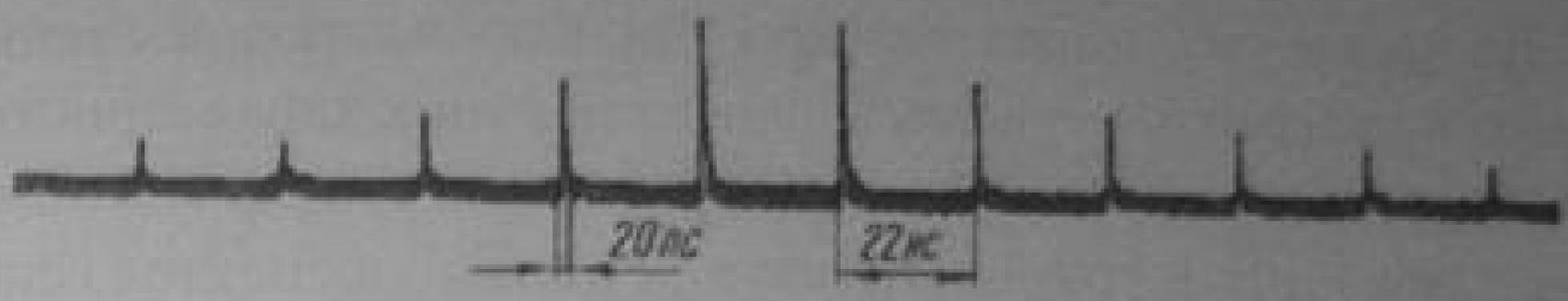


Рис. 20.15

При цьому тривалість імпульсу визначається часом життя збудженого стану фототропного середовища, оскільки пасивний затвор виявляється відкритим на цей час. Існуючі барвники забезпечують генерацію імпульсів тривалістю до десятків та одиниць фемтосекунд (10^{-15} с).

Часова залежність вихідного випромінювання такого лазера представляє собою суперпозицію залежностей у режимах модуляції добротності та синхронізації мод. Імпульсну послідовність із періодом $T=2L/c$ і обвідною, яка збігається за формою з гігантським імпульсом, показано на осцилограмі (рис. 20.15).

Контрольні питання

1. Як реалізується режим модуляції добротності лазера?
2. У чому специфіка генерації лазера в режимі модуляції добротності?
3. Чим обумовлюється мінімальна тривалість гігантського імпульсу лазера?
4. Які параметри модулятора впливають на характеристики гігантського імпульсу?
5. Як реалізується робота лазера в режимі синхронізації мод?
6. Від чого залежить тривалість імпульсу в режимі синхронізації мод?
7. Як формується в часі імпульс при синхронізації мод?

§21. Спектральні характеристики лазерного випромінювання

До цього часу йшла мова про динаміку випромінювання лазера й увага акцентувалась на інтегральних характеристиках: енергії, піковій потужності, тривалості імпульсу, але не висвітлювались питання структури і динаміки спектра генерації. Разом із тим, спектральний склад випромінювання є однією з найважливіших для багатьох застосувань даних характеристик. Зупинимось на цьому питанні детальніше.

Яким же є спектральний склад лазерного випромінювання у двох розглянутих режимах: вільної генерації і випромінювання гігантського імпульсу?

Розпочнемо з режиму вільної генерації. Будемо надалі розглядати лише однорідно-уширене активне середовище. Система рівнянь (16.39) при допущенні малості міжмодового інтервалу порівняно з шириною смуги підсилення перепишеться так:

$$\frac{dm(\nu)}{d\tau} = G[ng(\nu) - 1]m(\nu);$$

$$\frac{dn}{d\tau} = -n \cdot \int g(\nu)m(\nu)d\nu - n + w, \qquad (21.1)$$

де $g(\nu)$ нормований на одиницю контур смуги люмінесценції активного середовища, а інтегрування ведеться по всій смузі. Видно, що система рівнянь значно ускладнилась. Але це не ускладнює розв'язання задачі.

У стаціонарному режимі, як було показано вище, лазер має працювати на одній частоті. Що ж буде на перехідному етапі, коли випромінюються пічки? До моменту випромінювання пічка коефіцієнт підсилення перевищує пороговий рівень на деяку величину — пунктирна крива (рис. 21.1). Суцільна лінія відповідає стаціонарному режиму генерації. Отже, до цього моменту коефіцієнт підсилення перевищує

пороговий рівень на цілій ділянці частот від $\nu_0 - \Delta\nu$ до $\nu_0 + \Delta\nu$, де $\Delta\nu$ знаходиться з відповідної умови:

$$(n_0 + \Delta n)\, g(\nu) = 1, \tag{21.2}$$

а Δn отримано раніше (див.18.22). Для визначеності будемо вважати, що смуга підсилення має лоренцівський контур:

$$g(\nu) = \frac{1}{\pi \cdot \delta\nu} \frac{1}{1 + \left(\dfrac{\nu - \nu_0}{\delta\nu}\right)^2}. \tag{21.3}$$

Тоді:

$$\Delta\nu = \delta\nu\sqrt{\Delta n}. \tag{21.4}$$

Враховуючи наші оцінки, покладемо $\Delta n = 10^{-1}$, що дасть $\Delta\nu \approx 0{,}33\delta\nu$, тобто область, де виконано порогову умову, складає 0,33 ширини смуги люмінесценції. Здавалося б спектр пічка досить широкий. Але це не так. Область частот, у межах якої виконана порогова умова, змінюється в часі, постійно розширюючись від 0 до $2\Delta\nu$ у міру зростання інверсної заселеності. Отже час, протягом якого поле на даній частоті наростає, залежить від відстроювання цієї частоти від ν_0. Чим далі частота, на якій очікується генерація, розташована від центральної частоти, тим пізніше поле цієї частоти починає наростати. Зростання поля на лінійному етапі — експоненціальне з квадратом часу у показнику. В силу цього відбувається звуження спектра поля, наростаючого в резонаторі. З (21.1) можна отримати на лінійному етапі:

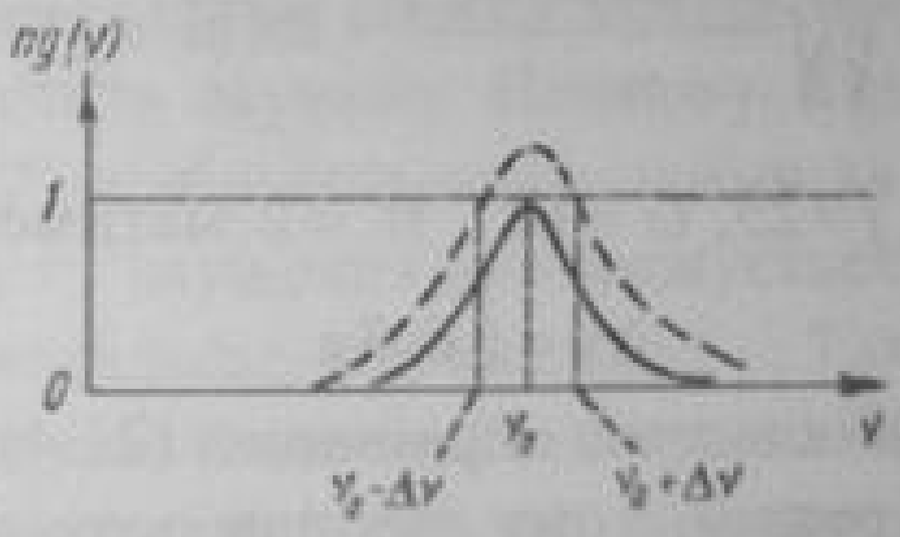


Рис. 21.1

$$m(\nu) = m_0(\nu)\exp\left\{G[g(\nu)-1]\tau + Gg(\nu)\frac{(W-1)\tau_A^2}{2}\right\}, \qquad (21.5)$$

де $m(\nu)$ — спектральний розподіл спонтанного випромінювання.

Враховуючи, що $\Delta\nu < \delta\nu$, розкладено (21.3) у ряд по відстроюванню, перетворимо показник експоненти:

$$m(\nu) = \overline{m}_0(\nu)\exp\left\{G\frac{W-1}{2}\tau^2\right\}\exp\left\{-G\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\delta\nu^2}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\omega-1}{2}\tau^2+\tau\right]\right\}, \qquad (21.6)$$

де $\overline{m}_0(\nu) = m_0(\nu)\exp\left(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\delta\nu^2}\right)$. Перша експонента збігається з отриманою раніше (18.19). Вона описує зростання поля як цілого. Друга експонента описує зміну спектрального складу випромінювання. Він має гаусовий вигляд із шириною, яка змінюється в часові за законом:

$$\Delta\overline{\nu} = \frac{\delta\nu}{\sqrt{G\left(\frac{W-1}{2}\tau^2+\tau\right)+1}}. \qquad (21.7).$$

Тобто спектр звужується і до кінця лінійного етапу (з урахуванням (18.21) отримаємо:

$$\Delta\overline{\nu} = \delta\nu\Big/\sqrt{\sqrt{\frac{2G\ln(\overline{m}/m_0)}{w-1}}+\ln(\overline{m}/m_0)+1}\,. \qquad (21.8)$$

Для $\ln(\overline{m}/m_0)=25$, $G=10^4$, $W=2$ матимемо:

$$\Delta\overline{\nu}\approx 0{,}04\delta\nu\,.$$

Тобто звуження значне порівняно з (21.4). Але це ще не одночастотний режим, тому що для реальних смуг $\delta\nu \approx$ $\approx 10\ \text{см}^{-1}$, і отже:

$$\Delta\bar{\nu} \approx 0{,}4\,\text{см}^{-1},$$

а міжмодовий інтервал для метрового резонатора складає $5\cdot10^{-3}\,\text{см}^{-1}$. Для отримання одночастотного випромінювання необхідно брати вузькі смуги підсилення, або вносити до резонатора втрати, які залежать від частоти. Якщо контур цих втрат має напівширину, меншу $\delta\nu$, то в (21.8) і (21.5) потрібно провести заміну $\delta\nu$ на ширину кривої втрат. Пояснення звуження спектра в цьому випадку те ж саме.

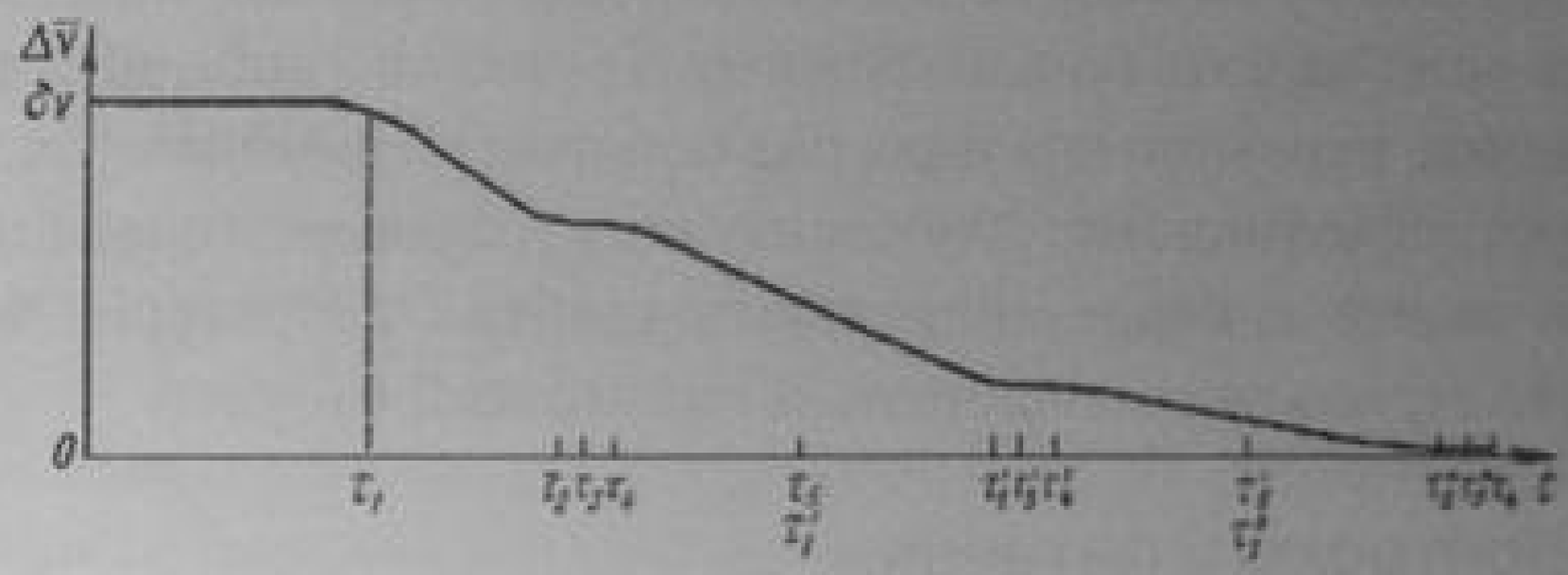


Рис. 21.2

Можна показати, що на наступному, третьому, етапі спектральний розподіл, який сформувався на другому етапі, практично залишається незмінним. Отже, спектр пічка збігається зі спектром (21.6).

У §20 показано, що наступний пічок починає розвиватись за рахунок випромінювання, яке залишилось від попереднього пічка. Отже спектр вихідного для наступного пічка поля містить звужену складову. Причому, на етапі $\tau_4\tau_5$ (рис. 21.2) відбувається звуження за законом (21.7). Після моменту τ_4 звуження продовжується і, як випливає з (21.7), воно тим більше, чим більше τ_4. Таким чином, протягом лінійних етапів декількох перших пічків спектр випромінювання має звузитись до одночастотного. Це спостерігається в експерименті, якщо відсутні механічні збу-

рення й інші фактори, наприклад, просторова неоднорідність поля нерухомої хвилі.

Що буде зі спектром у випадку лазера з модульованою добротністю?

Коли лазер модулюється активними методами, то, як було показано в §20, тривалість лінійного стану незначна. Окрім того, сильне початкове перевищення порога ставить велику область частот практично в однакові умови. Все це не дозволяє звужуватись спектру випромінювання.

У випадку використання фототропного середовища картина подібна до пічкового режиму. Тривалий лінійний етап і невелике перевищення поля над порогом на лінійному етапі сприяє ефективному звуженню спектра випромінювання. При цьому використання навіть слабких селекторів дозволяє отримати одночастотний гігантський імпульс.

Контрольні питання

1. Як формується спектральний склад лазерного випромінювання в режимі вільної генерації?

2. Як формується спектральний склад гігантського імпульсу лазера?

3. Що суттєво впливає на спектральний склад пічків генерації лазера?

§22. Управління спектральним складом випромінювання лазера

Одним із важливих параметрів лазерного випромінювання є його спектральний склад. Раніше встановлено, що спектр генерації лазера залежить від режиму генерації, просторової структури полів мод і характеру уширення смуги люмінесценції робочого переходу активного середовища.

Розглянемо питання про перебудову довжини хвилі лазерного випромінювання.

Принцип управління довжиною хвилі лазерного випромінювання

Лазер у звичайних умовах випромінює в області довжини хвилі максимуму смуги люмінесценції. Тому прямий шлях перебудови довжини хвилі генерації — змінити положення максимуму смуги люмінесценції (рис. 22.1). Такий метод реалізується, наприклад, для напівпровідникових лазерів. У

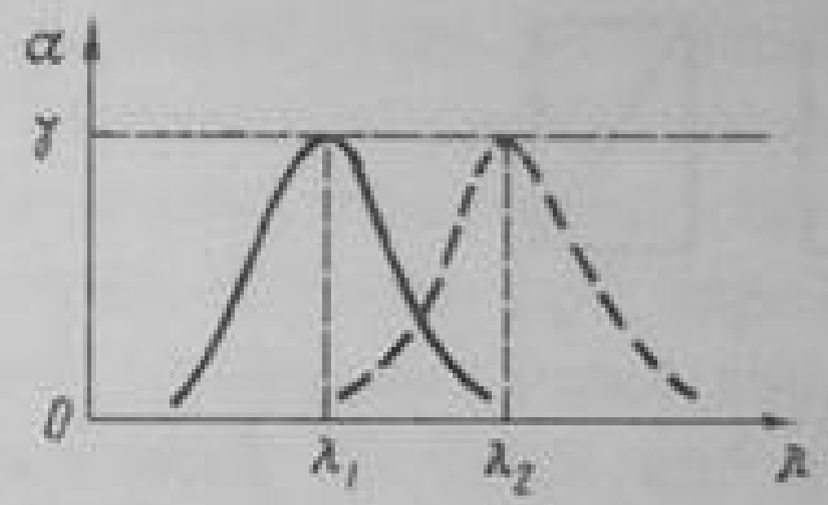


Рис. 22.1

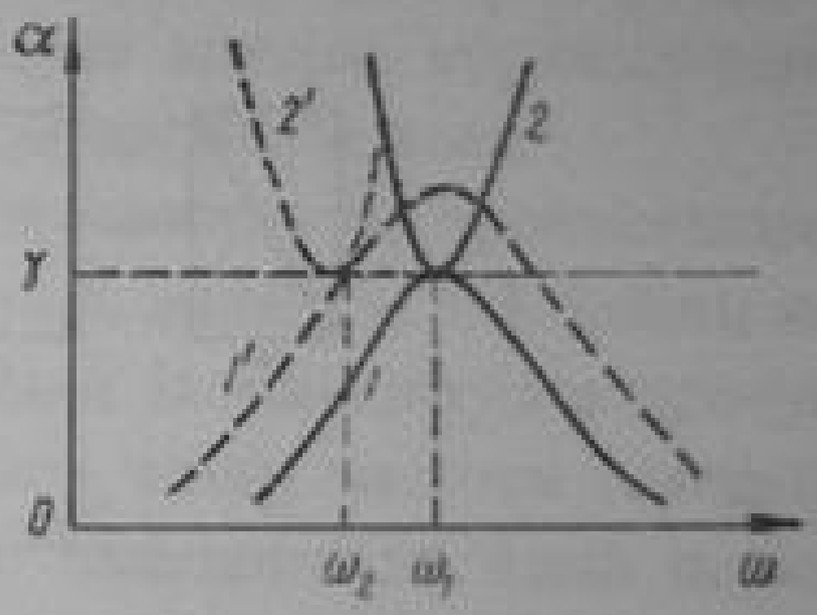


Рис. 22.2

них максимум смуги люмінесценції зміщується при зміні температури, накладанні електричного поля чи при створенні в кристалі пружних напружень. Окрім того, в змішаних напівпровідниках є сильна залежність довжини хвилі генерації від складу кристала. Але такий спосіб управління довжиною хвилі генерації не вирішує завдання у випадку

лазерів, які працюють на атомних і молекулярних переходах, оскільки характеристики переходу слабо реагують на зовнішні дії. У цьому випадку використовується інша можливість — управління спектральними властивостями резонатора лазера, тобто використання резонатора, добротність якого залежить від довжини хвилі випромінювання. Такий резонатор називають дисперсійним (мається на увазі спектральна залежність у масштабі, набагато більшому, ніж міжмодовий інтервал). У цьому випадку частота випромінювання визначається формою смуги люмінесценції (1 і 1′) і спектральною залежністю втрат (2 і 2′) (рис. 22.2).

Для реалізації дисперсного резонатора використовується велика кількість спектральних селекторів. Серед них відмітимо інтерференційні, які працюють на пропускання: інтерферометр Фабрі-Перо і фільтр Ліо. Властивості інтерферометра розглянуті в §20. Фільтр Ліо працює на основі інтерференції поляризованих променів. Він складається з двопроменевозаломлюючого кристала 1 і поляризаторів 2

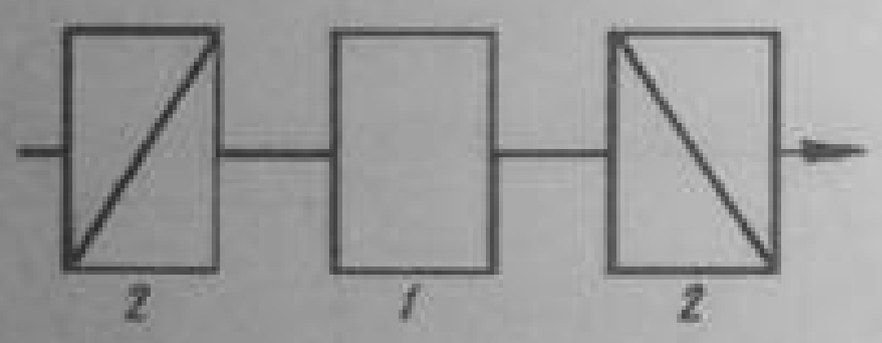


Рис. 22.3

(рис. 22.3). Оптичну вісь кристала 1 розташовано під кутом до площини поляризації, яка встановлюється поляризаторами 2. У результаті хвиля, що увійшла в кристал, розщеплюється на дві хвилі: звичайну і незвичайну, які поширюються з різними швидкостями. На виході з кристала ці хвилі отримують різний набіг фази й, інтерферуючи, створюють еліптично поляризовану хвилю. Залежно від частоти падаючого світла, орієнтація еліпса буде змінюватися, тому що різниця фаз визначається як:

$$\Delta\varphi = 2\pi(n_0 - n_e)d/\lambda, \qquad (22.1)$$

де n_0 і n_e — показники заломлення для звичайної і незвичайної хвиль; d — товщина кристала 1 (рис. 22.3). Нехай для визначеності обидва поляризатори зорієнтовані однаковим чином. Тоді умовою максимального пропускання буде:

$$\Delta\varphi = k\pi, \text{ де } k = 1,2,... \qquad (22.2)$$

Отже, фільтр Ліо має нескінченне число максимумів пропускання з періодом:

$$\Delta\nu = \frac{1}{(n_0 - n_e)d}. \qquad (22.3)$$

Зробимо оцінки: якщо кристал 1 виготовлений з ісландського шпату товщиною 1 см, то $n_0 - n_e = 0{,}17$ і $\Delta\nu \approx 6\,\text{см}^{-1}$. У випадку застосування кристалічного кварцу: $(n_0 - n_e = 0{,}01)\ \Delta\nu = 100\,\text{см}^{-1}$.

Спектральна залежність пропускання фільтра Ліо чисто синусоїдальна, так як в ньому, на відміну від інтерферометра Фабрі-Перо, інтерференція двопроменева.

Наявність нескінченого числа максимумів пропускання у розглянутих селекторах у багатьох випадках є великим недоліком, оскільки при перебудові їх максимумів пропускання по довжині хвилі діапазон зміни частоти генерації обмежений. Це тому, що при зміщенні на один період функції пропускання частота випромінювання залишається сталою. Тому для широкодіапазонної перебудови необхідно використовувати елементи, які мають один максимум пропускання. Таку властивість має резонатор лазера, в якому є елемент з кутовою дисперсією за частотою (в різних напрямках поширюються хвилі з різними частотами). До такого роду елементів відносяться дифракційні гратки і призми. Встановлення їх в резонаторі (рис. 22.4) призводить до того, що для випромінювання однієї хвилі резонатор виявляється з'юстованим, а для всіх інших довжин хвиль — ні. Роз'ю-

стування дзеркал резонатора веде до зростання його втрат, а отже, до зростання порога генерації. В результаті для резонаторів, зображених на рис. 22.4, їх втрати залежать від частоти, маючи мінімум на довжині хвилі, яка відповідає з'юстованому положенню дзеркал. Якщо повернути дзер-

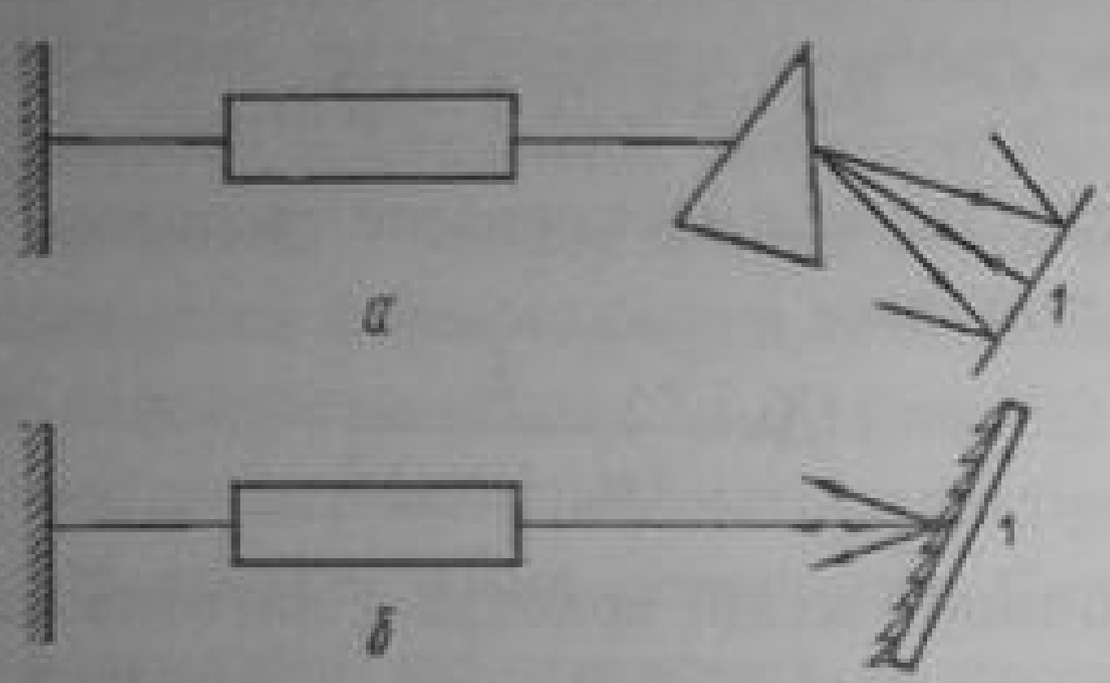


Рис. 22.4

кало 1 (рис. 22.4,*а*) навколо вісі, перпендикулярній до площини рисунка, то резонатор виявиться з'юстованим на іншій довжині хвилі. Та ж картина виходить при подібному повороті гратки (рис. 22.4.*б*). Резонатори, зображені на рис. 22.4,*а* і *б*, мають лише один мінімум втрат і в них, у принципі, можна виконати широкодіапазонну перебудову довжини хвилі.

Характеристики перебудови частоти випромінювання лазера

Розглянемо детальніше умови перебудови частот випромінювання лазера. Припустимо, що форма смуги підсилення описується квадратичною функцією:

$$\alpha(\nu)=\alpha_0\left[1-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\delta}\right)^2\right]+\overline{\alpha}_0, \qquad (22.4)$$

де $\overline{\alpha}_0$ — коефіцієнт підсилення реальної смуги люмінесценції на її напіввисоті (при $\nu - \nu_0 = \delta$), а закон зміни втрат для дисперсійного резонатора:

$$\gamma(\nu) = \gamma_0 \left[1 + \left(\frac{\nu - \nu_1}{\Delta} \right)^2 \right], \qquad (22.5)$$

де δ — напівширина смуги люмінесценції, а Δ — величина "відстройки" від частоти максимуму втрат, при якій вони зростають від мінімальних вдвічі. Підкреслимо, що залежність (22.4) добре описує як випадок лоренцевого, так і гаусового контура смуги люмінесценції до рівня напіввисоти. Залежність (22.5) повністю відповідає експериментальній для оптично-однорідного активного середовища і резонатора з кутовою дисперсією.

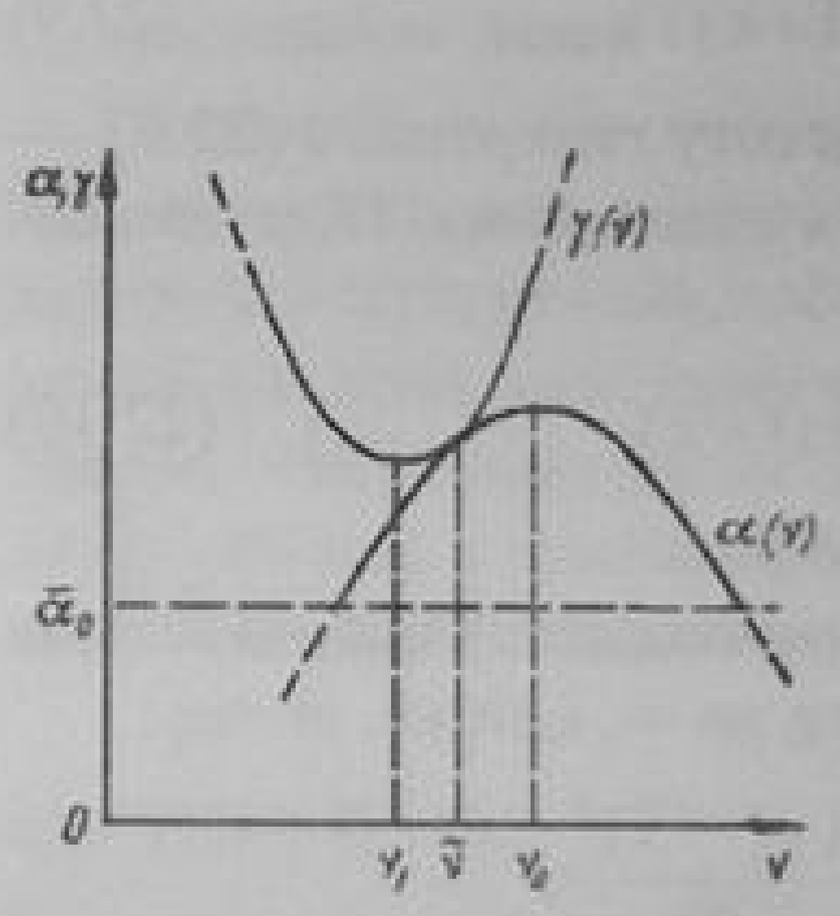


Рис. 22.5

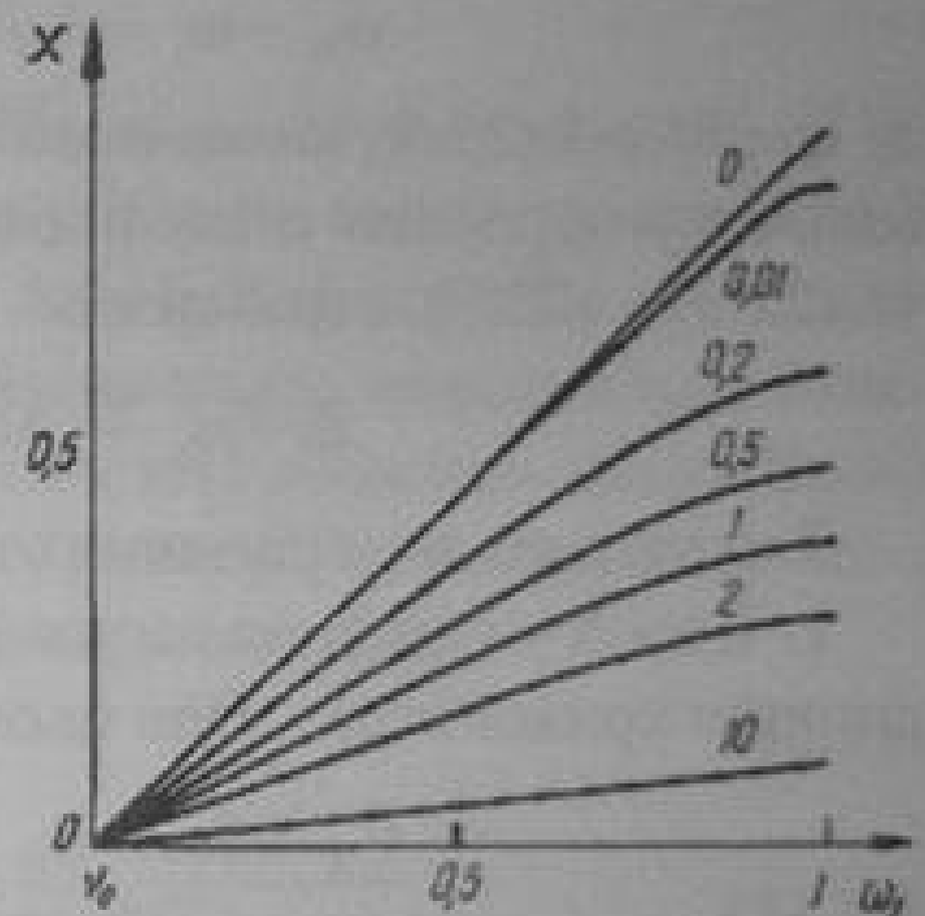


Рис. 22.6

Частота випромінювання лазера практично у всіх режимах його генерації визначається лінійним етапом розвитку поля в резонаторі. При цьому центр ваги спектра випромінювання збігається з частотою, на якій першою починає виконуватись порогова умова (рис. 22.5). Отже, частота генерації визначається з умови:

$$\alpha(\tilde{\nu}) = \gamma(\tilde{\nu}). \qquad (22.6)$$

Використовуючи вирази (22.4) і (22.5), отримаємо рівняння для визначення частоти генерації:

$$\omega^2 - 2\omega\frac{\omega_0 + \omega_1\varepsilon}{1+\varepsilon} - \frac{\theta}{1+\varepsilon} + \frac{\omega_0^2 + \omega_{1c}^2}{1+\varepsilon} = 0\,,2 \qquad (22.7)$$

де введені позначення:

$$\omega = \nu/\delta, \theta = (\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma)/\alpha_0, \varepsilon = \gamma_0\delta^2/\alpha_0\Delta^2.$$

Розв'язком рівняння (22.7) є 2 корені, але нас цікавить випадок, коли вони вироджуються в один. Цей випадок відповідає перетворенню на нуль детермінанта рівняння (22.7). У результаті отримаємо наступні рівняння:

$$\tilde{\omega} = (\omega_0 + \omega_1\varepsilon)/(1+c); \qquad (22.8)$$

$$\omega_0 - \omega_1 = \pm\sqrt{\theta(1+\varepsilon)/\varepsilon}\,, \qquad (22.9)$$

де $\tilde{\omega} = \tilde{\nu}/\delta$. З (22.8) визначимо частоту генерації, з (22.9) — величину порогового коефіцієнта підсилення. Підставляючи (22.9) в (22.8), отримаємо:

$$\tilde{\omega} = \omega_0 \mp \sqrt{\theta\varepsilon/(1+\varepsilon)}. \qquad (22.10)$$

Розглянемо два граничних випадки.

1. $\delta >> \Delta$ — ширина смуги люмінесценції значно більша ширини кривої втрат. При цьому $\varepsilon \to \infty$, і, отже, $\tilde{\omega} = \omega_1$:

$$\frac{\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma_0}{\alpha_0} = \frac{(\nu_0 - \tilde{\nu})^2}{\delta^2}.$$

Таким чином, частота генерації збігається з частотою мінімуму втрат резонатора, а пороговий коефіцієнт підсилення зростає відповідно з формою смуги підсилення.

2. $\delta << \Delta$ — ширина смуги люмінесценції значно менша кривої втрат. $\varepsilon \to 0$ і $\tilde{\omega} = \omega_0$, а:

$$\frac{\bar{\alpha}_0 + \alpha_0 - \gamma_0}{\gamma_0} = \frac{(\nu_0 - \nu_1)^2}{\Delta^2},$$

тобто пороговий коефіцієнт підсилення змінюється відповідно до форми кривої втрат, частота ж випромінювання залишається на максимумі смуги підсилення.

У загальному вигляді з виразу (22.8) випливає, що частота генерації не є лінійною функцією частоти настроювання ω_1, оскільки ε_1 є також функцією ω_1. Залежно від співвідношення величин Δ і $\delta(\aleph = \Delta/\delta)$ отримуємо різні перебудовні криві (рис. 22.6), поряд із кривими вказане значення $\aleph$. Видно, що чим ширший контур кривої втрат (чим більше $\aleph$), тим більше частота генерації (ω_2) відрізняється від частоти настроювання резонатора (ω_1). Зрозуміло, що при цьому, в міру перебудови, на частоті генерації зростають втрати, і спадає ККД лазера.

Енергетичні характеристики лазера з перебудовною довжиною хвилі

Припустимо, що дисперсійний резонатор має смугу Δ, значно вужчу, ніж однорідно-уширена смуга підсилення δ активного середовища, тобто $\Delta << \delta$. Цей випадок дуже важливий для практики, тому що відповідає максимально можливому ККД і найкращій перебудові довжини хвилі. Якщо лазер працює в стаціонарному режимі, то потужність його випромінювання визначається виразом (§18):

$$\overline{m} = W - W^{(n)}, \qquad (22.11)$$

але згідно (§18):

$$W^{(n)} = [g(\nu)]^{-1}, \qquad (22.12)$$

де $g(\nu)$ — форма смуги люмінесценції, причому $g(\nu_0) = 1$ і враховано, що на частоті максимуму $W^{(n)} = 1$. Отже, при фіксованому накачуванні W в процесі перебудови на крилі смуги люмінесценції буде спадати потужність генерації лазера за законом:

$$\overline{m}(\nu) = W - [g(\nu)]^{-1}. \qquad (22.13)$$

Залежність (22.13) справедлива і для режиму вільної генерації, якщо вважати, що $\overline{m}(\nu)$ — усереднена по пічкам

потужність випромінювання. Для пікової потужності пічка закон дещо інший, але якісна картина залишається тією ж, тобто при перебудові на крилі смуги люмінесценції потужність пічків падає. Причина та ж — підвищення порогової потужності накачування.

Більш цікава залежність отримується для лазера з модульованою добротністю за рахунок пасивного затвору. При цьому, у випадку перебудови довжини хвилі генерації фіксованим буде пороговий коефіцієнт підсилення. На крилі ж, в силу падіння коефіцієнта Ейнштейна для досягнення порогового підсилення, потрібне накопичення більшої величини інверсної населеності. У результаті, в середовищі виявляється збереженою більша енергія. Якщо перевищення підсилення порогового рівня при просвітленому пасивному затворі досить велике, практично більше двох, що залишкова інверсна населеність мізерно мала (див. §20).

Отже, в гігантському імпульсі буде випромінена вся запасена в активному середовищі енергія. При перебудові довжини хвилі генерації лазера на крило смуги люмінесценції енергія гігантського імпульсу при пасивній модуляції добротності зростає. Природно, що при цьому зростає і рівень накачування.

При активній модуляції добротності початкове перевищення порогового рівня визначається тривалістю першого етапу розвитку гігантського імпульсу (див. §20). Тривалість цього етапу, на відміну від випадку пасивної модуляції добротності, задається моментом вимкнення втрат. Якщо при перебудові довжини хвилі зберігається величина накачування і момент вимкнення втрат, тобто тривалість першого етапу, що прибережена в середовищі енергія залишається незмінною. Тому при активній модуляції добротності, якщо рівень накачування залишається незмінним, перебудова довжини хвилі генерації супроводжується падінням енергії та потужності гігантського імпульсу. Це відбувається тому, що

величина прибереженої в активному середовищі енергії залишається незмінною, а перевищення підсиленням порогового рівня спалає в силу паління перерізу вимушеного випромінювання на крилі смуги люмінесценції. Зменшення перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня веде до паління енергії гігантського імпульсу (див. §20).

Свіп-лазери

Для розв'язку задач експресної спектроскопії високої роздільної здатності перспективні *свіп-лазери — джерела вимушеного випромінювання, довжина хвилі яких змінюється в процесі генерації.* Вперше метод перебудови частоти лазера в процесі генерації був запропонований в Інституті фізики АН України і призвів до створення цілої серії свіп-лазерів як на твердотільних активних середовищах, так і на розчинах органічних барвників. Найбільш повно вивчені свіп-лазери на твердотільних активних середовищах (скло з Nd^{3+} і рубін). Кінетика їх генерації носить пічковий характер (рис. 22.7,*а*), причому, кожному пічку відповідає своя довжина хвилі випромінювання (рис. 22.7,*б, в, г*).

Режим свіпування довжини хвилі генерації виконується так, як і її перебудова, описана в попередніх розділах даного параграфа. Відповідність полягає в тому, що положення мінімуму кривої втрат резонатора безперервно зміщується по шкалі частот у процесі випромінювання лазера. Для цього, наприклад, у випадку призменного дисперсійного резонатора з певною швидкістю обертається дзеркало, розташоване за дисперсійною призмою, рис. 22.4, *а* або гратка (рис. 22.4, *б*). У результаті мінімум втрат резонатора з постійною швидкістю зміщується за шкалою частот. Актуальними залишаються високошвидкісні шляхи перебудови частоти лазерів, на основі яких продовжує розвиватись новий напрям у спектроскопії високої роздільної здатності — *безщілинної спектроскопії*. Особливо перспективним тут, зав-

дяки практичній безінерційності і відносній простоті виконання, є електрооптичні методи перебудови.

Найбільш прийнятними для використання є режими повільного свіпування частоти, коли часовий хід випромінювання — впорядкована серія імпульсів, кожний з яких має свою частоту, а їх енергетичні параметри збігаються з параметрами пічків вільної генерації (рис. 22.7). Останнє свідчить про те, що в процесі генерації перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня для кожного імпульсу такого ж порядку, що і в режимі вільної генерації, тобто

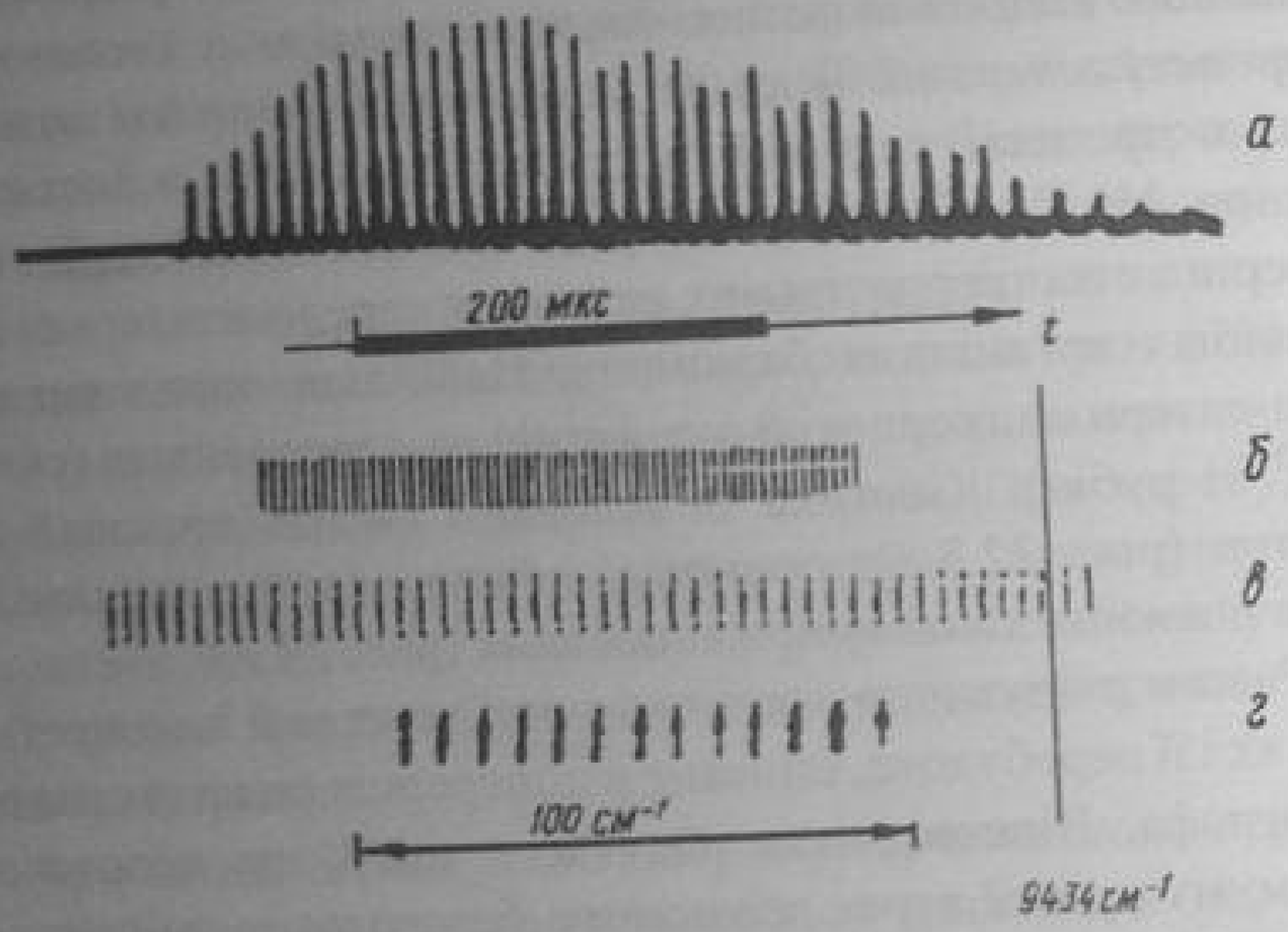


Рис. 22.7

мале. Але в режимі вільної генерації випромінювання, що виникає, само обмежує ріст під дією накачування населеності на верхньому рівні (§ 18). Яким же чином у режимі свіпування частотами виконується умова малості перевищення коефіцієнтом підсилення порогового значення для всіх частот генерації?

Найпростіше на це питання можна відповісти так. Побудуємо залежність α (коефіцієнта підсилення) від частоти

(рис. 22.8, а). Залежність α від часу на частоті максимуму смуги люмінесценції показана на рис. 22.8,*б*. Подібні залежності будуть і для інших частот. Порівнюючи ці рисунки, можна побудувати поверхню 1 коефіцієнта підсилення в просторі (ν, t, α) (рис. 22.8,*в*). Тепер на тому ж рисунку побудуємо залежність втрат резонатора від часу і частоти. Ця залежність може бути достатньо складною. Все визначається методом селекції і способом співпування частоти. Для простоти скористаємось умовою, що напівширина кривої добротності резонатора набагато вужча напівширини смуги люмінесценції, яка є досить плавною функцією частоти. При цьому частота генерації збігається з частотою настроювання. Тоді порогова умова генерації запишеться у вигляді:

$$\alpha(\nu,t)=\gamma_{min}, \qquad (22.14)$$

де γ_{min} — втрати для максимально добротної частоти (площина 2, рис. 22.8,*в*). На рис 22.8,*в* умова (22.14) зображена лінією перетину поверхні 1 і площини 2. На цій лінії буде виконуватись порогова умова для кожної частоти у відповідний момент часу. Тепер ясно, що процес співпування

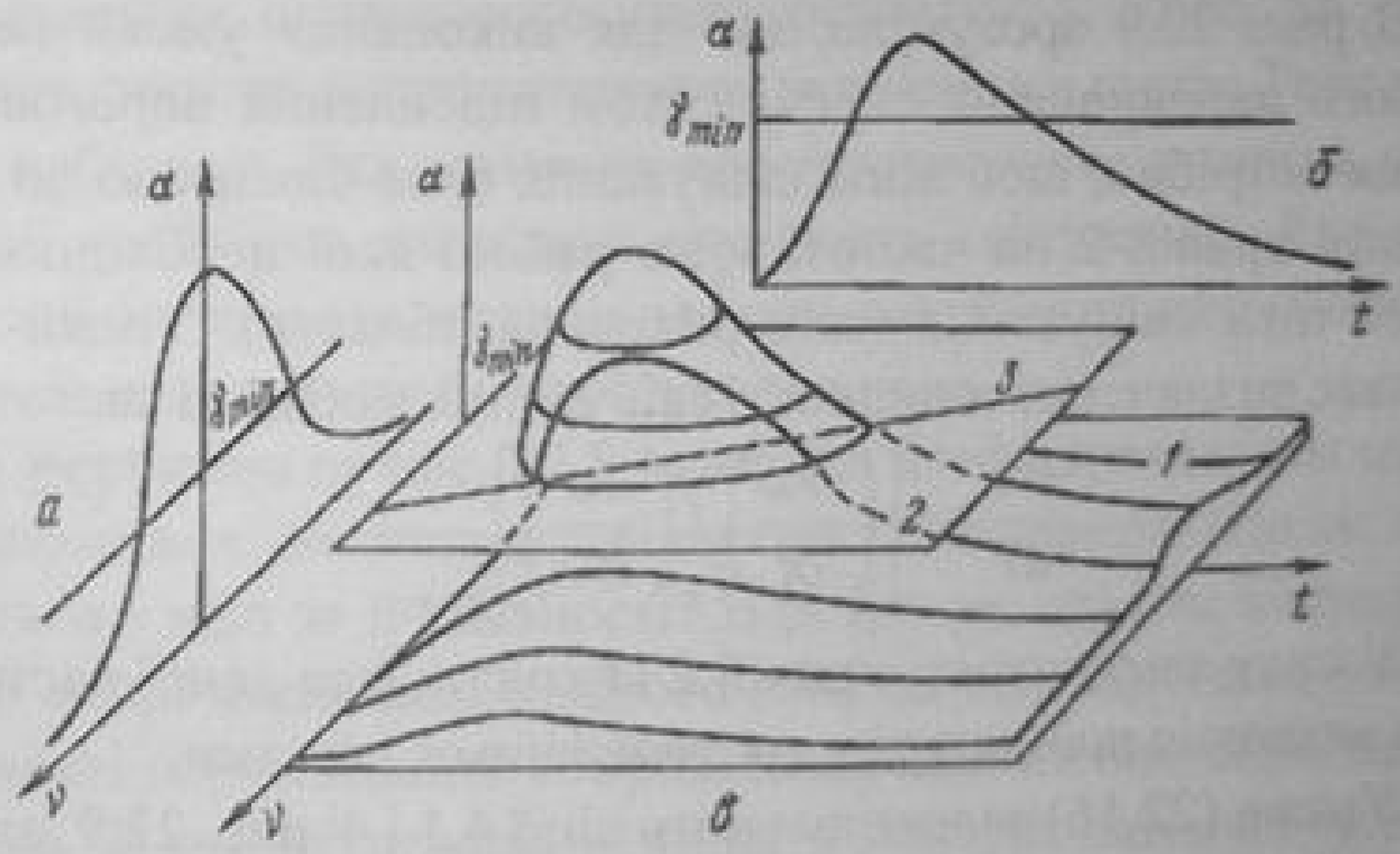


Рис. 22.8

зображується лінією (лінією співпування):

$$\gamma_{min} = \gamma_{min}(\nu, t), \qquad (22.15)$$

яка лежить у проведеній площині. При методі співпування, який звичайно використовується, вираз (22.15) є рівнянням прямої лінії (лінія 3, рис. 22.8,*в*), але можливі і більш складні залежності. А для визначеності зупинимось на лінійному законі співпування, оскільки цей режим реалізується краще за

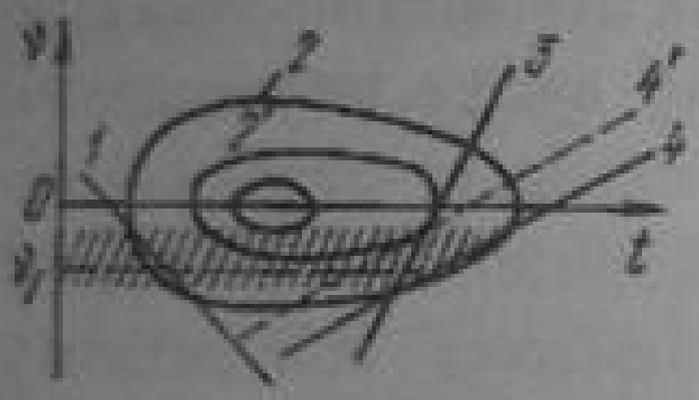


Рис. 22.9

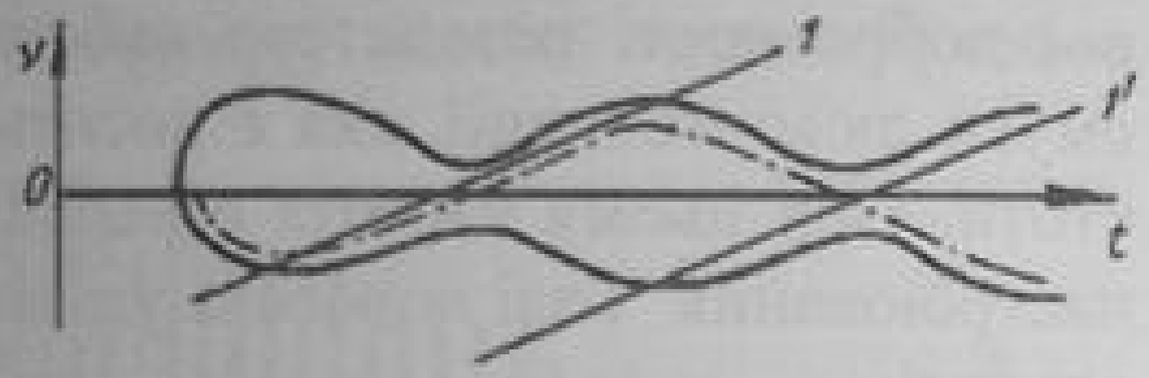


Рис. 22.10

все. Спроектуємо поверхню 1 (рис. 22.8,*в*) на площину $\alpha = \gamma_{min}$ (рис. 22.9). При цьому всередині області, обмеженій замкнутою кривою 2, з умови $\alpha(\nu, t) = \gamma_{min}$, отримаємо, що підсилення перевищує втрати, тобто $\alpha(\nu, t) > \gamma_{min}$, а поза нею $\alpha(\nu, t) < \gamma_{min}$.

З рис. 22.9 зрозуміло, що для виконання умови невеликого перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня потрібно, щоб лінія співпування була близькою до дотичної кривої 2 на частоті ν_1, в районі якої необхідно забезпечити співпування (заштрихована область). Звідси випливає визначення швидкості співпування в області частоти:

$$\frac{d\nu}{dt} = -\left[\left(\frac{\partial\alpha}{\partial t}\right)\Big/\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\nu}\right)\right]_{\nu=\nu_1}. \qquad (22.16)$$

У силу замкнутості кривої 2 виходять для даної частоти два значення швидкості з протилежними знаками.

Умови (22.16) задовольняють лінії 4,1 і 4′ рис. 22.9, але у випадку, який відповідає лінії 4, буде необхідний режим, а у випадку 4′ — ні. Це пояснюється тим, що при русі по лінії 4

будемо знаходитись в області малих перевищень коефіцієнта підсилення порогового значення. А у випадку 4′ ввійдемо в область високих перекачувань (рис. 22.8,*в*). У результаті початок і кінець генерації будуть регулярними, а середина нерегулярною, відповідно і спектральний склад у середині не буде задовільним. Буде те ж саме, якщо неправильно вибрано швидкість свіпування (лінія 3, рис. 22.9). З наших побудов випливає необхідність зробити режими 4′ і 3 (рис. 22.9) регулярними. Для цього досить зменшити інтенсивність накачування. При цьому область, обмежена лінією 2, зменшиться (лінія 2′), і прямі 4′ і 3 будуть проходити поблизу кривої 2′. Щоправда, при цьому зміниться частота, поблизу якої забезпечено свіпування.

Вираз (22.16) дозволяє визначити швидкість свіпування. Але визначена, таким чином, швидкість може виявитись більшою, якщо вона не задовольняє умову, за якої при формуванні і випромінюванні імпульсу на заданій частоті величина втрат для поля цієї частоти не змінюється. Коли така умова не виконується, для її збереження підвищують початкове перекачування над порогом, а це призводить до скорочення початкового стану розвитку, і, отже, до уширення спектра випромінювання в окремому пічку. Таке явище небажане. Для усунення *ефекту уширення спектра генерації* необхідно зменшити швидкість свіпування. Для реалізації останнього, спад на часовій залежності інтенсивності люмінесценції має бути більш пологим.

Зображена на рис. 22.8 поверхня коефіцієнта підсилення відноситься до випадку відсутності генерації. Що ж трапиться з нею за її наявності? В режимах, які нас цікавлять, при випромінюванні кожного імпульсу виконується умова малості перевищення коефіцієнтом підсилення порогового рівня. В цьому режимі різниця в контурі підсилення до і після генерації імпульсу порядку перекачування над порогом генерації (§18). Для випадку однорідно-уширеної

смуги люмінесценції спотворення зводиться просто до зменшення всього контуру коефіцієнта підсилення як цілого. Після випромінювання пічка відбудеться зменшення області, обмеженої кривою 2 (рис. 22.9). За малих змін коефіцієнта підсилення нова межа області буде подібною до старої, і тому умова (22.16) залишиться попередньою. Отже, врахування коефіцієнта підсилення не веде до потреби змінювати швидкість сіпування. Відбудеться лише зменшення діапазону сіпування порівняно з визначеним рис. 22.9 (заштрихована область).

У випадку неоднорідно-уширеної смуги люмінесценції картина процесу генерації може ускладнитись, тому що контур коефіцієнта підсилення у цьому випадку спотворюється, а не просто зменшується як ціле. І все ж таки, коли як активне середовище використовується скло з Nd^{3+} при кімнатній температурі, спотворення малі.

Із попереднього випливає, що для отримання впорядкованого режиму генерації необхідно досить точно підтримувати швидкість сіпування, інтенсивність і тривалість імпульсів накачування, величину втрат γ_{min}.

Перерахуємо деякі із способів розширення можливостей сіпування (для наочності проілюструємо їх на графіках).

1. Використання накачування у вигляді серії імпульсів призводить до того, що поверхня 1 на рис. 22.8, *в* матиме стільки максимумів, скільки імпульсів у серії. При цьому лінія перетину цієї поверхні з площиною $\alpha(\nu, I) = \gamma_{min}$ набуває вигляду, вказаного на рис. 22.10 (суцільна лінія). Тоді, рухаючись по прямій 1, ми виконуємо сіпування частоти в межах всієї смуги люмінесценції.

2. Дисперсійні резонатори з еквідистантно розташованими максимумами добротності в сукупності з багатоімпульсним накачуванням дозволяють отримати режим багатократного сіпування в межах всієї смуги люмінесценції (лінії 1 і 1′, рис. 22.10).

3. Нарешті, використання електрооптичних методів свіпування частоти (22.14) дозволяє при багатоімпульсному накачуванні в упорядкованому режимі генерації виконати режим багаторазового свіпування частоти в широких межах (штрихпунктирна лінія на рис. 22.10).

Зупинимось детальніше на характеристиках окремого імпульсу генерації свіп-лазера. Для опису параметрів випромінювання свіп-лазера скористаємось експериментальним фактом — пічковим характером його генерації. Отже (див. §18), основні параметри пічка: його спектральний склад, енергія і потужність випромінювання визначаються лінійним етапом розвитку. Тому основну увагу звернемо на

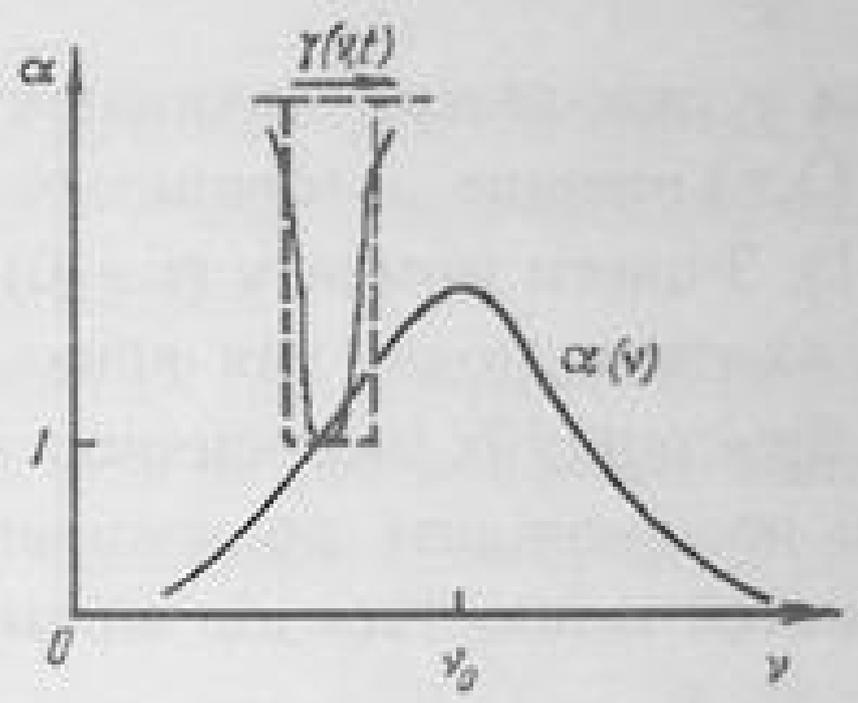


Рис. 21.11

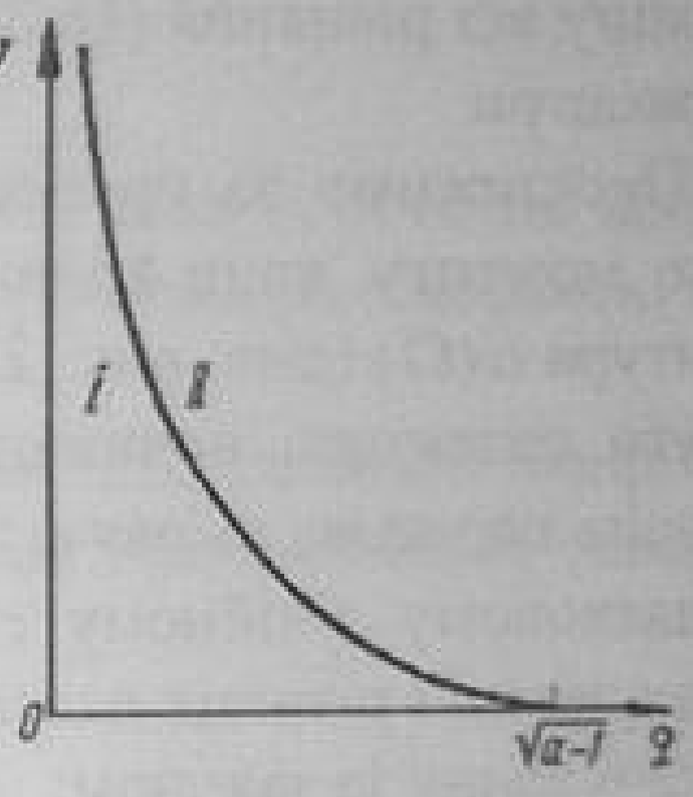


Рис. 21.12

формування спектрального складу випромінювання на лінійному етапі. Нагадаємо ще раз частотні залежності підсилення і втрат резонатора (рис. 22.11) та конкретизуємо залежність від частоти. Для відповіді на більшість питань досить простої апроксимації цієї залежності прямокутною функцією (пунктир на рис. 22.11):

$$\gamma(t)=\begin{cases} 1 & t_1 \le t \le t_1 + \Delta/V, \\ \gamma >> 1 & t < t_1, t > t_1 + \Delta/V, \end{cases} \qquad (22.17)$$

де Δ — смуга частот, які селектуються, t_i — момент входу i-ої моди в цю смугу, а V — швидкість свіпування. Введена апроксимація дозволяє записати рівняння для мод, які знаходяться в межах смуги частот селекції, у простішому вигляді:

$$\frac{dm_i}{d\tau} = m_i[nq(\Omega_i) - 1];$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{a-n}{G} - n\sum_i g(\Omega_i)m_i, \qquad (22.18)$$

де $\tau = t/T_p$; $m = \beta BT_p M$; $a = BT_p N_0$; $G = T_1/T_p$; $\Omega = (\nu - \nu_0/\delta$, $n = BT_p N$; ν_0 — центр контуру підсилення, δ — його напівширина на рівні 0,5. Для зручності розв'язку задачі на відміну від рівняння (16.39) введено дещо інші безрозмірні параметри.

Простежимо за процесами у свіп-лазері, починаючи з того моменту, коли крива $\gamma(\Omega,\tau)$ вперше доторкнеться до контура $\alpha(\Omega)$ (див. рис. 22.11). З цього моменту ($\tau = 0$) до смуги селектора починають входити моди, для яких виконана порогова умова $\alpha > \gamma$. Зростання їх інтенсивності на початковому лінійному етапі не приводить до насичення підсилення і різниця населеностей змінюється під впливом накачування за законом:

$$n \approx n_H + G^{-1}(a - n_H)\tau, \qquad (22.19)$$

який випливає з другого рівняння (22.18) за умови $\tau << G$, де n_H — населеність у момент $\tau = 0$. Зауважимо, що в момент першого контакту $n = n_H = 1/g(\Omega_H)$.

Підставивши (22.19) до першого рівняння (22.18) і виконавши інтегрування, знайдемо:

$$m_i(\tau) = m_0 \exp\{[n_H g(\Omega_i) - 1](\tau - \tau_i) + g(\Omega_i)(a - n_H) \times$$
$$\times(\tau^2 - \tau_i^2)/2G\}, \qquad (22.20)$$

де $V = VT_p/\delta$ — безрозмірна швидкість свіпування для мод, розташованих праворуч частоти Ω_H, і $\tau_i = 0$, а для мод, роз-

ташованих ліворуч від $\Omega_н$, $\tau_1 = (\Omega_1 - \Omega_н)/V$. Роль останніх суттєва при $V \to 0$, коли перебудова селектора за час формування пічка стає мізерно малою.

Поки справедливі нерівності:

$$\left|\frac{[\Omega - \Omega_н]g'(\Omega_н)}{(g\Omega_н)}\right| << 1, \quad \left|\frac{[\Omega - \Omega_н]g''(\Omega_н)}{g'(\Omega_н)}\right| << 1,$$

можна скористатись розкладом $g(\Omega) = g(\Omega_н) + [\Omega - \Omega_н] \times g'(\Omega_н)$ і привести (22.20) до вигляду:

$$m(\Omega,\tau) = m_0 \exp\left\{\frac{g'}{g}(\Omega - \Omega_н)\tau + \frac{ag-1}{2G}\tau^2 - \frac{g'}{g}\frac{[\Omega - \Omega_н]^2}{2V} \times \right.$$
$$\left. \times\left(\eta + \frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right)\right\}. \qquad (22.21)$$

Указаний перехід справедливий, коли $\Delta << \delta$, що відповідає дійсності при використанні резонатора з високою вибірковістю.

Вираз (22.21) описує розподіл інтенсивності випромінювання за частотами на лінійному етапі розвитку генерації. Максимум цього розподілу:

$$\overline{m} = m_0 \exp\left\{\frac{Vg'}{2g}\left[\left(2 + \frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right)^{-1} + \frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right]\tau^2\right\}, \qquad (22.22)$$

локалізований на частоті:

$$\overline{\Omega} = \Omega_н + V\left(2 + \frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right)^{-1}\tau. \qquad (22.23)$$

Як видно з останньої формули, максимум зміщується по шкалі частот зі швидкістю:

$$\overline{V} = V\left(2 + \frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right)^{-1}. \qquad (22.24)$$

Ширина спектра випромінювання за рівнями $1/e$ складає:

$$\delta\Omega = 2\sqrt{\frac{2V'g}{g'}\left(2+\frac{g}{g'}\frac{ag-1}{GV}\right)^{-1}}\,. \qquad (22.25)$$

Характеристики випромінювання свіп-лазера на лінійному етапі залежать від трьох параметрів: швидкості свіпування V'_L, миттєвого значення частоти настроювання резонатора Ω_H і параметра накачування (це випливає зі співвідношень (22.22) — (22.25). На площині (V,Ω) можна виділити дві області, відокремлені кривою :

$$V_{кр} = g(ag-1)(2G|g'|)^{-1}\,, \qquad (22.26)$$

яка відповідає рівнодії факторів накачування і перебудови у співвідношеннях (22.22) — (22.25) рис. 22.12).

У випадку лоренцевої форми лінії $g=(1-\Omega^2)^{-1}$ залежність (22.26) трансформується у:

$$V_{кр} = (\alpha-1-\Omega^2)(4G\Omega)^{-1}\,. \qquad (22.27)$$

Нехай, для прикладу a=2, Ω=0,2 , $T_p = 5\cdot10^{-2}$ мкс, δ = =200 см$^{-1}$, отримаємо $V_{кр}$ =0,5см$^{-1}$ / мкс.

Область I, розташовану нижче вказаної межі (рис. 22.12), природно назвати областю повільного свіпування. Всередині неї, на деякій відстані від межі, роль накачування у процесі формування пічка стає домінуючою, у зв'язку з чим формули (22.22) — (22.25) спрощуються:

$$\overline{m} = m_0 \exp\left\{\frac{ag-1}{2G}\tau^2\right\};$$

$$\overline{V} = \frac{g'}{g}\frac{GV^2}{ag-1} << V;\ \delta\Omega = 2V\sqrt{2G(ag-1)^{-1}}\,. \qquad (22.28)$$

При малих швидкостях свіпування, які є цікавими для лазерної спектрометрії, характеристики окремого пічка свіп-лазера подібні до характеристики пічка звичайного лазера з фіксованим селектором.

В області швидкого сіпування II (рис. 22.11), навпаки — при достатньому віддаленні від межі — динаміка генерації визначається виключно перебудовою резонатора. Тому у формулах (22.22) — (22.25) можна знехтувати членами, які описують дію накачування. Оскільки в цій області швидкість дрейфу максимуму спектрального розподілу $V = \bar{V}/2$, можливі картини спектрального розподілу, показані на рис. 22.13. (Частотами Ω_1 і Ω_2 позначені межі області, у яких виконуються умови генерації).

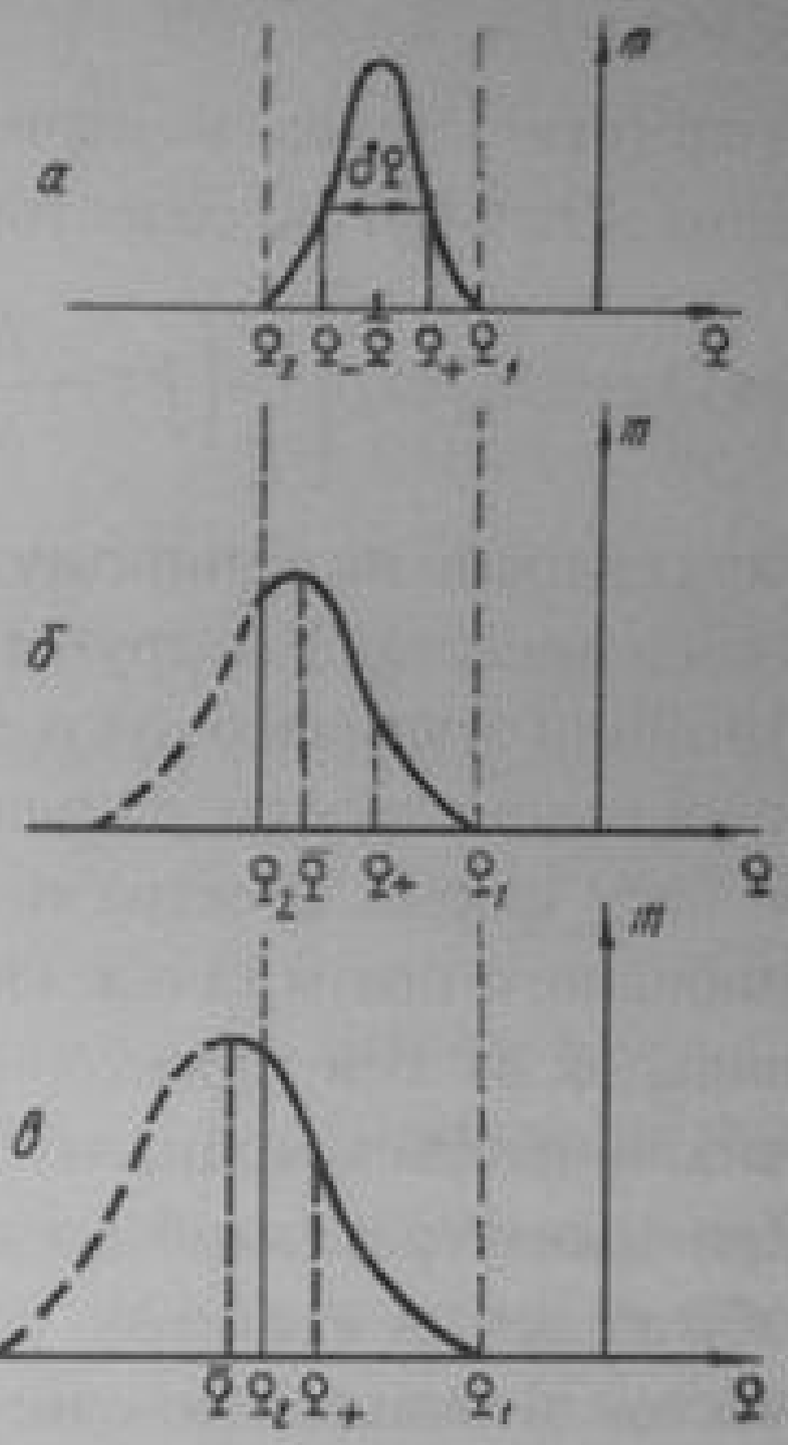


Рис. 22.13

Кожному з них відповідає своя форма ширини спектра:

а) $\delta\Omega = \Omega_+ - \Omega_- = 2\sqrt{\frac{g}{g'}V}$;

б) $\delta\Omega = \Omega_+ - \Omega_- = \frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2} + \sqrt{\frac{g}{g''}V}$; (22.29)

в) $\delta\Omega = \Omega_+ - \Omega_- = \frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\delta} - \frac{V\tau}{2}\right)^2 + \frac{g}{g'}V}$.

У випадках а) і б) максимум спектрального розподілу розташований між частотами Ω_1 і Ω_2 і змінюється в часові за законом:

$$\overline{m} = m(\overline{\Omega}) = m_0 \exp\left[\frac{g'}{4g}V\tau^2\right], \quad (22.30)$$

а у випадку в) частота $\overline{\Omega}$, яка визначається формулою (22.23), розташована поза смугою селектора:

$$\overline{m} = m(\Omega_2) = m_0 \exp\left[\frac{g'}{g}\left(V\tau - \frac{\Delta}{\delta}\right)\tau\right]. \quad (22.31)$$

У міру розвитку генерації на лінійному етапі форма спектра еволюціонує від однієї стадії до другої за вказаною вище послідовністю. Лінійний етап завершується, як тільки інтенсивність лідируючої моди виростає до рівня насичення. Досягнута до цього часу форма спектра по суті і є формою спектра випромінюваного потім пічка. Останнє не розповсюджується на випадок в). Він характерний тим, що тут із гри послідовно виключаються моди, які лідирували у своєму розвитку. При цьому реальний максимум спектрального розподілу збігається за частотою з Ω_2, тобто зміщується по шкалі частот зі швидкістю свіпування. Перехід у нелінійну фазу генерації в даному випадку не приводить до негайного скидання інверсії населеностей, оскільки наростання потужності випромінювання в кожній із почергово лідируючих мод штучно обривається. В результаті, спектр окремого пічка представляє собою деяку смугу частот із невпорядкованим розподілом інтенсивності. Останнє пояснюється нестійкістю процесу естафетного висвічування

мод, яке відбувається за умови рівноваги між інтенсивністю випромінювання і величиною скинутої інверсії населеностей, що виконується послідовно кожною з мод, які вимикаються.

Оцінимо швидкість перебудови, необхідну для появи квазісуцільних смуг у спектрі випромінювання, що формально відповідає переходу до розподілу, наведеному на рис. 22.13,*в*. Спектр пічка має вказану форму, якщо тривалість лінійного етапу перевищує час $\tau_{сел} = 2\frac{\Delta}{\delta V}$, за який частота Ω_2 доганяє максимум спектрального розподілу. Підставивши $\tau_{сел}$ в (22.30) і прирівнявши до наступної інтенсивності $m_{нас}$, знайдемо невідому швидкість свіпування:

$$V = \left|\frac{g'}{g}\right| \frac{\Delta^2}{T_p \delta \ell n(m_{нас}/m_0)}. \quad (22.32)$$

При $\Delta = 10\text{см}^{-1}$, $\delta = 200\text{см}^{-1}$, $T_\phi = 10^{-2}$мкс, $\ell n(m_{нас}/m_0) = 25$; $g'/g = 1$ ця швидкість складає $V = 2$ см$^{-1}$/мкс. Отримане значення узгоджується з експериментальними даними довжини: поява квазісуцільних смуг у спектрі випромінювання свіп-лазера з подібними параметрами спостерігається при $V \geq 3 - 4\text{см}^{-1}$/мкс. З подальшим збільшенням швидкості свіпування вимкнення мод відбувається ще швидше, а скидання ними інверсії населеностей із деякого моменту повністю компенсується приростом підсилення внаслідок перебудови резонатора в напрямку центру смуги люмінесценції. В часові процес випромінювання виглядає як послідовність з'єднаних пічків із широким інтегральним спектром. В експерименті режим подібного роду спостерігається при швидкостях свіпування, які передують зриву генерації.

У діапазоні середніх швидкостей свіпування, коли зростання підсилення в смузі селектора, забезпечуються одно-

§23. Лазерна спектроскопія

Можливості традиційної спектроскопії суттєво розширюються, і виникає новий метод — метод лазерної спектроскопії. Йому притаманні унікальні характеристики лазерного випромінювання:

1. Лазерні джерела забезпечують рекордну спектральну яскравість і вузькосмуговість випромінювання.

2. Їх випромінювання має надзвичайно високу спрямованість.

3. Тривалість лазерного випромінювання можна змінювати в широких межах — від неперервного до фемтосекундного.

4. Довжину хвилі випромінювання лазера вдається перебудувати в широких межах, перекриваючи практично весь видимий діапазон, частково ультрафіолетовий і інфрачервоний.

У даному параграфі розглянемо деякі методи лазерної спектроскопії.

Як відомо, спектральні дослідження зводяться до одержання наступних характеристик:

1) коефіцієнта поглинання (або підсилення) досліджуваного середовища за допомогою пробного випромінювання різної довжини хвилі;

2) інтенсивності висвічування залежно від довжини хвилі при тому чи іншому способі збудження;

3) інтенсивності, діаграми спрямованості і довжини хвилі розсіяного середовищем випромінювання.

Відповідно до цього і будуються оптичні схеми спектральних приладів.

Наприклад, на рис. 23.1 зображено оптичну схему для вимірювання спектрального ходу коефіцієнта поглинання (підсилення). Як видно з рисунка, випромінювання точкового джерела світла 1 за допомогою оптичної системи 2 колімується і спрямовується на досліджуване середовище 3.

Випромінювання, яке пройшло через об'єкт вимірювання, за допомогою оптичної системи 4 збирається на вхідну апертуру спектроаналізуючої апаратури 5, наприклад, на вхідну щілину спектрографа. Незалежно реєструється спектральний склад джерела випромінювання. Порівняння цих двох спектрів дає величину і хід спектральної залежності коефіцієнта поглинання (підсилення).

Для реєстрації спектрів висвічування оптична схема залишається практично тією ж, якщо збудження виконується оптичним випромінюванням. Відмінність полягає лише в тому, що на спектральний прилад спрямовується випромінювання, зумовлене самим досліджуваним об'єктом.

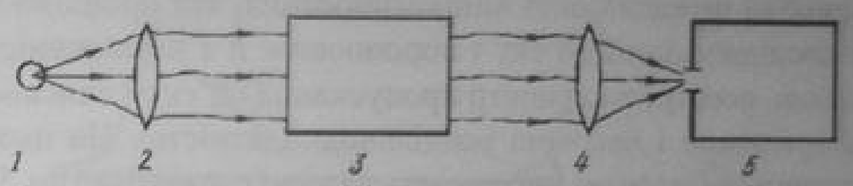


Рис. 23.1

Нарешті, для дослідження спектральних характеристик розсіювання, схема, аналогічна схемі на рис. 23.1, але доповнена пристроєм для вимірювання просторового розподілу розсіяного світла.

З наведеного опису випливає, що точність вимірювання вказаних характеристик визначається параметрами пробного випромінювання і можливостями спектроаналізуючої апаратури.

Шляхи підвищення чутливості і роздільної здатності спектральних методів дослідження полягають або в подальшому вдосконаленні реєструючої апаратури, або у використанні нових джерел пробного випромінювання. Перший шлях себе вичерпав, тому що спектральна апаратура досягла практично межі свого удосконалення. Єдиним шляхом збільшення чутливості і роздільної здатності, а також

часно накачуванням і перебудовою, характеристики спектра описуються загальними виразами (22.22) — (22.25).

Як випливає з аналізу режиму швидкого свіпування, у свіп-лазері виконання порогової умови $\alpha > \gamma$ ще не гарантує вихід моди в генерацію. Окрім цього потрібно, щоб тривалість перебування i-ої моди в смузі селектора була не меншою часу лінійного розвитку генерації. В області швидкого свіпування цей час, який визначається з рівності (22.20), складає:

$$(t_{min})_i = T_p \frac{\ln(m_{нас} / m_0)}{ng(\Omega_i) - 1}, \qquad (22.33)$$

і згадана вище умова формулюється як:

$$\frac{V}{ng(\Omega_i) - 1} \le \frac{\Delta}{T_p \ln(m_{нас} / m_0)}. \qquad (22.34)$$

На підставі (22.34) можна зробити висновок, що з підвищенням швидкості свіпування початкова частота спектра генерації віддаляється від межі самозбудження. Цей висновок повністю узгоджується з експериментальними даними.

За умови:

$$V > V_{max} = \frac{(a-1)\Delta}{T_p \ln(m_{нас} / m_0)}, \qquad (22.35)$$

генерація взагалі не встигає розвинутись.

Контрольні питання

1. Проаналізуйте методи зміни довжини хвилі випромінювання лазера.

2. Що визначає довжину хвилі генерації лазера?

3. Від чого залежить спектральна ширина перебудови довжини хвилі лазерного випромінювання?

4. Які умови визначають максимально можливе значення ККД та найкращі перебудовні параметри довжини хвилі лазера?

5. Як залежать енергетичні параметри лазера від зміни довжини хвилі генерації при сталому рівні накачування?

6. Які особливості роботи свіп-лазера?

7. Як розширюються можливості свіпування спектра генерації лазера?

8. Як залежить спектр генерації свіп-лазера від швидкості зміни параметрів селектора?

розширення можливостей спектроскопії, є удосконалення джерел пробного випромінювання — використання лазерів.

Позарезонаторна лазерна спектроскопія

Унаслідок унікальних властивостей лазерних джерел суттєво підвищені спектральна роздільна здатність і чутливість спектроскопічних методів. Це дозволило відмовитись від традиційних спектральних приладів типу спектрографів, оскільки застосування лазера з дисперсним резонатором дає можливість фіксувати довжину хвилі генерації та звужувати спектр випромінювання до одночастотного. При цьому отримуємо джерело випромінювання з наперед заданою довжиною хвилі, величину якої можна змінювати. В результаті, змінюючи інтенсивність випромінювання, яке пройшло через досліджуваний об'єкт і порівнюючи її з інтенсивністю на вході, реєструємо спектр пропускання об'єкту з високою спектральною і часовою роздільною здатністю. На цьому принципі побудовані і працюють лазерні спектрометри. Чутливість таких спектрометрів суттєво вища, ніж у спектрометрів, які використовують інший тип джерел випромінювання. Причина її чутливості — можливість багатократного пропускання лазерного випромінювання через об'єкт у силу малої розбіжності лазерного променя. При цьому ефективна оптична довжина шляху зростає, що дозволяє реєструвати слабкі смуги поглинання або підсилення.

Зупинимось на можливостях експресної спектроскопії з використанням лазерних джерел випромінювання. Вище в §22 були описані характеристики свіп-лазерів. Було показано, що їх випромінювання є послідовністю імпульсів, кожний із яких випромінюється на своїй, чітко визначеній довжині хвилі. Якщо таке випромінювання спрямувати через досліджуваний об'єкт зі смугою поглинання або підсилювання, то на виході амплітуда імпульсів буде промодульована відповідно до коефіцієнта поглинання або підсилення. Отже, взявши відношення амплітуд відповідних

імпульсів на виході досліджуваного об'єкту і на вході в нього, відразу отримаємо форму смуги пропускання досліджуванного середовища. При цьому застосування спектроаналізуючої апаратури не потрібне.

Треба відзначити застосування лазера як джерела збудження при люмінесцентних дослідженнях, особливо середовищ з неоднорідно-уширеними смугами люмінесценції. В цьому випадку, внаслідок вузькості спектра лазерного випромінювання, збуджується мала частка люмінесціюючих центрів, яка не захоплює всієї неоднорідно-уширеної смуги.

Для прикладу на рис. 23.2 демонструється зміна структури неоднорідно-уширеної смуги люмінесценції іонів

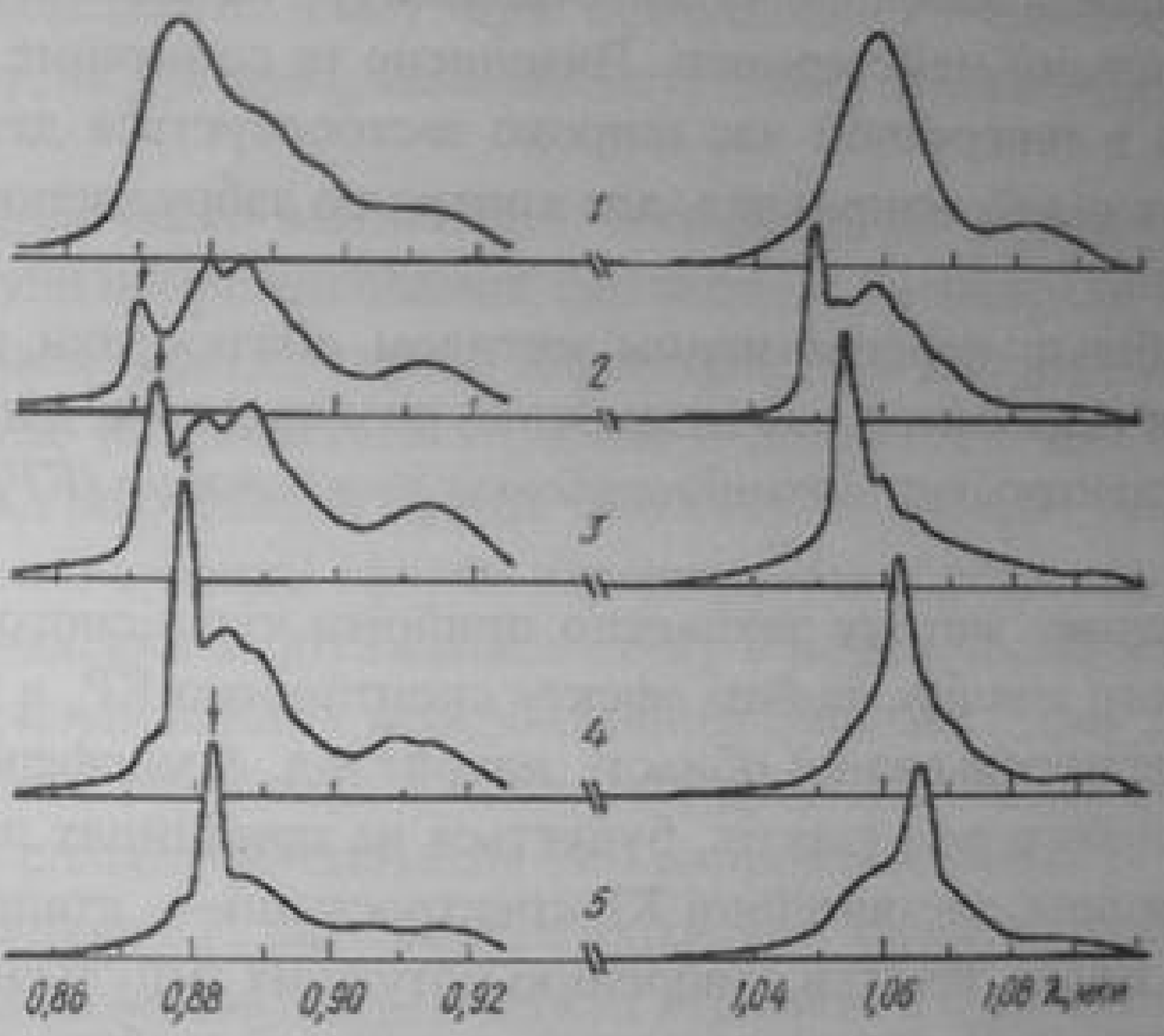


Рис. 23.2

Nd^{3+} у силікатному склі в областях 0,9 і 1,06 мкм при широкосмугастому (1) і вузькосмугастому (2, 3, 4, 5) збудженні. Причому, у випадках 2, 3, 4, 5 змінюється довжина хвилі збуджуючого вузькосмугастого випромінювання, що пока-

зано стрілкою. Використовуючи короткий імпульс збудження, менший за тривалістю часу крос-релаксації, вдається безпосередньо спостерігати процес крос-релаксації, тобто процес обміну енергією між активними центрами, які відрізняються за частотою люмінесценції.

Нелінійна лазерна спектроскопія

Поява лазерних джерел випромінювання обумовила розвиток нового напрямку спектроскопії — нелінійної спектроскопії. Внаслідок високої потужності випромінювання можна реалізувати всі типи вимушеного розсіювання, спонтанні аналоги яких, досліджувались протягом тривалого часу і вимагали особливо чутливої апаратури та високої експериментальної майстерності. Вимушене та спонтанне розсіювання в теперішній час широко застосовується для практичних цілей, наприклад, для контролю забрудненості атмосфери.

Найбільш перспективним методом діагностики атмосфери та гідросфери, що інтенсивно розвивається, є дистанційна спектроскопія *комбінаційного розсіювання (КР) світла.*

В основу методу закладено прийоми кількісного спектрального аналізу на базі ефекту спонтанного КР, а зондування контрольованої області, наприклад, атмосфери і реєстрації його результатів, будується на принципах локації. Народження дистанційної КР-спектроскопії — стало можливим тільки завдяки створенню потужних імпульсних лазерів і удосконаленню апаратури реєстрації слабких світлових сигналів.

Явище КР світла полягає в тому, що при взаємодії фотонів з речовиною в спектрі розсіяного випромінювання, окрім фотонів збуджуючого випромінювання з частотою ν_0, виникають фотони з частотами $\nu_0 \pm \nu_\Omega$ де ν_Ω — частоти внутрішньомолекулярних (власних) або обертальних коли-

вань досліджуваної речовини. Просту модель ефекту можна представити як непружне зіткнення фотона з молекулою. Згідно з законами збереження енергії, якщо при такому зіткненні молекула збуджується за рахунок «частини енергії фотона», то в спектрі розсіювання виникає випромінювання на різничній частоті, яка називається *стоксовою* $\nu_c = (\nu_0 - \nu_\Omega)$. Коли ж у результаті зіткнення молекула «віддає енергію фотону», то в спектрі розсіювання виникає сумарна частота, яка називається *антистоксовою* $\nu_a = (\nu_0 + \nu_\Omega)$.

При термодинамічній рівновазі молекул у нормальному стані більше, ніж збуджених у $e^{h\nu/kT}$ разів. У результаті інтенсивність стоксового розсіювання в стільки ж разів більша антистоксового. Тому при проведенні КР-спектрального аналізу, як правило, використовується стоксове випромінювання.

Надзвичайно важливою є обставина, що при збудженні молекули випромінювання, яке виникає на частотах ν_c і ν_a у розсіяному світлі, строго характерне для даної речовини і повністю визначається атомною будовою молекул. На відміну від поглинання (фотон всю енергію передає молекулі) або люмінесценції (фотон народжується в результаті переходу молекул зі збудженого стану в нормальний) комбінаційне розсіювання є нерезонансним ефектом і тому ймовірність його реалізації, а отже, інтенсивність на декілька порядків слабша поглинання або випромінювання. В той же час, завдяки КР, що має нерезонансний характер, спектр КР досліджуваної молекули можна отримати в будь-якому зручному для експерименту спектральному діапазоні.

Однією з переваг цього методу є можливість виявити присутність різних газів за допомогою лазера, який працює на фіксованій частоті випромінювання. При цьому джерело і приймач випромінювання територіально можуть бути сполучені, що робить таку схему дуже зручною. За допомогою відповідних принципів локації методом дистанційної КР-

спектроскопії можна, порівнюючи легко, визначити область локалізації, напрямок і швидкість розповсюдження атмосферних забруднень. Спектральне розташування ліній ν_c і ν_z КР забезпечує вибірковість методу і незалежність вимірів від стану атмосфери. Абсолютна концентрація кожної із забруднюючих речовин визначається шляхом порівняння в них інтенсивностей ліній КР з еталонними лініями азоту чи кисню. Для цього необхідно знати ефективний переріз КР-розсіювання молекул на характерних коливаннях і його залежність від ряду причин: частоти збуджувального світла, агрегатного стану, температури і т.і. Просторова роздільна здатність, яка визначається тривалістю лазерного імпульсу, тепер доведена до 5-10 м. Вимірюючи відношення інтенсивностей стоксової й антистоксової компонент, можна визначити також температуру як забруднюючої хмари, так і взагалі зондованого району.

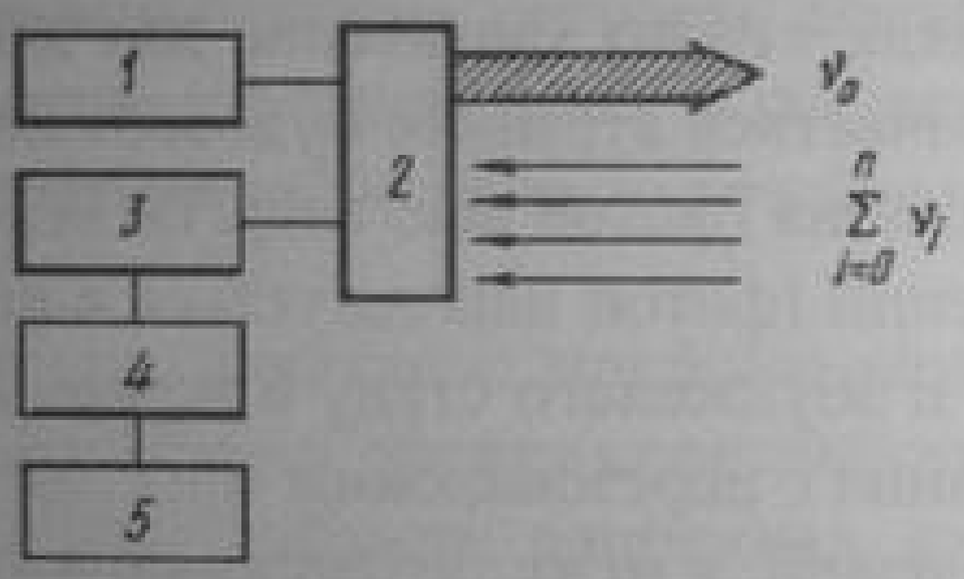


Рис. 23.3

Типова блок-схема КР-лідару складається (рис. 23.3) з потужного імпульсного лазера 1, що слугує для збудження спектрів КР; телескопа 2, який в режимі передачі розширює пучок збуджувального світла і зменшує його розбіжність, а в режимі прийому — збирає КР випромінювання на вхідну щілину спектрального апарату 3; системи реєстрації 4 й обробки інформації 5.

Потужність сигналу відповідної лінії КР I_i, яка падає на спектральну апаратуру з відстані R, описується співвідношенням:

$$I_i = \frac{c\tau}{2} I_L G T_L T_i S N(R) \sigma_{i\pi} R^{-2}, \qquad (23.1)$$

де I_i — потужність лазерного випромінювання, c — швидкість світла; τ — тривалість лазерного імпульсу; G — коефіцієнт ефективності падаючої та приймальної оптичних систем; T_L і T_i — коефіцієнти пропускання атмосферної траси на довжині хвилі випромінювання лазера (λ_L) і лінії КР (λ_i); S — ефективна площа телескопа; $N(R)$ — концентрація досліджуваних молекул в області зондування; $\sigma_{i\pi}$ — поперечний переріз лінії КР для розсіювання назад. Величина σ є коефіцієнтом пропорційності між інтенсивністю збуджувального випромінювання й інтенсивністю лінії КР ($I_i \sim \sigma_i I_L$). Далеко від електронних смуг поглинання σ_i з ростом ν_L змінюється пропорційно ν_L^4. В міру наближення ν_L до електронних смуг поглинання розсіювальних молекул величина σ_i починає зростати значно швидше, ніж ν_L^4. Природно: пропорційно зростанню σ_i буде зростати і сигнал КР (I_i). Тому в КР-лазерах бажано для збудження спектра КР використовувати лазери, які генерують в УФ - області спектра. Окрім того, світність неба, починаючи з 270 нм, суттєво спадає внаслідок поглинання озоном високих шарів атмосфери сонячного випромінювання, від чого значно поліпшуються умови реєстрації спектрів КР, бо в цій області знижується загальний фон неба.

Як джерело збуджувального випромінювання в лідарах найбільш часто використовується рубіновий лазер, який генерує випромінювання на довжині хвилі 693,3 нм. Такий лазер у режимі модуляції добротності може випромінювати імпульс тривалістю 20-30 нс і потужністю 100-300 МВт. У зв'язку зі зростанням σ_i, чутливості приймачів і зменшенням фону в більш короткохвильовій області, часто викорис-

товуються лазери з множенням основної частоти. Так, у випадку рубінових лазерів за допомогою нелінійних елементів (наприклад, кристалів КДР або АДР) подвоюють частоту, тобто збудження виконують на довжині хвилі 347,1 нм. При цьому отримують вихідну потужність порядку 30 МВт і, незважаючи на втрату потужності випромінювання, в цілому мають виграш у чутливості лідарної системи.

Із лідарів збудження спектрів КР виконувалось лазерами на молекулярному азоті, який випромінює на довжині хвилі 337,1 нм. Типові зразки такого лазера генерують імпульси тривалістю 10 нс з частотою посилань до 300 Гц і потужністю в одному імпульсі порядку 100 кВт. Нині створені азотні лазери з піковою потужністю порядку кількох мегават. Часто використовують у лідарах лазери на другій (λ_L = 532 нм) і четвертій (λ_L = 266 нм) гармоніках випромінювання лазера на алюміноїтрієвому гранаті з неодимом. Типова тривалість імпульсу випромінювання таких лазерів 10-25 нс, а потужність — кілька мегават.

Перспективними для лідарів є лазери на барвниках. За їх допомогою отримують імпульси тривалістю 5-10 нс і потужністю до кількох мегават. При цьому діапазон генерованих хвиль може безперервно змінюватись в області 350-900 нм. Потужність лазерного імпульсу, який можна використовувати в лідарах, обмежена тим, що коли густина лазерного випромінювання перевищує 10^8 Вт·см$^{-2}$, виникає електричний пробій повітря (іскра) й енергія випромінювання витрачається на утворення плазми. Це явище, на жаль, обмежує допустимі густини збуджувального випромінювання і для подальшого підвищення дальності необхідно удосконалювати приймальну систему.

Однією з основних частин лідара є світлосильний телескоп, за допомогою якого збільшується діаметр пучка випромінювання лазера до 5-10 см і зменшується його розбіжність до часток кутових хвилин. При розбіжності 1' діа-

метри променя лазера на відстані 10 і 100 км від лідара рівні 3 і 30 м відповідно. При тривалості лазерного імпульсу 10 нс і такій же розбіжності на висоті 10 км буде розсіювання від об'єму циліндра висотою 3 м і діаметром 3 м, а на висоті 100 км цей циліндр при тій же висоті буде мати діаметр основи 30 м. Таким чином, тривалість лазерного імпульсу і розбіжність його випромінювання визначає просторову роздільну здатність лідара, тобто точність вимірювання профілей розподілу тих чи інших речовин в атмосфері.

Телескоп у лідарі є як передавальною, так і приймальною антеною. Частіше всього ці телескопи ньютонівського чи кассегренівського типу. Природно, величина приймальної площі й якість виготовлення телескопа визначають чутливість лідарної системи. Вже створені (Кінгсман, Ямайка) унікальні стаціонарні телескопи для лазерного зондування атмосфери з площею дзеркал, які утворюють приймальну систему до 16 $м^2$. У пересувних лідарах така приймальна площа поки що нереальна. Мобільні лідарні установки укомплектовані телескопами з приймальним дзеркалом діаметром 0,4-0,8 м.

Для аналізу спектрального складу розсіяного випромінювання в лідарі використовується спектральний прилад. У лабораторних лідарах широко застосовуються як звичайні, так і подвійні, і навіть потрійні монохроматори з високою світлосилою і низьким рівнем паразитного розсіювання всередині приладу.

У деяких конкретних випадках можна обійтись і без громіздкого спектрального приладу, замінивши його набором інтерференційних фільтрів і інтерферометром Фабрі-Перо, який перебудовується.

Питання оптичного поєднання телескопа і спектрального приладу має дуже важливе значення, тому що від цього залежить як світлосила всієї системи, так і її спектральна роздільна здатність.

Оскільки ефект КР «слабкий», то необхідно використати високочутливу реєструвальну апаратуру. Величина прийнятих сигналів, з якими доводиться мати справу при лідарному КР-зондуванні, порядку 10^{-2}-10^{-1} фотонів у імпульсі (10^{-12} Вт). Для порівняння наведемо такі дані: фон неба в ясну ніч 10^{-4}-10^{-2} фотонів в імпульсі (10^{-16} Вт), у сутінках 1-10 фотонів у імпульсі (10^{-12} Вт). Тому як приймачі застосовуються ФЕП із великим квантовим виходом і коефіцієнтом підсилення 10^8 при темновому струмі, еквівалентному сигналу 10^{-6}-10^{-7} фотонів у імпульсі (10^{-17}-10^{-18} Вт), малі опори навантаження (25-100 Ом) і широкосмугасті підсилювачі

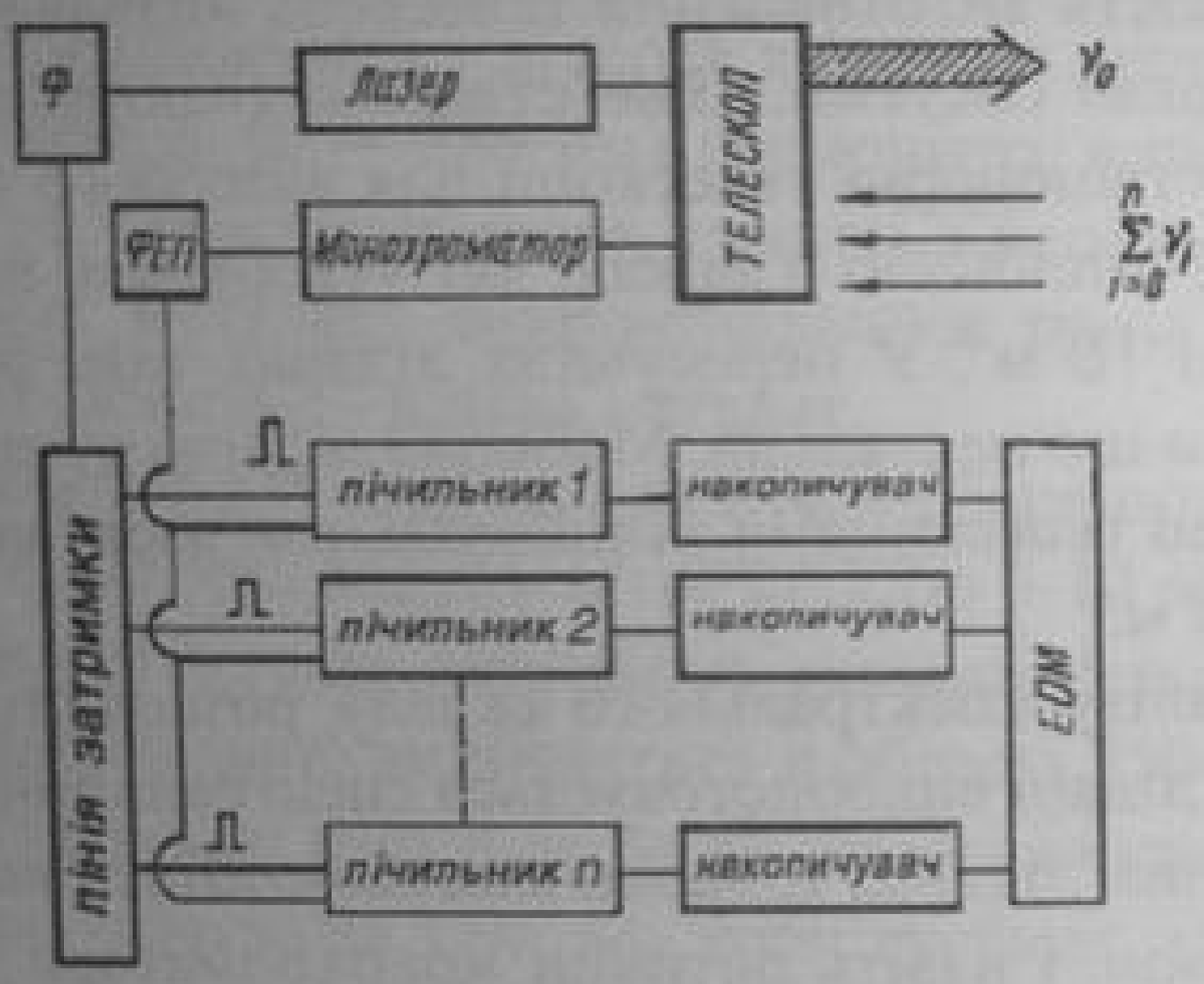


Рис. 23.4

(100-300 МГц). У більшості випадків у лідарах застосовується метод лічення фотонів зі стробуванням. Мінімальна потужність, яку можна реєструвати таким методом, порядку 10^{-14}-10^{-11}Вт. Створення багатоканальної системи реєстрації дозволяє одним лазерним імпульсом визначити профіль (розподіл) газів на трасі променя. Ця система (схематично показана на рис. 23.4) працює таким чином. Кожний каскад системи є лічильником імпульсів. Сигнал із ФЕП послі-

довно подається на кожний лічильник із встановленим інтервалом часу прийому сигналу кожним із них. Запуск багатоканальної системи виконується фотодіодом, який відкриває систему реєстрації при спаласі лазера і встановлює початок відліку часу. Отож, у кожному каналі підсилення накопичується інформація від КР-випромінювання із заданої відстані. Якщо газові компоненти розподілені нерівномірно по трасі, то у відповідних лічильниках сигнали будуть різними. Сигнали з лічильників згодом вводяться до ЕОМ, яка їх обробляє і в результаті видає розподіл відповідних газових компонентів по трасі.

За допомогою лідара встановлено розподіл азоту в атмосфері, досліджено розподіл парів води на висотах до 2 км. Лідар із накопичувальною системою дозволив підняти стелю зондування до 10 км.

Сьогодні рухливі КР-лідари можуть визначити на відстані в сотні метрів концентрації забруднюючих атмосферу газів, порядку декількох частинок на мільйон основних молекул атмосфери. Тому КР-лідари можуть бути використані для контролю стану атмосфери в місті і в промислових районах. Більше того, вони вже здатні виконати спостереження за розповсюдженням викидів із заводських труб, продуктів згоряння двигунів літаків у районах аеропортів.

Сучасний рівень техніки дозволяє провести за допомогою КР-лідарів у радіусі до кількох сотень метрів оперативну діагностику забруднення атмосфери і з меншою точністю — до кількох кілометрів. З такими системами дуже ефективно проводити роботу з контролю стану довкілля і своєчасному проведенню заходів по боротьбі з випадковими викидами шкідливих речовин. Цей же метод застосовується для дослідження та діагностики водоймищ. Подальше удосконалення методів діагностики та захисту зовнішнього середовища дозволить зі зростанням технічних мож-

ливостей відновити і зберегти чистоту біосфери. За висловом А. Ейнштейна, турбота про людину та її долю має бути головним завданням технічної цивілізації.

Внутрішньорезонаторна лазерна спектроскопія

Унікальні властивості лазерного випромінювання дозволили широко розкрити межі застосування спектроскопії. Але й сам лазер має рідкісні властивості для розв'язання її завдань. Використання цих властивостей покладено в основу внутрішньорезонаторної спектроскопії.

Високу чутливість характеристик вихідного випромінювання лазера до внесення втрат у резонатор використовують для внутрішньорезонаторної спектроскопії. Нехай у резонатор лазера внесено досліджуваний об'єкт, який викликає додаткові втрати, що залежать від частоти:

$$\gamma_{об'єкт} = \tilde{\gamma}(\nu). \tag{23.1}$$

Тоді рівняння (20.39), яке описує режим генерації лазера, представляється у вигляді:

$$\frac{dm(\nu)}{d\tau} = G[n(\nu) - 1 - \tilde{\gamma}(\nu)]\, m(\nu); \tag{23.2}$$

$$\frac{dn(\nu)}{d\tau} = -mn - n + W. \tag{23.3}$$

Вони відрізняються від (16.39) тим, що додані додаткові втрати $\tilde{\gamma}(\nu)$. Розв'язок рівняння (23.2) запишеться як:

$$m(\nu) = m_0(\nu)\exp\{G[\int_0^\tau (n(\nu) - 1 - \tilde{\gamma}(\nu))]\, d\tau\}. \tag{23.4}$$

Звідси випливає, що у міру розвитку генерації залежно від показника експоненти від ν відбувається деформація спектра випромінювання. В стаціонарному режимі генерації виконується умова:

$$n(\nu) - 1 - \tilde{\gamma}(\nu) = 0, \tag{23.5}$$

оскільки $\left(\frac{dn(\nu)}{dt}=0\right)$. З виразу (23.4) видно, що у випадку просторово-однорідного поля генерації й однорідно-уширеної смуги підсилення активного середовища генерація відбувається лише на частотах, для яких виконується умова (23.5). Тому, якщо додаткові втрати $\tilde{\gamma}(\nu)$ мають декілька максимумів, спектр генерації лазера буде мати смугасту структуру з відсутністю випромінювання в області максимумів $\gamma(\nu)$. При цьому в силу умови стаціонарної генерації (23.5) навіть при дуже малих додаткових втратах у генерації повинна з'явитися їхня структура. На практиці чутливість методу обмежена наявністю спонтанного випромінювання і просторовою неоднорідністю поля мод. Дійсно, у випадку просторово неоднорідного розподілу полів мод умова (23.4) подається у вигляді:

$$\int_{V_a} n(\bar{r},\nu_j) f_j(\bar{r}) d\bar{r} - \gamma(\nu_j) = 0 . \qquad (23.6)$$

З (23.6) випливає, що через відмінності в просторових структурах полів мод, умова генерації може виконуватись для частот, які відповідають максимумам втрат. У результаті, в спектрі генерації вже не буде провалів до нуля. Але величини провалів виявляться тим більшими, чим менша різниця в об'ємах, які займають полями моди в активному середовищі.

Вказані вище особливості поведінки мод у генерації можна проілюструвати за допомогою розрахунків, виконаних на ЕОМ для моделі «винесених» об'єктів. Згідно з цією моделлю, в активному середовищі виділяється загальний об'єм перекриття двох мод, взаємодія активних центрів якого з фотонами обох мод однаково імовірна, і два малих об'єми без перекриття, активні центри яких взаємодіють переважно з фотонами однієї з мод. Повний сумарний об'єм обох мод нормований на одиницю, загальне накачування W розподілено пропорційно величині об'ємів. (Нормовану ве-

личину a у даній моделі можна назвати параметром просторової неоднорідності середовища). Ця модель дозволяє виділити окремі рівняння для індивідуальних коефіцієнтів підсилення мод:

$$\frac{dm_1}{dt} = G[(n_0 + n_1)m_1 - m_1];$$

$$\frac{dm_2}{dt} = G[(n_0 + n_2)m_2 - m_2 + \gamma_{кан} m_2];$$

$$\frac{dn_0}{dt} = (1-2a)W - n_0(m_1 + m_2) - n_0;$$

$$\frac{dm}{dt} = aW - n_1 m_1 - n_1;$$

$$\frac{dn_2}{dt} = aW - n_2 m_2 - n_2, \qquad (23.7)$$

де n_0 — інверсна населеність збуджених центрів загального об'єму перекриття двох мод; n_1 і n_2 — інверсні населеності малих об'ємів без перекриття відповідних мод. У вигляді вихідних для розрахунку були вибрані параметри резонатора і активного середовища, типові для лазера на розчині барвника родаміна 6Ж.

Результати розрахунку представлено на рис. 23.5. Аналіз залежностей n_0, n_1, n_2, m_1, m_2 (відповідно криві 1, 2, 3, 4, 5 на рис 23.5) від часу показує, що повний процес встановлення стаціонарного стану в системі можна розділити на два етапи: швидкий і повільний. Швидкий визначається більшою величиною n_0. Характерним часом його встановлення є час життя фотонів у резонаторі T_p^0. Як видно з рис. 23.5, для системи з вибраними параметрами за час $t \approx 25$ нс цей процес практично завершується. В результаті швидкого процесу встановлюється населеність n_0, близька до свого стаціонарного значення; населеності n_1 і n_2 та інтенсивності генерації m_1^0 і m_2^0 обох мод при цьому практично рівні.

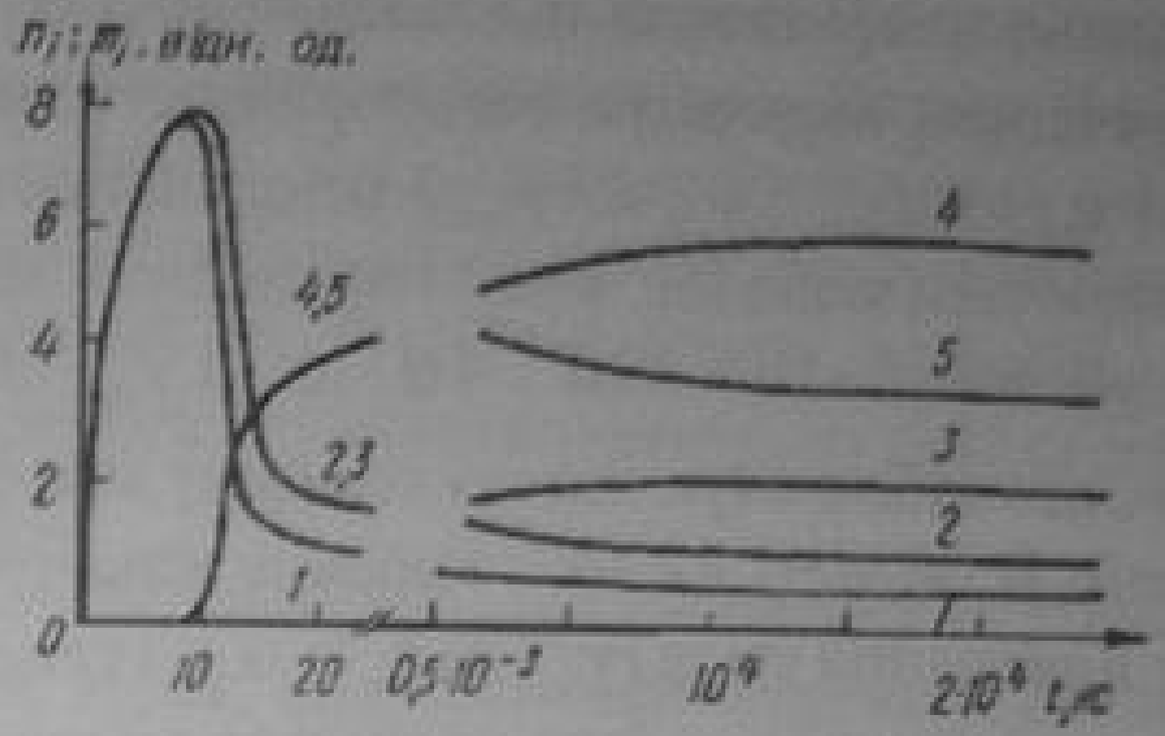


Рис. 23.5

Наступний повільний процес визначається малими величинами n_1, n_2 і $\gamma_{вим}$. Як видно з рис. 23.5, протягом повільного процесу населеність загального об'єму n_0 практично не змінюється, відбуваються зміни населеностей n_1 і n_2, перерозподіл інтенсивностей m_1 і m_2, що продовжується до тиго часу, доки не буде виконана умова стаціонарного стану $\gamma_{вим} = \alpha_2 - \alpha_1$. Отримана на основі обчислень залежність глибини провалу $\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1}\right)$ у спектрі генерації від часу (рис. 23.6) на віддалених стадіях повільного процесу виходить на насичення.

Аналіз показав, що стаціонарний розв'язок системи рівнянь (23.7) стійкий при $n_0 > n_1, n_2$. Оскільки ця умова є необхідною для підвищення чутливості внутрішньорезонаторних вимірювань, можна говорити, що в методах внутрішньорезонаторної лазерної спектроскопії воно завжди виконується.

Наведену на рис. 23.7 залежність стаціонарних значень глибини провалу (крива 1) у спектрі генерації від величини параметра неоднорідності можна пояснити таким чином. При пропорційному розподілу накачування між об'ємами активного середовища змінна величина приводить до зміни

індивідуальних коефіцієнтів підсилення мод α_1 і α_2. При великих значеннях параметра неоднорідності $a \approx 10^{-2} - 10^{-1}$ (при цьому $\alpha_1 >> \gamma_{вих}$ і $\alpha_2 >> \gamma_{вих}$) інтенсивності генерації мод розрізняються мало ($m_1 \approx m_2$) і чутливість методу дуже низька. За умови: $a \approx 10^{-2} - 10^{-4} - \alpha_1, \alpha_2$ і $\gamma_{вих}$ порівняні за величиною, що забезпечує значну глибину провалу в спектрі генерації. В області $a < 10^{-4}$ вибране накачування P не забезпечує виконання умов ($\gamma_{вих} = \alpha_1 - \alpha_2$) і генерація моди m_2 із внесеними додатковими втратами виявляється повністю погашеною. Для того, щоб знову отримати генерацію другої моди, необхідно зменшити величину внесених втрат.

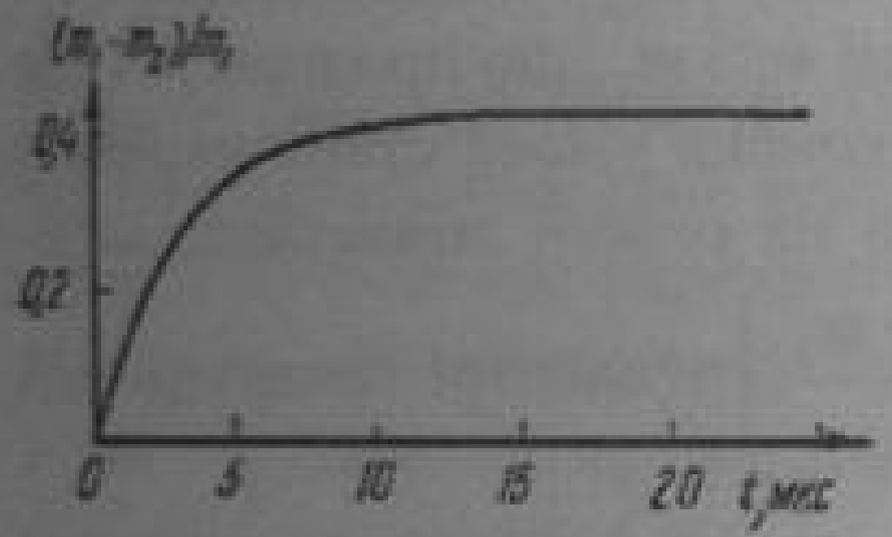


Рис. 23.6

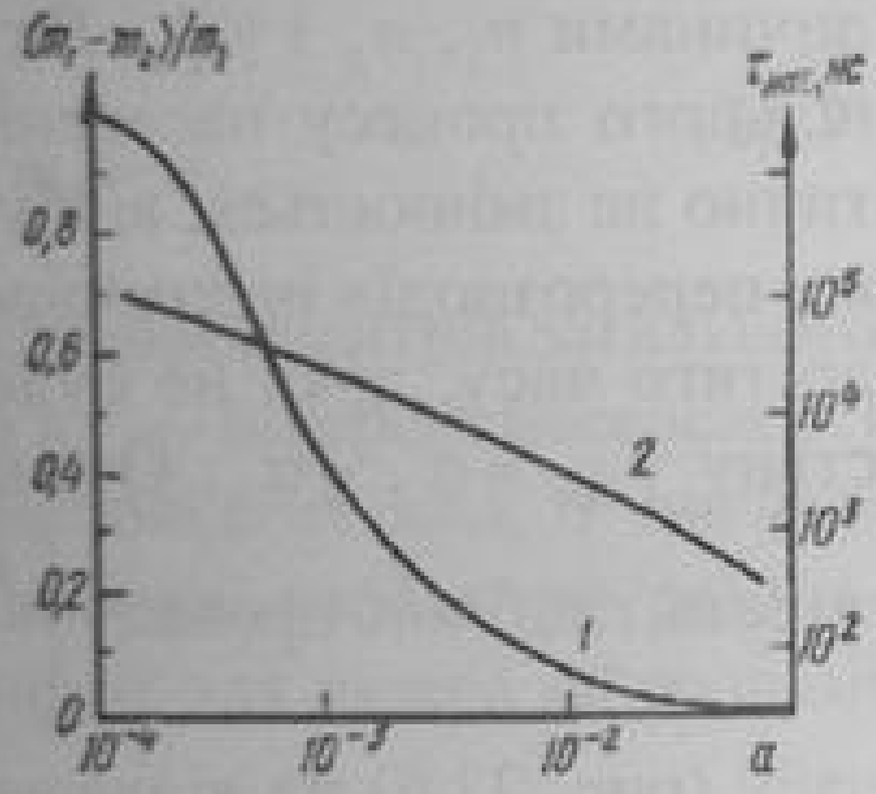


Рис. 23.7

Таким чином, підвищення просторової однорідності системи (зменшення параметра неоднорідності a) веде до збільшення чутливості внутрішньорезонаторних вимірювань. Як видно з рис. 23.7, при збільшенні чутливості вимірювань час встановлення стаціонарного стану $\tau_{уст}$ (крива 2) суттєво (на декілька порядків) зростає (приблизно пропорційно величині a^{-1}).

Для широкодіапазонної внутрішньорезонаторної лазерної спектроскопії необхідно, щоб у лазері виконувались умови генерації широкого спектра. Такі умови добре реалі-

зуються при використанні активного середовища з неоднорідно-уширеною смугою підсилення. Раніше (§17) було показано, що в цьому випадку спектр генерації суттєво уширюється. Якщо спектр пропускання досліджуваного об'єкту має характерний масштаб структури, менший однорідної ширини окремого активного центру, то така структура добре проявиться.

Таким чином, використовуючи високу чутливість лазера до внесених втрат, вдається зареєструвати поглинання на дуже низькому рівні. Тож досягається чутливість у 10^6-10^7 разів вища, ніж отримана традиційними способами.

Контрольні питання

1. У чому полягає специфіка лазерної спектроскопії?
2. Які переваги лазерної спектроскопії над класичною?
3. Як здійснюється дистанційний спектральний аналіз (на прикладі КР-лідарів)?
4. У чому особливості внутрішньорезонаторної лазерної спектроскопії?

§24. Вступ до нелінійної оптики

Нелінійна оптика (НО) — дуже розгалужений і динамічний розділ сучасної фізики. Старт нелінійної оптики був бурхливим: перші досліди з подвоєння частоти світла і двофотонному поглинанню були виконані в 1961 р., а вже в 1964 – 1965 рр. вийшли в світ дві монографії, в яких були наведені перші результати й окреслені нові напрямки розвитку. Наступне десятиліття великою мірою розширило сферу нелінійної оптики й область її практичних застосувань.

У нелінійній оптиці на сьогоднішній день існує чотири великих розділи, в яких отримані найважливіші фундаментальні і прикладні результати, розвиток яких інтенсивно продовжується. Це:

- фізика оптичної нелінійності і нелінійна спектроскопія (спектроскопічні методи, засновані на вивченні нелінійного відгуку речовини, виявились універсальними та дозволили розв'язати завдання, які раніше були недоступними оптичній техніці);
- хвильова нелінійна оптика;
- фізика дії сильного світлового поля на речовину (нелінійний відгук середовища, механізми лазерного збудження, релаксації сильно нерівноважних станів в атомах, молекулах і конденсованих середовищах);
- прикладна нелінійна оптика.

Отже, нелінійна оптика представляє великий спектр проблем, багато з яких виходять за межі фізичної та прикладної оптики в їх традиційному розумінні. Сучасну літературу з нелінійної оптики важко оглянути внаслідок великого об'єму. Екстенсивний розвиток нелінійної оптики призвів до того, що узагальнюючі роботи носять характер колективних монографій.

Серед основних досягнень нелінійної оптики можна виділити такі результати:

- в атомах виміряні нелінійні сприйнятливості аж до дев'ятого порядку $\chi^{(9)}$, $(P^{(9)} \sim \chi^{(9)} E^9)$;
- у потужних лазерах отримані помножувачі частоти з ККД ~ 85%;
- сформовані надкороткі імпульси тривалістю $< 10^{-12}$ с з перебудовою довжини хвилі випромінювання в діапазоні від 0,5 до 8-10 мкм;
- детектуються окремі атоми і молекули — 10 атомів/$/см^3$ $1^3S_1 - 2^3S_1$ — двофотонного переходу в позитроні;
- здобуто лазерне управління рухом частинок. Пондеромоторні сили, які виникають у сильному лазерному полі, відкривають широкі можливості оптичного прискорення, сповільнення, охолодження, колімації, локалізації частинок.
- внаслідок часової компресії (стискування за часом) оптичних імпульсів у волоконних світловодах досягнуті їх (імпульсів) тривалості у фемтосекундному діапазоні $\sim 10^{-15}$ с, тобто декілька періодів світлових коливань.

Контрольні питання

1. Порівняйте напрямки розвитку нелінійної оптики.
2. Виділіть основні сучасні досягнення в нелінійній оптиці.

§25. Нелінійні оптичні явища

Долазерні джерела світла (теплові, люмінесцентні, плазменні і т.п.) дозволяли досягти інтенсивності світлової хвилі (потужності світлового потоку) до 100 Вт · см $^{-2}$. Це означає, що напруженість електричного поля такої хвилі при $\Delta\nu = 1$ Гц буде рівна:

$$E = \sqrt{\frac{8\pi I}{c\Delta\nu}} = 267 \simeq 3 \cdot 10^2 \,[\text{В} \cdot \text{см}^{-1}].$$

Напруженість електричного поля, наприклад, всередині атома:

$$E = e/r_0^2 = 10^9 \,[\text{В} \cdot \text{см}^{-1}].$$

Такого порядку напруженість електричного поля всередині, зокрема в напівпровідниках $E \sim 10^7 \times$ [В · см $^{-1}$], а в діелектриках — $E \sim 10^9$ [В · см $^{-1}$]. Таким чином, внутрішнє поле середовища в $10^5 \div 10^7$ разів більше світлового поля долазерних джерел, тому його вплив на діелектричні властивості середовища (показники заломлення) надто малий. У слабких світлових полях "оптичний" електрон, який коливається під дією світлової хвилі, можна розглядати як лінійний (гармонійний) осцилятор, що зумовлює лінійний зв'язок між поляризацією середовища P і полем E. Дійсно, дипольний момент $\bar{p} = e\bar{r}$, а вектор поляризації середовища $\bar{P} = N\bar{p}$. При вмиканні поля з'явиться наведений дипольний момент $\bar{P} \neq 0$, а при його вимкненні буде $-\bar{P} = 0$, тобто існує певна сила, спрямована проти зміщення $-\bar{f} = -\kappa\bar{r}$ (κ — коефіцієнт пружності). Для визначення зміщення $\bar{r}$ прирівняємо $\bar{f}$ і $e\bar{E}$, тобто $-\kappa\bar{r} = e\bar{E}$ або $\bar{r} = -e/\kappa \cdot \bar{E}$. Звідси вектор поляризації $\bar{p} = -\dfrac{e^2 N}{\kappa}\bar{E} = \alpha\bar{E}$, тобто має місце лінійний зв'язок між вектором поляризації середовища і вектором електричної напруженості E:

$$\bar{P} = \alpha\bar{E}. \qquad (25.1)$$

Наслідком цього є збереження форми гармонійної хвилі при її поширенні в середовищі і принцип суперпозиції. З цієї причини поширення таких хвиль описується лінійними диференційними рівняннями. При цьому характер оптичного явища не залежить від інтенсивності світла. Таким чином, при світлових полях E набагато менших полів $E_{серед}$ відбуваються лінійні оптичні процеси, що вивчає лінійна оптика.

Створення лазерів з інтенсивністю випромінювання $10^{7} \div 10^{11}$ [Вт $\cdot$ см$^{-2}$] і напруженістю електричного поля $10^{5} \div 10^{7}$ [В $\cdot$ см$^{-1}$] привело до того, що поле хвилі стало співрозмірним із внутрішнім полем середовища. Співвідношення (25.1) тепер маємо записати так:*

$$P = \alpha E + \chi E^{2} + \theta E^{3} + \ldots = f(\overline{E}). \qquad (25.2)$$

У цьому випадку "оптичний" електрон потрібно розглядати як ангармонійний осцилятор і зв'язок $P = f(\overline{E})$ стає нелінійним. Порушується принцип суперпозиції і, відповідно світлові хвилі, поширюючись у середовищі, будуть взаємодіяти одна з одною. Проявлятись це буде, зокрема, в обміні енергією між хвилями на різних частотах. Це наслідок нелінійності матеріальних рівнянь Максвелла.

Розділ оптики, який вивчає оптичні явища, залежні від інтенсивності світлової хвилі, називається нелінійною оптикою.

Термін "нелінійна оптика" вперше ввів С.І.Вавілов, який ще в 1930-40 рр. спостерігав ефект насичення поглинання на ураніловому склі. Коефіцієнт поглинання світла ураніловим склом зменшувався зі збільшенням інтенсивності I падаючого світла.

---

* *Маємо на увазі, що час встановлення стаціонарного відгуку нелінійного середовища значно менший часу зміни поля лазерного випромінювання.*

У найзагальнішому випадку (анізотропія середовища, потужна хвиля) матеріальне рівняння, яке пов'язує поле і поляризацію середовища має вигляд $\overline{P} = \alpha(\overline{E})\overline{E}$ або:

$$P_i = \sum_{\kappa} \alpha_{i\kappa}(\overline{E}) E_\kappa . \qquad (25.3)$$

Тож, у випадку лінійної оптики:

$$P_i = \sum_{\kappa=1}^{3} \alpha_{i\kappa} E_\kappa , \text{ де } i,\kappa = \begin{cases} 1, & 2, & 3 \\ x, & y, & z \end{cases}, \qquad (25.3, a)$$

а $\alpha_{i\kappa}$ — компоненти тензора діелектричної сприйнятливості:

$$\alpha_{i\kappa} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}.$$

Відповідним вибором координат тензор α приводиться до діагонального вигляду:

$$\alpha_{i\kappa} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix}.$$

Для ізотропних середовищ $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33}$; у випадку одновісних кристалів $\alpha_{11} = \alpha_{22} \neq \alpha_{33}$, а двовісних — $\alpha_{11} \neq \neq \alpha_{22} \neq \alpha_{33}$.

У цьому наближенні вектор електричної індукції $\overline{D}$:

$$\overline{D} = \overline{E} + 4\pi\overline{P}, \qquad (25.4)$$

відповідно:

$$D_i = E_i + 4\pi P_i = E_i + 4\pi \sum_{\kappa} \alpha_{i\kappa} E_\kappa = \sum_{\kappa} (\delta_{i\kappa} + 4\pi\alpha_{i\kappa}) E_\kappa ,$$

де $\delta_{i\kappa}$ — символ Кронекера ($\delta_{i\kappa} = 0$, якщо $i \neq \kappa, \delta_{i\kappa} = 1$, якщо $i = \kappa$).

Діелектрична проникність:

$$\varepsilon_{i\kappa} = \delta_{i\kappa} + 4\pi\alpha_{i\kappa}$$

дозволяє ще одну форму запису матеріального рівняння:

$$D_i = \sum_{\kappa} \varepsilon_{i\kappa} E_{\kappa} \qquad (25.5)$$

де $\varepsilon_{i\kappa}$ — компоненти тензора діелектричної проникності.

У нелінійній оптиці необхідно враховувати вплив напруженості електричного поля на тензор сприйнятливості α, що призводить до співвідношення:

$$\alpha_{i\kappa}(\bar{E}) = \alpha_{i\kappa} + \sum_{j=1}^{3} \chi_{i\kappa j} E_j + \sum_{j=1}^{3}\sum_{m=1}^{3} \theta_{i\kappa jm} E_j E_m + \ldots \qquad (25.6)$$

відповідно:

$$P_i = \sum_{\kappa}^{3} \alpha_{i\kappa} E_{\kappa} + \sum_{\kappa}^{3}\sum_{j}^{3} \chi_{i\kappa j} E_{\kappa} E_j + \sum_{\kappa}\sum_{j}\sum_{m} \theta_{i\kappa jm} E_{\kappa} E_j E_m + \ldots \qquad (25.7)$$

У співвідношенні (25.7) $\alpha_{i\kappa}$ — лінійна сприйнятливість (тензор 2-го рангу); $\chi_{i\kappa j}$ — квадратична нелінійна сприйнятливість (тензор 3-го рангу); $\theta_{i\kappa jm}$ — кубічна нелінійна сприйнятливість (тензор 4-го рангу) і т.д. Число компонент тензора n-го порядку рівне 3^n: для 3-го рангу їх 27, для четвертого — 81. У силу співвідношення Клейнмана, що буде показано нижче, всі компоненти тензора, які відрізняються лише порядком останніх індексів, рівні один одному. Тому для тензора $\chi_{i\kappa j}$ завжди рівні компоненти при перестановці двох останніх індексів:

$$\chi_{i\kappa j} = \chi_{ij\kappa}.$$

Отже, число незалежних компонентів для тензора третього рангу не має бути більшим 18. Більше того, в силу просторової симетрії кристала частина з них рівна нулю. Приміром, у випадку кристала КДР (калій дігідрофосфат) тензор χ має лише дві незалежних компоненти:

$$\chi_{123} = \chi_{132} = \chi_{213} = \chi_{231}; \chi_{312} = \chi_{321}.$$

Для тензора четвертого рангу має місце симетрія відносно перестановок трьох останніх індексів:

$$\theta_{i\kappa jm} = \theta_{i\kappa mj} = \theta_{ij\kappa m} = \theta_{ijm\kappa} = \theta_{im\kappa j} = \theta_{im j\kappa}$$

Унаслідок цього число незалежних компонентів тензора не може перевищувати 30, а в силу просторової симетрії кристала частина з них може бути рівною нулю. Якщо діелектрик має слабку дисперсію, то тензор θ симетричний відносно перестановок всіх чотирьох індексів.

Характерні числові значення сприйнятливостей: $\alpha \sim 1$; $\chi \sim 10^{-12} - 10^{-11}$ м $\cdot$ В$^{-1}$; $\theta \sim 10^{-22} - 10^{-21}$ м^{2}В$^{-2}$. Оскільки члени розкладу в ряд дуже швидко зменшуються, то далі кубічної нелінійної сприйнятливості, як правило, не заглиблюються. Таким чином при звичайних лазерних полях $\alpha E >> \chi E^2 >> \theta E^3$. При підвищенні E різниця між вкладами сприйнятливостей зменшується і при полях $E \simeq 10^9$ В $\cdot$ м$^{-1}$ ці вклади вирівнюються за порядком величини.

Значення χ і θ в нелінійних кристалах

кристал	$\chi \cdot 10^{-12}$ м $\cdot$ В$^{-1}$	$\theta \cdot 10^{-22}$ м^2 $\cdot$ В$^{-2}$
КДР	0,5	2,0
$LiNbO_3$	5,0	20
$GaAs$	30	2000

Оскільки тензори перетворюються як добуток відповідних координат, то в середовищах, що мають центри інверсії, тензор квадратичної сприйнятливості рівний нулю. Дійсно, при операції інверсії $x \to -x$, $y \to -y$, $z \to -z$ і $\chi_{ikl} = -\chi_{ikl}$. Але в силу центросиметричності кристала його властивості не мають змінюватися. Це означає, що $\chi_{ikl} = 0$. Тому для центросиметричних середовищ (кристали, рідини, гази) квадратична нелінійна сприйнятливість рівна нулю. Такі середовища в першому порядку нелінійності будуть описуватись кубічною нелінійною сприйнятливістю й основний вклад у його нелінійну поляризацію буде зумовлений квадратичним членом. Такі середовища називаються *квадратично-нелінійними*.

Процес встановлення поляризації середовища потребує деякого часу, через це відгук середовища на зовнішню дію буде відставати від моменту дії. Отже, поляризація середовища на даний момент визначатиметься значеннями напруженості поля у всі попередні моменти часу. Тоді співвідношення (25.1) переписується так :

$$\overline{P}(t)=\int_0^{\infty}\alpha(\tau)\overline{E}(t-\tau)d\tau. \qquad (25.8)$$

Це значить, що потрібно врахувати часову дисперсію діелектричної сприйнятливості. Для цього розкладемо P і E по Фур'є-компонентах:

$$P(t)=\int_0^{\infty}P_{\omega}e^{-i\omega t}d\omega \text{ і } E(t-\tau)=\int_0^{\infty}E_{\omega}e^{-i\omega(t-\tau)}d\omega.$$

Тоді вираз (24.8) набуде вигляду:

$$\int_0^{\infty}P\omega e^{-i\omega t}d\omega=\int_0^{\infty}\alpha(\omega)E_{\omega}e^{-i\omega t}d\omega,$$

$$\text{де } \alpha(\omega)=\int_0^{\infty}\alpha(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau. \qquad (25.9)$$

Отже, для Фур'є-компонентів векторів P і E має місце:

$$\overline{P}_{\omega}=\alpha(\omega)\overline{E}_{\omega}, \qquad (25.10)$$

що дуже зручно для запису взаємодії монохроматичних хвиль. Відповідно і (25.5) перепишеться так:

$$\overline{D}_{\omega}=\varepsilon(\omega)\overline{E}_{\omega}, \qquad (25.11)$$

$$\text{де } \varepsilon(\omega)=1+4\pi\int_0^{\infty}\alpha(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau. \qquad (25.12)$$

Як бачимо, зі зростанням частоти випромінювання ω суттєво має проявлятись "інерційність" середовища. Зробимо оцінку часу τ, протягом якого на прикладі атомарного електрона $\alpha(\tau)$ відмінне від "нуля". Час "переміщення" електрона через весь атом (L — діаметр атома, ϑ — швидкість електрона):

$$\tau = L/\vartheta = mL^2/\hbar \simeq 10^{-17}\ \text{с}.$$

При періоді коливань хвилі $T<\tau$ буде проявлятись інерційність середовища, тобто електрон буде з відставанням слідкувати за полем (часова дисперсія). У протилежному випадку $T>\tau$ часовою дисперсією можна знехтувати. В оптичному діапазоні частоти порядку $10^{14}-10^{15}$ Гц і часовою дисперсією можна знехтувати.

Поряд із часовою дисперсією, має місце і просторова дисперсія діелектричної сприйнятливості, яка відображає нелокальний зв'язок між векторами $\overline{E}$ і $\overline{P}$ в просторі. Взагалі кажучи, нелокальність у просторі є наслідком нелокальності за часом. Дійсно, поляризація середовища на даний момент часу t в даній точці $\overline{r}$ визначається полем хвилі в цій точці в момент $t-\tau$, а за час τ хвиля пройде шлях у середовищі $\vartheta\cdot\tau$. Отже, поляризація середовища буде визначатись полем хвилі в момент t у точці $|\overline{r}-\overline{r}| = \vartheta\cdot\tau$, тобто:

$$\overline{P}(\overline{r}) = \int_0^\infty \alpha(\overline{\rho})\overline{E}(\overline{r}-\overline{\rho})d\rho \qquad (25.13)$$

де $\alpha(\overline{\rho})$ суттєво відрізняється від нуля при $\overline{\rho} \le \vartheta\cdot\tau$. Отже, просторова дисперсія буде грати роль у тих випадках, коли ефективні лінійні розміри області середовища, у якій відмінні від нуля $\alpha(\overline{\rho})$, перевищують довжину хвилі випромінювання, тобто:

$$\vartheta\cdot\tau \ge \lambda\,. \qquad (25.14)$$

Величина $\vartheta\cdot\tau \simeq 10^{-6}$ см відповідає граничному значенню для електрона атома водню, а реально маємо справу з молекулярними утвореннями, для яких $\vartheta\tau \simeq 10^{-4}\div 10^{-5}$ см. То ж для оптичного діапазону, де $\lambda \sim 10^{-5}$ см просторову дисперсію необхідно враховувати.

Врахування часової та просторової дисперсій приводить до співвідношення:

$$P_i = \sum_\kappa \int_0^\infty\int_0^\infty \alpha_{i\kappa}(\overline{r},t,\overline{r}',t')E_\kappa(\overline{r}',t')d\overline{r}'dt' +$$

$$+\sum_{\kappa}\sum_{j}\left(\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\chi_{ij\kappa}(\bar{r},t,\bar{r}',t';\bar{r}'',t'')\right)E_{\kappa}(\bar{r}',t')\times \qquad (25.15)$$

$$\times E_j(\bar{r}'',t'')d\bar{r}'d\bar{r}''dt'\cdot dt''+\ldots$$

Діелектрична сприйнятливість дисперсійного середовища є комплексною величиною, що видно з:

$$\tilde{\alpha}(\omega)=\int_0^{\infty}\alpha(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau=\alpha+i\mathrm{Im}\,\bar{\alpha}.$$

З відомого виразу $\tilde{\varepsilon}=\varepsilon+i4\pi\frac{\sigma}{\omega}$ випливає $\tilde{\alpha}=\alpha+i\frac{\sigma}{\omega}$, де σ — питома провідність середовища. Наявність провідності середовища є причиною виникнення уявної складової у виразах проникливості та сприйнятливості. Уявна складова лінійної сприйнятливості відповідає за однофотонне поглинання світла. В загальному випадку і нелінійні сприйнятливості потрібно розглядати як комплексні величини:

$$\tilde{\chi}=\chi+i\mathrm{Im}\,\tilde{\chi}\ \text{та}\ \tilde{\theta}=\theta+i\mathrm{Im}\,\tilde{\theta}.$$

Як правило, для нелінійних середовищ виконуються співвідношення $\mathrm{Im}\,\tilde{\alpha}<<\alpha$; $\mathrm{Im}\,\tilde{\chi}<<\chi$ та $\mathrm{Im}\,\tilde{\theta}<<\theta$; $\mathrm{Im}\,\tilde{\alpha}<<<<\chi E$; $\mathrm{Im}\,\bar{\chi}<<\theta E$. Це означає, що ефекти, пов'язані з уявною складовою лінійної сприйнятливості, виявляються одного порядку з ефектом, зумовленими дійсною складовою квадратичної сприйнятливості. Аналогічно і з уявною складовою квадратичної сприйнятливості і дійсною складовою кубічної сприйнятливості. *Справедливе загальне правило: ефекти, пов'язані з уявною складовою сприйнятливості n-го порядку, виявляються одного порядку з ефектами, зумовленими дійсною складовою сприйнятливості (n +1)-го порядку.*

Дійсні складові сприйнятливостей вищих порядків відповідають за ефекти генерації вищих оптичних гармонік, а уявні — за багатофотонне поглинання світла і багатофотонну іонізацію атомів і дисоціацію молекул.

Контрольні питання

1. Що таке нелінійна оптика?

2. Проаналізуйте параметри, які визначають оптичні нелінійні властивості середовища.

3. Які середовища є квадратично-нелінійними?

4. Що обумовлює часову дисперсію діелектричної сприйнятливості?

5. Що обумовлює просторова дисперсія діелектричної сприйнятливості?

6. За які ефекти відповідають уявні, а за які дійсні складові сприйнятливості?

§26. Взаємодія двох хвиль у квадратичному нелінійному середовищі

Розглянемо взаємодію двох монохроматичних хвиль, обмеживши квадратичним членом нелінійної сприйнятливості, тобто:

$$P = \alpha E + \chi E^2. \tag{26.1}$$

Розглянемо дві хвилі:

$$E_1(z,t) = E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z);$$
$$E_2(z,t) = E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z). \tag{26.2}$$

Початкові фази для спрощення будемо вважати рівними нулю ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$).

При суперпозиції хвиль:

$$E(z,t) = E_1(z_1,t) + E_2(z_2,t).$$

Підставивши це в рівняння (26.1), отримаємо:

$$P = \alpha[E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z)] + \tag{26.3}$$
$$+\chi[E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z)]^2$$

Перший доданок у (26.3) відповідає результатам лінійної оптики — маємо дві хвилі поляризації з частотами падаючих хвиль, які між собою не взаємодіють. Розглянемо другий доданок (26.3). Введемо загальноприйняті позначення $\chi = 2d$. Тоді:

$$P^{II} = 2d[E_{01}^2\cos^2(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}^2\cos^2(\omega_2 t - \kappa_2 z) +$$
$$+2E_{01}E_{02}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z)\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z)] = d\{E_{01}^2 + E_{02}^2 +$$
$$+E_{01}^2\cos 2(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}^2\cos 2(\omega_2 t - \kappa_2 z) + \tag{26.4}$$
$$+2E_{01}E_{02}\cos[(\omega_1 - \omega_2 t) - (\kappa_1 - \kappa_2)z\}.$$

Складові (26.4) такі:

$$P^{I} = d[E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z)];$$
$$P_0^{II} = d(E_{01}^2 + E_{02}^2);$$
$$P_{2\omega_1}^{II} = d\cdot E_{01}^2\cos[2(\omega_1 t - \kappa_1 z)]; \tag{26.5}$$

$$P^{H}_{2\omega_1} = d \cdot E^{2}_{02} \cos[2(\omega_2 t - \kappa_2 z)];$$

$$P^{H}_{\omega_1 \pm \omega_2} = 2dE_{01}E_{02} \cos[(\omega_1 \pm \omega_2)t - (\kappa_1 \pm \kappa_2)z].$$

Таким чином, у результаті взаємодії двох монохроматичних хвиль у середовищі з квадратичною сприйнятливістю, має місце виникнення статичної поляризації P^{H}_{0}, поляризації на двох гармоніках $P^{H}_{2\omega_1}$ і $P^{H}_{2\omega_2}$, а також поляризації на сумарній і різницевій частотах:

$$P^{H}_{\omega_1 \pm \omega_2}.$$

Член статичної поляризації відповідає виникненню в середовищі під дією змінного поля постійною поля, напруженість якого пропорційна інтенсивності світлової хвилі. Це є не що інше, як оптичне детектування (випрямлення). За

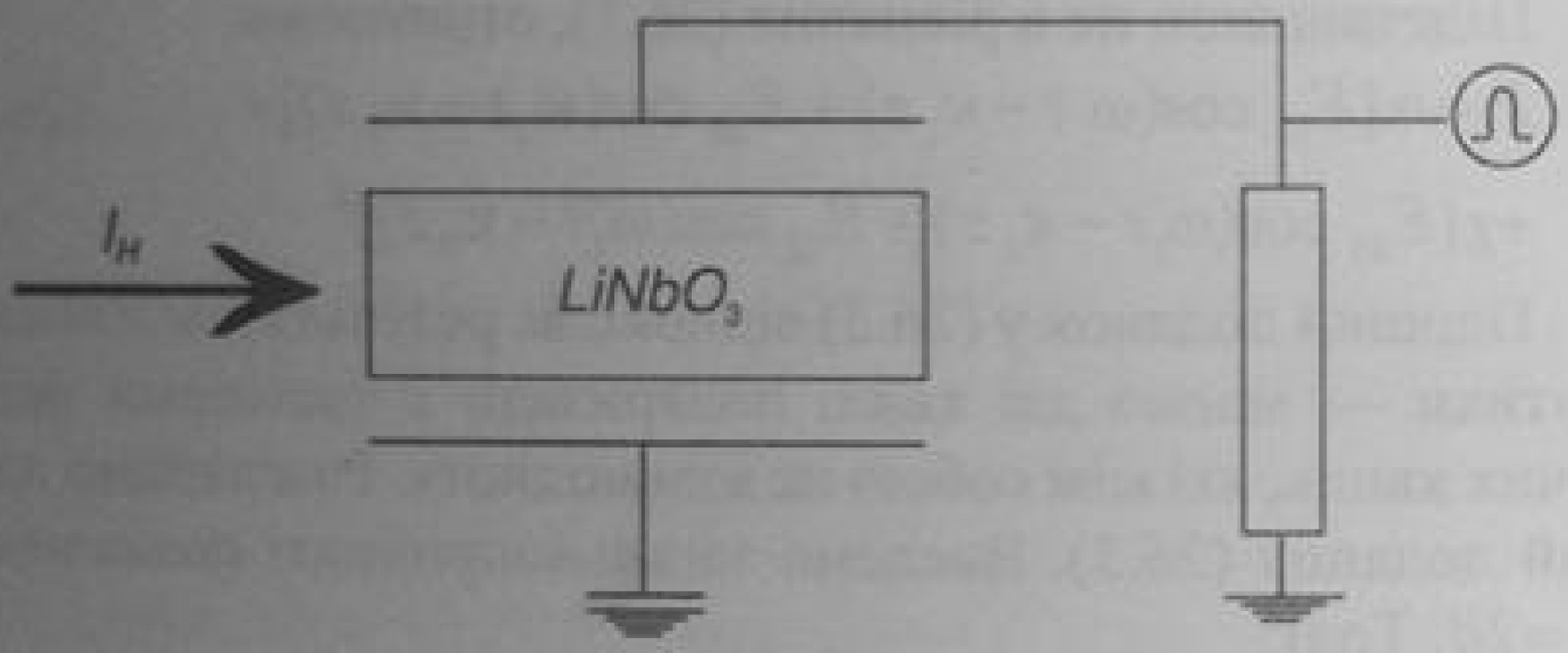


Рис. 26.1

фізичним змістом це те саме, що і детектування в електро- і радіотехніці.

Схему експерименту приведено на рис. 26.1.

Інші компоненти нелінійної поляризації дають перевипромінювання на наборі відповідних частот $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 \pm \omega_2$, які відмінні від частоти основної (збуджувальної) хвилі.

Для визначення, які з цих хвиль будуть випромінюватись, необхідно розглянути фази взаємодіючих хвиль. У лінійному випадку диполі утворюють фазовану антенну грат-

ку, в результаті чого вони випромінюють в прямому напрямку (Релей). Але фази випромінювального диполя в будь-якій точці нелінійного середовища визначаються не фазою однієї хвилі тієї чи іншої частоти, а співвідношенням фаз двох хвиль різних частот в одній точці. Швидкість поширення такої електромагнітної хвилі, яка випромінюється диполем, визначається її власною частотою і показником заломлення середовища на цій частоті.

Для отримання синфазної антенної гратки потрібно підібрати величини показників заломлення середовища так, щоб швидкість поширення хвиль поляризації та випромінюваних ними електромагнітних хвиль узгоджувалась. Частіше за все, така умова виконується тільки для однієї частотної складової компоненти хвилі поляризації. Випромінювання на цій частоті буде ефективно генеруватись.

Найбільш відомі оптичні явища, що виникають при проходженні через середовище потужного світлового випромінювання, перераховані нижче:

I. Для квадратичної нелінійності:

- Оптичне детектування — виникнення постійного електричного поля, напруженість якого пропорційна інтенсивності світлової хвилі:

$$P_0^H = d[E_{01}^2 + E_{02}^2].$$

- Генерація оптичних гармонік — виникнення поляризації середовища і відповідно — випромінювання на частотах кратних і складових частотах збуджувального поля:

$$E_{2\omega}^H = dE_0^2 \cos 2(\omega t - \kappa z);$$

$$P_{\omega_1 \pm \omega_2}^H = 2dE_{01}^2 E_{02}^2 \cos[(\omega_1 \pm \omega_2)z - (\kappa_1 \pm \kappa_2)z].$$

- Параметрична генерація світла — виникнення в середовищі під дією хвилі з частотою ω двох хвиль — однієї з частотою ω_1, а другої з частотою $\omega_2 = \omega - \omega_1$.

Змінюючи умови експерименту, можна плавно перебудувати ω_1 від нуля до ω

II. Для кубічної нелінійності:

- Самофокусування світла — в результаті зміни показника заломлення середовища під дією випромінювання відбувається стягування пучка в тонку «нитку»; енергія променя не дисипує .
- Вимушене розсіювання світла — ВКР і ВРМБ — різке зростання інтенсивності в певному напрямку для відповідних фононів.

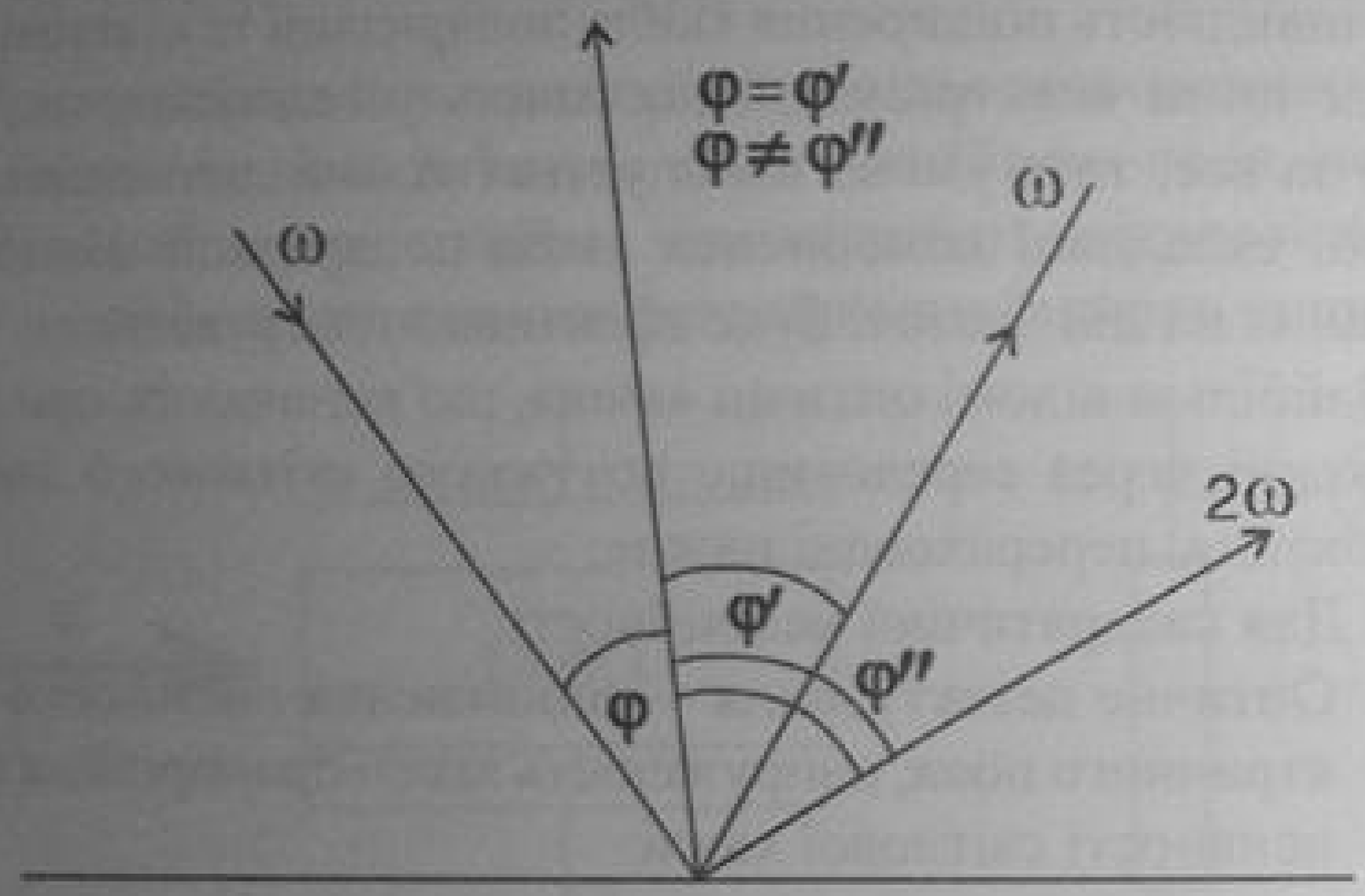


Рис. 26.2

- Зникнення червоної межі фотоефекту — при високих інтенсивностях має місце зовнішній фотоефект на частотах нижче червоної межі (багатофотонне поглинання).
- Просвітлення середовища — непрозоре середовище стає прозорим. Затемнення середовища — прозоре середовище під дією досить потужного випромінювання стає непрозорим.
- Нелінійне відбиття — кут відбиття не рівний куту падіння, коефіцієнт відбиття залежить від інтенсив-

ності падаючого світла. Нелінійне відбиття світла, а також порушення законів Снеліуса і Френеля. Зокрема, перевірка закону "кут відбиття рівний куту падіння" з потужним рубіновим лазером показала, що у відбитому світлі з'являється випромінювання на другій гармоніці падаючої хвилі. При цьому напрямок "відбитого" променя другої гармоніки не збігається з напрямком відбитого променя основної частоти (рис. 26.2). Нові ефекти знайдено і поблизу кута Брюстера, тобто коефіцієнт відбиття для p — хвилі не рівний нулю.

Контрольні питання

1. Які нелінійні ефекти спостерігаються в квадратично-нелінійному середовищі?

2. Чим обумовлені порушення закону Снеліуса і Френеля?

§27. Природа нелінійної поляризації

Розглянемо природу поляризації речовини. Для цього скористаємось класичною моделю Лоренца на основі гармонійного осцилятора. Нехай є ансамбль N атомів, кожний із яких має один оптичний електрон із зарядом e. Електричне поле електромагнітної хвилі буде впливати на електрон з вимушеною силою $e\bar{E}$. Під дією цієї сили електрон коливатиметься біля положення своєї рівноваги. Утримується електрон біля атома пружною силою $-f(\bar{r}) = -\kappa\bar{r}$, яка пропорційна величині зміщення електрона від рівноваги $\bar{r}$. Частота власних коливань електрона з масою m рівна $\omega_0 = \sqrt{\kappa/m}$. У найпростішому випадку атомів без взаємодії поляризація середовища в полі світлової хвилі буде рівна $p = Ne\bar{r}$. Знайдемо тепер $\bar{r}$.

Пружна сила $(-\kappa r)$ завжди має знак протилежний напрямку зміщення. Цей знак, а також знак вимушувальної сили, як і поляризація залежить від знака заряду. Врахування втрат енергії електрона виразимо через деяку гальмівну силу $-q\dot{\bar{r}}$. Таким чином, згідно з другим законом Ньютона $(ma = \sum F_i)$:

$$m\ddot{\bar{r}} + q\dot{\bar{r}} + \kappa\bar{r} = -e\bar{E};$$

$$\text{або } \ddot{\bar{r}} + \gamma\dot{\bar{r}} + \omega_0^2\bar{r} = -\frac{e}{m}\bar{E}, \qquad (27.1)$$

де $\gamma = \frac{q}{m}$ — коефіцієнт загасання, ω_0 — власна частота.

Нехай електричне поле змінюється за гармонійним законом:

$$E = E_0\cos(\omega t - \varphi). \qquad (27.2)$$

Для спрощення розрахунків запишемо поле в комплексному вигляді:

$$E = E(\varphi)e^{-i\omega t} + E^*(\varphi)e^{i\omega t} = E(\varphi)e^{-i\omega t} + \text{к.с.} \qquad (27.3)$$

Де $E(\varphi) = 1/2\,E_0 e^{i\varphi}$; E_0 — дійсна амплітуда.

Шукаємо розв'язок (27.1) у вигляді $\bar{r} = \bar{r}_0 e^{-i\omega t}$.

$$\bar{r} = -\frac{e}{m}\bar{E}(\varphi)\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}. \qquad (27.4)$$

Таким чином, поляризація*:

$$\bar{P} = -Ne\bar{r} = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}\bar{E}(\varphi)e^{-i\omega t} + \text{к.с.}$$

Позначивши:

$$\alpha(\omega) = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega},$$

маємо:

$$P = \alpha(\omega)E(\varphi)e^{-i\omega t} + \text{к.с.} \qquad (27.5)$$

Із (27.5) випливає, що наведена поляризація в лінійному наближенні пропорційна амплітуді діючого поля і має ту ж саму частоту (резонананс при $\omega_0 = \omega$):

$$\bar{D} = \bar{E} + 4\pi\bar{P}, \qquad P = \alpha E;$$

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha = n^2;$$

$$n^2 = 1 + 4\pi\frac{Ne^2}{m}\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma};$$

$$n' = n - in\varkappa = n(1 - i\varkappa),$$

($\varkappa$ — коефіцієнт поглинання).

Врахування нелінійних членів потребує ввести в модель Лоренца ангармонійний член, що приводить до рівняння ангармонійного осцилятора. Врахування ангармонійності в першому наближенні є додатковим доданком — пропорційним $\bar{r}^3$, який порушує симетрію потенціальної ями:

$$V(r) = \frac{\kappa r^2}{2} + \frac{gr^3}{3}.$$

---

* *Слід вважати, що має місце електронна поляризація, тобто, маємо справу з негативним зарядом.*

При цьому, природно, зворотна сила f_1 буде нелінійно залежати від зміщення:

$$\bar{f}_1 = -(\kappa\bar{r} + g\bar{r}^2).$$

У результаті рівняння Ньютона набуде вигляду:

$$\ddot{\bar{r}} + \gamma\dot{\bar{r}} + \omega_0^2\bar{r} + \beta\bar{r}^2 = -\frac{e}{m}\bar{E}, \qquad (27.6)$$

де $\beta = \frac{g}{m}$.

Для розв'язку (27.6) використовують наступні спрощення.

Оскільки вплив ангармонійного члена малий порівняно з лінійним, то розв'язок (27.6) будемо шукати у вигляді ряду:

$$r = r_1 + r_2, \qquad (27.7)$$

де $r_n = a_n E^n$.

Підставляючи в (27.6) ряд (27.7) і збираючи члени одного порядку по полю, отримаємо систему рівнянь. Обмежившись першим наближенням, тобто $r = r_1 + r_2$, отримаємо:

$$\ddot{\bar{r}}_1 + \gamma\dot{\bar{r}}_1 + \omega_0^2\bar{r}_1 = -\frac{e}{m}\bar{E};$$

$$\ddot{\bar{r}}_2 + \gamma\dot{\bar{r}}_2 + \omega_0^2\bar{r}_2 = -\beta\bar{r}_1^2. \qquad (27.8)$$

Нехай на середовище падає дві монохроматичні хвилі, тоді:

$$E = \sum_{\kappa=1}^{2} E_{0\kappa}\cos(\omega_\kappa t - \varphi_\kappa) =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{\kappa}^{2}[E_{0\kappa}e^{i\varphi_\kappa}e^{-i\omega_\kappa t} + E_{0\kappa}e^{-i\varphi_\kappa}e^{i\omega_\kappa t}] \qquad (27.9)$$

Для спрощення запису введемо таке позначення:

$$\frac{1}{2}E_{0\kappa}e^{i\varphi_\kappa} = E(\varphi_\kappa),$$

тоді:

$$E=\sum_{\kappa}[E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}+E(-\varphi_{\kappa})e^{i\omega_{\kappa}t}]=\sum_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t},$$

$$(-\varphi_{\kappa}=\varphi_{-\kappa};-\omega_{\kappa}=\omega_{-\kappa}),$$

тобто у даному випадку $\kappa=\pm1,\pm2$.

Перейдемо до розв'язку 1- го рівняння в (27.8):

$$r_1=a_1\sum_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t};$$

$$\dot{r}_1=-ia_1\sum\omega_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t};$$

$$\ddot{r}_1=-a_1\sum\omega_{\kappa}^2E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}.$$

Зробимо підстановку й отримаємо:

$$-a_1\sum_{\kappa}\omega_{\kappa}^2E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}-i\gamma a_1\sum_{\kappa}\omega_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}+$$

$$+\omega_0^2a_1\sum_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}=-\frac{e}{m}\sum_{\kappa}E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}.$$

Після скорочення маємо:

$$-a_1\omega_{\kappa}^2-i\gamma\omega_{\kappa}a_1+a_1\omega_0^2=-\frac{e}{m},$$

таким чином:

$$a_1=-\frac{\frac{e}{m}}{\omega_0^2-\omega_{\kappa}^2-i\gamma\omega_{\kappa}}$$

У цих позначеннях розв'язок рівняння (27.8) матиме вигляд:

$$r_1=-\frac{e}{m}\sum_{\kappa}\frac{E(\varphi_{\kappa})e^{-i\omega_{\kappa}t}}{\omega_0^2-\omega_{\kappa}^2-i\gamma\omega_{\kappa}},\qquad(27.10)$$

тобто в лінійному наближенні:

$$r_1=-\frac{e}{m}\left[\frac{E_{01}\cos(\omega_1t-\varphi_1)}{\omega_0^2-\omega_1^2-i\gamma\omega_1}+\frac{E_{02}\cos(\omega_2t-\varphi_2)}{\omega_0^2-\omega_2^2-i\gamma\omega_2}\right],$$

тож маємо поляризацію та відповідно випромінювання на основних частотах ω_1 і ω_2.

У друге рівняння (27.8) підставимо:

$$r_2 = a_2\left(\sum_{\kappa} E(\varphi_\kappa)e^{-i\omega_\kappa t}\right)^2 = a_2\sum_{\kappa}\sum_{\kappa'} E(\varphi_\kappa)E(\varphi_{\kappa'})e^{-i(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})t},$$

отримаємо:

$$a_2 = -\frac{\beta\left(\frac{e}{m}\right)^2}{(\omega_0^2-\omega_\kappa^2-i\gamma\omega_\kappa)(\omega_0^2-\omega_{\kappa'}^2-i\gamma\omega_{\kappa'})[\omega_0^2-(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})^2-i\gamma(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})]}.$$

Звідки:

$$r_2 = -\beta\frac{e^2}{m^2}\sum_{\kappa}\sum_{\kappa'}\frac{E(\varphi_\kappa)E(\varphi_{\kappa'})e^{-i(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})t}}{Д(\omega_\kappa)Д(\omega_{\kappa'})Д(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})},$$

де $Д(\omega)=\omega_0^2-\omega_\kappa^2-i\gamma\omega_\kappa = Д^*(-\omega)$.

Таким чином, у загальному випадку поляризацію середовища можна представити у вигляді ступеневого ряду:

$$P=\sum_{\kappa}^{\infty}P_\kappa,\ \text{де}\ P_\kappa=-NeГ_\kappa.$$

Отже, в лінійному наближенні:

$$P^л=\sum_{\kappa}\alpha(\omega_\kappa)E(\varphi_\kappa)e^{-i\omega_\kappa t},$$

де як і раніше:

$$\alpha(\omega_\kappa)=\frac{Ne^2}{m}\cdot\frac{1}{\omega_0^2-\omega_\kappa^2-i\gamma\omega_\kappa}=\frac{Ne^2}{m}Д^{-1}(\omega_\kappa)$$

і нелінійний член:

$$P^н=\sum_{\kappa}\sum_{\kappa'}\chi(\omega_\kappa,\omega_{\kappa'},\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})E(\varphi_\kappa)E(\varphi_{\kappa'})e^{-(\omega_\kappa+\omega_{\kappa'})t},$$

де:

$$\chi = (\omega_\kappa, \omega_{\kappa_1}, \omega_\kappa + \omega_{\kappa'}) = -\frac{Ne^3}{m^2}\beta \times \qquad (27.11)$$

$$\times \frac{1}{Д(\omega_\kappa)Д(\omega_{\kappa'})Д(\omega_\kappa + \omega_{\kappa'})}$$

є квадратична сприйнятливість середовища.

Із (27.11) випливає, що нелінійна квадратична поляризація містить члени з будь-яким можливим сполученням частот $(\omega_\kappa + \omega_{\kappa'})$, причому κ і κ' пробігають значення ± 1 і ± 2, тобто кожна із хвиль нелінійної поляризації другого порядку є результатом взаємодії двох хвиль поля з частотами ω_1 і ω_2 у різній комбінації $\omega_1 \pm \omega_1, \omega_2 \pm \omega_2, \omega_1 \pm \omega_2$. У результаті з'являються шість хвиль поляризації, з яких одна вироджена — дві хвилі з $\omega = 0$ — оптичне детектування — перетворення високочастотного світлового поля в постійне.

Якщо до рівняння (27.6) додати кубічну нелінійність, тобто:

$$\ddot{\bar{r}} + \gamma\dot{\bar{r}} + \omega_0^2\bar{r} + \beta\bar{r}^2 + \delta\bar{r}^3 = -\frac{e}{m}E, \qquad (27.12)$$

то, розв'язуючи це рівняння, отримаємо член $r_3 = a_3E^3$ і, відповідно, нелінійну поляризацію P_3^{II} третього порядку, яка містить всі можливі комбінації частот ω_κ та $\omega_{\kappa'}$: кожна з хвиль нелінійної поляризації третього порядку є результатом взаємодії трьох хвиль поля при комбінації частот: $\omega_1 + \omega_1 \pm \omega_1$; $\omega_1 + \omega_1 \pm \omega_2$; $\omega_1 + \omega_2 \pm \omega_2$; $\omega_2 + \omega_2 \pm \omega_1$; $\omega_1 - \omega_1 + \omega_2$; $\omega_2 - \omega_2 + \omega_1$. У даному випадку нелінійна частина поляризації в кубічному середовищі складається з 10 хвиль поляризації.

Якщо збуджувальне поле складається з трьох хвиль із частотами ω_1, ω_2, і ω_3, то у квадратично-нелінійному середовищі виникає 12 хвиль нелінійної поляризації з частотами: $\omega_1 \pm \omega_1$; $\omega_2 \pm \omega_2$; $\omega_3 \pm \omega_3$; $\omega_1 \pm \omega_2$; $\omega_1 \pm \omega_3$; $\omega_2 \pm \omega_3$, а для кубічного середовища їх буде вже 28.

Отже, якщо збуджувальне поле складається із хвиль на кількох частотах, то кількість хвиль нелінійної поляризації може бути дуже значною, але кожна з хвиль нелінійної поляризації другого порядку утворюється за рахунок взаємодії двох хвиль, а третього порядку — за рахунок взаємодії трьох хвиль збуджувального поля.

Таким чином, можна отримати будь-яке наближення.

Ще раз підкреслимо, *що в слабкому полі E ніяких нелінійних ефектів зі зміною частот не спостерігається* ($\chi = \theta = 0$ *і* P_2^H, P_3^H *рівні нулю).* У даному випадку має місце тільки лінійна поляризація з частотами збуджувального поля. Хвилі малої інтенсивності практично не взаємодіють між собою і поширюються у речовині незалежно одна від одної. При цьому виконується принцип суперпозиції, на якому базується вся лінійна оптика. Взаємодія електромагнітних хвиль відбувається тільки при великих інтенсивностях світла (великих густинах фотонів).

З погляду теорії фотонів нелінійна поляризація другого порядку P_2^H утворюється у результаті взаємодії ("зіткнення") двох фотонів, а нелінійна поляризація третього порядку P_3^H — у результаті взаємодії трьох фотонів одночасно. Тому *ефекти, пов'язані з нелінійною поляризацією* P_2^H *є багатофотонними ефектами.* У лінійному ж наближенні фотони не взаємодіють; *всі ефекти, пов'язані з лінійною поляризацією, є однофотонними.*

Взаємодія двох чи трьох фотонів може відбутись тільки при високих густинах фотонів. Одночасне "зіткнення" трьох фотонів — процес менш імовірний, ніж "зіткнення" двох. Унаслідок цього, явища, пов'язані з нелінійною поляризацію третього порядку P_3^H менш імовірні, ніж явища, зумовлені нелінійною поляризацією другого порядку P_2^H. У свою чергу, явища, зумовлені нелінійною поляризацією другого порядку менш імовірні, ніж явища, викликані лінійн-

ною поляризацією P^{I} (однофотонні), для яких достатньо наявності фотонів, але не їх взаємодія. Тому з погляду фотонних уявлень:

$$P^{I} >> P_2^{II} >> P_3^{II}$$

$$\alpha >> \chi >> \theta \qquad\qquad I >> 10^{-12}\,\text{В}\cdot\text{м}^{-1} >> 10^{-24}\,\text{В}^2\cdot\text{м}^{-2}.$$

Оскільки нелінійна поляризація другого порядку P_2^{II} виникає при взаємодії двох фотонів і одночасному утворенні третього фотона (на сумарній чи різницевій частоті), — *всі нелінійні оптичні ефекти, пов'язані з* P_2^{II}, *називаються трифотонними. Нелінійні оптичні явища, пов'язані з* P_3^{II}, *називаються чотирифотонними або чотирихвильовими,* оскільки P_3^{II} виникають при взаємодії трьох фотонів і одночасному утворенні четвертого на відповідній комбінаційній частоті.

З (27.11) видно, що сприйнятливість χ залежить від добутку $Д^{-1}$. Отже, якщо частоти $\omega_к;\omega_{к'};\omega_к+\omega_{к'}$ лежать в області прозорості середовища, тобто відмінні від ω_0, то гасінням можна знехтувати і тоді $Д(\omega_к,\omega_{к'}) = Д(-\omega_к,-\omega_{к'})$ і сприйнятливість буде дійсною величиною. Наявність резонансних множників у:

$$\chi(\omega_к,\omega_{к'};\omega_к+\omega_{к'}) \sim [Д(\omega_к)Д(\omega_{к'})Д(\omega_к+\omega_{к'})]^{-1}$$

зумовлює значні нелінійні ефекти поблизу частот енергетичних переходів. Природно, при $\omega_к - \omega_{к'} \approx \omega_0$ сприйнятливість $\chi(\omega_к,\omega_{к'},\omega_к+\omega_{к'})$ буде більшою, ніж при іншому сполученні $\omega_к$ і $\omega_{к'}$. Отже, в $P_0, P_{2\omega}, P_{\omega_к\pm\omega_к}$ у (25.5) будуть визначатись величинами відповідного резонансу. Але цієї умови недостатньо для ефективної генерації відповідної частоти. Тому у випадку двох взаємодіючих хвиль, ми маємо скласти два рівняння, які зв'язують амплітуди взаємодіючих хвиль, кожна з яких описує швидкість зростання чи зниження поля однієї частоти у залежності від величин поля на іншій частоті. При цьому, звісно, у кожному рівнянні має

бути член, який враховує різницю фаз між хвилею поляризації й електромагнітною хвилею, що виникає. Чіткий розв'язок цього завдання виконується на основі рівнянь Максвелла. Дуже спрощений розгляд, проведений нами, показує, що виходячи з (26.5), джерелом другої гармоніки є нелінійна поляризація:

$$P''_{2\omega} = \frac{1}{2}\chi(\omega, \omega, 2\omega)E_{0\omega}\cos 2(\omega t - \kappa z).$$

В оптичному діапазоні $\lambda << L$ (L — довжина зразка), тобто, у будь-якому нелінійному зразку є локальні нелінійно-оптичні джерела ($P''_{2\omega}$) і вторинна світлова хвиля з 2ω є результатом інтерференції хвилі від локальних джерел $P''_{2\omega}$.

Підсумкову картину інтерференції можна представити так. Хвиля поляризації $P''_{2\omega}$ — це деяка антена, що випромінює на частоті 2ω Швидкість "антени" визначається фазовою швидкістю хвилі накачування, тобто:

$$\upsilon_{\omega} = \frac{\omega}{\kappa_{\omega}} = \frac{c}{n_{\omega}}.$$

А фазова швидкість хвилі перевипромінювання $\upsilon_{2\omega}$:

$$\upsilon_{2\omega} = \frac{2\omega}{K_{2\omega}} = \frac{c}{n_{2\omega}}.$$

Оскільки показник заломлення залежить від частоти, то виникає відмінність у хвильових векторах і відповідно у фазових швидкостях хвиль накачування та випромінювальної хвилі. Природно, обмін енергією хвиль накачування і її гармонікою буде максимальним, якщо різниця фаз $\Delta\alpha$ між ними буде сталою на досить великих відстанях:

$$\upsilon_{\omega} - \upsilon_{2\omega} = \frac{\omega}{\kappa_{\omega}} - \frac{2\omega}{\kappa_{2\omega}} = 0,$$

тобто $2\kappa_{\omega} = K_{2\omega}$.

У дійсності зсув фази $\Delta\varphi$ внаслідок дисперсії світла у середовищі неперервно змінюється і на відстані L:

$$\Delta\varphi = L(K_{2\omega} - 2\kappa_{\omega}).$$

При фазовому зсуві $\Delta\varphi = 0$ має місце хвильовий (фазовий) синхронізм. Але у реальних середовищах, де є дисперсія, фаза неперервно змінюється, що і накладає відбиток на динаміку формування перевипромінювальної хвилі.

Із законів збереження енергії випливає, що при зростанні чи зменшенні амплітуди хвилі однієї частоти повинні змінювати амплітуди інших хвиль. Уперше таке співвідношення сформулювали Менлі і Роу так:

$$\frac{\dfrac{dW(\omega_2)}{dz}}{\omega_1} = \frac{\dfrac{dW(\omega_2)}{dz}}{\omega_2} = -\frac{\dfrac{dW(\omega_3)}{dz}}{\omega_3},$$

де W — потужність хвилі.

Це співвідношення, не зважаючи на яку-небудь конкретну взаємодію, справедливе як для процесу генерації сумарної частоти, так і для генерації різницевої частоти. Згідно із співвідношенням Менлі-Роу, потужності хвиль ω_1 і ω_2 будуть зменшуватись, внаслідок чого буде підсилюватись хвиля $\omega_1 + \omega_2$. У випадку ж генерації різницевої частоти $\omega_3 - \omega_2 = \omega_1$, потужність вхідної хвилі ω_3 переходить не тільки до генерованої хвилі ω_1, але і до вхідної хвилі ω_2.

Перепишемо співвідношення Менлі-Роу у вигляді:

$$\frac{\dfrac{dW_1}{dz}}{\dfrac{dW_2}{dz}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad \frac{\dfrac{dW_1}{dz}}{\dfrac{dW_3}{dz}} = -\frac{\omega_1}{\omega_3}; \quad \frac{\dfrac{dW_2}{dz}}{\dfrac{dW_3}{dz}} = -\frac{\omega_2}{\omega_3}. \tag{27.7}$$

Оскільки $W = m\hbar\omega$, де m — число фотонів, які розповсюджуються вздовж вісі z, то співвідношення (26.7) набуває вигляду:

$$\frac{dm_1}{dz} = \frac{dm_2}{dz} = -\frac{dm_3}{dz}. \tag{27.8}$$

Звідси випливає, що фотони з частотою ω_3 розпадаються на два фотони із частотами ω_1 і ω_2 (кожна з яких є різницевою частотою: $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ і $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$). Зменшення числа фотонів із частотою ω_3 приводить до одночасного збільшення числа фотонів із частотами ω_1 і ω_2. Може бути і зворотний процес: два фотони із частотами ω_1 і ω_2 зливаються в один фотон сумарної частоти ω_3. При цьому число фотонів із частотами ω_1 і ω_2 одночасно зменшується, а число фотонів із частотою ω_3 зростає. Загальне число фотонів зберігається.

Дійсно, інтегруючи (27.8), отримуємо:

$$m_1(z) - m_1(0) = m_2(z) - m_2(0) = -[m_3(z) - m_3(0)],$$

чи:

$$m_1(z) + m_3(z) = m_1(0) + m_3(0);$$
$$m_2(z) + m_3(z) = m_2(0) + m_3(0).$$

Сумуючи останні рівняння, отримаємо:

$$m_1(z) + m_2(z) + 2m_3(z) = m_1(0) + m_3(0) + 2m_3(0),$$

тобто число фотонів залишається незмінним.

Контрольні питання

1. Яка природа нелінійної поляризації?
2. Який ефект нелінійності проявиться в експерименті? Від чого залежить?
3. Які явища називаються три- та чотирифотонними?
4. Що таке фазовий синхронізм?
5. Що визначає співвідношення Менлі-Роу?

§28. Фазовий синхронізм

Хвилі нелінійної поляризації виникають унаслідок взаємодії електромагнітних хвиль із матеріальним середовищем. Хвиля нелінійної поляризації на сумарній частоті $\omega_1 + \omega_2$:

$$P^{H}_{\omega_1+\omega_2} = \frac{1}{2}\chi(\omega_1, \omega_2, \omega_1 + \omega_2)E_{0\omega_1}E_{0\omega_2} \times$$

$$\times\cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2})z],$$

має фазову швидкість:

$$\upsilon_{P_{\omega_1+\omega_2}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2}},$$

де $\kappa_{\omega_1} = \frac{\omega_1}{c} n_{\omega_1}$, $\kappa_{\omega_2} = \frac{\omega_2}{c} n_{\omega_2}$ (n_i — показник заломлення).

Перевипромінювальна хвиля на сумарній частоті:

$$E_{\omega_1+\omega_2} = E_{0\omega_1+\omega_2}\cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2}z],$$

буде мати фазову швидкість:

$$\upsilon_{E_{\omega_1+\omega_2}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\kappa_{\omega_1+\omega_2}}, \text{ а } \kappa_{\omega_1+\omega_2} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{c} n_{\omega_1+\omega_2}.$$

У силу дисперсії середовища $n_{\omega_1} \neq n_{\omega_2} \neq n_{\omega_1+\omega_2}$. Фазова швидкість перевипромінювальної хвилі $E_{\omega_1+\omega_2}$ буде відрізнятись від фазової швидкості хвилі поляризації $P^{H}_{\omega_1+\omega_2}$. Різниця фаз між цими хвилями $\Delta\varphi$ рівна:

$$\Delta\varphi = L[\kappa_{\omega_1+\omega_2} - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2})].$$

Зі зміною шляху z ця різниця фаз може призвести як до підсилення перевипромінювальної хвилі, так і до її послаблення, тобто при поширенні хвилі поляризації її енергія, отримана від хвилі накачування або передається перевипромінювальній хвилі, або відбивається від неї. Таким чином, у нелінійному середовищі виконується енергообмін між вхідними і підсумковими хвилями, в міру їх поширення через середовище. Для того, щоб хвилі накачування (хвилі поля-

ризації) постійно передавали свою енергію перевипромінювальній хвилі під час проходження вздовж середовища необхідно, щоб у них різниця фазових швидкостей не змінювалась, зокрема була рівною нулю. У цьому випадку амплітуди вторинних хвиль підсумовуватимуться алгебраїчно й амплітуда перевипромінювальної хвилі зростатиме в міру поширення хвилі поляризації вздовж середовища. Умова незмінності фаз між цими хвилями є:

$$\kappa_{\omega_1+\omega_2} = \kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2}.$$

Це — умова фазового узгодження чи умова фазового синхронізму. При виконанні фазового синхронізму має місце накопичення нелінійного ефекту, тобто підсилення амплітуди перевипромінювальної хвилі.

Умова фазового синхронізму для другої гармоніки матиме вигляд:

$$\kappa_{2\omega} = 2\kappa_{\omega_1},$$

для підсилення хвилі різницевої частоти:

$$\kappa_{\omega_1-\omega_2} = \kappa_{\omega_1} - \kappa_{\omega_2},$$

і т.п. Якщо частоти взаємодіючих хвиль рівні, то умова фазового синхронізму зводиться до умов рівності показників заломлення на частотах гармонік і хвилі накачування. Так, якщо $\omega_2 = \omega_1$, то:

$$\kappa_{2\omega_1} = \frac{2\omega_1}{\upsilon_{2\omega_1}} = \frac{2\omega_1}{c} n_{2\omega}, \text{ і } \kappa_{\omega_1} = \frac{\omega_1}{\upsilon_{\omega_1}} = \frac{\omega_1}{c} n_{\omega_1},$$

тобто $n_{2\omega_1} = n_{\omega_1}$.

Проведений розгляд відповідає колінеарному поширенню хвиль, тобто всі взаємодіючі хвилі поширюються вздовж однієї вісі, скажімо z. Це означає, що їхні хвильові вектори колінеарні.

Окрім колінеарного синхронізму (скалярного синхронізму), для тієї ж комбінації частот може мати місце векторний синхронізм. При векторному синхронізмі хвильові

вектори ($\overline{\kappa}_{\omega_i}$) взаємодіючих хвиль мають неколінеарні напрямки. Наприклад, для хвиль на сумарній частоті $\omega_1 + \omega_2$ умова векторного синхронізму має вигляд:

$$\overline{\kappa}_{\omega_1+\omega_2} = \overline{\kappa}_{\omega_1} + \overline{\kappa}_{\omega_2}. \qquad (28.1)$$

Отже, якщо вісь z збігається з $\overline{\kappa}_{\omega_1+\omega_2}$ підсумкової хвилі, то умову (28.1) можна представити у вигляді:

$$\kappa_{\omega_1+\omega_2} = \kappa_{\omega_1}\cos\alpha_1 + \kappa_{\omega_2}\cos\alpha_2,$$

або за теоремою косинусів:

$$\kappa^2_{\omega_2} = \kappa^2_{\omega_1+\omega_2} + \kappa^2_{\omega_1} - 2\kappa_{\omega_1+\omega_2}\kappa_{\omega_1}\cos\alpha_1.$$

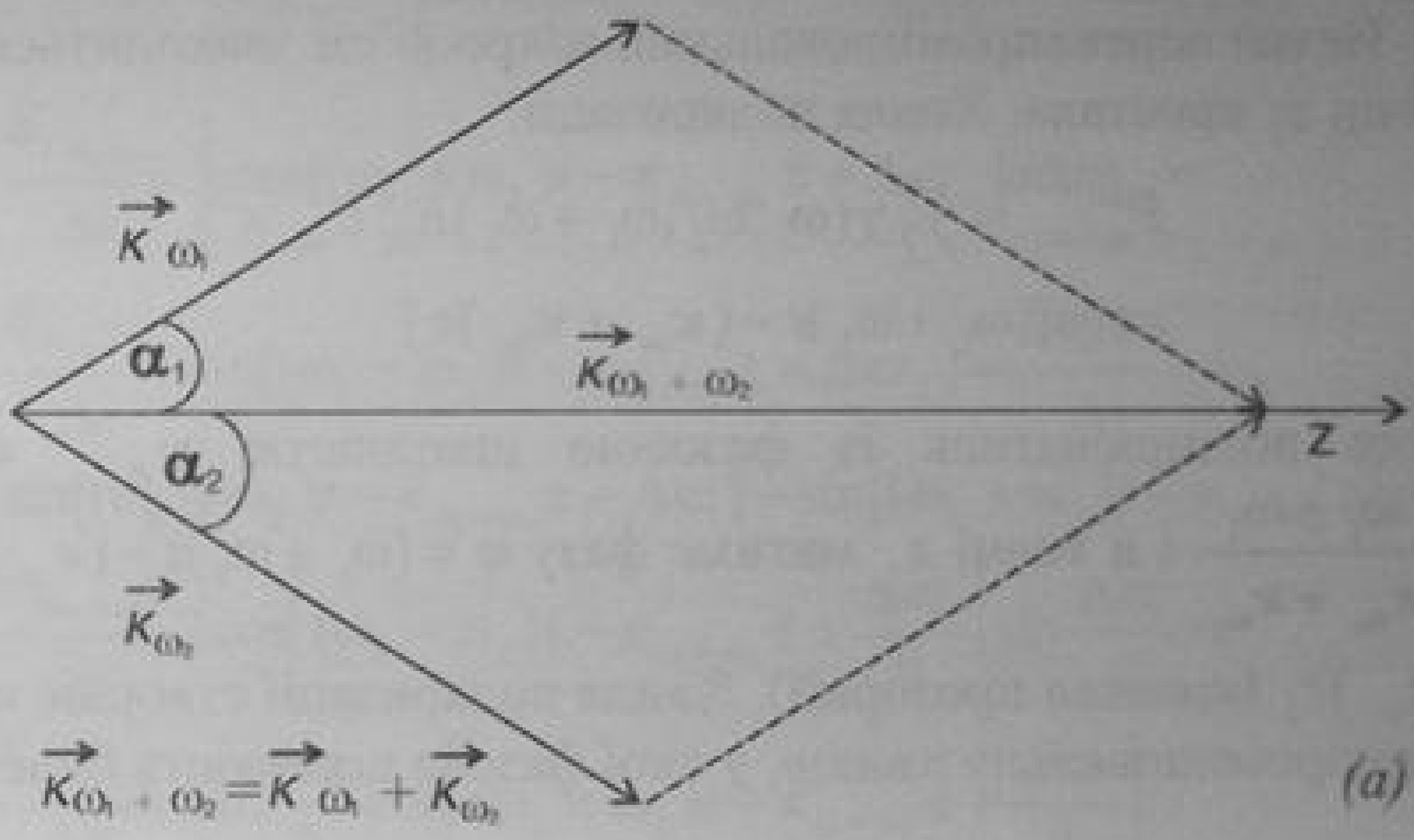


Рис. 28.1

За виконання умови фазового синхронізму амплітуда перевипромінювальної хвилі зростає пропорційно довжині шляху z, пройденого у нелінійному середовищі. Якщо ж умова фазового синхронізму не виконується, то на деякій довжині кристала хвиля поляризації буде передавати свою енергію перевипромінювальній хвилі, а потім розпочинається зворотний процес. Ці процеси будуть періодично повторюватись. Так, для другої гармоніки рубінового лазера, отриманій на кварцевій пластинці, ця величина рівна $1{,}39 \times \times 10^{-3}$ см. Значення відстані між сусідніми максимумами ін-

тенсивності ($\sim 10^{-3}$ см) є типовими для оптично-прозорих кристалів, дисперсійні характеристики яких не допускають існування напрямків синхронізму. Розглянемо чому так відбувається.

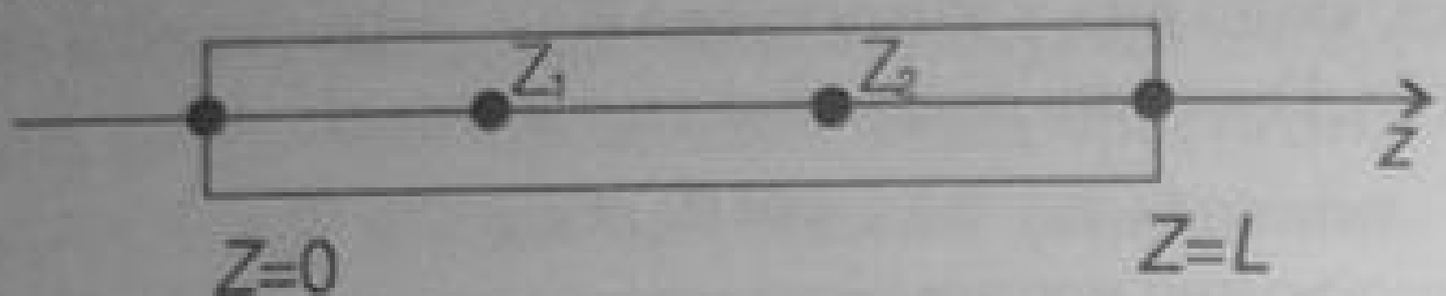


Рис. 28.2

Нехай перевипромінювальний мікрооб'єм знаходиться в точці z_1 кристала. Хвиля поляризації:

$$P^{H}_{\omega_1+\omega_2} = \tfrac{1}{2}\chi(\omega_1,\omega_2,\omega_1+\omega_2)E_{01}E_{02}\times$$
$$\times\cos[(\omega_1+\omega_2)t-(\kappa_{\omega_1}+\kappa_{\omega_2})z]$$

буде поширюватись із фазовою швидкістю $\upsilon_{P_{\omega_1+\omega_2}} = \frac{\omega_1+\omega_2}{\kappa_{\omega_1}+\kappa_{\omega_2}}$ і в точці z_1 матиме фазу $\varphi=(\omega_1+\omega_2)t-(\kappa_{\omega_1}+\kappa_{\omega_2})z_1$ (кристал прозорий). Хвиля поляризації створює перевипромінювальну хвилю, у якої фазова швидкість буде:

$$\upsilon_{E_{\omega_1+\omega_2}} = \frac{\omega_1+\omega_2}{\kappa_{\omega_1+\omega_2}} = \frac{c}{n_{\omega_1+\omega_2}}.$$

Коли перевипромінювальна хвиля пройде шлях до точки z, тобто шлях $(z-z_1)$, вона матиме фазу рівну (знак мінус, оскільки запізнюється):

$$\varphi=[(\omega_1+\omega_2)t-(\kappa_{\omega_1}+\kappa_{\omega_2})z_1]-\kappa_{\omega_1+\omega_2}(z-z_1),$$

тобто перевипромінювальну хвилю в точці z можна записати у вигляді:

$$E_{\omega_1+\omega_2}=E_{0\omega_1+\omega_2}\times$$
$$\times\cos\left\{[(\omega_1+\omega_2)t-(\kappa_{\omega_1}+\kappa_{\omega_2})z_1]-\kappa_{\omega_1+\omega_2}(z-z_1)\right\}=$$

$$= E_{0\omega_1+\omega_2} \times$$

$$\times \cos\left\{(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + [\kappa_{\omega_1+\omega_2} - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2})]z_1\right\} =$$

$$= E_{0\omega_1+\omega_2} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \Delta\kappa z_1],$$

де $\Delta\kappa = \kappa_{\omega_1+\omega_2} - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2})$.

Така амплітуда перевипромінювальної хвилі отримана від хвилі поляризації з точки z_1. Для підсумкового поля від довільної довжини кристала z справедливо:

$$E_{\omega_1+\omega_2}(z) = E_{0\omega_1+\omega_2} \int_0^z \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \Delta\kappa z_1]dz_1 =$$

$$= \frac{E_{0\omega_1+\omega_2}}{\Delta\kappa} \int_0^z \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \Delta\kappa z_1]d\Delta\kappa z_1 =$$

$$= \frac{E_{0\omega_1+\omega_2}}{\Delta\kappa} \sin[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z = \Delta\kappa z_1] = \frac{E_{0\omega_1+\omega_2}}{\Delta\kappa} \times$$

$$\times \left\{\sin[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \Delta\kappa z] - \sin[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z]\right.$$

$$= \frac{E_{0\omega_1+\omega_2}}{\Delta\kappa} 2\cos\left[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \frac{\Delta\kappa z}{2}\right] \sin\frac{\Delta\kappa z}{2} =$$

$$= \frac{E_{0\omega_1+\omega_2}}{\frac{\Delta\kappa}{2}} \sin\frac{\Delta\kappa z}{2} \cos\left[(\omega_1 + \omega_2)t - \kappa_{\omega_1+\omega_2} z + \frac{\Delta\kappa z}{2}\right].$$

Таким чином, амплітуда перевипромінювальної хвилі у довільній точці кристала буде рівною:

$$E_{0\omega_1+\omega_2}(z) = E_{0\omega_1+\omega_2} \frac{\sin\frac{\Delta\kappa z}{2}}{\frac{\Delta\kappa}{2}}. \qquad (28.2)$$

За означенням $\Delta\kappa = \kappa_{\omega_1+\omega_2} - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2})$ — фазове (хвильове) розладнання.

Зі співвідношення (28.2) випливає, що при виконанні умови фазового синхронізму $\Delta\kappa = 0$:

$$E_{0(\omega_1+\omega_2)}(z)=E_{0\omega_1+\omega_2}\,z,$$

тобто амплітуда перевипромінювальної хвилі пропорційна довжині кристала, а інтенсивність $\sim z^2$. Це означає, що умова фазового синхронізму забезпечує синфазну взаємодію перевипромінювальних хвиль.

Якщо ж $\Delta K \neq 0$, то амплітуда перевипромінювальної хвилі буде змінюватись періодично в міру просування по кристалу за законом синуса. Отже, амплітуда перевипромінювальної хвилі буде зростати відповідно руху по кристалу до того часу, доки:

$$\frac{\Delta k z_к}{2}=\frac{2\pi}{4} \quad \text{або} \quad z_к=\frac{\pi}{\Delta k}.$$

На цій ділянці ($z_к$) вторинна хвиля отримує енергію з хвилі накачування. Величина $z_к$ називається довжиною когерентності . У другій чверті періода синус зменшується і на відстані $2z_к$ перетворюється в нуль, тобто вся енергія перевипромінювальної хвилі перекачується назад у хвилю накачування. Оскільки інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, то графік інтенсивності вторинної хвилі матиме вигляд:

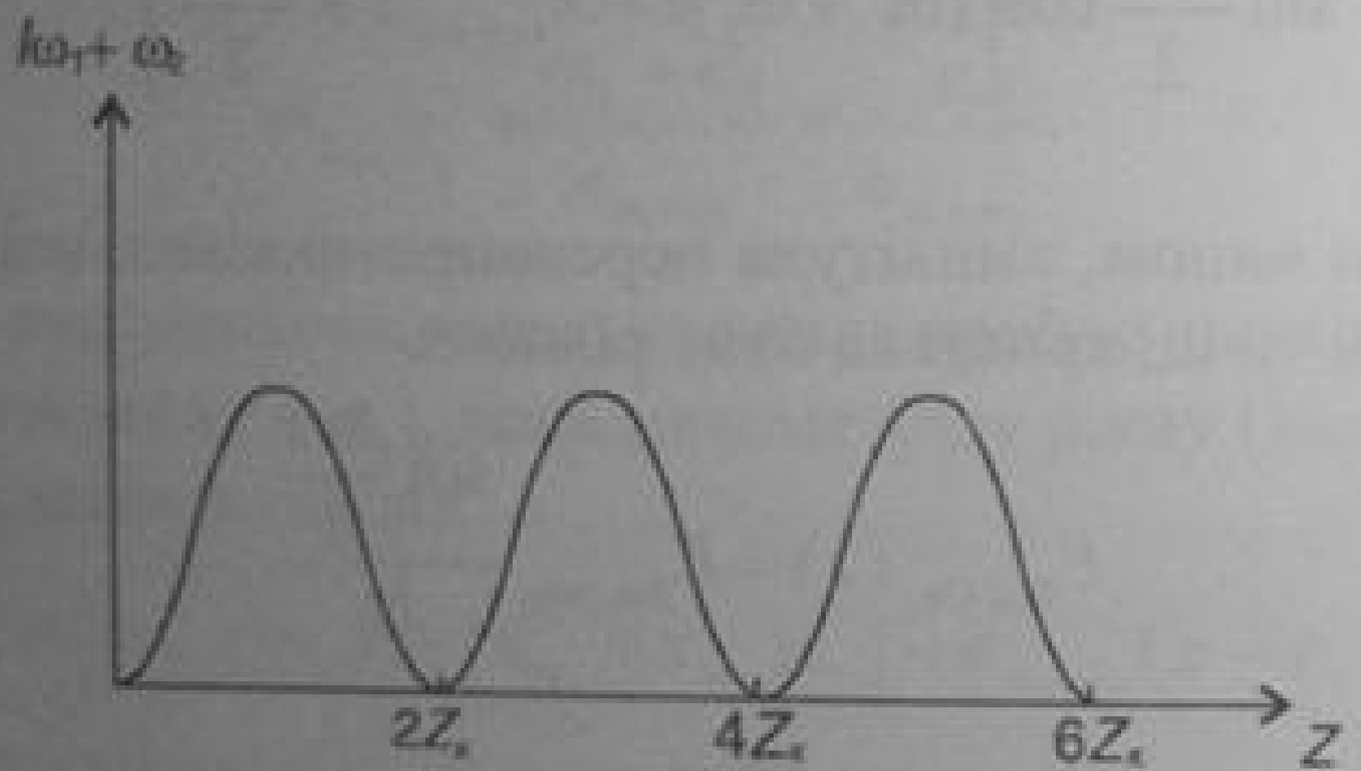
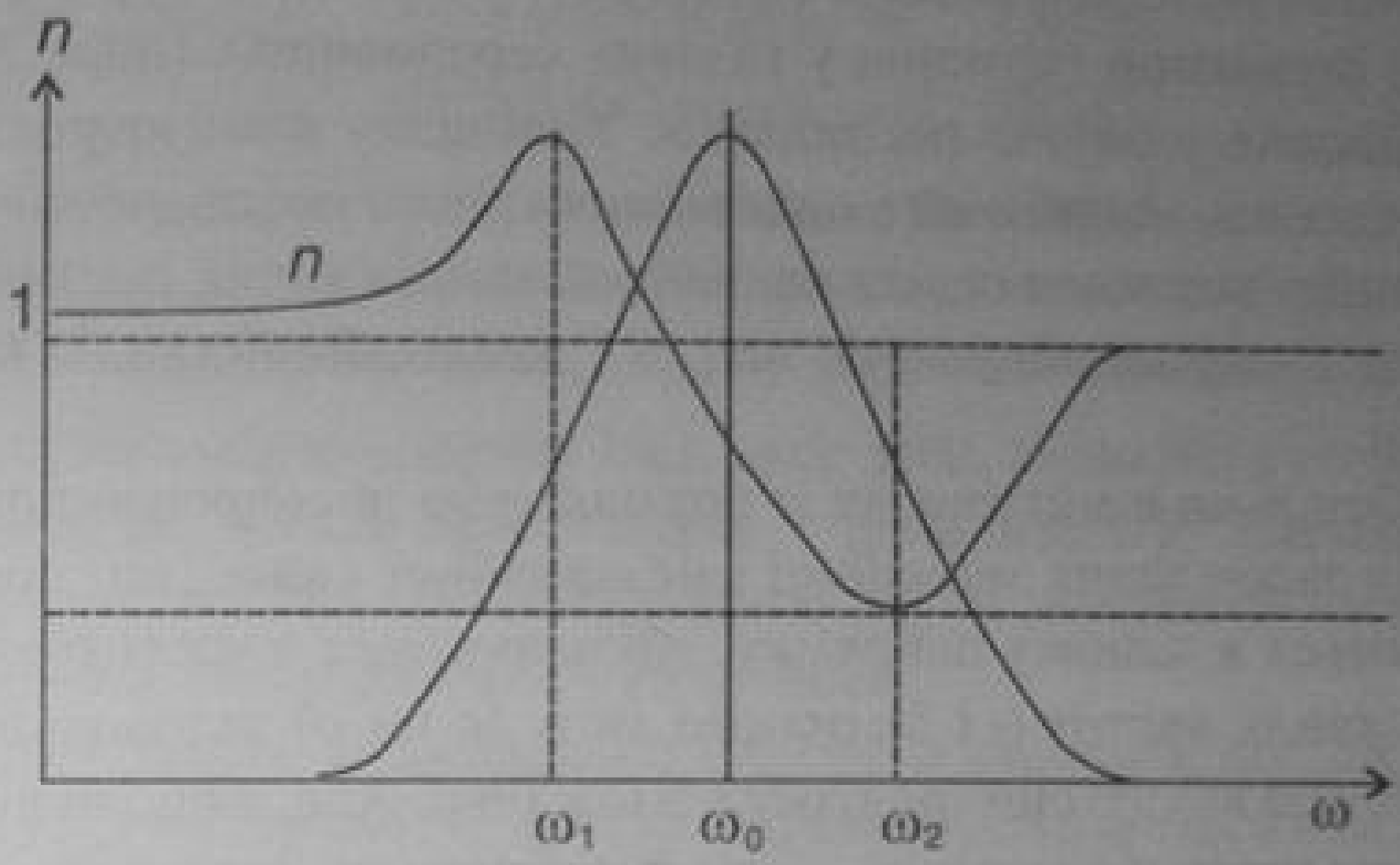


Рис. 28.3

Величина Δk визначається дисперсією світла в кристалі . Типові її значення, залежно від типу нелінійності, можуть

змінюватись від 10^3 до 0.1 см$^{-1}$, тобто $z_к$ лежить у межах $10^{-3} \div 10$ см.



$$\omega_{1,2}=\sqrt{\omega_0^2 \pm \gamma\omega}$$

Рис. 28.4

У силу дисперсії світла, якщо хвилі накачування ω_1 і ω_2 поширюються в одновісному кристалі як звичайні хвилі, то не може виникнути перевипромінювальна хвиля на частоті $\omega_1 + \omega_2$, оскільки неможливо реалізувати умову синхронізму:

$$\Delta\kappa = \kappa_{\omega_1+\omega_2} - (\kappa_{\omega_1} + \kappa_{\omega_2}) =$$

$$= \frac{1}{c}[(\omega_1 + \omega_2)n_{\omega_1+\omega_2} - (\omega_1 n_{\omega_1} + \omega_2 n_{\omega_2})].$$

У випадку другої гармоніки:

$$z_к = \frac{\pi}{\Delta\kappa} = \frac{\pi}{\kappa_{2\omega} - 2\kappa_\omega} = \frac{\pi}{\frac{2\omega \cdot n_{2\omega}}{c} - \frac{2\omega n_\omega}{c}} = \frac{\pi}{\frac{2\omega}{c}(n_{2\omega} - n_\omega)} =$$

$$= \frac{\pi c}{2\omega}(n_{2\omega} - n_\omega)^{-1} = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)},$$

при $\lambda = 10^{-4}$ см; $n_{2\omega} - n_{\omega} \simeq 10^{-2}$, то $z_к = 10^{-2}$ см.

В ізотропному середовищі реалізувати хвильовий синхронізм можливо лише в області аномальної дисперсії. Так при отриманні гармонік у газових середовищах (пари *Na*) працюють у смугах поглинання. У випадку ж анізотропних середовищ, наприклад в одновісних кристалах, значення показника заломлення для звичайної хвилі (хвиля поляризована: $\bar{E}$ перпендикулярно вісі z) і незвичайної хвилі ($E \| z$) різні.

Оскільки в матеріалах із нормальною дисперсією показники заломлення звичайної і незвичайної хвиль, що поширюються в даному напрямку, збільшуються з частотою, то для хвиль частот ω і 2ω одного типу (e чи o) задовольнити умову фазового синхронізму неможливо. Але, якщо ці хвилі різних типів, то умова $n_{2\omega} = n_{\omega}$ реалізується. Залежність показника заломлення незвичайної хвилі в одновісному кристалі від кута θ між напрямком поширення й оптичною віссю має вигляд:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{n_0^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2}. \qquad (28.3)$$

Якщо $n_e^{2\omega} > n_0^{\omega}$ — позитивний кристал (але $n_e^{\omega} > n_0^{\omega}$ — від'ємний кристал), то існує кут θ_c, при якому $n_e^{2\omega}(\theta) \simeq n_0^{\omega}$. Отже, якщо основна хвиля поширюється вздовж напрямку θ_c у кристалі, то виникає хвиля другої гармоніки як незвичайна хвиля. З (27.3) випливає:

$$\frac{1}{(n_0^{\omega})^2} = \frac{\cos^2\theta_c}{(n_0^{2\omega})^2} + \frac{\sin^2\theta_c}{(n_e^{2\omega})^2} \qquad (28.4)$$

$$\text{або } \sin^2\theta_c = \frac{(n_0^{\omega})^{-2} - (n_0^{2\omega})^{-2}}{(n_e^{2\omega})^{-2} - (n_0^{2\omega})^{-2}}$$

Наприклад, для кристала КДР для другої гармоніки рубіну визначимо кут синхронізму:

$$\left.\begin{array}{lll} n_e^{\omega} \quad (\lambda = 0{,}694\,\text{мкм}) & = & 1{,}465 \\ n_e^{2\omega} \quad (\lambda = 0{,}347\,\text{мкм}) & = & 1{,}487 \\ n_0^{\omega} \quad (\lambda = 0{,}694\,\text{мкм}) & = & 1{,}505 \\ n_0^{2\omega} \quad (\lambda = 0{,}347\,\text{мкм}) & = & 1{,}534 \end{array}\right\}$$

після підстановки в (28.4) отримаємо $\theta_c = 50{,}4°$

На рис. 28.5 зображено в площині головного перерізу чотири поверхні векторів $\kappa_0^{\omega}, \kappa_e^{\omega}, \kappa_0^{2\omega}, \kappa_e^{2\omega}$ (тобто в площині, що проходить через оптичну вісь *ooe*). Тож, якщо під кутом θ_c направити хвилю накачування з поляризацією звичайної хвилі ω_0, то для незвичайної хвилі $2\omega_e$ на подвоєній частоті буде мати місце фазовий синхронізм.

Досягнення колінеарного фазового синхронізму $\Delta K = 0$ можливе в одновісних кристалах, якщо реалізується взаємодія хвиль накачування і другої гармоніки з різними типами поляризації.

Ця обставина зумовлює 4 випадки такого роду взаємодії в одновісних кристалах.

1. Взаємодія *ooe* (1 тип): дві звичайні взаємодіючі хвилі з частотами ω_1, народжують незвичайну хвилю на подвоєній

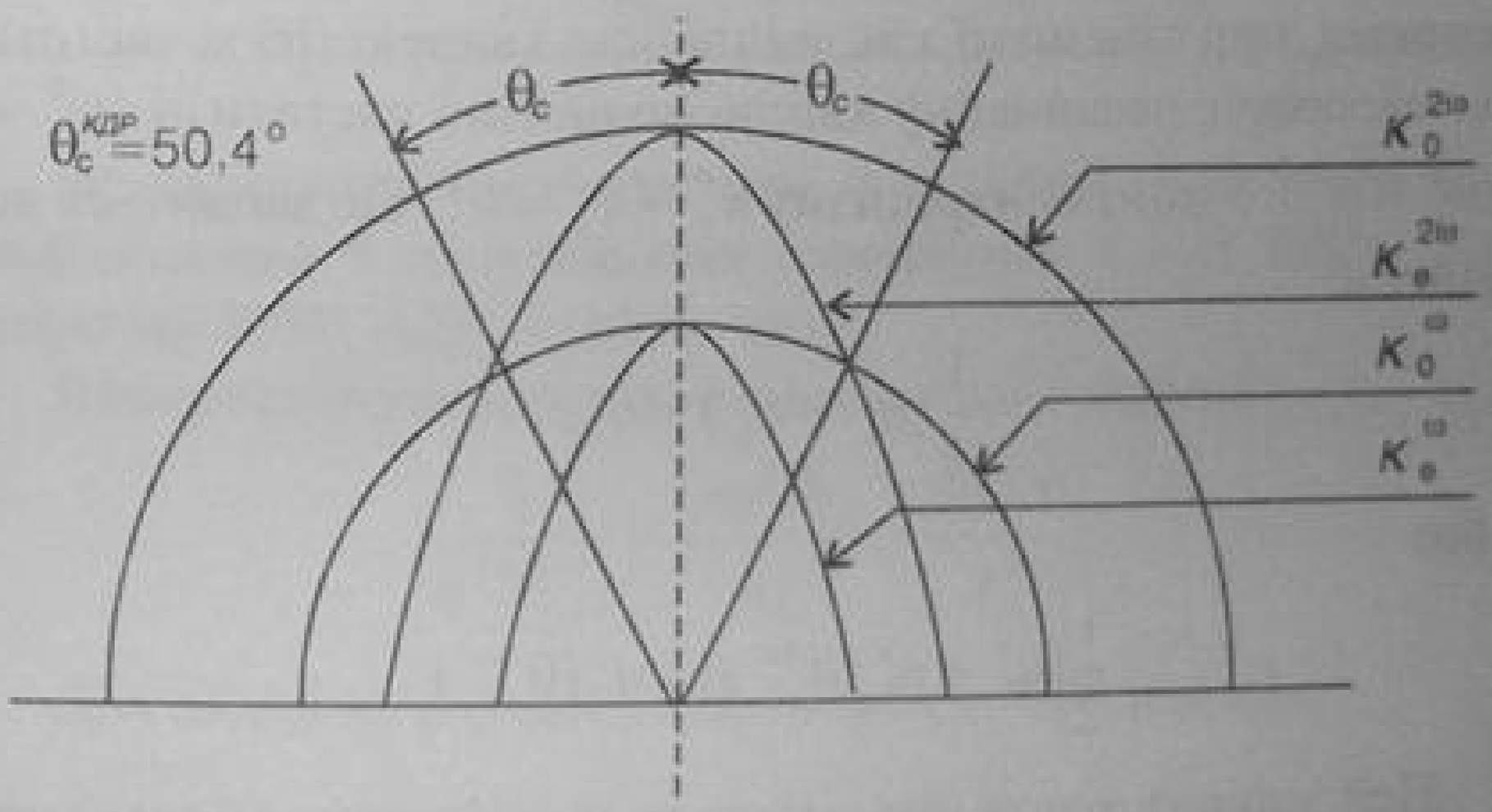


Рис. 28.5

частоті $2\omega_1$ ($\omega_1^0 + \omega_1^0 = \omega_2^e$). Умова синхронізму для цього випадку має вигляд $\bar{\kappa}_1^0 + \bar{\kappa}_2^e$ або $2\bar{\kappa}_1^0 = \bar{\kappa}_2^e$.

Враховуючи, що $\kappa_1^0 = \frac{\omega_1}{c} n_1^0$ і $\kappa_2^e = \frac{\omega_2}{c} n_2^e$, маємо $n_1^0 = n_2^e$.

Отже, умова синхронізму для взаємодії *ooe* виникає, коли показник заломлення звичайної хвилі на частоті накачування ω_1 буде рівним показнику заломлення незвичайної хвилі на подвоєній частоті ω_2. Величина n_2^e, як відомо, залежить від кута θ між оптичною віссю z і напрямком хвильового вектора $\bar{\kappa}$, змінюючись у межах від n_{20} (при $\theta = 0$) до n_2^e (при $\theta = 90°$); тут n_2^0 і n_2^e — головні показники заломлення на частоті $\omega_2 = 2\omega_1$. Тому можна знайти напрямок поширення незвичайної хвилі частоти ω_2 у кристалі, котрий складає кут θ_c з оптичною віссю кристала, при якому *величина* $n_2^e(\theta_c)$ *буде рівна* n_1^0 *на частоті* ω_1. *Цей напрямок носить назву напрямок синхронізму, а кут* θ_c *— кут синхронізму.* Для цього випадку маємо $n_1^0 = n_2^e(\theta_c^{ooe})$, і це реалізується у від'ємних кристалах.

2. Взаємодія *oee* (або *eoe*) (2 типу): звичайна хвиля з частотою ω_1 при взаємодії з незвичайною хвилею тієї ж частоти ω_1, народжує незвичайну хвилю подвоєної частоти ω_2 ($\omega_1^0 + \omega_1^e = \omega_2^e$). Умова синхронізму $\kappa_1^0 + \kappa_1^e = \kappa_2^e$, що зводиться до вимоги:

$$\frac{1}{2}(n_1^0 + n_1^e) = n_2^e,$$

або:

$$\frac{1}{2}[n_1^0 + n_1^e(\theta_c^{oee})] = n_2^e(\theta_c^{oee}).$$

Цей варіант також реалізується у від'ємних одновісних кристалах.

3. Взаємодія *eeo* (1 тип): дві незвичайні хвилі з частотами ω_1 породжують звичайну хвилю другої гармоніки $\omega_2 = 2\omega_1$. Умова синхронізму $2\kappa_1^e = \kappa_2^0$, що призводить до $n_1^e = n_2^0$ або $n_1^e(\theta_\chi^{eo0}) = n_2^0$. Цей випадок реалізується і в позитивних одновісних кристалах.

4. Взаємодія *eoo* (чи *oeo*) (2тип): незвичайна хвиля частоти ω_1, взаємодіючи зі звичайною хвилею з тією ж частотою, утворюють другу гармоніку $\omega_2(\omega_1^e + \omega_1^0 = \omega_2^0)$. Умова синхронізму $\kappa_1^e + \kappa_1^0 = \kappa_2^0$, що приводить до $1/2[n_1^0 + n_1^e(\theta_c^{eoo})] = n_2^0$. Цей випадок реалізується і в позитивних одновісних кристалах.

Таблиця цих взаємодій така:

тип синхронізму	тип кристала	тип кристала
	$(-)n_e < n_0$	$(+)n_e > n_0$
I	*ooe*	*eeo*
II	*oee* *eoe*	*eoo* *oeo*

До числа від'ємних кристалів із сильним двопроменевим заломленням і допускаючих синхронізм I і II типів відносяться КДР, АДР, $LiNbO_3$ та ін.

Використовуючи рівняння хвильової поверхні:

$$\frac{1}{n^2(\theta_c)} = \frac{\cos^2\theta_c}{n_0^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2}.$$

Для синхронізму *ooe* отримуємо кут θ_c^{ooe} рівний:

$$\sin^2\theta_c^{ooe} = \frac{n_{10}^{-2} - n_{20}^{-2}}{n_{2e}^{-2} - n_{20}^{-2}},$$

($\theta_c^{ooe} = 50{,}4°$ для кристала КДР при накачуванні рубіном);

для *ooe*:

$$\sin^2\theta_c^{ooe} = \frac{2(n_{20} - n_{10})}{n_{20}\left(\frac{n_{20}^2}{n_{2e}^2} - 1\right) - \frac{1}{2}n_{10}\left(\frac{n_{10}^2}{n_{2e}^2} - 1\right)};$$

($\theta_c^{eoe} = 82{,}6°$ для кристала КДР при накачуванні рубіном);

для *eoo*:

$$\sin^2\theta_c^{eoe} = \frac{\frac{n_{10}^2}{(2n_{20} - n_{10})^2} - 1}{\frac{n_{10}^2}{n_{1e}^2} - 1};$$

для *eeo*:

$$\sin^2\theta_c^{eee} = \frac{n_{10}^{-2} - n_{20}^{-2}}{n_{10}^{-2} - n_{1e}^{-2}}.$$

Вибір кута синхронізму θ_c, тобто кута між оптичною віссю z і напрямком поширення хвилі $\bar{\kappa}$ для якого виконується:

$$\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2 = \bar{\kappa}_3,$$

не є достатньою умовою для ефективного нелінійного перетворення. Хоча на перший погляд здається, що за кут синхронізму може бути прийнятий будь-який із напрямків у кристалі, що є твірною конуса, вісь якого збігається з оптичною віссю z і кут при вершині конуса рівний $2\theta_2$. Але виявляється, що це не так. Не всі напрямки, що є твірними конуса, придатні для ефективного перетворення основної хвилі, скажімо, в другу гармоніку. Правильна установка кута синхронізму сама по собі ще не забезпечує ефективне перетворення хвилі накачування в другу гармоніку (накопичення нелінійного ефекту). Важливу роль ще грає правильний вибір азимутального кута φ — кута між головною площиною й однією з головних вісей кристала, наприклад, x.

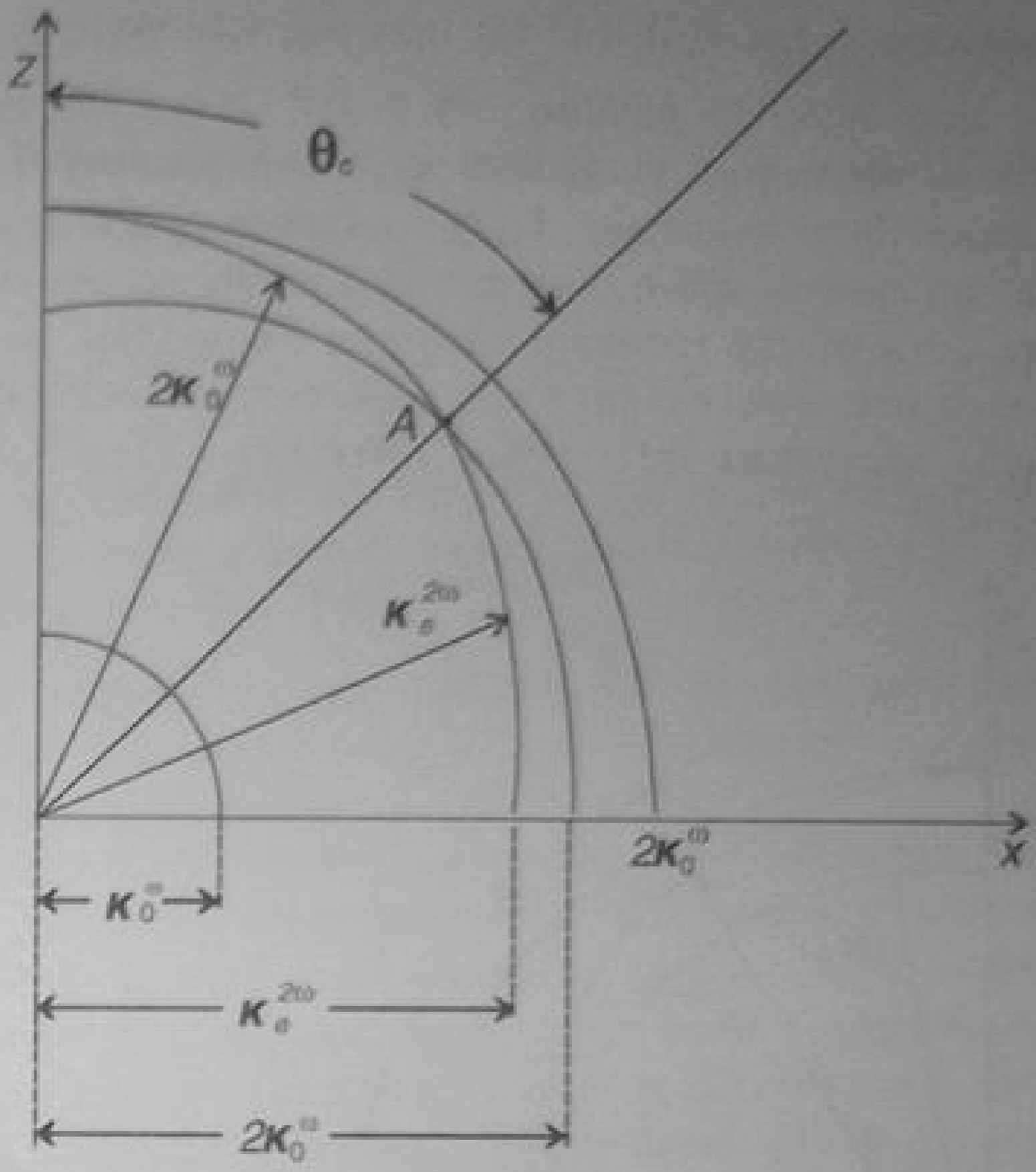


Рис. 28.6

Справа в тому, що різні компоненти тензора нелінійної сприйнятливості χ_{ijk} працюють при різних типах взаємодії хвиль. Так при взаємодії *ooe* працює компонента χ_{yxx}, а при *eeo* — χ_{yxx}, а для *oee* і *eoo* компоненти χ_{yxx} і χ_{xyy}, відповідно.

Для кожного класу енергії кристала компоненти χ_{ijk} можна записати через значення сприйнятливості χ_{ijk} в кристалографічній системі x, y, z і кути θ і φ. Для деяких класів симетрії (6 і 4, 622 і 422, 6 mm і 4 mm) ці компоненти χ_{ijk} взагалі не залежать від кута φ. А для найбільш широко застосовуваних у нелінійній оптиці кристалів класів $\bar{4}2$ m, 3m та ін. χ_{ijk} залежать як від θ, так і від φ.

Наприклад, для КДР ($\overline{42}$ m) при *ooe* взаємодії $\chi_{yxx} = -\chi_{zxy}\sin\theta\sin 2\varphi$. Як бачимо, при $\varphi = 0°$ чи $\varphi = 90°$, незважаючи на правильну установку кута синхронізму θ_c перетворення буде нульовим. Тому є питання про оптимальний вибір кута φ, тобто оптимальний вибір напрямку вісі кристала *x* відносно головної площини. Природно, що цей напрямок мають встановити при виготовленні нелінійного елемента. Зрозуміло, що потрібно, аби $\sin 2\varphi = \mp 1$ ($\varphi = 45°$ чи 135°) і тоді:

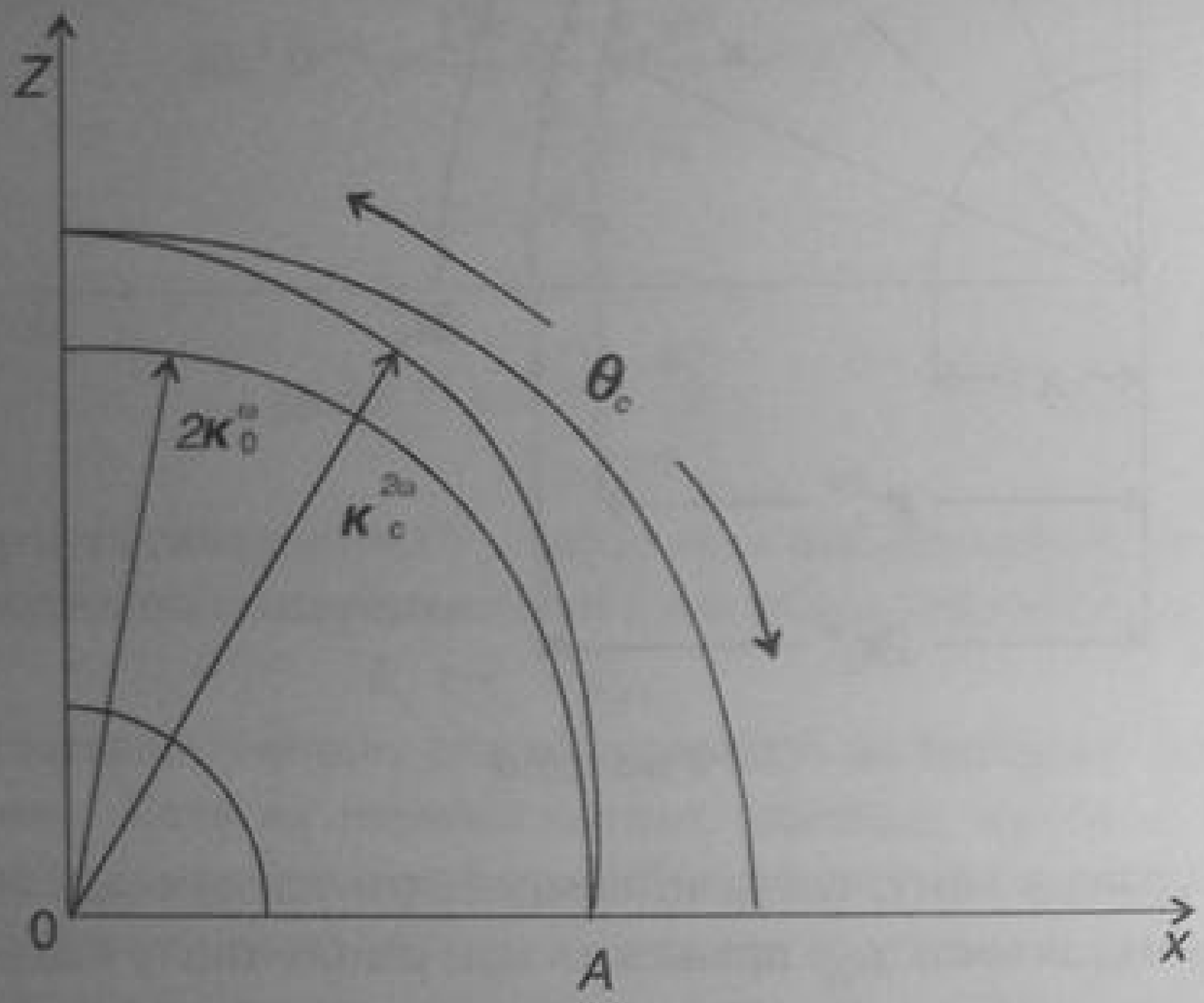


Рис. 28.7

$$\chi_{yxx} = \pm\chi_{zxy}\cdot\sin\theta_c^{ooe}\cdot\chi_{zxy} = 1{,}13\cdot 10^{-12}\ \text{м/В};\ \theta_c^{ooe} = 41{,}5°.$$

У випадку кристала $LiNbO_3$ (3m) для *ooe* взаємодія:

$$\chi_{yxx} = \chi_{zxx}\sin\theta - \chi_{yyy}\cos\theta\sin 3\varphi \text{ і, отже,}$$

$$\chi_{yxx}^{max} = \chi_{zxx}\cdot\sin\theta_c^{ooe} + \chi_{yyy}\cdot\cos\theta_c^{ooe} \text{ при } \varphi = 90°$$

$$(\sin 3\varphi = -1) \text{ і } \chi_{yxx}^{min} = \chi_{zxx}\cdot\sin\theta_c^{ooe} - \chi_{yyy}\cdot\cos\theta_c^{ooe}$$

$$\text{при } \varphi = 30^\circ \text{ і } 150^\circ,\ \theta_c^{\text{ооє}} = 78^\circ$$

$$(\chi_{31} = \chi_{zxx} = 13{,}0; \chi_{22} = \chi_{yyy} \cong 6{,}6) \cdot 10^{-12}\ \text{мВ}^{-1}.$$

Особливо вкажемо на випадок $n_2^e = n_1^0$, тобто $\theta_c^{\text{ооє}} = 90^\circ$. Це так званий 90° синхронізм. Він характерний тим, що овалоїд n_2^e не перетинає сферу n_1^0, а лише дотикається до неї. 90° синхронізм не дуже критичний до кутового настроювання кристала, оскільки пучок незвичайних променів повністю перекриває пучок променів звичайних, що забезпечує їх максимальну взаємодію. Як бачимо з рисунка, це —90°— синхронізм, тобто $\overline{\kappa}_\omega^0$ і $\overline{\kappa}_{2\omega}^e$

Кут скалярного *ооє* синхронізму фіксований у даному кристалі для даної частоти, а кут векторного *ооє*-синхронізму може вибиратись у деяких межах.

Реальний світловий пучок має набір променів, розбіжність яких визначається параметрами джерела. Частина цих променів від реального лазерного пучка, що має скінченну розбіжність, природно, може не збігатися з напрямком синхронізму. Отже, розбіжність знижує ефективність перетворення в другу гармоніку. Аналогічний вплив на ефективність перетворення дає немонохроматичність випромінювання накачування.

Подібні умови і для отримання генерації інших обертонів і складових частот.

Іншим нелінійним ефектом, який вимагає фазового синхронізму, є параметрична генерація світла.

Кут синхронізму має деякий напрямок; у реальній же ситуації завжди є скінченна розбіжність світлового пучка. Оцінимо допустиму кутову розбіжність $\delta\theta$ лазерного пучка, у межах якої фазове розладнання $\Delta\kappa$ буде допускати достатнє перетворення випромінювання, скажімо, в другу гармоніку.

Цей допустимий кут називається *кутовою шириною синхронізму.*

При заданій довжині кристала L інтенсивність другої гармоніки I_2 є функцією фазового розладнання $\Delta\kappa$:

$$I_2(\Delta\kappa) = \eta I_1(0) L^2 \left(\frac{\sin \frac{\Delta\kappa L}{2}}{\frac{\Delta\kappa L}{2}} \right)^2, \text{ де } \eta = \left(\frac{8\pi\omega_1^2}{\kappa_2 c^2} \chi \right)^2.$$

Ця залежність називається кривою синхронізму і має вигляд, наведений на рис. 28.8.

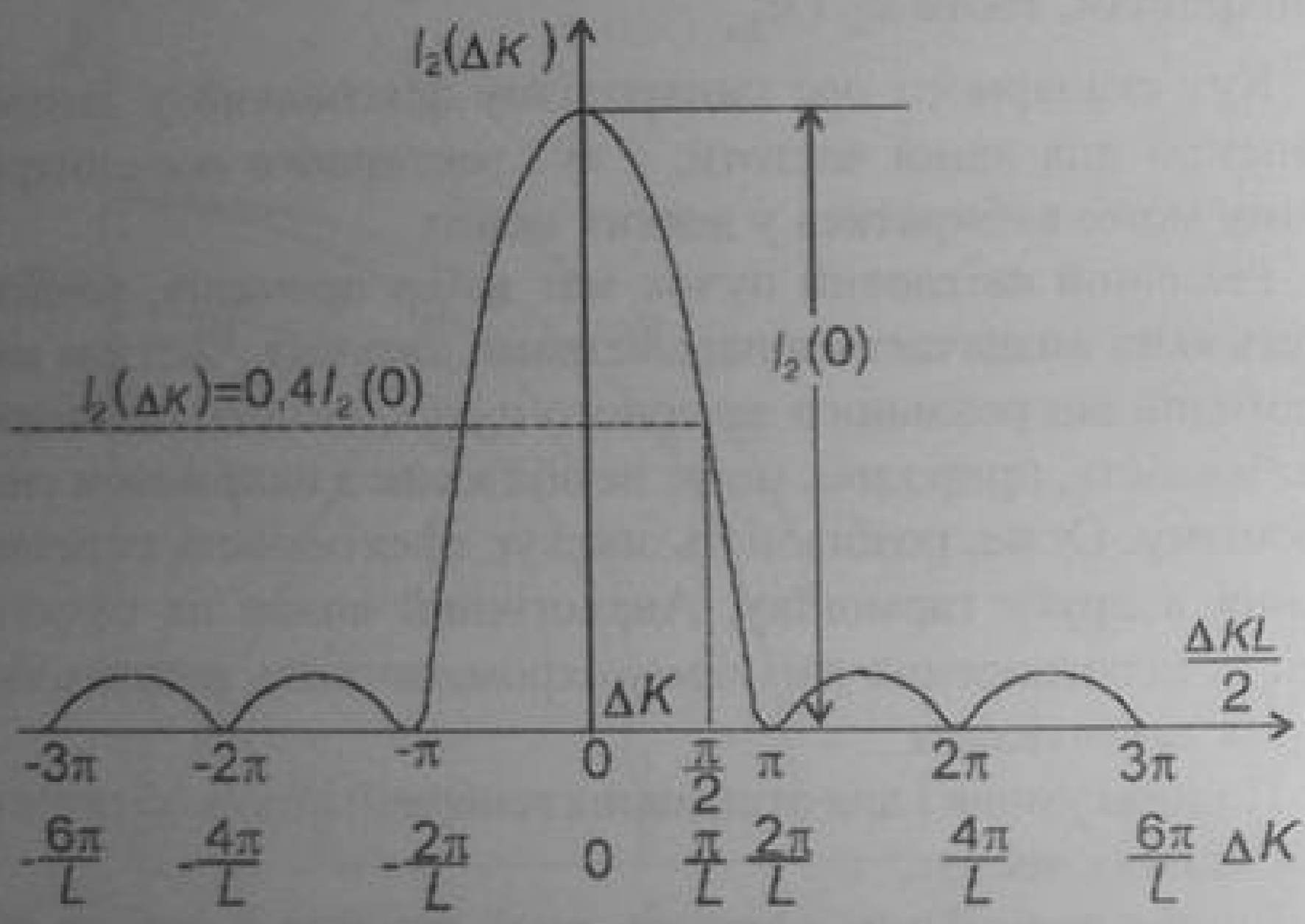


Рис. 28.8

Функція $\left(\frac{\sin x}{x} \right)^2$ має головний максимум при $x = 0$, а також ряд еквідистантних мінімумів, рівних нулю при $x = \pm m\pi$ ($m = 1, 2, 3\ldots$), між якими розташовані вторинні максимуми при $x \approx \left(m + \frac{1}{2} \right)\pi$.

Якщо розладнання $\Delta K = \frac{\pi}{L}$ не перевищує половини ширини головного максимуму кривої синхронізму, то перетворення основного випромінювання у другу гармоніку буде досить ефективним.

Так, якщо розладнання $\Delta K = \frac{\pi}{L}$, то:

$$I_2(\Delta K) = \eta I_1^2(0) L^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2}}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2} = 0{,}4 \cdot \eta I_1^2(0) L^2 \approx 0{,}4 I_2(0),$$

тобто 40% від $I_2(\Delta K = 0)$.

Для оцінки допустимої величини розбіжності лазерного пучка розглянемо головну залежність розладнання, представивши її у вигляді ступеневого ряду поблизу $\theta = \theta_c$

$$\Delta K(\theta) = \Delta K(\theta_c) + \left(\frac{\partial \Delta K}{\partial \theta}\right)_{\theta=\theta_c} (\theta - \theta_c) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \Delta K}{\partial \theta^2}\right)_{\theta=\theta_c} \times$$

$$\times (\theta - \theta)^2 + \ldots$$

Оскільки $\Delta K(\theta_c) = 0$, то $\Delta K(\theta) = \gamma_1(\theta - \theta_c) + \gamma_2(\theta - \theta_c)^2$,

де $\gamma_1 = \left(\frac{\partial \Delta K}{\partial \theta}\right)_{\theta=\theta_c}$, $\gamma_2 = \left(\frac{\partial^2 \Delta K}{\partial \theta^2}\right)_{\theta=\theta_c}$ — дисперсійні кутові коефіцієнти першого і другого порядку. Якщо $\theta_c \neq 90°$, то звичайно $\gamma_2 << \gamma_1$, і враховується тільки γ_1. У випадку $\theta_c = 90°$, то $\gamma = 0$ і $\Delta\kappa(\theta)$ слабо залежить від $\theta - \theta_c$ і синхронізм менше критичний до величини кута розбіжності.

Коефіцієнти γ_1 і γ_2 залежать від типу взаємодії. Так, для від'ємного кристала:

$$\gamma_1^{ooe} = -\frac{\omega_1}{c} n_{1_0}^3 \left(\frac{1}{n_{2e}^2} - \frac{1}{n_{2_0}^2}\right) \sin 2\theta_c^{ooe}$$

і зрозуміло, що при $\theta_c^{ooe}=90^\circ$ і $\gamma_1^{ooe}=0$. Аналогічний результат має місце і для γ_1^{oee}. У випадках же 90° синхронізму виявляється, що γ_1^{oee} вдвічі більше γ_1^{ooe}, тобто синхронізм *oee* менше чутливий до хвильового розладнання, ніж синхронізм *ooe*.

Аналогічна картина справедлива і для γ_1^{eeo} і γ_1^{eoo}.

Для отримання 40% інтенсивності від $I_2(\Delta\kappa=0)$ кут розбіжності лазерного пучка не має бути більшим $\theta_c-\theta=0{,}5\,\delta\theta$, тобто $\delta\theta=\dfrac{2\pi}{\gamma_1 L}$. Це і є кутова ширина синхронізму.

Отже, чим менше γ_1, тим більшим може бути цей кут. Звичайно, при L=1 см $\delta\theta\sim 10'$.

Для взаємодії *oee* кутова ширина синхронізму майже вдвічі більша, ніж для взаємодії *ooe*, так як γ_1^{oee} приблизно вдвічі менше γ_1^{ooe}.

Розглянемо тепер питання про спектральну ширину синхронізму. Умова синхронізму $\Delta\kappa=0$ задовольняється тільки для однієї довжини хвилі — λ_c, тобто $\Delta\kappa(\lambda_c)=0$. Якщо ж довжини хвиль знаходяться в інтервалі $\lambda-\lambda_c$, то:

$$\Delta\kappa(\lambda)=\Delta\kappa(\lambda_c)+\left(\frac{\partial\Delta\kappa}{\partial\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_c}(\lambda-\lambda_c)+$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\Delta\kappa}{\partial\lambda^2}\right)_{\lambda=\lambda_c}(\lambda-\lambda_c)^2+\ldots$$

Оскільки $\Delta\kappa(\lambda_c)=0$, то $\Delta\kappa(\lambda)=\beta_1(\lambda-\lambda_c)+\beta_2(\lambda-\lambda_c)^2$,

де $\beta_1=\left(\dfrac{\partial\Delta\kappa(\lambda)}{\partial\lambda}\right)_{\lambda=\lambda_c}$ і $\beta_2=\left(\dfrac{\partial^2\Delta\kappa(\lambda)}{\partial\lambda^2}\right)_{\lambda=\lambda_c}$.

Як правило, $\beta_1>\beta_2$.

Якщо лазерний пучок характеризується спектральним інтервалом $(\lambda-\lambda_c)=0{,}5\cdot\delta_\lambda$, то при максимальному розладна-

нні, рівному $\Delta K = \frac{\pi}{L}$, інтенсивність другої гармоніки буде на рівні $0{,}4I_2(0)$. Отже, ширина спектрального синхронізму буде рівна:

$$\beta_1 \frac{\delta\lambda}{2} = \frac{\pi}{L}, \text{ тобто } \delta\lambda = \frac{2\pi}{\beta_1 L}.$$

Спектральна ширина синхронізму $\delta\lambda$ для різних кристалів і різних типів взаємодій порядку $0{,}1 \div 5$ нм при довжині нелінійного елемента $L = 1$ см.

При розгляді ширини кутового і спектрального синхронізму допускалось, що температура кристала постійна. Але зміна температури T кристала веде до зміни величини показника заломлення $n^e(\theta)$ і n^o, що, у свою чергу, викликає фазове розладнання $\Delta\kappa(T)$.

За аналогією з θ і λ:

$$\Delta\kappa(T) = \left(\frac{\partial\Delta\kappa(T)}{\partial T}\right)_{T=T_c} (T - T_c) = \alpha_1 (T - T_c),$$

де α_1 — дисперсійний температурний коефіцієнт першого порядку. Для температурної ширини синхронізму, як і раніше, маємо $\delta T = \frac{2\pi}{\alpha_1 L}$.

Оскільки n^0 і n^e по різному залежить від T, то зміною температури користуються для настроювання нелінійних елементів, зокрема при 90-градусному синхронізмі кристала $LiNbO_3$.

Наведені результати по ширинах синхронізму мають місце в наближенні заданого поля хвилі накачування, коли нехтують зворотним впливом гармоніки на накачування. У протилежному випадку все значно ускладнюється.

Аналогічні умови мають місце і при отриманні генерацій інших обертонів та складових частот, зокрема при реалізації параметричного генератора.

Контрольні питання

1. Яка фізична природа фазового синхронізму?
2. Що таке скалярний синхронізм?
3. Що таке векторний синхронізм?
4. Від чого залежить хвильове розладнання?
5. Що характеризує довжина когерентності?
6. Яким чином в ізотропному середовищі можна реалізувати фазовий синхронізм?
7. Які типи колінеарного хвильового синхронізму можливі в одновісних кристалах?
8. Чим привабливий дев'яностоградусний синхронізм?
9. Що таке кутова ширина фазового синхронізму?
10. Що таке спектральна ширина фазового синхронізму?

§29. Трихвильова взаємодія (Параметрична люмінесценція. Ап — конверсія)

Явище параметричного підсилення світла теоретично передбачено в 1962 р. С.А. Ахмановим, Р.В. Хохловим, та Д. Кроллом. Експериментально воно спостерігалось вперше у 1965 р.

Параметричний генератор дозволяє плавно перебудовувати частоту випромінювання накачування. Принцип такого перетворення частоти зумовлений тим, що при параметричному збудженні інтенсивний світловий пучок викликає модуляцію параметрів, які визначають розвиток інших зв'язних коливань у системі. При цьому закон суперпозиції не виконується, як і в будь-якому нелінійному процесі.

Якщо на нелінійне середовище падає потужна світлова хвиля-накачування $E_н = E_{0н}\cos(\omega_н t - \kappa_н z)$ і дві слабкі хвилі, причому одна дуже слабка:

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) — \text{сл.}$$

$$E_2 = E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z) — \text{д. сл.}$$

де $E_н$, E_1 і E_2 — хвилі накачування, сигнальна і холоста відповідно. При цьому задовольняються вимоги:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_н \text{ і } E_н >> E_1 > E_2. \qquad (29.1)$$

Тоді, обмежуючись квадратичною лінійною поляризацією, згідно з (26.5) отримуємо зв'язані хвилі на частотах ω_1 і ω_2:

$$P^н = \chi E^2 = \chi(E_н + E_1 + E_2)^2 = \chi[E_{0н}\cos(\omega_н t - \kappa_н z) +$$

$$+E_{01}\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z)]^2 =$$

$$= \chi[E_{0н}^2\cos^2(\omega_н t - \kappa_н z) + E_{01}^2\cos^2(\omega_1 t - \kappa_1 z) + E_{02}^2 \times$$

$$\times\cos^2(\omega_2 t - \kappa_2 z) + 2E_{0н}E_{01}\cos(\omega_н t - \kappa_н z)\cos(\omega_1 t - \kappa_1 z) +$$

$$+2E_{0н}E_{02}\cos(\omega_н t - \kappa_н z)\cos(\omega_2 t - \kappa_2 z) +$$

$$+2E_{01}E_{02}\cos(\omega_1 t-\kappa_1 z)\cos(\omega_2 t-\kappa_2 z).$$

Членом $E_{01}E_{02}$ у силу малої величини другого порядку нехтуємо. Отже залишаємо:

$$P^{H}_{\omega_H\pm\omega_1}=\frac{1}{2}\chi E_{0H}E_{01}\cos[(\omega_H\pm\omega_1)t-(\kappa_H\pm\kappa_1)z];$$

$$P^{H}_{\omega_H\pm\omega_2}=\frac{1}{2}\chi E_{0H}E_{02}\cos[(\omega_H\pm\omega_2)t-(\kappa_H\pm\kappa_2)z].$$

Згідно з умовою (29.1) для різницевої частоти має місце:

$$P^{H}_{\omega_1}=\frac{1}{2}\chi E_{0H}E_{02}\cos(\omega_1 t-\kappa_1 z)$$

і:

$$P^{H}_{\omega_2}=\frac{1}{2}\chi E_{0H}E_{02}\cos(\omega_2 t-\kappa_2 z).$$

У результаті взаємодії хвиль ω_H і ω_2, внаслідок умови (29.1), виникає перевипромінювання на частоті ω_1 і, відповідно, взаємодія хвиль ω_H і ω_1 дає генерацію на ω_2. Взаємодія хвилі нелінійної поляризації $P^{H}_{\omega_1}$, зі світловою хвилею частоти ω_1, буде максимальною, що чітко випливає з рівнянь Максвелла, якщо виконується хвильовий синхронізм $\bar{\kappa}_H-\bar{\kappa}_2=\bar{\kappa}_1$ на досить великих відстанях. Аналогічно і для хвилі на частоті ω_2. У випадку одновісного негативного кристала ($n_0>n_e$) може бути три типи хвильового синхронізму:

$$\begin{aligned} ooe\quad & -\bar{\kappa}_1^{\,0}+\bar{\kappa}_2^{\,0}=\bar{\kappa}_H^{\,e}\\ oee\quad & -\bar{\kappa}_1^{\,0}+\bar{\kappa}_1^{\,e}=\bar{\kappa}_H^{\,e}\\ eoe\quad & -\bar{\kappa}_1^{\,e}+\bar{\kappa}_2^{\,0}=\bar{\kappa}_H^{\,e}\end{aligned}$$

У всіх трьох випадках хвиля накачування незвичайна (E_H має знаходитись у площині, утвореній хвильовим вектором і оптичною віссю кристала). Кожний із вказаних видів синхронізму може бути скалярним або векторним.

Для позитивного кристала ($n_e > n_0$)

Фазовий синхронізм				*Дисперсійні вимоги*			
eeo	$-\overline{\kappa}_1^e$	$+\overline{\kappa}_e^e$	$=\overline{\kappa}_H^0$	$\omega_1 n_1^e$	$+\omega_2 n_2^e$	$=\omega_H n_H^0$
eoo	$-\overline{\kappa}_1^e$	$+\overline{\kappa}_2^0$	$=\overline{\kappa}_H^0$	$\omega_1 n_1^e$	$+\omega_2 n_2^0$	$=\omega_H n_H^0$
oeo	$-\overline{\kappa}_1^0$	$+\overline{\kappa}_2^e$	$=\overline{\kappa}_H^0$	$\omega_1 n_1^0$	$+\omega_2 n_2^e$	$=\omega_H n_H^0$

Відмітимо, що кути синхронізму, наприклад, θ^{oee} і θ^{eoe} різні як і всі інші ($\theta^{oee}, \theta^{oee}, \theta^{eeo}, \theta^{eoo}$). Можливий випадок $\omega_1 = \omega_2$, так званий вироджений параметричний процес, якщо $\omega_1 \neq \omega_2$, то невироджений.

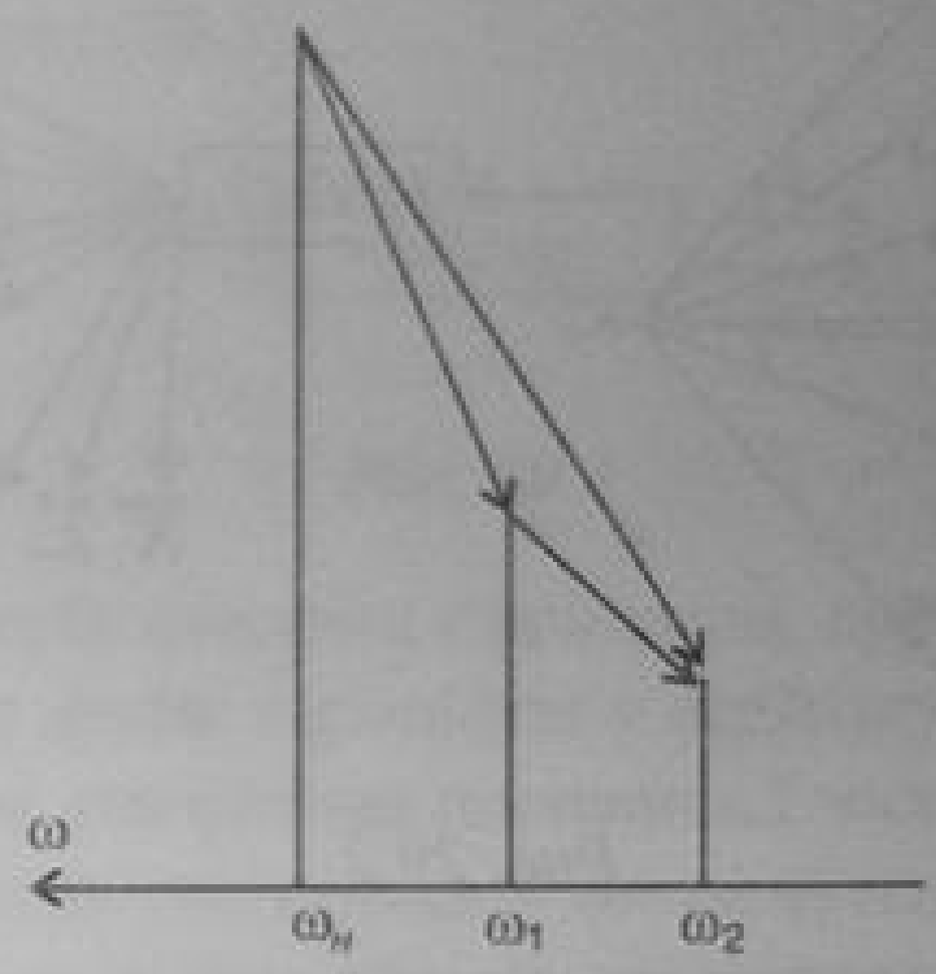


Рис. 29.1

Якщо $\omega_H > \omega_2$, то такий процес називається параметричною люмінесценцією чи розпадним підсиленням, чи параметричним розсіюванням світла (рис. 29.1). При параметричній люмінесценції перевипромінювальні частоти ніяк не пов'язані з частотами переходів між рівнями у середовищі.

Так, якщо кристал $LiNbO_3$ опромінюється аргоновим лазером з $\lambda_H = 488$ нм, то на виході з кристала залежно від кута θ, під яким поширюється випромінювання накачування

з $\bar{\kappa}_н$ відносно оптичної вісі z буде генеруватись світло зеленого, жовтого чи червоного кольору, а також буде мати місце випромінювання *ІЧ* — діапазона 1,5 ÷ 4 мкм (рис. 29.2).

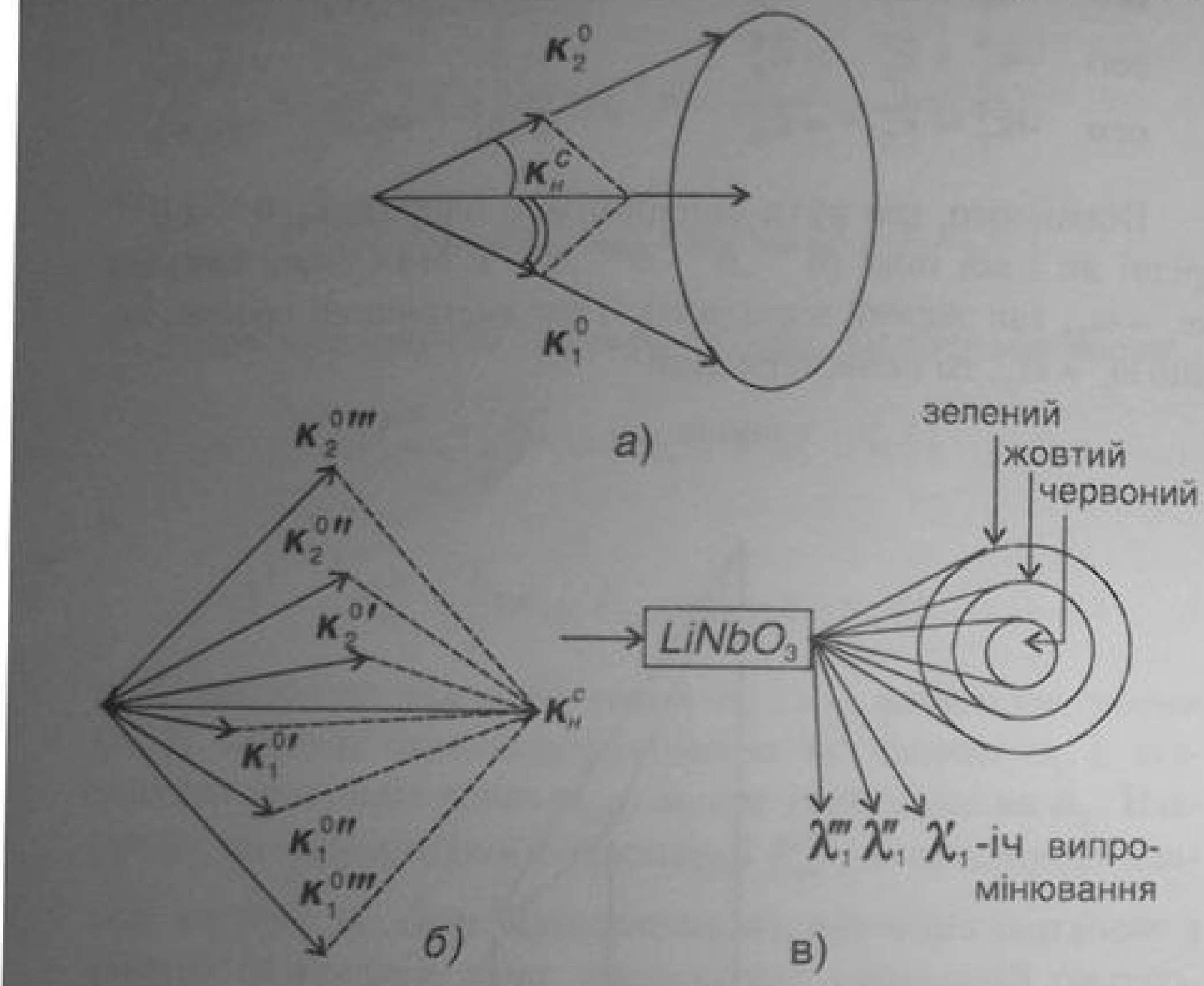


Рис. 29.2

У цьому, зокрема, відмінність параметричної люмінесценції від спонтанної люмінесценції, у якої довжина хвилі випромінювання не залежить від кута θ.

При $\theta = 0°$ кристал $LiNbO_3$ перевипромінює ($\lambda_н = 488$ нм) червоним світлом, а при $\theta = 10°$ — жовтим. Параметрична люмінесценція припиняється одразу після вимикання накачування (лазера), а спонтанна люмінесценція характеризується часом затухання τ (часом життя збуджених станів). При великих потужностях накачувань параметрична люмінесценція переходить у параметричну надлюмі-

несценцію, яка характеризується експоненціальною залежністю від розмірів кристала і потужності накачування, що не спостерігається у звичайної люмінесценції.

З погляду квантового трактування, параметрична люмінесценція описується розпадом фотонів падаючого світла $h\nu_н$ на пари фотонів $h\nu_1$ і $h\nu_2$ меншої енергії в результаті взаємодії з кристалом.

Параметрична люмінесценція — безпороговий процес, тому її можна спостерігати і від малопотужних газових лазерів (0,1 Вт; при цьому перетворення дає потужність 10^{-12} Вт).

Повертаючись до випадку виродженої параметричної генерації, тобто $\omega_1 = \omega_2 = 1/2\omega_н$ — отримуємо генерацію на субгармоніці (рис. 29.3).

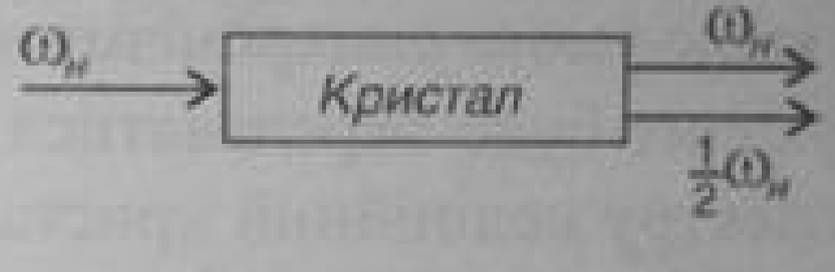


Рис. 29.3

Утворення субгармоніки є процесом, протилежним процесу утворення другої гармоніки: у першому процесі фотон розпадається на два фотони половинної частини, а у другому — два фотони зливаються у фотон із подвійною частотою. В обох випадках необхідне виконання умови синхронізму, але при цьому для одного й того ж кристала ці кути різні $\theta^{ooe}_{2\omega} \neq \theta^{ooe}_{\frac{1}{2}\omega}$.

Якщо частота накачування $\omega_н < \omega_2$, то такий процес називається *an* — конверсія (рис. 29.4).

Ефективність такого процесу на кристалі пруститу, де $d_{222} = 22{,}5 \cdot 10^{-13}$ м $\cdot$ В$^{-1}$ на довжині в 1 см і при $W_н^{1{,}06\text{ мкм}} = 10^4$ Вт $\cdot$ см$^{-2}$ досягалась 10^{-4}. Підкреслимо, що явище *an* — конверсії має поріг, тобто необхідно досягти рівня накачування, який компенсує втрати хвиль (мод) на частотах ω_1 і

ω_2. У випадку $LiNbO_3$ ($d_{31} = 5 \cdot 10^{-13}$ мВ$^{-1}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$мкм, $\ell = 5$см, $n_1 = n_2 = n_н = 2{,}2$) для спостереження параметричної генерації достатньо потужності 50 Вт $\cdot$ см$^{-2}$.

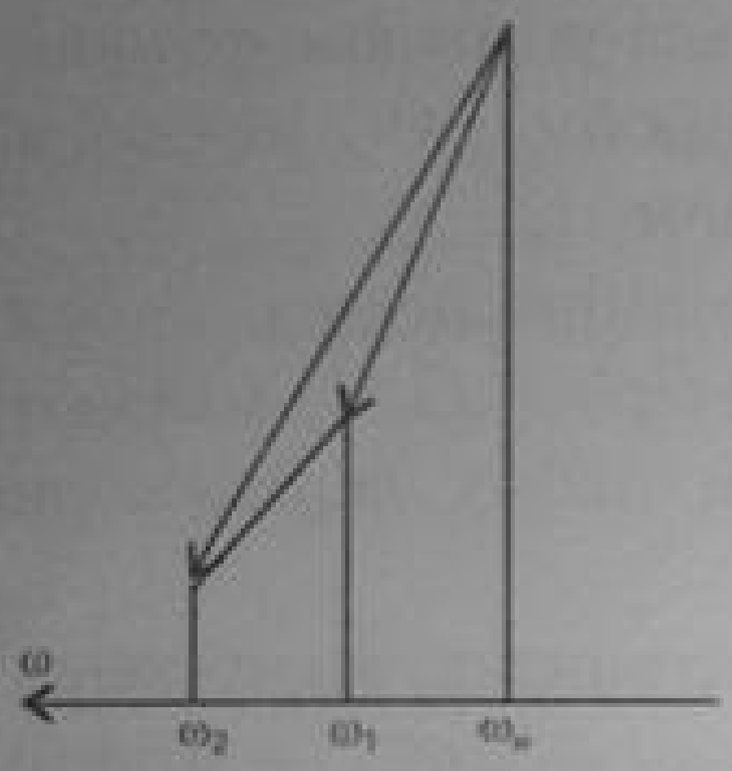


Рис. 29.4

Таким чином, якщо умова синхронізму виконана, то енергія хвилі накачування буде передаватися хвилям ω_1 і ω_2. Для підсилення спектру нелінійний кристал розташовують у резонаторі із дзеркалами, які відбивають хвилі ω_1 і ω_2 (рис. 29.5,*а, б*).

Якщо резонатор високо добротний на частотах ω_1 і ω_2, то говорять про дворезонаторну параметричну генерацію світла (ДПГС): якщо ж висока добротність на одній із частот, то це — однорезонаторний ПГС. Підкреслимо, що саме резонатор дозволяє виділити ті конкретні частоти ω_1 і ω_2, на які "розщеплюється" частота $\omega_н$. Число пар хвиль, сума частот яких рівна $\omega_н$, може бути як завгодно великим, але генерувати буде тільки та пара, для якої напрямок синхронізму збігається з віссю резонатора.

Початкові сигнали на частотах ω_1 і ω_2 зумовлені флуктуаціями електромагнітної хвилі, які завжди існують у кристалі. Повертаючи кристал у резонаторі при фіксованій частоті хвилі накачування $\omega_н$ отримують плавно перебудовані частоти ω_1 і ω_2 відповідно до реалізації хвильового синхронізму.

Для кристала АДР ($NH_4H_2PO_4, n_e < n_0$) $d_{312} \approx 0{,}5 \times$ $\times 10^{-13}$ мВ$^{-1}$ крива кутової перебудови випромінювання має вигляд наведений на рис. 29.5,*в*.

Перебудова частоти генерації, заснована на реалізації умови хвильового синхронізму, дуже вибіркова (чутлива) до напрямку поширення світла у кристалі і до значень частот взаємодіючих хвиль. Отже, параметричну перебудову можна виконати не тільки зміною кута синхронізму, але й

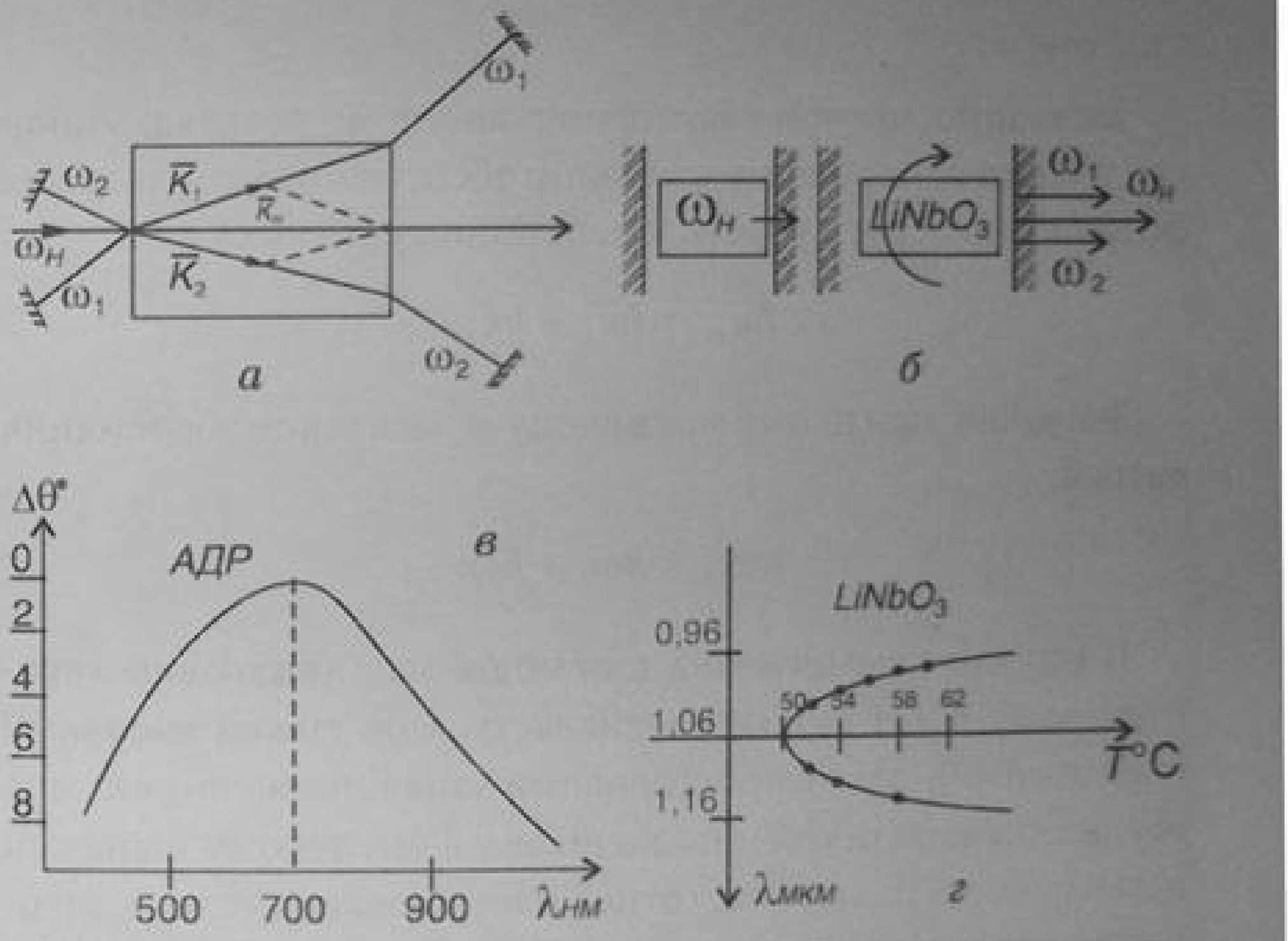


Рис. 29.5

температурою, тому що показник заломлення залежить від неї (рис. 29.5,*г* — х-сигнальна та •-холоста довжина хвиль, як функції температури кристала генератора), а також на основі електрооптичного чи фотопружного ефектів. Отже, можна використовувати будь-який ефект, що викликає зміну оптичної індикатриси (зміну показника заломлення).

Типові параметричні генератори, наприклад, на кристалі $LiNbO_3$ з перебудовою довжини хвилі випромінювання у діапазоні 0,415 ÷ 2,1 мкм мають середню вихідну потужність 0,3-0,5 Вт.

Згідно з оцінками у випадку $LiNbO_3$ при $d_{311} = 5 \times 10^{-13}$ м/В для видимого діапазону $\nu_1 = \nu_2 = 3 \cdot 10^{14}\ с^{-1}$; $W_н = 5 \cdot 10^6\ Вт/см^2$, $n_1 = n_2 = 2{,}2$ коефіцієнт підсилення $\alpha \simeq 0{,}7\ см^{-1}$.

Зазначимо, що при квантовомеханічному розгляді умови хвильового синхронізму є законом збереження імпульсу для фотонів, що беруть участь у нелінійному процесі:

$$\hbar\bar{\kappa}_н = \hbar\bar{\kappa}_1 + \hbar\bar{\kappa}_2.$$

Звичайно, при цьому має виконуватись закон збереження енергії:

$$\hbar\omega_н = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2.$$

В оптиці параметрична взаємодія має хвильовий характер, тому її хід суттєво визначається не тільки часовими (частотними), але й просторовими співвідношеннями: для збудження параметричних коливань в оптичному діапазоні необхідне не тільки "частотне" настроювання, але й виконання нового співвідношення між хвильовими векторами (хвильове настроювання), що накладає дуже жорсткі вимоги на дисперсійні властивості середовища. У ПГС саме резонатор виконує обидва вказаних настроювання — частотне і хвильове.

Як висновок цього короткого розгляду квадратичних нелінійних процесів відзначимо, що з 32 кристалічних класів квадратичну сприйнятливість мають 20, які є п'єзоелектриками і в них $\chi \neq 0$.

Кристали	Сингонії (системи)	Кристалічні класи (позначення по Шенфлісу)
Двовісні	триклінна $a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$	c_1 $[c_1,E]$
	моноклінна $a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90° \neq \beta$	c_s, c_2 $c_s[E,\sigma_h]$; $c_2[E,c_2]$
	ромбічна $a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$	c_{2v}, D_2
Одновісні	тригональна а = в ≠ с або $\alpha = \beta = 90°$ гексагональна $\gamma = 120°$	c_3, c_{3v}, D_3 $c_{6h}, c_{6v}, c_{3h}, D_{3h}$
	тетрагональна а = в = с $\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$c_4, c_{4v}, D_4, D_{2d}, S_4$
Оптично ізотропні	кубічна а = в = с $\alpha = \beta = \gamma = 90°$	T, T_d (випадають T_h, O, O_h)

Використано позначення наведені на рис. 29.6, (2, 3, 4, 6 — вісі симетрії, m — нормаль до площини симетрії).

З погляду нелінійної оптики потрібно виділити з цих 20 класів, передусім клас $D_2Z(\overline{42}m)$ у тетрагональній сингонії. Сюди відносяться кристали КДР KH_2PO_4, АДР

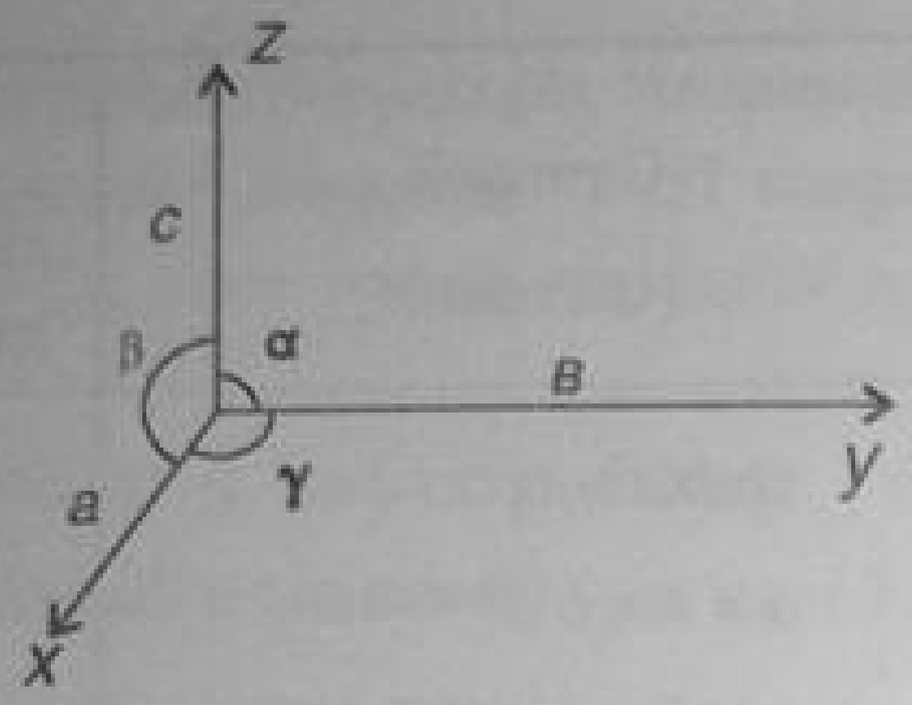


Рис. 29.6

($NH_4H_2PO_4$), ДКДР(KD_2PO_4), ДАДР ($ND_4D_2PO_4$), КДА (KH_2AsO_4), АДА ($NH_4H_2AsO_4$), RДР ($RвH_2PO_4$), СДА (CsH_2AsO_4), ДСДА (CsD_2AsO_4), тіагалат срібла ($AgCaS_2$). Потім — тригональну сингонію з кристалами симетрії C_{3v} (*3m*): ніобат літія ($LiNвO_3$) і прустит ($AgAsS_3$); гексагональні кристали симетрії C_6(6): йодат літія ($LiIO_3$); тетрагональну сингонію з симетрією C_{4v}(*4mm*): ніобат калія-літія ($K_6LiNвO_3$); C_{2v}(*mm2*): ніобат барія-натрія ("банан") — $Ba_2NaNв_5O_{15}$, сюди ж відноситься і КТР — $KTiOPO_4$ й ін.

Контрольні питання

1. Що таке параметрична люмінесценція?
2. У чому різниця між параметричною люмінесценцією та спонтанною люмінесценцією?
3. Що таке ап-конверсія?
4. Яка нелінійна сприйнятливість визначає трихвильову взаємодію?

§30. Чотирихвильова взаємодія

Такого типу нелінійні оптичні явища описуються нелінійною поляризацією третього порядку.

Нелінійні явища, пов'язані з тензором нелінійної сприйнятливості θ_{ijkm}, як вже підкреслювалось, можуть відбуватись в ізотропних середовищах — газах, рідинах і кристалах кубічної симетрії, тобто у середовищах із центром інверсії.

Розглянемо деякі ефекти, пов'язані з тензором θ_{ijkm}.

Нехай потужна світлова хвиля на частоті ω_1 поширюється в нелінійному середовищі і для спрощення завдання — в ізотропному середовищі. Внаслідок взаємодії трьох хвиль із частотою ω_1 виникає нелінійна хвиля поляризації, підсумкова частота якої може бути теж ω_1 ($\omega_1 = \omega_1 + \omega_1 - \omega_1$). У цьому процесі умова фазового синхронізму виконується автоматично, тому що частоти хвилі нелінійної поляризації і перевипромінювальної хвилі збігаються. Але може виникнути і частота $3\omega_1$ ($3\omega_1 = \omega_1 + \omega_1 + \omega_1$) — третя гармоніка з'явиться при виконанні умови фазового синхронізму. У першому випадку $[\theta(\omega,\omega,\omega,\omega)]$ має місце, так звана самодія випромінювання. Самодія лазерного випромінювання пов'язана із залежністю показника заломлення від потужності випромінювання. Внаслідок цього виникають ефекти самоканалізації та самофокусування. Ці ефекти спричинюються зміною показника заломлення середовища під дією поля інтенсивної світлової хвилі, що поширюються у середовищі.

Розглянемо нелінійну поляризованість середовища з урахуванням кубічної нелінійності:

$$P^{H} = \chi E^2 + \theta E^3 .$$

Квадратична нелінійність χE^2 зумовлює детектування і генерацію другої гармоніки, а кубічна нелінійність дає члени:

$$\theta E^3 = \theta E_0^3 \cos^3(\omega t - \kappa z) = \frac{3}{4}\theta E_0^3 \cos(\omega t - \kappa z) +$$

$$+\frac{1}{4}\theta E_0^3 \cos 3(\omega t - \kappa z) = P_{3[\omega]}^{H} + P_{3\omega}^{H}.$$

Таким чином, при кубічній нелінійності з'являється поляризація середовища на частоті ω і 3ω. Останній член описує появу перевипромінювання на третій гармоніці.

Генерація третьої гармоніки вперше спостерігалась у 1962 р. у рідинах, кубічних кристалах і кальциті.

При проходженні через кальцит $CaCO_3$ ($n_e < n_0$) потужного випромінювання рубінового лазера (тривалість імпульсу $\tau \sim 3\cdot10^{-8}$ с, енергія $\sim 3\cdot10^{-2}$ Дж, тобто потужність 1 МВт, $\lambda_H = 693{,}9$ нм) відбувається генерація третьої гармоніки з $\lambda = 231{,}3$ нм. Коефіцієнт перетворення $\eta_3 \sim 10^{-3}\%$. У випадку кальциту потрібне узгодження фазових швидкостей, яке реалізується для кута 57° відносно до тригональної вісі при дії типу $[ooee]$ $2K_0(\omega) + K_e(\omega) = K_e(3\omega)$ і для кута 47° $[oooe]$ – $-3K_0(\omega) = K_e(3\omega)$.

В ізотропному середовищі отримати фазовий синхронізм внаслідок дисперсії неможливо. Тому ефективність перетворення основного випромінювання в третю гармоніку надзвичайно мала, тобто $E_3 << E_H$ при будь-яких z.

Виконуючи розрахунок амплітуди $E_{3\omega}(z)$ тим же методом, що і $E_{2\omega}(z)$, отримаємо:

$$I_{3\omega}(z) = \frac{18\pi\omega^2}{\kappa_{3\omega}c^2} I_\omega^3(0)\left(\frac{\sin\frac{\Delta\kappa z}{2}}{\frac{\Delta\kappa}{2}}\right)^2.$$

Таким чином, інтенсивність третьої гармоніки періодично змінюється з z (бо $\Delta\kappa \neq 0$), як це мало місце і для другої гармоніки при $\Delta\kappa \neq 0$. Наростання третьої гармоніки відбувається на довжині когерентності:

$$e_\kappa = \frac{\pi}{\Delta\kappa} = \frac{\lambda}{6(n_{3\omega} - n_\omega)},$$

а у випадку другої гармоніки: $e_\kappa = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)}$.

Тому наростання третьої гармоніки відбувається на довжинах z ще менших, ніж у випадку другої гармоніки. Це величина порядку 0,5-5 мкм. Тому інтенсивність третьої гармоніки, враховуючи до того ж, що $\theta << \chi$ набагато порядків менша інтенсивності другої гармоніки за тих же умовах $\Delta\kappa \neq 0$.

Для підвищення потужності третьої гармоніки необхідно збільшувати довжину когерентності e_κ зменшуючи $\Delta\kappa$, що і має місце в $CaCO_3$ і в інших кристалах із подвійним променезаломленням. На жаль, є дуже обмежене число кристалів із досить великим променезаломленням і слабкою дисперсією, які були б прозорі на частоті ω_1 і $3\omega_1$. Але, якщо виконані умови синхронізму для третьої гармоніки, то інші нелінійні ефекти, такі як, наприклад, генерація другої гармоніки, генерація субгармонік і інші, не будуть перешкоджати спостереженню, бо для них умови синхронізму не виконуються.

Розглянемо доданок, що описує поляризацію на частоті накачування:

$$P_{3\omega}^{H} = \tfrac{3}{4}\theta(\omega,\omega,-\omega,\omega)E_0^3\cos(\omega t - \kappa z).$$

Це результат взаємодії трьох хвиль із частотою ω, які породжують поляризацію середовища з тією ж частотою ω. Оскільки всі частоти однакові (частота хвилі нелінійної поляризації рівна частоті перевипромінювальної хвилі), то умова фазового синхронізму виконується автоматично. Тому ефекти, пов'язані з явищем самодії, завжди накопичуються.

Член $P_{3\omega}^{H}$ хоча і зумовлює перевипромінювання на частоті накачування, але є нелінійним, оскільки амплітуда його

ним n. Ефект нелінійної рефракції приводить до самоканалізації та самофокусування (рис. 30.1).

Світловий промінь, що падає на бокову поверхню, буде повністю внутрішньо відбиватись при кутах ковзання менших $\cos\gamma_0 = \frac{n_0}{n}; \gamma_0 = \arccos\frac{n_0}{n} = \arccos\left[\frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2}\right]$ згідно з законом Снелля (рис. 30.2).

Однак, поряд із ефектом рефракції матиме місце ефект дифракції. Мінімальна розбіжність пучка визначається його діаметром:

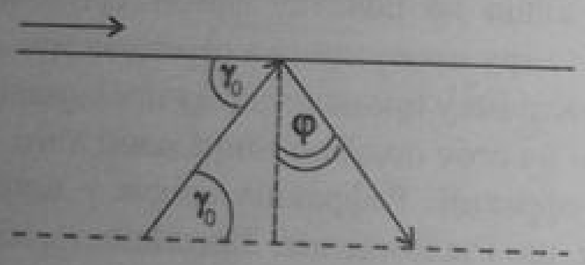


Рис. 30.2

$$\gamma_0 = 0{,}61\frac{\lambda}{nD}.$$

Отже, можливі три випадки:

1. $\gamma_0 < \gamma_D$ — дифракція домінує над нелінійною рефракцією.

В цьому випадку світловий пучок буде розходитись в нелінійному середовищі, хоч і повільніше ніж в лінійному середовищі.

2. $\gamma_0 = \gamma_D$ — дифракція і нелінійна рефракція компенсують одна одну.

В цьому випадку має місце самоканалізація пучка, тобто пучок світла формує світловод, в якому і поширюється.

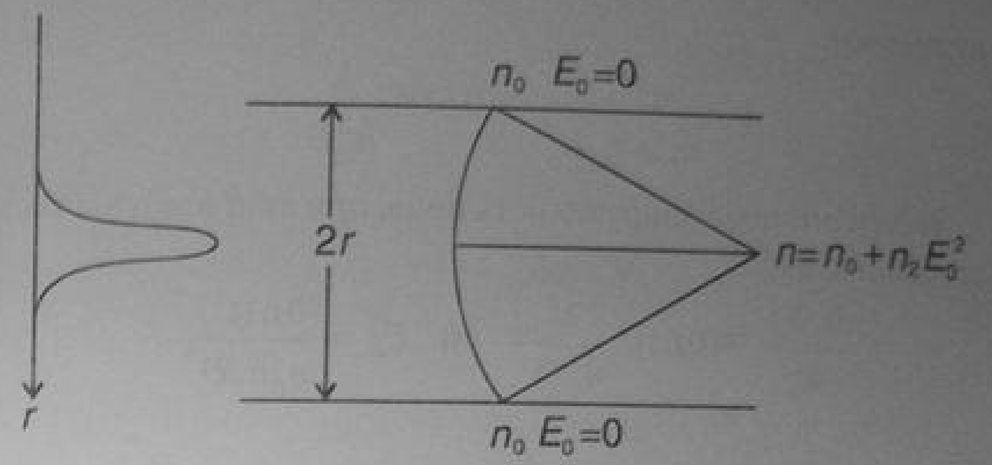


Рис. 30.3

3. $\gamma_0 > \gamma_D$ — це самофокусування. Світловий пучок звужується.

При самоканалізації має місце:

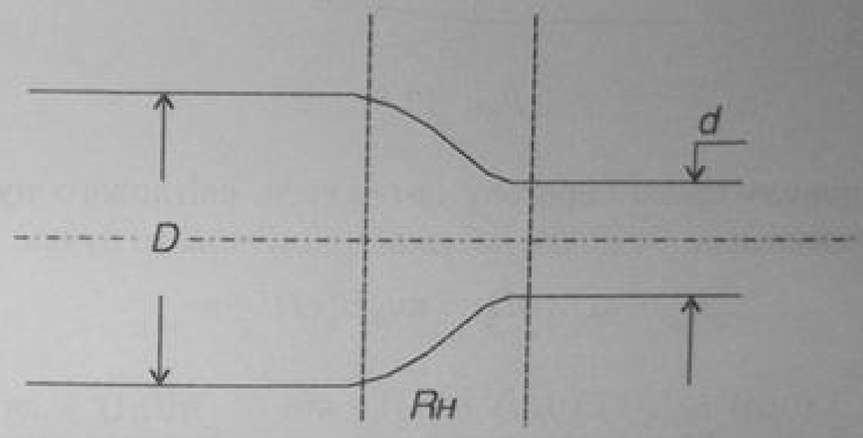


Рис. 30.4

$$\gamma_0 = \arccos\left(\frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2}\right) \approx 0{,}61\frac{\lambda}{nD}.$$

Оскільки $n_0 >> n_2 E_0^2$, то представивши:

$$\arccos\left(\frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2}\right) \approx \sqrt{1 - \frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2}},$$

пропорційна кубу амплітуди падаючої хвилі. Відповідно на частоті накачування з'являється нелінійне доповнення в показнику заломлення середовища. Дійсно, для кубічного середовища ($\chi = 0$) має місце:

$$D = \varepsilon E = \varepsilon E_0 \cos(\omega t - \kappa z) = [1 + 4\pi(\alpha_0 + \frac{3}{4}\theta E_0^2)] \times$$

$$\times E_0 \cos(\omega t - \kappa z) = (1 + 4\pi\alpha_0 + 3\pi\theta E_0^2) E_0 \cos(\omega t - \kappa z).$$

Оскільки:

$$\varepsilon = n^2 = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 E_0^2 \text{ при } \varepsilon_0 >> \varepsilon_2,$$

то:

$$n = \sqrt{\varepsilon_0 + \varepsilon_2 E_0^2} = \sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} E_0^2} \approx n_0 (1 + \frac{\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} E_0^2) =$$

$$= n_0 + n_2 E_0^2,$$

де $n_2 = \frac{n_0 \varepsilon_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_2}{2n_0} = \frac{3\pi\theta}{2\sqrt{1 + 4\pi\alpha_0}}$.

Отже, в результаті чотирихвильової взаємодії при проходженні потужної світлової хвилі через середовище буде змінюватись показник заломлення останнього пропорційно інтенсивності хвилі ($I \sim E_0^2$). Таким чином, самодія лазерної хвилі зумовлена залежністю показника заломлення від її потужності. Наслідком цього є ефекти самоканалізації та самофокусування реального лазерного пучка світла, який має скінченний переріз. Відмітимо, що при будь-якому нелінійному ефекті третього порядку в нелінійній поляризації завжди є член з $\theta(\omega,\omega,-\omega,\omega)$, який відповідає за самодію хвилі частоти ω. Ефект самодії зумовлений впливом хвилі нелінійної поляризації частоти, яка викликана хвилею тієї ж частоти ω на початкову хвилю. Тому в межах чотирихвильової взаємодії ефект самодії супроводжує будь-який нелінійний ефект третього порядку. Ефект самодії не має ана-

логів серед ефектів, пов'язаних із нелінійною поляризацією другого порядку, обумовлених трихвильовою взаємодією.

Отже, оскільки світлова хвиля змінює діелектричну проникність ε середовища (або показник заломлення n) то тим самим хвиля змінює власну фазову швидкість $\upsilon = \frac{c}{n}$ (звідси самодія). Це означає, що коли $\theta > 0$ у середині світлового пучка, середовище стає більш густим, ніж поза ним. А оскільки інтенсивність пучка від його центру до периферії спадає, то чим ближче до вісі пучка, тим оптична густина середовища буде більшою, а, швидкість поширення меншою. Тому, якщо на початку фронт світлової хвилі був плоским, то в міру просування в середовищі він ставатиме вигнутим у напрямку протилежному поширення. Світловий пучок діє сам на себе подібно збиральній лінзі — це ефекти нелінійної рефракції. Рефракція світла у широкому розумінні — те ж, що і заломлення. Звичайно, термін "рефракція світла" використовується при розгляді поширення оптичного випромінювання в середовищі із плавною зміною n від точки до точки (траєкторії променів у таких середовищах — плавні лінії), а термін "заломлення" передбачає різку зміну напрямку променів на межі розділу двох середовищ із різ-

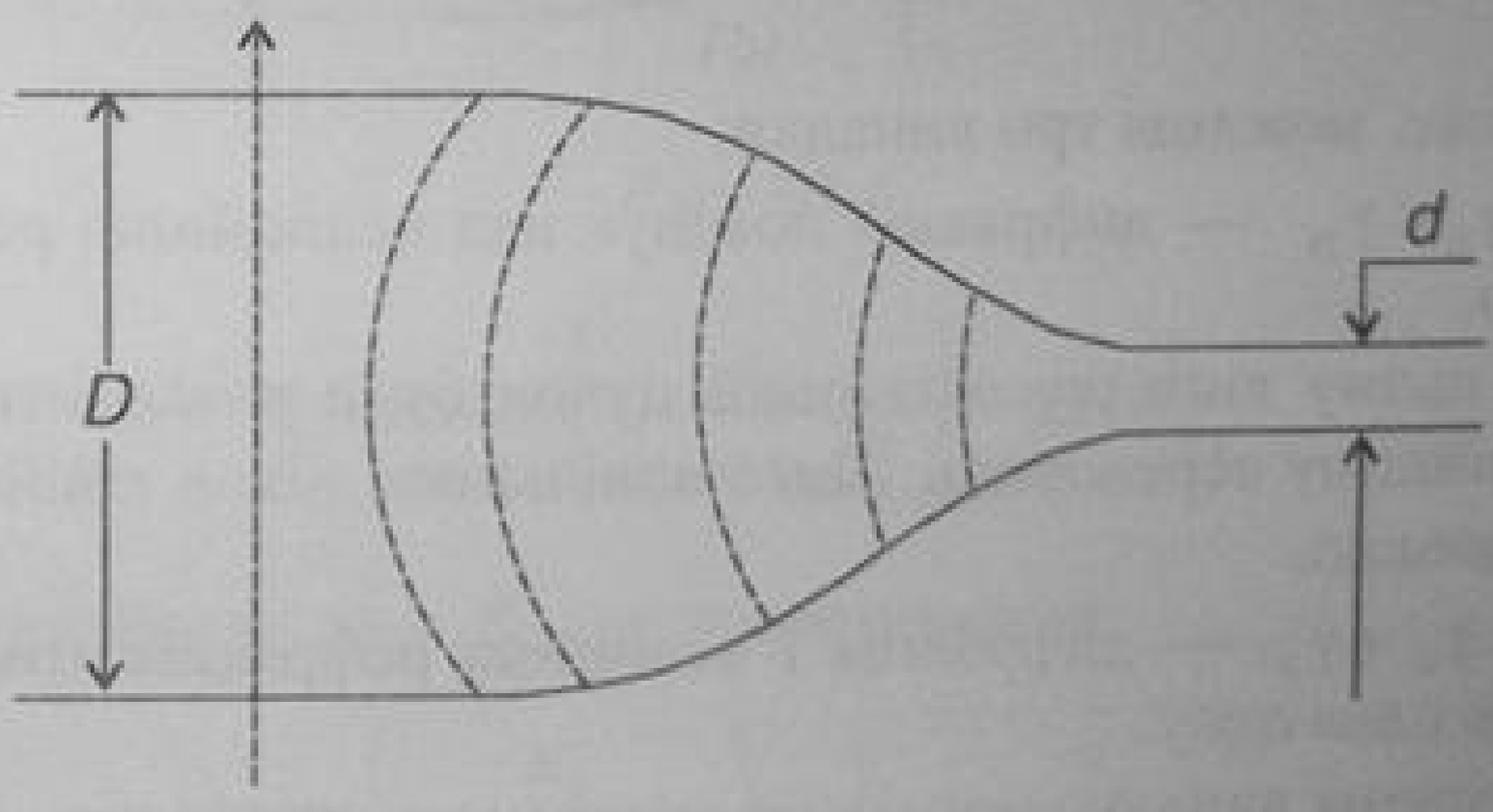


Рис. 30.1

матимемо:

$$1-\frac{n_0}{n_0+n_2E_0^2}\simeq(0{,}61)^2\frac{\lambda^2}{n_0^2D^2}.$$

Звідси оцінимо напруженість поля, при якій відбувається самоканалізація:

$$\frac{n_2E_0^2}{n_0}\simeq(0{,}61)^2\frac{\lambda^2}{n_0^2D^2}\quad\text{чи}\quad E_0^2=\frac{(0{,}61)^2\lambda^2}{n_0n_2D^2}.$$

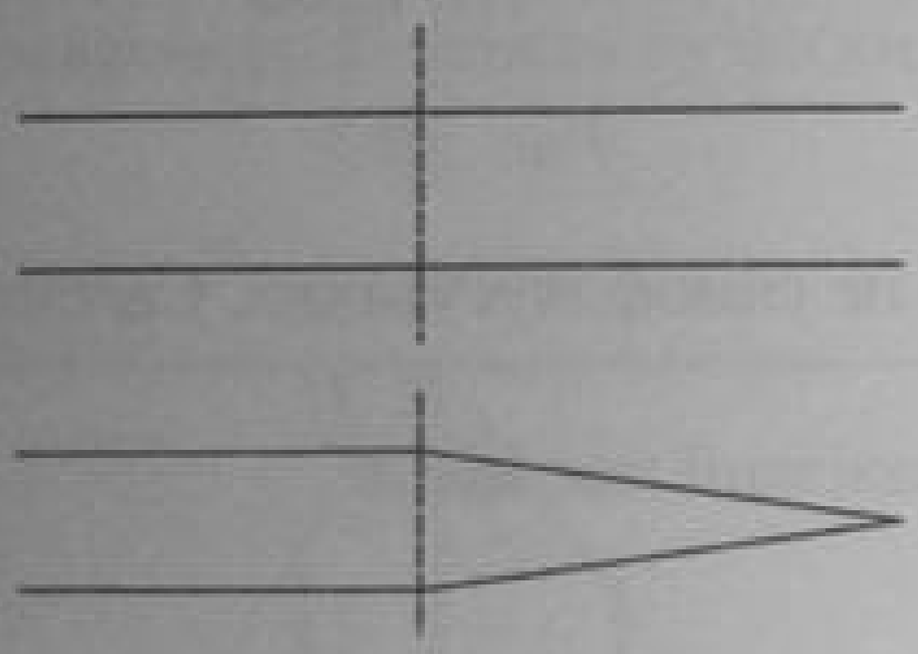


Рис. 30.5

Оцінимо також порогову потужність світлового пучка при каналізації. Оскільки потужність світлового пучка:

$$W_n\simeq\pi\varepsilon E_0^2\vartheta D^2=\pi n_0E_0^2cD^2\ \text{чи}$$

$$W_n=\frac{(0{,}61)^2\pi\lambda^2c}{n_2}=\frac{2(0{,}61)^2\lambda^2c\sqrt{1+4\pi\alpha_0}}{3\theta}=\frac{2(0{,}61)^2\lambda^2cn_0}{3\theta}.$$

Отже, при $W>W_n$ буде виникати ефект самофокусування, причому порогова потужність спадає із зростанням частоти випромінювання і кубічної нелінійності сприятливості середовища. Оскільки інтенсивність лазерного пучка світла нерівномірна в поперечному перерізі, виникнення самофокусування стає природним і наочним.

Неоднорідність випромінювання по перерізу лазерного пучка, зумовлена наявністю модової структури і специфі-

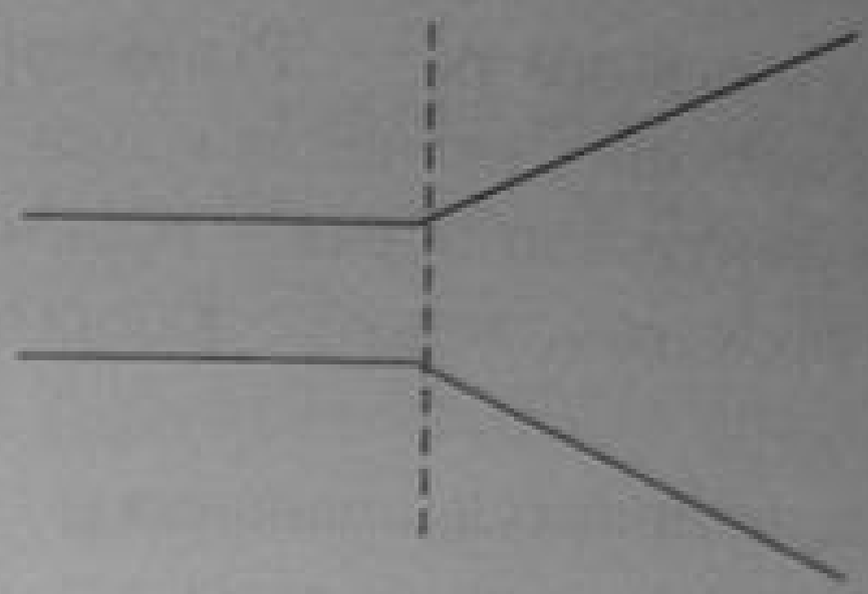


Рис. 30.6

кою накачування. В результаті має місце картина, показана на рис. 30.6.

Таким чином, якщо світловий пучок діаметром D і потужністю $W > W_н$ поширюється в кубічно-нелінійному середовищі, то пройшовши відстань $R^н$ — так звану ефективну довжину самофокусування, він звузиться до діаметра d. Далі буде розповсюджуватись у вигляді "світлової нитки" діаметром d відповідно оцінкам:

$$R_н = \frac{D}{\sqrt{\frac{n_0}{n_2 E_0^2}}}.$$

В основному, самофокусування досліджували в рідинах (сірковуглець, нітробензол, бензол і ін.). У випадку сірковуглецю при $W = 90$ кВт ($W_н = 10$ кВт) діаметр падаючого випромінювання 0,5 мм на відстані $R_н \simeq 10$см звужувався до 30 мкм.

Проведений розгляд носить якісний характер. В дійсності явище самофокусування набагато складніше. Зокрема, «світловий канал» складається з набору ще більш тонких ниток, наприклад, в CS_2 вони мають розмір порядку 2-5 мкм. Механізм утворення цих ниток поки що не з'ясований. Оскільки в нитках концентрація випромінювання дуже висока, то виникають сприятливі умови для виникнення різноманітних нелінійно-оптичних явищ, в тому числі і ефек-

тивних розсіювань різного роду. Різноманіття нелінійних ефектів суттєво ускладнює вивчення власне самодії світла.

Потрібно зауважити, що поряд з ефектом самофокусування, має місце ефект самодефокусування через нагрівання середовища.

Виникнення нелінійного доповнення до показника заломлення може бути викликано не тільки нелінійністю коливань оптичного електрона, але також появою електрострикції в результаті постійного тиску, викликаного світловою хвилею, що приводить до зміни густини і зв'язаного з нею показника заломлення.

В рідинах, а особливо в полярних рідинах (вода, спирт), світлове поле викликає переважно орієнтацію молекул — високочастотний ефект Керра (нітробензол, CS_2). Критична потужність для спостереження самофокусування відносно невисока в CS_2 – 10 кВт, а в склі $W_n \simeq 1$ Вт і це треба мати на увазі при побудові пристроїв оптичного волоконного зв'язку.

Контрольні питання

1. Яка нелінійна сприйнятливість визначає чотирихвильову взаємодію?
2. Які ефекти виникають при чотирихвильовій взаємодії?
3. Що обумовлює нелінійна рефракція світла?
4. В чому полягає ефект самофокусування?

§31. Динаміка перекачування енергії електромагнітних хвиль у нелінійних середовищах

Рівняння для амплітуд зв'язаних хвиль

Для незарядженого анізотропного діелектрика при $\mu = 1$, тобто $B = H$, рівняння Максвелла мають вигляд:

$$rot\,\overline{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \qquad div\,\overline{H} = 0,$$

$$rot\,\overline{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overline{H}}{\partial t} \qquad div\,\overline{D} = 0, \tag{31.1}$$

а в ізотропному середовищі $div\,\overline{D} = 0$ означає, що:

$$div\,\overline{E} = 0 \tag{31.2}$$

або можна просто знехтувати складовою $\overline{E}$ у напрямку поширення фронту хвилі вздовж $Z(E_z = 0)$, тобто припускаємо, що $\overline{D}$ і $\overline{E}$ збігаються. Практично це майже завжди реалізується.

Разом із тим абсолютно обов'язковим є врахування залежності показника заломлення n (іншими словами — фазової швидкості хвилі в кристалі) від поляризації хвилі, оскільки різниця фаз між взаємодіючими хвилями суттєво впливає на результат їх взаємодії, а отже, на перекачування енергії від однієї хвилі до другої. Перепишемо рівняння Максвелла так, щоб у ньому фігурували тільки електричні амплітуди поля:

$$rot\,rot\,\overline{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{D}}{\partial t^2} = 0. \tag{31.3}$$

Оскільки $rot\,rot\,E = grad\,div\,E - \nabla^2 E$, а у нас $div\,E = 0$, то (31.3) набуває вигляду:

$$\nabla^2 \overline{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{D}}{\partial t^2} = 0, \tag{31.4}$$

а оскільки $\overline{D} = \overline{E} + 4\pi\overline{P}$, то (31.4) перепишемо так:

молекул N, отримаємо нелінійну макроскопічну поляризацію, кубічну за амплітудою світлового поля, яка має вигляд аналогічний вихідному бігармонічному полю (36.11):

$$P^{NL}(\bar{r},t)=P_t^{NL}(z)e^{i(\bar{\kappa}\bar{r}-\omega_t t)}+P_s^{NL}(z)e^{i(\bar{\kappa}\bar{r}-\omega_s t)}+\text{к.с.},$$

а амплітуда шуканої поляризації P_s^{NL} рівна:

$$P_s^{NL}(z)=N\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0 Q^*(z)E_t(z)=\frac{N}{2M}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0^2\times$$

$$\times\frac{|E_t|^2E_s}{D^*(\omega_t-\omega_s)}, \qquad (36.15)$$

де:

$$D(\omega_t-\omega_s)=\omega_f^2-(\omega_t-\omega_s)^2-2i\Gamma(\omega_t-\omega_s),$$

$$D^*(\omega_t-\omega_s)=\omega_f^2-(\omega_t-\omega_s)^2+2i\Gamma(\omega_t-\omega_s).$$

Коефіцієнт пропорційності між поляризацією і полем є сприйнятливість:

$$P_s^{NL}(z)=\chi_s^{(3)}|E_t|^2E_s, \qquad (36.16)$$

звідси:

$$\chi_s^{(3)}=\frac{N\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0^2}{2MD^*}. \qquad (36.17)$$

Розглянемо просторову еволюцію стоксової хвилі. Поширення світла в ізотропному нелінійному середовищі описується хвильовим рівнянням:

$$\Delta E(\bar{r},t)-\frac{n_s^2}{c^2}\frac{\partial^2E(\bar{r},t)}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2P^{NL}(\bar{r},t)}{\partial t^2}, \qquad (36.18)$$

тут n — показник заломлення середовища.

Розглянемо хвилі, які поширюються вздовж вісі z. У стаціонарному випадку рівняння (36.18) набуває вигляду:

$$\frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2}+\frac{\omega^2 n^2}{c^2}E(z)=\frac{4\pi\omega^2}{c^2}P^{NL}(z). \qquad (36.19)$$

У багатьох моментах, що представляють практичний інтерес і відповідають реальним умовам експерименту, рівняння (36.19) може бути суттєво спрощеним за допомогою процедури вкорочування. Остання зводиться до відкидання інших похідних амплітуд, які повільно змінюються по поздовжній координаті z в силу виконання умови $\left|\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\right| << \kappa\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right|$.

Це співвідношення справедливе відносно малої зміни амплітуд на довжині хвилі.

Вкорочене рівняння (36.19) для амплітуди E_s зводиться до:

$$\frac{\partial E_s(z)}{\partial z}=\frac{2\pi\omega_s^2}{cn_s(\omega_s)}P_s^{NL}(z). \qquad (36.20)$$

де $\kappa_s=\frac{\omega_s n_s(\omega_s)}{c}$.

Підставляючи (36.16) в (36.20) отримаємо шукане рівняння, яке описує характер просторової зміни амплітуд поля:

$$\frac{\partial E_s(z)}{\partial z}=i\frac{2\pi\omega_s^2}{cn_s}\chi_s^{(3)}\left|E_i(z)\right|^2 E_s(z). \qquad (36.21)$$

Помноживши рівняння (36.21) на E_s^* і додаючи отримане рівняння до йому комплексно-спряженого, отримаємо:

$$\frac{\partial\left|E_s\right|^2}{\partial z}=-\frac{4\pi\omega_s^2}{n_s c}\mathrm{Im}(\chi_s^{(3)})\left|E_i(z)\right|^2\left|E_s(z)\right|^2. \qquad (36.22)$$

яке в наближенні заданого поля хвилі накачування ω_i, має розв'язок:

$$\left|E_s(z)\right|^2=\left|E_s(0)\right|^2 e^{gz}, \qquad (36.23)$$

$$\nabla^2\overline{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\overline{E}}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\overline{P}}{\partial t^2}. \qquad (31.5)$$

Рівняння (31.5) описує поширення світла у матеріальному середовищі як результат перевипромінювання речовиною електромагнітної хвилі внаслідок виникнення поляризації середовища.

Вектор поляризації має лінійну та нелінійну частини:

$$\overline{P}=\hat{\alpha}\overline{E}+\overline{P}^{H},$$

відповідно і:

$$\overline{D}=\overline{E}+4\pi(\hat{\alpha}\overline{E}+\overline{P}^{H})=(1+4\pi\hat{\alpha})\overline{E}+4\pi\overline{P}^{H}=$$
$$=\hat{\varepsilon}\overline{E}+4\pi\overline{P}^{H},$$

де:

$$\hat{\varepsilon}=1+4\pi\hat{\alpha} \qquad (31.6)$$

— тензор лінійної діелектричної проникливості та $(\varepsilon\overline{E})_i=\sum\varepsilon_{ij}E_j$.

Нелінійні ефекти відбуваються за наявності потужних монохроматичних джерел, що обумовлює виникнення взаємодіючих когерентних хвиль. Тому нелінійна оптика — це оптика потужних лазерних джерел.

Для опису поширення електромагнітних хвиль у нелінійному середовищі перепишемо рівняння (31.4) з урахуванням (31.6):

$$\nabla^2\overline{E}-\frac{\hat{\varepsilon}}{c^2}\frac{\partial^2\overline{E}}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c}\frac{\partial^2\overline{P}^{H}}{\partial t^2}. \qquad (31.7)$$

Якщо поле, що поширюється в середовищі, складається з кількох полів:

$$\overline{E}=\sum_{i=1}^{n}\overline{E}_i(\omega_i), \qquad (31.8)$$

то рівняння (31.7) буде справедливим для кожної з хвиль:

$$\nabla^2\overline{E}(\omega_i)-\frac{\hat{\varepsilon}}{c^2}\frac{\partial^2\overline{E}(\omega_i)}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c}\frac{\partial^2 P^{H}(\omega_i)}{\partial t^2}. \qquad (31.9)$$

Хвиля нелінійної поляризації $P^{H}(\omega_i)$ породжує перевипромінювальну хвилю на частоті ω_i, але ця хвиля буде поширюватись із фазовою швидкістю, відмінною від фазової швидкості хвилі нелінійної поляризації. Тому для перевипромінювальної хвилі з частотою ω_i і фазовою швидкістю $V_i = \frac{\omega_i}{\kappa_i} = \frac{c}{n_i}$ має місце:

$$\overline{E}(\omega_i) = \overline{E}_{0i}\cos(\omega_i t - \overline{\kappa}_i \overline{r} + \delta_i), \qquad (31.10)$$

а для поляризації на тій же частоті ω_i в області прозорості:

$$\overline{P}^{H}(\omega_i) = P^{H}_{0i}\cos(\omega_i t - \overline{\kappa}_i \overline{r} + \delta_i), \qquad (31.11)$$

де $\overline{\kappa}_i \neq \overline{\kappa}'_i$ і, відповідно, $\upsilon_i \neq \upsilon'_i$

Після підстановки рівняння (30.9) набуває вигляду:

$$\nabla^2 \overline{E}(\omega_i) + \frac{\omega_i}{c}\hat{\varepsilon}(\omega_i)\overline{E}(\omega_i) = -\frac{4\pi\omega_i^2}{c^2}\overline{P}^{H}(\omega_i). \qquad (31.12)$$

Рівнянь (31.12) буде стільки, скільки монохроматичних складових є в полі (31.8). Нелінійна поляризація на частоті ω_i може виражатися через добуток полів на частотах $\omega_n \neq \omega_i$. Таким чином, система рівнянь (31.12) представляє собою систему зв'язаних хвильових рівнянь.

Якщо $\overline{P}^{H}(\omega_i) = 0$, то (31.12) є лінійним однорідним рівнянням, якому відповідає перевипромінювальна хвиля (31.10) з постійною амплітудою E_{0i} (в області прозорості). При $\overline{P}^{H}(\omega_i) \neq 0$ амплітуда E_{0i} буде змінюватись, тобто $E_{0i} = f(z)$ внаслідок взаємодії хвилі із іншими хвилями.

Оскільки нелінійні коефіцієнти середовища малі ($\alpha \sim 1$, $\chi \sim 10^{-12}$ м$\cdot$В$^{-1}$, $\theta \sim 10^{-24}$ м^{2}В$^{-2}$), то суттєві зміни $E_{0i}(z)$ відбуваються на відстанях, які значно перевищують довжину хвилі λ (в $10^3 \div 10^4$ разів). Ця обставина дозволяє "скоротити" рівняння (31.1), тобто звести систему нелінійних рівнянь другого порядку для гармонійних полів до системи нелінійних рівнянь першого порядку для амплітуд зв'язаних хвиль.

В описі динаміки нелінійної взасмодії хвиль необхідно, для кожної з них, враховувати її початкову фазу. Тому монохроматичну хвилю з початковою фазою будемо представляти через експоненту з комплексною амплітудою:

$$E(\omega_i)=E_{0i}\cos(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)=\frac{1}{2}E_{0i}[e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)}+$$

$$+e^{i(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)}]=A_i e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+A_i^* e^{i(\omega_i t-\kappa_i z)}]=$$

$$=A_i e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\text{к.с.}, \qquad (31.13)$$

де $A_i=\frac{1}{2}E_{0i}e^{-i\delta_i}$ — комплексна амплітуда, E_{0i} — дійсна амплітуда хвилі з частотою ω_i і δ_i — початкова фаза цієї хвилі. Якщо початкова фаза хвилі $\delta_i=0$, то комплексна амплітуда стає дійсною та рівною $1/2\,E_{0i}$. Подання монохроматичної хвилі у показниковій формі (31.13) з комплексною амплітудою A_i спрощує запис. Тож не потрібно кожного разу писати початкову фазу хвилі — вона входить до комплексної амплітуди.

Розглянемо плоскі хвилі з амплітудами, які не залежать від часу і поширюються вздовж вісі z, тобто не залежить від координат x та y і є функцією тільки координати z:

$$\overline{E}(\omega_i)=A_i(z)e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\text{к.с.} \qquad (31.14)$$

У цьому випадку рівняння (30.12) набуває вигляду:

$$\frac{d^2\overline{E}(\omega_i)}{dz^2}+\left(\frac{\omega_i}{c}\right)^2\hat{\varepsilon}(\omega_i)\overline{E}(\omega_i)=-\frac{4\pi\omega_i^2}{c^2}\overline{P}^{H}(\omega_i). \qquad (31.15)$$

У найпростішому випадку ізотропного середовища, де $\hat{\varepsilon}$ є тензор першого рангу, тобто скалярна величина, (31.15) набуває вигляду:

$$\frac{d^2E}{dz^2}+\left(\frac{\omega_i}{c}\right)^2\varepsilon(\omega_i)E(\omega_i)=-\frac{4\pi\omega_i^2}{c^2}P^{H}(\omega_i). \qquad (31.16)$$

Якщо хвиля $E(\omega_i)$ записана у вигляді (31.14), то отримаємо:

$$\frac{d^2E(\omega_i)}{dz^2}=\frac{d^2A_i}{dz^2}e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+2i\kappa_i\frac{dA_i}{dz}e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}-$$
$$-\kappa_i^2A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\text{к.с.} \qquad (31.17)$$

Оскільки амплітуда $A_i(z)$ змінюється повільно, вважаємо, що $\frac{d^2A_i}{dz^2}<<\kappa_i\frac{dA_i}{dz}$, — можна знехтувати членом із другою похідною. Тоді (31.16) перепишеться так:

$$2i\kappa_i\frac{dA}{dz}e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}-\kappa_i^2A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\left(\frac{\omega_i}{c}\right)^2\times$$
$$\times\varepsilon(\omega_i)A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\text{к.с.}=-\frac{4\pi\omega_i^2}{c^2}P_{0i}^{H}e^{-i\omega_i t}+\text{к.с.} \qquad (31.18)$$

Представивши нелінійну поляризацію $P^H(\omega_i)$ у формі:

$$P^H(\omega_i)=P_i^H\cos(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)=\frac{1}{2}P_i^H[e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)}+$$
$$+e^{i(\omega_i t-\kappa_i z+\delta_i)}]=P_{oi}^H e^{-i\omega_i t}+\text{к.с.} \qquad (31.19)$$

де:

$$P_{oi}^H=\frac{1}{2}P_i^H e^{-i\delta i}e^{i\kappa z} \qquad (31.20)$$

— комплексна амплітуда нелінійної поляризації на частоті ω_i, $\varepsilon(\omega_i)=\varepsilon'(\omega_i)+i\varepsilon''(\omega_i)$ ε', де ε'' — дійсна частина, яка описує дисперсію лінійного показника заломлення, а ε'' зв'язане з коефіцієнтом лінійного поглинання. У цьому наближенні рівняння (31.18) набуває вигляду:

$$2i\kappa_i\frac{dA_i}{dz}e^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}-\kappa_i^2A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+\frac{\omega_i^2\varepsilon'(\omega_i)}{i^2}A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}+$$
$$+i\frac{\omega_i^2\varepsilon''(\omega_i)}{c^2}A_ie^{-i(\omega_i t-\kappa_i z)}=-\frac{4\pi\omega_i^2}{c^2}P_{0i}^H e^{-i\omega_i t}. \qquad (31.21)$$

У рівнянні (31.21) комплексно-спряжені члени не залишені, бо вони не містять додаткової інформації. Оскільки $\frac{\omega_i^2 \varepsilon'(\omega_i)}{c^2} = \kappa_i^2$, то другий і третій доданки скорочуються. Поділивши ліву і праву частини рівняння на $2i\kappa_i e^{-i\omega_i t}$, отримаємо:

$$\frac{dA_i}{dz} e^{i\kappa_i z} = \frac{2\pi i \omega_i^2}{\kappa_i c^2} P_{oi}^{H} - x_i A_i e^{i\kappa_i z}, \qquad (31.22)$$

де $x_i = \frac{\varepsilon''(\omega_i)\omega_i^2}{2\kappa_i c^2}$ — лінійний коефіцієнт поглинання.

В області прозорості середовища $\varepsilon''(\omega_i) = 0$ і має місце:

$$\frac{dA_i}{dz} e^{i\kappa_i z} = \frac{2\pi i \omega_i^2}{\kappa_i c^2} P_{0i}^{H}. \qquad (31.23)$$

Рівняння (31.22) і (31.23) називаються *укороченими рівняннями для амплітуд зв'язаних плоских хвиль*. І справді, для кожної з хвиль із частотами $\omega_i = 1, 2, 3...$ є зв'язок амплітуд поля A_i через амплітуди нелінійної поляризації P_{0i}^{H}, яка залежить від різних амплітуд поля. Саме цей зв'язок зумовлює взаємодію монохроматичних хвиль між собою, що і призводить до передачі енергії від однієї хвилі до іншої. Величина передачі визначається різницею фаз між взаємодіючими хвилями та нелінійними коефіцієнтами середовища.

З рівнянь (31.22) і (31.23) випливає, що наявність нелінійної поляризації призводить до наростання амплітуди A_i, зсунутій по фазі в часові на $\pi/2$ відносно P_{0i}^{H}, так як $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

Число рівнянь (31.22) і (31.23) визначається числом взаємодіючих хвиль. У середовищі з квадратичною нелінійністю $P^{H} \neq 0$ нелінійна сприятливість χ зумовлює в результаті взаємодію двох хвиль із частотами ω_1 і ω_2. Одночасно реалізується при перевипромінюванні третя хвиля на су-

марній чи різницевій частоті $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$. Взаємодія цих трьох хвиль з амплітудами A_1, A_2, A_3 і визначає підсумковий ефект на виході з середовища. Отже, у середовищі з квадратичною нелінійністю число рівнянь в (31.22) і (31.23) для амплітуд $A_1, A_2\ A_3$ при $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$ буде дорівнювати трьом. Якщо ж $\omega_2 = \omega_1$ й взаємодія колінеарна, (випадок другої гармоніки), то і $A_1 = A_2$ і рівнянь буде два, хоча взаємодія трихвильова. У даному випадку має місце "вироджения".

Якщо $\hat{\chi} = \hat{\theta} = 0$, то зв'язок між рівняннями (31.22) і (31.23) зникає і кожна система (31.22) і (31.23) розпадається на систему незалежних рівнянь. Тоді буде мати місце принцип суперпозиції хвиль — перехід до лінійної оптики.

Якщо взаємодіючі хвилі поширюються в середовищі під кутом до вісі z, у силу того, що κ_{1y} і $\kappa_{1x} \ll \kappa_{1z}$ — у всіх рівняннях можна замінити κ_i на κ_{iz}.

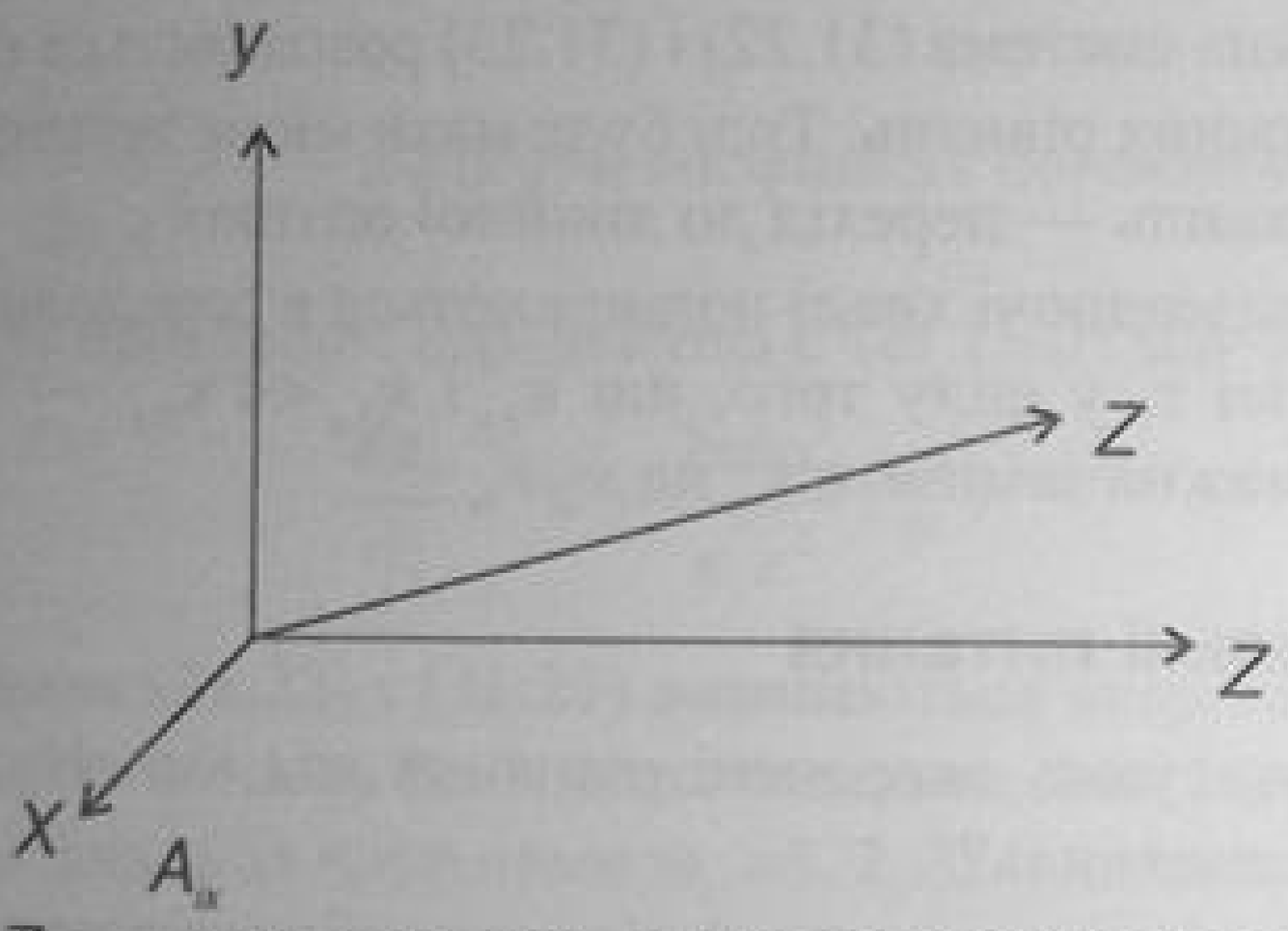
Контрольні питання

1. Що описують вкорочені рівняння для амплітуд зв'язаних плоских хвиль?

2. За яких умов вкорочені рівняння відповідають результатам експерименту?

§32. Вкорочені рівняння для одновісних кристалів

Попередній розгляд проведено для ізотропного середовища з хвилями однакової поляризації. В той же час на практиці нелінійні ефекти, наприклад, для явищ другого порядку пов'язані з тензором $\hat{\chi}$ і реалізуються тільки в анізотропних середовищах при взаємодії хвиль із різною поляризацією.



Z — оптична вісь одновісного кристала,
x,y,z — лабораторна система координат

Рис. 32.1

Як і раніше, розглядаємо область прозорості. Нехай хвиля з коливаннями електричного вектора A_{1x} поширюється у кристалі як звичайна хвиля з хвильовим вектором κ_{1x}, модуль якого рівний κ_i^0. А хвиля з коливаннями електричного вектора A_{uy} — як незвичайна хвиля з хвильовим вектором κ_{uy} і відповідно — κ_i^e. Частота звичайної хвилі (ω_i) може відрізнятись від частоти незвичайної хвилі ω_j. Припускаємо також, що амплітуда перевипромінювальної хвилі A_x має ту ж поляризацію, що і амплітуда хвилі поляризації P_{0x}^{H} і хви-

ля, яка її породила. У цьому випадку хвильові числа будуть κ_i^0 і κ_j^e і вкорочені рівняння для амплітуд A_{1x}, A_{1y} хвиль, які поширюються в одновісному кристалі вздовж Z можна записати у вигляді:

$$\frac{dA_{ix}}{dz} e^{i\kappa_{ix} z} = \frac{2\pi i\omega_i^2}{\kappa_{ix} c^2} P_{0ix}^{II},$$

$$\frac{dA_{jy}}{dz} e^{i\kappa_{jy} z} = \frac{2\pi i\omega_j^2}{\kappa_{jy} c^2} P_{0jy}^{II}. \qquad (32.1)$$

Поляризація взаємодіючих хвиль може бути різною, але всі три хвилі не можуть мати однакову поляризацію, бо не можна при цьому задовольнити умови синхронізму. Відмінність поляризації однієї з хвиль дозволяє реалізувати шість типів взаємодії.

Співвідношення перестановки. Правило Клейнмана

З теореми Умова-Пойтінга, яка є, по суті, законом збереження енергії, випливає:

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = div\,\bar{S}, \qquad (32.2)$$

де $\bar{S} = \frac{c}{4\pi}[\bar{E}\bar{H}]$ — вектор Пойтінга, числове значення якого рівне потоку електромагнітної енергії, що проходить через одиницю поверхні за секунду; u — кількість електромагнітної енергії, яка є в одиниці об'єму. Якщо частоти електромагнітного поля знаходяться в області прозорості середовища, то середнє значення зміни енергії одиниці об'єму за часом рівне нулю — $\partial u/\partial t = 0$. Підкреслимо, що ця умова виконується в середньому за часом, тобто:

$$div\bar{S} = 0. \qquad (32.3)$$

Якщо:

$$\bar{E} = \sum_j \bar{A}_j \cos(\omega_j t - \kappa_j z + \delta_j), \qquad (32.4)$$

то середнє значення за часом:

$$\overline{E}\frac{\partial \overline{P}^{H}}{\partial z}=0. \qquad (32.5)$$

Цей скалярний добуток можна представити в лабораторній системі координат так:

$$\sum_{i=x,y,z} E_i \frac{\partial P_i^{H}}{\partial t}=0. \qquad (32.6)$$

Якщо поле записати у вигляді:

$$E_i=\sum_j [A_{ji}e^{-i(\omega_j t-\kappa_j z)}+A_{ji}^{*}e^{i(\omega_j t-\kappa_j z)}], \qquad (32.7)$$

а нелінійну поляризацію так:

$$P_i^{H}=\sum_j [P_{0ji}^{H}e^{-i\omega_j t}+P_{0ji}^{H*}e^{i\omega_j t}]. \qquad (32.8)$$

Тоді для середнього значення добутку $E_i\frac{\partial P^{H}}{\partial t}$ отримаємо:

$$E_i\frac{\partial P_i^{H}}{\partial t}=i\sum_j \omega_j [A_{ji}e^{i\kappa_j z}P_{0ji}^{H*}-A_{ji}^{*}e^{-i\kappa_j z}P_{0ji}^{H}]. \qquad (32.9)$$

Таким чином при усередненні за часом добутку $E_i \times \frac{\partial P_i^{H}}{\partial t}$ відмінними від нуля є тільки ті доданки, які мають однакові частоти поля E_i і нелінійної поляризації $\partial P_i^{H}/\partial t$.

Розглянемо конкретний випадок виникнення нелінійної поляризації другого порядку при взаємодії двох хвиль із різними частотами, яке відповідає рівнянню $\omega_3=\omega_1+\omega_2$. Нелінійна поляризація, що утворилась на всіх трьох частотах ω_1, ω_2 і ω_3, буде мати амплітуди:

$$P_{01i}^{H}=2\sum_{n,\sigma}\chi_{in\sigma}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2)A_{3n}A_{2\sigma}^{*}e^{i(\kappa_{3n}-\kappa_{2n})z};$$

$$P_{02i}^{H}=2\sum_{n,\sigma}\chi_{in\sigma}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1)A_{3n}A_{1\sigma}^{*}e^{i(\kappa_{3n}-\kappa_{2n})z};$$

$$P^{H}_{0i} = 2\sum_{n,\sigma} \chi_{in\sigma}(\omega_3;\omega_1;\omega_2) A_{1n} A_{2\sigma} e^{i(\kappa_n + \kappa_{1n})z}, \quad (32.10)$$

де i, n — набувають значень x, y, z.

Підставляючи (32.10) до (32.9) і використовуючи (32.3), отримаємо для області глибокої прозорості, тобто $\chi_{in\sigma}$ — дійсні, наступні вирази:

$$\sum_i E_i \frac{\partial P^{H}_{i}}{\partial t} = 2i \sum_{i,n,\sigma} \{\omega_1 [\chi_{in\sigma}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2) A_{1i} A^{*}_{3n} A_{2\sigma} \times$$

$$\times e^{i(\kappa_{1i} + \kappa_{3\sigma} - \kappa_{3n})z} - \chi_{in\sigma}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2) A^{*}_{1i} A_{3n} A^{*}_{2\sigma} e^{i(\kappa_{3n} - \kappa_{2\sigma} - \kappa_{1i})z}] +$$

$$+\omega_2 [\chi_{in\sigma}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1) A_{1\sigma} A^{*}_{3n} A_{2i} e^{i(\kappa_{1\sigma} + \kappa_{2i} - \kappa_{3n})z} - \quad (32.11)$$

$$-\chi_{in\sigma}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1) A^{*}_{2i} A_{3n} A^{*}_{1\sigma} e^{i(\kappa_{3n} - \kappa_{1\sigma} - \kappa_{2i})z}] +$$

$$+\omega_3 [\chi_{in\sigma}(\omega_3;\omega_1;\omega_2) A_{1\sigma} A^{*}_{1n} A^{*}_{2\sigma} e^{i(\kappa_{3i} - \kappa_{1n} - \kappa_{2\sigma})z} -$$

$$-\chi_{in\sigma}(\omega_3;\omega_1;\omega_2) A^{*}_{3i} A_{1n} A_{2\sigma} e^{i(\kappa_{1n} + \kappa_{2\sigma} - \kappa_{3i})z}]\} = 0.$$

Унаслідок того, що сумування в (32.11) іде за всіма трьома декартовими індексами, їхня одночасна циклічна перестановка не змінює кінцевого результату суми, тобто індекси i, n, σ можна переставляти, тоді як частотні індекси переставляти не можна. Отже зробимо заміну $i \leftrightarrow \sigma$ у третьому члені і $i \leftrightarrow n$ у шостому члені. Відтак 1-ий, 3-ій і 6-ий члени будуть мати спільний множник $A_{1i} A^{*}_{3n} A_{2\sigma} \times$ $\times e^{i(\kappa_{1i} + \kappa_{2\sigma} - \kappa_{3n})z}$, який винесено за дужку. Аналогічно зробивши заміну в 4-ому, і 5-ому членах, об'єднаємо їх з другим — у результаті (32.11) набуде вигляду:

$$\sum_{n,\sigma} [\omega_1 \chi_{in\sigma}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2) + \omega_2 \chi_{\sigma ni}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1) - \omega_3 \chi_{ni\sigma} \times$$

$$\times(\omega_3;\omega_1;\omega_2)] \times [A_{1i} A^{*}_{3n} A_{2\sigma} e^{i(\kappa_{1i} + \kappa_{2\sigma} - \kappa_{3n})z} - A^{*}_{1i} A_{3n} A^{*}_{2\sigma} \times$$

$$\times e^{-i(\kappa_{1i} - \kappa_{2\sigma} - \kappa_{3n})z}] = 0. \quad (32.12)$$

Це співвідношення має виконуватись для довільних амплітуд полів, тому необхідно, щоб:

$$\omega_1 \chi_{ijkl}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2)+\omega_2 \chi_{ijml}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1)= =\omega_3 \chi_{klij}(\omega_3;\omega_1;\omega_2). \quad (32.13)$$

При $\omega_3=\omega_1+\omega_2$ (32.13) переписується у вигляді:

$$\omega_1 \chi_{ijml}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2)+\omega_2 \chi_{ijml}(\omega_2;\omega_3;-\omega_1)= =\omega_1 \chi_{klij}(\omega_3;\omega_1;\omega_2)+\omega_2 \chi_{klij}(\omega_3;\omega_1;\omega_2). \quad (32.14)$$

Співвідношення (32.14) має виконуватись при будь-яких значеннях частот ω_1 і ω_2. Тому прирівнюючи коефіцієнти на цих частотах, отримаємо:

$$\chi_{ijml}(\omega_1;\omega_3;-\omega_2)=\chi_{ijml}(\omega_2;\omega_3-\omega_1)=\chi_{klij}(\omega_3;\omega_1;\omega_2). \quad (32.15)$$

Рівняння (32.15) називається *просторово-частотним перестановочним співвідношенням.*

Отже, в середовищі без поглинання компоненти тензора нелінійної сприйнятливості мають властивість перестановочної інваріантності: перестановка тензорних індексів із одночасною відповідною перестановкою частоти не змінює величини сприйнятливості.

Якщо знехтувати дисперсією і вважати нелінійну сприйнятливість незалежною від частоти, рівність (32.15), доповнена перестановочним співвідношенням $\chi_{ijkl}=\chi_{jikl}$, приводить до висновку про рівність компонент тензора сприйнятливості, які відрізняються лише порядком написання тензорних індексів, наприклад:

$$\chi_{xyz}=\chi_{xzy}=\chi_{yxz}=\chi_{yzx}=\chi_{zxy}$$

чи:

$$\chi_{xxz}=\chi_{xzx}=\chi_{zxx} \text{ і т.п.}$$

Цей висновок справедливий тільки в області прозорості і без врахування дисперсійної залежності сприйнятливості. Отриманий висновок має назву правила Клеймана.

Контрольні питання

1. Що стверджує правило Клеймана?

2. За яких умов виконується просторово-частотне перестановочне співвідношення?

§33. Явище обернення хвильового фронту

Однонаправленість руху часу обумовлена, у першу чергу тією обставиною, що будь-який рух супроводжується дисипацією енергії, тобто мають місце незворотні процеси. Отже явище "зворотного" руху протирічить другому початку термодинаміки. Навіть якщо втрати дуже малі, то в силу великої кількості числа ступенів свободи всіх рухомих частинок неможливо задати у всіх деталях початкове їх положення і швидкості, щоб надалі точно відтворити їх зворотний (обернений) рух.

В оптиці, в силу особливостей, характерних для електромагнітних хвиль, обернення часу або обернення хвильового фронту реалізувати можна. Це обумовлено тим, що рівняння Максвелла інваріантні відносно до знака часу. Звичайно, мається на увазі не деталі мікроскопічних рухів електронів і ядер у середовищі, а усереднені макроскопічні значення полів в об'ємах, малих порівняно з довжиною хвилі. Окрім того, число ступенів свободи у монохроматичного випромінювання вельми обмежене. Так, якщо в газі число ступенів свободи $\sim 10^{23}$, то в оптиці $\sim 10^{3}$.

Рівняння плоскої лінійно-поляризованої монохроматичної біжучої хвилі має вигляд:

$$E = E_0 \cos(\omega t - \kappa z + \varphi) \qquad (33.1)$$

і описує той факт, що з часом t коливальний процес зменшується в позитивному напрямку вісі z. Якщо в цьому рівнянні (33.1) "обернути" час t — замінити його на "$-t$", то отримуємо рівняння, для оберненої хвилі:

$$E_{об} = E_0 \cos(-\omega t - \kappa z + \varphi), \qquad (33.2)$$

яку можна записати і у вигляді:

$$E_{об} = E_0 \cos(\omega t + \kappa z - \varphi), \qquad (33.3)$$

тобто обернення часу еквівалентно заміні $\bar{\kappa}$ на $-\bar{\kappa}$ і φ на $-\varphi$. Обернена хвиля поширюється назустріч початковій, тобто у напрямку $-z$.

Запишемо початкову хвилю в комплексній формі:

$$E - Ae^{-i(\omega t - \kappa z)} + \text{к.с.},$$

де $A = 1/2\, E_0 e^{-i\varphi}$. Тоді рівняння оберненої хвилі набуває вигляду:

$$E_{06} = A^* e^{-i(\omega t + \kappa z)} + \text{к.с.}$$

Обернення часу – еквівалентне сукупності операцій $\vec{\kappa} \to -\vec{\kappa}$, $A \to A^*$. При цьому $A_{06} = A^*$ — амплітуда оберненої хвилі є комплексно-спряженою щодо вихідної. Тому *обернену хвилю називають фазово-спряженою.*

Обернення фронту хвилі відбувається незалежно від складності просторового фронту хвилі і завжди обернена хвиля поширюється чітко назустріч падаючій хвилі. Таким чином, маємо два паралельних фронти. Кожний промінь (нормаль до поверхні хвильового фронту) оберненої хвилі має відповідний протилежний напрямок відносно до відповідного променя падаючої хвилі. Таку ситуацію експериментально можна реалізувати при відбитті падаючої хвилі від дзеркала з формою, яка точно збігається з формою поверхні хвильового фронту падаючої хвилі. Це відбиття виконується за допомогою, так званого адаптивного дзеркала (слово "адаптування" означає підбудовуватися, пристосовуватися, звикати). При відбитті від адаптивного дзеркала кожний промінь змінює свій напрямок поширення на 180°. Для плоскої хвилі таким дзеркалом може слугувати плоске дзеркало; для сферичної — сферичне, з радіусом кривизни рівним радіусу кривизни сферичної хвилі. Для хвильового фронту довільної форми необхідно створити дзеркало, форма якого відповідала б фронту падаючої хвилі.

Методи нелінійної оптики дозволяють реалізувати обернення хвильового фронту для форми фронту падаючої хвилі у параксіальному наближенні. Найбільш широке використання для обернення хвильового фронту отримав метод вимушеного розсіювання світла назад (вимушене розсію-

вання Мандельштама-Бриллюена, рідше — вимушене комбінаційне розсіювання) і чотирихвильове змішування.

Широке застосування вимушеного розсіювання для реалізації обернення хвильового фронту обумовлено наступними причинами.

Будь-яке середовище є оптично неоднорідним внаслідок наявності флуктуацій, зокрема породжених тепловим рухом. Флуктуації обумовлюють локальні неоднорідності показника заломлення n. Ділянки ж середовища з різними значеннями n фронт хвилі буде проходити з різними фазовими швидкостями. У результаті цього фронт хвилі, зокрема плоскої, буде деформовано. Але при цьому необхідно, щоб за час прямого і зворотного проходження хвилі через середовище, розподіл оптичної неоднорідності не змінився. Тільки за такої умови всі спотворення хвильового фронту, які мали місце при русі падаючої хвилі, будуть виправлені. Ці умови реалізуються при ВРМБ і ВКР. Оскільки швидкість акустичних хвиль на багато порядків менша швидкості світла ($v_{зв}/c \approx 10^{-5}$), то за час проходження фронту світлової хвилі крізь розсіювальне середовище можна вважати акустичну хвилю майже нерухомою і, відповідно, картину розподілу оптичної неоднорідності-статичною. Тому при розсіюванні назад стоксова хвиля стає оберненою щодо хвилі накачування.

Отже, при ВРМБ відбувається довільне утворення оберненої хвилі — самообернення хвильового фронту. У цьому випадку роль адаптивного дзеркала виконує саме нелінійне середовище. Відбиття від такого дзеркала принципово інше, ніж звичайне дзеркальне відбиття. При відбитті від нелінійного середовища поверхня, яка відбиває світло — відсутня, бо відбиття відбувається по всьому об'єму середовища.

Необхідність в оберненні хвильового фронту виникає при вирішенні ряду практичних задач. Однією з них є отримання високонаправлених потужних лазерних пучків для локації, оптичного зондування і т.п.

Якщо в лазерах невеликих потужностей світловий потік має високу спрямованість, то при отриманні лазерних пучків великої потужності, після системи підсилювачів і допоміжної оптики, спрямованість світлового пучка погіршується. В основному, це обумовлено недосконалістю оптичних елементів. Для корекції просторової структури хвильового фронту використовують його обернення за допомогою ВРМБ, пропустивши обернену хвилю через підсилювальну систему (рис. 33.1).

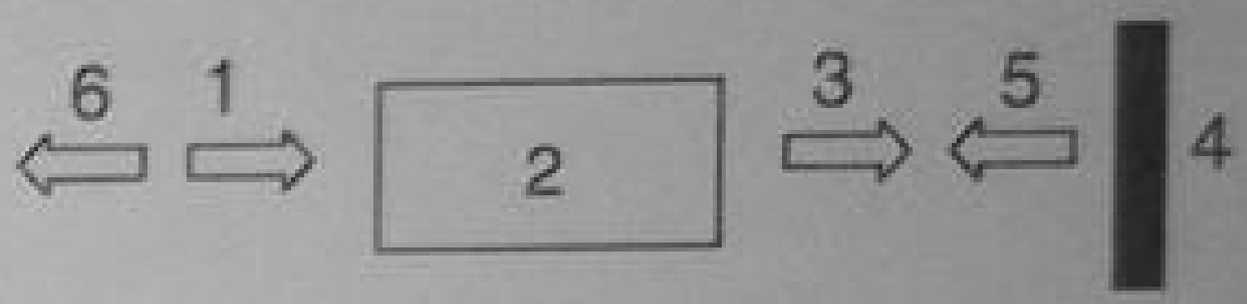


Рис. 33.1

Високоспрямована лазерна хвиля малої потужності 1, пройшовши через квантовий підсилювач (2) потрапляє (хвиля 3) на адаптивне дзеркало (4), відбивається (хвиля 5) і знову пройшовши через квантовий підсилювач (хвиля 6) коригується та набуває такої ж високої спрямованості, яку мала малопотужна вихідна хвиля 1.

Важливим є і завдання точного фокусування потужних лазерних імпульсів на мішень малих розмірів. Створення таким чином високих температур і тисків необхідне, зокрема, для реалізації термоядерного синтезу.

Для точного фокусування використовується метод самонаведення лазерного променя. Допоміжним дзеркалом робиться підсвічування мішені, у результаті чого на ній видно яскравий відблиск. Останній створює сферичну хвилю, яка проходить через квантовий підсилювач і потрапляє на адаптивне дзеркало. Після обернення хвильового фронту і повторного проходження підсилювача у зворотному напрямку потужне випромінювання автофокусується в точку відблиску.

Контрольні питання

1. Що таке явище обернення хвильового фронту?
2. Які умови реалізації обернення хвильового фронту?
3. У чому привабливість явища обернення хвильового фронту?

§34. Нелінійні оптичні явища в статичному електричному полі

До цього часу розглядалась нелінійна поляризація в середовищі під дією оптичних полів, утворених потужними джерелами світла. Якщо ж накласти на середовище статичне електричне поле і просвітити його оптичним випромінюванням із параметрами $E_0 \cos(\omega t + \kappa z)$, то підсумкове поле в середовищі буде $E = E^\circ + E_0 \cos(\omega t - \kappa z)$. Під дією цього поля в середовищі поряд із чисто оптичними нелінійними явищами (поява яких пов'язана тільки з дією електромагнітної хвилі), виникає ряд електрооптичних і оптикоелектричних явищ. Деякі з них спостерігались задовго до появи лазерів. Наприклад, статичні електричні поля великої напруженості навчились отримувати ще в минулому столітті, що дозволило реалізувати нелінійну поляризацію за рахунок великих напруженостей саме статичного поля E°, хоча напруженість E_0 електромагнітної хвилі при цьому могла бути відносно малою. Природно, що при малій напруженості поля E_0 електромагнітної хвилі чисто оптичні нелінійні ефекти виникати не можуть.

Поляризація середовища під дією поля виражається таким чином:

$$E = E^0 + E_0 \cos(\omega t - \kappa z);$$

$$P = \alpha E + \chi E^2 + \theta E^3 = (\alpha E^\circ + \chi E^{\circ 2} + \theta E^{\circ 3} + \frac{1}{2}\chi E_0^{\,2} +$$

$$+ \frac{3}{2}\theta E^\circ E_0^{\,2}) + (\alpha + 2\chi E^\circ + 3\theta E^{\circ 2} + \frac{3}{4}\theta E_0^{\,2}) E_0 \cos(\omega t - \kappa z) +$$

$$+ \left(\frac{1}{2}\chi E_0^{\,2} + \frac{3}{2}\theta E^\circ E_0^2\right)\cos 2(\omega t - \kappa z) + \frac{1}{4}\theta E_0^3 \cos 3(\omega t + \kappa z) =$$

$$= P^\circ + P^\omega + P^{2\omega} + P^{3\omega}.$$

Це справедливо за відсутності дисперсії.

Наявність статичного поля E^0 приводить до того, що статична поляризація (звісно, не залежна від часу) складається з п'яти членів. Причому, три перших члени обумовлені статичним полем E^0, а два інших — електромагнітною хвилею: один супутній член при утворенні 2-ої гармоніки, а другий — 3-ої гармоніки при накладанні поля E^0 (при $E^\circ = 0$ цей член перетворюється на нуль).

Поляризація на частоті ω доповнилась порівняно з випадком $E^\circ = 0$ двома членами $2\chi E^\circ E_0 \cos(\omega t - \kappa z)$ та $3\theta E^{\circ 2} \times$ $\times E_0 \cos(\omega t - \kappa z)$. Перший член описує лінійний електрооптичний ефект Покельса, а другий-квадратичний електрооптичний ефект Керра.

Дійсно, використовуючи:

$$P_\omega = (\alpha + 2\chi E^\circ) E_0 \cos(\omega t - \kappa z),$$

отримаємо для вектора електричної індукції на частоті ω:

$$D_\omega = E_\omega + 4\pi P_\omega = E_0 \cos(\omega t - \kappa z) + 4\pi(\alpha + 2\chi E^0) E_0 \times$$

$$\times \cos(\omega t - \kappa z) = \varepsilon^{H} E_\omega = \varepsilon^{H} E_0 \cos(\omega t - \kappa z),$$

де:

$$\varepsilon^{H} = 1 + 4\pi\alpha + 8\pi\chi E^\circ = \varepsilon_0 + 8\pi\chi E^0.$$

Оскільки χ мале, то маємо лінійну залежність нелінійного показника заломлення від напруженості статичного поля E°:

$$n^{H} = n_0 + n_1 E^\circ, \text{ де } n_1 = \frac{4\pi\chi}{n_0}.$$

Аналогічно для другого члена:

$$P_\omega = (\alpha + 3\theta E^{\circ 2}) E_0 \cos(\omega t - \kappa z).$$

У цьому випадку вектор електричної індукції:

$$D_\omega = E_0 \cos(\omega t - \kappa z) + 4\pi(\alpha + 3\theta E^{\circ 2}) E_0 \cos(\omega t - \kappa z) =$$

$$= \varepsilon^{H} E_\omega = \varepsilon^{H} E_0 \cos(\omega t - \kappa z),$$

де: $\varepsilon^{H} = 1 + 4\pi\alpha + 12\pi\theta E^{\circ 2} = \varepsilon_0 + 12\pi\theta E^{\circ 2}$.

Звідки: $n^{II} = n_0 + n_2 E^{\circ 2}$, де $n_2 = 6\pi\theta / n_0$.

Отже, у кубічному середовищі має місце квадратична залежність нелінійного показника заломлення від статичного поля E^0.

Співвідношення $n^{II} = n_0 + n_1 E^{\circ}$ і $n^{II} = n_0 + n_2 E^{\circ 2}$, які описують залежність нелінійного показника заломлення від напруженості статичного поля E°, характеризуються відповідно значеннями нелінійних сприйнятливостей χ і θ. Це — пояснення виникнення подвійного променезаломлення у квадратичному і кубічному середовищах, коли через середовище, на яке діє статичне поле E°, проходить лінійно поляризована хвиля з амплітудою E_0. Ці ефекти спостерігаються і при використанні звичайних джерел світла, коли амплітуда E_0 відносно мала і нелінійна поляризація утворюється тільки за рахунок сильного поля E°.

Відмітимо, що $\chi \neq 0$ тільки в кристалах без центру симетрії і тому електрооптичний ефект Покельса спостерігається лише в п'єзоелектриках і сегнетоелектриках (вони мають спонтанну поляризацію, яка змінюється під дією зовнішнього поля).

Квадратичний електрооптичний ефект Керра спостерігається в усіх середовищах — у газах, рідинах, тому що θ ніколи не перетворюється на нуль.

Член $3/2\ \theta E^{\circ} E^2 \cos 2(\omega t - \kappa z)$, який є у виразі для нелінійної поляризації при $E^{\circ} \neq 0$, відповідає появі другої гармоніки в кубічному середовищі при прикладенні до неї статистичного поля.

Контрольні питання

1. Які нелінійні оптичні явища спостерігаються в статичному електричному полі?

2. Порівняйте ефекти Покельса і Керра.

§35. Оптичні переходи різної фотонної кратності та параметричні процеси

У результаті взаємодії оптичного випромінювання з квантовими системами змінюється енергетичний стан мікросистеми. *Переходи, які виникають у мікросистемі під дією оптичного випромінювання і супроводжуються народженням або знищенням фотонів, називаються оптичними переходами. Якщо ж переходи в квантовій системі відбуваються без участі оптичного випромінювання, то мають місце неоптичні безвипромінювальні переходи. Перехід називається однофотонним, якщо в ньому бере участь один фотон. За участю двох або більшого числа фотонів мають місце багатофотонні переходи (багатофотонні процеси).*

Процеси кратності n (n-фотонні процеси) можна розглядати в загальному випадку як процес, в якому m фотонів народжується і n-m фотонів знищується.

N-фотонний процес у часові розділити не можна. Він відбувається як єдиний у часові і не допускає розподілу на окремі часові етапи. У цьому полягає відмінність n-фотонного процесу від послідовності n-однофотонних процесів.

При поглинанні оптичного випромінювання квантовою системою зменшується кількість фотонів у оптичному випромінюванні. Випромінювання може бути спонтанним чи вимушеним (індукованим). У n-фотонному процесі може бути як спонтанне, так і індуковане народження фотонів. Тому n-фотонний процес представляє собою в загальному випадку "сполучення" процесів поглинання з процесами спонтанного і вимушеного випромінювання.

Параметричними процесами називаються такі процеси, при яких хвиля накачування змінює діелектричні параметри середовища, що в свою чергу змінює параметри хвилі накачування. Наприклад, генерація другої або третьої гармо-

нік, параметрична генерація світла, вимушене розсіювання світла і т.і.

Однофотонні переходи

Однофотонних процесів лише три: однофотонне поглинання (рис. 35.1,*а*), спонтанне однофотонне випромінювання (*б*) і вимушене однофотонне випромінювання (*в*).

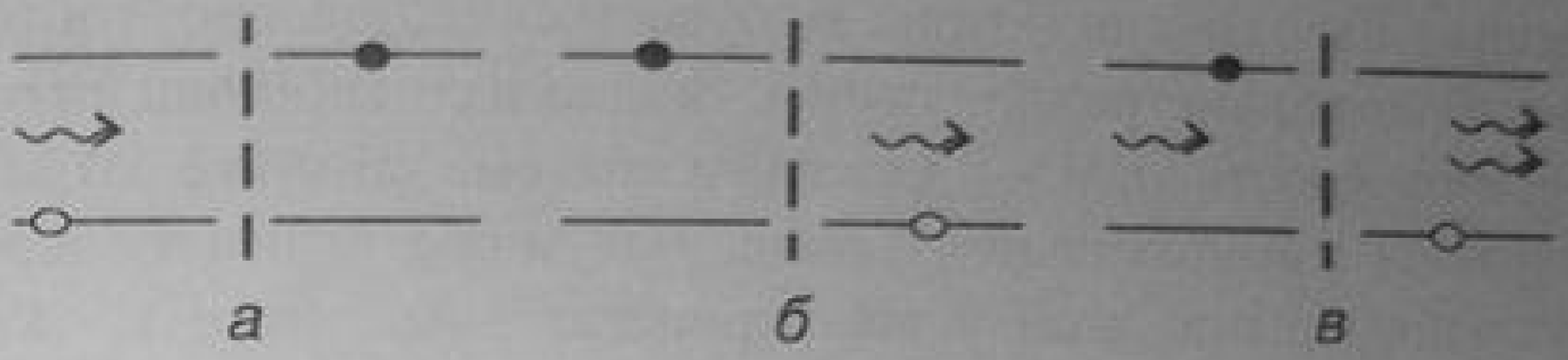


Рис. 35.1

Сам процес у цьому наближенні переходу вважається миттєвим.

Багатофотонні переходи і віртуальні рівні

При розгляді багатофотонних переходів використовується поняття віртуальних рівнів. На відміну від реальних рівнів положення віртуальних рівнів на енергетичній шкалі довільне. Віртуальний рівень, по суті, математична хитрість теоретиків. Ніякими експериментами неможливо виявити систему на віртуальному рівні.

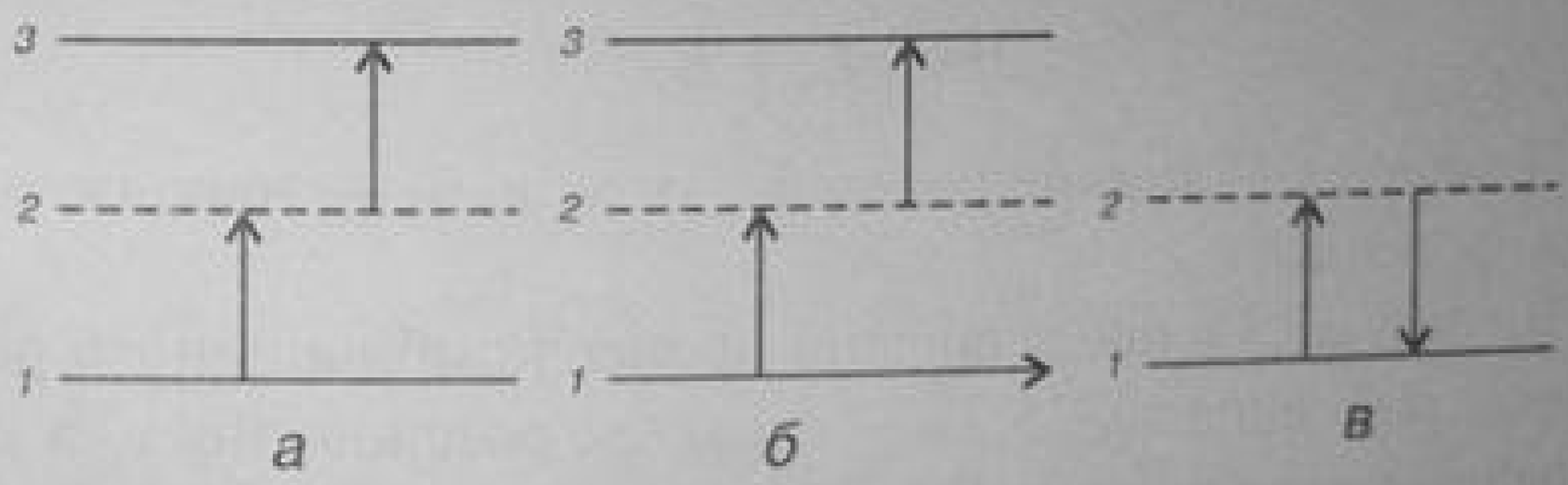


Рис. 35.2

Якщо мікросистема має три реальних рівні (рис. 35.2,*а*.), то переходи $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ чи будь-яка інша їхня комбінація може бути розбита в часі, причому, це будуть всі однофотонні

переходи і на кожному з рівнів експериментально можна виявити систему. Якщо ж рівень 2 віртуальний (рис. 34.2,*б*), то переходи $1 \to 2 \to 3$ не можна розділити у часі і вони представлятимуть собою двофотонний процес; при цьому систему у стані 2 експериментально знайти не можна. Рівень 2 є віртуальним.

Перехід $1 \to 2 \to 1$ (рис. 35.2,*в*) не розділяємо у часі: зникнення і народження фотона відбувається одночасно, тобто має місце параметричний процес. Згідно зі співвідношенням невизначеності $\Delta E \Delta t > h$. Оскільки система не може затриматись на віртуальному рівні, має місце розмиття віртуального рівня, який у всіх процесах може бути тільки проміжним. Тому при розгляді переходу з реального рівня на віртуальний немає сенсу умова збереження енергії, а переходи за участю віртуальних рівнів треба розглядати в цілому без "розриву" у часі. Збереження енергії системи потрібно розглядати в цілому і використовувати умову збереження енергії тільки для її початкового і кінцевого реальних станів.

Двофотонні переходи

На рис. 35.3 зображено 5 двофотонних процесів. Двофотонне поглинання (рис. 35.3,*а*): в полі випромінювання зникають два фотони. При цьому має виконуватись рівність:

$$2h\nu = E_2 - E_1 .$$

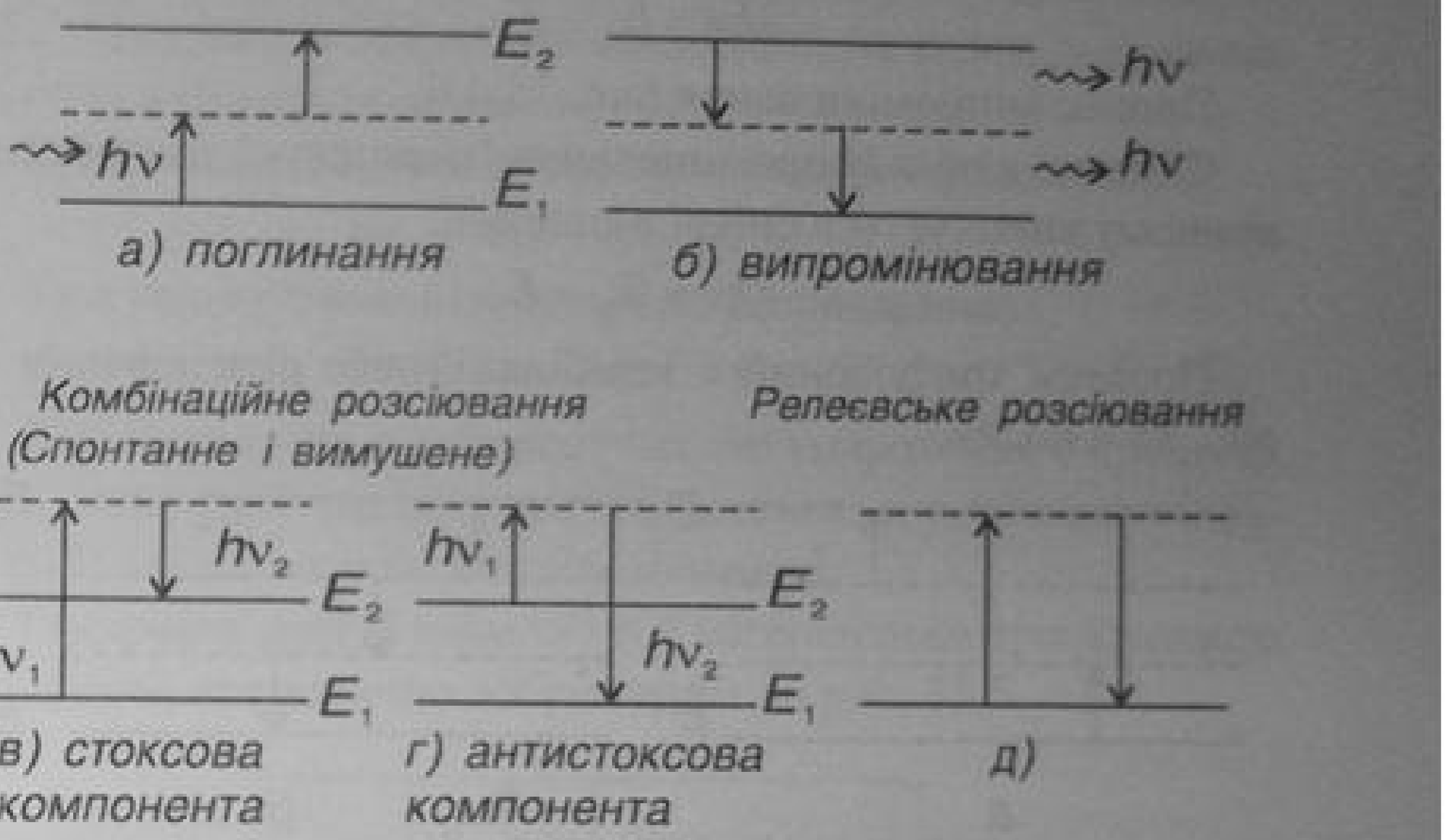
Процес а) — зникнення двох фотонів, б) — народження двох фотонів.

На рис. 35.3,*в* представлено процес комбінаційного розсіювання. У випадку 35.3,*в* — стоксове розсіювання $\nu_1 > \nu_2$ і умова збереження енергії $h\nu_1 - h\nu_2 = E_2 - E_1$, а у випадку *г*) — антистоксове розсіювання $\nu_2 > \nu_1$ і $h\nu_2 - h\nu_1 = E_2 - E_1$.

Релєєвське розсіювання представлено на рис. 35.3*д*. Якщо процеси поглинання і випромінювання світла в першому порядку є однофотонними, то двофотонні процеси погли-

нання і випромінювання світла є ефектами другого порядку малості і є значно менше ймовірними.

Процеси розсіювання є вже в першому наближенні двофотонними процесами. Оскільки переходи в полі випромінювання можуть бути як спонтанними, так і вимушеними, існує спонтанне і вимушене розсіювання.



а) поглинання б) випромінювання

в) стоксова компонента г) антистоксова компонента д)

Рис. 35.3

На рис. 35.3,*д* показано когерентний двофотонний процес — релєєвське розсіювання. У цьому процесі стан системи не змінюється. Переходи в полі випромінювання полягають у тому, що один фотон зникає і один породжується. При цьому енергії фотонів однакові $h\nu_1$, а розрізняються вони векторами $\vec{\kappa}$ і поляризацією P. У даному випадку це є релєєвське розсіювання світла. Має місце пружне розсіювання світла — двофотонний процес. При пружному розсіюванні не просто змінюється напрям руху фотона при взаємодії з речовиною, але й має місце зникнення фотона з одним напрямком руху і народження фотона з іншим напрямком руху. Ці два процеси відбуваються одночасно.

Трифотонні переходи

Можливі наступні трифотонні процеси (рис. 35.4,*а-е*): поглинання *а*).

Система в полі випромінювання збуджується в результаті "зникнення" трьох фотонів, енергія яких має дорівнювати енергетичній щілині між реальними рівнями, тобто:

$$3h\nu = E_2 - E_1 .$$

Процес випромінювання рис. 35.4,*б*.

Система в полі випромінювання "народжує" три фотони, причому виконується співвідношення:

$$3h\nu = E_2 - E_1 .$$

Процеси трифотонного комбінаційного розсіювання — рис. 35.4,*в,г,д,е*.

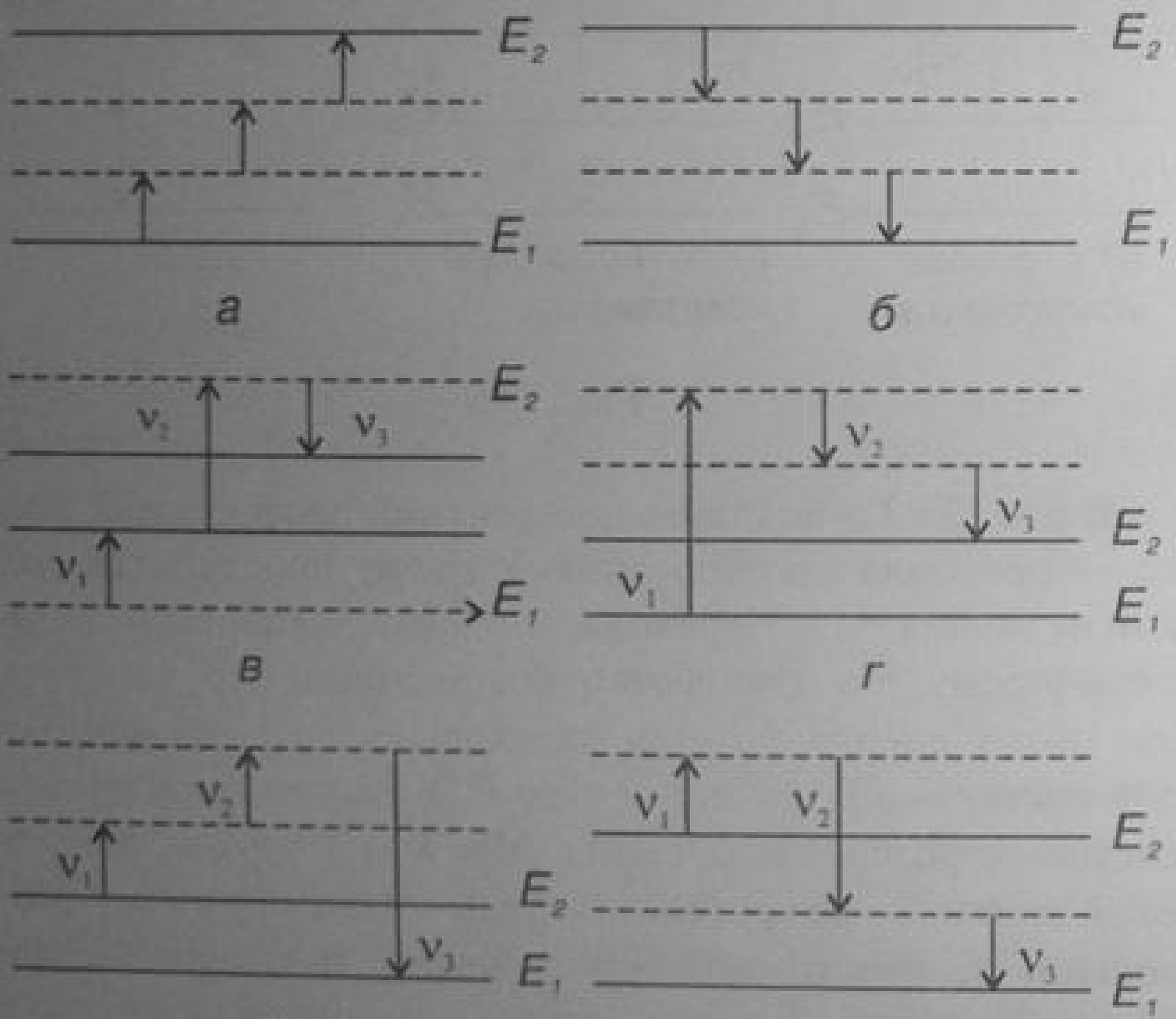


Рис. 35.4

Перехід у полі випромінювання — зникають два фотони $h\nu_1$, і $h\nu_2$ і народжується один — $h\nu_3$. При цьому $h\nu_1 + h\nu_2 - h\nu_3 = E_2 - E_1$. Якщо $\nu_1 + \nu_2 > \nu_3$, то буде стоксова компонента, а при $\nu_1 + \nu_2 < \nu_3$ — антистоксова (в окремому випадку можливе $\nu_1 = \nu_2$ — гіперкомбінаційне розсіювання).

Розсіювання на частоті ν_1 призводить до появи випромінювання на частотах ν_2 і ν_3. При цьому $h\nu_1 - h\nu_2 - h\nu_3 = E_2 - E_1$. Даний процес — стоксовий, бо $\nu_1 > \nu_2 > \nu_3$ (в окремому випадку можливе $\nu_2 = \nu_3$).

Трифотонне антистоксове комбінаційне розсіювання:

$$h\nu_3 - h\nu_1 - h\nu_2 = E_2 - E_1.$$

Теж трифотонне антистоксове розсіювання:

$$h\nu_2 + h\nu_3 - h\nu_1 = E_2 - E_1.$$

Відмітимо, що в когерентних багатофотонних процесах стан квантової системи не змінюється, а переходи відбуваються тільки в полі випромінювання.

Генерація другої гармоніки є когерентним трифотонним процесом, схематично зображеним на рис. 35.5.

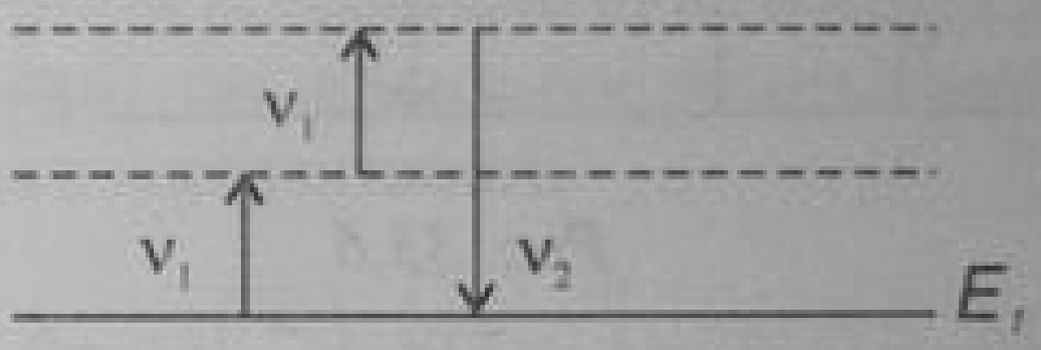


Рис. 35.5

При генерації другої гармоніки зникають два вихідних фотони монохроматичного випромінювання і народжується фотон вдвічі більшої частоти. Закон збереження енергії $2\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2$ і збереження імпульсу:

$$2\hbar\bar{\kappa}_1 = \hbar\bar{\kappa}_2.$$

Процес перетворення монохроматичного випромінювання частоти ν_1 у фотони частоти ν_2 і ν_3 у присутності відповідного середовища є процесом параметричної генерації світла — рис. 35.6.

Звичайно виконуються й обидва закони збереження:

- енергії $\hbar\omega_{II} = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$
- імпульсу $\hbar\vec{\kappa}_{II} = \hbar\vec{\kappa}_1 + \hbar\vec{\kappa}_2$.

При когерентних процесах стан квантової системи не змінюється і у виразах для законів збереження енергії й імпульсу фігурують тільки характеристики фотонів. Але не слід думати, що квантова система взагалі не потрібна. Вона є тим середовищем, котре створює умови для знищення і народження фотонів. Характеристики середовища обумовлюють інтенсивність (імовірність) відповідних процесів. Це пояснюється тим, що фотони один із одним не взаємодіють. "Розщеплення" і "злипання" фотонів виконується квантовою системою — середовищем. Тому ефективність когерентних процесів залежить від властивостей середовища, з яким взаємодіє оптичне випромінювання. Про це свідчать різні значення сприйнятливостей у різних середовищах.

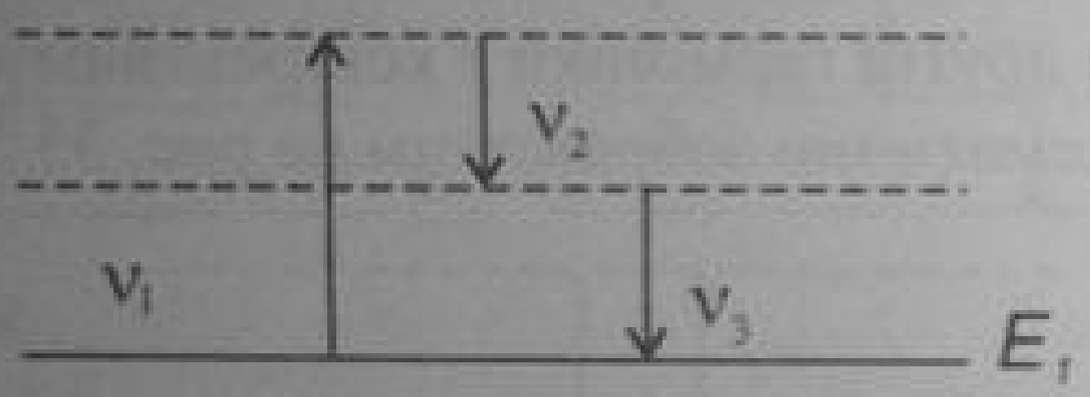


Рис. 35.6

Підкреслимо відмінності когерентної та некогерентної взаємодії з речовиною.

По-перше. При некогерентній взаємодії світла з речовиною стан середовища (квантової системи) змінюється. Має місце заселення чи спустошення відповідних енергетичних рівнів після чого середовище випромінює. Перший акт від другого відокремлений у часові.

У когерентних процесах початковий і кінцевий стани середовища — реальні стани, але при цьому в середовищі є віртуальні переходи, тобто взаємодія хвилі з речовиною і народження другої хвилі у часові збігаються.

По-друге. У некогерентних процесах умови перетворення випромінювання при взаємодії з речовиною зводяться до часткового співпадання параметрів (резонансів) середовища і падаючого світла, тобто потрібно виконання умов резонанса.

У когерентних процесах умови перетворення випромінювання вимагають виконання хвильового синхронізму (просторового синхронізму).

По-третє. У некогерентних процесах хвиля накачування може бути некогерентною. Вторинні хвилі можуть бути або некогерентними (люмінесценція, спонтанне КР), або когерентними (генерація лазерного випромінювання).

У когерентних процесах хвиля накачування і вторинні хвилі завжди з високим ступенем когерентні; цього вимагає умова фазового синхронізму. Тому всі когерентні процеси обумовлені вимогами фазового синхронізму. Всі когерентні процеси є перетворенням когерентного випромінювання у когерентне ж випромінювання.

Нелінійні ефекти потребують дуже високої інтенсивності випромінювання, що обумовлює досить високі вимоги до просторової його когерентності:

$$\overline{\rho}(\bar{r}) \le \overline{\vartheta}\tau \le \lambda\left(\frac{\overline{\kappa}}{\kappa}\right),\ \overline{\rho}(\bar{r}) = \int_0^\infty \alpha(\overline{\rho})\overline{E}(\bar{r}-\overline{\rho})d\overline{\rho}.$$

У тих випадках, коли потрібне виконання умов хвильового синхронізму, вимога просторової когерентності доповнюється вимогою високої часової когерентності (монохроматичності випромінювання).

$$\alpha(\omega) = \int_0^\infty \alpha(\tau)e^{i\omega\tau}\,d\tau;\ \tau > \omega^{-1},$$

де τ — час дії (при $\tau > T$ інерційність не проявляється; T — для оптичного діапазону $\sim 10^{-15}$ с).

Контрольні питання

1. Що таке багатофотонні переходи?
2. Які явища описуються двофотонними переходами?
3. Які явища описуються трифотонними переходами?
4. Які особливості когерентних процесів?
5. Яку роль відіграє середовище при когерентних процесах?
6. Які відмінності когерентної та некогерентної взаємодії випромінювання з речовиною?

§36. Ефекти прояву коливання ядер в описі нелінійною поляризацією третього порядку

Комбінаційне розсіювання КР світла

Явище КР було відкрито одночасно і незалежно в 1928 р. Г.С. Ландсбергом, Л.І. Мандельштамом у СРСР при дослідженні кристалів та Ч.В. Раманом в Індії при дослідженні рідин. Воно проявляється у виникненні в розсіяному світлі ліній, зміщених за частотою відносно збуджувального світла. Механізм (КР) світла полягає в зміні під дією падаючого світла коливального, обертального чи електронного станів розсіюючої молекули.

Квантова модель вимушеного комбінаційного розсіювання світла (ВКР)

З квантового погляду процес КР світла є процесом непружного розсіювання світла, в результаті якого частина енергії падаючого фотона йде на збудження молекул. При цьому перевипромінюється фотон із меншою енергією, що відповідає випромінюванню з більшою довжиною хвилі. *Компонента розсіяного світла, яка при цьому з'являється, названа (в силу історичних причин) стоксовою — на честь англійського фізика Дж. Стокса.* Можливий також і інший процес непружного розсіювання, при якому фотон світла падає на молекулу, що знаходиться у збудженому стані. Після цього молекула переходить до нормального стану. Енергія збудженої молекули йде на збільшення енергії перевипромінювального фотона. *Короткохвильова компонента розсіяного випромінювання, що виникає в цьому процесі, називається антистоксовою.* Енергія у перевипромінювального фотона стає більшою, а довжина хвилі меншою, ніж у падаючого. Розглянуті елементарні процеси розсіяння можливі лише за виконання законів збереження енергії:

$$\hbar\omega_s = \hbar\omega_i - \hbar\omega_f, \quad \hbar\omega_{as} = \hbar\omega_i + \hbar\omega_f, \qquad (36.1)$$

де $\omega_{\ell,s,\omega}$ — частоти накачування, стоксової й антистоксової компонент розсіяних хвиль, ω_f — частота коливального переходу. Наочно закони збереження енергії в елементарних процесах зображені на рис. 36.1:

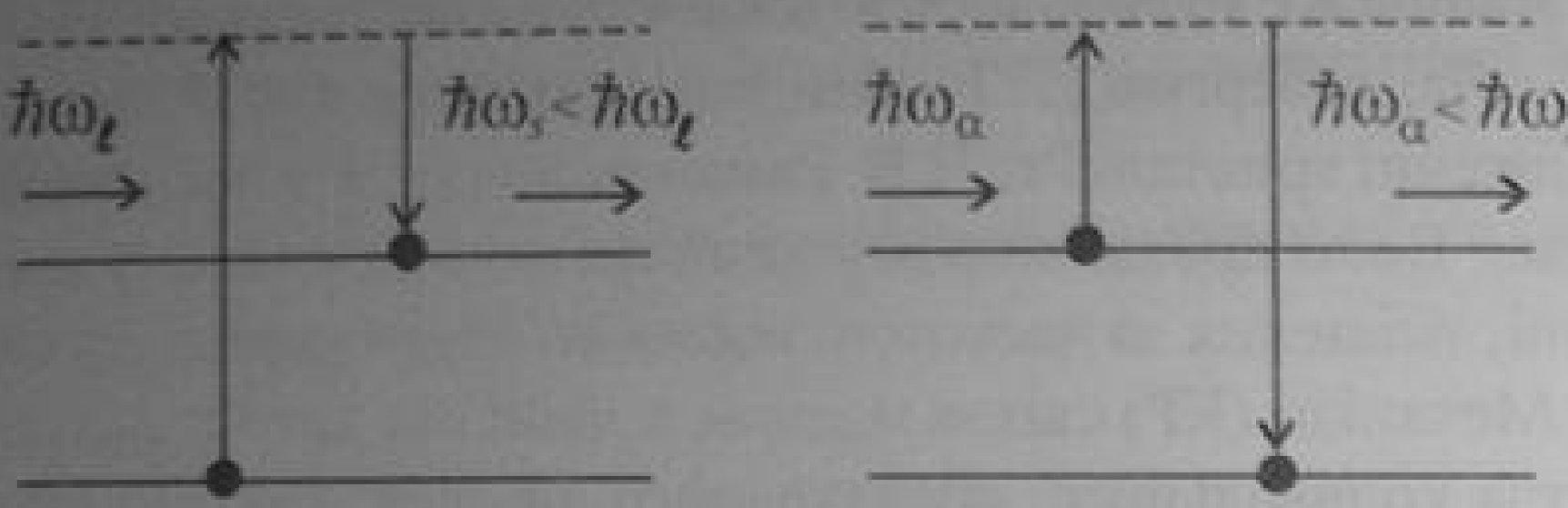


Рис. 36.1

При квантовомеханічному підході молекула і поле випромінювання розглядаються як одна система. Розсіяний фотон може потрапити до будь-якого стаціонарного стану поля випромінювання (моду) із заданою частотою, хвильовим вектором і поляризацією. При малих інтенсивностях накачування цей процес розсіювання відбувається практично за відсутності в кожній із мод фотонів із частотами ω_s, і ω_ω. Коли полю розсіяного випромінювання не вдається накопичувати перевипромінювальні фотони відбувається процес, що називається *спонтанним КР світла.* Імовірність його в одиницю часу пропорційна числу фотонів падаючого випромінювання, яке, в свою чергу, пропорційне інтенсивності накачування I_ℓ. При цьому число спонтанно розсіяних стоксових фотонів ρ_s у тілесний кут $d\Omega$ подається виразом:

$$\rho_s = \rho_\ell \rho \frac{d\sigma}{d\Omega} \ell d\Omega,$$

де ρ — густина розсіюючих молекул, ρ_ℓ — густина фотонів накачування, σ — переріз розсіювання, ℓ — довжина освітленого зразка. *Величина $d\sigma/d\Omega$ називається диференціаль-*

ним перерізом розсіювання на одну молекулу і його величина порядку $10^{-30} \div 10^{-31}$ см^2 / ср.

Якщо фотони з частотами ω_s присутні в даній моді, то внаслідок їх статистичних властивостей (фотони описуються статистикою Бозе-Енштейна), розсіяні фотони намагатимуться потратити в ту ж моду тим сильніше, чим більше фотонів в ній є. Такий процес розсіювання називається *вимушеним комбінаційним розсіюванням* і був теоретично передбачений Г.Плачеком ще в 1934 р. Імовірність ВКР у моду була отримана у вигляді:

$$W_{\omega_L \to \omega_s} = \rho_L D_s \frac{2\hbar\omega_s^3}{\pi c^3} + D_s \rho_L \rho_s, \qquad (36.2)$$

де $\rho_{L,s}$ — густина випромінювання на відповідній частоті; D_s — коєфіцієнт, відповідний B_{jk}. Перший член у цьому виразі описує спонтанне КР, а другий — вимушене.

Для того, щоб вимушене випромінювання було таке ж чи більше спонтанного, необхідно забезпечити досить велике число фотонів накачування. Воно перевищує число вакуумних електромагнітних мод, які є в частотному інтервалі, що відповідає ширині лінії розсіювання. Необхідні для цього інтенсивності випромінювання вдалось отримати лише з появою лазерів із модульованою добротністю, за допомогою яких Е. Вудбері і В. Нг у 1962 р. вперше експериментально зафіксували ефект ВКР.

Процес ВКР відповідає експоненціальному підсиленню стоксової хвилі і задовольняє рівняння:

$$\frac{dN_s}{dz} = qN_s, \quad I_s(\ell) = I_s(O)e^{q\ell}, \qquad (36.3)$$

де $I_s(O)$ — інтенсивність на частоті ω_s на вході в комбінаційно активне середовище, обумовлене процесом спонтанного КР, N_s — число фотонів у моді, q — коефіцієнт підсилення, наочний вираз для якого має вигляд:

$$q = \frac{8\pi^2 c^2}{\hbar\omega_s^3 n_s^2 \Gamma} N \frac{d\sigma}{d\Omega} q'(\omega_i - \omega_s). \qquad (36.4)$$

Тут 2Γ — ширина лінії СКР, q'-форм — фактор лінії $(q'(\omega_i))=1$, N — концентрація молекул.

ВКР є пороговим ефектом. Це означає, що експоненціальне підсилення стоксової хвилі виникає лише за умови перевищення інтенсивності накачування деякого порогового значення $I_i \geq I_{пор}$. Фізична причина існування порогової умови полягає в наступному. У реальному середовищі поряд із процесом накопичення фотонів в даній моді відбувається і процес зникнення фотонів із цієї моди, зумовлений втратами енергії. Швидкість накопичення фотонів має бути більшою швидкості їх зникнення. Іншими словами, інтенсивність збудження має бути такою, щоб підсилення перевищувало втрати в комбінаційно-активному середовищі.

Основну властивість ВКР світла розглянемо в межах достатньо простої класичної моделі розрідженого середовища, утвореного невзаємодіючими ізотопними молекулами, які не мають власного дипольного моменту. Атоми в молекулі, як відомо, зв'язані силами, котрі в нульовому наближенні можна вважати квазіпружними. Оскільки вони породжують гармонійні коливання, то молекула представляє собою в такому наближенні якраз систему таких коливань (нормальних коливань) із загальним числом $3n$-6 (n — число атомів у молекулі). Зміна конфігурації атомів при кожному нормальному коливанні молекули веде до деформації електронної оболонки. Ці зміни описуються узагальненою, так званою нормальною координатою Q.

Кожне нормальне коливання характеризується власною частотою ω_i, розташованою в інфрачервоному діапазоні, і деформує електронну оболонку молекули. Це, в свою чергу, зумовлює зміну поляризації молекули α, тобто α стає функцією Q.

Під дією зовнішнього електричного поля $\overline{E}$ падаючої світлової хвилі в молекулі індукується дипольний момент:

$$\overline{P} = \hat{\alpha}\overline{E} \qquad (36.5)$$

де $\hat{\alpha}$ — тензор другого рангу.

У випадку малих коливань електронну поляризованість молекули α можна представити у вигляді розкладу за ступенями Q:

$$\alpha(Q) = \alpha_0 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)Q + \ldots \qquad (36.6)$$

де α_0 — чисто електронна поляризованість молекули в рівноважному становищі, а доданок $\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0 Q$ враховує її зміну в результаті нормального коливання молекули чи модуляцію світла внутрішньомолекулярними коливаннями. В результаті індукований дипольний момент має ряд доданків, кожний із яких відповідає за певний ефект:

$$P = \alpha_0 E + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0 QE + \ldots \qquad (36.7)$$

Перший член у виразі (36.7) описує релєєвське розсіювання світла, що призводить до появи компонент розсіяного світла на незміщених частотах (відносно частот падаючого на молекулу випромінювання), а другий доданок відповідає за ефект СКР (за умови, що коливання Q обумовлені, в основному, тепловими рухами в середовищі). У випадку СКР спектри частот індукованого дипольного моменту і поля накачування виявляються різними і в спектрі розсіяного випромінювання є лінії на зміщених частотах.

В межах адіабатичного наближення можна вважати, що в заданому електричному полі дипольний момент $P(t)$ формується за час дуже малий порівняно з часом помітної зміни Q. Таке припущення грунтується на тому, що електрони, внаслідок їх малої маси, порівняно швидко переходять у

стани, обумовлені зовнішніми полями. При цьому припущенні енергія, необхідна для створення індукованого дипольного моменту, рівна:

$$U = -\int_0^E (pdE) = -\frac{1}{2}\alpha E^2 \qquad (36.8)$$

і є енергією взаємодії молекули зі світловою хвилею. Силу, яка виникає в світловому полі і діє на молекулу, можна визначити зі співвідношення:

$$F = -\frac{\partial V}{\partial Q} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}\right)_0 E^2. \qquad (36.9)$$

Під дією цієї сили на флуктуаційні внутрішньомолекулярні рухи накладаються регулярні вимушені коливання, які описуються в гармонійному наближенні наступним рівнянням для осцилятора з приведеною масою M:

$$\ddot{Q} + 2\Gamma\dot{Q} + \omega_j^2 Q = \frac{1}{2M}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}\right)_0 E^2. \qquad (36.10)$$

В (36.10) феноменологічно введено член $2\Gamma\dot{Q}$, який враховує загасання. Відмітимо, що Γ — коефіцієнт затухання — рівний напівширині контура лінії комбінаційного розсіювання чи інфрачервоного поглинання. З рівняння (36.10) випливає, що коливання з $\left(\frac{\partial \alpha}{\partial Q}\right)_0 \neq 0$ можуть виникати і підтримуватися електричним полем. Якщо можна знехтувати силою (36.9), яка діє на молекулу з боку падаючої хвилі, то рівняння (36.10) описує власні затухаючі коливання вільної молекули, коли кожна молекула коливається незалежно від інших. Якщо ж світлове поле потужне, то сила F, яка діє на молекулу може сфазувати коливання всіх молекул середовища.

Отже, в середовищі відбувається фазування внутрішньомолекулярних коливань різних молекул світловим полем, що в кінцевому результаті і зумовлює виникнення ефекту

ВКР. При цьому йде ефективний обмін енергією між електромагнітними полями різних частот, відокремлених частотними інтервалами кратними ω_f, наприклад, між полем накачування ω_l і стоксовою компонентою розсіювання $\omega_s = \omega_l - \omega_f$.

Генерація стоксової хвилі

Повне поле в середовищі є сумою плоских монохроматичних полів накачування і стоксового випромінювання, яке поширюється вздовж вісі z:

$$E(r,t) = E_l(z)e^{i(\bar{\kappa}_l\bar{r}-\omega_l t)} + E_s(z)e^{i(\bar{\kappa}_s\bar{r}-\omega_s t)} + \text{к.с.} \qquad (36.11)$$

Примушуюча сила (36.9), яка виникає під дією цього поля, має бути усередненою за часом за декілька періодів оптичних коливань, оскільки молекула не встигає реагувати на ці коливання. Власна частота коливань ω_f значно менша частоти примушуючої сили $\omega_f << \omega_{l,s}$. Внаслідок цього — рівняння (36.10) потрібно переписати у вигляді:

$$\ddot{Q} + 2\Gamma\dot{Q} + \omega_f^2 Q = \frac{1}{2M}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0 < E^2 >, \qquad (36.12)$$

де дужки <...> означають усереднення за часом. У результаті усереднення всі швидко осцилюючі компоненти у виразі для $< E^2 >$ щезнуть і тоді:

$$< E^2 > = E_l(z)E_s(z)e^{i[(\bar{\kappa}_l-\bar{\kappa}_s)r-(\omega_l-\omega_s)t]} + \text{к.с.} \qquad (36.13)$$

У стаціонарному випадку, підставляючи (36.13) в (36.12) і подаючи $Q(r,t)$ як $Q(r,t) = Q(z)e^{i[(\bar{\kappa}_l-\bar{\kappa}_s)\bar{r}-(\omega_l-\omega_s)t]} + \text{к.с.}$, знаходимо вираз для комплексної амплітуди нормальної координати (36.14):

$$Q(z) = \frac{1}{2M}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0 E_l(z)E_s^*(z)\,\frac{\exp\{i[(\bar{\kappa}_l-\bar{\kappa}_s)\bar{r}-(\omega_l-\omega_s)t]\}}{\omega_f^2-(\omega_l-\omega_s)^2-2i\Gamma(\omega_l-\omega_s)}$$

Використовуючи (36.7), (36.14), вираховуємо вираз для компоненти індукованого дипольного моменту з частотою ω_s і хвильовим вектором $\bar{\kappa}_s$. Помноживши його на густину

де величина $q = -\dfrac{4\pi\omega_s^2}{cn_s}\mathrm{Im}(\chi_s^{(3)})|E_t|^2$ називається *коефіцієнтом підсилення.*

Повертаючись до величини $\chi_s^{(3)}$ (36.17), запишемо:

$$\chi_s^{(3)} = R_t(\chi_s^{(3)}) + i\mathrm{Im}(\chi_s^{(3)}), \qquad (36.24)$$

де:

$$R_t(\chi_s^{(3)}) = \frac{N\left(\dfrac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0^2}{2M\omega_f} \frac{[\omega^2{}_f - (\omega_t - \omega_s)^2]}{[\omega_f^2 - (\omega_t - \omega_s)^2]^2 + \Gamma^2(\omega_t - \omega_s)^2},$$

$$\mathrm{Im}(\chi_s^{(3)}) = -\frac{N\left(\dfrac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0^2}{2M\omega_f} \frac{\Gamma(\omega_t - \omega_{st})}{[\omega_f^2 - (\omega_t - \omega_s)^2]^2 + \Gamma^2(\omega_t - \omega_s)^2}. \qquad (36.25)$$

Вирази (36.25) отримані при добре виконуваній умові $\Gamma \ll \omega_f$. З (36.23) випливає, що при ВКР має місце експоненціальне зростання стоксового поля. Темп цього наростання визначається коефіцієнтом підсилення, який має лоренцеву форму:

$$q_3 = \frac{\pi\omega_3^2 N\left(\dfrac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0^2 \Gamma|E_t|^2}{2M\omega_f\{[\omega_f^2 - (\omega_t - \omega_s)]^2 + \Gamma^2\}}. \qquad (36.26)$$

Порівнюючи формули (36.26) і (36.4), враховуючи, що $I_t = \dfrac{cn_t}{8\pi}|E_t|^2$, можна знайти вираз для перерізу розсіювання:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\omega_s^4}{c^4}\left(\frac{d\alpha}{dQ}\right)_0^2 \frac{\pi}{2M\omega_f}. \qquad (36.27)$$

Наближення заданого накачування є досить точним лише до того часу, доки інтенсивність стоксової хвилі не стане порівняною з інтенсивністю накачування. В цьому випадку

необхідно розглядати одночасно рівняння для хвиль ω_s і ω_i. Зміна амплітуди хвилі накачування описується рівнянням:

$$\frac{\partial E_i(z)}{\partial z} = i\frac{2\pi\omega e}{cn_i} P_i^{NL}(z), \qquad (36.28)$$

де:

$$P_i^{NL}(z) = \chi_i^{(3)} |E_s(z)|^2 E_i(z). \qquad (36.29)$$

У силу добре відомого співвідношення симетрії для комбінаційних сприйнятливостей маємо:

$$\chi_s^{(3)} = \chi_i^{(3)*}, \qquad (36.30)$$

звідки:

$$\mathrm{Im}\,\chi_s^{(3)} = -\mathrm{Im}\,\chi_i^{(3)}$$

і, отже $\mathrm{Im}\,\chi_i^{(3)} > 0$, а рівняння, яке описує зменшення енергії хвилі ω_i, має вигляд:

$$\frac{\partial |E_i(z)|^2}{\partial z} = -\frac{4\pi\omega_i}{cn_i} \mathrm{Im}(\chi_i^{(3)}) |E_s(z)|^2 |E_i(z)|^2. \qquad (36.31)$$

Комбінуючи рівняння (36.31) и (36.22) і враховуючи, що $N_{i,s} = \frac{c}{8\pi} \frac{n_{i,s}|E_{i,s}|^2}{\hbar\omega_{i,s}}$, отримаємо співвідношення Менлі-Роу:

$$N_i(z) + N_s(z) = const. \qquad (36.32)$$

Закон збереження енергії в процесі ВКР-зникнення кванта накачування супроводжується появою фотона стоксового випромінювання.

Генерація антистоксової хвилі

До цього часу допускалось, що при ВКР у середовищах присутні тільки електромагнітні хвилі на частотах $\omega_{i,s}$. Розглянемо тепер випадок, коли повне поле світлової хвилі утримує поряд із плоскими, монохроматичними хвилями на частотах $\omega_{i,s}$ також антистоксову хвилю з частотою $\omega_{as} = \omega_i + \omega_f$ і хвильовим вектором $\bar{\kappa}_{as}$:

$$E(\bar{z},t)=\frac{1}{2}E_t(z)e^{i(\bar{\kappa}_t\bar{r}-\omega_t t)}+\frac{1}{2}E_s(z)e^{i(\bar{\kappa}_s\bar{z}-\omega_s t)}+$$

$$+\frac{1}{2}E_{as}(z)e^{i(\bar{\kappa}_{as}\bar{r}-\omega_{as}t)}+\text{к.с.} \qquad (36.33)$$

Амплітуда нормальної координати Q при цьому буде мати два доданки:

$$Q(z)=\frac{1}{4M}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\right)_0\frac{1}{D(\omega_t-\omega_s)}\{E_t(z)E_s^*(z)e^{i[(\bar{\kappa}_t-\bar{\kappa}_s)\bar{r}-(\omega_t-\omega_s)t]}+$$

$$+E_{as}(z)E_t^*(z)e^{i[(\bar{\kappa}_{as}-\bar{\kappa}_t)-(\omega_{as}-\omega_t)t]}\} \qquad (36.34)$$

і, відповідно, шукана нелінійна поляризація P_{as}^{NL} на частоті ω_{as} набуде вигляду:

$$P_{as}^{NL}=\chi_{as}^{(3)}[E_{as}(z)|E_t(z)|^2+E_t^2(z)E_s^*(z)]e^{i\Delta\bar{\kappa}\bar{r}} \qquad (36.35)$$

де $\Delta\bar{\kappa}=2\bar{\kappa}_t-\bar{\kappa}_s-\bar{\kappa}_{as}$

$$\chi_{as}^{(3)}=\chi_s^{(3)*}. \qquad (36.36)$$

Перший доданок у виразі (36.35) не дає ефекту підсилення антистоксової хвилі. Дійсно, в цьому разі вкорочене рівняння, що описує просторову зміну квадрата модуля амплітуди антистоксової хвилі можна записати у вигляді:

$$\frac{d|E_{as}(z)|^2}{dz}=-\frac{4\pi\omega_{as}}{cn_{as}}\mathrm{Im}(\chi_{as}^{(3)})|E_t(z)|^2|E_{as}(z)|^2.$$

Наявність зв'язку між $\chi_s^{(3)}$ і $\chi_{as}^{(3)}$ (36.36) означає зміну знака уявної частини нелінійної сприятливості, тобто $\mathrm{Im}\chi_{as}^{(3)}>0$ і тому необхідно чекати експоненціального затухання антистоксової хвилі.

Джерелом випромінювання на частоті ω_{as} служить другий доданок у виразі для нелінійної поляризації P_{as}^{NL} (36.35). Він враховує *залежні від фаз взаємодіючих полів процеси,*

які називаються параметричними. Такі процеси йдуть ефективно за виконання умов синхронізму:

$$\Delta\kappa = 2\kappa_\ell - \kappa_s - \kappa_{as} = 0 \text{ або} = const. \qquad (36.37)$$

Ця умова для середовищ із нормальною дисперсією ілюструється на рис. 36.2,*а* і *б*.

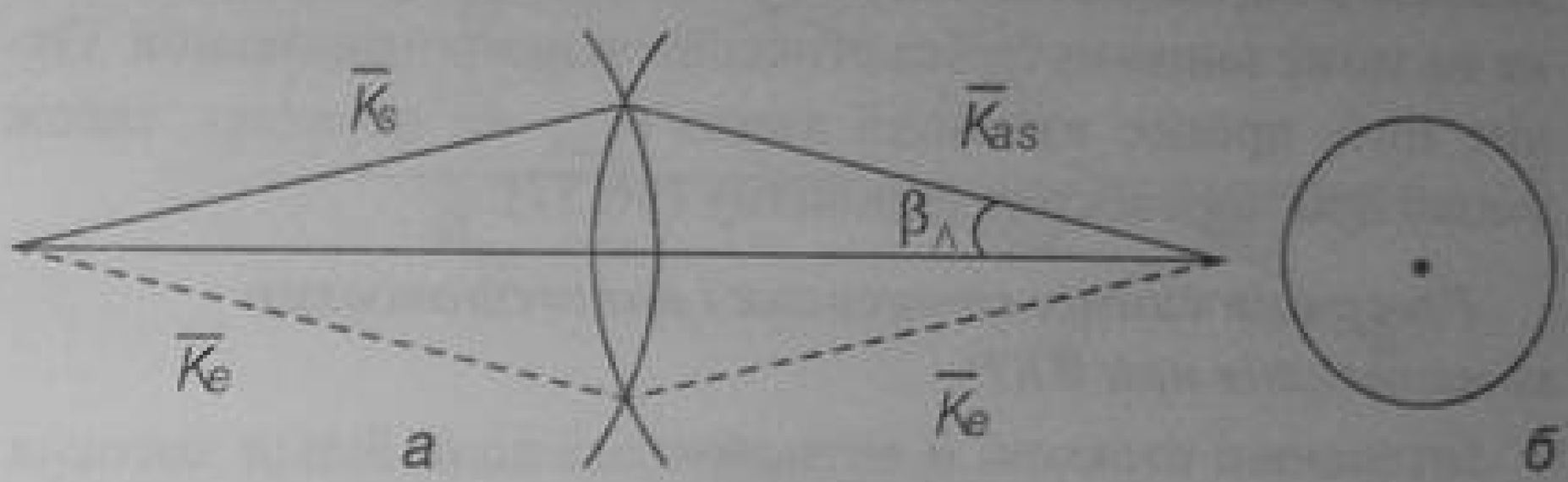


Рис. 36.2

Довжини хвильових векторів визначаються відповідними частотами і показниками заломлення на цих частотах $\kappa_i = \frac{\omega_i}{c} n(\omega_i)$, де $i = \ell, s, as$, а їх напрямки є перетином кіл із радіусами рівними κ_s і κ_{as}, проведеними з точок, розташованих на вісі z на відстані $2\kappa_\ell$ одна від одної. Звідси зрозуміло, що антистоксова хвиля поширюється в напрямках, які утворюють конус із кутом при вершині рівним $2\beta_1$. Кут β_1 знаходиться з умови фазового синхронізму $\Delta\kappa = 0$, яке можна представити у вигляді:

$$\kappa_s^2 = 4\kappa_\ell^2 + \kappa_{as}^2 - 4\kappa_\ell \kappa_{as} \cos\beta_1 .$$

За умови $\beta_1 << 1$, $\cos\beta_1 = 1 - \frac{\beta_1^2}{2}$ і $2\kappa_\ell \approx \kappa_s + \kappa_{as}$ для β_1 отримаємо:

$$\beta_1^2 = \frac{1}{n_\ell}\frac{\omega_s}{\omega_{as}} \times \qquad (36.38)$$

$$\times\left\{(n_{as} - n_\ell) - (n_\ell - n_s) + \frac{\omega_\ell}{\omega_\ell}[(n_{as} - n_\ell) + (n_\ell - n_s)]\right\}.$$

У реальних експериментах антистоксова і стоксова компоненти практично рівні за інтенсивністю і при більш прискіпливому розв'язку задачі необхідно виходити зі зв'язаної системи вкорочених рівнянь для амплітуд стоксової й антистоксової хвиль. У той же час, величина порога ВКР не залежить від наявності антистоксової хвилі, оскільки останнє не може виникнути без стоксового випромінювання. Окрім того, процес взаємодії хвиль $\omega_{s,as}$ не порушує також умови просторового синхронізму (36.37).

Генерація вищих стоксових і антистоксових компонентів при ВКР

Інтенсивні стоксові й антистоксові поля більш високих порядків також можуть генеруватися при ВКР. Їх поява, як і поява антистоксової хвилі, зумовлена параметричними процесами. Внаслідок ефективного розкачування внутрішньомолекулярних коливань Q на різницевій частоті $\omega_l - \omega_s$ у полі потужної бігармонічної світлової хвилі виникають процеси биття, наприклад, між полем частоти ω_l і когерентними коливаннями молекули. Вони призводять до появи нелінійної поляризації на частоті $\omega_{s2} = \omega_s - (\omega_l - \omega_s)$ і, отже, до появи іншої стоксової компоненти ω_{s2}. Аналогічно можуть виникати процеси биття між антистоксовою хвилею і тими коливаннями молекули, які ведуть до виникнення нелінійної поляризації на сумарній частоті $\omega_{as2} = \omega_{as} + (\omega_l - \omega_s)$, яка є джерелом появи другої антистоксової компоненти ω_{as2}. Розгляд цих ступінчастих параметричних процесів може бути продовжений, що, в свою чергу, призведе до появи інших, вищих стоксових і антистоксових компонент відповідно на частотах $\omega_{sn} = \omega_l - n\omega_f$ і $\omega_{asn} = \omega_l + n\omega_f$, де $n = 1,2,3...$ Вони зумовлені послідовно індукованими нелінійними поляризаціями третього порядку на відповідних частотах. Повний опис ефектів ВКР більш високих порядків може бути отриманий із розв'язку багатьох хвильових рівнянь, котрі зв'язані через нелінійні поляризації.

Як приклад, розглянемо процес генерації другої антистоксової компоненти ω_{as2}. Умова фазового узгодження в цьому випадку має вигляд:

$$\bar{\kappa}_{as2} + \bar{\kappa}_s = \bar{\kappa}_{as} + \bar{\kappa}_\ell$$

і показана на рис. 36.3.

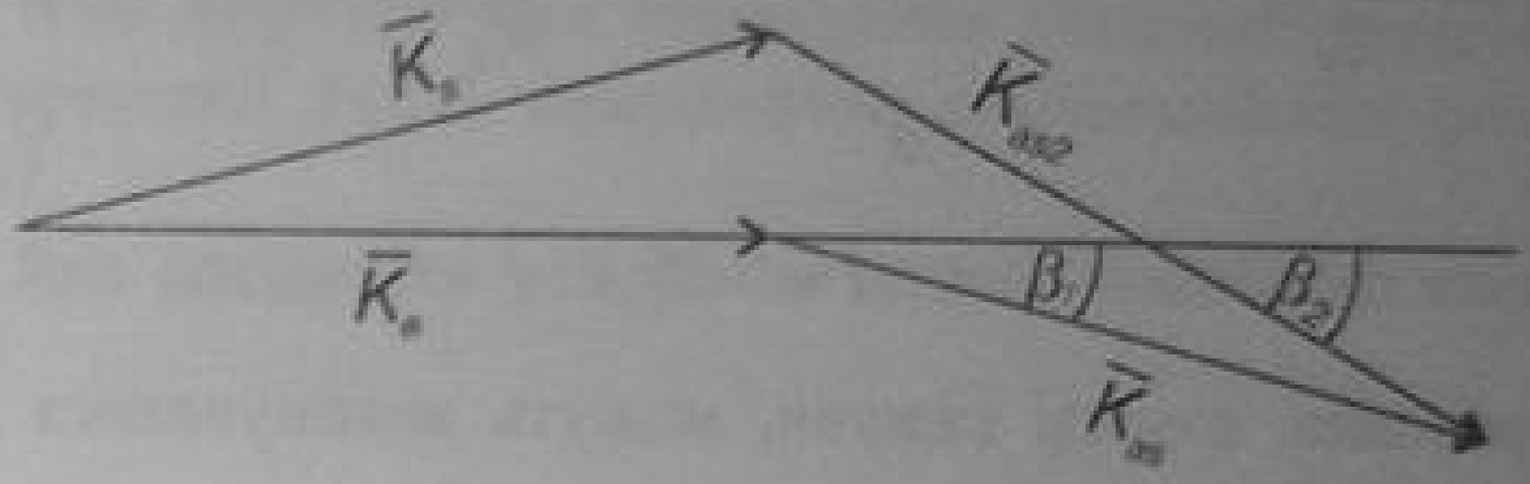


Рис. 36.3

Таким чином, випромінювання другої антистоксової компоненти відбувається в конусі, вісь якого спрямована вздовж хвильового вектора накачування $\bar{\kappa}_\ell$ і кут при вершині рівний $2\beta_2$.

У загальному вигляді для розрахунку кутів між хвильовим вектором n-ої антистоксової компоненти і вектором $\bar{\kappa}_\ell$ використовуються наступні співвідношення для хвильових векторів:

$$\bar{\kappa}_{asn} + m\bar{\kappa}_s = (m+1)\bar{\kappa}_\ell, \text{ де } m = 1,2,3...$$

При цьому потрібно побудувати трикутник із цих векторів так, щоб довжини його сторін були відповідно рівні: $\frac{\omega_{asn}}{c} n(\omega_{asn})$, $\frac{m\omega_a}{c} n(\omega_{an})$, $\frac{(m+1)\omega\ell}{c} n(\omega_\ell)$. Кут між векторами $\bar{\kappa}_{as}$ і $\bar{\kappa}_\ell$ буде рівний шуканому куту β_n (рис. 36.4, *а,б*), який рівний:

$$\beta_m^2 = \frac{2n\kappa_s[\kappa_{asn} + m\kappa_s - (m+1)\kappa_\ell]}{(m+1)\kappa_\ell \kappa_{asn}}. \qquad (36.39)$$

Дослідження цього виразу (36.39) показують, що для вищих компонент в області прозорості комбінаційно-актив-

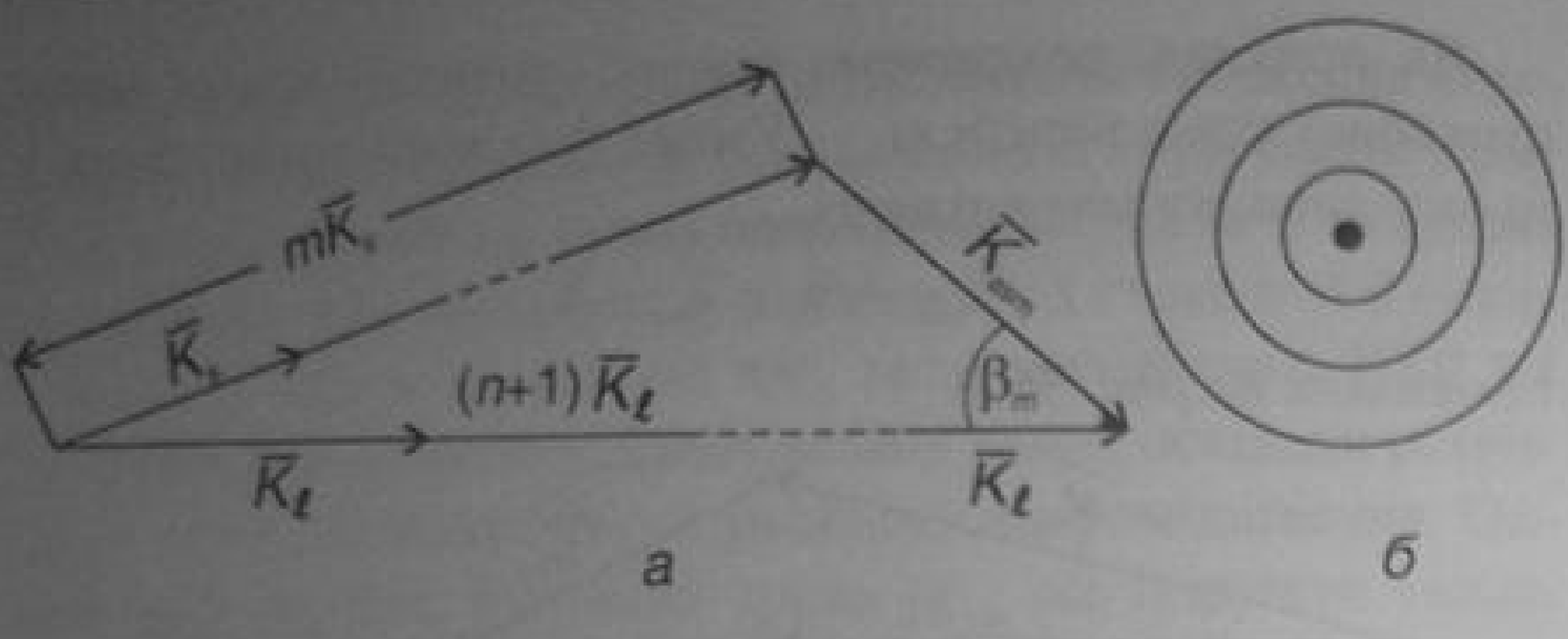


Рис. 36.4

них речовин, взагалі кажучи, можуть виконуватися дуже прості співвідношення:

$$\beta_n \approx n\beta_1 . \qquad (36.40)$$

Наявність цих співвідношень є наслідком відносно малої дисперсії показника заломлення. Саме таку дисперсію у видимій області спектра мають найбільш активні у КР речовини, такі, наприклад як бензол, нітробензол, толуол і ін.

* * *

Узагальнюючи вищевикладене, можна зробити певний висновок. Він полягає в тому, що основні положення та закономірності механізмів квантових систем, що позначаються на роботі лазера, визначені з фундаментальних досліджень у квантовій електроніці, проведених вченими різних країн світу. В підручнику також наведено чимало результатів, власноручно добутих авторами цієї книги експериментальним шляхом.

Сьогодні квантова електроніка — один із найцікавіших напрямків у фізиці, що і розвивається найбурхливіше. Отже, подальші дослідження можуть привести у 21 столітті, безперечно, до нових відкриттів.

Контрольні питання

1. При яких нелінійних ефектах в оптичному діапазоні має місце прояв коливання атомних ядер середовища?

2. Як виникає вимушене комбінаційне розсіювання світла?

3. Чим відрізняється виникнення генерації стоксової і антистоксової хвиль вимушеного комбінаційного розсіювання?

4. Яка специфіка утворення вищих компонент спектра ВКР?

Література

1. Анохов С.П., Марусий Т.Я., Соскин М.С. Перестраиваемые лазеры. — М.: Радио и связь — 1982. — 360 с.

2. Аллен Л., Джонс Д. Основы физики газовых лазеров. — М.: Физматиздат — 1970. — 207 с.

3. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики. Изд. ВИНИТИ. 1964. — 301 с.

4. Бирнбаум Д. Оптические квантовые генераторы. — М.: Соврадио — 1967. — 359 с.

5. Бломберген Н. Нелинейная оптика. — М.: Мир — 1966. — 359 с.

6. Богданкевич О.В., Дарзнек С.А. Елисеев П.С. Полупроводниковые лазеры. — М.: Наука — 1976. — 415 с.

7. Дунская И.М. Возникновение квантовой электроники. — М.: Наука — 1974. — 257 с.

8. Грибковский В.П. Полупроводниковые лазеры. — Минск: Университетская — 1988. — 304 с.

9. Качмарек Ф. Введение в физику лазеров. — М.: Мир — 1981. — 540 с.

10. Кондиленко И.И., Коротков П.А., Хижняк А.И. Физика лазеров. — К.: Вища школа — 1984. — 231 с.

11. Ландьел Б. Лазеры. — М.: Мир — 1964. — 208 с.

12. Лазеры на красителях (под редакцией Шефера Ф.П.). — М.: Мир — 1976. — 329 с.

13. Справочник по лазерам (под редакцией Прохорова А.М.) т. 1 и 2 — М.: Соврадио — 1976. — 403 с.

14. Тарасов Л.В. Физические основы квантовой электроники. — М.: Радио и связь — 1970. — 368 с.

15. Тарасов Л.В. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. — М.: Радио и связь — 1981. — 224 с.

16. Ярив А. Введение в оптическую электронику. — М.: Высшая школа — 1983. — 398 с.

17. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. — М. Радио и связь — 1982. — 352 с.

18. Пекар А. Новый облик оптики. — М.: Соврадио — 1973. — 189 с.

19. Мэйтлэнд А., Данн М. Введение в физику лазеров. — М.: Наука — 1978. — 407 с.

20. Цернике Ф., Миндвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика — М.: Мир — 1976. — 261 с.

21. Ханин Я.И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Соврадио — 1975. — 496 с.

22. Шуберт М., Вильгельми К. Введение в нелинейную оптику — М.: Мир — 1973. — 244 с.

23. Звелто О. Физика лазеров. — М.: Мир — 1979. — 373 с.

Коротка хронологічна довідка

Лазери:

1916 — А. Ейнштейн визначив поняття вимушеного випромінювання.

1923 — А. Ейнштейн, П. Еренфест створили квантову теорію рівноважного випромінювання і встановили когерентність вимушеного випромінювання.

1927-1930 — П. Дірак побудував квантову теорію індукованого випромінювання.

1928 — А. Ладенбург і Е. Конферман дослідили від'ємну дисперсію світла в газовому розряді.

1939 — В. А. Фабрикант дослідив від'ємне поглинання світла.

1951 — В. А. Фабрикант, М. М. Вудинський, Ф. А. Бутаєва виконали експериментальні роботи з підсилення електромагнітного випромінювання в газах (радіо- та оптичному діапазонах).

— Ч. Таунс дослідив можливості створення НВЧ-генератора субміліметрового діапазону.

1952 — Н. Г. Басов, О. М. Прохоров розробили радіоспектроскоп високої роздільної здатності.

— Дж. Вебер розробив теорію мікрохвильових резонаторів, шумів і чутливості підсилювачів.

1953 — Дж. фон Нейман розробив теорію фотонного підсилення на *p-n* переході.

1954-1956 — Н. Г. Басов, О. М. Прохоров; Ч. Таунс, В. Гордон; Дж. Цайгер, К. Шимода, Т. Ванг незалежно один від одного створили аміачний мазер.

1956	—	Н. Бломберген розробив теорію твердотільного лазера.
1960	—	Т. Мейман створив генератор електромагнітного випромінювання оптичного діапазону — рубіновий лазер (λ = 0,69 мкм).
	—	А. Джаван, В. Беннет, Д. Еріот побудували гелій-неоновий лазер (λ =1,15 мкм).
	—	Д. Полані створив хімічні лазери на екзотермічних газових реакціях.
1962-1963	—	Р. Холл і ін., Н. Г. Басов і ін. винайшли напівпровідникові лазери на арсеніді галію (λ = 0,84 і 0,71 мкм).
1963	—	В. Белл створив іонний лазер на *He* II (λ = =0,568 і 0,615 мкм).
	—	Н. Г. Басов і А. Н. Орасвський висловили ідею теплового накачування.
1964	—	К. Паттел — автор молекулярних лазерів на CO_2 (λ=10,6 мкм).
1964	—	Л. Харгроу, Р. Рорк, М. Поллак отримали синхронізацію мод у He-Ne лазері з тривалістю пічка 600 пс.
1965	—	Дж. Каспер і Дж. Піментал винайшли хімічний лазер на *HCl* (імпульсний з оптичним ініціюванням).
1966	—	В. К. Конюхов і О. М. Прохоров створили газодинамічний лазер на CO_2-N_2.
1969	—	Т. А. Кул, Р. Р. Тефенс відкрили чисто хімічний лазер на *HCl* неперервної дії (без ініціювання).
1970	—	Т. Геррі надрукував перше повідомлення про потужний газодинамічний лазер на CO_2.
1974	—	А. І. Гудзенко, С. І. Яковленко запропонували реактор-лазер.
1978	—	W. E. McDermott, N. R. Pchelkin, D. I. Benard, R. R. Basek створили чисто хімічний

лазер на електронних переходах у йоді (λ = 1,315 мкм).

Нелінійна оптика:

1961 — В. Гайзер, С. Гаррет вперше спостерігали двофотонне поглинання світла.

1962 — Е. Вудбері, В. Нг отримали вимушене комбінаційне розсіювання.

1962 — Н. Бломберген, Ж. Дюкуенг встановили нелінійне відбиття світла.

1962 — Г. А. Аскар'ян теоретично передбачив автоколімацію та самофокусування світла.

1964 — М. Хечер (у склі), а Н. Ф. Пилипецький, А. Р. Рустамов (у рідині) отримали автоколімацію світла.

1964 — П. Франкен, Р. В. Терхюн отримали другу гармоніку рубінового лазера на кварці.

1964 — Л. М. Фабелінський, В. С. Струнов, В. В. Морозов, Д. І. Маш зафіксували вимушене релєєвське розсіювання світла.

1964 — Р. У. Чіао, Ч. Таунс, В. Р. Стойчев спостерігали вимушене розсіювання Мандельштама-Брилюена.

1964 — Р. В. Терхюн спостерігав третю гармоніку на кальциті та ізотропному рідинному середовищі.

1965 — Р. В. Хохлов, Д. Кролл довели існування параметричного підсилення світла.

1967 — С.О. Ахманов, Р.В. Хохлов (Московський університет); Дж. Харрісон, М. Осман, Р. Баєр (Стенфордський університет); Д. Магд, Х. Мар (Корнельський університет) відкрили параметричну люмінесценцію.

1972 — Б. Я. Зельдович, В. І. Попович, В. В. Рагульський, Ф. С. Файзулов отримали обернення хвильового фронту.

Зміст

Передмова до другого видання 3
§1. Історична довідка 5
§2. Спонтанні і вимушені переходи (СП і ВП) 42
§3. Температура як характеристика стану речовини 53
§4. Співвідношення між імовірностями вимушеного і спонтанного випромінювання 67
§5. Від'ємний коефіцієнт поглинання 81
§6. Метод підвищення концентрації фотонів у моді 89
§7. Кінетичні рівняння лазерної системи 118
§8. Схеми функціонування квантових генераторів 125
§9. Рубіновий квантовий генератор 149
§10. Неодимовий квантовий генератор 166
§11. Напівпровідниковий лазер 184
§12. Методи накачування газових лазерів 214
§13. Гелій-неоновий лазер 235
§14. Аргоновий лазер 241
§15. CO_2-лазер 246
§16. Генезис спектру генерації лазера в стаціонарному режимі 257
§17. Динаміка генерації лазера 275
§18. Стаціонарна генерація лазера 292
§19. Нестаціонарна генерація лазера 310
§20. Лазер з модуляцією добротності резонатора 336
§21. Спектральні характеристики лазерного випромінювання 362
§22. Управління спектральним складом випромінювання лазера 367
§23. Лазерна спектроскопія 390
§24. Вступ до нелінійної оптики 408
§25. Нелінійні оптичні явища 410
§26. Взаємодія двох хвиль у квадратичному нелінійному середовищі 419
§27. Природа нелінійної поляризації 424
§28. Фазовий синхронізм 435
§29. Трихвильова взаємодія (Параметрична люмінесценція. Ап — конверсія) 455
§30. Чотирихвильова взаємодія 465
§31. Динаміка перекачування енергії електромагнітних хвиль у нелінійних середовищах 475
§32. Вкорочені рівняння для одновісних кристалів 482
§33. Явище обернення хвильового фронту 488
§34. Нелінійні оптичні явища в статичному електричному полі 493
§35. Оптичні переходи різної фотонної кратності та параметричні процеси 496
§36. Ефекти прояву коливання ядер в описі нелінійною поляризацією третього порядку 505
Література 522
Коротка хронологічна довідка 524

В.І.Григорук, П.А.Коротков, А.І.Хижняк
Лазерна фізика

Технічний редактор В. Григоруж
Літературний редактор Н. Григорук
Комп'ютерна верстка В. Чалчинський

Формат 84x108 $^{1}/_{32}$. Папір офсетний. Гарнітура таймс.
Друк офсетний. Наклад 1500. Замовлення №580.
Видавництво «МП ЛЕСЯ». Реєстраційний № 0099-1248 від 28.02.94.
Надруковано в друкарні УкрНДІПСК,
Київ-192, просп. Визволителів, 1, тел. 516-55-92.

«МП ЛЕСЯ»
Київ-146, вул. Жмеринська, 22, кв. 125
Тел./факс: 477-61-97





Герб Київського університету імені Тараса Шевченка

В центрі композиції знаходиться головний корпус Університету. Зліва — архангел Михаїл — покровитель київської землі, а праворуч зображено Святого Рівноапостольного Великого князя Володимира — покровителя знань. В основі композиції римськими цифрами вказано рік заснування Університету — 1834. Герб увінчують стрічки з написами: "Київський університет імені Тараса Шевченка".

Університет в м. Києві — Університет Св. Володимира — відкрито в 1834 році; ім'я Тараса Шевченка йому присвоєно в 1939 році. Герб розроблено в 1994 році на ознаменування 160-річчя заснування цього найвідомішого українського навчального закладу.



Григорук Валерій Іванович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри напівпровідникової електроніки радіофізичного факультету Київського Національного університету імені Тараса Шевченка. Автор більше 50 наукових робіт, 3 патентів України на винаходи. Основні результати отримані в областях нелінійної і волоконної оптики, фізики твердого тіла і квантової електроніки.



Коротков Павло Андрійович — доктор фізико-математичних наук, професор Київського Національного університету імені Тараса Шевченка, автор трьох учбових посібників, монографії, більш як 260 наукових праць та 27 авторських свідоцтв; відомий фахівець в галузі лазерної фізики і комбінаційного розсіювання світла, використовуючи яке вдосконалив та підвищив чутливість дистанційної діагностики навколишнього середовища.



Хижняк Анатолій Іванович — доктор фізико-математичних наук, професор, заступник директора Міжнародного Центру «Інститут прикладної оптики» НАН України, автор учбового
моногра
150 наук
авторськ
фахівець
фізики та