

НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ М.П.ДРАГОМАНОВА

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ



МАТЕМАТИКА, ФІЗИКА, АСТРОНОМІЯ: НАУКОВИЙ ПОШУК СТУДЕНТІВ І МАГІСТРАНТІВ

*Збірник матеріалів
круглих столів*

(28 листопада – 11 грудня 2018 р.)

;

Київ
Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова
2018

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Фізико-математичного факультету
Національного педагогічного університету
імені М. П. Драгоманова
(протокол №3 від 26.11.2018)*

Головний редактор

Працьовитий М.В. доктор фізико-математичних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, декан фізико-математичного факультету

Редакційна колегія:

Гончаренко Я.В. кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики

Горбачук І.Т. кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри методології та методики навчання фізико-математичних дисциплін вищої школи

Грищенко Г.О. кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри експериментальної і теоретичної фізики та астрономії

Нікіфоров Р.О. кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математичного аналізу та диференціальних рівнянь

Требенко О.О. кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з наукової та науково-методичної роботи фізико-математичного факультету, доцент кафедри вищої математики (*відповідальний редактор*)

Швець В.О. кандидат педагогічних наук, професор, завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики

Шут М. І. доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАПН України, завідувач кафедри загальної та прикладної фізики

Математика, фізика, астрономія: науковий пошук студентів і магістрантів. Збірник матеріалів круглих столів (Київ, 26 листопада – 11 грудня 2018 р.). – Київ: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2018. – 170 с.

До Збірника увійшли матеріали круглих столів, проведених на фізико-математичному факультеті Національного педагогічного університету імені М.П.Драгоманова в період з 28 листопада по 11 грудня 2018 р.

У виданні представлено доповіді студентів і магістрантів, присвячені актуальним проблемам математики, фізики, астрономії, їх історії і методики навчання, а також перспективам розвитку фізико-математичних наук.

Збірник матеріалів адресований студентам і магістрантам математичних та фізичних спеціальностей закладів вищої освіти.

Зміст

Матеріали круглого столу <i>Сучасна математика та її застосування</i>	5
Матеріали круглого столу <i>Актуальні проблеми математичного аналізу, диференціальних рівнянь та методики їх навчання</i>	50
Матеріали круглого столу <i>Сучасні досягнення фізики – фундамент майбутнього</i>	64
Матеріали круглого столу <i>Астрономія у школі і виші</i>	75
Матеріали круглого столу <i>Сучасні питання фізико-математичної освіти і науки</i>	111
Матеріали круглого столу <i>Попередній захист магістерських робіт студентів за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика) – як одна із форм інноваційної підготовки фахівця</i>	165

Матеріали круглого столу
«Сучасна математика та її застосування»
(28 листопада 2018 р.)

Програма
засідання Круглого столу
«Сучасна математика та її застосування»
кафедри вищої математики

Модератор: проф. Працьовитий М.В.

Секретар: доц. Требенко О.О.

Дата проведення: 28 листопада 2018 р.

Початок роботи: 12³⁰

Аудиторія: 456

Вітальне слово (доктор фіз.-мат. наук, професор Працьовитий М.В.).

1. *Використання визначених інтегралів в прикладних задачах економічного змісту*
Баск Наталія Сергіївна, 6 МмзСО
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Процак Л.В.
2. *Простір числових послідовностей і математичні структури в ньому*
Березовська Дарія Вікторівна, 2 МФМСОмп 1,4
Науковий керівник: д. ф.-м. н., проф. Працьовитий М.В.
3. *Розвиток поняття вектор в курсі геометрії педагогічного університету*
Варцаба Вікторія Геннадіївна, 6 Ммз
Науковий керівник: к. пед. н., доц. Панченко Л.Л.
4. *Школа Піфагорейців*
Васьковська Ольга Олександрівна, 1 М
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко Д. Я.
5. *Використання системи Maple під час вивчення теми: «Застосування похідної до дослідження функцій»*
Верещак Ольга Миколаївна, 6 МмзСО
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Божонюк К.В.
6. *Застосування матриць у криптографії*
Власюк Вікторія Вікторівна, 2 Ммн(1,9)
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко О. О.
7. *Роль векторів у створенні комп'ютерних ігор*
Гук Вікторія Михайлівна, 1 МСО
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко Д. Я.
8. *Застосування систем лінійних рівнянь в економіці. Модель Леонтьєва*
Комар Тетяна Миколаївна, 6 Ммз
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Божонюк К.В.
9. *Методичні рекомендації щодо формування комбінаторно-статистичного мислення*
Коваленко Олена Тарасівна, 2 ммзСО
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Верпатова Н.Ю.
10. *Комплексні числа: історія виникнення та деякі сучасні застосування*
Лиха Каріна Олександрівна, 1 МСО
Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко Д. Я.

11.Аналіз структури екранних творів на основі математичних моделей

Люлька Олеся Сергіївна, 2 ммз

Науковий керівник: к. ф.-м. н., проф. Біленко В.І.

12.Методичні рекомендації щодо формування комбінаторно-статистичного мислення

Масюк Дарина Ігорівна, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Верпатова Н.Ю.

13.Графи та їхні застосування в соціальних мережах

Мороз Валентина Петрівна, 3 М

Науковий керівник: к. пед. н., доц. Панченко Л.Л.

14.Методика використання та впровадження комп'ютерних технологій на уроках математики

Москаленко Світлана Володимирівна, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Верпатова Н. Ю.

15.3D-побудова обличчя за допомогою ізо-геодезичних ліній

Піньковська Влада Олександрівна, 6 Мм

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Шаповалова Н. В.

16.Нестандартні і складні задачі з елементарної математики

Смілянець Ярослав Андрійович, 3 МСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Шаповалова Н. В.

17.Позакласна робота з математики як невід'ємна частина добре організованого навчання учнів

Соловій Надія Василівна, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Верпатова Н. Ю.

18.Методика навчання розв'язування комбінаторних задач

Стацюк Юлія Олександрівна, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Верпатова Н. Ю.

19.Ланцюгові A_2 -дроби

Тарасенко Сніжанна Олексіївна, 2 МФМмп 1,4

Науковий керівник: д. ф.-м. н., проф. Працьовитий М.В.

20.Задачі з економічним змістом у шкільному курсі математики

Терещук Наталія Вікторівна, 6 МмзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Процак Л.В.

21.Застосування алгебраїчних кривих в криптографії

Ткаченко Лілія Олександрівна, 2 Ммн(1,9)

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко О. О.

22.Властивості групи з A^p -підгрупою

Федорчук Юлія Сергіївна, 2 Ммн(1,9)

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Требенко О. О.

23. *Формування вмінь виконувати геометричні побудови в процесі навчання геометрії майбутнього вчителя математики*

Фурман Анна Анатоліївна, 6 Ммз

Науковий керівник: к. пед. н., доц. Панченко Л.Л.

24. *Розв'язування задач нелінійного програмування методом Франка-Вульфа*

Хугаєва Ольга Павлівна, 6 Ммз

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Божонок К.В.

25. *Дробова частина дійсного числа в задачах та застосуваннях*

Юрах Світлана Сергіївна, 2 МФМмп 1,4

Науковий керівник: д. ф.-м. н., проф. Працьовитий М.В.

Баск Наталія Сергіївна
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Процак Л.В.

ВИКОРИСТАННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ ЕКОНОМІЧНОГО ЗМІСТУ

Відповідно до програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів реалізація прикладної спрямованості навчання математики здійснюється за рахунок створення запасу математичних моделей реальних явищ та процесів, формування в учнів знань та вмінь їх для дослідження, а одним із найважливіших засобів забезпечення прикладної спрямованості навчання математики є встановлення міжпредметних зв'язків математики з іншими предметами, зокрема з економікою [1].

Згідно переліку навчальних програм, підручників та навчально-методичних посібників, рекомендованих Міністерством освіти і науки України для використання в основній і старшій школі закладів загальної середньої освіти з навчанням українською мовою, Лист МОН від 20.08.2018 № 1/9-5033 з рекомендованих підручників з математики таких авторів: Г.П. Бевз, В.Г. Бевз чи Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко або з алгебри авторів: Нелін Є.П., Долгова О.Є. учні 11-их класів вперше знайомляться з використанням інтегралів в прикладних задачах економічного змісту. А на уроках економіки, вони поглиблюють свої знання, використовуючи математичні розрахунки [1].

Математика нині відіграє важливу роль у природничо-наукових, технічних і гуманітарних дослідженнях. Сучасна економіка – наука про об'єктивні закономірності функціонування й розвитку суспільства – характеризується широким застосуванням математики. Дедалі зростає роль математики як фундаменту для підготовки спеціалістів фінансово-економічного профілю. Математичні методи й моделі є складовою методів і моделей економічної теорії. Їх використання, разом зі змістовним економічним аналізом, відкриває нові перспективи для економічної науки й практики. У моделюванні економічних процесів роль інтеграла розглядається не так часто, але, не зважаючи на це, використання інтегрального числення для моделювання та дослідження процесів, що відбуваються в економіці, надає багатий математичний апарат [2, С.5].

Проблематикою застосування інтегрального числення в економічних задачах займалися вчені давно, але в сучасному суспільстві, яке ґрунтується на товарно-економічних відносинах, це питання залишається і надалі актуальним.

Розглянемо конкретні випадки використання визначених інтегралів в прикладних задачах економічного змісту, а також наведемо приклади деяких задач:

- застосування в динамічних процесах (обсяг виробленої продукції з продуктивністю праці за інтервал часу; виробнича функція Кобба-Дугласа);
- застосування в задачах реалізації товарів (надлишок споживача, вигода виробника);
- обчислення середніх значень економічних функцій (середні значення змінних витрат, доходу і прибутку підприємства);
- обчислення зміни витрат, доходу і прибутку зі збільшенням реалізації виробленої продукції із заданою функцією граничних витрат, доходу і прибутку;
- визначення приросту капіталу за відомими інвестиціями за інтервал часу;
- оцінка ступеня нерівномірності розподілу доходів населення (коефіцієнт нерівномірного розподілу прибуткового податку);

- застосування у фінансових задачах (повна дисконтна сума прибутку за певний час).

Наведемо деякі приклади задач.

Задача 1. Продуктивність праці бригади робітників протягом зміни визначається функцією $f(t) = -2,5t^2 + 24,75t + 111,1$, де t – робочий час у годинах. Визначте обсяг продукції, виготовленої за 5 робочих годин.

Розв'язання. Обсяг випуску продукції протягом зміни є первісною від функції, що виражає продуктивність праці, тому обсяг продукції, виготовленої за 5 робочих годин:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^5 f(t)dt = \int_0^5 (-2,5t^2 + 24,75t + 111,1)dt = \\ &= \left(-\frac{2,53t^3}{3} + \frac{24,75t^2}{2} + 111,1t \right) \Big|_0^5 = -\frac{2,53 \cdot 125}{3} + \frac{24,75 \cdot 25}{2} + 111,1 \cdot 5 = \\ &= -\frac{316,25}{3} + \frac{618,75}{2} + 555,5 = 759(\text{од.}) \end{aligned}$$

Відповідь: обсяг продукції становить 759 одиниць [3, С. 123].

Задача 2. Функція маржинальних витрат фірми має вигляд $V'(x) = 23,5 - 0,01x$. Знайти зростання загальних витрат, коли виробництво зростає з 1 000 до 1 500 одиниць.

Розв'язання. За формулою $\int_a^b V'(x)dx = V(x) \Big|_a^b = V(b) - V(a)$ зростання загальних витрат

$$\begin{aligned} \text{буде: } \int_{1000}^{1500} V'(x)dx &= \int_{1000}^{1500} (23,5 - 0,01x)dx = \left[23,5x - 0,01 \frac{x^2}{2} \right]_{1000}^{1500} = \\ &= 23,5 \cdot 1500 - 0,005 \cdot (1500)^2 - [23,5 \cdot 1000 - 0,005 \cdot (1000)^2] = \\ &= 2350 \cdot 50 - 50 \cdot 125 = 50 \cdot (235 - 125) = 5500(\text{грн}) \end{aligned}$$

Відповідь: витрати зростуть на 5 500 гривень [4, С. 344].

Задача 3. За чистими інвестиціями, заданими функцією $I(t) = 7000\sqrt{t}$, визначити: а) приріст капіталу за три роки; б) термін часу (у роках), після якого приріст капіталу становитиме 50 000 грошових одиниць, якщо функція інвестицій залишиться незмінною.

Розв'язання.

а) Скористаємося формулою для обчислення ΔK , поклавши, що $t_1 = 0$ та $t_2 = 3$:

$$\begin{aligned} \Delta K &= K(t_2) - K(t_1) = \int_0^3 7000\sqrt{t}dt = 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3 = \\ &= 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3^3} = 24248,71(\text{грош.од.}) \end{aligned}$$

б) Позначимо шукану тривалість часу через T , тоді $\Delta K = \int_0^T I(t)dt$. Якщо функція

залишиться незмінною, то приріст капіталу за умовою задачі становить $\Delta K = 50000$. Тому підставляємо:

$$\begin{aligned} 50000 &= \int_0^T 7000\sqrt{t}dt \quad \int_0^T 7000\sqrt{t}dt = 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{3}{2}} \Big|_0^T = 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot T^{\frac{3}{2}} \\ 50000 &= 7000 \cdot \frac{2}{3} \cdot T^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$T^{\frac{3}{2}} = \frac{50000}{7000} \cdot \frac{3}{2} = 10,71$$

$$T = (10,71)^{\frac{2}{3}} = 4,86(\text{років}).$$

Відповідь: а) приріст капіталу за три роки становить 24 248,71 грошових одиниць; б) термін часу становить 4,86 років для того, щоб приріст капіталу становив 50 000 грошових одиниць [5, С. 438].

Задача 4. Знайти обсяг продукції, виробленої за чотири роки, якщо продуктивність праці характеризується формулою $f(t) = (1+t)e^{3t}$.

Розв'язання: використаємо формулу $Q = \int_0^T q(t)dt = \int_0^T (\alpha t + \beta)e^{\lambda t} dt$ - обсяг випущеної

продукції за T років. Підставляємо $Q = \int_0^4 (1+t)e^{3t} dt$, та використаємо метод інтегрування

частинами $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ та метод підстановки.

$$Q = \int_0^4 (1+t)e^{3t} dt = \left| \begin{array}{l} u = 1+t, \\ du = dt, \end{array} \quad v = \int e^{3t} dt = \left| \begin{array}{l} dv = e^{3t} dt \\ 3t = a \\ 3dt = da \\ dt = \frac{1}{3} da \\ = \int e^a \frac{1}{3} da = \frac{1}{3} e^a = \end{array} \right| \right| = \frac{1}{3} e^{3t} =$$

$$= (t+1) \frac{1}{3} e^{3t} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{3} e^{3t} dt = \frac{5}{3} e^{12} - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} e^{3t} \Big|_0^4 =$$

$$= \frac{1}{3} (5e^{12} - 1) - \frac{1}{9} (e^{12} - 1) = \frac{1}{9} (14e^{12} - 2) \approx 2,53 \cdot 10^5 (\text{ум.од.}).$$

Відповідь: обсяг продукції становить $2,53 \cdot 10^5$ умовних одиниць [5, С. 437].

Навівши приклади, навіть декількох, економічних задач, одразу можемо відмітити, що застосування математичного апарату (в нашому прикладі, інтегрального числення), значно спрощує можливість обчислень економічних показників та економить час розрахунків. Тому використання визначеного інтеграла на практиці в економічних задачах безумовно є доцільним та необхідним.

Список використаних джерел:

1. Математика. Навчальна програма для 10–11 кл. загальноосвітн.навч. закл. (рівень стандарту) – Сайт МОНУ. – Режим доступу до сайту: <http://www.mon.gov.ua>.
2. М.В. Грисенко Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.
3. Бевз Г.П. Математика: 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту/ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз – 2-ге вид. – К.: Генеза, 2012. – 320 с.: іл. – Бібліограф.: с. 294.
4. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів: 5-те вид. Навч. посіб. — К.: Центр учбової літератури, 2010. – 448 с.
5. Клепко В. Ю., Голець В. Л. Вища математика в прикладах і задачах: Навчальний посібник. 2-ге видання. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.

Васьковська Ольга Олександрівна
студентка 1-го курсу
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М. П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук
доцент Требенко Д. Я.

ШКОЛА ПІФАГОРІЙЦІВ

Школа Піфагора - це перша філософська школа, релігійно-філософське аристократичне братство. Її засновником є видатний філософ і математик Піфагор. Школа відрізнялася строгими звичаями і високою моральністю. Спосіб життя піфагорійців увійшов в історію: як розповідають легенди, учнів Школи завжди можна було впізнати за їх зовнішнім виглядом і благородною поведінкою. Проте і вигляд, і поведінка були лише наслідком поглядів філософів на людську душу і її безсмертя. Згідно з цими поглядами, душа людини проходить у своєму розвитку кілька етапів, зокрема ряд втілень на фізичному плані, сенс яких - придбання внутрішнього досвіду, очищення від спадщини ранніх етапів розвитку [1].

Значну увагу Піфагор і його учні приділяли розвитку математики, правда, не в сучасному її розумінні. Якщо в сучасних умовах математика — це наука, то для піфагорійців — це мистецтво. Числа розумілися як суть всього існуючого, їм надавався містичний зміст. Основу піфагорійської математики складає вчення про декади: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. Ці чотири числа описують всі процеси, що відбуваються у світі. Зокрема, декада відображає закони музичної гармонії: через неї виражаються основні музичні інтервали - октава (2:1), квінта (3:2), кварта (4:3). Але, незважаючи на особливе сприйняття математики, внесок піфагорійців у розвиток математики не піддається сумніву [2].

Справедливо стверджувати, що піфагорійці заклали основи теорії чисел і принципи арифметики. Інтерес, з яким Піфагор і його послідовники вивчали характер чисел та відносини між ними, привів їх до певної абсолютизації чисел, містики чисел. А той чи інший предмет виконує своє призначення лише тому, що кількість у ньому співвіднесена саме так, а не інакше. Якщо змінити числові показники, буде інший предмет. Виходило, що число є основа всього сущого. Піфагорійці відривали абстрактні поняття — числа — від людського мислення, вважаючи, що ідеї у формі чисел — справжня суть усіх пізнавальних навколишніх об'єктів [3].

Піфагорійцям належить вчення про музику сфер і про музичний звукоряд, що відображає гармонію Сонячної системи, де кожній планеті відповідає певна нота, а всі разом вони створюють інтервали музичної гамми. Ним належить і початок музичної психології: музика використовувалася як засіб виховання і зцілення душі та тіла [2].

Також піфагорійці вважали, що тільки математика може дати знання законів Космосу (1 — це точка, 2 — лінія, 3 — площа, 4 — тіло тощо). Знаходження числових закономірностей світу готувало народження суто ідеалістичної філософії. Таблицю множення, теорему Піфагора, тощо піфагорійці розглядали саме як доказ їхньої теорії світу.

У піфагорійській школі почали розвиватися астрономія та медицина. Таким чином, піфагорійців можна вважати зачинателями гуманітарних, природничих, точних і систематичних наук [1].

Список використаних джерел:

1. Піфагорійська школа. [Електронний ресурс]. – Режим доступу:
<http://moyaosvita.com.ua/pedagogika/pifagorijska-shkola-2/>

2. Школа_Піфагора.[Електронний ресурс]. Режим доступу:
https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0_%D0%9F%D1%96%D1%84%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B0
3. Основи філософських знань. Розділ перший. ОСНОВНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ ФІЛОСОФІЇ. ЗАРОДЖЕННЯ ТА РОЗВИТОК ФІЛОСОФСЬКИХ ВЧЕНЬ. Філософія Західної Європи. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://subject.com.ua/philosophy/osnovi/27.html>

Власюк Вікторія Вікторівна,
магістрантка II року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М. П. Драгоманова
Науковий керівник: канд. фіз.-мат. наук,
доцент Требенко О. О.

ЗАСТОСУВАННЯ МАТРИЦЬ У КРИПТОГРАФІЇ

Однією із вкрай важливих для сучасних автоматизованих систем є проблема забезпечення конфіденційності інформації, для розв'язання якої застосовують ті чи інші методи, методики або алгоритми. У багатьох випадках використовуються різноманітні криптографічні перетворення. Для шифрування можуть використовуватись і так звані аналітичні перетворення, серед яких поширені методи шифрування, які ґрунтуються на використанні матричної алгебри.

Якщо до нашого часу криптографія займалася виключно забезпеченням конфіденційності повідомлень (тобто шифруванням) — перетворенням повідомлень із зрозумілої форми в незрозумілу і зворотне відновлення на стороні одержувача, роблячи його неможливим для прочитання для того, хто перехопив або підслухав без секретного ключа, необхідного для дешифрування повідомлення, то в останні десятиліття сфера застосування криптографії розширилася і включає не лише таємну передачу повідомлень, але і методи перевірки цілісності повідомлень, ідентифікації відправника чи одержувача (аутентифікація), цифрові підписи, інтерактивні підтвердження та технології безпечного спілкування тощо.

В роботі розглянуто шифри: шифр Цезаря, шифр Плейфера, шифр чотирьох квадратів, шифр Гілла.

Шифр Цезаря — симетричний алгоритм шифрування підстановками. Використовувався римським імператором Юлієм Цезарем для приватного листування. Принцип дії полягає в тому, щоб циклічно зсунути алфавіт, а ключ — це кількість літер, на які робиться зсув.

Недоліки: Шифр Цезаря має замало ключів — на одиницю менше, ніж літер в абетці. Тому перебрати усі можливі ключі нескладно. Дешифрування з одним з ключів дасть нам вірний відкритий текст. Також зламати шифр Цезаря можна, як і звичайний підстановочний шифр, через те, що частота появи кожної літери в шифртексті збігається з частотою появи у відкритому тексті. Якщо припустити, що частота появи літер у відкритому тексті приблизно відповідає середньостатистичній відносній частоті появи літер в текстах мови, на якій написано повідомлення, тоді ключ знаходиться зіставленням перших декількох літер, що трапляються найчастіше у відкритому та зашифрованому текстах. Тобто за допомогою методу частотного криптоаналізу.

Шифр Плейфера - ручна симетрична техніка шифрування, в якій вперше використана заміна біграмм. Даний шифр використовує матрицю, що містить ключове слово або фразу. Щоб

скласти ключову матрицю, в першу чергу, потрібно заповнити порожні клітинки матриці буквами ключового слова (без повтору літер), потім заповнити решту елементів матриці символами алфавіту, що не зустрічаються в ключовому слові, по порядку. Ключове слово може бути записане у верхньому рядку матриці зліва направо.

Для того, щоб зашифрувати повідомлення, необхідно розбити його на біграми.

Два символи біграми відповідають кутам прямокутника в ключовій матриці.

Потім, керуючись наступними 4 правилами, зашифруємо пари символів вихідного тексту:

1. Якщо два символи біграми збігаються (або якщо залишився один символ), додаємо після першого символу «X», зашифруємо нову пару символів і продовжуємо.

2. Якщо символи біграми вихідного тексту зустрічаються в одному рядку, то ці символи перетворюються на символи, розташовані в найближчих стовпцях праворуч від відповідних символів. Якщо символ є останнім в рядку, то він перетворюється на перший символ цього ж рядка.

3. Якщо символи біграми вихідного тексту зустрічаються в одному стовпці, то вони перетворюються в символи того ж стовпчика, що знаходяться безпосередньо під ними. Якщо символ є нижнім в стовпці, то він замінюється на перший символ цього ж стовпчика.

4. Якщо символи біграми вихідного тексту знаходяться в різних стовпчиках і різних рядках, то вони замінюються на символи, що знаходяться в тих же рядках, але відповідні іншим кутам прямокутника.

Недоліки: Як і більшість шифрів формальної криптографії, шифр Плейфера також може бути легко зламаний, якщо є достатній обсяг тексту. Отримати ключ відносно просто, якщо відомі шифрований і звичайний текст.

Коли відомий тільки зашифрований текст, криптоаналітики аналізують відповідність між частотою появи біграмм в зашифрованому тексті і відомою частотою появи біграмм в мові, якою написано повідомлення.

Шифр чотирьох квадратів - метод ручного симметричного шифрування, який являє собою модифікований варіант шифру Плейфера.

Даний метод шифрує пари букв і належить до категорії шифрів, відомих як поліграфічні підстановочні шифри. Це додає міцності шифруванню в порівнянні з шифрами простої заміни, які діють на окремі символи.

Шифр чотирьох квадратів використовує 4 квадратних матриці, розмір яких залежить від кількості букв в алфавіті, наприклад, 5×5 в англійській мові, 6×6 в українській.

Дві з них заповнюються алфавітом в стандартному порядку. У дві таблиці, що залишилися, вміщуються ключові слова у верхньому рядку зліва направо. Потім записують підряд символи алфавіту, що залишились.

Для шифрування необхідно виконати наступні пункти:

1. Розділити повідомлення на біграми: *ма тр иц іу кр ип то гр аф йї*. 2. По черзі знайти їх в лівому верхньому і правому нижньому квадраті.

3. Для доповнення знайдених букв вибрати інші 2 букви з правого верхнього і лівого нижнього квадратів. При цьому всі чотири букви будуть перебувати в вершинах отриманого прямокутника. Отриману пару букв поміщають в шифр зліва направо.

4. Повторити для всіх пар літер, що містяться в повідомленні

Недоліки: Шифр чотирьох квадратів є більш сильним, ніж шифр Плейфера, але більш громіздким через використання двох ключів, і процес шифрування і дешифрування повідомлення може зайняти багато часу.

Шифр Гілла - поліграмний шифр підстановки, який ґрунтується на лінійній алгебрі і модульній арифметиці.

Кожній букві спершу зіставляється число. Для латинського алфавіту часто використовується найпростіша схема, але це не є істотною властивістю шифру.

Блок з n букв розглядається як n -мірний вектор і множиться на $n \times n$ матрицю за модулем 26. Вся матриця повністю є ключем шифру. Вона повинна бути оборотною в $\mathbb{Z}_{26}^n$, щоб можна було розшифрувати повідомлення.

Для того, щоб розшифрувати повідомлення, необхідно записати шифротекст у форматі вектора і помножити на обернену матрицю до ключа.

Недоліки: При роботі з двома символами, шифр Гілла не надає ніяких конкретних переваг перед шифром Плейфера, і навіть поступається йому за криптостійкістю і простоті обчислень на папері. Збільшення розмірності ключа шифр швидко призводить до громіздких розрахунків.

Біграмний шифр Гілла - поліграмний шифр підстановки, який ґрунтується на лінійній алгебрі і модульній арифметиці з використанням біграм.

Нехай ϵN - буквенний алфавіт і необхідно передавати біграми як елементи повідомлення. Потрібно поставити біграмі у відповідність деякий двовимірний вектор (x, y) з x і y , узятими за модулем N . Далі, кожен символ вихідного тексту замінюється відповідним кодом.

Недоліки: Такий шифр дозволяє спростити шифрування повідомлення у порівнянні із шрифтом Гілла, але процес шифрування та дешифрування займає досить багато часу. А також він вразливий до атаки по обраному відкритому тексту, тому що він повністю лінійний.

Висновки. З появою цифрових технологій криптографія потребує надійнішого механізму шифрування даних. Одним із таких механізмів є матричне числення, яке на даний час широко використовується у шифруванні даних (наприклад електронних підписів). Це зумовлює потребу у детальному вивченні властивостей подільності в різних кільцях матриць.

Список використаних джерел:

1. Математичні основи криптографії: конспект лекцій / укладачі: В. А. Фільштинський, А. В. Бережний. – Суми: Сумський державний університет, 2011. – 138 с.
2. Жельніков В. Криптографія від папіруса до комп'ютера — М.: АБФ, 1996. — 335 с.
3. Ємець В. Сучасна криптографія: Основні поняття / В. Ємець, А. Мельник, Р. Попович. – Львів: БаК, 2003. – 144 с.
4. Красиленко В.Г. Моделювання матричних алгоритмів криптографічного захисту / В.Г. Красиленко, Ю.А. Флавицька // Вісник НУ «Львівська політехніка». «Комп'ютерні системи та мережі». – 2009. – № 658. – С. 59-63.

Гук Вікторія Михайлівна
студентка 1 курсу ІМСО групи
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

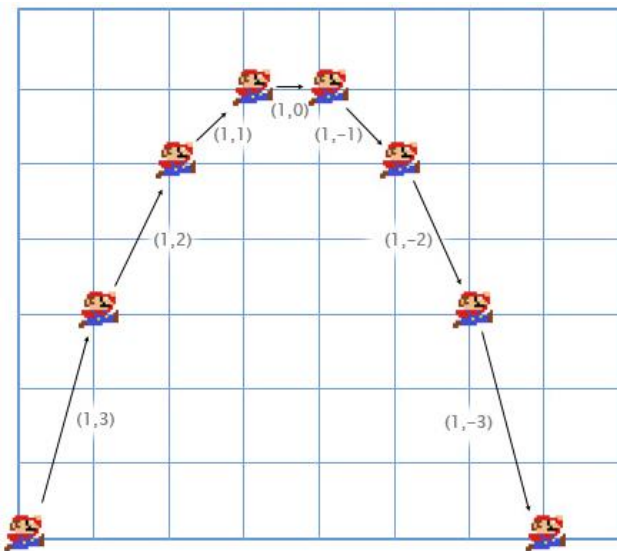
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Требенко Д.Я.

РОЛЬ ВЕКТОРІВ У СТВОРЕННІ КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР

Поняття вектора в математиці є досить важливим. Одним з напрямків лінійної алгебри є вивчення векторних (лінійних) просторів, елементами яких є вектори. Якщо у грі застосовується робота з камерою і її напрямком, швидкостями об'єктів, то обов'язково

доведеться мати справу з векторами. Чим краще розуміємо лінійну алгебру, тим більший контроль отримуємо над поведінкою векторів і, отже, над грою.

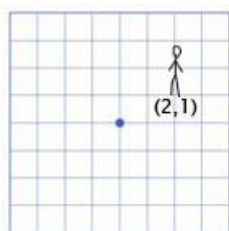
В іграх вектори використовуються для збереження місцеположення, напрямку і швидкості. Нижче наведено приклад двовірного вектора:



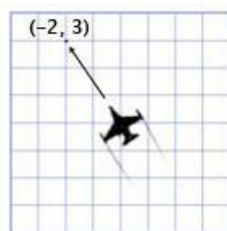
Вектор місцеположення («радіус-вектор») показує, що людина стоїть в двох метрах на схід і в одному метрі на північ від вихідної точки. Вектор швидкості показує, що за одиницю часу літак переміщується на три кілометри вгору і на два - вліво. Вектор напрямку говорить нам про те, що пістолет направлений вправо.

Як можна помітити, вектор сам по собі всього лише набір цифр, який знаходить той чи інший сенс в залежності від контексту.

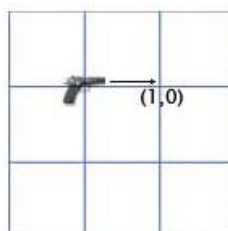
Наприклад, вектор $(1, 0)$ може бути як напрямком для зброї, як показано на зображенні, так і координатами місцеположення.



Місцеположення



Швидкість



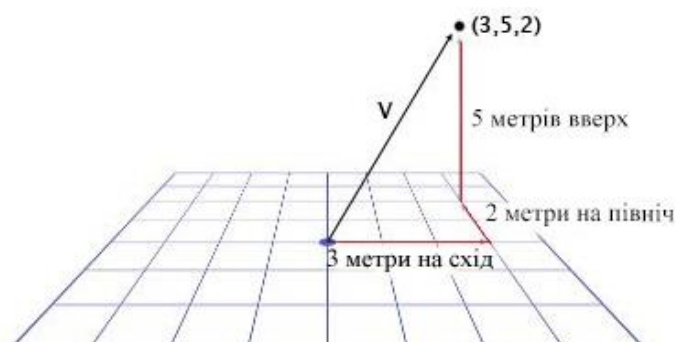
Напрямок

Або швидкістю равлика, який рухається вправо зі швидкістю в 1 мілью на годину.

Важливо відстежувати одиниці виміру. Припустимо у нас є вектор $V (3,5,2)$. Це мало що говорить нам. Три чого, п'ять чого? Перше число в цьому векторі – це напрямок на схід, друге – напрямок вгору, третє – напрямок на північ. Від'ємні числа позначають протилежні напрямки, тобто на захід, вниз, на південь. Місцезнаходження, яке визначається вектором $V (3,5,2)$, знаходиться в трьох метрах на схід, в п'яти метрах вгору і в двох метрах на північ, як показано на зображенні нижче.

Отже, ми вивчили основи роботи з векторами. Тепер дізнаємося, як вектора використовувати.

Звичною є дія додавання векторів. Найбільш часто додавання векторів в іграх застосовується для фізичного інтегрування. Будь-який фізичний об'єкт буде мати вектори місцеположення, швидкості і прискорення. Для кожного кадру (зазвичай це одна шістдесяті частина секунди), ми повинні інтегрувати два вектора: додати швидкість до місця розташування і прискорення до швидкості.



Давайте розглянемо приклад зі стрибками Маріо. Він починає з позиції $(0, 0)$. У момент початку стрибка його швидкість $(1, 3)$, він швидко рухається вгору і вправо. Його прискорення дорівнює $(0, -1)$, так як гравітація тягне його вниз. На зображенні показано, як виглядає його стрибок, розбитий на сім

кадрів.

Для першого кадру, ми додаємо швидкість Маріо (1, 3) до його розташування (0, 0) і отримуємо його нові координати (1, 3). Потім ми додаємо прискорення (0, -1) з його швидкістю (1, 3) і отримуємо нове значення швидкості Маріо (1, 2).

Робимо те ж саме для другого кадру. Додаємо швидкість (1, 2) до місця розташування (1, 3) і отримуємо координати (2, 5). Потім додаємо прискорення (0, -1) до його швидкості (1, 2) і отримуємо нову швидкість (1, 1).

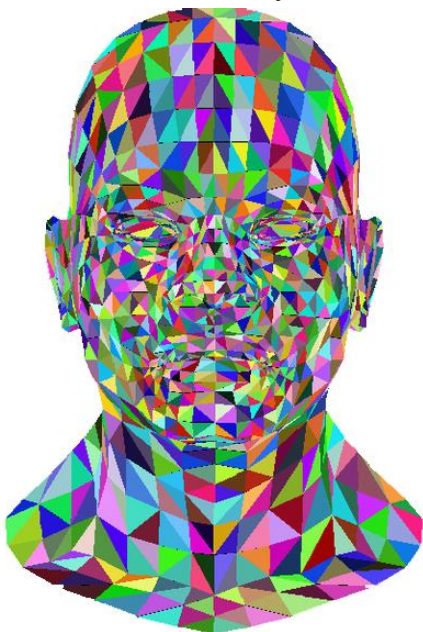
Зазвичай гравець контролює прискорення ігрового персонажа за допомогою клавіатури або геймпаду, а гра, в свою чергу, розраховує нові значення для швидкостей і розташування, використовуючи додавання векторів.

Коли ми маємо справу з напрямками (на відміну від місцеположення і швидкості), важливо, щоб вектор напрямку мав довжину, рівну одиниці. Це значною мірою спрощує життя. Наприклад, припустимо зняття розгорнуто в напрямку (1, 0) і вистрілює снаряд зі швидкістю 20 метрів в секунду. Який в даному випадку вектор швидкості для випущеного снаряда?

Оскільки вектор напрямку має довжину рівну одиниці, ми множимо напрямку на швидкість снаряда і отримуємо вектор швидкості (20, 0). Якщо ж вектор напрямку має відмінну від одиниці довжину, ми не зможемо зробити цього. Снаряд буде або занадто швидким, або занадто повільним.

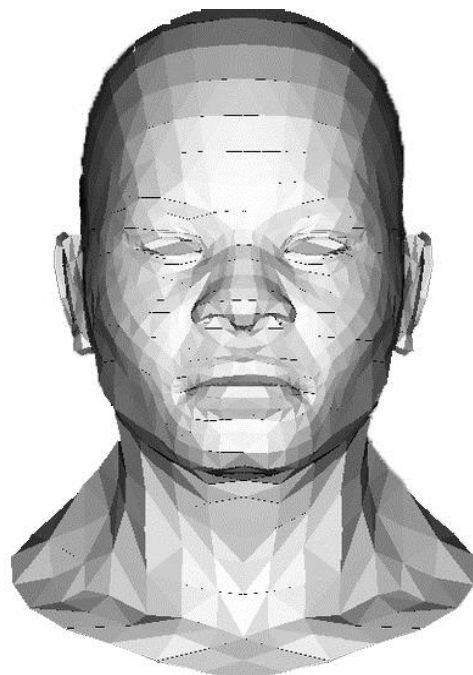
Вектор довжина, якого дорівнює одиниці, називається «нормалізованим». Щоб зробити вектор нормалізованим потрібно поділити кожен компонент вектора на його довжину.

Багато застосувань має скалярний добуток векторів. Одне з них – це моделювання зображень для комп'ютерних ігор. Давайте уявимо, що ми хочемо намалювати на екрані 3D-модель. Будь-яка 3D-модель складається з трикутників, і, в загальному, намалюємо купу трикутників будь-якими кольорами.



Не занадто привабливо, так? Давайте спробуємо зробити нормальні тіні. Потрібно дізнатися, яким кольором замалювати кожен трикутник.

Отже, для початку введемо вектор, який починається в центрі моделі, а закінчується там, де і буде джерело освітлення. А саме - вектор (0, 0, 1). Виходить, що вісь z спрямована на нас, а координати - щось на зразок відсотків, наприклад, точка (0, 0, 0.5) - це точка рівно посередині між центром моделі (яка, як ми вважаємо, знаходиться «позаду екрану») і екраном комп'ютера.



А тепер давайте проведемо з кожного трикутника перпендикулярний йому вектор (причому довжини 1) і скалярно перемножимо з вектором джерела освітлення. Це і буде коефіцієнт освітленості трикутника:

- якщо 0, то зовсім не освітлений, малюємо чорним;
- якщо 0.5, то освітлений наполовину, малюємо сірим 50%;
- якщо 1, то повністю освітлений, малюємо білим.

І модель оживає!

Отже, вектори – це невід’ємна частина будь-якої гри, тому якщо хтось мріє пов’язати своє життя з розробкою ігор, то йому необхідно детально ознайомитися з теорією векторних просторів.

Список використаних джерел:

1. David Rosen. Linear algebra for game developers. Part 1 [Електронний ресурс] / David Rosen. – 2009. – Режим доступу : <http://www.wolfire.com>
2. David Rosen. Linear algebra for game developers. Part 2 [Електронний ресурс] / David Rosen. – 2009. – Режим доступу : <http://www.wolfire.com>
3. Bradley Kjell. Vector Math for 3D Computer Graphics. [Електронний ресурс] / Bradley Kjell. – 2009. – Режим доступу : <http://chortle.ccsu.edu/index.html>

Коваленко Олена Тарасівна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Верпатова Н. Ю.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ФОРМУВАННЯ КОМБІНАТОРНОГО, ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

Навчати комбінаторики можна, залучаючи дітей до проведення численних дослідів, до предметної діяльності з кубиками, гральними костями, прапорцями, монетами, кулями, намистинами та іншими іграшками. Доцільно таку діяльність організовувати в ігровій формі. У ході гри учні утворюють різні послідовності, які задовольняють певні умови. Беручи активну участь у таких іграх, діти зможуть:

- зрозуміти деякий набір правил і визначити, чи задовольняє дана послідовність дану умову;
- розпізнати, чи є дана послідовність новою, чи повторює одну з попередніх;
- знаходити нові різні послідовності, які задовольняють умову;
- виявити у простих випадках усі варіанти;
- вчитися розуміти, чому не можна більше скласти нову послідовність.

Головною причиною для введення ймовірності так рано є фундаментальна відмінність цього розділу математики від інших її розділів. Коли відповідні ідеї надто довго залишаються прихованими, діти отримують вузьке та деформоване уявлення про всю математику, її могутність і можливості. Як відомо, теорія ймовірностей має справу з випадковими подіями. Важливо, щоб діти якомога раніше зрозуміли, що є події, які завжди відбуваються при проведенні досліду, є події, які ніколи не відбуваються в цьому досліді, а є такі, що можуть

відбутися, а можуть і не відбутися. Тобто, в ігровій ситуації доцільно починати вчити дітей розрізняти такі поняття, як «можливо так», або «безумовно так», «не обов'язково так», або «обов'язково не так». Так приходимо до поняття випадкової події.

Уже в початкових класах слід підвести дітей до розуміння таких понять, як «імовірніше», «менше ймовірно», «рівноможливо», тобто навчити дітей якісно оцінювати шанси настання випадкової події. Учнів доцільно навчати розуміти, що коли в ящику білих куль більше ніж чорних, то при витягуванні з поверненням білі кулі витягуватимуть частіше порівняно з чорними. Фактично тут йдеться про застосування класичної ймовірності. Але дійти до свідомого застосування формули класичної ймовірності молодші школярі зможуть після тривалого експериментування з гудзиками, кулями, монетами, намистинами, гральними костями тощо. Через деякий час учні початкової школи зможуть розв'язувати такі задачі, не виконуючи експеримент.

Подібними завданнями можна підвести учнів до висновку про те, що бажано мати засоби для отримання статистичних даних шляхом імітації фізичних дослідів, тобто мотивувати користування різними генераторами випадкових чисел, зокрема побудову та використання в основній і старшій школах таблиць випадкових чисел, або датчиком випадкових чисел в комп'ютері.

Задачі на формування таких понять, як «імовірніше», «менше ймовірно», «рівноможливо» сприяють формуванню ймовірнісної інтуїції учнів. Навіть без кількісного вимірювання ймовірності молодші учні з часом прийдуть до таких понять, як «майже неможливо», «майже вірогідно». Тим самим поступово формуватиметься свідоме ставлення до азартних ігор.

У молодших класах можна та доцільно розпочати формувати розуміння важливих статистичних ідей, а саме: ідеї оцінювання та ідеї перевірки статистичних гіпотез. Доцільно формувати розуміння того, що коли білі кулі під час витягування з поверненням трапляються значно частіше ніж чорні, то ймовірно, що їх більше. У цьому випадку природно гіпотезу про те, що білих і чорних куль у ящику однакова кількість, треба відкинути.

В основній школі має продовжуватися формування тих самих видів діяльності, які були започатковані у молодших класах, але на вищому рівні, це стосується і комбінаторики, і ймовірності, і статистики. інших способів перебору: «дерева» можливих варіантів, таблиць, сукупності точок і відрізків тощо.

Починаючи з 6 – 7-х класів слід перейти до обчислення ймовірності. Спочатку можна розглянути класичну схему, тобто досліди із скінченною кількістю рівноможливих наслідків. Доцільно формувати розуміння можливості за відомою ймовірністю події прогнозувати її поведінку у великій кількості дослідів, які мають бути проведеними. Слід застосовувати набуті уявлення, знання й уміння до оцінювання шансів у тій чи іншій грі, до прийняття рішення про участь у певній грі тощо

У 7 – 9-х класах основна увага приділяється розв'язуванню комбінаторних задач шляхом застосування правил множення та додавання. Тут недоцільно вводити поняття переміщень, перестановок, комбінацій, виводити відповідні формули. способів розбиття сукупності різних або однакових предметів на задану кількість груп тощо.

Отже, в основній школі доречно поступово ознайомлювати учнів з основними комбінаторними ідеями; вчити їх розрізняти ситуації, коли результати вибору змінюються при зміні порядку витягування елементів, а коли не змінюються; розрізняти випадки, коли вибір здійснюється з поверненням і без повернення; коли вибираються елементи з сукупності однакових або різних елементів.

В основній школі необхідно продовжити формування поняття випадкової події. Тут можна вже не поділяти події на достовірні, неможливі та випадкові, а пояснювати учням, що достовірні й неможливі події є окремими, граничними типами випадкових подій. Слід почати

формування поняття випадкового експерименту, поняття випадкової події як будь-якого наслідку випадкового експерименту. Доцільно, щоб учні розуміли, що не для будь-якої події можна говорити про ймовірність її настання, а тільки для події, пов'язаної з випадковими експериментами.

В старшій школі під час вивчення комбінаторики вводяться поняття розміщення, розміщення з повторенням, перестановки, перестановки з повторенням, комбінації. Якщо вивчення комбінаторики починається тільки в старшій школі, то доречно починати з перебору варіантів, розв'язування комбінаторних задач за допомогою комбінаторних правил множення та додавання. Вивчення головних комбінаторних схем у навчальній літературі проводиться або мовою множин, або мовою вибірок. Слід віддати перевагу другому підходу. По-перше, для учнів виявляється складним поняття впорядкованої множини. По-друге, мова вибірок дає змогу весь час спиратися на зміст конкретної задачі, що розглядається. Обґрунтування формул кількості розміщень може суттєво спиратися на правило множення. Головними під час вивчення комбінаторики мають бути не тотожні перетворення виразів або розв'язування рівнянь, що містять кількість розміщень, перестановок, комбінацій, а розв'язування текстових задач, застосування елементів комбінаторики до розв'язування ймовірнісних задач.

У навчальній літературі для школи зустрічаються три підходи до формування поняття ймовірності: статистичний, класичний, аксіоматичний.

В загальноосвітній школі, в гуманітарних класах, в класах технічного, природничого, економічного профілів доцільно будувати викладання матеріалу на статистичному означенні ймовірності. Цей підхід економніший за часом, доступніший для учнів порівняно з іншими, тому що значною мірою спирається на особистий досвід учнів, їх інтуїцію, здоровий глузд. Що стосується класів математичного профілю, то для них найприйнятніший, є так званий аксіоматичний підхід. Він відрізняється більшою, порівняно з іншими підходами, строгістю, дозволяє будувати найпростіші ймовірнісні моделі випадкових експериментів. При аксіоматичному означенні ймовірності можна розглядати і досліди з нерівноможливими наслідками.

Формуючи поняття ймовірності на статистичній основі, необхідно звернути увагу на явище статистичної стійкості, навести приклади виявлення статистичних закономірностей. Вводячи статистичне означення ймовірності, доцільно приділити увагу пропедевтиці понять вибірки, однорідності статистичного матеріалу, використанню цього означення для отримання практичних висновків.

Враховуючи те, що поняття випадкової величини є математичною моделлю багатьох реальних явищ і процесів, необхідно акцентувати увагу на вивченні випадкових величин, їх числових характеристик, їх граничної поведінки (закон великих чисел), дати уявлення про задачі математичної статистики. При цьому доцільно:

- разом з поняттям випадкової величини ввести (на описовому рівні) поняття вибірки; разом з поняттям закону розподілу – вибіркового розподілу; сформулювати розуміння змісту поняття математичного сподівання випадкової величини;
- сформулювати розуміння необхідності введення міри розсіювання випадкової величини;
- вивчати одночасно математичне сподівання та вибіркове середнє, дисперсію та вибіркиму дисперсію, розкривати їх зв'язок і відмінності.

Слід сформулювати в учнів розуміння змісту середніх показників. Уміння орієнтуватися в цих показниках допомагає людині приймати правильні рішення, адекватно сприймати інформацію, що надходить.

Вивчення елементів статистики у старшій школі не має дублювати те, що вивчалось в основній школі. За наявності часу, готовності учнів у класах з поглибленим вивченням математики можна ознайомити учнів з такими ідеями математичної статистики, як оцінювання

невідомих параметрів, перевірка статистичних гіпотез. Спираючись на нерівність Чебишова, можна розглянути ці задачі для біноміального розподілу.

Список використаних джерел:

1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С, Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Алгебра і початки аналізу, 10: Проб, підруч. для учнів загальноосвіт. навч. закл. технічного профілю. Тернопіль: Навчальна книга, 2003.
2. Бродський Я.С, Павлов О.Л. Про викладання елементів теорії ймовірностей у школі // Математика. № 23 — 24. 2000.

Комар Тетяна Миколаївна,
магістрантка 2-го року навчання
Спеціальності «Математика»

Науковий керівник:
к.ф.-м.н., доц. Боженок Катерина Валеріївна

ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ В ЕКОНОМІЦІ: МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА

Для сучасної економіки характерно використання різноманітних математичних методів. Серед таких методів виділяється застосування елементів лінійної алгебри, що значно спрощує розв'язання багатьох економічних задач. Найбільш широке поширення в економіці отримали системи лінійних рівнянь [1].

У даній роботі розглядається застосування систем лінійних алгебраїчних рівнянь для аналізу математичної моделі міжгалузевого балансу – моделі Леонтьєва.

Широкі можливості застосування кількісних методів дослідження при вивченні міжгалузевих зв'язків започатковується та тому, що в процесі суспільного виготовлення між галузями народного господарства складається певні кількісні пропорції і взаємозв'язки.

Принципова схема міжгалузевого балансу виробництва і розподілу продукції збудована на основі методу «витрати-випуск», історичне коріння якого можна спостерігати ще в XVIII-XIX ст. Наприклад, в «Економічній таблиці» Ф. Кене було представлено рух потоків продукції між християнами, земельними власниками і промисловцями. Елементи методу «витрати-випуск» є і в Маркса. Однак в сучасному вигляді модель «витрати-випуск» вперше запропонована В. Леонтьєвим в 1936 р.

Для прикладу розглянемо спрощену модель міжгалузевого балансу, пропонуючи, що економіка країни складається із трьох галузей (1 – промисловість, 2 – сільське господарство, 3 – транспорт).

Нехай технологія виробництва характеризується коефіцієнтами технології витрат:

$c_{11} = 0,1$; $c_{12} = 0,2$; $c_{13} = 0,2$; $c_{21} = 0,2$; $c_{22} = 0,2$; $c_{23} = 0,4$; $c_{31} = 0,3$; $c_{32} = 0,4$; $c_{33} = 0,1$.
При повному використанні промислових можливостей галузь 1 може виготовити 668,2; галузь 2 – 1197,47; галузь 3 – 1310,53 од. продукції. Який повинен бути попит на кінцеву продукцію цих галузей, щоб їх виробничі потужності використовуватися повністю?

$$y_1 = (1 - c_{11})x_1 - c_{12}x_2 - c_{13}x_3 = 0,9 \cdot 668,42 - 0,2 \cdot 1197,47 - 0,2 \cdot 1310,53 = 100,$$

$$y_2 = (1 - c_{22})x_1 - c_{21}x_1 - c_{23}x_3 = 0,8 \cdot 1197,47 - 0,2 \cdot 668,42 - 0,4 \cdot 1310,53 = 300,$$

$$y_3 = (1 - c_{33})x_1 - c_{31}x_1 - c_{33}x_3 = 0,9 \cdot 1310,53 - 0,3 \cdot 668,42 - 0,4 \cdot 1197,47 = 500.$$

Тепер розглянемо зворотну задачу.

Нехай в економіці, що складається із трьох галузей – 1, 2 і 3, технологія виробництва характеризується наступними коефіцієнтами технологічних витрат:

$c_{11} = 0,1; c_{12} = 0,2; c_{13} = 0,2; c_{21} = 0,2; c_{22} = 0,2; c_{23} = 0,4; c_{31} = 0,3; c_{32} = 0,4; c_{33} = 0,1$.
 Попит на кінцеву продукцію кожної галузі відповідно дорівнює $y_1 = 100, y_2 = 300, y_3 = 500$.
 Знайти випуски продукції кожної галузі, що задовольняють даному попиту.

Задача може бути розв'язана чисельно на ЕОМ з використанням мови програмування або одного з стандартних пакетів прикладних програм [2]. При великих порядках системи (в реальній ситуації кількість галузей істотно більше, ніж у нашому прикладі) більш правильно використовувати не прямі, а ітераційні методи розв'язування систем лінійних рівнянь [3].

Введемо наступні перепозначення $a_{11} = 1 - c_{11}, a_{12} = -c_{12}, a_{13} = -c_{13}, a_{21} = -c_{21}, a_{22} = 1 - c_{22}, a_{23} = -c_{23}, a_{31} = -c_{31}, a_{32} = -c_{32}, a_{33} = 1 - c_{33}, b_1 = y_1, b_2 = y_2, b_3 = y_3$. Тоді система матиме вигляд:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Якщо записати систему в наведеному вигляді, то отримаємо ітераційну формулу для знаходження вектора невідомих.

$$\begin{cases} x_1^{k+1} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^k - a_{13}x_3^k), \\ x_2^{k+1} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^k - a_{23}x_3^k), \\ x_3^{k+1} = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^k - a_{32}x_2^k). \end{cases}$$

Ця система може бути розв'язана методом простої ітерації, якщо виконується умова збіжності методу: $|a_{ii}| > \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$. В нашому прикладі

$$A = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & -0,2 \\ -0,2 & 0,8 & -0,4 \\ -0,3 & -0,4 & 0,9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 500 \end{pmatrix}$$

Умова збіжності виконується. В якості початкового наближення обираємо нульовий вектор $X^0 = (0; 0; 0)$. Ітераційний процес наближається аж до досягнення кожної із компонент вектора невідомих заданої точності: $|x_i^k - x_i^{k-1}| < \varepsilon$.

Приклад розв'язання задачі наведений на рис. 1.

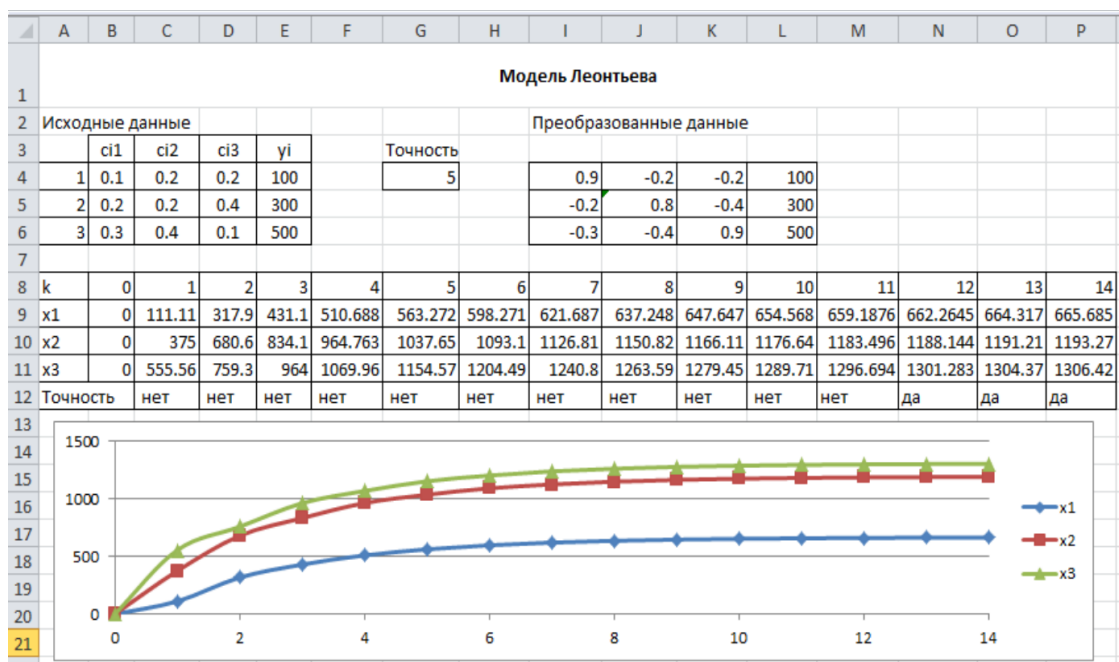


Рис. 1. Модель Леонтьева

Список використаних джерел:

1. Катаева Л.Ю. Численные методы решения прикладных задач / Л.Ю. Катаева Д.А. Масленников, и др. – Нижний Новгород, 2014. – 283 с.
2. Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. – М.: Физматлит, 1963. – 736 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 2003. – 512 с.

Лиха Карина Олександрівна

студентка 1 курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П.Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Требенко Д. Я.

КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА: ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ

Вважається, що уявлення про комплексні числа почало зароджуватися в 1545 році, коли італійський математик, інженер, філософ, медик і астролог Джироламо Кардано в своєму трактаті «Велике мистецтво» опублікував метод розв'язання кубічних рівнянь (в цьому ж трактаті, до речі, Кардано зізнався, що ідею йому передав Нікколо Тарталья (італійський математик) за 6 років до публікації цієї роботи. В роботі Кардан розв'язував рівняння виду: $x^3 + px + q = 0$.

Ще до XVI століття при обчисленні коренів квадратного рівняння за формулами математики стикалися з проблемою від'ємного кореня. Ніхто не міг пояснити, який сенс слід надавати кореню з від'ємного дійсного числа. Вирішили, що такий корінь не має сенсу.

При розв'язуванні кубічних рівнянь відмовлятися від кореня із від'ємного числа вже було неможливо. Корені рівняння $x^3 + px + q = 0$ можна обчислити за формулою

$$x = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{D}}, \text{ де } D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^3$$

дискримінант. У випадку, коли рівняння має 3 різні дійсні корені, дискримінант – від'ємний. І якщо не знати, що розуміється під квадратним коренем із від'ємного дійсного числа, то

формулою скористатись не можна. Наприклад, коренями рівняння $x^3 - x = 0$ є числа 0, 1, -1,

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{-\frac{1}{27}}} + \sqrt[3]{-\sqrt{-\frac{1}{27}}}$$

але за формулою отримуємо:

Виникає питання, як отримати корені 0, 1, -1. Щоб дати відповідь на це питання, потрібно було навчитись оперувати із уявними числами. І лише з публікаціями робіт Гауса з алгебри, де він доводив основну теорему алгебри, комплексні числа нарешті були визнані.

Уявні числа стали справжньою паличкою - виручалочкою для математиків, адже найскладніші задачі можна було розв'язати набагато простіше.

Сьогодні комплексні числа активно використовуються в геометрії. Відома задача Гауса про можливість побудови правильного n-кутника за допомогою циркуля і лінійки для різних натуральних n була розв'язана ним саме за допомогою комплексних чисел.

З часом комплексні числа стали застосовувати не лише в математиці. Як відомо, опис електромагнітних процесів в ланцюгах змінного струму зводиться до обчислення великої кількості інтегралів. В 1893 році геніальний електротехнік Карл Август Штейнмец виступив в Чикаго на Міжнародному електротехнічному конгресі з доповіддю «Комплексні числа та їх застосування в електротехніці», чим, фактично, знаменував початок практичного застосування

інженерами комплексного методу розрахунків електричних ланцюгів змінного струму. Вивчення вкрай спростилося і стало більш елегантним при застосуванні комплексних чисел.

Широке застосування знайшли комплексні числа в картографії, гідродинаміці, теоретичній фізиці. В XX столітті комплексні числа і комплексні функції успішно застосовувалися математиками та механіками Н.Е.Жуковим, С.А.Чаплигінін, М.В.Келдишем та іншими. Вітчизняні математики Г.В.Колосов і Н.І.Мухомішвілі вперше стали застосовувати комплексні функції в теорії пружності. Із застосуванням комплексних змінних в теоретичній фізиці пов'язані дослідження вітчизняних вчених Н.Н.Боголюбова і В.С.Владимирова.

Отже, у наш час комплексні числа знайшли широке значення у різних областях науки, вони значно спрощують розв'язування досить складних і громіздких задач.

Список використаних джерел:

1. Балк М.Б., Балк Г.Д., Полухин А.А. Реальные применения мнимых чисел. - К.: Рад. шк., 1988. – 255 с.
2. Голубев А.Н. Курс лекций. Ивановский государственный энергетический университет. Ч.1 - лекции 1-13. – 85с. (Лекция № 3 – Представление синусоидальных величин с помощью векторов и комплексных чисел).
3. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие. В 3 т. / Под ред. Г. С. Ландсберга: Т.2. Электричество и магнетизм. – 12-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 480 с.
4. Мацкевич И.Ю. Высшая математика: приложения в физике и электронике : учеб.-метод. пособие для учащихся специальностей 2-390202 «Проектирование и производство радиоэлектронных средств», 2-390231 «Техническая эксплуатация радиоэлектронных средств», 2-400202 «Электронные вычислительные средства», 2-410131 «Микроэлектроника». – Мн. : МГВРК, 2008. – 124 с.

Люлька Олеся Сергіївна

магістрантка 2-го року навчання

Спеціальності «Математика»

Науковий керівник:

кандидат фізико-математичних наук, професор

Біленко Валентин Іванович

АНАЛІЗ СТРУКТУРИ ЕКРАННИХ ТВОРІВ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Розглянемо основні причини «нелюбові» до багатосерійних екранних творів і обґрунтуємо на основі математичних моделей помилки, що спричиняють дискомфорт сприйняття.

Нехай d – довжина (тривалість) екранного твору (ЕТ), точка K – кульмінація. $K \in d$. За класичною структурою (комфортною для сприйняття) ця точка розбиває відрізок d на два відрізки a (більший) і b (менший) у такій пропорції: $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$ (1.1). Ця пропорція широко відома, як закон золотого перетину. Якщо d наперед задане і координата точки K – чітко визначена, так що не порушується пропорція, то такий серіал навіть при певному зростанні d , буде сприйматися комфортно.

Причина 1. Розглянемо випадок, коли $d > 100$ серій. За основною пропорцією (1.1) a прямопропорційне d . Проте за триактною моделлю a містить не більше 2 поворотних пунктів ($P_n, n = 2$).

Поворотний пункт – це точка зміни ходу подій або/і часткової зміни характеру героя. Поворотні пункти є аналогами кульмінації, проте по рівню напруження дії вони мають бути нижчими. Фактично це є певна зростаюча послідовність $P_1, P_2, \dots, P_n, A$, границя якої дорівнює кульмінації $\lim_{n \rightarrow l} P_n = A$, де $l > 3$.

При збільшенні a зростає n для підтримання інтриги ЕТ. Очевидно, що рівень драматургічного напруження кожного P_n , буде відрізнятися від попереднього несуттєво: $P_n - P_{n-1} = q$, де $q \rightarrow 0$. Таким чином маємо повільне наростання напруження з відтягнутою у часі розв'язкою. Це породжує у глядача дискомфорт сприйняття і є причиною «нелюбові» до серіалів.

Причина 2. Розглянемо випадок, коли d невизначене і зростає разом з показом серіалу. Як наслідок координата точки K теж невизначена. Така невизначеність ставить драматурга в умови нагромадження подій P , які випадають з логічного ряду, і фактично не є членами послідовності P_n . Тому втрачається цілісність твору.

Причина 3. Розглянемо відрізок b , що позначає розв'язку ЕТ. За нормальних умов $b \approx 1,5$ серії $\pm 0,5$. Цього достатньо щоб результат події K розв'язав основний конфлікт і низку мікроконфліктів P_n . Це не може відбуватися протягом 10-20 серій. Тому, коли $d > 100$ серій, а $b \approx 1,5$ серії $\pm 0,5$, порушується пропорція (1.1). І чим більше d , тим значніше це порушення. Тобто різко зростає дискомфорт сприйняття.

Однак слід зауважити, що існує ряд серіалів, де ці помилки враховані і виправлені. Як наслідок вони мають високі рейтинги і популярність у багатьох країнах світу. Це «Доктор Хаус», «Шерлок» тощо. Ці серіали є фракталами. Навіть найменша сцена будується за тими ж законами, що й увесь сценарій. Кожна серія побудована за пропорцією (1.1). Кожний сезон – це окремий загальний сюжет, що теж побудований за пропорцією (1.1). І нарешті сам серіал має свій сюжет, що розгортається від сезону до сезону і відповідає пропорції (1.1). Таким чином такі серіали, як і класичні ЕТ є фракталами. Оскільки це природні структури, то вони близькі і зрозумілі навіть на інтуїтивному рівні для людини, на відміну від штучних структур і моделей.

Список використаної літератури:

1. Stanisław Drożdżad, Paweł Oświęcimkaa, Andrzej Kuliga, Jarosław Kwapięna, Katarzyna Bazarnikb, Iwona Grabska-Gradzińskac, Jan Rybickib, Marek Stanuszekd, Quantifying origin and character of long-range correlations in narrative texts. Institute of Nuclear Physics Polish Academy of Sciences, Information Sciences, Volume 331, 20 February 2016, Pages 32-44, Електр.видання: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025515007513?via%3Dihub>
2. Працьовитий М.В., Торбін Г.М. Фрактальна геометрія та перетворення, що зберігають розмірність Хаусдорфа–Безиковича // Динамічні системи: Пр. Укр. мат. конгр. – 2001. – К.: Ін-т математики НАН України, 2003. – С. 77-93.

Мороз Валентина Петрівна,
студентка 3 курсу
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент Панченко Л.Л.

ТЕОРІЯ ГРАФІВ І СОЦІАЛЬНІ МЕРЕЖІ

Останнім часом дослідження соціальних мереж набуло великої популярності. В публічному доступі з'явилися персональні дані людей (факти біографії, відео-, фото-, аудіо-матеріали, маршрути подорожей, коментарі та інші дані.) та зв'язки між ними. Таким чином, соціальні мережі є унікальним джерелом особистих даних та інтересів реальних людей.

Будь-яку соціальну мережу можна математично представити у вигляді графа $G = (V, E)$, де V – множина вершин графа; E – множина ребер графа; $|V| = N$ – кількість вершин в графі.

Граф може бути заданий декількома способами:

- геометричним способом – в цьому випадку вершини зображуються точками, а зв'язок між ними лініями;
- за допомогою уявлень теорії множин – граф описується перерахуванням математичних множин вершин і дуг;
- задання графів відповідністю – в цьому випадку граф описується перерахуванням множин вершин X і якоїсь відповідності, яка показує, як між собою пов'язані вершини;
- матричне подання графів – граф задається за допомогою матриць суміжності або матриць інцидентності.

Зазначені способи задання графів дозволяють описати, виявити топологію і властивості будь-яких мереж: від всесвітньої, де вершинами виступають веб-сторінки, а ребрами гіперпосилання (URL), до мережі зв'язків людини. Наприклад, дослідження показали, що тим і іншим, тобто мережам великого і маленького розміру, притаманна така властивість так званої моделі малих світів, як порівняно невелика середня довжина шляху між двома будь-якими вершинами в графі (відстань між вершинами визначається як кількість ребер в найкоротшому маршруті, що з'єднує їх). Так, середня довжина маршруту в 50-мільйонному зразку всесвітньої мережі склала 16, а серед населення США - всього 6, тобто типова відстань між американцями становить «6 рукоштовань».

Теорія шести рукоштовань — теорія, згідно з якою будь-які дві людини на Землі розділені в середньому лише п'ятьма рівнями спільних знайомих (і, відповідно, шістьма рівнями зв'язків).

В основі соціальних мереж лежить поняття соціального графа. Це термін на стику дискретної математики і соціології. **Соціальний граф** являє собою множину вершин, що представляють учасників мережі і різні види соціальних зв'язків між ними. Можливі два види зв'язків: «явні», такі як друзі або колеги, і «неявні», наприклад, такі як фанати одного футбольного клубу. Всі користувачі з їх історією листування, фотографіями, відео і персональними даними зберігаються в базах даних розподілених серверних кластерів.

За допомогою соціальних графів вирішують такі завдання, як: ідентифікація користувачів; соціальний пошук; генерація рекомендацій по вибору «друзів», медіа-контенту, новин; виявлення «реальних» зв'язків або збір відкритої інформації для моделювання графа.

Обробка даних соціальних графів пов'язана з низкою проблем, як наприклад відмінності соціальних мереж, закритість соціальних даних.

Ідентифікація користувачів. Виявлення профілів, що належать одній людині, в декількох соціальних мережах. Вирішення цього завдання дозволяє отримати більш повний соціальний граф, що може бути корисно в багатьох задачах, таких як:

- соціальний пошук: пошук соціальних об'єктів (користувачів, їх даних, їх записів і т.д.), заснований на аналізі набору зв'язків, в яких знаходяться шукані об'єкти;
- генерація рекомендацій: важливим завданням є пошук точних алгоритмів генерації рекомендацій і пропозицій користувачам, який так само використовується при створенні графа інтересів на основі соціального графа.

Граф інтересів - це онлайн представлення інтересів конкретної людини, отримане на основі його активності в соціальних мережах.

Вершинами в такому графі можуть бути захоплення людини, її інтереси, або профіль людини в соціальній мережі, при цьому ребра такого графа відображають взаємини між вершинами графа. За допомогою графа інтересів можна зрозуміти, що людина хоче зробити, купити, куди хоче піти, з ким може зустрітися, за чією активністю їй цікаво відслідковувати, а також сказати з певною ймовірністю про його ставлення до події або відношення до організації.

У графі інтересів можуть існувати різні типи зв'язків, які дозволяють користувачу виходити за рамки звичайних соціальних мереж. Наприклад, людині потрібно знайти відповідь на потрібну їй тему, яку не може дати жоден зі старих друзів і знайомих. У цьому випадку вибудовується ланцюжок з трьох типів зв'язків:

- людина-людина (користувачі в соціальній мережі можуть взаємодіяти безпосередньо);
- людина-інтерес (те, з чим користувач взаємодіє в соціальній мережі);
- інтерес-інтерес (схожі інтереси можуть бути взаємопов'язаними).

Для певних цілей, наприклад, при побудові мережі розповсюдження контенту, може використовуватися орієнтований граф інтересів, в якому наявність ребра з вершини **A** в вершину **B** означає, що **A** зацікавлений в отриманні вмісту з **B**.

У поєднанні з соціальним графом, граф інтересів може бути застосований для встановлення зв'язків між користувачами в соціальних мережах або в реальному світі. У таких мережах користувачі можуть вказувати і ділитися своїми захопленнями, але при цьому їм не обов'язково знати один одного. Граф інтересів так само може бути застосований в маркетингу, в цілях аналізу аудиторії проекту і подальших продажів на основі цієї інформації, для аналізу тональності тексту і для персоналізованої реклами, заснованої на інтересах користувача.

Парадокс дружи — феномен, який полягає в тому, що, як правило, у більшості людей друзів менше, ніж у середньому в їхніх друзів.

Список використаних джерел:

1. Сутурин Г.С. Формування спільнот на основі граф-інтересів. — Красноярськ : Сучасні дослідження соціальних проблем, 2013. — № 1(13). — с. 215.
2. В.М. Сазанів. Соціальні мережі як нова суспільна сфера. Системний аналіз та прогноз. — М. : Лабораторія СВМ, 2010. — с. 180.
3. С. Бартуков, А. Коршунов. Ідентифікація користувачів соціальних мереж в Інтернет на основі соціальних зв'язків. — Інститут системного програмування Російської академії наук, 2012.

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ТА ВПРОВАДЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Математика – дивовижна вчителька в мистецтві спрямовувати думки, наводити порядок там, де вони не впорядковані, викорчовувати безглуздя і наводити ясність.

Математика – область людського знання, що вивчає математичні моделі, які відображають об'єктивні властивості і зв'язки. Це – мова науки, що дала людству зручні способи опису найрізноманітніших явищ реального світу. Державні потреби в достатньому рівні математичної підготовки в загальноосвітній школі та соціокультурні пріоритети шкільної математичної освіти, зазвичай, задекларовано в цілях навчання математики.

Забезпечити здобуття підростаючим поколінням математичної освіти – завдання складне й водночас дуже відповідальне. Вивчення математики – нелегка праця, але під час її вивчення виховується розсудливість, гнучкість розуму, логічність думки і здатність прогнозувати певні ситуації наперед, що особливо потрібно кожній людині у сучасних умовах.

Математика – це один з тих предметів, в якому використання ІКТ може активізувати всі види навчальної діяльності: вивчення нового матеріалу, підготовка і перевірка домашнього завдання, самостійна робота, перевірочні і контрольні роботи, позакласна робота, творча робота та ін.

Активна взаємодія школярів із засобами ІКТ розвиває у них навички учбово-дослідницької діяльності і дозволяє досягти кращих результатів у вивченні предмету.

Застосування комп'ютера підвищує інтелектуальний рівень викладання та полегшує вирішення практичних задач. Він може бути використаний як інформаційна система, яка допомагає вирішувати технологічні, конструкторські, економічні питання, представляючи матеріал в більш наочному, доступному для сприйняття вигляді. Служить джерелом інформації для розробки творчих проєктів, а також оперативного контролю за засвоєнням учнями знань і умінь, забезпечуючи диференційований підхід до навчання школярів, які мають різний рівень готовності сприйняття матеріалу.

Вищеназвані переваги дозволяють ефективно вирішити проблему мотивації учнів, так як уроки з використанням барвистих ілюстрацій і різних мультимедійних об'єктів (звук, відео) і т.д. привернуть увагу навіть самого байдужого учня.

Учитель повинен володіти основами комп'ютерної грамотності, мати уявлення про найбільш поширену в даний час *операційну систему Windows*.

Педагог повинен вміти працювати в офісних додатках, зокрема, *текстовому редакторі Word*, який являє собою програму обробки тексту. З її допомогою можна створювати різні документи – таблиці, схеми, ілюстрації, карти інструкцій, календарі, розробляти власні Web-сторінки. Вчителі можуть підготувати роздатковий матеріал для уроків, тексти контрольних робіт, тести, допомогти оформити школярам пояснювальні записки до творчих проєктів, реферати.

Офісний додаток Excel – це найбільш проста і широко розповсюджена комп'ютерна програма для обробки числових даних. Вона дозволяє автоматизувати всі процеси, створювати діаграми. За допомогою електронних таблиць можна знайти, наприклад, собівартість виробу або послуги, розрахувати енергетичну цінність денного раціону харчування, створити просту базу даних. Дана програма дозволяє не тільки автоматизувати всі розрахунки, а й представити

їх графічну інтерпретацію. Крім того, можливості Excel можна використовувати для побудови діаграм, які наочно представляють числову інформацію.

Графічний редактор Paint являє собою стандартну комп'ютерну програму, призначену для створення і редагування зображень, і є одним з інструментів комп'ютерного моделювання. Доцільно використовувати на уроках геометрії при побудові геометричних фігур.

Сьогодні в школі велика увага приділяється проектній діяльності учнів. При оцінці проекту важливу роль відіграє рівень його захисту, в тому числі, вміння використовувати наочний матеріал. Найбільш повно і цікаво проілюструвати зміст проекту дозволяють комп'ютерні презентації (слайд-фільми). Вони призначені спеціально для супроводу повідомлення показом відеоматеріалів на великому екрані або на моніторі комп'ютера. Такі презентації учні можуть створювати за допомогою програми **PowerPoint**. Перш ніж приступити до створення презентації, учні під керівництвом учителя продумують її зміст і структуру. Тут на допомогу може прийти **мережа Інтернет**, цифрова техніка (сканер, фотоапарат). Для вчителя цю програму найдоцільніше використовувати на етапі пояснення нового матеріалу. Комп'ютерна презентація викликає у дітей інтерес до уроку. Мотивація учбової діяльності зростає в декілька разів. Презентація звільняє учителя від традиційного використання дошки. Етапи уроку, основні тези і весь необхідний ілюстративний матеріал чітко і наочно виконані на слайдах сприяють концентрації уваги учнів і активізації їх діяльності.

У програмах контролю закладено систему оцінювання знань, умінь і навичок з окремих тем. У таких програмах використовуються:

- запитання, які потребують відтворення матеріалу;
- запитання спрямовані на перевірку навичок і вмінь;
- проблемні запитання, що потребують застосування набутих знань, навичок і вмінь у нестандартних ситуаціях.

Комп'ютерні технології дозволяють вчителю урізноманітнити матеріал на всіх етапах уроку, підвищити мотивацію учнів, їх зацікавленість, сприяти більш міцному засвоєнню знань. Застосування комп'ютера на уроках математики дає можливість скоротити час на вивчення матеріалу за рахунок наочності і швидкості виконання роботи, перевірити знання учнів в інтерактивному режимі, що підвищує ефективність навчання, допомагає реалізувати весь потенціал особистості.

«Предмет математики настільки серйозний, – писав французький філософ, математик Блез Паскаль, – що не варто втрачати нагоди зробити його трохи цікавішим».

Учіння має довготривалий характер, і від його якості, як діяльності, залежить передусім результат навчання і виховання. Кожному вчителю приємно, коли діти люблять його предмет, ходять на уроки із задоволенням, бажають вчитися. Лише інтерес і дивування змушують учнів задумуватись над тим чи іншим питанням. Розуміння приходить тоді, коли разом з розумом працюють почуття, породжуючи творчу активність.

Професійна культура вчителя математики передбачає працьовитість і допитливість, творчий підхід до справи, підвищення рівня своєї професійної майстерності. І перед учителем стоїть завдання: оновлювати, удосконалювати зміст своєї діяльності.

Не секрет, що математика завжди вважалася і вважається одним із найскладніших навчальних предметів. А тому, щоб успішно навчити учнів, кожен учитель повинен добре знати свій предмет, він має знати не тільки те, чого навчати учнів, а й як навчати: знати сучасні методи формування математичних понять, володіти сучасними педагогічними технологіями і методами викладання математики.

Загальновідомо: набагато важливіше навчити, ніж просто розповісти, хоча останній метод простіший, доступніший і, безумовно, швидший. Процес навчання не автоматичне вкладання навчального матеріалу в голову учня. Він потребує напруженої розумової роботи

дитини і її власної участі в цьому процесі. Пояснення й демонстрація, самі по собі, ніколи не дадуть стійких знань.

Ще і сьогодні провідне місце у викладанні предмета займають традиційні засоби – дошка, крейда, підручник та зошит. Та завдяки використанню ІКТ навчальне середовище можна доповнити відео, звуком, анімацією. Усе це здійснює значний вплив на емоційну сферу школяра, сприяючи підвищенню пізнавальної активності, інтересу до предмета та навчання взагалі, активізації навчальної діяльності учнів.

Вже давно доведено, що кожен учень по-різному освоює нові знання. Раніше вчителям важко було знайти індивідуальний підхід до кожного учня. Тепер, з використанням комп'ютерних мереж і онлайн-засобів, школи отримали можливість подавати нову інформацію таким чином, щоб задовольнити індивідуальні запити кожного учня.

Необхідно навчити кожну дитину за короткий проміжок часу освоювати, перетворювати і використовувати в практичній діяльності величезні масиви інформації. Дуже важливо організувати процес навчання так, щоб дитина активно, з цікавістю і захопленням працювала на уроці, бачила плоди своєї праці і могла їх оцінити.

Список використаних джерел:

1.Рамський Ю. С. Методична система формування інформаційної культури майбутніх вчителів математики : автореф. дис. д-ра пед. наук : 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. К., 2013. 56 с.

2.Морзе Н. В. Система методичної підготовки майбутніх вчителів інформатики в педагогічних університетах: дис. д-ра пед. наук: 13.00.02 / Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. К., 2003. 605 с.

3.Петухова Л. Є. Інформатична компетентність майбутнього фахівця як педагогічна проблема // Комп'ютер у школі та сім'ї, 2008. № 1. С. 3-5.

Піньковська Влада Олександрівна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М. П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Шаповалова Н. В.

3D ПОБУДОВА ОБЛИЧЧЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ІЗО-ГЕОДЕЗИЧНИХ ЛІНІЙ

Загальновідомим фактом ще з шкільного курсу геометрії є те, що прями на площині є одним з основних понять у геометрії на площині. Якщо ж розглядати поверхню, тут вже знадобиться більш серйозне та більш універсальне поняття. На кривій поверхні слід розглядати геодезичні лінії.

Дослідження в таких сферах, як розпізнавання обличчя, аналіз виразу обличчя, емоційні обчислення та інші пов'язані з цим сфери, тепер все більше фокусуються на 3D моделях як на джерелі інформації. Звісно, тут є й свої переваги, оскільки представлення об'єкта у 2D значно погіршує його дослідження [1; 2]. Саме представлення в такому виді показує всі характерні особливості обличчя, навіть дуже детально.

На сьогоднішній день, багато дослідників застосували різні підходи для представлення та використання маски для обличчя щоб проаналізувати обличчя та різні вирази обличчя; наприклад, morphable models [3; 4], vertex flow models [5], elastically deformable models [6], harmonic mapping approach [7; 8], graph matching approach [9].

Розглядаючи людське обличчя, можна помітити, що воно є опуклою структурою та має цікаві характеристики, що визначаються точками, розташованими в межах увігнутих фігур. Ці точки, що нас цікавлять: кутки губ, крила носа, внутрішні та зовнішні кутки очей; вони займають відносно невелику частину людського обличчя.

В загальному, будь-яка точка на обличчі позначається таким чином: $(x, I(x))$. Одна пара ключових точок $(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$ на поверхні обличчя I визначається однією кривою обличчя, яка відповідає кривій певної частини $(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$ на поверхні обличчя I перетинає площину Π ортогональну до площини XU і проходить через дві основні точки $(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$ (рис. 1)

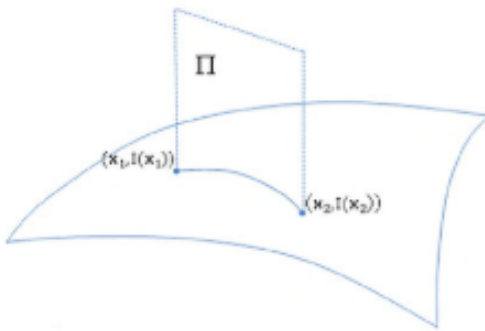


Рис. 1

$(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$ на поверхні обличчя I перетинає площину Π ортогональну до площини XU і проходить через дві основні точки $(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$

В неперервній області крива обличчя визначатиметься парою $(x_1, I(x_1))$ і $(x_2, I(x_2))$ та може бути представлена (дано $T = \|x_1 - x_2\|$) як параметрична крива $C_{x_1, x_2}^I(t): [0, T] \rightarrow R^3$, яку можна визначити наступним чином

$$C_{x_1, x_2}^I(t) = (x(t), I(x(t))), \text{ де } x(t) = \left(1 - \frac{t}{T}\right)x_1 + \frac{t}{T}x_2 \quad t \in [0, T]$$

На дискретній ділянці, параметр t набуває значень $t_0, \dots, t_n$ і $t_0 = 0$ і $t_n = T$. Оскільки значення поверхні обличчя фактично доступні лише на дискретній сітці та значення $x(t_i)$ не обов'язково вписуються в ці точки сітки, значення $I(x(t))$ оцінюється за допомогою білінійної інтерполяційної схеми.

Наприклад, фігура (рис. 2) показує три криві обличчя, виведені з глибини зображення особи. Можна спостерігати на рис.3 фіксує форму обличчя по шляху, що свідчить про виступ носа.



Рис. 2 Зображення 3D моделі обличчя з основними геодезичними лініями, позначеними різними кольорами.

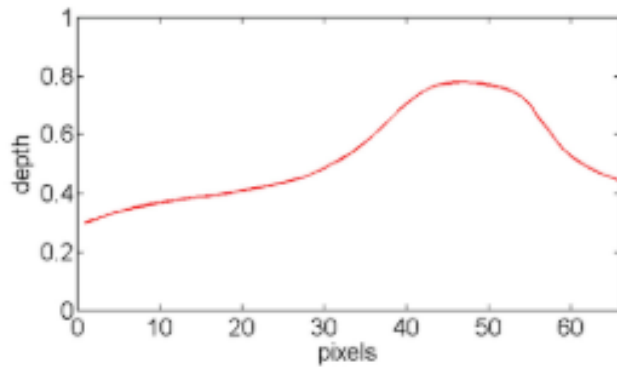


Рис 3. 2D зображення кривої обличчя між лівим внутрішнім кутиком ока і правою щогою.

Порівняння схожості двох представлень обличчя здійснюється шляхом співставлення їх відповідних кривих обличчя. Якщо дано криву обличчя $C_1(t), t \in [0, T]$ визначають за ключовою парою (x_1, x_2) скану обличчя I_1 і кривою обличчя $C_2(t), t \in [0, T]$, яка визначена точками (x_3, x_4) скану обличчя I_2 , беручи до уваги точки (x_1, x_2) з (x_3, x_4) , відстань між двома кривими обличчя вимірюється таким чином:

$$D(C_1(t), C_2(t)) = \int_0^{\min(\gamma_1, \gamma_2)} |C_1(t) - C_2(t)| dt$$

При чому, $|C_1(t) - C_2(t)|$ - абсолютна відстань між впадинами кривих.

З теоретичної точки зору, геодезична відстань дає можливість створення точної копії обличчя з притаманними для певного обличчя рисами.

Список використаних джерел:

1. Zhao W., Chellappa R., Phillips P. J., Rosenfeld A. Face Recognition: A Literature Survey // ACM Computing Surveys. – 2003. – Vol. 35 (4). – P. 399-458.
2. Phillips P. J. et al. Overview of the Face Recognition Grand Challenge // Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2005. – Vol. 1 (1). – P. 947-954. – URL: <https://www.computer.org/csdl/proceedings/cvpr/2005/2372/01/01467368-abs.html>
3. Blanz V., Vetter T. A morphable model for the synthesis of 3D faces // SIGGRAPH'99 Conference Proceedings. – 1999. – P.187-194. – URL: <http://gravis.dmi.unibas.ch/publications/Sigg99/morphmod2.pdf>
4. Blanz V., Scherbaum K., Seibel H. // Fitting a morphable model to 3D scans of faces // 2007 IEEE 11th International Conference on Computer Vision, Rio de Janeiro. – 2007. – P. 1-7. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4409029/metrics>
5. Sun Y., Chen X., Rosato M., Yin L. Tracking vertex flow and model adaptation for 3D spatio-temporal face analysis // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans – Special issue on recent advances in biometrics. – 2010. – Vol. 40 (3). – P. 461-474.
6. Mpipieris I., Malassiotis S., Stintzis M. Bilinear Models for 3D Face and Facial Expression Recognition // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. – 2008. – Vol. 3 (3). – P. 498-511. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4539275>
7. Wang S., Wang Y., Gu X., Samaras D. 3D surface matching and recognition using conformal geometry // 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'06). – 2006. – P. 2453-2460. – URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.124.5204&rep=rep1&type=pdf>

8. Wang Y. et al. High resolution tracking of non-rigid motion of densely sampled 3D data harmonic maps // International Journal of Computer Vision. – 2008. – Vol. 76 (3). – P. 283-300.
9. Zeng Y. et al. Dense Non-rigid Surface Registration Using High-Order Graph Matching // 2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2010. – P. 382-389. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5540189>

Смілянець Ярослав Андрійович

студент 3-го курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М. П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Шаповалова Н. В

НЕСТАНДАРТНІ І СКЛАДНІ ЗАДАЧІ З ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

На сьогоднішній день надзвичайно актуальною проблемою викладання математики в школі став пошук способів впливу на дітей, що не суперечить новим нормам, з метою кращого засвоєння матеріалу. З кожним днем всі намагаються максимально спростити матеріал для кращого засвоєння. Але побічним ефектом таких дій стало зниження рівня логічного мислення в більшості школярів. Ще відносно недавно, перед вчителем стояла мета: навчити учня на високому рівні, зараз же більшість вчителів орієнтуються скоріш на ознайомлення ніж на досконале засвоєння матеріалу. Якщо дитина розуміє і без проблем виконує завдання 2-го рівня (рівня Б) можна вважати що вона непогано засвоїла матеріал. Коли більшість учнів може впоратися з 3-м рівнем а частина навіть з 4-м, значна частина вчителів пишається собою. З одного боку, є привід пишатися, але з іншого, ще не так давно орієнтиром були задачі підвищеного рівня складності. Зазвичай, щоб розв'язати таку задачу потрібно добре орієнтуватися в матеріалі, який вона охоплює, та мати добре логічне мислення, щоб змогти віднайти спосіб її розв'язання.

Такі задачі, як правило, не є алгоритмічними, часто вони описують певну ситуацію, частково зв'язану з реальністю. Трапляються задачі, які мають значне логічне навантаження і елементарні дії для розв'язання. Розглянемо деякі з них:

- *Задача Ньютона.* Трава на галявині росте рівномірно щільно й швидко. Відомо що 70 корів з'їли її за 24 дні, а 30 корів за 60 днів. Скільки корів з'їли всю траву за 96 днів?
- *Задача Стенфордського університету.* Щоб пронумерувати всі сторінки книжки друкар використав 1890 цифр. Скільки сторінок у цій книжці?
- Маємо пісочні годинники двох видів: одними відміряють 7 хв а іншими 11 хв. Як за допомогою цих годинників відміряти рівно 15 хв?
- Господиня має важільні терези і гирьку вагою 100г. Як за допомогою 4-х зважувань відміряти 1,5 кг крупи?
- Як за допомогою відер, що вміщують 5 л і 7 л, налити з крану в акваріум 6 л води?
- У трьох коробках лежать кульки, у першій дві білого кольору, у другій дві чорного кольору, в третій одна білого кольору, інша чорного кольору. На коробках з табличками є написи, що відповідають кольору кульок ББ, ЧЧ і БЧ але вміст кожної з коробок не відповідає її табличці. Як, взявши з однієї коробки намання одну кульку, визначити колір кульок, що лежать у кожній з коробок?
- *Стародавня аравійська задача.* В Аравії помер старий чоловік. Усе своє майно, 17 верблюдів, він заповів своїм синам, причому старший мав одержати половину, середній

третину, а найменший дев'яту частину цього майна. Після смерті батька сини не знали, що робити, бо 17 не ділилося без остачі ні на 2, ні на 3, ні на 9. Довго сперечалися брати аж тут на верблюді під'їхав до них мудрець. Довідався про суперечку і дав братам мудру пораду, яка й допомогла розділити майно відповідно до батькового заповіту. Що саме порадив мудрець?

- Чоловік, дружина та двоє їх дітей мають переправитись за допомогою човна на протилежний берег річки. Маса чоловіка – 80кг, дружини – 60кг, а дітей по 40 кг. Як їм скористатися човном, якщо він витримує масу не більше 80кг і кожен в сім'ї вміє веслувати?
- На майданчику хлопці з нашого двору грають в футбол. У кожному матчі беруть участь по 5 гравців в кожній команді. За місяць було зіграно 15 матчів, у яких загалом зіграли 30 хлопців. Доведіть, що серед них є хлопець, який зіграв не більше ніж 5 матчів.
- Для шкільної актової зали придбали люстру на 31 лампочку. Директор школи хоче мати можливість вмикати будь-яку їх кількість, від 1 до 31. Яка найменша кількість звичайних вимикачів для цього знадобиться?
- Скільки існує двоцифрових натуральних чисел, які дорівнюють сумі добутку й суми своїх цифр?
- Чи існує трикутник дві бісектриси якого взаємно перпендикулярні?
- На столі стоять 5 склянок догори дном. Дозволяється за один хід перевернути будь-які 2 склянки. Чи можна за кілька таких ходів перевернути всі склянки дном донизу?
- У першій чашці є кава, у другій стільки ж молока. З першої чашки в другу перелили ложечку кави, потім таку ж ложечку суміші перелили з другої чашки в першу. Чого більше: молока в першій чашці чи кави в другій?
- Жук повзає по ребрах куба. Чи може він послідовно обійти всі ребра, проходячи по одному ребру рівно 1 раз?
- В абетці острова *Абаба* є лише 2 букви *а* і *б*. Ім'я будь-якого жителя острова можна одержати, замінивши у слові *Абаба* записані підряд букви *аб* на *ббб*, *ба* – на *ааб* чи *бб* на *ааа* (заміну можна робити кілька разів). Чи є на острові житель з ім'ям *Бааабба*?
- До вершини гори ведуть сходи, які мають 1001 сходинку. На найнижчих 500 сходинках лежать камені — по одному на сходинці. Сіфіз може взяти будь-який камінь і перенести його вгору, але не далі як на найближчу вільну сходинку. Після цього Аїд може скотити вниз на одну сходинку будь-який камінь, якщо попередня сходинка є вільною. Сіфіз та Аїд діють по черзі. Починає Сіфіз і його мета — покласти камінь на верхню сходинку. Чи може Аїд цьому завадити?
- Ромашка маж 18 пелюсток. Марійка а за нею Настя по черзі відривають від ромашки або одну пелюстку, або дві пелюстки, що ростуть поруч. Хто відірве останню пелюстку -- той переможець. Хто з дівчат може забезпечити собі перемогу?
- У кутовій клітинці дошки розміру 5х5 стоїть фішка. За один хід фішку можна переставити в сусідню по стороні клітинку. Чи можна за допомогою таких ходів обійти всі клітинки дошки, побувавши в кожній лише 1 раз і повернутися в початкову клітинку?
- Дано 12 натуральних чисел. Доведіть, що з них завжди можна обрати два, різниця яких націло ділиться на 11.
- Скількома способами можна поставити на шахову дошку білу й чорну тури так, щоб вони не били одна одну?
- У кожній клітинці дошки 5х5 клітинок сидить жук. У деякий момент усі жуки переповзають у сусідні (по горизонталі чи по вертикалі) клітинки. Чи обов'язково при цьому залишиться порожня клітинка?

- Маємо квадрат зі стороною 4 см. Чи можливо розрізати його на прямокутники, сума периметрів яких дорівнює 25см^2 ?
- Маємо довільний трикутник. Перетнути його двома прямими так, щоб в ньому утворилися: 2 трикутники, чотирикутник та п'ятикутник.
- На фабриці є 2 крана. З першого тече вода, з другого – концентрат. Як використовуючи дві каструлі ємністю 3 і 5 літрів відміряти а) 2 літри б) 3 літри в)** 1 літр 40% розчину концентрату? Зауваження. Можна тільки переливати й виливати рідину з каструль.
- Замість букв підставити цифри (причому однаковим буквам відповідають однакові цифри) сорок+один=триста.
- Побудувати правильний шестикутник.
 - 1) З'єднати всі його вершини через одну. Порахувати кількість трикутників, що утворилися.
 - 2) Провести всі його діагоналі. Порахувати кількість трикутників, що утворились.
 - 3) Провести всі його діагоналі та з'єднати середини протилежних сторін. Порахувати кількість трикутників, що утворилися.
- Установіть закономірність фігур. Яку фігуру слід поставити далі?



Саме такі задачі слід ставити за орієнтир. Адже звичайні алгоритмічні задачі легко розв'язує і комп'ютер, а ціль вчителя має полягати в тому, щоб навчити учнів розв'язувати будь-які проблеми які можуть трапитись на подальшому шляху пізнання.

Головне завдання вчителя – навчити учнів вчитися. А не тільки виконувати дії за алгоритмами, для цього існують комп'ютери.

Список використаних джерел:

1. Мерзляк А.Г. Алгебра: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2015. – 256 с.
2. Кравчук В.Р. Алгебра: підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / В.Р. Кравчук, М.В. Підручна, Г.М, Янченко. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2015. – 224 с.
3. Істер О.С. Геометрія: підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. — Київ : Генеза, 2015. – 184 с.
4. Мерзляк А.Г. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2015. – 224 с.
5. Істер О.С. Алгебра : підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – Київ: Генеза, 2015. – 256 с.
6. http://olimpiagufmi.blogspot.com/p/blog-page_2.html
7. <http://obd-ditu.at.ua/load/matematika/3>
8. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: Розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики – 2010 (ВИПУСК 8, СЕРІЯ: Викладачі СДПУ – учням, студентам, вчителям...): Навчальний посібник – Слов'янськ, 2011. – 80 с.
9. Олімпіадні задачі: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2014 : навчальний посібник / О. А. Кадубовський, Б. Б. Беседін, В. С. Сьомкін, Н. І. Труш, О. В. Чуйко. — Слов'янськ : видавничий центр «Маторін», 2015. – 64 с.

Соловій Надія Василівна
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Верпатова Н. Ю.

ПОЗАКЛАСНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ ЯК НЕВІД'ЄМНА ЧАСТИНА ДОБРЕ ОРГАНІЗОВАНОГО НАВЧАННЯ УЧНІВ

В даний час потреба в спеціалістах, які володіють математикою, збільшилася значною мірою. Враховуючи це, необхідно формувати відповідний інтерес до цього предмету ще в школі. Значною мірою в цьому допомагає позакласна робота. До позакласної роботи з математики відносять усі добровільні заняття, які проводять учителі в позаурочний час – у школі або поза школою. Це робота для розвитку здібностей, інтересів і нахилів учнів.

Вивчення математики - процес нелегкий, найчастіше у школярів виробляється страх перед математикою, щоб навчити розуміти та розв'язувати її, вчителю потрібно докласти всіх зусиль. Але, оскільки для реалізації цієї мети, часу на уроці не завжди достатньо, тому акцент в даному напрямку повинен бути зроблений на позакласну роботу.

Позакласні заняття можна будувати як на матеріалі, лише посередньо пов'язаному зі шкільною програмою, так і на матеріалі, який безпосередньо межує з темами обов'язкової програми, але не дублює цю роботу, а поглиблює і дещо розширює її. Позакласна робота повинна бути логічним продовженням навчально-виховної роботи, яка здійснюється на уроках.

Основні завдання позакласної роботи з математики — формування стійкого інтересу школярів до математики; оволодіння її основними методами; розвиток математичних здібностей учнів; формування позитивних рис особистості, навичок самостійно і творчо працювати з навчальною та науково-популярною літературою з математики; ознайомлення з історією математики, біографіями видатних учених, зокрема українських математиків; ознайомлення з досягненнями сучасної математичної науки; вивчення застосування математики в різних галузях науки й техніки та її ролі у пізнанні навколишнього світу; виховання почуття колективізму.

Проведення позакласної роботи з математики здійснюється на специфічних принципах, а саме: добровільний характер участі в ній; суспільна спрямованість діяльності учнів; розвиток ініціативи й самодіяльності учнів; розвиток винахідливості, дитячої технічної, юнацької та художньої творчості; зв'язок з навчальною роботою; використання ігрових форм, цікавість, емоційність.

Також специфіка позакласних занять полягає в тому, що вони проводяться за програмами, які обираються вчителем і зазвичай узгоджені з учнями. Програми можуть коректуватися в процесі навчання. Брати участь в більшості позакласних занять необов'язково, за результати учень оцінок не отримує, хоч його робота також оцінюється, але іншим способом: нагородження грамотами, книгами, сувенірами та ін.

Розрізняють три види позакласних робіт:

1. Робота зі школярами, які не досягли обов'язкового рівня у вивченні програмового матеріалу.
2. Робота з тими, які бажають підвищити свій рівень навчальних досягнень із певної теми.
3. Робота з учнями, що проявили до вивчення математики підвищений інтерес та здібності.

Основною метою першого виду позакласної роботи є ліквідація прогалин і попередження неуспішності. Ця робота повинна носити яскраво виражений індивідуальний характер і вимагає від учителя особливого такту і характеру.

Цілі другого виду позакласної роботи з математики можуть бути дуже різноманітні й залежать від того, що цікаво і що хочуть дізнатися нового про математику.

Третій вид позакласної роботи може носити подібні цілі, але головний акцент робиться на розвиток інтересів математики відповідно до можливостей цієї групи учнів.

3. І. Слєпкань виділяє такі форми позакласної роботи:

- 1) позакласна робота в школі;
- 2) позакласна робота в дитячих будинках творчості, літніх таборах відпочинку тощо;
- 3) робота заочних математичних шкіл різних рівнів.

У межах кожної з цих форм, у свою чергу, існують різні форми позакласної роботи.

До форм позакласної роботи можна віднести:

- математичний гурток;
- тиждень або місячник математики;
- математичні ранки та вечори;
- змагання, ігри, вікторини, конкурси;
- шкільні олімпіади;
- шкільні та класні математичні газети;
- клуби веселих і винахідливих математиків;
- математичні екскурсії;
- шкільні наукові конференції;
- позакласне читання математичної науково-популярної літератури;
- виготовлення математичних моделей;
- підготовка доповідей, рефератів, творів;
- участь в МАН.

За кількісним охопленням учасників усі форми позакласної роботи розподіляють на індивідуальні, групові та масові.

Групова робота - систематична робота, що проводиться з досить постійним колективом учнів (факультативи, гуртки, спецкурси).

Масова робота - робота, що проводиться з великим колективом (вечора, науково-практичні конференції, тижні математики, олімпіади, конкурси, змагання тощо).

Індивідуальна робота - це самостійна робота, яка дає учням добрі практичні навички (позакласні читання з математики, підготовка доповідей, рефератів, математичних творів, виготовлення моделей; підготовка деяких учнів до участі в олімпіаді).

Різноманітні форми позаурочної діяльності з математики сприяють підвищенню мотивації в навчанні, розвивають особистість учнів. А це призводить до: закріплення загально-навчальних навичок; тренуванні пам'яті; залучення роботи з комп'ютером та Інтернет-ресурсами; залучення учнів до дослідницької роботи, захоплення нею; залученню участі в конкурсах різного рівня; позитивної динаміки в розвитку дитячих талантів та організаторських здібностей.

В підготовчій до позакласної роботи доцільно виділити два аспекти: організаційний та дидактичний. Організаційна діяльність розвиває в учнів інтерес до позакласних занять математикою, допомагає залучити їх до участі в масових заходах, в окремих змаганнях, а також спонукає займатися в математичному гуртку або на факультативних заняттях.

Дидактична роль підготовчої роботи полягає в тому, щоб допомагати учню подолати труднощі, які виникають при додаткових заняттях математикою в позакласний час, допомогти закріпитись у гуртку, підтримати інтерес до додаткових занять математикою та бажання займатися математичним самонавчанням, тим самим створити базу кожному для подальших успіхів.

Основним видом позакласної роботи з математики в школі є факультативні заняття з математики. Викликаючи інтерес учнів до предмету, факультативи сприяють розвитку математичного світогляду, творчих здібностей учнів. Їх доповнюють заходи, що проводяться як в школі (математичні вечори, вікторини, олімпіади, КВК, змагання команд та ін.) так і поза

школою (математичні конкурси, заняття в фізико-математичних школах, конкурси щодо вирішення завдань і ін.).

Використання різних форм позаурочних занять при вивченні різних тем предмета повинно мати логічне поєднання матеріалу з іншими предметами. Тільки в цьому випадку можна досягти більш високих результатів роботи.

Наявність організаторських здібностей є обов'язковою якістю педагога в процесі організації позакласної роботи. Він повинен планувати заняття, готувати матеріали, створювати атмосферу в класі, яка б стимулювала розвиток творчих здібностей, заохочувала творчу ініціативу та самостійність дітей.

Вдало організована навчальна робота може значною мірою сприяти ліквідації певних прогалин в системі навчання. Для того, позакласна робота з математики була успішною, педагоги самі повинні цікавитися новими методами та формами навчання, адже добре організована й уміло поставлена позакласна робота – один з найефективніших засобів пробудження і підтримання в учнів інтересу до математики.

Отже, навчання математики недосяжне без позакласної роботи, а організація позакласних заходів складає невід'ємну частину навчально-виховного процесу з математики.

Список використаних джерел:

1. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге вид., допов.і переробл. К.:Вища шк.,2006. 582 с.
2. Бондарук В. І. Розвиток математичних здібностей учнів засобами позакласної роботи / В. І. Бондарук // Педагогічний пошук. 2014. № 3. С. 75–77.
3. Коба В.І., Хмура О.О. Позакласна робота з математики в школі. К.: Радянська школа, 1968. 376 с.
4. Позакласна та факультативна робота з математики в загальноосвітній школі: Методичний посібник// Упорядники С.В. Ковтун, Св.В. Ковтун. Переяслав-Хмельницький, 2009. 60 с.

Стацюк Юлія Олександрівна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Верпатова Н. Ю.

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ

У комбінаторних задачах закладені великі можливості для розвитку мислення учнів. Крім того, в процесі навчання рішенню комбінаторних завдань можна розширити знання учнів по самій задачі, познайомити їх з новим способом вирішення завдань; підготувати до розв'язання життєвих практичних проблем, навчити приймати оптимальне в даній ситуації рішення; організувати елементарну дослідницьку та творчу діяльність учнів.

У процесі вивчення комбінаторних завдань учні набувають досвіду хаотичного перебору можливих варіантів. І на основі цього досвіду в подальшому можна буде навчати дітей організації систематичного перебору.

Виділяють три етапи навчання комбінаторним задачам в 5 класі:

I. Підготовчий.

II. Розв'язування задач з невеликим числом можливих варіантів.

III. Робота з графічними засобами.

На підготовчому етапі йде робота над вдосконаленням розумових операцій (аналізу, синтезу, порівняння), які входять до складу діяльності при розв'язуванні комбінаторних завдань. Особлива увага приділяється порівнянню об'єктів, що складаються з окремих елементів. У цьому випадку порівняння може бути проведено за такими ознаками, як: кількістю елементів; складом елементів, що входять до об'єкту; порядку розташування елементів в об'єкті.

Наприклад, пропонується наступне завдання:

Розглянь уважно кільця з намистин. Скажи, що змінюється від одного кільця до іншого?

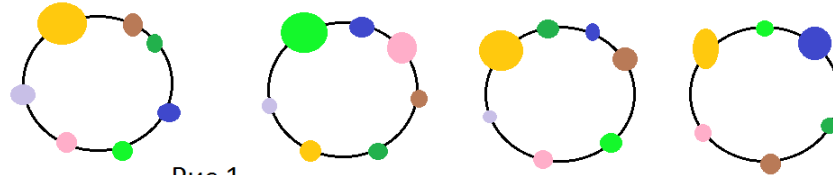


Рис 1.

На другому етапі школярі вчаться знаходити всі можливі варіанти в комбінаторних задачах, організовуючи перебір в певній системі. Але тут розв'язуються завдання з невеликим числом можливих варіантів. Основна мета цього етапу - навчання школярів розв'язуванню комбінаторних задач з використанням систематичного перебору всіх можливих варіантів.

Яким же чином можна підвести учнів до ідеї організації перебору в певній системі, як мотивувати перехід від хаотичного до систематичного перебору?

Розігрується наступна ситуація: Маша, Саша і Даша їдуть електропоїздом на дачу. Вони сидять на одній лавці (троє дітей сідають біля дошки на стільці в будь-якому порядку). Дітям потрібно було проїхати 8 зупинок. Щоб не було нудно їхати, вони вирішили на кожній зупинці мінятися місцями. Ставиться питання «Чи зможуть діти кожен раз мінятися місцями так, щоб їх нове розташування виявлялося весь час відмінним від попередніх?». Учні пропонують варіанти розташування дітей, вони програються у дошки і записуються. Поки перебір здійснюється випадковим чином, хаотично. Після того як знайдені 6 розташувань, учні намагаються ще скласти інший, новий варіант. Всі їхні спроби зробити це не приводять до успіху. Постає питання «Чому вони не знайшли сьомий варіант: не можуть це зробити або його не існує і вже знайдені всі можливі розташування?». Щоб відповісти на нього, учням пропонується розглянути складені 6 варіантів, знайти і записати пари варіантів, дуже схожі один на одного.

Наприклад, можна виділити такі трійки:

М. С. Д.	С. Д. М.	Д. М. С.
М. Д. С.	С. М. Д.	Д. С. М.

Отримана послідовність варіантів аналізується. Учні помічають, що всі дівчатка сиділи біля вікна і, коли одна з них сидить біля вікна, то дві інші можуть розміститися тільки двома різними способами. Таким чином, діти переконуються в тому, що можна скласти тільки 6 різних варіантів, інших бути не може. Потім учитель просить учнів із записаних варіантів ще раз розповісти, який спосіб пересаджування був обраний у другому випадку. І звертає увагу на те, що, використовуючи його, можна швидко скласти варіанти, не повторюючи двічі одні і ті ж, і бути впевненим, що знайдені всі можливі варіанти. Надалі розв'язування задач хаотичним перебором не забороняється. Але ті учні, які проводять перебір за певною системою, заохочуються. Запропоновані ними методи розбираються і підкреслюються переваги здійснення такого перебору. Поступово діти переконуються в користі систематичного перебору і привчаються його використовувати.

В одній і тій же задачі можна вибрати різну систему перебору, і кожен учень сам вирішує, як він буде діяти. Так, наприклад, при вирішенні наведеної вище задачі можна було орієнтуватися на того, хто сидить посередині (або біля проходу).

Можна запропонувати учням використовувати прийом, що полягає в тимчасовому зменшенні числа елементів і складанні необхідних в завданні комбінаторних з'єднань на основі знайдених варіантів для меншого числа елементів.

Після того, як школярі переконаються в перевазі систематичного перебору, їм слід показати, що є і такі завдання, в яких не варто шукати довільну систему перебору. Це завдання комбінаторної геометрії. Дискретна геометрія - це розділ математики, який займається питаннями розташування і комбінацій фігур.

Складання комбінаторних з'єднань відбувається з опорою на запис. Отже, в задачах, в яких елементи є реальними предметами, стоїть проблема їх позначення. І якщо на початку навчання використовуються конкретні, наочні заступники реальних предметів, то в подальшому учні поступово переходять до застосування умовних позначень. Наприклад, завдання: «На кожному прапорці повинні бути три горизонтальні смужки: червоного, синього і білого кольору. Скільки можна отримати різних прапорців, якщо міняти порядок розташування кольорів?». Розв'язуючи її, можна вибрати різні способи позначення прапорців.

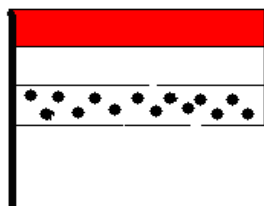


Рис. 2

К
1
Г

Безпосередній перебір всіх можливих варіантів при розв'язанні комбінаторних завдань в деяких випадках може бути ускладнений. Полегшити процес знаходження цих варіантів можна, навчивши дітей користуватися такими засобами перебору, як таблиці і графи. Вони дозволяють чітко виділити кроки в ході міркувань, чітко провести перебір, не загубивши будь-яких наявних можливостей. Розв'язування задач з використанням таблиць і графів є основним змістом третього етапу, який виділяється в навчанні школярів розв'язуванню комбінаторних задач.

Спочатку, як з найбільш простим засобом організації перебору, учні знайомляться з таблицями. Аналізуючи таблицю учні відкривають принцип її складання. Потім їм пропонують заповнити іншу таблицю. Проговорюються різні способи заповнення: по рядках, по стовпцях.

Коли школярі навчаться складати таблиці, можна переходити до розв'язування комбінаторних завдань з їх використанням.

Представлена методика навчання розв'язуванню комбінаторних завдань може допомогти вчителю в розробці уроків.

Бажано, щоб це не були розрізнені відомості з комбінаторики, а чіткий факультативний курс, тоді підвищиться ефективність навчання, оскільки завдання такого виду часто включаються в олімпіадні завдання.

В якій би формі, і якими б методами не проводилися заняття з математики, вони повинні бути для учнів цікавими, захоплюючими. Необхідно використовувати природну допитливість школяра для формування стійкого інтересу до свого предмета.

Список використаних джерел:

1. Белокурова Е. Е. Методика навчання розв'язування комбінаторних задач // Початкова школа, 1994. №12. С.43-47.
2. Бродський Я., Павлов О. Про викладання елементів теорії ймовірностей в школі // Математика. №№ 23-24 (83-84), 2000.
3. Когаловській С. Р. Роль комбінаторних задач у навчанні математики // Математика в школі, 2004. №7. С. 18-23.

Терещук Наталія Вікторівна
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Процак Л.В.

ЗАДАЧІ З ЕКОНОМІЧНИМ ЗМІСТОМ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

У зв'язку із профілізацією старшої школи постала проблема взаємозв'язку профільного предмету з іншими суміжними шкільними предметами. Крім того, виникла необхідність у допрофільній підготовці учнів та прикладній спрямованості шкільних предметів.

Одним із напрямків досягнення прикладної спрямованості навчання математики є розв'язування задач з економічним змістом.

Задачі економічного змісту – це задачі, які стосуються фінансів, побуту, торгівлі, грошових розрахунків, вибору оптимального рішення тощо.

Процес розв'язування математичних задач з економічним змістом спирається на метод математичного моделювання. Видатний математик 20 століття Л.Д.Кудрявцев вказує, що «навчання умінню складати математичні моделі реальних явищ є однією з першочергових задач в процесі освіти спеціалістів відповідного профілю, а тому цій задачі має надаватися набагато більше часу й уваги, ніж це часто робиться» [6].

Розв'язування математичних задач з економічним змістом дозволяє експериментувати з математичною моделлю, варіювати параметрами, “програвати” з допомогою моделі різні ситуації.

Перевага математичного моделювання очевидна: вона полягає у можливості отримати інформацію про об'єкт вивчення без проведення дійсних експериментів. А це, в свою чергу, виправдовує витрати на розробку алгоритмів і методів розв'язання поставлених задач.

Економічні дослідження розвинених країн показують, що фінансово-економічна обізнаність їх громадян є головним джерелом успішного розвитку держави. Тому не випадково в таких країнах цьому питанню приділяються велика увага: з економічними проблемами учні знайомляться вже з перших шкільних років і мають справу з ними впродовж усього навчального періоду, оволодіваючи навичками розв'язання економічно-математичних задач. Сьогодні, коли ринкові відносини в нашій державі набувають все більших обертів, нам також слід адаптувати учнів до розв'язання низки економічних проблем реального життя.

Знання та вміння, які отримують учні в ході вивчення економічного матеріалу, є важливою складовою формування економічної культури школярів.

Більшість тем курсу економіки містять матеріал, який можна ефективно використати для наочної ілюстрації практичного використання досліджуваного математичного матеріалу (функції попиту та пропозиції, при вивченні поняття функції; означення ринкової рівноваги при вивченні систем рівнянь тощо), що буде сприяти більш глибокому та осмисленому вивченню абстрактної математичної теорії, а також підвищенню інтересу учнів до вивчення математики [4].

З численних математичних моделей ринкової економіки для вивчення в школі відібрані ті моделі, математичний апарат яких або міститься в шкільній програмі, або не виходить далеко за її межі. Значна частина математичних моделей економіки ґрунтується на традиційному матеріалі шкільного курсу математики: функціях, рівняннях, нерівностях, послідовностях, похідній, інтегралі тощо. Інша частина математичних моделей економіки базується на матеріалі, що ніколи не входив в курс середньої школи. Мова йде про найпростіші задачі лінійного програмування, сітьові графіки, транспортні задачі, моделі «затрати – випуск».

Розгляд цих задач збагачує прикладні аспекти шкільного курсу і тим самим дає ще один стимул до розвитку пізнавального інтересу учнів до математики.

Правильно побудована система вправ сприяє формуванню в учнів активного мислення та пізнавального інтересу, привчати старшокласників до подолання посильних труднощів, відпрацьовувати вміння долати їх. А це неможливо без забезпечення достатньої складності розв'язання задач. Задача повинна бути і посильною, але ще й з перепонами, які вимагають подолання.

У випадку виникнення в учнів труднощів із розв'язуванням задач, їм необхідно звернутись до відповідного теоретичного навчального матеріалу та ще раз переглянути розв'язування попередніх задач.

Наприклад, під час вивчення теми «Математична статистика» доцільно запропонувати такі задачі.

Задача. За місяць страхова компанія виплатила страхове відшкодування за 5 ушкоджених об'єктів відповідно: 18, 27, 22, 30 і 23 тис. грн. од. Визначте середню суму виплат страхового відшкодування.

Розв'язання. Середню суму виплат страхового відшкодування визначимо за формулою середньої арифметичної:

$$\overline{x_{\text{сер}}} = \frac{18 + 27 + 22 + 30 + 23}{5} = 24 \quad (\text{тис. грн. од.}).$$

Задача. Однаковий товар придбали у двох продавців на однакову суму грошей, але у першого продавця за ціною 5 грн за 1 кг, у другого — за ціною 4 грн за 1 кг. Визначте середню ціну товару.

Розв'язання. Підставимо відомі з умови задачі дані у формулу середньої гармонічної:

$$\overline{x_{\text{сер.гарм.}}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{4}} = 4,4 \quad (\text{грн}).$$

Отже, середня ціна товару становить 4,4 грн за 1 кг.

Задача. Внаслідок інфляції споживчі ціни за 3 роки зросли в 2,7 разу, причому за перший рік ціни зросли у 1,8 разу, за другий рік — в 1,2 разу, а за третій рік — в 1,25 разу. Визначте середньорічний темп зростання цін.

$$\prod_{j=1}^n x_j = 2,7$$

Розв'язання. Визначальна властивість забезпечується середньою геометричною:

$$\overline{x_{\text{сер.геом.}}} = \sqrt[3]{1,8 \cdot 1,2 \cdot 1,25} = \sqrt[3]{2,7} = 1,394.$$

Отже, ціни за рік в середньому зростають у 1,394 рази.

Задача. Прогнози двох банків (А і В) щодо прибутків на наступний рік (випадкова величина Х — прибуток банку А (у грн), випадкова величина Y — прибуток банку В (у грн)):

X	0	200	1000	2000	10 000
p	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1
Y	100	500	2000	4000	8000
p	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1

Визначте економічний ризик (середнє квадратичне відхилення) для вкладників банків А і В.

Розв'язання. Знайдемо середній можливий прибуток (математичне сподівання) для банків А і В відповідно:

$$M(X) = 0 \cdot 0,2 + 200 \cdot 0,1 + 1000 \cdot 0,3 + 2000 \cdot 0,3 + 10\,000 \cdot 0,1 = 1920;$$

$$M(Y) = 100 \cdot 0,2 + 500 \cdot 0,2 + 2000 \cdot 0,2 + 4000 \cdot 0,3 + 8000 \cdot 0,1 = 2520.$$

Обчислимо ступінь економічного ризику для вкладників банків А і В:

$$D(X) = (0 - 1920)^2 \cdot 0,2 + (200 - 1920)^2 \cdot 0,1 + (1000 - 1920)^2 \cdot 0,3 +$$

$$+ (2000 - 1920)^2 \cdot 0,3 + (10\,000 - 1920)^2 \cdot 0,1 = 7\,080\,320;$$

$$\sigma(X) = \sqrt[3]{D(X)} = \sqrt[3]{7080320} = 2660,887.$$

$$D(Y) = (1000 - 2520)^2 \cdot 0,2 + (500 - 2520)^2 \cdot 0,2 + (2000 - 2520)^2 \cdot 0,2 + \\ + (4000 - 2520)^2 \cdot 0,3 + (8000 - 2520)^2 \cdot 0,1 = 4\,992\,400;$$

$$\sigma(Y) = \sqrt[3]{D(Y)} = \sqrt[3]{4992400} = 2234,3679.$$

Отже, ступінь ризику, пов'язаний із вкладом у банк А, є вищим, ніж у банк В. Тому вклад у банк В є менш ризикованим.

Застосування таких задач на уроках математики підтвердило, що учні проявляють значно більший інтерес до розв'язування задач економічного змісту, оскільки вони наочно проілюструють застосування математичних методів. У таких задачах інтерпретуються певні цілком реальні ситуації, з якими учні зустрічаються повсякдень: їх аналізують засоби масової інформації, обговорюють батьки тощо.

Під час розв'язування завдання учні стикаються з новими фактами, самостійно відшуковують розв'язок. Це сприяє розвитку пізнавальних здібностей, логічного мислення, самостійності в роботі та виховує у школярів критичне мислення (зокрема, до економічних явищ та подій).

Таким чином, введення в шкільний курс математики задач економічного змісту дозволяє мотивувати, активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів, допомагає їм зорієнтуватися в сучасних суспільно-економічних питаннях, сприяє розвитку вміння учнів вирішувати практичні господарські проблеми та формує економічну культуру школярів, сприяє професійному самовизначенню старшокласників.

Список використаних джерел:

1. Економіко-математичне моделювання: Навч. посіб. / За ред. О. Т. Іващука. — Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. — 704 с.
2. Тевлін Б.Л. Методика реалізації міжпредметних зв'язків у школі / Б.Л. Тевлін // Директор школи. — 1998. — № 5. — С. 4-8.
3. Математика. Навчальна програма для 10–11 кл. загальноосвітн. навч. закл. (рівень стандарту) — // Сайт МОНУ. — Режим доступу до сайту: <http://www.mon.gov.ua>.
4. Стрельченко О. Елементарні функції та прикладні задачі економічного напрямку / Стрельченко О., Вайнтрауб М., Стрельченко І. // Математика в школі. — 2005. — № 6. — С. 44–49.
5. Данилов М. А. Дидактика / М. А. Данилов, В. П. Есипов ; под ред. В. П. Есипова. — М. : Изд-во АПН РСФСР, 1967. — 518 с.
6. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики / Терешин Н. А. — М. : Просвещение, 1990. — 96 с.

Ткаченко Лілія Олександрівна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова.
Спеціальності «Математика»

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Требенко О.О.

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ КРИВИХ В КРИПТОГРАФІЇ

Мистецтво криптографії — це розробка методу або системи, яка дозволяє двом сторонам передавати один одному таємне повідомлення, зміст якого хтось інший не може зрозуміти.

Будь-який розробник криптографічної системи повинен бути добре знайомий з мистецтвом криптоаналізу.

Розглянемо схему криптування, засновану на криптографічному протоколі Діффі-Геллмана для кільця Z_p та його аналогові для групи точок еліптичної кривої над скінченним полем [3].

Протокол Діффі-Геллмана є асиметричною схемою шифрування. Протокол дає змогу створити секретний ключ без передачі його каналами зв'язку. Потрібно, щоб учасники отримали той самий секретний ключ без обміну секретною інформацією. Він вирішує наступну проблему: дві сторони (зазвичай Аліса і Боб) хочуть безпечно обмінюватися інформацією, щоб третя сторона (посередник, Man In the Middle) міг перехоплювати її, але не міг розшифрувати. Це один із принципів TLS.

Схема має 4 кроки.

I. Нехай p - просте число. Розглянемо не вироджену еліптичну криву

$$E: y^2 = x^3 + ax + b, \quad (1)$$

де a, b – елементи Z_p . Точками кривої E називатимемо кожну пару $P(x_0, y_0)$ елементів x_0, y_0 поля Z_p , для яких $y_0^2 = x_0^3 + ax_0 + b$. Через O позначатимемо точку з координатами $(\bar{0}, \bar{0})$, через $-P$ – точку із координатами $(x_0, -y_0)$.

На множині точок кривої (1) задамо операцію $\oplus$ наступним чином:

1) $P \oplus O = P$ для всіх точок P кривої (1);

2) $P \oplus (-P) = O$ для всіх точок P кривої (1);

3) нехай $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ – деякі точки кривої (1), $P_1 \neq -P_2$, тоді $P_1 \oplus P_2 = P_3$, де $P_3(x_3, y_3)$, причому:

$$x_3 = \mu^2 - x_1 - x_2, \quad y_3 = \mu(x_1 - x_3) - y_1 \quad \text{і} \quad \mu = \begin{cases} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, & \text{якщо } P_1 \neq P_2, \\ \frac{3x_1^2 + a}{y_1}, & \text{якщо } P_1 = P_2. \end{cases} \quad (2)$$

Наприклад, нехай $P_1(\bar{1}, \bar{3})$, $P_2(\bar{2}, \bar{11})$, $p=17$; оскільки $P_1 \neq -P_2$, то знаходимо $\mu = \frac{\bar{11} - \bar{3}}{\bar{2} - \bar{1}} = \bar{8}$, тоді $x_3 = \bar{8}^2 - \bar{1} - \bar{2} = \bar{61} = \bar{10}$, $y_3 = \bar{8}(\bar{1} - \bar{61}) - \bar{3} = \bar{-483} = \bar{10}$. Отже, $P_1 \oplus P_2 = (\bar{10}, \bar{10})$.

II. Незавжди показати (див., напр., [1]), що точки кривої (1) разом з O утворюють абелеву групу відносно так заданої операції $\oplus$, нейтральним елементом якої є O , а протилежним елементу P є елемент $-P$. Надалі групову операцію $\oplus$ будемо позначати через $+$, а також позначимо $2P = P + P$, $3P = 2P + P$, ..., $(k-1)P = (k-2)P + P$, де k – порядок точки P .

Якщо крива $y^2 = x^3 + ax + b$ задана над полем дійсних чисел, то заданій груповій операції можна надати геометричну інтерпретацію.

III. АЛГОРИТМ ЦИФРОВОГО ПІДПИСУ ЕЛІПТИЧНОЇ КРИВОЇ (ECDSA)

Кожен об'єкт A виконує наступне:

1) Вибираємо еліптичну криву E , задану над Z_p . Кількість точок кривої E повинна ділитись на велике просте число n .

2) Вибираємо точку $P \in E(Z_p)$ порядку n .

3) Беремо випадкове ціле число $d \in \{1, \dots, n-1\}$.

4) Обчислюємо точку $Q = dP$.

5) Відкритий ключ A це (E, P, n, Q) ; Приватним ключем A є d .

Створення підпису ECDSA. Щоб підписати повідомлення m , A виконує наступне:

- 1) Обираємо унікальне довільне ціле число k в інтервалі $[1, n - 1]$.
- 2) Обчислюємо $kP = (x, y)$ і $r = x \bmod n$. (Тут x розглядається як ціле число, наприклад, шляхом перетворення з двійкового представлення.)
Якщо $r = 0$, то переходимо до кроку 1. (Це умова безпеки: якщо $r = 0$, то підпис рівняння $s = k^{-1}\{h(m) + dr\} \bmod n$ не передбачає закритий ключ d !).
- 3) Обчислюємо $k^{-1} \bmod n$.
- 4) Обчислюємо $s = k^{-1}\{h(m) + dr\} \bmod n$, де h - безпечний алгоритм хешу (SHA-1).
- 5) Якщо $s = 0$, то переходимо до кроку 1. (Якщо $s = 0$, то $s^{-1} \bmod n$ не існує; s^{-1} потрібно для кроку 2 перевірки підпису.)
- 6) Підпис для повідомлення m - це пара цілих чисел (r, s) .

Перевірка підпису ECDSA. Щоб перевірити підпис $A(r, s)$ на m , B повинен виконати наступні кроки:

- 1) Отримуємо автентичну копію відкритого ключа $A(E, P, n, Q)$. Переконайтеся, що r і s - цілі числа в інтервалі $[1, n - 1]$.
- 2) Обчислюємо $w = s^{-1} \bmod n$ і $h(m)$.
- 3) Обчислюємо $u_1 = h(m)w \bmod n$ і $u_2 = rw \bmod n$.
- 4) Обчислюємо $u_1P + u_2Q = (x_0, y_0)$ і $v = x_0 \bmod n$.
- 5) Підпис приймається тоді і тільки тоді, коли $v = r$.

Істотна різниця між ECDSA і DSA полягає в генерації r . В DSA вибирається випадковий елемент $k \in [1, q - 1]$, обчислюється $(g^k \bmod p)$ і результат зменшується за модулем q : $r = (g^k \bmod p) \bmod q$, отримуємо ціле число в інтервалі $[1, q - 1]$. В ECDSA генерується ціле число k в інтервалі $[1, n - 1]$ шляхом прийняття x -координати випадкової точки kP і зменшення її за модулем n : $r = x \bmod n$.

Висновки. Розглянутий в роботі спосіб створення відомого тільки Алісі та Бобу (секретного) ключа дає підстави уникнути прямого обміну ключами, що є важливою проблемою для користування будь-якою симетричною системою шифрування. Цей ключ також можна використати для подальшого шифрування шифрами з симетричним ключем.

Коректність, ефективність і надійність запропонованого протоколу визначаються відповідними властивостями протоколу Діффі-Геллмана та властивостями групи точок еліптичної кривої. Для уникнення ефективного дискретного логарифмування просте число p треба вибирати так, щоб число $p - 1$ мало великий простий дільник.

При використанні описаного протоколу можливе втручання супротивника, який створює секретні ключі окремо з Алісою і Бобом, використовуючи їхню відкриту інформацію (атака "Man In the Middle"). Після цього він має змогу приймати достовірні повідомлення, змінювати їх, передавати як достовірні від імені Аліси або Боба. Щоб запобігти такій ситуації, треба запропонований протокол доповнити протоколом ідентифікації.

Таким чином, ми бачимо, що використання кривих в криптографії є одним із перспективних методів шифрування.

Список використаних джерел:

1. Silverman J. H. The Arithmetic of Elliptic Curves, Graduate Texts in Mathematics, 106, / J. H. Silverman. – Springer-Verlag, New York, 1986. – 413 p.
2. Miller V. S. Use of Elliptic Curves in Cryptography / V. S. Miller // CRYPTO'85, LNCS. – 1986. – Vol 218 – P. 417-426.
3. Болотов А. А. Элементарное введение в эллиптическую криптографию. Протоколы криптографии на эллиптических кривых / А. А. Болотов, С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. – М.: КомКнига, 2006. – 280 с.

Федорчук Юлія Сергіївна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Требенко О.О

ВЛАСТИВОСТІ ГРУПИ ІЗ A^p -ПІДГРУПОЮ

Постановка проблеми: Вивчення груп, в яких ті чи інші системи підгруп задовольняють заздалегідь задані умови – один із основних напрямів в сучасній абстрактній теорії груп.

Особливу роль у розвитку ідей та методів даного напрямку відіграли дослідження О.Ю.Шмідта [1]-[3] та С.М.Чернікова [4]. В роботах С.М.Чернікова і його учнів вивчались групи, в яких певні умови накладаються на всі абелеві (неабелеві), скінченні (нескінченні), нормальні (неінваріантні), примарні (непримарні, біпримарні) підгрупи.

В даній роботі розглядаються властивості груп, які володіють хоча б однією абелевою підгрупою, для всіх елементів якої виконується певна умова. Такі групи раніше не досліджувались.

Виклад основного матеріалу. Нехай G – група, p – деяке просте число. В G виділимо підмножину H всіх елементів, для яких виконуються дві наступні умови:

- а) для всіх $h \in H$ справедливо, що $x^{-1}hx = h^p$ для довільного $x \in G \setminus H$;
- б) елементи із H попарно переставні між собою (тобто для всіх $h_1, h_2 \in H$ справедливо, що $h_1 h_2 = h_2 h_1$).

Нагадаємо наступне означення: Неодиничну підгрупу $H \neq G$, яка для простого числа p задовольняє умови а) і б), називатимемо A^p -підгрупою, а саму групу G – групою з A^p -підгрупою.

Встановлено наступні властивості груп G з A^p -підгрупою:

Властивість 1. Нехай H - A^p -підгрупа групи G і нехай K – деяка підгрупа групи G , що містить H . Тоді $H \in A^p$ -підгрупою групи K .

Властивість 2. Нехай H - A^p -підгрупа групи G і нехай K – деяка підгрупа групи G , $H \cap K = H_1 \neq 1$. Тоді $H_1 \in A^p$ -підгрупою групи K .

Властивість 3. Нехай G – група із A^p -підгрупою H і N - деяка нормальна підгрупа групи G , $N \not\subseteq H$. Тоді у фактор-групі $G/N \in A^p$ -підгрупа.

Властивість 4. Якщо H_1 і $H_2 \in A^p$ -підгрупами групи G , причому для всіх $h_1 \in H_1, h_2 \in H_2$, справедливо, що $h_1 h_2 = h_2 h_1$, то підгрупа $H_1 H_2 \in A^p$ -підгрупою групи G .

Зауважимо, що у формулюванні властивості 4 вимога $H_1 H_2 = H_2 H_1$ є істотною.

Висновки. В доповіді представлені деякі властивості груп з A^p -підгрупою. Результати досліджень можуть бути використані при вивченні груп із певними умовами для систем підгруп.

Список використаних джерел

1. Шмидт О.Ю. Группы, все подгруппы которых специальные. – К: Мат. сб. – 1924. – 31, №3. – С. 366-372.

2. Schmidt O. Ju. Über unendliche Gruppen mit endlicher Kette. — Math. Z. — 1928.- 29. — S. 31-41.
3. Шмидт О.Ю. Абстрактная теория групп. — Киев: Изд-во Киевского ун-та, 1916. — 222 с.
4. Черников С. Н. Группы с заданными свойствами системы подгрупп — Изд-во Наука, 1980. — 382 с. [Електронний ресурс] — Режим доступу:
https://books.google.com.ua/books/about/Группы_с_заданными_св.html?id=GfzuAAAAMAAJ&redir_esc=y

Хугасва Ольга Павлівна

магістрантка II-го року навчання
Спеціальності 111 «Математика»

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Божонок К.В.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МЕТОДОМ ФРАНКА-ВУЛЬФА

Задача нелінійного програмування — окремий випадок загальної задачі оптимізації. Оптимізація в математиці — це задача знаходження екстремуму (мінімуму чи максимуму) цільової функції в деякій області скінченновимірного векторного простору, який обмежений набором лінійних та/або нелінійних рівнянь та/або нерівностей. Теорію і методи розв'язування задачі оптимізації вивчає математичне програмування.

Метод розв'язування задачі математичного програмування, залежить від класу задач до якого вона належить. Існують різні класифікації задач математичного програмування. Основними типами задач можна вважати:

- детерміновані і стохастичні (в постановці стохастичних задач присутні випадкові величини, в детермінованих вони відсутні, або не враховуються);
- динамічні (багатокрокові) і статичні (однокрокові) (з урахуванням чи без урахування часу);
- лінійні і нелінійні (залежно від вигляду цільової функції та системи обмежень) [1].

Математичні моделі задач нелінійного програмування дуже різноманітні, тому не існує універсальних методів їх розв'язування. Розроблена велика кількість методів, кожен з яких призначений для розв'язування певного класу задач.

Гradientні методи є найбільш універсальними із методів нелінійного програмування, належать до наближених методів розв'язування задач нелінійного програмування і дають лише певне наближення до екстремуму. В основі gradientних методів лежить основна властивість gradientа диференційовної функції — визначати напрям найшвидшого зростання цієї функції.

Принцип роботи всіх gradientних методів полягає у покроковому переході від деякого початкового розв'язку до нових розв'язків в напрямку gradientа (для задач, в яких потрібно максимізувати цільову функцію), або в протилежному напрямку (для задач мінімізації) [2].

У доповіді на прикладі задачі оптимізації виробництва розглядається один із gradientних методів нелінійного програмування — метод Франка-Вульфа. Цей метод призначений для розв'язування задач з лінійною системою обмежень і нелінійною цільовою функцією.

Та особливість, що система обмежень задачі містить тільки лінійні нерівності, є основою для заміни в деякому околі досліджуваної точки нелінійної цільової функції лінійною, завдяки чому розв'язок вихідної задачі зводиться до послідовного розв'язку задач лінійного програмування [3].

Приклад. Підприємство виробляє два види продукції (А і В) і використовує на виробництво три види ресурсів: І, ІІ, ІІІ. Витрати ресурсів на виробництво та ціна одиниці кожного виду продукції подано в таблиці 1.

Вид ресурсу	Норми витрат, ум.од		Загальний обсяг ресурсу
	А	В	
І	4	2	60
ІІ	2	2	36
ІІІ	6	3	78
Ціна, ум.од.	22	20	х

Собівартість виробництва кожного виду продукції пропорційна квадрату кількості виготовленої продукції виду А та виду В відповідно. Знайти обсяг виробництва продукції виду А та виду В, за якого загальний прибуток буде максимальним.

Розв'язання. Позначимо через x_1 кількість продукції виду А, x_2 — кількість продукції виду В, тоді загальний прибуток матиме вигляд: $F = 22x_1 - x_1^2 + 20x_2 - x_2^2$.

Математична модель задачі має вигляд: $\max F = 22x_1 - x_1^2 + 20x_2 - x_2^2$,

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 78 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо задачу, використовуючи ітераційний алгоритм на основі методу Франка - Вульфа.

Ітерація І.

1. Вибираємо довільну точку із області допустимих рішень задачі. Нехай це буде точка $X_0(x_1 = 1; x_2 = 2)$

2. Визначаємо градієнт цільової функції:

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f(X_k)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(X_k)}{\partial x_2} \right) = (22 - 2x_1; 20 - 2x_2).$$

3. Обчислюємо значення градієнта в точці $X_0(x_1 = 1; x_2 = 2)$

$$\nabla f(X_0) = (22 - 2 \cdot 1; 20 - 2 \cdot 2) = (20; 16).$$

4. Використовуючи розраховане значення градієнта, вводимо нову цільову функцію:

$F_1 = 20x_1 + 16x_2$. Отримали наступну задачу лінійного програмування:

$$\begin{aligned} \max Z &= 20x_1 + 16x_2, \\ \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ 6x_1 + 3x_2 \leq 78 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Розв'язуючи цю задачу симплексним методом, знаходимо її оптимальний план:

$$\tilde{X}_0(x_1 = 8; x_2 = 10).$$

5. Знаходимо новий допустимий план задачі. Координати наступної точки (X_1) визначаємо за формулою:

$$X_{k+1} = X_k + \lambda_k (\tilde{X}_k - X_k).$$

$$X_1 = X_0 + \lambda_1 (\tilde{X}_0 - X_0), \quad 0 \leq \lambda \leq 1,$$

$$x_1 = 1 + \lambda_1(8 - 1) = 1 + 7\lambda_1; \quad x_2 = 2 + \lambda_1(10 - 2) = 2 + 8\lambda_1$$

6. Визначаємо коефіцієнт λ_1 такий, за якого досягається максимальне значення цільової функції. Для цього підставимо розраховані значення для x_1, x_2 , які виражені через λ_1 , у цільову функцію $F = 22x_1 - x_1^2 + 20x_2 - x_2^2$:

$$F = 22x_1 - x_1^2 + 20x_2 - x_2^2 = 22 \cdot (1 + 7\lambda_1) - (1 + 7\lambda_1)^2 + 20 \cdot (2 + 8\lambda_1) - (2 + 8\lambda_1)^2 = 22 + 154\lambda_1 - 1 - 14\lambda_1 - 49\lambda_1^2 + 40 + 160\lambda_1 - 4 - 32\lambda_1 - 64\lambda_1^2 = 57 - 268\lambda_1 - 113\lambda_1^2;$$

З отриманої функції, що залежить від λ_1 , знайдемо значення λ_1 , за якого функція досягає максимуму, тобто коли її похідна дорівнює нулю:

$$F' = 268 - 113\lambda_1 = 0; \quad \lambda_1 = \frac{268}{113} > 1, \text{ оскільки } 0 \leq \lambda \leq 1, \text{ то } \lambda_1 = 1.$$

Звідси наступна точка X_1 має координати: $x_1 = 1 + 7 \cdot 1 = 8$; $x_2 = 2 + 8 \cdot 1 = 10$.

Для знайденої точки $X_1(x_1 = 8; x_2 = 10)$ обчислюємо значення цільової функції: $F_1 = 212$.

Аналогічним чином знаходимо точку $X_2(x_1 = 8,6; x_2 = 8,8)$ на **ітерації II**. Переконуємось, що значення функції зростає: $F = 213,8$.

На **ітерації III** отримуємо значення оптимального плану таке саме, як і на попередній ітерації: $X_3(x_1 = 8,6; x_2 = 8,8)$. Значення цільової функції: $F = 213,8$. Отже, точку з координатами $X_*(x_1 = 8,6; x_2 = 8,8)$ вважаємо оптимальним планом. Графічно (див. [4]) розв'язок продемонстровано на рисунку 1.

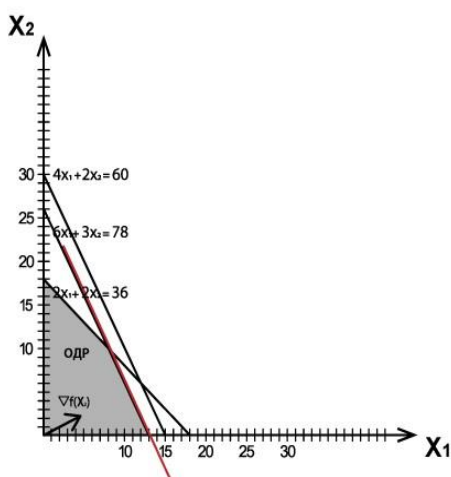


Рисунок 1. Знаходження максимального значення функції F_3

Отримані результати були перевірені за допомогою налаштування ППП Excel «Пошук розв'язування» [5]

A	B	C	D
Змінні		Цільова функція	
x1	x2	Z	
8,6	8,8	213,8	
Обмеження			
4	2	52	60
2	2	34,79999997	36
6	3	78	78

Список використаних джерел:

1. Бугір М.К. Математика для економістів / М.К. Бугір. – Київ: ВЦ «Академія», 2003. – 518с.
2. Метод Франка-Вульфа. Знаходження розв'язку – Режим доступу: <http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-rozvjazku-zadachi-nelinijnogo-programuvannja-metodom-franka-vulfa.html>
3. Наконечний С.І. Математичне програмування / С.І. Наконечний – Режим доступу: <http://fingal.com.ua/content/view/473/76/1/2>
4. Решение задач оптимизации: метод Франка-Вульфа – Режим доступу: <https://studfiles.net/preview/1440401/page/15>
5. Решение оптимизационных задач в среде MS Excel 2013. Методические указания для студентов, магистрантов и аспирантов всех специальностей / под ред. А.Н. Супруна. – Новгород: ННГАСУ, 2014. – 50с.

Матеріали круглого столу
**«Актуальні проблеми математичного
аналізу, диференціальних рівнянь
та методики їх навчання»
(05 грудня 2018 р.)**

**Програма засідання
Круглого столу
«Актуальні проблеми математичного аналізу, диференціальних рівнянь
та методики їх навчання»**

Модератор: доц. Нікіфоров Р.О.

Секретар: доц. Пафик С.П.

Дата проведення: 05 грудня 2018 р.

Початок роботи: 14.00

Аудиторія: 448

1. Вітальне слово

2. Задачі приводящі к понятію определенного интеграла

Гасимов Парвин, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Білоцький М.М.

3. Побудова загального розв'язку невідродженої лінійної однорідної сингулярно-збуреної системи диференціальних рівнянь другого порядку у випадку кратного спектра граничної в'язки матриць

Говорадло Настя Вікторівна, 2МФМн.

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Пафик С.П.

4. Нормальні та анормальні числа

Горобей Юлія Валеріївна, 2 ммз.

Науковий керівник: к. фіз-мат. н., доц. Нікіфоров Р.О.

5. Використання систем комп'ютерної математики під час вивчення звичайних диференціальних рівнянь

Михальчук Ольга Володимирівна, 2МСО.

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доц. Пафик С.П.

6. Навчання теорії ймовірностей у шкільному курсі математики

Осауленко Карина Олександрівна, 2 ммзСО.

Науковий керівник: к. фіз-мат. н., доц. Нікіфоров Р.О.

7. Про гладкість функцій

Присяжна Тетяна Михайлівна, 2ммз

Науковий керівник: к. ф.-м. н., ст. викл., Безкрила С.І.

8. Задачі на екстремум в шкільному курсі математики

Олійник Оксана Петрівна, 2 ммзСО.

Науковий керівник: к. фіз-мат. н., проф. Колесник Т.В.

9. Про деякі особливості доведення методом математичної індукції

Русакова Юлія Олександрівна, 2 ммзСО

Науковий керівник: к. п. н., доц. Пихтар М.П.

10. Застосування диференціальних рівнянь до розв'язування прикладних задач

Саліковська Людмила Василівна, 2 ммзСО.

Науковий керівник: к. фіз-мат. н., проф. Колесник Т.В.

ЗАДАЧИ, ПРИВОДЯЩИЕ К ПОНЯТИЮ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

1. Вычисление площади криволинейной трапеции. Пусть $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ неотъемлемая, непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция,

$$P = \{(x, y) | 0 \leq y \leq f(x), a \leq x \leq b\} -$$

криволинейная трапеция. Для нахождения площади криволинейной трапеции P на отрезке $[a, b]$ в направлении от a к b точки $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$. Проведем систему прямых $x = x_k, 0 \leq k \leq n$ и получим разбиение трапеции P на криволинейные трапеции

$$P_k = \{(x, y) | 0 \leq y \leq f(x), x_k \leq x \leq x_{k+1}\}, 0 \leq k \leq n-1: P = \bigcup_{k=0}^{n-1} P_k.$$

В результате теоремы Кантора, непрерывная на отрезке $[a, b]$ функция является равномерно непрерывной на этом отрезке и потому при достаточно малых $\Delta x_k := x_{k+1} - x_k, 0 \leq k \leq n-1$ значение функции f в точках отрезка $[x_k, x_{k+1}]$ мало различаются между собой. Поэтому приближенно можно считать, что функция f на каждом отрезке $[x_k, x_{k+1}], 0 \leq k \leq n-1$ стала, равная значению функции f в некоторой точке $\xi_k \in [x_k, x_{k+1}]$. Это означает, что вместо криволинейной трапеции $x_k A_k A_{k+1} x_{k+1}$ мы рассматриваем прямоугольник с основой $[x_k, x_{k+1}]$ и высотой $f(\xi_k)$, а площадь P_k приближенно выражаем произведением $f(\xi_k)(x_{k+1} - x_k) = f(\xi_k)\Delta x_k$, равный площади прямоугольника.

Тогда для площади σ криволинейной трапеции P получим приближенное равенство

$$\sigma \approx \sum_{k=0}^{n-1} f(\xi_k) \Delta x_k.$$

Погрешность имеет тенденцию уменьшаться с уменьшением длины отрезков $[x_k, x_{k+1}], 0 \leq k \leq n-1$. Положим $d = \max_{0 \leq k \leq n-1} \Delta x_k$. После перехода к границе при $d \rightarrow 0$ получим равенство

$$\sigma = \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{n-1} f(\xi_k) \Delta x_k.$$

Правая часть этого равенства и является определенным интеграл.

2. Вычисление длины пути. Рассмотрим задачу нахождения длины пути, пройденного материальной точкой, которая двигалась со скоростью $v(t)$ на отрезке времени $[t_0, t_0 + T]$. Для этого разобьем отрезок $[t_0, t_0 + T]$ точками $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = t_0 + T$ на мелкие промежутки $[t_k, t_{k+1}], 0 \leq k \leq n-1$. Тогда на промежутке времени $[t_k, t_{k+1}]$ скорость меняется мало, так что ее можно считать постоянной и равной значению скорости в произвольно взятой точке $\tau_k \in [t_k, t_{k+1}]$. Путь пройденный точкой на промежутке времени $[t_k, t_{k+1}]$ приближенно равен $v(\tau_k)(t_{k+1} - t_k) = v(\tau_k)\Delta t_k$. За время T точка пройдет путь

$$S \approx \sum_{k=0}^{n-1} v(\tau_k) \Delta t_k.$$

Погрешность имеет тенденцию уменьшаться с уменьшением длины отрезков $[t_k, t_{k+1}]$, $0 \leq k \leq n-1$. Положим $d = \max_{0 \leq k \leq n-1} \Delta t_k$. После перехода к пределу при $d \rightarrow 0$ получим равенство

$$S = \lim_{d \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{n-1} f(\tau_k) \Delta t_k.$$

Пример С использованием идей Архимеда¹ найдем площадь криволинейной трапеции

$$OAB = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}.$$

Для этого разобьем отрезок $[0, 1]$ на n равных частей и построим две ступенчатые фигуры, как показано на рис. 1

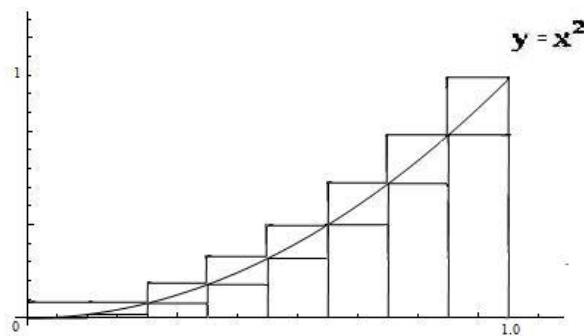


Рис.1: описанная и вписанная ступенчатые фигуры для криволинейной трапеции OAB

Площадь описанной ступенчатой фигуры

$$U_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n},$$

а площадь вписанной ступенчатой фигуры

$$L_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{k-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}.$$

Для нахождения предела последовательности (U_n) при $n \rightarrow \infty$ применим теорему Штольца:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2}{n^3};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^3 - (n-1)^3} = \frac{1}{3}.$$

Итак, $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \frac{1}{3}$. Аналогично, $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n = \frac{1}{3}$. Далее, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$L_n < S_{OAB} < U_n.$$

После перехода к пределу при $n \rightarrow \infty$ получим площадь криволинейной трапеции OAB :

$$S_{OAB} = \frac{1}{3}.$$

Упражнение 1. Примените метод Архимеда для вычисления площади криволинейной трапеции $\{(x, y) | 0 \leq y \leq x^3, 0 \leq x \leq 1\}$.

Упражнение 2. Примените метод Архимеда для вычисления площади криволинейной трапеции $\{(x, y) | 0 \leq y \leq e^x, 0 \leq x \leq 1\}$.

Определение Функция $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ называется интегрируемой по Риману на отрезке $[a, b]$ если существует конечная граница интегральных сумм $S(f, \lambda; \{\xi_i | \lambda\})$ при $d(\lambda) \rightarrow 0$. Эта

граница называется определенным интегралом (интегралом Римана) функции f на отрезке $[a, b]$ и называется

$$I = \int_a^b f(x) dx.$$

В этой записи $f(x)$ - подынтегральная функция, x – переменная интегрирования, a - нижняя граница интегрирования, b - верхний предел интегрирования.

Список использованных источников:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 2. /Г.М.Фихтенгольц. – М.: Наука, 1969. – 608 с.
2. Рудин У. Основы математического анализа / У. Рудин. – М.: Мир, 1976. – 319с.
3. Зорич В.А. Математический анализ. Часть 1 / В.А.Зорич. – М.: ФАЗИС, 1997. – 554 с.

Говорадло Настя Вікторівна

магістрантка 2-го року навчання

спеціальності «Математика»

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Пафик С. П.

ПОБУДОВА ЗАГАЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ НЕВИРОДЖЕНОЇ ЛІНІЙНОЇ ОДНОРІДНОЇ СИНГУЛЯРНО-ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ У ВИПАДКУ КРАТНОГО СПЕКТРА ГРАНИЧНОЇ В'ЯЗКИ МАТРИЦЬ

Розглянуто систему диференціальних рівнянь вигляду

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \varepsilon A(t; \varepsilon) \frac{dx}{dt} + B(t; \varepsilon)x = 0, \quad (1)$$

де $x(t; \varepsilon)$ - шуканий n -вимірний вектор, $A(t; \varepsilon) = \|a_{ij}(t)\|_1^n$, $B(t; \varepsilon) = \|b_{ij}(t)\|_1^n$ - відомі матриці, коефіцієнти яких є дійсні або комплексно-значні функції, ε - малий дійсний параметр, $t \in [0; T]$.

Встановлено, що при виконанні умов:

1°: Матриці $A(t; \varepsilon)$ та $B(t; \varepsilon)$ допускають на відрізьку $[0; T]$ рівномірні асимптотичні розвинення за степенями малого параметра ε :

$$A(t; \varepsilon) \sim \sum_{k=0} \varepsilon^k A_k(t), \quad \forall t \in [0; T] \quad (2)$$

$$B(t; \varepsilon) \sim \sum_{k=0} \varepsilon^k B_k(t), \quad \forall t \in [0; T]. \quad (3)$$

2°: Коефіцієнти матриць $A_k(t)$, $B_k(t)$, $k = 0, 1, \dots$, нескінченно диференційовані на відрізьку $[0; T]$, тобто

$$a_{ij}^{(k)}(t) \in C^\infty[0; T], i, j = \overline{1, n}, k = 0, 1, \dots, \quad A_k(t) = \|a_{ij}^{(k)}(t)\|_1^n,$$

$$b_{ij}^{(k)}(t) \in C^\infty[0; T], i, j = \overline{1, n}, k = 0, 1, \dots, \quad B_k(t) = \|b_{ij}^{(k)}(t)\|_1^n.$$

3°: Гранична в'язка матриць

$$P(t, \lambda) = E\lambda^2 + A_0(t) \cdot \lambda + B_0(t)$$

має кратний корінь $\lambda_0^{(i)}$ кратності $2n$, якому відповідає один елементарний дільник $(\lambda - \lambda_0^{(i)}(t))^{2n}$ такої ж кратності, $\forall t \in [0; T]$.

При виконанні умов 1°-3° розв'язок системи (1) шукатимемо у вигляді:

$$x(t, \varepsilon) = u(t; \varepsilon) \cdot \exp\left(\varepsilon^{-1} \int_0^t \lambda(\tau; \varepsilon) d\tau\right),$$

де $u(t; \varepsilon)$ - n -вимірний вектор, $\lambda(t; \varepsilon)$ - скалярна функція, які зображаються у вигляді формальних розвинень за степенями $\mu = \varepsilon^{\frac{1}{2n}}$:

$$u(t; \varepsilon) = \sum_{k \geq 0} \mu^k u_k(t), \quad \lambda(t; \varepsilon) = \sum_{k \geq 0} \mu^k \lambda_k(t),$$

коефіцієнти яких визначаються через елементи системи (1).

В результаті вдалося побудувати $2n$ лінійно незалежних формальних розв'язків $x_i(t, \varepsilon)$, $i = \overline{1, 2n}$ системи (1).

Побудовані формальні розв'язки є асимптотичними розвиненнями точних $\tilde{x}_i(t; \varepsilon)$ розв'язків системи (1) при умові, що $Re \lambda_0^{(i)}(t)$ – не змінюють знак на відрізку $[0; T]$, $i = \overline{1, 2n}$.

Список використаних джерел:

1. Самойленко А.М. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженням: Навч. посіб./ А.М. Самойленко, М.І. Шкіль, В.П. Яковець. – Київ: Вища школа, 2000.- 294 с.
2. Шкіль М.І. Асимптотичні методи в диференціальних рівняннях/Микола Шкіль.- Київ: Вища школа, 1971.- 227 с.

Горобей Юлія Валеріївна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Нікіфоров Р.О.

НОРМАЛЬНІ ТА АНОРМАЛЬНІ ЧИСЛА

Бібербах Л. наводить таке визначення «Нормальне число – це дійсне число, яке володіє наступною властивістю: для кожного натурального s будь-яка задана s -членна дужка $\delta = (\delta_1 \delta_2 \dots \delta_s)$ складається із знаків $0, 1, \dots, g-1$, з'являється у послідовності» [1]

$$\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_n \dots$$

виходить при розкладанні числа α в нескінченний g -у дріб

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{g} + \frac{\alpha_2}{g^2} + \frac{\alpha_3}{g^3} + \dots + \frac{\alpha_n}{g^n} + \dots$$

з асимптотичною частотою.

Поняття нормального числа для $n = 10$ було введено Е. Борелем. Е. Борель називав дійсне число α слабо нормальним за основою g , якщо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n, \delta)}{n} = \frac{1}{g}$$

де $N(n, \delta)$ - число появ знака δ , $0 \leq \delta \leq g-1$ серед перших членів послідовності $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots$ і називав α нормальним, якщо числа $\alpha, g\alpha, g^2\alpha \dots$ слабо нормальні до основ $g, g^2, g^3, \dots$ Він встановив також, що для нормального числа

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n, \delta)}{n} = \frac{1}{g^s}$$

при будь-якому s і будь-якого s -членного блоку цифр $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_s)$. Пізніше було показано, що останнє співвідношення еквівалентне борелевському означенню нормального числа.

Число α називається абсолютно нормальним, якщо воно нормально по відношенню до всякої натуральної основи $g > 1$. Існування нормальних і абсолютно нормальних чисел було встановлено Е. Борелем на основі теорії міри [2]. Побудова нормальних чисел в явному вигляді вперше було здійснено в праці Д. Чамперноуна. Раніше був вказаний ефективний процес побудови абсолютно нормальних чисел. Рівномірний розподіл дрібних часток $\{\alpha g^x\}, x = 1, 2, 3, \dots$, на відрізку $[0, 1]$ еквівалентно тому, що α - нормальне число.

Список використаних джерел:

1. Бибербах Л. Аналитическое продолжение. – М: Наука, 1967. – 432 с.
2. Котова, О. В. Дослідження різних типів множин аномальних та антинормальних чисел [Текст] / О. В. Котова // Научные труды SWORLD / Научный мир. – Иваново, 2016. – Вип. 3(44), т. 5. – С. 99-104.

Михальчук Ольга Володимирівна

Магістрантка 2-го року навчання

МСО (1р. 4м.) групи

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Пафик С. П.

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Звичайні диференціальні рівняння та їх системи є математичними моделями багатьох фізичних, економічних, біологічних та інших процесів. Глибокі, фундаментальні знання з дисципліни «Звичайні диференціальні рівняння та їх системи» важливі для професійної діяльності не тільки для математиків, а й для інженерів, людей, які проводять теоретичні дослідження в економіці, біології і так далі. В епоху бурхливого розвитку інформаційних технологій доцільним є використання програмних засобів під час вивчення курсу «Звичайні диференціальні рівняння та їх системи». Основна мета введення інформаційних технологій є, на наш погляд, спростити процес засвоєння даного курсу студентами.

Подібні дослідження проводилися для дисципліни «Математичний аналіз» в роботі [1]. Аналогічні дослідження для дисципліни «Звичайні диференціальні рівняння та їх системи» не проводились.

У даній роботі ми поставили собі за мету:

- 1) проаналізувати можливості програм (систем комп'ютерної математики) та їх доцільність використання під час вивчення дисципліни «Диференціальні рівняння», яка викладається для студентів фізико-математичного факультету НПУ імені М.П. Драгоманова;
- 2) розробити приклади лекційних, практичних занять з даної дисципліни з використанням систем комп'ютерної математики.

У наших дослідженнях нами було розглянуто можливості використання програм Maple, Mathematica, Mathcad під час вивчення курсу «Диференціальні рівняння». Було проаналізовано

можливості даних програм та доцільність їх використання під час вивчення диференціальних рівнянь в НПУ імені М.П. Драгоманова; зроблено їх порівняльний аналіз. Також було розроблено зразки лекційних та практичних занять з доцільним використанням даних програмних засобів. Були також розроблені зразки розрахункової роботи з використанням програм Maple, Mathematica, Mathcad.

Для розробки лекційних та практичних занять були використані підручники [2, 3].

Вважаємо, що отримані результати будуть корисними під час викладання даної дисципліни, не лише під час підготовки вчителя математики, а й інженера.

Список використаних джерел:

1. М. І. Жалдак, Г. О. Михалін, С. Я. Деканов Математичний аналіз. Інтегральне числення функцій однієї змінної з елементами інформаційних технологій. К.: Видавництво НПУ імені М.П. Драгоманова, 2013. - 267 с.
2. М. І. Шкіль Математичний аналіз. Ч 2. К.: Вища школа, 1981. - 452 с.
3. А. М. Самойленко, М. О. Перестюк, І. О. Парасюк Диференціальні рівняння. К.: Либідь, 2003. - 599 с.

Осауленко Карина Олександрівна,

студентка 2 курсу магістратури 2ММЗСо групи

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Нікіфоров Р.О.

ПРО ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ТА МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКЛАДАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У СЕРЕДНІЙ ТА СТАРШІЙ ШКОЛІ

Говорячи про психолого-педагогічні аспекти викладання стохастики в школі, необхідно згадати праці психологів Ж. Піаже та Е. Фішенбейна [1]. У цих працях стверджується, що починати виклад основ теорії ймовірностей і статистики в старших класах – малоефективно. Напрацьоване до цього віку прагнення до формалізації знань, сформовані звичним, традиційним курсом математики, бажання запам'ятати на уроці в першу чергу деякий комплекс правил, алгоритмів і методів обчислення фактично замінює формування ймовірних уявлень незначним вивченням формул комбінаторики і обчислення ймовірності за класичною моделлю. Згідно [1], найбільш сприятливим для формування ймовірнісних-статистичних уявлень вік 10-13 років, що відповідає 5-7 класу.

Обговорення на якісному рівні ймовірнісних ситуацій з учнями старших класів, що засвоїли достатньо формальний курс засад теорії ймовірностей, статистики та комбінаторики, демонструє, наскільки мало знання формул комбінаторики й класичної ймовірнісної моделі сприяє розвитку ймовірнісної інтуїції і витиснення традиційних ймовірнісних упереджень.

Характерні риси досліджуваних явищ, їх загальні властивості проявляються за допомогою статистичних характеристик. Здатність використовувати їх характеризує наявність у школяра уявлень про центральні напрямки в світі випадкового. Розуміння значення простих середніх показників, наприклад, середнього арифметичного, важливо для кожного учня. Стохастичний характер явищ навколишнього світу не піддається розкриттю без розуміння ступеня варіативності. У зв'язку з цим виникає потреба в кількісній оцінці відхилення

статистичних даних, або їх дисперсії, яка в свою чергу дає можливість аналізувати і порівнювати набори даних за ступенем їх мінливості.

Уявлення про ймовірність, засвоєне в процесі методично грамотно організованого, систематичного вивчення, має істотні відмінності від побутових уявлень саме в тому, що воно несе обґрунтовані розуміння про стійкість і закономірності в світі випадкового, дозволяє більш повно і правильно підводити підсумки на основі наявної інформації

Варто відзначити, що при цьому однаково неефективні і, до певної міри, небезпечні як рання формалізація, так і інша крайність, яка нині знайшла відображення в деяких експериментальних програмах: примітивізація міркувань про ймовірність і статистику та відмова від побудови та дослідження математичних моделей у цих курсах [2,3].

Говорячи про методичні аспекти викладання стохастики, я хочу підкреслити типові недоліки, які зустрічаються в тій чи іншій мірі в курсах теорії ймовірностей в Україні.

1. Відокремлення теорії ймовірностей від ідей і підходів математичної статистики. Це призводить до відриву теорії ймовірностей від практики, найчастіше перетворюючи її в абстрактну науку.
2. Надмірне захоплення класичною схемою теорії ймовірностей і комбінаторними методами. Це різко звужує коло розглядуваних ймовірнісних задач, відриває теорію ймовірностей від практичних додатків і не сприяє засвоєнню власне ймовірнісних понять.
3. Невиправдано високий математичний формалізм, що затрудняє сприйняття суті таких понять як випадкова величина і її числові характеристики.
4. Підміна теорії ймовірностей іншими розділами математики: комбінаторики, теорією міри, функціональним аналізом і розбором різних математичних тонкостей.
5. Виклад теорії ймовірностей на великій кількості історично відомих задач, які свого часу зробили внесок в її становлення і розвиток, але в даний час втратили свою актуальність
6. Залучення для розбору матеріалу різного роду парадоксів і завдань з нечітко сформульованими умовами.
7. Не зовсім коректне спрощення теорії ймовірностей.

Викладаючи теорію ймовірностей, необхідно враховувати загальний рівень математичної культури, який вже сформований до цього часу у школярів і те, на скільки вони готові сприймати нові поняття в абстрактній формі. Але, на мою думку, це не є перешкодою для вивчення статистики і теорії ймовірностей, а лише накладає досить жорсткі вимоги до форми викладання матеріалу. Одним з головних завдань повинно бути формування загального уявлення про випадкові зміни, про випадковість, ймовірність. Про їх місце в навколишньому середовищі, а не закріплення навиків маніпуляцій з числами, формулами і поняттями.

Якщо у дитини не створити первинне візуальне уявлення про випадковість та змінність, то не можливо надалі їх формувати під час вивчення теорії ймовірностей – вона залишиться в пам'яті як набір незрозумілих символів, які ні про що не говорять.

Окремо слід сказати ще про один аспект вивчення ймовірності і статистики в школі. Не секрет, що багато учнів так і не засвоюють на уроках математики прийоми обчислення з відсотками і частками. Досвід останніх робіт [5] показує, що серед старшокласників близько 20% практично не виконують дії з відсотками, не розуміючи їхнього змісту.

Уроки по ймовірності і статистиці в сьомому або восьмому класі дають можливість вчителю повернутися до вивчення важливих об'єктів - відсотків та відношень. Адже що таке ймовірність якщо не відношення достовірності? Причому повернутися не на формальному матеріалі підручника математики, а змістовно. Також уроки статистики дозволяють предметно і зрозуміло ілюструвати зміст функціональної залежності, сенс зростання, убуття, ідею

лінійного зв'язку. Тоді регулярне вивчення властивостей функцій в 7 і 8 класах перетворюється у вивчення моделей, сенс яких уже відомий і зрозумілий завдяки урокам статистики.

При підведенні підсумків вищесказаного варто зазначити про таке:

1. Необхідно починати вивчення змістової лінії стохастики не пізніше 5-6 класу в школі;
2. Необхідно тримати баланс між науковістю та доступністю викладання початків теорії ймовірностей;
3. З вивченням певних відомостей теорії ймовірностей мають бути нерозривно пов'язані відповідні їм відомості зі статистики;
4. Уроки з теорії ймовірностей мають великий потенціал для повторення, узагальнення та поглиблення знань про відношення та відсотки.

Список використаних джерел:

1. Бунімович Є.А. Ймовірно-статистична лінія в базовому шкільному курсі математики // Математика в школі. - 2002. - № 3.
2. Зубарева І.І., Мордкович А.Г. Математика. 5 кл.: Підручник для загальн. Установ. - М.: Мнемозина, 2003.
3. Зубарева І.І., Мордкович А.Г. Математика. 6 кл.: Підручник для загальн. Установ. - М.: Мнемозина, 2003.
4. Ткачова М.В. Елементи статистики і ймовірність: навчальний посібник для учнів 7-9 класів загальноосвітніх установ / М. В. Ткачова, Н. Є. Федорова. - М.: Просвещение, 2004.
5. математика в школі 7 «Викладання теорії ймовірностей і статистики в школі», 2009.

Присяжна Тетяна Михайлівна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: старший викладач Безкрила С.І.

ПРО ГЛАДКІСТЬ ФУНКЦІЙ

Модулі неперервності та модулі гладкості функції, які називають ще модулями неперервності першого та другого порядку відповідно відіграють важливу роль в різних питаннях сучасного аналізу, особливо, в теорії наближення функцій. Питання модулів неперервності висвітлені в працях В.К. Дзядика [1], А.В. Примака, І.О. Шевчука[2; 3], Н.К. Барі, С.Б. Стечкіна[4] тощо.

Сучасна теорія наближення функцій є однією з найбільш розвинутих гілок математичного аналізу. Вона спирається на фундаментальні праці Чебишева і Вейерштрасса.

За теоремою Вейерштрасса випливає, що для неперервної на $[a, b]$ функції $f(x)$ справедлива рівність:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_n(f) = 0$$

Для того, щоб $E_n(f)$ прямувала до нуля швидше, треба, щоб був більший степінь гладкості функції. З двох функцій, наприклад f і g більш гладкою є та, у якій існує більша кількість похідних. Якщо ж дві функції мають однакову кількість похідних або їх не має, то для порівняння степенів цих функцій користуються спеціальним інструментом (характеристикою), яку називають модулями неперервності.

Нами проаналізовано поняття модуля неперервності функції; розглянуто можливості модуля неперервності при вивченні класу функцій Гельдера (Ліпшиця) а також спеціальні властивості другого модуля неперервності і його узагальнення на функції, що задані на довільних множинах комплексної площини.

Описано можливості модуля неперервності при вивченні класів функцій, які визначаються k -тими модулями неперервності[5];.

Наведено приклади застосування модуля неперервності під час розв'язання прикладних задач, зокрема:

1. задача Стечкина про найкраще наближення [4];
2. задача знаходження точних констант в нерівностях типу Колмогорова. Більша кількість результатів в цьому напрямленні отримано для модулів неперервності виду

$$\omega_k(\delta, 1) = \sup \{ \|u^{(k)}\|_{L_p} : \|u^{(n)}\|_{L_q} \leq 1, \|u\|_{L_p} \leq \delta \}$$

при цьому функція $u(x)$ вважається заданою на осі або півосі.

3. ряд задач теорії апроксимації функцій дійсної змінної (найчастіше використовують різні модифікації класичного визначення модуля неперервності)[6; 7]

Деякі важливі властивості модулів неперервності вищих порядків застосовуються для оцінки швидкості поліноміального наближення неперервних періодичних функцій [8].

Отже, модулі неперервності є інструментом дослідження функцій, засобом опису гладкості функцій. Концепція модуля гладкості знаходить безліч додатків в теорії апроксимації, теорії функціональних просторів та інших областях сучасного аналізу.

У даному дослідженні застосовувалися в основному методи теорії функцій дійсного змінного і функціонального аналізу.

Результати роботи носять теоретичний характер. Вони можуть бути використані при дослідженні різноманітних питань математичного аналізу, теорії наближень тощо.

Список використаних джерел:

1. Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. –М.: Наука, 1977. –511 с.
2. Шевчук И.А. Некоторые замечания о функциях типа модуля непрерывности порядка $k \geq 2$ // И.А. Шевчук /Вопросы теории приближения функций и ее приложений. – К: Ин-т математики АН УССР, 1976. – С. 194–199.
3. Шевчук И.А. Приближение функций многочленами и следы непрерывных на отрезке функций. / И.А. Шевчук – К.: Наукова думка, 1992. – 224 с.
4. Стечкин С.Б. О наилучшем приближении некоторых классов периодических функций тригонометрическими полиномами // Изд. АН СССР. Сер. Мат., 1956. – Т. 20, № 5. – С. 643–648.
5. Галан В.Д., Галан Д.М., О степенях гладкости, модулях непрерывности и классификации непрерывных функций. // В.Д. Галан, Д.М. Галан/ Тр. МИАН СССР, 1987, Т. 180, С. 89–90.
6. Жук В.В. «Некоторые неравенства между равномерными наилучшими приближениями периодических функций //В.В. Жук / ДАН СССР, 201:2 (1971) – С. 263–265.
7. Напеденина А.Ю.О совпадении классов функций, определяемых оператором обобщенного сдвига или порядком наилучшего приближения. // А.Ю Напеденина / Вест. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех., 2004. – № 2. – С. 29–33.
8. Жук В.В., Додонов Н.Ю. Модуль непрерывности и некоторые его применения. // Материалы V Всероссийской конференции «Проблемы современного математического образования в вузах и школах России», 10-12 мая 2012г. – Киров: Вятский государственный гуманитарный университет, 2012. – С. 301-307.

Русакова Юлія Олександрівна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,
Пихтар М.П.

ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ДОВЕДЕННЯ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ

Дедуктивне міркування - це міркування від загального до конкретного, тобто міркування, вихідним моментом якого є загальне твердження, а заключним моментом - частинний висновок, а індуктивні висновки - це зроблені на основі спостережень і дослідів, тобто отримані шляхом розгляду окремих випадків і подальшого розповсюдження помічених закономірностей на загальний випадок.

Індуктивні міркування – типове явище для математики. Роль індуктивних висновків в експериментальних науках дуже велика. Вони дають змогу довести ті положення, з яких потім шляхом дедукції робляться подальші висновки. Основна заслуга в розробці цього методу належить Блезу Паскалю (саме він вважається винахідником цього методу), а також Р. Декарту і Я. Бернуллі. Використання цього методу є в роботах Платона, Прокла та Евкліда. Сучасна назва методу була запропонована де Морганом, ще в 1838 році.

Розрізняють кілька методів, що ґрунтуються на індукції. Метод міркувань, при якому загальний висновок робиться на основі розгляду (розбору) всіх можливих випадків (число випадків скінченне), називається повною індукцією. Складнішою є ситуація, коли кількість випадків є нескінченною. У цьому випадку іноді (коли випадок залежить від натурального n) буває корисним метод математичної індукції. Метод математичної індукції – один з важливих методів доведення математичних тверджень, який ґрунтується на принципі математичної індукції: якщо твердження $P(n)$, залежне від натурального числа n , істинне для $n = 1$ і з припущення про те, що воно істинне для $n = k$ випливає його істинність і для натурального числа $n = k + 1$, то це твердження істинне при всіх натуральних значеннях n . Принцип математичної індукції – одна з аксіом арифметики натуральних чисел (аксіом Пеано [1]).

Реалізація на практиці цього методу здійснюється за наступною схемою:

1) перевіряється істинність твердження $P(n)$ при $n = n_0$, де n_0 – найменше з допустимих значень; 2) припускається, що воно істинне для $n \geq n_0$; 3) доводиться, що з пунктів 1) і 2) випливає істинність твердження для $n = k + 1$. Робиться висновок про істинність твердження $P(n)$ для всіх натуральних значень $n \geq n_0$. Іноді цей метод називають методом повної математичної індукції [2]. Він є строгим дедуктивним методом доведення, який включає в себе елемент індукції, а саме: безпосередню перевірку досліджуваного твердження при найменшому допустимому значенні n .

Узагальненням математичної індукції є трансфінітна індукція – метод доведення, який узагальнює математичну індукцію на випадок незліченої кількості значень параметра. Трансфінітна індукція базується на наступному твердженні: позначимо через M – цілком упорядковану множину, $P(x)$ при $x \in M$ – деяке твердження. Нехай для будь-якого $x \in M$ з того, що $P(y)$ істинне для всіх $y < x$ слідує, що істинним є твердження $P(x)$. Тоді твердження $P(x)$ правильним для будь-якого x . Простими прикладами трансфінітної індукції можна вказати індукцію по параметру, що пробігає множину (упорядковану лексикографічно) всіх слів в

даному алфавіті, а також індукцію з побудови формул в даному логіко-математичному численні [3].

Математична індукція є частинним випадком трансфінитної індукції. Дійсно, нехай M – множина натуральних чисел. Тоді твердження трансфінитної індукції перетворюється в наступне: якщо для будь-якого натурального n із одночасної істинності тверджень $P(1), P(2), \dots, P(n-1)$ випливає істинність твердження $P(n)$, то правильними є всі твердження $P(n)$. При цьому база індукції, тобто $P(1)$, виявляється тривіальним частковим випадком при $n = 1$.

Зазначимо, що таке розширення знань про індукцію доцільно розглядати на факультативних заняттях або на гуртку з математики в Малій академії наук (МАН). Це дозволить учням гуртка МАН бути більш компетентними в питаннях теорії множин, де досі існує багато таємниць [4].

Область застосувань методу індукції широка – його використовують не тільки в курсі вищої математики, а й у шкільному курсі математики при доведенні тотожностей, нерівностей, подільності, при обчисленні сум та добутків, при виведенні деяких формул в геометрії. На наш погляд, роль методу математичної індукції в елементарній геометрії є недооціненою. Існують достатньо природні геометричні задачі, розв'язання яких чи не єдиним методом є метод математичної індукції.

Особливостями доведення методом математичної індукції є його використання. Так для доведення тотожностей та нерівностей – це один підхід, при доведенні подільності – інший, при доведенні теорем – більш загальний.

Приклади.

1. Довести, що $(9^{n+1} - 8n - 9):16$ при всіх цілих $n \geq -1$.

Доведення. При $n = -1$: $(9^{-1+1} - 8(-1) - 9) = 0:16$. Припустимо, що $(9^{k+1} - 8k - 9):16$, ($k \geq -1$). Доведемо, що $(9^{k+1+1} - 8(k+1) - 9):16$. Дійсно, виходячи з вищезазначеного, будемо мати $9^{k+1+1} - 8(k+1) - 9 = 9 \cdot 9^{k+1} - 8k - 17 = 9 \underbrace{(9^{k+1} - 8k - 9)}_{:16} + \underbrace{64k}_{:16} + \underbrace{64}_{:16}$. Кожний з доданків ділиться на 16, тому і вся сума ділиться на 16. Отже, згідно узагальненого принципу математичної індукції $(9^{n+1} - 8n - 9):16$ при всіх цілих $n \geq -1$.

2. У площині проведено n прямих, із яких ніякі дві не паралельні і ніякі три не проходять через одну точку. На скільки частин розбивають площину ці прямі?

Розв'язання. Зробивши відповідні рисунки, можна легко переконатися в тому, що одна пряма розбиває площину на 2 частини, дві прямі – на 4 частини, три прямі – на 7 частин, чотири прямі – на 11 частин. Позначимо через $N(n)$ – число частин, на які n прямих розбивають площину. Тоді: $N(1) = 2$; $N(2) = N(1) + 2$; $N(3) = N(2) + 3$; $N(4) = N(3) + 4$. Можна припустити, що $N(n) = N(n-1) + n$.

Складемо почленно ці n рівностей: $N(n) = 2 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$, або $N(n) = 1 + \frac{n(n+1)}{2}$ [5].

Далі залишається довести правильність останньої формули за допомогою методу математичної індукції.

Важливість грамотного навчання математичній індукції є незаперечною – розуміння методу стає у нагоді не тільки в математичних міркуваннях, але й у реальному просторі, що дозволяє гармонізувати навчання та сформувати більш якісний світогляд учнів.

Список використаних джерел:

1. Виленкин Н.Я. Современные основы школьного курса математики / Н.Я. Виленкин, К.И. Дуничев, Л.А. Калужнин, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.

2. Нікулін О.В. Геометрія: Поглибл. курс: 7-9 кл.: навч. посібник /О.В. Нікулін, О.Г. Кукуш. – К: Ірпінь: ВТФ «Перун», 1999. – 352 с.
3. Большой энциклопедический словарь. Математика. Москва. 1998.
4. Пихтар М. П. Методична система розвитку математичних здібностей школярів – членів Малої академії наук України: Навчально-методичний посібник. – Чернігів, 2014. – 224 с.
5. Мовчан С.М. Метод математичної індукції в шкільному курсі математики. – Київ – 2013 – 52 с.

Матеріали круглого столу
**«Сучасні досягнення фізики – фундамент
майбутнього»**
(05 грудня 2018 р.)

Програма
засідання Круглого столу
«Сучасні досягнення фізики – фундамент майбутнього»
кафедри загальної та прикладної фізики

Модератор: доц. Рокицький М.О.

Секретар: Паращич О.С.

Дата проведення: 05 грудня 2018 р.

Початок роботи: 12³⁰

Аудиторія: 320

1. **Вітальне слово** (академік НАПН України, доктор фіз.-мат. наук, професор Шут М.І.).
2. *Акустичні властивості наповнених полімерів і методи їх дослідження*
Віржанський Віталій Вікторович, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.ф.-м.н., проф. Шут М.І.
3. *Використання ЕОМ в радіоелектроніці, як засіб підвищення фахових знань з фізики.*
Вовк Сергій Петрович, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.пед.н., доц. Козеренко С.І.
4. *Теплофізичні властивості епоксидних полімерів в процесі тверднення*
Гомонюк Лідія Юріївна, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.ф.-м.н., проф. Шут М.І.
5. *Віртуальний фізичний кабінет в основній школі*
Гордієнко Юлія Олегівна, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.ф.-м.н., проф. Шут М.І.
6. *Проектна діяльність як умова становлення предметної компетентності з фізики*
Конончук Наталія Олександрівна, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.пед.н., проф. Благодаренко Л.Ю.
7. *Фронтальний експеримент з фізики як засіб реалізації діяльнісного підходу до навчання*
Легусь Світлана Ігорівна, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.ф.-м.н., проф. Шут М.І.
8. *Фізика екзотичних ядер*
Мазуркевич Оксана Ярославівна, 2 ФМІСОм (1 р. 4 м.)
Науковий керівник: д.пед.н., проф. Благодаренко Л.Ю.
9. *Методика використання засобів електроніки у шкільному навчальному експерименті з фізики.*
Машковець Олександр Тарасович, 2 ФМІСОм (1 р. 4 м.)
Науковий керівник: к.пед.н., доц. Козеренко С.І.
10. *Одержання елементарних частинок в атомних реакторах та прискорювачах*
Мельник Аліна Богданівна, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.пед.н., проф. Благодаренко Л.Ю.
11. *Формування екологічної компетентності у навчанні фізики*
Полюхович Сергій Іванович, 2 ФМІСОм (1 р. 4 м.)
Науковий керівник: д.ф.-м.н., проф. Шут М.І.

12. *Сучасні проблеми квантової фізики*
Ротозей Анастасія Олегівна, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: д.пед.н., проф. Благодаренко Л.Ю.
13. *Внесок українських вчених у розвиток радіоелектроніки.*
Савчук Анатолій Анатолійович, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.пед.н., доц. Козеренко С.І.
14. *Сучасний стан енергетики України.*
Саган Ольга Ігорівна, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Січкарь Т.Г.
15. *Теплопровідність полімерних композиційних матеріалів на основі пентапласту*
Столярова Світлана Сергіївна, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. Рокицький М.О.
16. *Використання комп'ютерних технологій при проведенні фізичного практикуму в середніх загальноосвітніх закладах.*
Тимцясь Артем Сергійович, 2 ФМІСОм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.пед.н., доц. Козеренко С.І.
17. *Електричні властивості наноконпозицій на основі поліхлортрифторетилену.*
Ярошко Антон Леонідович, 2 ФІАм (1 р. 9 м.)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Січкарь Т.Г.

Віржанський Віталій Вікторович
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: академік НАПН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор Шут М. І.

АКУСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ НАПОВНЕНИХ ПОЛІМЕРІВ І МЕТОДИ ЇХ ДОСЛІДЖЕННЯ

Поведінка полімерних композиційних матеріалів під впливом ультразвукових коливань характеризується акустичними властивостями.

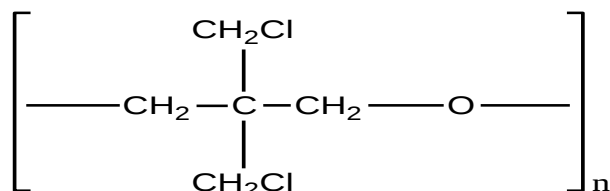
Взагалі кажучи, акустичні властивості визначають здатність полімерного композиційного матеріалу до перенесення і поглинання енергії ультразвукових коливань.

При цьому параметрами, котрі характеризують акустичні властивості полімерів, є наступні:

- Швидкість поширення ультразвукових коливань в середовищі (у зразку);
- Коефіцієнт поглинання ультразвукових коливань.

В якості зразка для дослідження акустичних властивостей використали «Полімерний композиційний матеріал на основі пентапласту та дисперсного наповнювача йодиду срібла» [1,4].

Пентапласт (пентон, полі-3, 3-біс[хлорметил]оксациклобутан) – безбарвний термопластичний лінійний полімер.



Пентапласт стійкий до дії розчинників, а також характеризується високою теплостійкістю. Має високу хімічну стійкість та стійкий до дії концентрованих мінеральних кислот при нагріванні до 100°C.

Наповнювач AgI – жовто-зелена кристалічна речовина, яка погано розчиняється у воді. Помітно розчиняється в концентрованих розчинах йодидів лужних металів, особливо при нагріванні.

Йодид срібла AgI – типовий представник твердих електролітів. Цей клас речовин має ряд унікальних властивостей: в більшості – це діелектрики, при нагріванні яких до температур, значно нижчих від температур плавлення, стрибкоподібно (на 2 – 5 порядків) збільшується їх електропровідність за механізмом іонної провідності.

Дослідження можливо провести такими методами [2,3]:

- 1) Ехо – імпульсний метод,
- 2) Імпульсно – фазовий метод,
- 3) Водоімерсійний метод.

1. Ехо – імпульсний метод:

Генератор імпульсів збудження подає електромагнітні імпульси на випромінювач ультразвукових коливань, що працює за принципом прямого п'єзоефекту. Ультразвуковий імпульс, збуджений випромінювачем, поширюється у зразку досліджуваного матеріалу, відбивається від задньої грані зразка і знову потрапляє на випромінювач, який, працюючи тепер як приймач на принципі зворотного п'єзоефекту, перетворює механічний імпульс в електричний. Далі сигнал потрапляє на попередній підсилювач та на індикаторний блок та обчислювальний блок. На екрані індикаторного блоку спостерігається серія відбитих ехо-імпульсів.

Якщо t – час пробігу відстані $2h$, де h – висота досліджуваного зразка, то швидкість звуку визначається співвідношенням: $v = \frac{2h}{t}$.

Характер затухання ехо-імпульсів несе інформацію про коефіцієнт поглинання:

$A = A_0 e^{-\alpha x}$, де A – амплітуда на відстані x від джерела, A_0 – амплітуда при $x=0$, α – коефіцієнт поглинання, x – відстань, яку пройшла ультразвукова хвиля у середовищі.

При використанні ехо-імпульсного методу, проблеми у дослідженнях виникають у зв'язку з порівняно високим поглинанням ультразвукових коливань, при якому виключається можливість одержання багаторазового відбивання, що знижує точність. У випадку температурних вимірювань застосування методу стає проблемним.

2. Імпульсно – фазовий метод:

Генератор імпульсів збудження подає електричні імпульси на випромінювач, що працює на принципі прямого п'єзоефекту. Ультразвукові імпульси, збуджені джерелом, поширюються у зразок досліджуваного матеріалу і приймаються приймачем, що працює за принципом зворотного п'єзоефекту. Він перетворює ультразвуковий імпульс у електромагнітний. На підсилювач подається імпульс збудження від генератора та імпульс, що пройшов через зразок. Картина імпульсів на екрані індикаторного блоку показана на екрані.

В даному випадку імпульс А відповідає моменту збудження, а імпульс Б – моменту приймання імпульсу приймачем. Тоді швидкість поширення ультразвуку в досліджуваному матеріалі визначається співвідношенням: $v = \frac{h}{t}$, де h – висота зразка, t – часова відстань між імпульсами А та Б.

При вимірюваннях ехо-імпульсним та імпульсно-фазовим методами акустичний контакт посилюється за допомогою спеціальних контактних мастил, якими змащується поверхня зразка, випромінювача та джерела звуку.

Використання імпульсного-фазового методу передбачає вимірювання часу проходження імпульсу в зразку та в металевих або буферних стержнях. В цьому випадку проходження імпульсу в досліджуваному зразку складає лише деяку частину від загальної вимірювальної величини, що знижує точність вимірювання.

3. Водоімерсійний метод:

Цей метод схожий на ехо-імпульсний. Різниця полягає в тому, що простір між випромінювачем і зразком заповнений рідиною, яка виконує роль контактної рідини. Картина імпульсів, що виникають у даному випадку, показана на екрані.

Тоді швидкість поширення ультразвуку визначається: $v = \frac{2h}{t}$, де h – висота зразка, t – часова відстань між імпульсами.

Цей метод використовується для покращення акустичного контакту між блоками схеми для кращого проходження імпульсу через зразок.

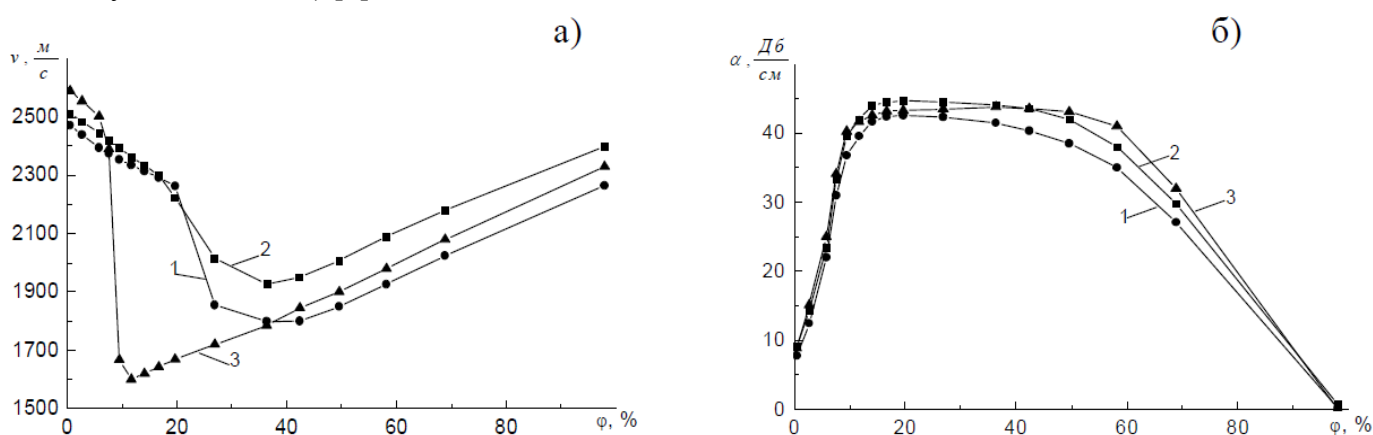
Сутність будь-якого імпульсного методу вимірювання коефіцієнта поглинання ультразвуку полягає в порівнянні амплітуд імпульсів, що пройшли в досліджуваному зразку різними акустичними шляхами, і в обчисленні за формулою:

$$\alpha = \frac{1}{x} \ln \frac{A}{A_0}, \text{ де } x - \text{відстань, яку пройшла ультразвукова хвиля у середовищі.}$$

Вимірювання швидкості ультразвуку зводиться до вимірювання часу пробігу акустичного імпульсу в досліджуваному зразку і вимірюванню довжини акустичного шляху [2].

Метою нашого дослідження, наприклад імпульсно-фазовим методом, є виявлення акустичних властивостей досліджуваного матеріалу, тобто у знаходженні таких величин, як швидкість поширення та коефіцієнт поглинання ультразвуку.

Результати виконаних досліджень на різних частотах (1-5 МГц, 2-7.5 МГц, 3-10 МГц) наведені нижче у вигляді графіків (а-залежність швидкості поширення ультразвуку від вмісту (концентрації) наповнювача; б-залежність коефіцієнта поглинання ультразвуку від вмісту наповнювача) [4].



Висновок:

Отже, ми розглянули декілька методів дослідження акустичних властивостей. Кожен з них має свої недоліки і свої переваги в залежності від технічного завдання. Розглянуті методи дозволяють нам оцінити акустичні властивості полімерного композиційного матеріалу на основі пентапласту та йодиду срібла і оцінити перспективи його практичного використання.

За допомогою імпульсно-фазового методу дослідили відповідні властивості і показали їх у вигляді графіків залежно від концентрації наповнювача і частоти імпульсу.

Список використаних джерел:

1. Мулин Ю.А., Ярцев І.К., Пекур А.Х., Богданов В.П. Наповнений пентапласт // Пластичні маси. – 1972. – №2. – С. 63-67.
2. Перепечко І.І. Акустичні методи дослідження полімерів / І.І. Перепечко – Москва: Хімія, 1973. - 297 с.
3. Загальна фізика. Спеціальний фізичний практикум: навчальний посібник / Шут М.І., Левандовський В.В., Січкарь Т.Г., Янчевський Л.К. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2017. – 190 с.
4. Шут М.І., Рокицький М.О., Рокицька Г.В., Шут А.М., Левандовський В.В. Фізико-механічні властивості полімерних композиційних матеріалів на основі пентапласту та дисперсного йодиду срібла // Фізика аеродисперсних систем. – 2013. – Вип. 50. – с. 23-32.

Гордієнко Юлія Олегівна,
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: академік НАПН України,
доктор фізико-математичних наук, професор Шут М.І.

ЗАСТОСУВАННЯ ХМАРНО-ОРІНТОВАНОГО НАВЧАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ФІЗИКИ

XXI століття характеризується швидким розвитком науки, техніки та високих технологій. Розвиток людства набуває дедалі динамічного характеру. Інформація постійно змінюється. Сьогодні - це новина, завтра це широко використовується, а після завтра - це історія. Розвиток науково-технічного прогресу впливає і на розвиток освітньої галузі. Впровадження Інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в освіту істотно прискорює передачу знань і накопиченого технологічного та соціального досвіду людства

В останні роки однією з тенденцій у ІТ-галузі є поширення "хмарних" технологій. Тому одним із напрямків удосконалення освіти є розвиток застосування "хмарних" технологій, зокрема при навчанні фізики. При цьому особливої уваги набувають такі розділи фізики як: "Електродинаміка", "Ядерна фізика", "Оптика", "Молекулярна фізика". Вивчення цих розділів фізики потребує розвиненого образного мислення, уяви, умінь аналізувати, порівнювати. Багато фізичних дослідів та експериментів не можна продемонструвати в умовах шкільного фізичного кабінету. Пов'язано це зі складністю експерименту або відсутністю приладів для демонстрації експерименту.

Тому одним з напрямків вирішення цієї проблеми є застосування «хмарних технологій», зокрема віртуального фізичного кабінету. Унікальні особливості віртуально фізичного кабінету визначають безперечну ефективність його застосування при вивченні фізики в середній школі. **Віртуальний фізичний кабінет** – це створене за допомогою хмарних технологій місце для співпраці вчителів та учнів для покращення якості освіти та розвитку здібностей учнів.

Оскільки фізика – це наука експериментальна, тому її вивчення складно уявити без дослідів та лабораторних робіт. Тому під час вивчення курсу фізики велику роль відіграють демонстрації, експерименти, лабораторні роботи. На жаль, оснащення кабінету фізики не завжди дозволяє провести лабораторні роботи, які вимагають різного устаткування. У зв'язку з цим доцільно використовувати комп'ютерні моделі поряд з реальними спостереженнями явищ та процесів.

Інформаційно-комунікаційних технологій дають можливість створити в учня уявлення про об'єкт, що вивчається, в сучасній трактовці, пред'явити модель, яка дозволяє найбільш чітко розкрити істотні зв'язки, відношення об'єкта; а при відсутності обладнання – допомогти віртуально виконати лабораторну роботу. Уроки з використанням хмарних технологій дозволяють підвищити мотивацію учнів у вивченні фізики, активізувати їх пізнавальну діяльність, формувати загальний світогляд на науковому рівні.

Застосування інформаційно-комунікаційних технологій має й дидактичні переваги: яскрава форма показу, швидке відтворення реального експерименту, акцентування уваги на окремих аспектах дослідження. Розробка дидактичних засобів нового покоління є потребою сучасності з двох причин, а саме, стрімкий розвиток Інтернет – інструментарію і вплив інформаційного середовища на розвиток та функціонування психологічних процесів у сучасного учня.

Отже, застосування хмарно-орієнтованого навчального середовища в процесі вивчення фізики покращує якість викладання фізики у основній школі. Сам процес навчання переводиться на більш якісний та сучасний етап, адаптований до вимог сьогодення та відкриває нові шляхи для подальших досліджень щодо використання хмарних технологій у навчальному процесі.

Список використаних джерел:

1. Александрук В.В. Використання інформаційних технологій на уроках фізики. Методичні рекомендації / В.В. Александрук – 2011. – 64 с. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: < http://kabfiz-roippo.at.ua/Seminar/Book_AVV.pdf >.
2. Биков В.Ю. Технології хмарних обчислень – провідні ін-1. формаційні технології подальшого розвитку інформатизації системи освіти України / В.Ю. Биков // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2011. – № 6. – С. 3-11
3. Маркова О.М. Хмарні технології навчання: витоки / О.М. Маркова, С.О. Семеріков, А.М. Стрюк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2015. – Т. 46; № 2. – С. 29-44.

Легусь Світлана Ігорівна,
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П.Драгоманова
Науковий керівник: академік НАПН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор Шут М.І.

ФРОНТАЛЬНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ З ФІЗИКИ ЯК ЗАСІБ РЕАЛІЗАЦІЇ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ ДО НАВЧАННЯ

Як відомо, фізика ґрунтується на експерименті. Тому ця її особливість визначає низку специфічних завдань шкільного курсу фізики, спрямованих на засвоєння наукових методів пізнання. Завдяки навчальному фізичному експерименту учні оволодівають досвідом практичної діяльності людства в галузі здобуття фактів та попереднього їх узагальнення на рівні емпіричних уявлень, понять і законів. За таких умов експеримент виконує функцію методу навчального пізнання, завдяки якому у свідомості учня утворюються нові зв'язки й відношення, формується особистісне знання. Саме через навчальний фізичний експеримент найефективніше здійснюється діяльнісний підхід до навчання фізики.

Одним із засобів зацікавлення учнів до навчання є проведення фронтальних експериментів. Можливість та вміння застосовувати власні знання для вирішення ситуацій, максимально наближених до тих, з якими стикаєшся в реальному житті, переконує дітей в особистісній значущості навчання. Сформованість цих умінь є однією з головних цілей навчання.

Програмами з фізики для середньої школи значна частина навчального часу відводиться на самостійне виконання учнями лабораторних робіт. При вивченні окремих питань програми учні під безпосереднім керівництвом учителя виконують фронтальні лабораторні роботи.

Загальною і найбільш суттєвою ознакою всіх експериментальних робіт учнів є фронтальний метод їх проведення. Важливо те, що роботи виконуються всіма учнями класу (бригадами або індивідуально) одночасно на одноманітному обладнанні під керівництвом

учителя (учитель проводить вступний інструктаж, показує деякі прийоми роботи, виконує на дошці необхідні малюнки і записи, організує обговорення одержаних результатів).

Таким чином, навчальний фізичний експеримент як органічна складова методичної системи навчання фізики забезпечує формування в учнів необхідних практичних умінь, дослідницьких навичок та особистісного досвіду експериментальної діяльності, завдяки яким вони стають спроможними у межах набутих знань розв'язувати пізнавальні завдання засобами фізичного експерименту.

Список використаних джерел:

1. Коршак Є.В., Миргородський Б.Ю. Методика і техніка шкільного фізичного експерименту. - К.: "Вища школа", 1981. – 278 с.
2. Бугаев А. И. Методика преподавания физики в средней школе - М.: "Просвещение", 1981. – 288 с.
3. Войтків Г. Навчальний фізичний експеримент як основне джерело активізації пізнавальної діяльності учнів з фізики // Наукові записки. – Випуск 82. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2009. – Ч.2. – С. 303-307.

Столярова Світлана Сергіївна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

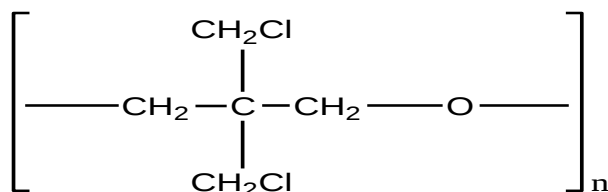
доцент Рокицький М.О.

ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ ПОЛІМЕРНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ПЕНТАПЛАСТУ

Сучасні полімерні композиційні матеріали являють собою багатокомпонентні системи, що крім основної компоненти – полімерної матриці містять різного роду наповнювачі, введення яких є ефективним способом модифікування полімерних матеріалів.

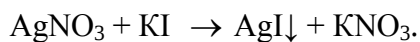
Вплив наповнювачів на властивості полімерів і, зокрема, здатних до кристалізації в основному виражається у наступному: вплив на процеси структурування полімерної матриці [1]; зміна теплофізичних, механічних та інших властивостей композитів під впливом наповнювачів [2]; взаємовплив поверхонь матриці та дисперсної фази і утворення внаслідок цього пристінного (адсорбційного) шару полімера [3] та пристінного шару наповнювача з особливою структурою та властивостями, відмінними від властивостей відповідних матеріалів в об'ємі.

В якості об'єкту дослідження нами було обрано високомолекулярний полієфір – пентапласт (молекулярна маса 100000 – 250000), який одержується полімеризацією мономера 3,3-біс(хлорметил)оксациклобутану. Хімічна формула пентапласта має вигляд:



Завдяки симетричному розташуванню у просторі хлорметильних груп вздовж основного ланцюга (вміст хлору $\sim 45.5\%$) пентапласт стійкий до дії розчинників, а також характеризується високою теплостійкістю.

В якості дисперсного наповнювача було обрано йодид срібла (AgI) марки “Ч”. Йодид срібла - жовто-зелена кристалічна речовина, яка погано розчиняється у воді, так при 298 К в 100г води розчиняється $0,25 \cdot 10^{-6}$ г. Помітно розчиняється концентрованих розчинах йодидів лужних металів, особливо при нагріванні. Йодид срібла отримували відповідно до методики [4] з розчину нітрату срібла при додаванні йодиду калію:



Зразки системи пентапласт – дисперсний AgI готували у наступному (p - T - t) режимі: нагрівання зі швидкістю 3,5 К/хв, витримка при 483 К протягом 15 хв. під тиском 20 МПа, охолодження з розплаву з швидкістю 0,5 К/хв, що відповідає оптимальним технологічним умовам переробки композиту з урахуванням властивостей як наповнювача, так і полімерної матриці [5]. Зразки для теплофізичних вимірювань мали форму циліндра діаметром 15 мм. та висотою $1 \div 2$ мм.

Вимірювання температурної залежності теплопровідності в інтервалі температур 113 – 493 К проводили при неперервній зміні температури нагрівника в режимах, близьких до регулярного нагріву з використанням динамічного λ - калориметра. λ - калориметр являє собою модернізований вимірювач теплопровідності “ІТ- λ -400”, блок-схема якого, представлена на рис.1.

Відносна похибка при дослідженні теплопровідності становила $\varepsilon = \pm 3\%$.

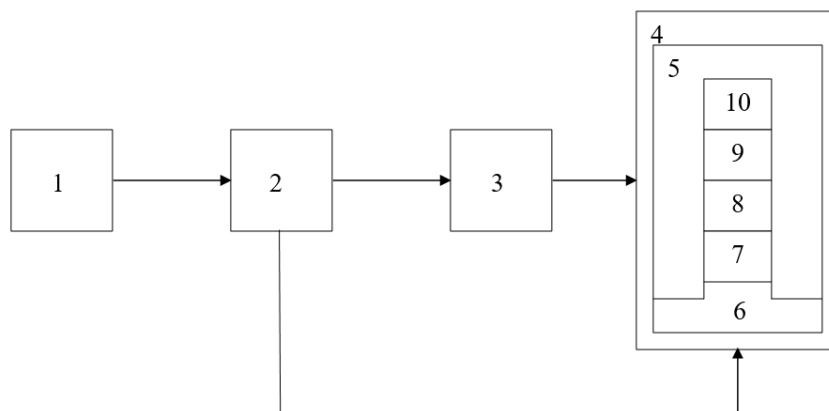


Рис. 1. Блок-схема установки для визначення теплопровідності полімерних композиційних матеріалів

Результати дослідження теплопровідності свідчать про монотонне зменшення теплопровідності в інтервалі температур 113 – 419 К з тенденцією більш інтенсивної зміни при низьких температурах (113 – 208 К) для чистого полімера. При концентрації $C_V \approx 3\%$ спостерігається різке підвищення значень коефіцієнта теплопровідності, що в залежності від температури може перевищувати відповідні значення λ для чистого пентапласту у 1,5 рази. При концентраціях $C_V > 42\%$ значення λ композитів наближається до відповідних значень коефіцієнтів теплопровідності наповнювача [6] за рахунок збільшення вмісту більш теплопровідного наповнювача (при $T = 103\text{ К}$ $\frac{\lambda_{\text{AgI}}}{\lambda_{\text{пентапласт}}} > 1,5$), а при $C_V = 69\%$ навіть перевищує її

за рахунок сумарного внеску механізмів провідності полімерної матриці та дисперсного наповнювача. Зростання значень теплопровідності композитів пов'язане із реалізацією структурного перколяційного переходу в наповнювачі – система ізольованих кластерів –

неперервний кластер (ІК – НК), що виявляється з теплофізичних вимірювань в околі ~ 30 %, що співпадає з відповідним значенням, одержаним з електрофізичних досліджень.

За результатами досліджень було виявлено, що з підвищенням концентрації наповнювача теплопровідність підвищується, це пов'язано з різницею в теплопровідності полімерної матриці і наповнювача. Підвищення значення теплопровідності лежить в допустимих межах, що дає можливість використовувати даний матеріал як теплоізоляційний.

Список використаних джерел:

1. Симонов-Емельянов И.Д. Обобщенные параметры дисперсной структуры наполненных полимеров / Симонов-Емельянов И.Д., Кулезнев В.Н., Трофимичева Л.З. // Пластические массы. – 1989. – №1. – С.19–22.
2. Прочность дисперсно-наполненных полимерных композитов / Бобрышев А.Н., Авдеев Р.И., Жарин Д.Е. [и др.] // Пластические массы. – 2003. – №1. – С.15–18.
3. Определение объемной доли связанного на наполнителе полимера по теплофизическим данным / Бартенев Г.М., Дущенко В.П., Шут Н.И. [и др.] // Коллоидный журнал. – 1984. – Т.XLVI, №6. – С. 1065–1072.
4. Новиков В.В., Wojciechowski K.W. Частотные зависимости диэлектрических свойств композитов типа металл-диэлектрик // Физика твердого тела. – 2002. – Т.44. – Вып.11. – С.1963–1969.
5. Наполненный пентапласт / Мулин Ю.А., Ярцев И.К., Пекур А.Х., Богданов В.П. // Пластические массы. – 1972, №2. – С. 63–67.
6. Определение объемной доли связанного на наполнителе полимера по теплофизическим данным / Бартенев Г.М., Дущенко В.П., Шут Н.И. [и др.] // Коллоидный журнал. – 1984. – Т.XLVI, №6. – С. 1065–1072.

Матеріали круглого столу
«Астрономія у школі і виші»
(11 грудня 2018 р.)

Програма
засідання Круглого столу
«Астрономія у школі і виші»
кафедри експериментальної і теоретичної фізики та астрономії

Модератор: проф. Грищенко Г.О.

Секретар: доц. Кириленко О.І.

Дата проведення: 11 грудня 2018 р.

Початок роботи: 12³⁰

Аудиторія: 452

1. Вітальне слово (проф. Грищенко Г.О.).

2. Вивчення еруптивних зір

Алланазарова Майса Арнепесовна

Науковий керівник: доц. Павлова Н.Ю.

3. Сучасні оптичні телескопи

Гніліченко Андрій Володимирович, 2 фмз

Науковий керівник: доц. Павлова Н.Ю.

4. Вивчення радіоактивності в курсі фізики середньої школи

Данилова Інеса Віталіївна, 2 фмзСО

Науковий керівник: доц. Павлова Н.Ю.

5. Фізика Сонця в курсі сучасної астрономії

Макарчук Оксана Василівна, 2 ФА (1,4)

Науковий керівник: проф. Грищенко Г.О.

6. Стандартна модель у фізиці елементарних частинок

Мірошніченко Максим Андрійович, 2 ФА (1,4)

Науковий керівник: проф. Грищенко Г.О.

7. Методичні засади впровадження комп'ютерних технологій в навчальний процес з астрономії

Мороз Руслана Іванівна, 2 фмзСО

Науковий керівник: проф. Бойко Г.М.

8. Міжпредметні зв'язки фізики та астрономії під час вивчення фізики за поглибленим рівнем

Мухіна Софія Степанівна, 2 фмзСО

Науковий керівник: проф. Грищенко Г.О.

9. Фізика космічних елементарних частинок

Панкратова Світлана Анатоліївна, 2 ФА (1,4)

Науковий керівник: доц. Кириленко О.І.

10. Екзопланети: історія відкриття та стан дослідження

Степанчук Катерина Олександрівна, 2 ФА (1,4)

Науковий керівник: проф. Бойко Г.М.

11. *Навчальні досягнення з фізики учнів середньої школи: планування і контроль*

Стрельникова Тамара Сергіївна, 2 фмзСО

Науковий керівник: доц. Кириленко О.І.

12. *Незалежне оцінювання навчальних досягнень учнів з оптики*

Шмагун Владислав Богданович, 2 ФСО (1,4)

Науковий керівник: доц. Кириленко О.І.

13. *Становлення фізики твердого тіла в Україні*

Чепелуха Олена Сергіївна, 2 фмзСО

Науковий керівник: доц. Філоненко М.М.

14. *Вивчення еволюції зір*

Юрченко Наталія Іванівна, 2 фмз

Науковий керівник: доц. Павлова Н.Ю.

Алланазарова Майса,
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Павлова Н.Ю.

ЕРУПТИВНІ ЗОРІ

Змінні зорі – зорі, у яких спостерігають зміни –блиску хоча б в одному спектральному діапазоні [1]. За особливостями зміни блиску і причинами, що зумовлюють їх, змінні зорі поділяють на шість головних класів: еруптивні змінні зорі; пульсуючі змінні зорі; змінні зорі, які обертаються; спалахуючі і новоподібні зорі; тісні подвійні затемнювані системи; джерела сильного змінного рентгенівського випромінювання. Змінна карликова зоря, яка проявляє свою змінність у вигляді повторюваних спалахів, що пояснюються різного роду викидами речовини (ерупціями) називається **еруптивною змінною**. Еруптивні зорі можуть бути самої різної природи, вони можуть знаходитися як на ранніх, так і на пізніх етапах своєї еволюції

Змінні зорі типу Т Тельця, що не завершили процес гравітаційного стиснення називаються молодими. Це карлики найчастіше спектральних класів F - G з емісійними лініями в спектрі. Багато таких зір є в туманності Оріона, де йде процес активного зореутворення. Схожі на них зорі типу RW Візничого, що належать до спектральних класів B - M. Їх блиск змінюється хаотично, а амплітуда змін блиску може досягати 3^m , іноді до 1^m протягом години. Тривалість зміни блиску лежить в діапазоні від кількох годин до кількох діб. Ці зорі мають великі газові оболонки. Рух речовини в цих оболонках, пов'язаний з процесом гравітаційного стиснення зорі, можливо, і є причиною її хаотичної змінності. Зорі типу Т Тельця - наймолодші утворення, які вже можна вважати зірками.

Спалахуючі зорі типу UV Кита [2]. Це карлики спектральних класів K і M. У них в спектрі спостерігаються емісійні лінії кальцію і водню. Ці зорі відрізняються дуже швидким зростанням світності під час спалахів. Амплітуда посилення блиску (спалаху) становить $0,3-6,0^m$ у візуальній частині спектру, а в ультрафіолетовій – до $9,0^m$. Менш ніж за одну хвилину потік випромінювання може збільшитися в десятки разів. Після цього за півгодини-годину він повертається до початкового рівня. Під час спалаху посилюється також яскравість емісійних ліній. Характер явища нагадує хромосферний спалах на Сонці. Спалахи реєструють не тільки в оптичному а й в інфрачервоному, рентгенівському і радіодіапазоні. Зірки типу UV Кита швидше за все знаходяться на заключних стадіях гравітаційного стиснення. Спалахуючі зорі є найчисленнішою групою змінних зір у нашої Галактиці

Зорі типу Ве. Масивні зорі, що швидко еволюціонують. Їх набагато важче застати на ранніх стадіях еволюції. Проте, серед гарячих зір класу B, що переважно швидко обертаються, часто зустрічаються зірки з емісійними лініями, які належать водню, іноді гелію і іншим елементам. Як правило, такі зірки відрізняються змінними спектрами і змінюють блиск на $1-2^m$, причому ці зміни мають нерегулярний характер і пов'язані, імовірно, з витіканням речовини, викликаним швидким обертанням. Маса Ве-зірок порядку 10 мас Сонця. Скоріше за все, це недавно виникли молоді об'єкти.

Змінні типу R Північної Корони – еруптивні (вибухові) змінні зорі високої світності з екстремальним дефіцитом водню в оболонці, які змінюють світність у двох режимах, один – швидкі (~10 хвилин) неправильні пульсації з низькою амплітудою (декілька десятих зоряної величини), а другий – нерегулярне непередбачуване зниження яскравості на $1-9^m$, що може

тривати від десятків днів до кількох років, після чого зоря повертається до нормального стану. Відомо лише близько 100 таких зір. Вважається, що тьмяніння викликано конденсаванням вуглецю у сажу, через що зоря тьмяніє у видимому світлі, але у інфрачервоному світлі значущого зниження яскравості не відбувається. Змінні типу R Північної Корони переважно є надгігантами спектральних класів F та G, з типовими молекулярними лініями C_2 та CN, характерними для жовтих надгігантів.

Змінні типу RS Гончих Псів – це клас розділених подвійних зір, які складаються з масивного головного гіганта чи субгіганта спектральних класів G-K та супутника, який є субгігантом або зорею головної послідовності спектральних класів G-M. Зорі типу RS CVn крім можливої затемнюваної зміни кривої блиску, виявляють також модуляцію кривої блиску з амплітудою до $0,6^m$, яка пояснюється обертанням зоряних плям, які вкривають до 20% площі поверхні зорі. Ці зорі мають потужні хромосфери. За рентгенівською світністю корон вони значно переважають всі інші типи активних зір спектральних класів F-M. Їхні рентгенівські світності на 3-5 порядків більше від рентгенівської світності Сонця.

Змінні зорі типу S Золотої Риби – гарячі надгіганти спектральних класів O та B, які хаотично змінюють свій блиск із амплітудою від кількох десятих до кількох видимих зоряних величин. Характерний час помітних змін становить роки або десятиріччя [1, 2]. Зазвичай, це найяскравіші зорі галактик, в яких вони спостерігаються. Змінні типу S Золотої Риби – це наймасивніші зорі: їх маси можуть перевищувати $50M_{\odot}$. Втім, вони дуже інтенсивно втрачають масу – $\sim 10^{-4}M_{\odot}$ на рік. Для опису їх змінності запропоновано таку модель: дуже гаряча зоря, оточена у фазі максимального блиску протяжною (до $200R_{\odot}$) холодною ($T \sim 10^4 K$) густою ($n \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$) оболонкою. Ця оболонка оптично товста, її спостерігають як зоряну «псевдотосферу». В мінімумі блиску оболонки немає – спостерігається реальна фотосфера зорі. Змінність у візуальній ділянці спектра зумовлена спектральним перерозподілом потоку. Водночас болометрична світність, напевне, є сталою. Можливо, що стадія змінних зір типу S Золотої Риби є короткочасною фазою, яка передуює стадії зір Вольфа-Райє.

Фуори (за FU Орiona) – рідкісний тип нестаціонарних зір, які перебувають на стадії еволюції до головної послідовності. FU Орiona – це зоря, з якою відбулася різка зміна зоряної величини (на 6^m) та спектрального класу (з dKe (помаранчевий карлик) стала надгігантом спектрального класу F). Це рідкісний тип молодих, як правило змінних зірок, які оточені значною кількістю міжзоряного пилу та газу. Фізичні причини такого зростання світності та зміни спектрального класу остаточно не визначені. За однією з гіпотез фуор – це зоря, яка швидко обертається, причому швидкість її обертання настільки висока, що з екватора зривається оболонка, яка забирає з собою частину моменту обертання, і структура зорі зазнає змін. Спалах зорі – прояв цих змін. За іншою гіпотезою, саму зорю ми не бачимо, а спостережуване світіння зумовлене акреційним диском. Спалах – наслідок зростання темпу акреції.

Еруптивні зорі є одними з найцікавіших об'єктів Всесвіту, з якими обов'язково необхідно ознайомлювати студентів спеціальності «фізика та астрономія» при вивченні зір в курсі астрофізики. З еруптивними зорями можна знайомити учнів 11 класу профільного рівня навчання при вивченні теми «Зорі. Еволюція зір».

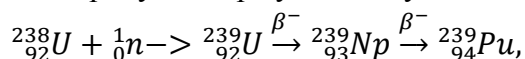
Список використаних джерел:

1. Астрономічний енциклопедичний словник / за заг. ред. І. А. Климишина та А. О. Корсунь. – Львів: Голов. астроном. обсерваторія НАН України, 2003. – 548 с.
2. Нестационарные звезды и методы их исследования. В 5 томах. -Том 2. Эруптивные звезды / [В. П. Архипова, Э. Р. Мустель, А. А. Боярчук та ін.]. – Москва: Наука, 1970. – 376 с.

ЛАНЦЮГОВА ЯДЕРНА РЕАКЦІЯ

До початку 40-х років ХХ ст. у працях багатьох учених було доведено, що під час опромінення урану нейтронами утворюються елементи із середини періодичної системи – лантан і барій. Цей результат поклав початок дослідженню ядерних реакцій нового типу – реакцій поділу ядра, суть яких в тому, що важке ядро під дією нейтронів, а також інших частинок, ділиться на декілька більш легких ядер, найчастіше на два близькі за масою ядра [3, С. 272].

Розділення двох ізоотопів урану з масовими числами 235 і 238 було необхідною умовою досягнення військової мети. Атомна бомба вимагала величезної кількості чистого урану-235, але він становить всього 0,714% природного урану. Оскільки маси ізоотопів урану близькі, а хімічні властивості їх однакові, то виділення урану-235 із природної суміші ізоотопів технологічно є досить важким завданням. При повільному одержанні енергії потрібні великі кількості урану, і тут як побічний продукт одержується плутоній-239:



який так само, як і уран-235, ділиться під дією нейтронів. Таким чином, виникла ідея «атомного котла», названого так через простоту його конструкції. Ця назва витіснена більш відповідною назвою - «ядерний реактор». Завданням «атомного котла» було виробництво плутонію для атомної бомби. У цьому процесі необхідно було підтримувати ланцюгову ядерну реакцію поділу на урані-235, з одного боку, і забезпечити резонансне захоплення нейтронів ураном-238 з утворенням плутонію, з іншого. Тому потрібно було виводити швидкі нейтрони поділу із маси урану, уповільнювати їх, відбираючи кінетичну енергію, і знову направляти їх в уран уже тепловими нейтронами, щоб викликати поділ урану-235. Функцію уповільнювачів нейтронів могли виконати атоми легких елементів, у зіткненні з якими нейтрони втрачають значну частину своєї енергії, не викликаючи у той же час зміни цих атомів. У той період були відомі дві речовини, придатні для цієї мети, – важка вода D₂O і вуглець. Через високу ціну важкої води зупинились на вуглецю у вигляді графіту [6].

Ланцюгова ядерна реакція — послідовність одиничних ядерних реакцій, кожна з яких викликана частинкою, що є продуктом реакції на попередньому кроці послідовності. Прикладом ланцюгової ядерної реакції є ланцюгова реакція поділу ядер важких елементів, при якій більшість актів поділу ініційована нейтронами, отриманими при діленні ядер у попередньому поколінні [3, С. 336].

Практичне здійснення ядерної ланцюгової реакції вимагає подолання значних труднощів. Річ у тім, що природний уран є сумішшю двох ізоотопів — урану-235 (0,7 %) й урану-238 (99,3 %). Ці ізотопи під дією нейтронів поведуть себе по-різному. Нейтрони, що звільнилися при поділі ядер урану-235, здатні викликати поділ лише ядер цього самого ізоотопу, частка якого в природному урані дуже мала й виявляється недостатньою для початку ланцюгової реакції. Цю трудність долають завдяки збагаченню природного урану ізотопами урану-235 до 5 % та сповільненням нейтронів, що істотно зменшує їх поглинання ядрами урану-238. Найкращим уповільнювачем нейтронів є «важка вода» (D₂O), молекули якої складаються з дейтерію (ізоотопу

водню) та кисню. При взаємодії з нейтронами звичайна вода перетворюється на важку. Хорошим уповільнювачем нейтронів є також графіт. Ядра вуглецю, що входить до складу графіту, не поглинають нейтрони. При пружній взаємодії з ядрами дейтерію («важка вода») або вуглецю (графіт) нейтрони сповільнюються до потрібних швидкостей [5, С. 56].

Щоб ланцюгова реакція розвивалася, потрібно підтримувати незмінним потік нейтронів і створити умови для їх проникнення в ядра атомів Урану. З цією метою треба достатню масу Урану вміщувати в обмеженому просторі, створювати так звані «критичні умови». Тоді нейтрони потраплятимуть в ядра, викликаючи подальший їх поділ. Мінімальну масу, за якої ланцюгова реакція відбувається самочинно, називають критичною [4, С. 748].

Здійснення ланцюгової реакції поділу ядер атомів Урану — досить складний процес. Адже повільні нейтрони, що вивільняються в процесі ядерної реакції, можуть викликати поділ лише ядер $^{235}_{92}\text{U}$; для поділу ядер $^{238}_{92}\text{U}$ потрібні швидкі нейтрони з енергією понад 1 МеВ. Оскільки природний Уран складається з двох нуклонів — 99,3 % Урану-238 і лише 0,7 % Урану-235, то для підтримання ланцюгової ядерної реакції необхідно задовольнити принаймні дві умови: досягти критичної маси і забезпечити достатнє число вивільнених нейтронів для підтримання реакції, яке б не зменшувалося з часом [2, С. 164].

Людство зробило істотний крок уперед. У 1942 р. під керівництвом Е. Фермі в США було збудовано перший ядерний реактор, в якому ланцюгова реакція поділу ядер атомів Урану стала керованою. Це дало поштовх бурхливому розвитку атомної (ядерної) енергетики [1, С. 416].

Ядерний реактор — пристрій, призначений для здійснення керованої ланцюгової реакції поділу, яка завжди супроводжується виділенням енергії [6].

Щоб керувати ланцюговою ядерною реакцією та унеможливити ймовірність вибуху, використовують регулюючі стрижні, виготовлені з матеріалу, що добре поглинає нейтрони. Так, якщо температура в реакторі збільшується, стрижні автоматично заглиблюються в проміжки між ТВЕЛами, в результаті кількість нейтронів, що вступають у реакцію, зменшується і ланцюгова реакція сповільнюється [4, С. 750].

Термоядерні реакції — це майже невичерпне джерело енергії. Фізики вже навчилися створювати умови для виникнення таких реакцій, а от їх використання в промисловому масштабі поки що залишається на рівні експериментів [7].

Список використаних джерел:

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Атомная и ядерная физика / Д.В. Сивухин - Ч. 2. // М: Наука. – 1989. – 416 с.
2. Плюйко В.А. Основы теории ядра та ядерних процесів / В.А. Плюйко. – К: Навчальний посібник, 2002. – С. 164.
3. Валантэн Л. Субатомная физика: ядра и частицы / Л. Валантэн. – М: Мир, 1986. – С. 272, 336.
4. Широков Ю.М. Ядерная физика / Ю.М. Широков, Н.П. Юдин. – М: Наука, 1980. – С. 748, 750.
5. Садовий М.І. Методичні матеріали для вивчення окремих тем курсу загальної фізики: [метод. реком. для викл. та студ. пед. вищих навч. закладів і учителів ЗОШ] / М.І. Садовий, О.М. Трифонова. – Кіровоград: ПП «Ексклюзив Систем», 2008. – 56 с.
6. Ланцюгова ядерна реакція. Ядерний реактор [Електронний ресурс] // 2017 – Режим доступу до ресурсу: <https://mozok.click/620-lancyugova-yaderna-reakcy-a-yaderniy-reaktor.html>.
7. Ланцюгова ядерна реакція. Ядерний реактор [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://sites.google.com/site/vamba3fizm/teoria/lancugova-aderna-reakcia-adernij-reaktor>.

ФІЗИКА СОНЦЯ В КУРСІ АСТРОНОМІЇ

Сонце було і залишається одним із головних об'єктів астрономічних досліджень. Це пояснюється, з одного боку, тісним зв'язком між діяльністю Сонця та земними процесами, а з іншого боку – тією обставиною, що Сонце виступає як звичайна зоря, яка знаходиться найближче, що значно спрощує її дослідження. Таким чином, ми дізнаємося про зорі в цілому. А отже, значення вивчення Сонця виходить за межі суто «сонячної астрономії». Також важливим аспектом вивчення Сонця є те, що практично все що відбувається на планеті Земля так чи інакше пов'язане з теперішньою або минулою дією небесного світила.

Сучасному уявленню про Сонце передував важкий багатовіковий шлях людини від незнання до знання, від явища до єства, від обожнювання Сонця до практичного використання його енергії. Був час, коли люди нічого не знали про розміри Сонця і його температуру, стан речовини Сонця і т.д. не знаючи про відстань до світила, приймали видимі розміри за дійсні.

Історія вивчення Сонця починається з 1611 р., коли Галілей почав телескопічні спостереження Сонця. Ним були відкриті сонячні плями, визначено період обертання Сонця навколо своєї осі. У 1814 р. Й. Фраунгофер знайшов темні лінії поглинання в спектрі Сонця — це поклало початок вивченню хімічного складу зір. У 1843 р. німецький астроном Г. Швабе визначив циклічність сонячної активності [1, С. 443]. Розвиток методів спектрального аналізу дозволив вивчити фізичні умови на Сонці. З 1836 р. регулярно спостерігаються затемнення Сонця, що дозволило виявити корону й хромосферу Сонця, а також сонячні протуберанці. У 1913 р. американський астроном Дж. Хейл довів існування на Сонці магнітних полів. У 1931 р. Б. Ліо винайшов сонячний коронограф, що дозволив спостерігати корону й хромосферу поза затемненнями. До 1942 р. шведський астроном Б. Едлен довів наявність високої температури в сонячній короні. На початку 40-х років XX століття було відкрито радіовипромінювання Сонця. Істотним поштовхом для розвитку фізики Сонця в другій половині XX століття став розвиток магнітної гідродинаміки й фізики плазми. На сьогодні вивчення ультрафіолетового й рентгенівського випромінювання Сонця здійснюється методами позаатмосферної астрономії (з орбітальних обсерваторій, космічних лабораторій тощо) [2, С. 112].

Сонце є однією з мільярдів зір в нашій Галактиці. Спектральний клас Сонця G2V, на діаграмі Герцшпрунга-Рессела воно знаходиться ближче до холодного кінця головної послідовності, і відноситься до класу жовтих карликів.

Сонце – центральне світило нашої планетної системи, і фізичні процеси, що протікають в ньому, в значній мірі визначають також фізику планет, принаймні, найближчих до Сонця. Середня відстань від Землі до Сонця – 150 мільйонів кілометрів – світло проходить його за 8 хвилин [3, С.35].

Маючи діаметр майже 1 392 000 км (приблизно в 109 разів більше діаметра Землі) і масу $2 \cdot 10^{30}$ кг (що складає 98% маси сонячної системи), Сонце є могутнім джерелом енергії – джерелом всього життя на Землі.

В даний час приблизно половина водню в ядрі вже вигоріла в термоядерних реакціях. Сонце в цілому на 71% складається з водню, 27% складає гелій і 2% відводиться на вуглець,

залізо і інші елементи. Кожну секунду 700 млрд. тонн водню згоряє на Сонці. Не дивлячись на таку величезну швидкість втрат, енергії Сонця вистачить ще на 5 млрд. років такого життя (приблизно стільки ж років Сонцю від народження). Закінчить своє життя Сонце білим карликом [4, С. 169].

Середня густина киплячої плазмової кулі, якою є Сонце, в 4 рази менше густини Землі. Фотону потрібен мільйон років, щоб добратися від ядра Сонця до його поверхні. Спочатку енергія передається випромінюванням – приблизно 70% шляху. Потім починає працювати конвекція - процес, що нагадує кипіння. За конвективною зоною слідує шар атмосфери Сонця, званий фотосферою – це поверхня Сонця, яку ми бачимо. Товщина фотосфери дуже маленька ~700 км. Розташовані над фотосферою хромосфера і корона практично вільно пропускають безперервне випромінювання фотосфери. В першому наближенні можна вважати, що фотосфера випускає безперервне теплове випромінювання як абсолютно чорне тіло з температурою 6000К. Практично вся енергія випромінювання Сонця укладена у випромінюванні фотосфери. Кількість енергії, перенесеної сонячним промінням за 1 хвилину на площу в 1 см^2 , розташованої зовні земної атмосфери на середній відстані від Землі до Сонця, називають сонячною постійною, її значення рівне $1,4 \times 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Звідси можна порахувати, що світність Сонця рівна $3,86 \times 10^{26} \text{ Вт}$. Зорі типу Сонця – стаціонарні зорі з термоядерним джерелом енергії – не міняють своєї світності протягом багатьох мільйонів років. Все ж таки слід відмітити, що зміни сонячної постійної можуть складати частки відсотка залежно від сонячної активності [5, С. 64].

До винаходу радіо і запуску космічних телескопів, які дозволили спостерігачам освоїти всю шкалу електромагнітних хвиль, від найжорсткішого γ -випромінювання, рентгену і ультрафіолету до метрових радіохвиль, єдиним свідомством змінності сонячної активності була зміна кількості плям на фотосфері з періодом в 11 років [6, С. 48].

В даний час Сонце знаходиться на спаді активності.

Насправді повний магнітний цикл Сонця складає 22 роки – за цей час полярність ведучих і хвостових плям змінюється на протилежну і плями, які є місцями виходу магнітного поля з-під фотосфери, повертаються на свої місця.

Сонце дуже впливає на явища, які відбуваються на Землі. Його короткохвильове випромінювання зумовлює важливі фізико-хімічні процеси у верхніх шарах атмосфери. Видимі й інфрачервоні промені є основними «постачальниками» тепла для Землі. У різних країнах світу, в тому числі й у нас, ведуться роботи щодо ширшого використання сонячної енергії для господарських і промислових цілей (вироблення електроенергії, опалення будинків та ін.). У майбутньому використання енергії прямого сонячного випромінювання неминуче зросте [7, С. 255].

Але Сонце не лише освітлює та зігріває Землю. Прояви сонячної активності супроводжуються цілим рядом геофізичних явищ. Потоки заряджених частинок, прискорені під час спалахів, впливають на магнітне поле Землі й спричиняють магнітні бурі, які сприяють проникненню заряджених частинок у нижчі шари атмосфери, від чого й виникають полярні сяйва. Короткохвильове випромінювання Сонця посилює іонізацію верхніх шарів земної атмосфери (іоносфери), що дуже впливає на умови поширення радіохвиль, іноді порушуючи радіозв'язок [8, С. 315]. Виявилося, що активні процеси на Сонці, впливаючи на атмосферу й магнітне поле Землі, опосередковано діють і на складні процеси органічного світу — як тваринного, так і рослинного. Ці впливи та їх механізм у наш час досліджують учені [9].

Список використаних джерел:

1. Панненук А. История астрономии / А. Панненук, М., «Наука», 1996 – 592 с.

2. Масевич А.Г. История Солнца / А.Г. Масевич., ЦК ВЛКСМ «Молодая гвардия», 1995 – 341с.
3. Вальдемар М. Результаты и проблемы изучения Солнца / М. Вальдемар - «Москва», 1950 – 187с.
4. Степанов В.Е. Физика Солнца / В.Е/ Степанов.: Сборник статей / Ред. Кол., 1981 – 247с.
5. Степанян Н.Н. Наблюдения Солнца / Н.Н. Степанян, М.: «Наука», 1992 – 126с.
6. Витинский Ю.И. "Цикличность и прогнозы солнечной активности" / Ю.И. Витинский, М.: «Наука», 1973 - 101с.
7. Уайтхаус Д. Биография Солнца. Все тайны Солнца в одной книге / Д. Уайтхаус., М.: «Москва», 2008 – 368с.
8. Чижевский А.Л. Земля в объятиях Солнца / А.Л. Чижевский, М.: «Мысль», 1995 – 768с.
9. [Электронный ресурс] – Режим доступа до ресурсу - www.astronet.ru

Мірошніченко Максим Андрійович

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

професор Грищенко Г.О.

СТАНДАРТНА МОДЕЛЬ У ФІЗИЦІ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

Ідея про те, що простота і впорядкованість лежить в основі складних і різноманітних явищ навколишнього нас світу завжди привертала особливу увагу як філософів, так і фізиків. Дослідникам хотілося виявити фундаментальні складові, з яких можна побудувати матерію і пояснити її взаємодії. Відкриття атома, а також електрона і протона, стало вирішальним аргументом на користь концепції фундаментальних складових матерії або фундаментальних частинок. Історія фізики пов'язана з відкриттям все нових рівнів будови матерії, причому кожен новий рівень виявляється більш фундаментальним, ніж попередній. Концепція фундаментальності еволюціонує в часі, причому ця еволюція багато в чому визначається тими джерелами енергії, які є в розпорядженні експериментатора. Чим вище енергія частинки, тим менше довжина хвилі цієї частки, тим з кращою точністю вивчається матерія. Таким чином було встановлено, що речовина складається з молекул, молекули - з атомів, атоми - з електронів і ядер, а ядра - з протонів і нейтронів.

Сучасні прискорювачі здатні забезпечити просторову роздільну здатність на рівні 10^{-16} см. На таких масштабах проявляє себе абсолютно новий рівень будови матерії - рівень кварків, лептонів і інших фундаментальних частинок. Фізика частинок стає синонімом фізики високих енергій. Розглянутий порівняно недавно як фундаментальна частинка, протон втратив свій фундаментальний статус. Виявилося, що протон, як і інші сильно взаємодіючі частинки - адрони, складається з більш фундаментальних частинок, названих кварками. До складу протона і нейтрона входять два типи кварків, що позначаються u , d . Ці кварки, поряд з першими відомими лептонами, формують стабільну матерію Всесвіту. Відкриття нестабільних адронів зажадало інших типів кварків, які разом з пізніше відкритими лептонами утворюють покоління. Зараз відомо три покоління кварків і лептонів: (u , d , ν_e , e), (c , s , ν_μ , μ), (t , b , ν_τ , τ). При наявних енергіях не можна говорити про існування структури у кварків і лептонів, тому ці

частки розглядаються як точкові. Вивчення структури матерії неминуче пов'язане з вивченням фундаментальних сил, що описують взаємодії між фундаментальними складовими на тому чи іншому рівні будови матерії. Незважаючи на надзвичайну різноманітність і складність прояву різних взаємодій, природа проявила "економність", звівши їх до чотирьох типів фундаментальних взаємодій.

Ще зовсім недавно кожна з фундаментальних взаємодій описувалася своєю власною теорією. Гравітація - теоріями Ньютона і Ейнштейна, електромагнетизм - теорією Максвелла, сильні взаємодії - теорією Юкави, слабкі - теорією Фермі. Однак фізики завжди роздумували про можливість існування єдиної теорії всіх взаємодій. У цьому напрямку, поряд з успіхами в фізиці частинок, за останні кілька десятиліть досягнуто очевидний прогрес. Тепер три з чотирьох фундаментальних взаємодій описуються квантовими теоріями, що мають загальну математичну форму. Ці теорії засновані на постулаті симетрії - принципі локальної калібрувальної інваріантності. Вони називаються калібрувальними теоріями. Лагранжіан цих теорій інваріантний щодо деякого класу перетворень, проведених над усіма полями частинок в різних точках простору і в різні моменти часу. Серед цих теорій фізично реалістичною і математично повною виглядає Стандартна модель, що включає сильні, слабкі і електромагнітні взаємодії. Ця модель єдиним чином описує три з чотирьох фундаментальних взаємодій і знаходиться в чудовому згоді з експериментальними даними [1, С. 16].

Всупереч вражаючому успіху Стандартної моделі (СМ) в описі експериментальних даних, існує багато причин, чому СМ не є остаточною теорією. Однією з причин є те, що в СМ нейтрино є безмасовими частинками і, отже, осциляції нейтрино відсутні. Однак в даний час існують строгі вказівки на користь існування осциляцій нейтрино. Неважко розширити СМ, включивши до неї масивні нейтрино, проте природне пояснення малості мас нейтрино вельми нетривіальне і судячи з усього вимагає якісно нової фізики за межами СМ [2, С. 10]. І це не кажучи про проблеми гравітації, темної матерії і темної енергії, баріонної асиметрії світу.

Але незважаючи на проблеми, які виникають в СМ, вона добре описує квантовий стан Всесвіту. Її твердженнями користується астрофізика. Стандартна модель також тісно пов'язана з космологією, адже в лабораторних умовах, ми спостерігаємо явища, які відбулись у ранньому Всесвіті.

Список використаних джерел:

1. Емельянов В.М. Стандартная модель и ее расширения / В.М. Емельянов— М.: ФИЗМАЛИТ, 2007. — 584 с.
2. Красников Н.В. Новая физика на Большом адронном коллайдере / Н.В. Красников, В.А. Матвеев. — М.: КРАСАНД, 2011. — 208 с., цв. вкл.

Панкратова Світлана Анатоліївна

магістрантка 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Кириленко О. І.

ФІЗИКА КОСМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТАНИХ ЧАСТИНОК

Поняття «елементарна частинка» сформувалося в зв'язку з встановленням будови речовини на мікроскопічному рівні. Виявлення на початку 20-го століття найдрібніших носіїв

властивостей речовини - атомів - дозволило описати всі відомі речовини як комбінації кінцевого, хоча і досить великого, кількості складових – атомів [1].

Виявлення складної будови атомів, які опинилися побудованими всього з трьох типів частинок (електронів, протонів і нейтронів в ядрі), істотно зменшило кількість дискретних елементів, що формують властивості речовини, і дало підставу припускати, що ланцюжок складових частин матерії закінчується дискретними безструктурними утвореннями - елементарними частинками [1].

Експерименти в космічних променях дозволили зробити ряд принципів для фізики мікросвіту відкриттів. У 1932 році Андерсон відкрив в космічних променях позитрон. У 1937 році Андерсоном і Неддермейером були відкриті мюони і зазначений тип їх розпаду. У 1947 році відкрили π -мезони. У 1955 році в космічних променях встановили наявність К-мезонів, а також і важких нейтральних частинок – гіперонів [2].

Всі частинки (в тому числі і неелементарні частки і квазічастинки) поділяються на бозони і ферміони. Бозона (або бозе-частинками) називаються частинки або квазічастинки, що володіють нульовим або цілочисельним спіном. Бозони підкоряються статистиці Бозе-Ейнштейна (звідси й походить їхня назва). До бозонів відносяться: гіпотетичний гравітон (спін 2), фотон (спін 1), проміжні векторні бозони (спін 1), глюони (спін 1), мезони і мезонні резонанси, а також античастинки всіх перерахованих частинок. Частинки або квазічастинки з напівцілим спіном називаються ферміонами (або фермі-частинками). Для них справедливий принцип Паулі, і вони підкоряються статистиці Фермі-Дірака (звідси й походить їхня назва). До ферміонів відносяться: лептони, всі баріони і баріонні резонанси, кварки (спін 1/2), а також відповідні античастинки [3].

Класифікація за походженням космічних променів:

- поза межами нашої Галактики;
- в Галактиці;
- на Сонці;
- в міжпланетному просторі.

Первинними прийнято називати позагалактичні і галактичні промені. Вторинними прийнято називати потоки частинок, що проходять і трансформуються в атмосфері Землі. Космічні промені є складовою природної радіації (фонової радіації) на поверхні Землі і в атмосфері [2].

Адрони (від грец. *Nadros* - великий, сильний) - частки, що беруть участь у сильній взаємодії (як і у всіх інших). Це найбільший клас частинок. Адронів кілька сотень. Адрони мають розмір близько 10-13 см і складаються з кварків. Адрони, що складаються з трьох кварків, називаються баріонами, що складаються з кварка і антикварка - мезонами. Найбільш відомі адрони - протон і нейтрон.

Лептони - легкі слабовзаємодіючі частки. Один з лептонів ми добре знаємо - це електрон - частинка, яка була відкрита одна з перших понад сто років тому. Електрон - це та сама частка, яка тече в проводах, коли там є електричний струм. Виявилося, що електрон - це не єдина частинка з сімейства лептонів. Незабаром після електрона була відкрита інша частка, яка отримала назву мюон. Вона виявилася майже точною копією електрона, тільки в двісті разів важче [4].

У нейтрино дуже маленька маса і немає електричного заряду, ця частка не приймає участі в сильних взаємодіях, її дуже важко виявити. Проте вона народжується в слабких взаємодіях. Так, разом з електроном народжується електронне нейтрино.

Фотони – це безмасові частинки, у яких спінове число дорівнює 1 (тобто вони є бозонами). Він є стабільною частинкою, отже час його життя не визначений. Фотон був

передбачений М. Планком та А. Ейнштейном в їхніх квантових теоріях, але експериментально підтверджений лише в 1923 році. Він також бере участь в гравітаційній взаємодії (напр. траєкторія руху потоку фотонів викривлюється біля гравітаційних полів) [5].

Потрапляючи в атмосферу Землі, космічні частинки (а це в основному протони і ядра більш важких елементів, ніж водень) відчують зіткнення з її атомами і молекулами. В результаті відбувається розщеплення ядер і утворення численних вторинних частинок. Середня відстань, яку встигає пройти протон в атмосфері, відповідає приблизно 1/13 частини її товщі.

Відкриття каскадного процесу - народження вторинних частинок, що з'являються генетично пов'язаними групами, - пов'язане з ім'ям Д. Скобельцина. Він вперше "побачив" зливи космічних променів в дослідках з камерою Вільсона, виявивши сліди одночасно народжених двох або трьох частинок усередині камери Вільсона. По суті, це були перші спостереження множинних процесів в ядерній фізиці високих енергій [6].

Для детального дослідження природи космічних променів надвисоких енергій необхідно використовувати детектори з апертурою, значно більшою, по порівнянню з наземними установками. Концепція таких приладів пов'язана з необхідністю створення космічних платформ стеження за земною атмосферою з космосу. В цьому випадку реєструє апаратура повинна розташовуватися або на борту орбітальної космічної станції або на спеціалізованих супутниках. Широко обговорюваними проектами експериментів цього типу є EUSO і OWL.

Заповітна мрія всіх фізиків - виявити універсальність трьох фундаментальних сил, об'єднати всі фізичні взаємодії в одній теорії. Об'єднання електромагнітної і слабкої взаємодій в єдину електрослабку взаємодію стало першим обнадійливим успіхом на цьому шляху. Тому фізики-теоретики з 1974 р намагаються створити теорію Великого об'єднання взаємодій, в яких електромагнітну, слабку і сильну взаємодії будуть розглядатися як різні прояви єдиного поля [7].

Елементарні частинки неможливо ні помацати, ні понюхати, ні побачити, ні спробувати на смак. Інформацію про їх існування вчені одержують за допомогою громіздких детекторів, які видають для обробки набори електричних або світлових сигналів. Тільки спеціальним чином аналізуючи отримані сигнали, фізики можуть вивчати властивості елементарних частинок.

Дослідження Галактичних космічних променів, що тривають вже протягом декількох десятиліть, не привели, проте, до закриття «білих плям» в цій цікавій області, хоча багато питань були успішно вирішені. Можна, наприклад, констатувати, що накопиченої інформації цілком достатньо для оцінки внеску ГКП в радіаційний фон на орбітах космічних апаратів. Однак, у міру підвищення енергії частинок, якість інформації погіршується.

Список використаних джерел:

1. [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: <http://gymilit.in.ua/re>.
2. [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: <http://znaimo.com.ua>.
3. Дирак П. Пути физики / П. Дирак. Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 88 с.
4. [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: <http://howded.com/uk/pages/274436>
5. [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: <http://znaimo.com.ua/%D1%84%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BD>
6. [Електронний ресурс]- Режим доступу до ресурсу: https://studopedia.su/8_53259_metodi-sposterezheniya-ta-reiestratsii-radioaktivnogo-viprominyuvannya.html
7. [Електронний ресурс] - Режим доступу до ресурсу: https://studopedia.com.ua/1_395334_teoriya-elektroslabkoi-vzaiemodii.html
8. Кучерук І.М. Загальний курс фізики у трьох томах / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук. ТЗ. Оптика. Квантова фізика - К.: 1999, – 261 с.

Степанчук Катерина Олександрівна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент Бойко Г. М.

ЕКЗОПЛАНЕТИ: ІСТОРИКО-ДИДАКТИЧНИЙ АСПЕКТ

Екзопланетою прийнято називати космічне тіло, яке «живе» поза Сонячною системою і, відповідно, обертається навколо іншої зірки. Такі об'єкти, як правило, досить тьмяні і мають відносно малі габарити.

Перші планети були відкриті в 1992 році. За цей час астрономи виявили вже понад 1000 таких планет навколо галактики Чумацький Шлях. Дослідники вважають, що вони знайдуть ще безліч екзопланет. За оцінками дослідників в галактиці Чумацький Шлях є близько 100 мільярдів зірок, навколо яких повинні бути екзопланети. Більшість екзопланет не схожі на Землю. Їх характеристики ближче до Юпітера або Нептуна - газовим гігантам або планет-гігантів. Тільки 5 відсотків з відомих екзопланет можна побачити за допомогою телескопів. У зв'язку з цим астрономам довелося придумати методи, завдяки яким їх можна виявити. Метод Доплера є найпоширенішим методом. «Метод Доплера - метод виявлення екзопланет, відомий також як спектрометричні вимірювання променевої (радіальної) швидкості зірок. З його допомогою можна виявити планети, розташовані в безпосередній близькості від зірки, і планети-гіганти з періодами звернення приблизно до 10 років. Планета, обертаючись навколо зірки, як би розгойдує її, і можна спостерігати доплеровське зміщення спектра зірки» [1]. Завдяки цьому методу, астрономам вдалося виявити близько 90 відсотків екзопланет. Астрономи шукають крихітні зміни в променевої швидкості зірки, щоб виявити нову екзопланету. Наприклад, Юпітер, впливаючи на Сонце, як би розгойдує зірку. Відстежуючи ці зміни з плином часу, астрономи можуть оцінити мінімальну масу планети [2].

Ще один спосіб визначити екзопланету - спостерігати яскравість батьківської зірки. «Батьківська зірка - це зірка, яка має найбільший гравітаційний вплив на планету (в окремому випадку навколо якої вона обертається) або зірка, яка створила планету». Якщо вона тьмяніє протягом короткого часу, то це може вказувати на проходження планети перед зорями і нами. Це другий за популярністю метод відкриття екзопланети, але він привів до ряду помилкових відкриттів. Крім цих двох методів, деякі астрономи використовують астрометрію. Даний метод заснований на точному визначенні місця розташування зірки в небі. В наслідок будь-якої крихітної зміни місця розташування зірки на небі будуть вказувати на планету та її неподалік [3].

Розрізняють такі класи екзопланет:

- гарячий Юпітер - газові гіганти, розташовані до своєї зірки ближче, ніж Меркурій до нашого Сонця;
- пульсарні планети – планети, що обертаються навколо зірки-пульсар;
- суперземля – планети, що схожі з планетою Земля;
- гарячий Нептун - це екзопланети, маса яких від 10 до 20 разів більша за масу Землі, але «гарячий Нептун» ближчі до своїх зірок, ніж Меркурій до нашого Сонця;
- планета – океан – планети у яких обсяг води набагато більше, ніж у Землі;
- хтонічна планета – планети, що сплячються батьківською зорею, після чого залишається лише скелясте ядро, яке вчені охрестили хтонічні планети;

- планета-сирота – планети, що вільно плавають в просторі, тобто не мають «батьківської зорі».

Гарячий Юпітер. Перша відкрита екзопланета, яка розташована навколо зірки, схожої на наше Сонце, є 51 Пегаса В. Ця екзопланета розташована на відстані приблизно 50 світлових років від Землі. Неофіційно її називають «Беллерофонт» на честь приборкувача міфічного Пегаса. «Беллерофонт» відноситься до класу «гарячий Юпітер». Завдяки своїм розмірам і близькості до зірки, «гарячий Юпітер» легше виявити сучасними методами.

Відкриття екзопланет дозволило астрономам зробити висновок: планетні системи - явище в космосі поширене. До сих пір немає визнаної теорії утворення планет, але тепер ситуація в цій області змінюється на краще. Більшість виявлених систем сильно відрізняється від Сонячної. У більшості випадків планети, подібні до Землі, і менші за розмірами виявити можливо тільки за спостереженнями за проходженням планети на тлі зірки. У найближчому майбутньому в космос буде запущений оглядовий космічний телескоп імені Джеймса Вебба, який дозволить не тільки краще розгледіти знайдені планети, але і допоможе знайти мільйони нових екзопланет, захованих в далеких куточках космосу [4].

Сьогодні науці відомо про існування 1821 подібних об'єктів, 1135 з яких відносяться до планетних систем. Необхідно відзначити, що число об'єктів, що підходять під параметри екзопланети, набагато більше. Після закінчення місії «Кеплер» вчені нарахували тільки 2750 таких тіл. Але для того, щоб упевнитися, що дані об'єкти відносяться саме до екзопланет, потрібні додаткові дослідження із залученням наземних машин.

Отже, слід зазначити, що більша частина відомих екзопланет були відкриті не за допомогою візуального спостереження, а завдяки застосуванню різних методик детектування. Поки переважна кількість відкритих планет відносяться до газових гігантів. Але вчені переконані, що говорити про те, що в Чумацькому Шляху переважно переважають об'єкти, схожі з Юпітером, ще занадто рано. І цьому існує просте пояснення: недостатньо успішних методів дослідження. Адже помітити масивний короткоперіодичний об'єкт набагато легше, ніж тіло, що володіє меншими розмірами.

Список використаних джерел:

1. Анісімова В.В., Косарева В. Н. Екзопланети // Юний учений. - 2015. - №3. - С. 123-125. Режим доступу: URL: <http://yun.moluch.ru/archive/3/194/> Беккер, Б. Наша зростаюча галактика / Б. Беккер, Ф. Ріхтер // Світ науки. 2004. №4.
2. Наукова стаття Виявлено рожеву екзопланета Цікавості; 13 серпня 2013.
3. Наукова стаття Великий Всесвіт. Степові вовки космосу. 8 лютого 2011.
4. Наукова стаття Великий Всесвіт. Що таке екзопланета. 15 червня 2011.

Стрельникова Тамара Сергіївна

магістрантка 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Кириленко О.І.

НАВЧАЛЬНІ ДОСЯГНЕННЯ З ФІЗИКИ УЧНІВ СЕРЕДНЬОЇ ШКОЛИ: ПЛАНУВАННЯ І КОНТРОЛЬ

Освіта є основою інтелектуального, духовного, фізичного і культурного розвитку особистості, її успішної соціалізації, економічного добробуту, запорукою розвитку суспільства,

об'єднаного спільними цінностями і культурою, та держави.

Метою освіти є всебічний розвиток людини як особистості та найвищої цінності суспільства, її талантів, інтелектуальних, творчих і фізичних здібностей, формування цінностей і необхідних для успішної самореалізації компетентностей, виховання відповідальних громадян, які здатні до свідомого суспільного вибору та спрямування своєї діяльності на користь іншим людям і суспільству, збагачення на цій основі інтелектуального, економічного, творчого, культурного потенціалу Українського народу, підвищення освітнього рівня громадян задля забезпечення сталого розвитку України та її європейського вибору [1].

Для досягнення поставленої мети, необхідно правильно сформулювати цілі навчання. Розглянемо, які основні способи постановки цілей практикують у сучасному навчальному закладі:

1. Визначення цілей через аналіз основних компонентів змісту навчального матеріалу (наприклад, вивчити зміст параграфа...). Цей спосіб вказує на частину змісту, що вивчатиметься на уроці, але не на ступінь досягнення цілей.

2. Визначення цілей через діяльність учителя (наприклад, ознайомити учнів з продемонструвати прийоми...). Такий спосіб ґрунтується на власній діяльності вчителя, але не дає можливості зіставляти свої дії з реальними результатами навчання.

3. Постановка цілей через внутрішні процеси особистісного, інтелектуального, емоційного розвитку учнів (наприклад, формувати пізнавальний інтерес, розвивати пізнавальну самостійність, уміння аналізувати). У формулюваннях такого типу узагальнено освітні цілі на рівні навчального предмета чи циклу предметів, але не на рівні конкретного уроку. Неможливо переконатися у досягненні таких цілей за результатами одного уроку.

4. Постановка цілей через навчальну діяльність учнів (наприклад, дослідити будову предмету, застосувати поняття і принципи в нових ситуаціях, здійснити розмежування між фактами і наслідками). Такі формулювання також не відображають очікуваного результату навчання, його наслідків.

Прагнення задати цілі навчання у вигляді кінцевих результатів привели до розробки різних таксономій цілей, які являють собою перелік цілей і певну їх ієрархію. В дидактиці найбільше поширення має таксономія цілей навчання американського вченого Б.С. Блума і його колег [3]. В когнітивній області Блум виділяє шість категорій цілей:

1. **Знання.** Ця категорія полягає у запам'ятовуванні та відтворенні матеріалу, який вивчається: термінів, конкретних фактів, методів і процедур, основних понять, правил, принципів, цілісних теорій.

2. **Розуміння.** Свідчить про здатність учня встановлювати зв'язок одного матеріалу з іншим, перетворювати його із одної форми вираження в іншу, переводити його з однієї «мови» на іншу: зі словесної у графічну, математичну і навпаки; пояснення, короткий виклад, прогнозування майбутніх наслідків, виявляють із наявних даних.

3. **Застосування.** Характеризується вмінням використовувати вивчений матеріал у конкретних умовах і нових ситуаціях: застосування правил, методів, уміння розбивати матеріал на складові понять, законів, принципів, теорій.

4. **Аналіз.** Ця категорія означає вміння виділення частин цілого, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення принципів організації цілого: учень бачить помилки й огріхи в логіці міркувань, бачить різницю між фактами і наслідками, оцінює значимість даних.

5. **Синтез.** Характеризується вмінням комбінувати елементи, щоб одержати ціле з новою системною властивістю: повідомлення, план дій, нова схема тощо.

6. Оцінювання. Ця категорія означає вміння оцінювати значення матеріалу для конкретної мети: учень оцінює логіку побудови матеріалу у вигляді письмового тексту, оцінює відповідність висновків уже даним тощо.

Ця таксономія, як і будь-яка інша класифікація цілей, має недоліки. Зокрема, в ній відсутня така категорія, як «Розв'язання проблем» [3].

Контроль, або перевірка результатів навчання, є обов'язковим компонентом процесу навчання. Контроль має освітню, виховну, розвивальну, діагностичну, стимулюючу, управлінську функції.

Методи контролю і самоконтролю забезпечують перевірку рівня засвоєння учнями знань, сформованості вмінь і навичок. З цією метою використовують методи *усного, письмового, тестового, графічного, програмованого контролю, практичної перевірки, самоконтролю, а також методи самооцінки.*

З вищеперерахованих видів контролю, тестування є найефективнішим.

Широке впровадження тестування зумовлене :

- високою технологічністю перевірки результатів тестування;
- незалежністю результатів тестування від суб'єктивної думки тих, хто перевіряє.

Залежно від специфіки організації контролю за навчальною діяльністю учнів використовуються такі *форми контролю*: фронтальна, групова, індивідуальна, комбінована, самоконтроль, взаємоконтроль.

Компетентність як інтегрований результат навчальної діяльності учнів формується передусім на основі опанування змісту загальної середньої освіти. Виявити рівень такого опанування покликане оцінювання.

Оцінювання навчальних досягнень дітей з особливими освітніми потребами здійснюється згідно з критеріями оцінювання, визначеними центральним органом виконавчої влади у сфері освіти і науки.

Опрацювавши навчальні матеріали, ми дійшли висновку, компетентності не перевіряються явно, а перевіряються через результати навчання (кожен з елементів компетентності може бути представлений як результат навчання). Ми пропонуємо використовувати таксономію Блума в когнітивній області для навчання фізики, подавши формулювання результатів навчання за допомогою конкретних дієслів. Такі результати навчання визначають, які саме дії повинен виконувати учень і що саме контролюється під час оцінювання досягнення поставленої мети навчання. Таксономія Блума для когнітивної області, адаптована нами з метою навчання фізики, дозволяє формулювати заплановані результати навчання різних рівнів. Використання правильних дієслів – це ключ до успішного планування результатів навчання. Для об'єктивного і незалежного оцінювання знань учнів, необхідно застосовувати тестовий метод контролю.

Список використаних джерел:

1. Закон України Про освіту [Електронний ресурс] // Режим доступу до ресурсу : <http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19>.
2. Гузеев В.В. Планирование результатов образования и образовательная технология. М.: Народное образование, 2000. 240 с.
3. Теория и методика обучения физики в школе: Общие вопросы: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. Заведений /С.Е. Каменецкий, Н.С. Пурешева, Н.Е. Вадеевская и др.: Под. ред. С.Е. Каменецкого, Н.С. Пурешевой. – М.: Издательский центр «Академия», 2000. – 368с.

Терещук Вікторія Миколаївна,
магістрантка 2-го курсу навчання,
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент Кириленко О.І.

КОРОТКА ДОВІДКА ПРО ТЕРМОЯДЕРНІ РЕАКЦІЇ

Людству потрібна енергія, причому потреби в ній збільшуються з кожним роком. Разом з тим запаси традиційних природних палив (нафти, вугілля, газу) кінцеві. Кінцеві також і запаси ядерного палива - урану і торію, з якого можна отримати в реакторах плутоній.

Практично невичерпні запаси термоядерного палива - водню, і ось, в "атомний" вік, вчені змогли контролювати ядерний розпад атомів і використовувати велику енергію, що виділяється при цьому процесі. Ці реакції називаються термоядерні [3].

Термоядерна реакція - синтез більш важких атомних ядер з більш легких з метою отримання енергії, яка носить керований характер [1].

Для злиття легких ядер необхідно подолати потенційний бар'єр, обумовлений кулонівським відштовхуванням протонів в однойменно позитивно заряджених ядрах.

Термоядерні реакції відбуваються на Сонці і зірках і є джерелом енергії, що забезпечує їх випромінювання. Щомиті Сонце випромінює енергію $3,8 \cdot 10^{26}$ Дж, що відповідає зменшенню його маси на 4,3 млн. тон.

Виділяють такі види термоядерних реакцій:

1. Протон-протонна реакція;
2. Вуглецево-азотна реакція;
3. Потрійний альфа-процес.

Основним джерелом енергії в надрах Сонця і подібних йому зірок є водневий цикл, або протон-протонний ланцюжок термоядерних реакцій (pp-реакція), що призводить до перетворення водню в гелій [2].

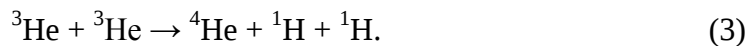
1. Позитронний розпад протона:



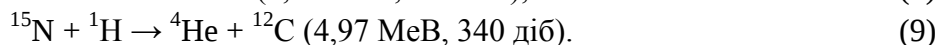
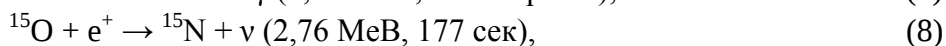
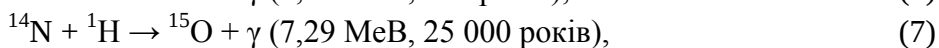
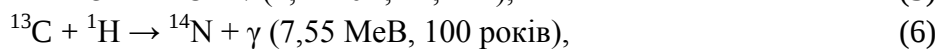
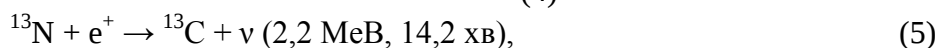
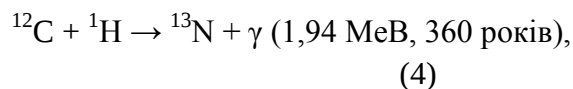
2. Синтез Ні-3:



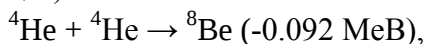
3. Синтез Ні-4:



Існує ще один ланцюжок реакцій, також призводить до злиття чотирьох протонів в α -частинку:



При температурі зоряних надр порядку сотень мільйонів кельвінів (тобто при «вигоранню» практично всього водню) джерелом ядерної енергії стає потрійна гелієва реакція (потрійний альфа-процес).



(10)



Здійснення термоядерних реакцій в земних умовах створює величезні можливості для отримання енергії.

Наприклад, при використанні дейтерію, що міститься в одному літрі води, в реакції термоядерного синтезу виділиться стільки ж енергії, скільки виділиться при згоранні приблизно 350 літрів бензину [3].

У даній роботі розглянуто поняття термоядерної реакції. Ми детально ознайомились з основними відомостями з теми, сутністю явища, умовами його протікання, а також з його властивостями та видами. Був здійснений аналіз літературних джерел. Особливу увагу було приділено створенню конспекту лекції з теми «Термоядерні реакції».

Результати роботи можуть бути використані в навчальному процесі при читанні спеціальних курсів з фізики для студентів старших курсів. Дана робота може бути використана і при роботі гуртків з даної дисципліни чи для роботи проблемних груп, які займаються дослідженням та вивченням ядерних реакцій, термоядерних реакцій, джерелами енергії Сонця. Також робота може бути корисна як викладачам, так і студентам педагогічних спеціальностей.

Список використаних джерел:

1. Свирский М.С. Электронная теория вещества: учеб. пособие для студентов физ. - мат. фак. пед. ин-тов – М.: Просвещение, 1980. – 288с.
2. Левин В.Е. Ядерная физика и ядерные реакторы. - М.: Атомиздат, 1975, -284 с.
3. Булавін Л.А. Ядерна фізика: Підручник. – 2-ге вид., перероб. і доп. / Л.А. Булавін, В.К. Тертаковський. – К.:Знання, 2005.– 439 с.
4. Королев Ф.А. Курс физики: Оптика. Атомная и ядерная физика.-М.:Просвещение. 1969, - 408 с.

Терещук Вікторія Миколаївна,
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
професор Грищенко Г.О.

МОДЕЛЬ АТОМА: ІСТОРІЯ І СУЧАСНА ТЕОРІЯ

Ще з давніх часів мислителі, філософи припускали, що все суще, матерія, повітря, вода, все складається з таких собі дрібних частинок – атомів. Основоположником атомарної теорії будови світу був давньогрецький філософ і вчений Демокріт, хоча, швидше за все не він був першим автором цієї ідеї.

Новий інтерес до атомів, основних відомостей про їх будову вже виник в ХІХ столітті, часу нового розквіту науки і техніки. Так вже з практичними дослідженнями вченим стало зрозуміло,

що атом не є неподільним, а в 1860 році було сформульовано академічне поняття атома і молекули [1].

XX століття стало справжнім часом прориву наших знань про атом, в тому числі блискучі вчені фізики Нільс Бор і Ернест Резерфорд запропонували так звану планетарну модель атома, порівнявши його з планетною системою, де подібно до того як планети обертаються навколо Сонця, електрони в атомі обертаються навколо атомного ядра, що складається з протонів і нейтронів. Цікаво, що подібні міркування перегукуються з уявленнями древніх, адже ще легендарний Гермес Трисмегіст говорив «що вгорі, то внизу», або іншими словами будова планетних систем і галактик подібна будові найменшої дрібної частинки – атома.

Крім моделі Бора/Резерфорда були й інші, наприклад, модель Томпсона, який вважав, що атом є позитивно зарядженим тілом, всередині якого розташовуються електрони. Цю модель спростував Резерфорд [3].

Також варто відзначити планетарну модель атома Нагаока, яка передбачала, що будова атома подібна до планети Сатурн, у якого навколо ядра обертаються об'єднані в кільця електрони.

Закономірним розвитком загальновизнаної планетарної моделі Бора/Резерфорда стала квантова модель будови атома, яка стверджує, що в ядрі атома знаходяться нейтрони (вони не мають заряду), позитивно заряджені протони, а навколо літають негативно заряджені електрони. При цьому траєкторії руху електронів відповідно до законів квантової механіки наперед не задані.

Зрозуміло, всі моделі будови атома є досить спрощеними варіантами, справжня будова атома куди більш складна.

Будова і властивості атомів різних хімічних елементів прямо пов'язані з місцем останніх у знаменитій таблиці Менделєєва. Там вони розташовані згідно електричним розрядам своїх ядер, що залежить від кількості протонів (як пам'ятаємо заряджених позитивно) і електронів, що літають навколо ядра і заряджених негативно [4].

Електронна оболонка атомів має рівно стільки електронів, скільки є в його ядрі протонів, саме завдяки цьому атом є нейтрально зарядженим – кількість позитивно і негативно заряджених частинок зрівноважують одна одну.

Поряд з появою планетарної теорії будови атома з'явилися і формули, що описують цю саме будову для атомів різних хімічних елементів. Наприклад, формулу будови атома азоту можна описати як $1s^2 2s^2 2p^3$, будова атома натрію – $1s^2 s^2 2p^6 3s^1$. Ці формули показують, яка кількість електронів рухається по кожній з орбіт того чи іншого хімічного елемента [2].

У наш час фізика не стоїть на місці і з моменту створення канонічної планетарної моделі атома Бора/Резерфорда було зроблено багато цікавих відкриттів щодо влаштування атома.

Список використаних джерел:

1. Білий М. У. Атомна фізика / М.У. Білий . - К: Вища школа, 1973. – 188 с.
2. Ландау Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау , Е. М. Лившиц . т. III. Квантовая механика. Нерелятивистская теория - М: Наука, 1974. – 208 с.
3. Бронштейн М. П. Атомы и электроны / М. П. Бронштейн (Серия: «Библиотечка «Квант»») - М: Наука, 1980. - 152 с.
4. Шехтер В. М. Атом и квантовая механика / В. М Шехтер ., А. А. Ансельм (Серия: «Физика») - М: Знание, 1984. - 64 с.

Чепелуха Олена Сергіївна

магістр 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Філоненко Михайло Миколайович

СТАНОВЛЕННЯ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА В УКРАЇНІ

Практична діяльність людини ще з незапам'ятних часів нерозривно пов'язана із застосуванням твердих матеріалів – дерева, каміння, металу. Проте наука про тверде тіло – фізика твердого тіла, що пов'язує його макроскопічні властивості з його мікроструктурою та складом не нараховує і двохсот років.

Роком народження фізики твердого тіла вважається 1848 р. саме цього року французький вчений Огюст Браве запропонував модель кристала, як сукупність впорядкованих частинок (атомів), що утримуються біля свого положення рівноваги силами взаємодії.

На сьогодні фізика твердого тіла є однією з передових галузей фізики.

Розвиток фізичної думки в Україні тісно пов'язаний з історією України.

Становлення фізики як науки в Україні стало можливим після заснування перших університетів у ХІХ ст.: Харківського, Київського та Новоросійського (Одеського).

Історія викладання фізики бере початок з ХІХ ст. з часу відкриття Харківського університету (1805 р). Напевно тоді ж розпочалася і дослідна робота з фізики.

Другий центр, де в Україні зароджувалася фізика, був у Києві.

Перший етап зародження науково-дослідницької роботи в Київському університеті пов'язаний з ім'ям Михайла Петровича Авенаріуса (1835—1895 рр.). Він очолював кафедру фізики з 1865 р., і в 1875 р. створив першу в Києві (в наддніпрянській Україні) дослідницьку фізичну лабораторію з молекулярної фізики та термоелектрики [1].

Заснування Академії наук тісно пов'язане з іменами Володимира Івановича Вернадського та Миколи Прокоповича Василенка.

26 листопада 1918 р. офіційно опубліковано “Статут Української Академії Наук у м. Києві”.

За Статутом Українську академію наук оголошено найвищою науковою державною установою в Україні, що перебуває у безпосередньому віданні верховної влади. Основними функціями засновники Академії вважали поширення й поглиблення наукових дисциплін та збагачення їх новими відкриттями на користь людству, сприяння об'єднанню та організації наукової праці, становленню науково-дослідних інститутів у всіх галузях знання.

Цей перший Статут затверджував структуру Академії у складі трьох відділів: історично-філологічного, фізично-математичного, соціальних наук.

Лавинний потік наукових робіт з фізики, зумовлений відкриттям Х-променів та електрона, призвів до заснування в Києві фізичної науково-дослідної кафедри фізики при Народному Комісаріаті освіти УСРР, яка мала дослідні лабораторії при Київському політехнічному інституті (О. Гольдман, 1921 р.). Було створено лабораторії при Київському університеті, фізико-технічний відділ при Київському рентгенівському інституті. Подібні лабораторії було створено і при Одеському та Харківському університетах.

З ініціативи О. Гольдмана з'явився в Україні перший осередок з фізичний досліджень напівпровідників та фізичної електроніки та 1927 р. та засновано перший в Україні фізичний

журнал “Фізичні записки”, який значною мірою допоміг розвитку наукового спілкування українських фізиків з світовою науковою громадськістю [2].

Основою майбутнього Інституту фізики НАН України була створена у 1921 році,

У 1922 році її перетворено в Київську науково-дослідчу кафедру фізики при Київському політехнічному інституті.

Організатором і першим директором інституту був О.Г.Гольдман, обраний у 1929 р. академіком АН УРСР по кафедрі фізики.

О. Гольдман вперше в Україні розпочинає дослідження напівпровідників і досягає значних результатів у створенні чутливих фотоелементів, що розроблялися на замовлення Наркомату оборони.

До 1938 р. в Інституті організаційно оформились три основні напрями науково-дослідних робіт:

- Фізика напівпровідників (керівник робіт О.Г. Гольдман, з 1939 р.– В.Є. Лашкарьов).
- Фізика електронних та електровакуумних процесів (керівник – Н.Д. Моргуліс).
- Рентгенометалофізика (керівник –С.Д. Герцрікен).

Відповідно до Постанови Президії НАН України 2004 р. нині в ІФ НАН України виконується робота по таких основних напрямках: фізика конденсованого стану, включаючи фізику м'якої речовини; нанофізика та наноелектроніка; фізика лазерів, нелінійна та сингулярна оптика, голографія; фізика поверхні, емісійна та плазмова електроніка.

У період з 1929 р. по 1936 р. в ІФ АН УРСР за новим науковим напрямом з фізики напівпровідників зроблено ряд відкриттів: відкрито нові області фотогальванічного ефекту Беккереля; у 1936 р. було виявлено новий, зворотній ефект, коли дія світла веде до зміни електричного потенціалу на електроді; встановлено новий закон фотоелектрорушійної сили, до запропонованого у 1931 р. Перуккою, Корозі та Селені про електрорушійну силу мідного фотоелемента та ін..

В кінці 1959 р. в ІФ АН УРСР у відділі, що очолював В.Є.Лашкарьов, з проблеми “Напівпровідники і їх застосування” були одержані вагомі результати: передбачено і теоретично досліджено нові явища у напівпровідниках із зонною структурою, що мають петлю екстремумів; завершено теорію напівполярих кубічних кристалів; розроблено метод теоретико-групової класифікації екситонних станів; одержано тверді розчини сірчаного цинку і кадмію - фоточутливих кристалів, що відкривають нові шляхи для створення ефективних фотоопорів в ультрафіолетовій і на краю видимої області спектра та ін..

Основними науковими напрямками діяльності Інституту, затвердженими Відділенням фізики і астрономії НАН України, є: фізика процесів взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною; фізика низьковимірних систем, мікро- та наноелектроніка; оптоелектроніка та сонячна енергетика; напівпровідникове матеріалознавство та сенсорні системи.

Фізика посідає важливе місце серед навчальних предметів основної та вищої школи, оскільки в процесі навчання фізики формується науковий світогляд, розвиваються інтелектуальні та творчі здібності учнів та студентів. Знання, отримані під час вивчення фізики, стають основою технічної грамотності людини, дозволяють використовувати результати фізичних досліджень і відкриттів для задоволення матеріальних та духовних потреб особистості [3].

Одним із шляхів вирішення цього питання є використання під час навчання елементів історії фізики. Як правило до історії фізики звертаються тоді коли хочуть поживавити заняття, зробити його цікавим. Однак іноді “цікавість” історії фізики бачать в історичних курйозах та

легендах, в потішних та цікавих відомостях про окремих вчених і зовнішньо ефективних історичних епізодах.

Щоб пробудити стійкий інтерес у молоді до фізики-науки, потрібно розкрити еволюцію фізичних ідей, причини, що спонукали прийняти ту чи іншу ідею, механізм наукового пошуку, атмосферу творчого процесу. Це потрібно робити не фрагментарно, а по можливості систематично, не академічно строго, а з особистим захопленням.

Можна стверджувати, що сутність історичного підходу до вирішення проблем викладання полягає в тому, що під час розробки методики вивчення фізичних понять та ідей необхідно:

- 1) виявити, які помилки були в історичному процесі формування цих понять та ідей;
- 2) виявити конкретні причини цих помилок в історичному процесі розвитку фізики.

Таким чином історія фізики є не лише складовою частиною змісту курсу фізики, що дозволяє вирішувати багато завдань освіти і виховання, але і важливим джерелом педагогічних ідей, які дають можливість удосконалювати методи викладання і збагачувати методику новими підходами та рішеннями.

Історичні огляди дозволяють підготувати студентів, учнів до засвоєння фундаментальних знань та викладаються під час вивчення теми чи розділу курсу.

Використання історизму як засобу обґрунтування нових знань може здійснюватися в двох формах: по-перше, у вигляді історичного розвитку поглядів з приводу якої-небудь фундаментальної фізичної проблеми; і, по-друге, у вигляді історичного матеріалу, який містить опис окремих фундаментальних фізичних експериментів.

Задачі з історичним змістом хоч і мало чисельні і не так часто використовуються в навчанні в порівнянні з іншими видами задач, але представляють не менший інтерес. Маючи всі переваги звичайних задач, вони знайомлять студентів з історичними подіями, фактами, методами досліджень і тим самим навчають школярів самим своїм змістом, а не лише отриманими при їх розв'язку результатами [4, 5].

Саме використання історичного матеріалу дає можливість представити повною мірою процес розвитку фізики в цілому та її окремих розділів як суперечний процес руху пізнання до абсолютної істини через істини відносні.

Необхідність ознайомлення студентів з творцями фізичної науки досить очевидна.

Важливим методичним завданням є визначення змісту і форми викладу біографічних відомостей про вчених як специфічного навчального матеріалу.

Історизм у викладанні фізики є один з важливих засобів розвитку інтересу школярів та студентів до науки. Він сприяє підвищенню якості їхніх знань, формуванню наукового світогляду. Використання елементів історизму під час вивчення фізики підвищить ефективність навчального процесу.

Список використаних джерел:

1. Храмов Ю. О. Історія фізики/ Ю. А. Храмов. – К.: Фенікс, 2006. – 1000 с.
2. Національна академія наук України. 1918-2008: до 90-річчя від дня заснування / НАН України; Нац. б-ка України ім. В.І.Вернадського; голов. ред. Б.Є.Патон. — К.: Вид-во КММ, 2008. — 624 с.
3. Журнали “Світ Фізики” 1995-2002 рр.
4. Развивать у учеников интерес к знаниям и учению//Физика в школе. 1999. № 2. С. 82-87.
5. Мартинюк М. Теоретичні засади першого ступеня навчання фізики в основній школі // Фізика та астрономія в школі. – 2001. – № 1. – С. 13-15.

Шмагун Владислав Богданович
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,
доцент Кириленко О.І.

ТЕСТУВАННЯ ЯК МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

Система управління освітою потребує об'єктивної картини її реального стану для забезпечення обґрунтованості рішень, які приймаються [1].

Сучасні соціально-економічні та політичні зміни в державі стали передумовою реформування національної системи освіти. Основною соціальною вимогою суспільства є якісна освіта. Усі функції, які виконує педагогічний моніторинг як частина педагогічної діяльності, підпорядковані підвищенню якості навчання і виховання, забезпеченню наукового підходу до управління навчальною та виховною діяльністю студентів, підвищенню якості освіти в цілому [1].

Моніторинг та оцінювання – невіддільні. Вони є необхідними інструментами управління якістю освіти. Призначення як моніторингу, так і оцінювання полягає в тому, щоб впливати на прийняття рішень щодо вдосконалення, переорієнтації, зміни стратегії навчання тощо. Процедура оцінювання в освіті завжди займала пріоритетне місце. Проте, вона довгий час була недосконалою і пов'язувалась лише з оцінюванням знань, умінь і навичок. Значення оцінювання освітньої діяльності передусім у тому, що воно може допомогти простежити рівень розвитку освітнього процесу в Україні та у конкретному виші, зокрема [1].

Складання тестового іспиту для отримання посвідчення водія чи з метою професійної сертифікації, тестування для вступу до вищого навчального закладу в країнах з розвинутою економікою є частиною суспільного життя. Складаючи тестовий іспит, усі учасники цього процесу хочуть бути впевнені у тому, що він проводитиметься справедливо, а його результати будуть чесними. Цього прагнуть і ті, хто тестується, і ті, хто використовує результати тестування [2].

Таким чином, усі учасники процесу тестування та споживачі його результатів, а це передусім: розробники тесту, користувачі тесту та екзаменовані мають приділяти увагу політиці тестування та забезпеченню рівних можливостей і прав екзаменованих [2].

Політика тестування розробляється для того, щоб [2]:

- гарантувати досягнення мети особистої та корпоративної;
- гарантувати уникнення потенційного використання не за призначенням;
- продемонструвати прихильність до належної практики;
- гарантувати використання тесту відповідно до його мети;
- гарантувати, що тест не використовується для несправедливої дискримінації;
- гарантувати оцінювання на основі повної та доцільної інформації;
- гарантувати використання тестів лише кваліфікованим персоналом.

Політика тестування має забезпечити [2]:

- належне використання тесту;
- охорону та безпеку тестових матеріалів та результатів;
- вимоги до персоналу, який може адмініструвати тести, розраховувати тестові бали та інтерпретувати результати тестування;
- конфіденційність доступу до результатів тестування та роз-рахунку тестових балів;

- кваліфікаційні вимоги для користувачів тестів та їхній тренінг;
- підготовку екзаменованих до тестування та зворотний зв'язок щодо повідомлення результатів;
- відповідальність перед екзаменованими перед тестуванням, під час тестування та після нього;
- відповідальність та підзвітність кожного окремого користувача.

Звернемо увагу на очевидні переваги педагогічного тестування перед традиційними методами контролю знань: загальна позитивна орієнтація процесу оцінювання (тести спрямовані переважно на виявлення досягнень студентів, а не на виявлення помилок і недоліків); багатофункціональність: тести дозволяють враховувати особливості засвоєння кожного навчального предмету і окремих його розділів. Наявність кількісних показників для визначення повноти та глибини знань допомагає студенту адекватно й критично оцінити свої успіхи, підвищити рівень самостійності [3].

Об'єктивність тестового контролю забезпечує єдині вимоги до всіх студентів, незалежно від їхніх попередніх навчальних досягнень; оперативність та економність контролю (економія часу за рахунок швидкості проведення й легкості обробки результатів; можливості зосередження уваги не на формуванні відповіді, а на осмисленні її суті; вчасне виявлення помилок та їхнє виправлення з мінімальними втратами); точність та диференційованість вимірювань учбових досягнень. Змістовна валідність тесту незрівнянно вища за будь-яку іншу форму діагностики. Результати тестування, завдяки особливій організації тестів, можуть бути представлені в шкалах, різних градаціях оцінок, балах, рейтингових позиціях кожного студента, а не лише чотирибальною шкалою (“відмінно”, “добре”, “задовільно”, “незадовільно”) [3].

Недоліками тестового контролю є те, що складно, а часто й неможливо, простежити уміння студента будувати відповідь, логічно висловлювати свої думки та міркування мовою науки, обґрунтовувати судження та конкретизувати свою відповідь прикладами; тести успішності зазвичай виявляють лише кінцевий результат виконання завдання, тому утрудненою є перевірка глибинного розуміння предмету, оволодіння стилем мислення; тестування може призвести до певної стандартизації мислення, провокує студентів до поверхневого вивчення матеріалу, створює враження, що просте запам'ятовування (“зубріння”) формалізованих знань розв'язує проблеми навчання. Крім того, відсутній безпосередній контакт викладача зі студентами, що утруднює виявлення їхніх індивідуальних відмінностей та потенційних можливостей [3].

Отже, метод тестування передбачає, що інструментом вимірювання є тест, скла; денний із тестових завдань, процедурою вимірювання є тестування, методом оцінювання є шкалювання. У випадку педагогічного вимірювання, тестування — це метод вимірювання певного рівня знань екзаменованого [4].

Тестові технології сприяють досягненню оптимальної дії всіх елементів системи навчання, оскільки забезпечують зворотній зв'язок, спрямований на навчальну діяльність учителя та учнів. Використання тестових завдань у навчальному процесі дозволяє учням самостійно виявляти прогалини у своїх знаннях з предмету, і приймати заходи для їх ліквідації, а також розвиває навички роботи з тестовими завданнями, що є підґрунтям для успішного складання ЗНО [5].

Список використаних джерел:

1. Методичні рекомендації зі складання тестових завдань / В. П. Сергієнко, Л. О. Кухар. — Київ: НПУ, 2011. — 41 с.

2. Педагогічне оцінювання і тестування. Правила, стандарти, відповідальність. Наукове видання / Я. Я. Болюбаш, І. Є. Булах, М. Р. Мруга, І. В. Філончук. — К.: Майстер-клас, 2007.— 272 с.
3. Особливості педагогічного виміру навчальних досягнень студентів / Емілія Ун-Сунівн Гуцало. // Наукові записки. – №103. – С. 114–122.
4. Булах І. Є., Мруга М. Р. Створюємо якісний тест: Навч. посіб. — К.: Майстер;клас, — 2006 — 160 с.
5. Сікорський П.І. Моделювання дидактичних систем // Шлях освіти / П.І. Сікорський – 2006р. – №2 - С.2-6.

Шмагун Марія Андріївна

магістрантка 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Кириленко О.І.

ЕКСПЕРИМЕНТИ В ГАЛУЗІ КЕРОВАНИХ ТЕРМОЯДЕРНИХ РЕАКЦІЙ

У 1934 році американський фізик радянського походження Георгій Гамов, розглядаючи зірки, зацікавився питанням: що робить їх гарячими мільйони років? На тлі недавнього відкриття нуклонів і загального підйому ядерної думки він закономірно розсудив, що справа в ядерних реакціях. Гіпотезу Гамова через чотири роки розвинув американець Ханс Бете. У центрі Сонця, вважав Бете, ядра водню зіштовхуються, перетворюючись в ізотопи, а потім і в інші елементи. Різниця їх масових чисел і запалює світило [1].

У 1941 році американець італійського походження, один з двох «батьків» ланцюгової ядерної реакції Енріко Фермі запропонував колегам по Манхеттенському проекту подумати над бомбою не розпаду, тобто атомною, а синтезу, тобто водневою. Математик Станіслав Улам описав можливий алгоритм термоядерного синтезу і дослідження вийшли в практичне русло. І в 1951 році, через шість років після випробувань ядерного, США провели попереднє і через рік – повномасштабне випробування термоядерного заряду. Паливом для нього служили рідкі ізотопи водню, які потім, заради збільшення потужності, замінили на твердотільний дейтерид літію -6 і -7 [1].

В СРСР в 1950-му фізик-самоучка Олег Лаврентьєв висловився на користь промислового термоядерного синтезу. Через кілька місяців, одночасно з американцями, Ігор Тамм і Андрій Сахаров додумали концепцію Лаврентьєва, запропонувавши закілювати рух плазми в мідному «бублику» і ізолювати її магнітними пастками. У тому ж, 1951-му, році астрофізик Лайман Спітцер побудував перший в світі зразок термоядерного реактора – стелларатор [1].

В СРСР свій термоядерний реактор з'явився тільки в 1954 році, і це був токамак [1].

Найпопулярніші установки на основі магнітного утримання поділяють на токамаки та стелларатори.

1. ТОКАМАК – пристрій для здійснення реакції термоядерного синтезу в гарячій плазмі у квазістаціонарному режимі, причому плазма створюється в тороїдальній камері і її стабілізує магнітне поле [2]. **Конструкція:** Тороїдальна камера одягнена на осердя трансформатора, плазма в камері являє собою, по суті обмотку. З камери відкачують атмосферне повітря, а потім запускають суміш газів, що містять ті атоми, які будуть приймати участь в синтезі. Потім по первинній обмотці трансформатора пропускають імпульс струму, достатній для того, щоб у

вторинній «обмотці» (тобто у газі) виникла пробіона, і почав тікти струм. При протіканні струму плазма нагрівається, але цього методу не достатньо для того, щоб нагріти її понад 20 млн. градусів Цельсію, оскільки зі зростанням температури опір плазми і виділення тепла зменшуються. Струм, що протікає по плазмі, створює магнітне поле, яке стискає плазму, збільшуючи її температуру і концентрацію, але цього досі недостатньо для того, щоб дійти до критерія Лоусона, тому плазму потрібно нагрівати додатково. Цей додатковий нагрів може досягатись електромагнітним випромінюванням з частотою від 10 МГц до 10 ГГц, потоком нейтральних атомів з високою енергією – приблизно 0,1 MeV або стисненням зовнішнім змінним магнітним полем [2].

а) **JET (Joint European Torus)** - найбільший найпотужніший у світі діючий експериментальний токамак для дослідження процесів керованого термоядерного синтезу з утриманням плазми магнітним полем [3].

б) **ITER (ITER, International Thermonuclear Experimental Reactor)** – перший у світі експериментальний реактор. Міжнародний проект ITER здійснюється на базі передових світових термоядерних програм.

2. **СТЕЛАРАТОР** (від лат. *stella* — зоря) — замкнута магнітна пастка для утримання високотемпературної плазми. Стеларатор є одним із типів термоядерних реакторів для здійснення процесу керованого термоядерного синтезу [4]. Перші дослідження на стелараторах розпочались ще у 1950-х роках в США. Але ці роботи не увінчалися успіхом: на всіх установках спостерігалась підвищена дифузія Бом в плазмі. Причини невдач — відносно низькі значення полоїдальних магнітних полів і відсутність контролю за якістю магнітних поверхонь. Успіхи в СРСП на установках типу токамак призвели до закриття американської стелараторної програми і зосередженню зусиль на дослідження на токамаках [4].

а) **Wendelstein 7-X (W7-X)** — експериментальний термоядерний реактор типу стеларатор. Збудований в травні 2014 року в місті Грайфсвальд, що в Німеччині. *Мемою Wendelstein 7-X* є дослідження можливостей цього типу реакторів. За допомогою 30-хвилинних запусків будуть досліджуватися істотні властивості і перевірятися здатність до тривалої роботи [5].

б) **«Ураган-2М»** та **«Ураган-3М»** (У-2М та У-3М) — замкнута пастка для магнітного утримання плазми, найбільший у Європі стеларатор-торсатрон. Установка знаходиться в Інституті фізики плазми Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» [6, 7].

Розглянувши і проаналізувавши усі можливі дослідження в галузі термоядерного синтезу, можна дійти до наступних висновків:

✓ Енергія синтезу розглядається багатьма дослідниками як «природне» джерело енергії в довгостроковій перспективі.

✓ Розвиток технології термоядерного синтезу може стати ключовим фактором створення практично невичерпного джерела енергії, адже запаси палива – водню – є безмежними.

✓ Термоядерний реактор набагато безпечніший ядерного реактора в радіаційному відношенні. Перш за все, кількість радіоактивних речовин, що знаходяться в ньому, порівняно невелика. Енергія, яка може виділитися в результаті якої-небудь аварії, теж мала і не може привести до руйнування реактора. При цьому в конструкції реактора є кілька природних бар'єрів, що перешкоджають поширенню радіоактивних речовин.

✓ Також при термоядерному синтезі присутня мінімальна ймовірність аварійного вибухового збільшення потужності реакції і відсутні продукти згоряння.

✓ Істотні перешкоди між сьогодишнім розумінням процесів ядерного синтезу, технологічними можливостями і практичним використанням ядерного синтезу досі не подолані.

Незрозумілим є навіть те, наскільки може бути рентабельним виробництво електроенергії з використанням термоядерного синтезу.

Список використаних джерел:

1. Керований термоядерний синтез як альтернативний метод отримання енергії [Електронний ресурс] / Futurum. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://futurum.today/kerovanyi-termoiadernyi-synteziak-alternatyvnyi-metod-otrymannia-enerhii/>.
2. Ашкинази Л. Керований термоядерний синтез як альтернативний метод отримання енергії [Електронний ресурс] / Леонид Ашкинази // Енциклопедія Кругосвет – Режим доступу до ресурсу: http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/fizika/TOKAMAK.html.
3. JET [Електронний ресурс] // CCFE – Режим доступу до ресурсу: <http://www.ccf.ac.uk/JET.aspx>.
4. Стеларатор [Електронний ресурс] // Вікіпедія. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%B0%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80>.
5. Wendelstein 7-X [Електронний ресурс] // Вікіпедія. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Wendelstein_7-X.
6. Ураган-2М [Електронний ресурс] // Вікіпедія. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%80%D0%B0%D0%B3%D0%B0%D0%BD2%D0%9C>.
7. Ураган-3М [Електронний ресурс] // Вікіпедія. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%80%D0%B0%D0%B3%D0%B0%D0%BD3%D0%9C>.

Шмагун Марія Андріївна

магістрантка 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Кириленко О.І.

АЛЬТЕРНАТИВНІ ДЖЕРЕЛА ЕНЕРГІЇ, ЯК ВИРІШЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ КРИЗИ

На початку ХХІ століття проблема використання енергетичних ресурсів набула особливо гострого характеру, оскільки енергоспоживання у всіх країнах світу зростає надзвичайно високими темпами. Так, за останні 10 років використання палива та енергії збільшилось на 11%. Тому в наш час загострилось питання використання альтернативних джерел енергії, які з часом можуть повністю замінити традиційні види палива і відвести загрозу енергетичного «голоду». Останнім часом людство успішно використовує такі альтернативні джерела, як: енергія вітру, енергія морів та океанів, сонячна, геотермальна енергія та енергія біомаси [1].

Енергія вітру. Ідея використовувати силу вітру відома давно: у Персії і Єгипту вітряні млини - прообраз сучасних вітрових генераторів - використовувалися вже у V ст. до н.е. [2].

Можливості використання цього виду енергії в різних місцях Землі неоднакові. Для нормальної роботи вітрових двигунів швидкість вітру не повинна в середньому за рік падати нижче 4-5 м/с, а краще, коли вона становить 6-8 м/с. Для цих установок шкідливі і надто великі швидкості вітру (урагани), які можуть їх поламати. Найбільш сприятливі зони для використання вітрової енергії - узбережжя морів і океанів, степи, тундра, гори. В межах

України такими ділянками є узбережжя Чорного моря, особливо Крим, а також Карпати, південні степові райони [3].

Зараз загальна потужність діючих ВЕС в Україні складає близько 500 МВт, з них 74 МВт було побудовано минулого року. За прогнозами Української асоціації вітрової енергетики в найближчі роки розвиток вітрової енергетики в Україні може значно прискоритися – в планах компаній будівництво десятків нових вітро-парків загальною потужністю понад 2 ГВт до кінця 2020 року – еквівалент двох атомних енергоблоків [4].

Енергія морів та океанів. Енергія морів та океанів містить в собі значний потенціал. Це насамперед енергія хвиль, океанічних течій та морських припливів та відпливів. Людство дуже мало використовує цей вид екологічно чистої енергії, зосереджуючись на використанні енергії припливних хвиль. Так найбільші припливні електростанції працюють у Франції, Росії, Канаді, Китаї та в Південній Кореї [1].

Переваги хвильової енергетики в тому, що вона достатньо сильно сконцентрована, доступна для перетворення і на будь-який проміжок часу може прогнозуватись в залежності від погодних умов. Утворюючись під дією вітру, хвилі добре зберігають свій енергетичний потенціал, розповсюджуючись на значні відстані [5, 6].

Припливні коливання рівня у велетенських океанах планети можна прогнозувати. Основні періоди цих коливань – добові (24 години) та напівдобові (12 годин 25 хвилин). Різниця рівнів між послідовними найвищими та найнижчими рівнями води – висота припливу. Діапазон зміни цієї величини складає 0,5-10 м. Під час припливів і відпливів рух водних мас утворює припливні течії, швидкість яких у прибережних протоках і між островами більше 5 м/с [5, 6].

Використання енергії океану для отримання електроенергії за допомогою припливних, хвильових та інших станцій навряд чи зможе справити помітний негативний вплив на режим вод і берегової смуги, окрім того, вони дадуть позитивний, хоча й локальний ефект зниження механічного (ударного) впливу океану на берегову смугу, а також ослаблять тенденцію до підвищення температури в приземному шарі атмосфери [5, 6].

Сонячна енергія. Вперше цей вид енергії використали в кінці XIX століття у США - сонячна батарея живила американський супутник «Венгард». Нині ж світовим лідером з використання таких установок є Китай, де сонячні колекторні нагрівачі займають 80% ринку [7].

Що ж до України, то в Криму діє найбільша сонячна електростанція (СЕС) у Європі. Так, станом на січень 2012 року, кримська СЕС «Перово» була найпотужнішою сонячною електростанцією такого типу у світі. До цього моменту перше місце за потужністю займала канадська сонячна електростанція «Sarnia» (97 МВт), друге - італійська Montalto di Castro (84,2 МВт), а третє - німецька Finsterwalde (80,7 МВт). Станом же на січень 2015 року, в Україні діяло 98 СЕС, загальною встановленою потужністю 819 МВт, якими у 2014 році вироблено 485 млн кВт*год електричної енергії. Тобто, Україна має великі перспективи у видобуванні енергії з альтернативних джерел. Адже усе, що необхідно - сонячні промені, які у нашій країні є у будь-яку пору року [7].

Крім того, що Сонце є невичерпним джерелом енергії, одним з найголовніших переваг сонячних батарей є їх екологічна чистота. Екологи вважають, що деякі технологічні процеси при виготовленні сонячних панелей дійсно супроводжуються незначними викидом парникових газів (трифториду азоту та гексафториду сірки), що не дозволяє назвати цей вид енергії на 100% чистою [7].

Геотермальна енергія. Запаси геотермальної енергії величезні. Геотермальна енергія в ряді країн (Угорщина, Ісландія, Італія, Мексика, Нова Зеландія, Росія, США, Японія) широко

використовується для теплопостачання, вироблення електроенергії. Так, в Ісландії за рахунок геотермальної енергії забезпечується 26,5% вироблення електроенергії [8].

У 2004 р. в світі сумарна потужність геотермальних електростанцій склала біля 9 млн. кВт, а геотермальних систем теплопостачання – біля 20 млн. кВт (теплових). За прогнозами потужність геоТЕС може становити біля 20 млн. кВт, а вироблення електроенергії – 120 млрд. кВт·год [8].

В Україні існують значні ресурси геотермальної енергії. Родовища геотермальних вод, придатних до промислового освоєння в Україні, розташовані в Закарпатській, Миколаївській, Одеській, Херсонській областях і в АР Крим. Найперспективнішими для використання геотермальних ресурсів є Карпатський регіон і Крим. Менш значимий потенціал геотермальних вод існує в Полтавській, Харківській, Сумській і Чернігівській областях. Річний технічний потенціал геотермальної енергії оцінюється як еквівалентний 12 млн. т у. п., що забезпечує перспективність розвитку геотермальної енергетики в країні [8].

Енергія біомаси. Біомаса являє собою найдавніше джерело енергії, однак її використання донедавна зводилося до прямого спалювання або у відкритих вогнищах, або в печах і топках, але також з досить низьким ККД. Для України біоенергетика є одним із стратегічних напрямків розвитку сектору відновлюваних джерел енергії, враховуючи високу залежність країни від імпортованих енергоносіїв, в першу чергу, природного газу, і великий потенціал біомаси, доступної для виробництва енергії. На жаль, темпи розвитку біоенергетики в Україні досі істотно відстають від європейських. На сьогоднішній день частка біомаси у валовому кінцевому енергоспоживанні становить 1,78%. Щорічно в Україні для виробництва енергії використовується близько 2 млн. т у.п./рік біомаси різних видів. На деревину припадає найвищий відсоток використання економічно доцільного потенціалу – 80%, тоді як для інших видів біомаси (за винятком лушпиння соняшника) цей показник на порядок нижче. Найменш активно (на рівні 1%) реалізується енергетичний потенціал соломи зернових культур та ріпаку [9].

Список використаних джерел:

1. Альтернативні джерела енергії [Електронний ресурс] // Мандри. – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <http://webmandry.com.ua/alternatyvni-dzherela-energiyi/>.
2. Чучуй В.П. Альтернативні джерела енергії: навч. посіб. для студентів ВНЗ / В.П. Чучуй, С.М. Уминський, С.В. Інютін. – Одес. держ. аграр. ун-т. – Одеса: ТЕС. 2015. – 494 с.
3. 3. Васюкова, Г.Т. Екологія: підручник / Г. Т. Васюкова, О. І. Грошева. - К.: Кондор, 2009. - 524 с.
4. Вітрова енергетика в Україні скоро почне витісняти вугільну [Електронний ресурс] // екодія. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: <http://ecoaction.org.ua/vitrova-enerhetyka-pochne-vytisnyaty-vuhilnu.html>.
5. Cassedy, Edward S. *Prospects for Sustainable Energy: A Critical Assessment*. New York: Cambridge University Press, 2000.
6. Ross, David A., *Introduction to Oceanography*, 5th ed. New York: HarperCollins, 1995.
7. Перспективність використання енергії Сонця [Електронний ресурс] // УНІАН. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <https://ecology.unian.ua/alternativeenergy/1112310-perspektivnist-vikoristannya-energiyi-sontsya.html>.
8. Геотермальна енергетика [Електронний ресурс] // НТУУ "КПІ" – Режим доступу до ресурсу: <http://energetika.in.ua/ua/books/book-5/part-1/section-2/2-8>.
9. Біоенергетика [Електронний ресурс] // Державне агентство з енергоефективності та енергозбереження в Україні – Режим доступу до ресурсу: <http://saee.gov.ua/uk/ae/bioenergy>.

ВИВЧЕННЯ ЕВОЛЮЦІЇ ЗІР

Вивчення астрономії в середній школі формує розуміння будови та розвитку Всесвіту, принципів світобудови та структурує цілісну картину світу. Астрономія вивчається в 11 класі, тому можна повторити вивчений матеріал з фізики та закріпити його, адже ця наука базується на законах та поняттях фізики. Наприклад, добовий та річний рух Сонця, Землі і інших небесних тіл необхідно викладати базуючись на кінематиці; фізичні умови на планетах Сонячної системи потрібно вивчати базуючись на теплових явищах, вивчених у 8-ому класі. Відомості про магнітне поле Землі, магнітні явища, що відбуваються в атмосфері Землі, учні можуть одержати при вивченні теми "Електромагнітне поле". Існують й інші зв'язки астрономічних законів і фактів з фізикою: закони Кеплера про рух планет – закон Всесвітнього тяжіння; температури зірок – зі спектрами їх випромінення; склад атмосфери Сонця – зі спектрами поглинання (лінії Фраунгофера); розрахунок траєкторій польоту, космічних швидкостей – з законами Ньютона; рух ракет – з рівнянням Мещерського і законом збереження імпульсу; розбіжність зір – з ефектом Доплера; Сонце, його атмосфера – з плазмою і її властивостями; Чорні діри – з гравітацією; зародження Всесвіту та ін. [1, С. 209].

Мета даної роботи полягає в тому, щоб пов'язувати астрономію з фізикою та іншими природничими науками. В результаті учні можуть дати відповідь чому зоря має сферичну форму, чим планети відрізняються від зір, що всі елементи таблиці Менделєєва походять від зір, як визначають температуру небесних тіл і чому при цьому не потрібен термометр. Особливість курсу астрономії не тільки в тому, щоб наглядно закріпити вже попередньо набуті знання, але і в тому, що її вивчення базується на результатах спостережень. Цей курс повинен повідомляти учням найбільш сучасні знання про Всесвіт, знайомити їх з основними ідеями, засвоєння яких сприятиме подальшому здобуттю знань у процесі самоосвіти, орієнтуючи випускників у величезному потоці наукової інформації [2, С. 28-31].

Оскільки годин на вивчення астрономії виділено досить мало, а обсяг інформації великий, потрібно організувати самостійну роботу учнів: написання рефератів, створення мультимедійних матеріалів, перегляд відеоматеріалів, пошук та обговорення інновацій та нових досліджень пов'язаних з астрономією.

Вивчення теми еволюція зір в шкільній програмі частково описує: протозорі, утворення зір в асоціаціях, залежність часу існування зорі від початкової маси; стадію головної послідовності, утворення червоних гігантів та надгігантів; кінцеві стадії еволюції зір, білі карлики, нейтронні зорі, пульсари, кінцеву стадію еволюції Сонця, нейтронні зорі та чорні діри; демонструє: різницю між розмірами різних типів зір, схеми еволюції зір. Вивчення еволюції зір забезпечує формування наукової картини світу учнів та студентів, тому ця тема є актуальною.

Після закінчення курсу астрономії учень повинен зрозуміти: методи визначення відстаней до зір, основні фізичні характеристики зір, типи зір, характеристику Сонця як зорю, природу нейтронної зорі, еволюцію зір, різницю між типами зір, залежність кольору зорі від її температури, природу нових та наднових зір.

Важливим досягненням теорії еволюції зір до приходу їх на головну послідовність (ГП) є розрахунки [3, С. 121], в яких показано, що на цій стадії зорі оточені залишковими газопиловими оболонками. В [4, С. 125] показано, що теплова нестійкість в міжзоряному середовищі, яке охолоджується, за відсутності магнітного поля може привести до виникнення гравітаційно зв'язаних хмар діаметром близько 1 пс, в центрі яких утворюються дуже невеликі щільні ядра на які осідає речовина хмар. Стейн [4, С. 125] розпочав свої розрахунки з протозорі, яка має якраз таку структуру. У об'єктів з масою, що перевищує $3M_{\odot}$, оболонка зникає, і сама зоря стає спостережуваною, лише коли вона досягає ГП. Це означає, зокрема, що порівняння з теорією діаграми Герцшпрунга–Рессела дуже молодих зоряних скупчень є дуже важкою справою; для цього необхідно знати вплив оболонки на колір і світимість зорі. В роботах [5, С. 479], [6, С. 267], [7, С. 89] автори показали, що більшість зір в NGC 2264, які не досягли ще ГП (в основному об'єкти типу Т Тау) оточені газопиловими оболонками. У пізніх зорях це призводить до ІЧ-надлишку, а у ранніх об'єктів, що більше проевoluціонували, в оболонці є вже частинки, досить великі для того, щоб викликати нейтральне поглинання світла зоряного ядра, що може відводити зорю під ГП. Спостерігаючи зорі з УФ-надлишком в Оріоні та NGC 2264, в спектрі багатьох з них знайдені явні ознаки падіння на них речовини [7, С.89]. Автори зробили висновок, що ці об'єкти тільки нещодавно звільнилися від своїх оболонок, і ми спостерігаємо завершення їх формування, акрецію на них останніх залишків „дозоряної” хмари, з якої вони утворилися.

Список використаних джерел:

1. Каплан С.А. Физика звезд / С.А.Каплан – Москва: Наука, 1977. – 207 с
2. Кожевнікова І.М. Використання комп'ютерних технологій на уроках астрономії / І.М. Кожевнікова, О.М. Ткаченко – Інформатика в школі. – 2009. – №4 - С.27-29.
3. Larson R. B. / R. B. Larson // MN – 1972. – Vol. 157. – С.121-125.
4. Stein R.F. / R.F. Stein, R.McCray, J. Schwarz // ApJ – 1972. – Vol. 177. – P. L125.
5. Strom K.M. Circumstellar Shells in the Young Cluster NGC 2264 / K.M.Strom, S.E. Strom, J. Yost // The Astrophysical Journal. – 1971. – Vol. 165. – p.479.
6. Strom S. E. Circumstellar Shells in the Young Cluster NGC 2264. II. Infrared and Further Optical Observations / S. E. Strom, K. M. Strom, A. L. Brooke, J. Bregman // The Astrophysical Journal. – 1972 – Vol. 171. P. 267-269.
7. Walker M. F. Studies of Extremely Young Clusters.VI. Spectroscopic Observations of the Ultraviolet-Excess Stars in the Orion Nebula Cluster and NGC 2264 / M. F. Walker // The Astrophysical Journal. – 1972. – Vol. 175. – P.89.

Якобчук Євгеній Миколайович,

магістрант 2-го року навчання,

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

професор Грищенко Г.О.

ПОХОДЖЕННЯ ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ВСЕСВІТІ

Процес утворення хімічних елементів у Всесвіті нерозривно пов'язаний з еволюцією Всесвіту. У Сонячній системі є близько сотні хімічних елементів і близько 300 ізотопів які зустрічаються у природі. Майже всі ядра, більш важкі ніж гелій, утворені в ядерних реакціях в зіркових надрах.

У більшості старих зірок частка важких елементів близько 0.02%, тоді як в найбільш молодих зірках вона становить кілька відсотків. Проте, велика частина зоряного матеріалу є водень та гелій.

Перші атоми хімічних елементів, що знаходяться на початку таблиці

Д.І. Менделєєва (водень, дейтерій, гелій), почали утворюватися у Всесвіті ще до виникнення зірок першого покоління. Саме в зірках, їх надрах, розігрітих знову до мільярдів градусів, і були зроблені ядра хімічних елементів, що слідує за гелієм. З огляду на значення зірок як джерел, генераторів хімічних елементів, розглянемо деякі етапи зоряної еволюції. Без розуміння механізмів зореутворення і еволюції зірок неможливо уявити процес створення важких елементів, без яких, в кінцевому рахунку, не виникло б життя. Без зірок у Всесвіті так би вічно і існувала воднева-гелієва плазма, в якій організація життя, очевидно, неможлива (на сучасному рівні розуміння цього явища).

Механізм утворення і еволюції основних об'єктів Всесвіту - зірок, вивчений найбільш успішно. Тут вченим допомогла можливість спостерігати величезну кількість зірок на самих різних стадіях розвитку - від народження до смерті, в тому числі безліч так званих «зоряних асоціацій» - груп зірок, які народилися майже одночасно. Допомогла і порівняльна «простота» будови зірки, яке досить успішно піддається теоретичному опису і комп'ютерного моделювання [3, С.58].

Зірки утворюються з газових хмар, які за певних обставин розпадаються на окремі «згустки», які далі стискаються під дією власного тяжіння. Стисненню газу, під дією власного тяжіння перешкоджає тиск що підвищується. При адіабатичному стисканні повинна підвищуватися і температура - у вигляді тепла виділяється гравітаційна енергія зв'язку. Поки хмара розріджена, все тепло легко йде з випромінюванням, але в щільному ядрі згущення винос тепла ускладнено, і воно швидко розігрівається. Відповідне підвищення тиску гальмує стиснення ядра, і воно продовжує відбуватися тільки за рахунок падаючого на зірку що народжується газу. З ростом маси зростає також тиск і температура в центрі, поки нарешті остання не досягає величини 10 мільйонів кельвінів. У цей момент в центрі зірки починаються ядерні реакції, що перетворюють *водень в гелій*, які підтримують стаціонарний стан нової зорі мільйони, мільярди або десятки мільярдів років, в залежності від маси зірки [7, С.86].

Зірка перетворюється на величезний термоядерний реактор, в якому стійко і стабільно протікає та ж реакція, яку людство поки навчився здійснювати тільки в некерованому варіанті - у водневій бомбі. Виділяється при реакції тепло яке стабілізує зірку, підтримуючи внутрішній тиск і перешкоджаючи її подальшому стисненню. Невелике випадкове посилення реакції злегка «роздуває» зірку, і відповідне зменшення щільності призводить до ослаблення реакції і стабілізації процесу. Зірка «горить» майже з незмінною яскравістю [1, С.32].

Температура і потужність випромінювання зірки залежить від її маси, причому залежить не лінійно. Грубо кажучи, при збільшенні маси зірки в 10 разів потужність її випромінювання збільшується в 100 разів. Тому більш масивні, більш гарячі зірки витрачають свої запаси палива набагато швидше, ніж менш масивні, і живуть відносно недовго. Нижня межа маси зірки, при якому ще можливе досягнення в центрі температур, достатніх для початку термоядерних реакцій, становить приблизно 0,06 сонячної. Верхня межа - близько 70 сонячних мас. Відповідно, найслабші зірки світять в кілька сот разів слабкіше за Сонце і можуть так світити сотню мільярдів років, набагато більше часу існування нашого Всесвіту. Масивні гарячі зірки можуть світити в мільйон разів сильніше Сонця і живуть лише кілька мільйонів років. Час стабільного існування Сонця приблизно 10 мільярдів років, і з цього терміну воно прожило поки половину [8, С. 45].

Стабільність зірки порушується, коли вигорає значна частина водню в її надрах. Утворюється позбавлене водню гелієве ядро, а горіння водню продовжується в тонкому шарі на його поверхні. При цьому ядро стискається, в центрі його тиск і температура підвищується, в той же час верхні шари зірки, розташовані вище шару горіння водню, навпаки, розширюються. Діаметр зірки зростає, а середня щільність падає. Завдяки зростанню площі випромінюючої поверхні, повільно зростає також її повна світність, хоча температура поверхні зірки падає. Зірка перетворюється на червоного гіганта. У якийсь момент часу температура і тиск усередині гелієвого ядра виявляються достатніми для початку наступних реакцій синтезу більш важких елементів - *вуглецю і кисню з гелію*, а на наступному етапі і ще більш важких. У надрах зірки можуть утворитися з водню і гелію багато елементів Періодичної системи, але тільки аж до елементів групи заліза, що володіє найбільшою енергією зв'язку, яка припадає на одну частинку. Більш важкі елементи утворюються в інших більш рідкісних процесах, а саме при вибухах наднових зірок і частково нових, і тому в природі їх мало [2, С. 86].

Список використаної літератури:

1. Клапдор-Клайнротхаус Г.В, Цюбер К. Астрофізика елементарних частинок видавництво УФН, 2000. -304 с.
2. Клапдор-Клайнротхаус Г. В., Штаудт А. Неприскорена фізика елементарних частинок. Наука 1997.- 207 с.
3. Шама Д. В. Сучасна космологія Мир, 1973.- 272 с.
4. Гротц К., Клапдор – Клайнротхаус Г.В. Слабка взаємодія в фізиці ядра, частинка в астрофізиці. Мир, 1992. – 256 с.
5. Широв Ю. М., Юдин Н.П. Ядерна Фізика Наука, 1972. – 350 с.
6. Лютостанский Ю. С. Нейтрононадлишкові ядра , нуклеосинтез і проблеми астрофізики Мир 1988. 85с.
7. .Фізика космоса Під ред. Р.А. Сюняева Сов. Енцикл. 1986.- 300 с.
8. Планетарна хімічна еволюція. [Електронний ресурс] <http://biofile.ru/bio/21181.html>.

Ярошко Антон Леонідович

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Кириленко О.І.

ЯДЕРНІ РЕАКТОРИ

Останні декілька століть людство постійно перебуває в пошуках універсального і безпечного джерела дешевої енергії. Водяні млини, які поступово перетворилися на гідроелектростанції, вітряки і вітрильники, яких можна вважати предками сучасних вітряних турбін. У XIX ст.. акценти змістилися на використання викопних джерел енергії, таких як вугілля, нафти і газу. Однак у другій половині XX століття людству відкрилися нові енергетичні перспективи у вигляді майже безмежних можливостей ядерних реакцій.

У 1898 році вчені Марія Склодовська-Кюрі і її чоловік, П'єр Кюрі, виявили в настурани, мінералі урану, якусь речовину, що виділяла велику кількість радіації. У 1911 Ернест Резерфорд

зробив важливі відкриття в області вивчення атомів, а в 1932 Ернест Уолтон і Джон Кокрофт змогли вперше розщепити ядро атома.

Зрозуміло, що величезна енергія, прихована в атомі не могла не зацікавити військових. Тому, в кінці 1930-х – на початку 1940-х років стартувало одразу декілька проектів по розробці ядерної зброї. Найбільш відомими є наступні програми:

- Урановий проект (німецька ядерна програма);
- Мангеттенський проект (ядерна програма США);
- Радянський атомний проект.

Тоді ж стало зрозуміло, що без великої кількості радіоактивного матеріалу, здатного до поділу, ядерну зброю не створити. Дуже перспективним був Плутоній-239, однак в природі його кількість надзвичайно мала [1]. Тому для його створення в промислових масштабах необхідно було опромінювати природний Уран-238 нейтронами. Пристроєм, в якому відбувався цей процес мав стати реактор самопідтримуваної ланцюгової ядерної реакції [2].

Перший у світі реактор CP-1 (Chicago Physics) був спроектований і сконструйований Е. Фермі у співпраці з Андерсеном, Цінном, Л. Вудс та Дж. Вайлем і розміщувався у тенісному залі під трибунами стадіону Чиказького університету. Реактор почав працювати 2 грудня 1942 р. при розрахунковій початковій потужності 0,5 Вт. У перший урановий реактор CP-1 було завантажено 6 т металевому урану і деяка кількість (точно не відомо) оксиду урану через брак урану в чистому вигляді.

Через 12 днів потужність була доведена до 200 Вт і подальше підвищення потужності порахували ризикованим через генероване установкою небезпечне випромінювання. Реактор перемістили за межі міста в Аргоннську лабораторію, де він знову був змонтований і обладнаний захисним екраном.

Реактор регулювався вручну за допомогою кадмієвих стрижнів, що поглинали надлишок нейтронів і розміщувались у спеціальних каналах. Окрім того, були передбачені два аварійних стрижні та стрижень автоматичного управління.

Перша дослідна установка дозволила провести експериментальне дослідження процесу одержання плутонію, яке привело до висновку, що цей спосіб дає реальну можливість його виготовлення у кількостях, достатніх для створення атомної бомби.

В історію фізики XX століття увійшов і перший в Європі ядерний реактор, створений в СРСР і випробуваний особисто І.В. Курчатовим у грудні 1946 року, а саме Ф-1 (Перший Фізичний). Його потужність досягала вже 4000 кВт, що давало можливість на базі набутого досвіду створювати промислові реактори. Сам реактор розміщувався у бетонованому котловані, на дно якого було укладено вісім шарів графітових брусків. Над ними укладались шари з отворами-гніздами, куди були вставлені блоки з урану. Було також зроблено три канали для кадмієвих стрижнів, що забезпечували регулювання реакції та її аварійну зупинку, і низку горизонтальних каналів різної форми та розмірів для вимірювальної апаратури і експериментальних цілей. Загальна кількість шарів із графітових брусків склала шістдесят два [3].

Заглушений Ф-1 був лише у 2016 році, але і досі знаходиться у списку інструментів Курчатівського інституту.

Енергію атома, про руйнівну силу якої світ уже знав після Хіросіми і Нагасакі, ще на початку 50-х років XX століття передбачали використовувати у мирних цілях.

Перша у світі промислова атомна електростанція потужністю 5000 кВт була запущена в СРСР 27 червня 1954 р. у невеликому провінційному містечку Обнінську в 100 кілометрах на південь від Москви [4]. Вперше було доведено можливість виробництва електричної енергії на

основі розщеплення ядер урану, а не за рахунок спалювання органічного палива або гідравлічної енергії.

В Англії (Колдер-Холл) наприкінці 1956 р. була пущена перша в країні промислова атомна станція потужністю 42 МВт (теплова потужність 180 тис. кВт) з графітовим уповільнювачем. На цій станції тепло з реактора відводилося вуглекислим газом (CO_2) під тиском 7 атм, що циркулював через активну зону і 4 теплообмінники (парогенератори).

У США наприкінці 1957 р. пущена атомна електростанція потужністю 60 МВт в Шиппінгпорті. Основним елементом станції є реактор на теплових нейтронах, в якому уповільнювачем і теплоносієм є звичайна вода під тиском 140 атм. Паливо із збагаченого урану або його двооксиду поміщене у сталеві або цирконієві трубки (стрижні).

До 1964 р. сумарна потужність АЕС досягла 5000 МВт, тобто за 10 років зросла в 1000 разів. Основний підсумок розвитку атомної енергетики за цей період часу полягав у тому, що собівартість електроенергії АЕС і теплових електростанцій виявилася рівною.

З того часу атомна енергетика починає робити помітний внесок у загальне виробництво електроенергії [3].

Список використаних джерел

1. Аналитическая химия плутония / М. С. Милукова, Н. И. Гусев, И. Г. Сентюрин, И. С. Складенко. – Москва: Наука, 1965. – 454 с.
2. Как создавалась атомная промышленность в СССР / А. К. Круглов. – Москва: ЦНИИАтоминформ, 1995. – 380 с.
3. Енергетика. Історія, сучасність і майбутнє. Книга 2 [Електронний ресурс] // Енергетика. Історія, сучасність і майбутнє – Режим доступу до ресурсу: <http://energetika.in.ua/ua/books/book-2>.
4. Курс истории физики / П. С. Кудрявцев. – Москва: Просвещение, 1982. – 448 с.

Матеріали круглого столу
**«Сучасні питання фізико-математичної
освіти і науки»
(04 грудня 2018 р.)**

**Програма
засідання Круглого столу
«Сучасні питання фізико-математичної освіти і науки»
кафедри методології та методики навчання
фізико-математичних дисциплін у вищій школі**

Модератор: к. фіз.-мат. н., професор Горбачук І.Т.

Секретар: зав. лабораторії НІТН Мусієнко Ю.А.

Дата проведення 4 грудня 2018 р.

Початок роботи: 14⁰⁰

Аудиторія: 334

1. **Вітальне слово завідувача кафедри проф.Горбачука І.Т.**
2. *Історія та перспективи розвитку термоелектрики*
Грищенко Ольга Сергіївна, ІІ ФСОм (1,9)
Науковий керівник: к.т.н., доц.Луценко В.Ю.
3. *Застосування ланцюгів Маркова до моделювання економіки*
Ковтун Вікторія Миколаївна, 2 МФМм (1,9)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
4. *Ліквідність банку як об'єкт фінансового управління*
Кліщ Ірина Миколаївна, 1 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.п.н., доц. Сушко О.С.
5. *Альтернативні джерела енергії*
Куценко Тетяна Янівна, 41ФМІ
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Горбачук І.Т.
6. *Короткострокове прогнозування ціни Bitcoina*
Могельюк Дарина Олександрівна, 2 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
7. *Методика вивчення моделі Марковіца у ВНЗ*
Молчанова Ірина Юріївна, 2 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
8. *Прогнозування податкових надходжень до бюджету України*
Моргун Анна Василівна, 1 МФМм
Науковий керівник: к.п.н., доц. Сушко О.С.
9. *Науковий внесок українських вчених у розвиток вчення про електрику та магнетизм*
Перевалова Юлія Сергіївна, 2фмзСО (1,4)
Науковий керівник: к.т.н., доц.Луценко В.Ю.
10. *Використання АЦП при проведенні лабораторних робіт з фізики*
Півень Максим Володимирович, 1Фм (1,9)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Горбачук І.Т.
11. *Популяризація науки студентами фізиками НПУ імені М.П. Драгоманова*
Півень Максим Володимирович, 1Фм (1,9)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Горбачук І.Т.

12. *П'єзоелектрики: історія відкриття та застосування*
Пустова Світлана Олександрівна, 3ФСО
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Горбачук І.Т.
13. *Двигун Стірлінга*
Пусь Олена Андріївна, 2 ФСО
Науковий керівник: зав.лаб. кафедри ММНФМДВШ Пудченко С.А.
14. *Макроскопічні моделі з дискретним часом та їх застосування*
Романюк Наталія Василівна, 2 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
15. *Історія створення теоретичних та практичних основ електроракумної електроніки*
Сердюк Владислав Ігорович, 2фмзСО (1,4)
Науковий керівник: к.т.н., доц.Луценко В.Ю.
16. *Імітаційна модель розрахунку собівартості продукції*
Сидоренко Руслан Володимирович, 2 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
17. *Різні види виробничих функцій та їх застосування*
Фесич Юлія Володимирівна, 2 МФМм (1,4)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
18. *Гра Баше: узагальнення та модефікації*
Чобітько Таміла Олександрівна, 2 МФМм (1,9)
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Гончаренко Я.В.
19. *Антоні ван Левенгук – першовідкривач мікробів*
Шклярська Валерія Юріївна, 1 ФСО
Науковий керівник: к.ф.-м.н., проф. Горбачук І.Т.
20. *Експериментальне дослідження роботи термоелектричного генератора в нестационарному тепловому полі*
Ярова Світлана Сергіївна, 2ФСОм
Науковий керівник: к.т.н., доц.Луценко В.Ю.

ІСТОРІЯ ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ТЕРМОЕЛЕКТРИКИ

Останнім часом особливої актуальності набувають енергетичні та екологічні проблеми. Намагання розв'язати ці питання майже завжди супроводжуються погіршенням, в першу чергу, екології. Розвиток технологій супроводжується збільшенням викидів парникових газів, тепловими забрудненнями, що в сукупності обумовлює наростання ознак глобального потепління і катастрофічних змін клімату.

Перспективним напрямком вирішення енергетичних і екологічних проблем є розвиток та застосування альтернативної енергетики, особливе місце в якій займають термоелектричні перетворювачі. Термоелектричні перетворювачі дають можливість перетворювати теплову енергію в електричну і навпаки, при цьому вони не містять отруйних речовин, рухомих частин, відрізняються компактністю та високою надійністю, дозволяють провести утилізацію низькотемпературних теплових викидів.

У основі роботи термоелектричних генераторів і холодильників лежать три термоелектричних ефекти: Зеебека, Пельтьє та Томсона.

У 1821 р. німецький фізик Томас Зеебек експериментально відкрив явище появи термоструму у замкнутому колі, проводячи досліди з шматочком вісмуту. Зеебек припаяв до невеликого шматочку вісмуту з обох кінців мідний дріт у вигляді спіралі і помістив всередину магнітну стрілку. Вчений спостерігав відхилення магнітної стрілки при нагріванні одного кінця і охолодженні іншого. Спочатку він назвав це явище термомагнетизмом, і тільки згодом з'ясувалося, що мова йде про виникнення термоструму, який виникає коли спаї провідників, що утворюють коло, мають різну температуру [1,2].

Провівши детальний аналіз результатів дослідів Зеебека, французький фізик Жан Батист Фур'є разом зі своїм датським колегою Хансом Християном Ерстедом у 1823 р., створили першу в світі термоелектричну батарею і на практиці довели реальність термоелектричного ефекту. Цей елемент живлення складався з трьох пластин вісмуту, що з'єднувались пластинами сурми, кінці яких було спаяно, так що утворювалась фігура подібна до шестикутника (рис.1).

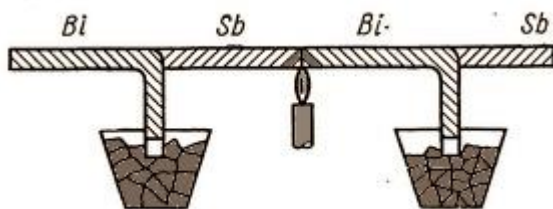


Рис.1. Термоелектрична батарея Фур'є.

У наступні десятиліття були відкриті ще два взаємопов'язаних ефекти. В 30-х роках 19 ст. Жан-Шарль Пельтьє виявив, що при проходженні електричного струму через спай двох різних провідників залежно від напрямку струму в місці контакту виділяється або поглинається деяка кількість теплоти, яку пізніше стали називати теплотою Пельтьє. Природа ефекту Пельтьє

вперше була розкрита в роботах Ленца, що відносяться до 1838 р. Пізніше Беккерель одним з перших довів, що кількість теплоти Пельтьє, яка виділяється в спайі, пропорційна силі струму, що протікає через цей спай.

На відміну від ефектів Зеебека та Пельтьє, ефект Томсона був попередньо передбачений теоретично, а в 1856 р. – підтверджений експериментально. Ефект Томсона спостерігається в термічно неоднорідному провіднику, в якому протікає електричний струм, і полягає у виділенні або поглинанні додаткової кількості теплоти – теплоти Томсона.

Перший теоретичний аналіз ефектів Зеебека, Пельтьє та Томсона ґрунтувався на висновках класичної термодинаміки. Вважалося, що термоелектричний процес, який включає три оборотних ефекти, проходить незалежно від супутніх йому необоротних процесів теплопровідності та джоуль-ефекта.

Першу спробу створити теорію термоелектричних явищ на цій основі зробив Клаузіус. Проте він отримав хибні результати, оскільки йому був невідомий ефект Томсона.

Цей недолік був виправлений Томсоном, який розглядав термодинаміку як звичайну теплову машину, в якій робочим агентом виступає деяка кількість електрики. Проте в теорії Томсона був ряд недоліків, на які свого часу звернув увагу Больцман. Критика Больцмана стосувалась необхідності врахування необоротності процесу теплопередачі, яка, як і ефект Томсона, є пропорційною температурному градієнту в провіднику, і, таким чином, не може не враховуватись.

Перше узагальнення термоелектричної теорії з урахуванням необоротних процесів було проведено Толменом. Розвинутий ним апарат термодинаміки дозволяв аналізувати стаціонарні і циклічні процеси, при цьому вважалося, що взаємодія ефектів, якщо вона існує, не впливає на приріст ентропії, який обумовлено кожним з них окремо.

Подальший розвиток теорії термоелектрики відбувався на основі принципу симетрії кінетичних коефіцієнтів Онзагера. Застосування цього принципу дозволило поширити термодинамічний аналіз на численні необоротні стаціонарні процеси та отримати з його допомогою ряд важливих результатів. Розвитком та обґрунтуванням цієї нової області термодинаміки займалися Гуревич, Денбиг, Де Гроот, Самойлович.

Не зважаючи на досягнуті результати, залишався ряд задач, які принципово не можуть бути розв'язаними у рамках термодинамічної теорії. До кінця не з'ясовано фізичну (кінетичну) природу цих ефектів, а також залежність коефіцієнта Зеебека від температури та матеріалу провідника.

Перший крок у з'ясуванні цих питань зробив Зоммерфельд у ході створення ним електронної теорії металів на основі статистики Фермі-Дірака. Теорія Зоммерфельда не тільки розкрила кінетику термоелектричних явищ, а й дозволила встановити порядок величини термоелектричних коефіцієнтів та пояснити залежність цих коефіцієнтів від температури [1].

Перші спроби практичного застосування термоелектричних явищ припадають на початок 20 ст. У період 1909–1911 р.р. Альтенкірх провів дослідження, результатом якого стало обґрунтування недоцільності створення і застосування термоелектричних пристроїв на базі металевих провідників. Вихід був запропонований радянським фізиком, уродженцем Української землі – А.Ф. Іоффе, який показав, що ефективність термоелектричного перетворення істотно зростає, якщо замість металів застосувати напівпровідникові матеріали, термо-ЕРС яких значно вища.

У 1986 р. в Академії наук України у співробітництві з КБ «Фонон» було створено секцію термо- і фотоелектричного перетворення енергії. Результатом такої співпраці стала поява в

Україні 11 наукових організацій та 13 підприємств, що займалися проблемами термоелектрики [3].

На сьогодні в Україні над проблемами в галузі термоелектрики працює Інститут термоелектрики НАН України, який очолює академік НАН України Лук'ян Іванович Анатичук [4]. Інститут термоелектрики знаходиться на Буковині, в місті Чернівці.

У 1993 р. за ініціативи Л. І. Анатичука розпочалося видавництво міжнародного наукового журналу «Термоелектрика». Часопис видається трьома мовами – українською, російською та англійською, розповсюджується у 43 країнах світу і досі є єдиним фаховим виданням з термоелектрики.

Лук'ян Іванович докладає зусиль і є організатором численних міжнародних форумів з термоелектрики. За його ініціативи у 1994 р. було створено Міжнародну термоелектричну академію, до складу якої увійшли провідні спеціалісти з 20 країн світу – США, Англії, Франції, Японії, Італії, Росії, України та інших держав. Учений є незмінним президентом цієї академії.

На сьогодні Інститут термоелектрики є потужним науково-дослідним центром, одним з напрямків діяльності якого є розробка термоелектричних пристроїв для практичного використання. В одному із інтерв'ю Л.І. Анатичук так охарактеризував перспективи та напрямки нових досліджень: «... Інститут термоелектрики має безліч пропозицій, що стосуються енергозбереження і енергонезалежності України, зокрема це використання рекуператорів на теплових електростанціях, що може дати таку електричну енергію, яку виробляють всі атомні електростанції» [4,5].

На сьогодні в Інституті термоелектрики накопичено значний потенціал для впровадження термоелектричних приладів. Розроблено близько 50 зразків термоелектричної продукції, отримано 230 патентів. Орієнтовний очікуваний об'єм випуску термоелектричної продукції становить близько 500 – 1000 млн. грн на рік. Таким чином, термоелектрика є перспективною галуззю, що демонструє швидкі темпи зростання і є цікавою не тільки з точки зору розвитку науки, але й при практичному застосуванні.

Список використаних джерел:

1. Бурштейн А.И. Физические основы расчета полупроводниковых термоэлектрических устройств / А.И. Бурштейн – М.: Физматлит, 1962. – 136 с.
2. Булат Л.П., Ведерников М.В., Вялов А.П. Термоэлектрическое охлаждение / Л.П.Булат, М.В.Ведерников, А.П.Вялов Под общей редакцией Л.П. Булата. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2002 г. – 147 с.
3. Становой Сергей. История открытия и первого практического использования термоэлектричества [Електронний ресурс] : Популярная электроника. – Режим доступа: <http://scsiexplorer.com.ua/index.php/istoria-otkritiy/1909-istorija-otkrytija-i-pervogo-prakticheskogo-ispolzovaniya-termoelektrichestva.html>
4. Про перспективи розвитку термоелектрики в Україні (за матеріалами наукової доповіді на засіданні Президії НАН України 28 вересня 2016 року) / Л.І. Анатичук // Вісник Національної академії наук України. – 2016. – № 11. – С. 23-30.
5. Энергетика: история, настоящее и будущее. Книга 2. Познание и опыт - путь к современной энергетике / [Е.Т. Базеев, Г.Б. Варламов, И.А. Вольчин и др.] Електронний ресурс – 2006. – 351 с. – Режим доступа: <http://energetika.in.ua/ru/books/book-2/part-3/section-7/7-4>.

Ковтун Вікторія Миколаївна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М. П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Гончаренко Я. В.

ЗАСТОСУВАННЯ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ

Будь-яка ймовірнісна модель набагато краще, ніж детермінована, описує реальний процес, але не дає змоги однозначно передбачити зміну окремих його параметрів. На підставі такої моделі можна достатньо точно спрогнозувати очікувані значення тих чи інших параметрів випадкового процесу. Втім, у навколишньому світі всі процеси є, по суті, ймовірнісними, а описувати їх детермінованими моделями неможливо, хоч математичний апарат, який застосовують для дослідження детермінованих моделей, придатний і для дослідження ймовірнісних моделей.

Ланцюги Маркова можуть застосовуватися в задачах, які, на перший погляд, не містять ймовірнісних елементів. Проте, склавши математичну модель такої задачі, доходимо висновку, що її можна ефективно розв'язати, скориставшись теорією ланцюгів Маркова.

Розглянемо замкнену трисекторну економіку, в якій існують три види діяльності. У певний (початковий) момент часу у кожному з ω_i ($i = 1, 2, 3$) секторі перебуває в обігу певна кількість грошей. Виникають грошові потоки, що циркулюють між цими секторами. Якщо їх не контролювати, може виникнути ситуація, за якої в одному секторі буде надлишок грошової маси, а в інших її бракуватиме. Поводження зазначених потоків має контролювати уряд, метою якого є оптимізація розподілу грошової маси за секторами економіки. Отже, потрібно визначити умову, за якої уряд досягне цієї мети, а також установити, яка кількість грошової маси має надходити до того чи іншого сектора в кожний період часу.

Основним припущенням у цій моделі є те, що ззовні до країни гроші не надходять, але частина їх може «зникнути» протягом певного часу. Така ситуація виникає, коли, наприклад, коли певна частина грошової маси не бере участі у грошових потоках [1, С.39].

Потокова модель із втручанням уряду у грошову ситуацію кожного сектора

Побудуємо три вектори:

вектор-рядок

$$\vec{m} = (m_1, m_2, m_3), \quad (1)$$

де показники m_i дорівнюють кількості грошей, які в певний момент часу перебувають у секторі ω_i ($i = 1, 2, 3$);

вектор-рядок

$$\vec{f} = (f_1, f_2, f_3), \quad (2)$$

де f_i є обсягами дотацій, які уряд додає або забирає в сектора ω_i ($i = 1, 2, 3$);

вектор-рядок

$$\vec{q} = (q_1, q_2, q_3), \quad (3)$$

який є цільовим вектором, компоненти якого інформують про обсяги грошей, які після стабілізації потоків повинні бути у кожному секторі.

Отже, вектори $\vec{m}$ і $\vec{q}$ мають бути додатними. Компоненти вектора $\vec{f}$ можуть бути як додатними, коли уряд вкладає гроші, так і від'ємними, коли уряд вилучає певну суму грошей з обігу. Крім того, ці компоненти можуть дорівнювати нулеві, якщо уряд не втручається у грошову ситуацію секторів.

Нехай p_{ij} — частка грошей сектору ω_i , яка перейде до сектору ω_j протягом одного періоду часу. Тоді, оскільки $0 \leq p_{ij} \leq 1$, то значення p_{ij} можна розглядати як відповідні ймовірності зазначеного переходу.

Отже, можна скористатися теорією ланцюгів Маркова, станами яких є грошові ситуації в кожному секторі. Якщо $p_{ij} > 0$, то це означає, що між ω_i та ω_j існує грошовий потік, якщо $p_{ij} = 0$ — такого потоку немає.

Загальна картина грошових потоків між секторами описується матрицею перехідних ймовірностей для ергодичних ланцюгів Маркова. А якщо гроші відпливатимуть із сектору, то в цьому разі додасться поглинальний стан.

Отже, матриця

$$\pi = \{p_{ij}\} \quad (4)$$

буде матрицею для поглинальних ланцюгів Маркова з одним поглинальним станом [2, С.45].

Оскільки, початкові суми грошей у кожному з секторів задаються компонентами вектора $\vec{m}$, то через певний період часу (крок) у секторі ω_i сума грошей становитиме $\sum_{j=1}^3 m_i p_{ij}$.

Тоді вектор $\vec{m}Q$ задає розподіл грошових сум через один період часу;

$\vec{m}Q^2$ — через два періоди;

⋮

$\vec{m}Q^k$ — через k періодів.

Аналогічно сума грошей, які спочатку було вкладено в економіку урядом, зміниться за k кроків на $\vec{f}Q^k$.

Отже, за n періодів загальна сума становитиме

$$\vec{u}(t) = \vec{m}Q^n + \sum_{k=0}^n \vec{f}Q^k, \quad (5)$$

причому має виконуватися нерівність

$$\vec{u}(t) \leq \vec{q}. \quad (6)$$

Відомо, що для поглинального ланцюга Маркова

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q^n = 0,$$

тому головну роль у рівнянні (5) відіграватиме другий член суми у правій його частині:

$$\sum_{k=0}^n \vec{f}Q^k = \vec{f} \sum_{k=0}^n Q^k. \quad (7)$$

З огляду на те, що

$$\sum_{k=0}^{\infty} Q^k = I + Q + Q^2 + Q^3 + \dots = N = (I - Q)^{-1},$$

рівняння (5) за $n \rightarrow \infty$ набирає такого вигляду:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \vec{f}Q^k = \vec{f} \sum_{k=0}^{\infty} Q^k = \vec{f} \cdot N, \quad (8)$$

звідки згідно з (5) випливає

$$\vec{u}(t) = \vec{f} \cdot N. \quad (9)$$

Отже, для великих значень n нерівність (7) можна записати так:

$$\vec{f} \leq (I - Q)\vec{q}. \quad (10)$$

У загальному випадку, щоб перевірити прийнятність вектора $\vec{q}$, підставивши значення $\vec{f} \leq (I - Q)\vec{q}$ у рівняння (5) та виконавши ряд рівносильних перетворень, отримаємо:

якщо

$$\vec{q} \geq \vec{q}Q, \quad (11)$$

то $q_i(t) \geq 0$ для всіх значень i та t незалежно від вектора $\vec{m}$, тобто вектор $\vec{q}$ прийнятний для будь-яких значень вектора $\vec{m}$.

Приклад. Відомо, що в замкненій трисекторній економіці відбувається грошообмін між усіма секторами. Частки обсягу грошового надходження в сектор ω_j які отримуються з сектора ω_i до кількості грошей, які в певний момент часу перебувають у секторі ω_i є сталими величинами, які наведено в наступній таблиці:

$\omega_i \backslash \omega_j$	ω_1	ω_2	ω_3
ω_1	0,15	0,02	0,10
ω_2	0,47	0,13	0,21
ω_3	0,20	0,02	0,23

В кінці певного періоду часу уряд планує досягнути рівномірного розподілу коштів між секторами в обсязі 5 млрд. грн. Перевірити чи прийнятними є плани уряду та визначити скільки коштів потрібно додати, або забрати з кожного сектору для реалізації цієї мети.

Розв'язання. Проаналізувавши умову задачі, відповідно до теорії ланцюгів Маркова запишемо коротко умову задачі.

Матрицею

$$Q = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,02 & 0,10 \\ 0,47 & 0,13 & 0,21 \\ 0,20 & 0,02 & 0,23 \end{pmatrix}$$

опишемо грошові потоки між трьома секторами;

вектор $\vec{q} = (5, 5, 5)$ – це вектор бажаного розподілу коштів в млрд. грн.

Необхідно визначити вектор $\vec{f}$ — грошову політику уряду та прийнятність вектора $\vec{q}$.

Щоб визначити прийнятність вектора $\vec{q}$, необхідно перевірити виконання нерівності $\vec{q}Q \leq \vec{q}$.

Обчислимо $\vec{q}Q$:

$$\vec{q}Q = (5, 5, 5) \cdot \begin{pmatrix} 0,15 & 0,02 & 0,10 \\ 0,47 & 0,13 & 0,21 \\ 0,20 & 0,02 & 0,23 \end{pmatrix} = (4,10; 0,95; 2,70).$$

Як бачимо, всі компоненти вектора $\vec{q}Q$ задовольняють умову $\vec{q}Q \leq \vec{q}$, тому вектор $\vec{q}$ є прийнятним.

Компоненти вектора $\vec{f}$ знаходимо з рівняння $\vec{f} = \vec{q}(I - Q)$.

$$\vec{f} = (f_1, f_2, f_3) = (5, 5, 5) \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,15 & 0,02 & 0,10 \\ 0,47 & 0,13 & 0,21 \\ 0,20 & 0,02 & 0,23 \end{pmatrix} \right) = (0,90; 2,35; 2,30).$$

Отже, для стабілізації грошових потоків уряд має внести в перший сектор 0,90 млрд. грн., в другий – 2,35 млрд. грн., в третій 2,3 млрд. грн.

Отже, ланцюги Маркова є ефективним інструментом для моделювання економічних процесів. Особливо зручними вони виявляються у випадках, коли економічна система має скінченну множину станів і існує статистична інформація, що дозволяє оцінити елементи матриці перехідних ймовірностей.

Список використаних джерел:

1. Камени Дж. Дж., Снелл Дж. Л. Конечные цепи Маркова. — М.: Наука. 1970. — 272 с.
2. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2002. — 226 с.

Кліщ Ірина Миколаївна

магістрант 1-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М. П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Сушко О.С.

ЛІКВІДНІСТЬ БАНКУ ЯК ОБ'ЄКТ ФІНАНСОВОГО УПРАВЛІННЯ

Розвиток банківської системи в умовах ринкових трансформацій потребує забезпечення ефективного функціонування основних інституцій. Стратегічний підхід до управління та планування банківською діяльністю дає змогу зберегти або покращити позиції банку на фінансовому ринку, досягти визначених цілей, уникнути фінансових, у тому числі банківських ризиків, привести у відповідність основні показники діяльності.

Серед елементів управління банківською діяльністю можна виокремити як і фінансовий аспект, який передбачає проведення аналізу фінансового стану банку, так і дослідження його цінової політики, управління активами і пасивами, визначення тих чинників та показників, які в майбутньому вплинуть на фінансову стійкість та надійність банку.

У системі фінансового управління серед об'єктів першочергового значення важливе місце посідає ліквідність, від стану якої залежить не тільки оцінка діяльності банку іншими учасниками ринку, а й і його фінансова діяльність.

Ліквідність є одним із ключових понять у банківській діяльності, основою характеристик надійності та стійкості банківських інститутів. Не відносячи до основних цілей банківської діяльності, наприклад, отримання прибутку, організація інвестицій в тій чи іншій галузі економіки, організація та розвиток системи розрахунків, проблеми управління ліквідністю посідають важливе місце у діяльності банків, оскільки підтримання належного рівня їх ліквідності дає змогу постійно залишатися платоспроможним, створюючи цим достатні умови для досягнення основних цілей банківської діяльності та стійкого розвитку національної економіки.

В [1] ліквідність банку визначається, як —здатність банку забезпечити своєчасне виконання своїх грошових зобов'язань, яка визначається збалансованістю між строками і сумами погашення розміщених активів та строками і сумами виконання зобов'язань банку, а також строками та сумами інших джерел і напрямів використання коштів.

Таким чином, визначення ліквідності банку, який діє на сучасних фінансових ринках, має передбачати: здатність активів перетворюватися в засоби платежу; здатність банку розраховуватись за свої зобов'язання у будь-який момент; здатність банку залучати додаткові ліквідні кошти на фінансових ринках. Отже, ліквідність слід розуміти, як здатність банку своєчасно та з мінімальними витратами виконувати вимоги щодо виплати за своїми зобов'язаннями та бути готовим задовольнити потреби в кредиті клієнтів банку [2, С.84].

Оскільки, важливим напрямком діяльності банку є надання кредитних послуг, тому його ліквідність залежить і від кредитоспроможності позичальника, ризикованості угоди, яка

кредитується, від забезпеченості кредиту. Тобто, ліквідність банку можна підтримувати завдяки вмілій організації процесу кредитування.

Аналіз динаміки надання кредитів як загалом по Україні, так і для окремих банків (для порівняння, Приватбанк та Райффайзен Банк Аваль) вказує на значні темпи приросту надання кредитів. Разом із цим, слід зазначити, що негативний вплив на ліквідність і платоспроможність банків, з точки зору наданих кредитів, має заборгованість за кредитами.

Таблиця 1.

Динаміка надання кредитів і заборгованість за ними Приватбанку та Райффайзен Банк Аваль

	2013	2014	2015	2016	2017
Кредити, млрд. грн.					
Приватбанк	139,663	159,173	189,314	227,924	237,181
Райффайзен Банк Аваль	31,069	28,316	25,269	27,923	37,348
Заборгованість за кредитами, млрд. грн.					
Приватбанк	0,582	0,662	0,593	0,471	0,514
Райффайзен Банк Аваль	2,099	2,815	2,255	1,265	0,830

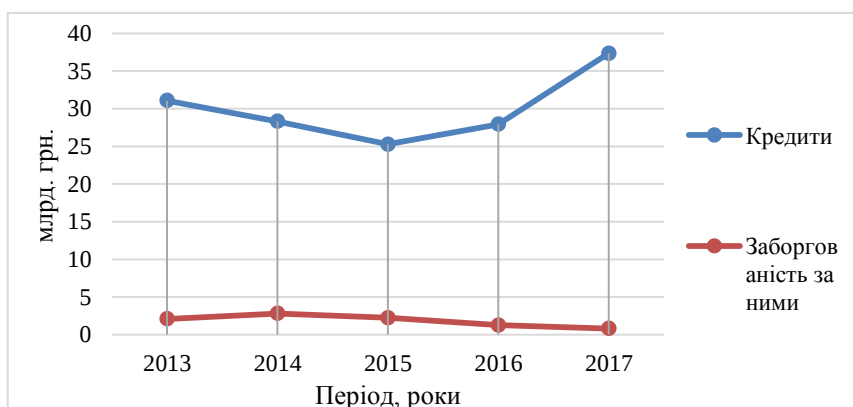


Рис. 1. Динаміка надання кредитів і заборгованість за ними Райффайзен Банк Аваль (в млрд. грн.)

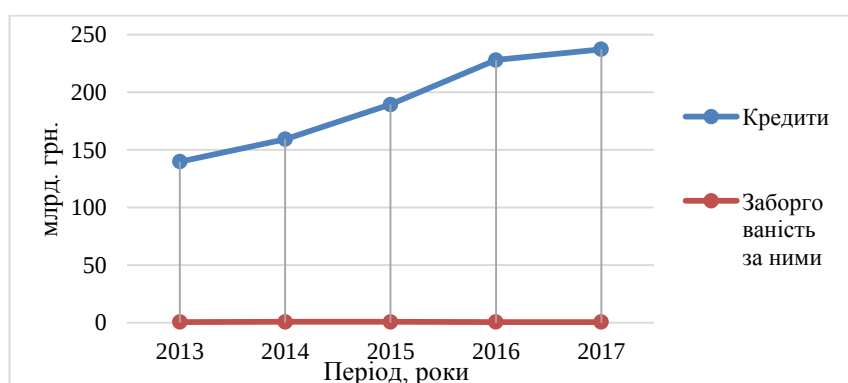


Рис. 2. Динаміка надання кредитів і заборгованість за ними Приватбанк (в млрд. грн.)

На основі статистичних даних побудуємо економетричні моделі процесів надання кредитів і заборгованості за ними. Таким чином, нами отримані наступні моделі:

а) для наданих кредитів:

$$y = -0,2052t^4 + 3,0513t^3 - 13,324t^2 + 18,939t + 22,608 \text{ (Райффайзен Банк Аваль)}$$

$$y = -3,332t^3 + 29,128t^2 - 47,098t + 161,47 \text{ (Приватбанк)}$$

б) для заборгованості за кредитами:

$$y = 0,1527t^3 - 1,5692t^2 + 4,3648t - 0,8511 \text{ (Райффайзен Банк Аваль)}$$

$$y = -0,0327t + 0,6625 \text{ (Приватбанк)}$$

де t – період (рік).

Дослідимо ефективність процесу кредитування кожного банку, розрахувавши імовірність повернення кредитів шляхом знаходження площ фігур, які описують відповідні функції.

Так, площа фігури прогнозу надання кредитів Райффайзен Банк Аваль становитиме:

$$S_{\text{кред}} = \int_1^5 (-0,2052t^4 + 3,0513t^3 - 13,324t^2 + 18,939t + 22,608)dt = \\ = \left(-\frac{1}{5} * 0,2052t^5 + \frac{1}{4} * 3,0513t^4 - \frac{1}{3} * 13,324t^3 + \frac{1}{2} * 18,939t^2 + 22,608t \right) \Big|_1^5 \approx 114,7685,$$

а площа фігури прогнозу заборгованості за кредитами Райффайзен Банк Аваль буде:

$$S_{\text{борг}} = \int_1^5 (0,1527t^3 - 1,5692t^2 + 4,3648t - 0,8511)dt = \\ = \left(\frac{1}{4} * 0,1527t^4 - \frac{1}{3} * 1,5692t^3 + \frac{1}{2} * 4,3648t^2 - 0,8511t \right) \Big|_1^5 \approx 7,9341.$$

Тоді коефіцієнт ефективності або імовірності повернення кредитів для Райффайзен Банк Аваль буде:

$$p = K_{\text{еф}} = \frac{S_{\text{кред}} - S_{\text{борг}}}{S_{\text{кред}}} = \frac{114,7685 - 7,9341}{114,7685} = 0,9308.$$

Для Приватбанку розрахунки будуть такими:

$$S_{\text{кред}} = \int_1^5 (-3,332t^3 + 29,128t^2 - 47,098t + 161,47)dt = \\ = \left(-\frac{1}{4} * 3,332t^4 + \frac{1}{3} * 29,128t^3 - \frac{1}{2} * 47,098t^2 + 161,47t \right) \Big|_1^5 \approx 764,8693 \\ S_{\text{борг}} = \int_1^5 (-0,0327t + 0,6625)dt = \left(-\frac{1}{2} * 0,0327t^2 + 0,6625t \right) \Big|_1^5 \approx 2,2576$$

$$p = K_{\text{еф}} = \frac{S_{\text{кред}} - S_{\text{борг}}}{S_{\text{кред}}} = \frac{764,8693 - 2,2576}{764,8693} = 0,9970.$$

Величину $1 - p = 1 - 0,9308 = 0,0692$ можна вважати кількісною оцінкою ризику заборгованості за наданими кредитами для Райффайзен Банк Аваль та 0,0029 для Приватбанку.

Отже, в середньому 93,08% наданих кредитів повертаються Райффайзен Банк Аваль та 99,7% Приватбанку. Такий факт позитивно впливає на рівень ліквідності банків і свідчить про високу ліквідність Райффайзен Банк Аваль та Приватбанку.

Таким чином, ліквідність банку є запорукою його стійкості, оскільки банк, який володіє достатнім рівнем ліквідності, в змозі з мінімальними затратами для себе виконувати такі функції: проводити платежі за дорученням клієнтів; повертати кредиторам (вкладникам) кошти як з настанням терміну погашення, так і достроково; сплачувати випущені цінні папери; відповідати за зобов'язаннями, які можуть відбутися в майбутньому, наприклад, за позабалансовими зобов'язаннями.

Список використаних джерел:

1. Інструкція про порядок регулювання діяльності банків в Україні, затверджена Постановою Правління НБУ від 28 серпня 2001 р. № 368 / [Електронний ресурс] : Законодавство України. – Режим доступу: <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/z0841-01/ed20120701>

2. Івашук О.Т. Кількісні методи та моделі фінансового прогнозування: навч. посібник. – Тернопіль: «Економічна думка», 2004. – 186 с.

Куценко Тетяна Янівна

студентка IV курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
професор Горбачук І.Т.

АЛЬТЕРНАТИВНІ ДЖЕРЕЛА ЕНЕРГІЇ

Кількість населення нашої планети з кожним роком зростає, відповідно зростає кількість енергії для використання, тому у світі все більше звертають увагу на використання альтернативних джерел енергії – тепла Землі, енергії вітру, припливів та відпливів, біогазу, сонячного випромінювання тощо. Альтернативні джерела енергії являють собою відновлювальні ресурси. Вони замінюють традиційні джерела енергії, такі як нафта, природний газ та вугілля.

Прикладом можуть слугувати теплові насоси, які є одними з “незалежних” від Сонця пристроїв вироблення енергії. Теплові насоси перетворюють енергію повітря, ґрунту, ґрунтових вод у теплову для опалення чи підігріву води. Для їх роботи все ж таки потрібно трохи електрики, близько 1кВт, натомість вони вироблять 4 – 4.5 кВт тепла. Для порівняння: електродвигун, споживаючи 1 кВт електрики, виробляє 1 кВт тепла. Теплові насоси не забруднюють навколишнє середовище і природне паливо для них безкоштовне.

Існують пристрої, які працюють винятково від Сонця – сонячні колектори. Вони бувають двох видів: плоскі сонячні і трубчасті вакуумні колектори. Плоскі сонячні колектори представляють собою плоский корпус, закритий склом. Під склом є абсорбуючий шар з трубками, по якому циркулює теплоносіє. Сонячне світло проходить через скло, нагріває поглинаючий шар, перетворюючи сонячну енергію в теплову. Це тепло передається теплоносієм – воді або антифризу. Такі колектори порівняно недорогі і досить ефективні влітку, але мають значні втрати тепла взимку. Трубчасті вакуумні колектори забезпечують ефективне використання енергії сонця. Вони складаються з трубок-абсорберів. Абсорбери з високоякісним покриттям збирають набагато більше сонячної енергії, забезпечуючи високий коефіцієнт корисної дії. Між скляними трубами й абсорбером практично не виникає втрат тепла – і навіть низький рівень сонячного освітлення колектор перетворює в корисне тепло. Вакуумні трубчасті колектори особливо ефективні в міжсезоння та взимку, при низьких температурах надворі.

Щоб запобігти тепловтратам, корпус виготовляють максимально герметичним, а зі зворотного боку накладають шар утеплювача. Такі колектори порівняно недорогі і досить ефективні влітку, але мають значні витрати тепла узимку. Трубчасті вакуумні колектори складаються з трубок абсорберів, якими циркулює антифриз захищеними у скляні трубки з вакуумом. Такі колектори значно ефективніші, адже вакуум дозволяє уникнути тепловтрат навіть узимку [2, С. 17].

Щоб зрозуміти чому так важливо для людства в цілому і України зокрема перейти на альтернативні джерела енергії розглянемо недоліки традиційних станцій, що виробляють електроенергію.

Теплова електростанція (ТЕС) – електростанція, що виробляє електричну енергію в результаті перетворення теплової енергії, що виділяється при спалюванні органічного палива.

Недоліки ТЕС: для експлуатації ТЕС потрібно набагато більше персоналу, ніж для ГЕС, що пов'язано з обслуговуванням досить масштабного за об'ємом паливного циклу; робота ТЕС залежить від поставок паливних ресурсів (вугілля, мазуту, газу, торфу, горючих сланців); змінність режимів роботи ТЕС знижує ефективність, підвищує витрату палива і призводить до підвищеного зношення обладнання; існуючі ТЕС характеризуються відносно низьким ККД. (в основному до 40%); ТЕС чинять прямий і негативний вплив на навколишнє середовище і не є екологічно “чистими” джерелами електроенергії.

Атомна електростанція (АЕС) – електростанція, в якій атомна енергія перетворюється в електричну.

Недоліки АЕС: радіоактивне паливо небезпечне, вимагає складних і дорогих заходів з переробки та зберігання; небажаним є режим роботи зі змінною потужністю для реакторів; великі капітальні вкладення, як питомі так і загальні, необхідні для спорудження станції, її інфраструктури, а також у разі можливої ліквідації аварії.

Гідроелектростанція (ГЕС) – електростанція, яка за допомогою гідротурбіни перетворює кінетичну енергію води в електроенергію.

Недоліки ГЕС: відчуження родючих земель; заболочування; порушення водних екосистем; великі території розміщення [1, С. 24].

Отже, для того, щоб зберегти життя нашої рідної Землі, потрібно шукати нові альтернативні джерела енергії, які допоможуть зекономити використання органічних ресурсів нашої планети, не створюючи для людства незручностей.

Список використаних джерел:

1. Грушка О.Г. Альтернативні джерела електричної енергії: навч. посіб. / О. Г. Грушка. – Чернівці: Рута, 2008. – 84с.
2. Девяткіна С.С. Альтернативні джерела енергії: навч. посіб. / С.С. Девяткіна, Т.Ю. Шкварницька. – К. : НАУ, 2006. – 92с.

Могельюк Дарина Олександрівна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

доцент Гончаренко Яніна Володимирівна

КОРОТКОСТРОКОВЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІНИ BITCOIN

Актуальність теми полягає в тому, що в даний час на заміну традиційних грошей, які емітує держава, приходить електронна криптовалюта. Цей засіб платежу вже набирає оберти у використанні в розвинених країнах світу. Тому важливо проаналізувати та спрогнозувати деталі появи та розвитку нової валюти для признання її як засобу платежу.

Буквально за останній рік криптовалюта завоювала до себе інтерес не тільки людей, а цілих держав, які почали активно впроваджувати цю валюту в свій повсякденний обіг. Йдеться

про людей і про те, як вони вважають за краще використовувати обмежені ресурси, щоб задовольнити необмежені потреби.

Саме ми формуємо попит на ринку, під впливом чого змінюється ціна на цікавий для нас товар. Під впливом ажіотажу мас курс провідної криптовалюти стрімко зростає, після чого деякі галузі економіки збільшують своє часткове співвідношення на фінансовому ринку. На сьогодні неможливо відчувати, контролювати, повністю оволодіти і зупинити її розвиток.

Деякі аналітики вважають, що криптовалюта підпорядковує собі все чим користуються люди в цьому світі. Це зародок нової інтернет революції.

Враховуючи це, задачі аналізу еволюції криптовалюти та прогнозування її подальшого розвитку є надзвичайно актуальними і складними.

У даній роботі мною був проведений аналіз та короткострокове прогнозування ціни Bitcoin за 6 місяців (з 13.04.2018 до 19.10.2018). Розглянуто зміну в динаміці курсу даної криптовалюти (рис.1).

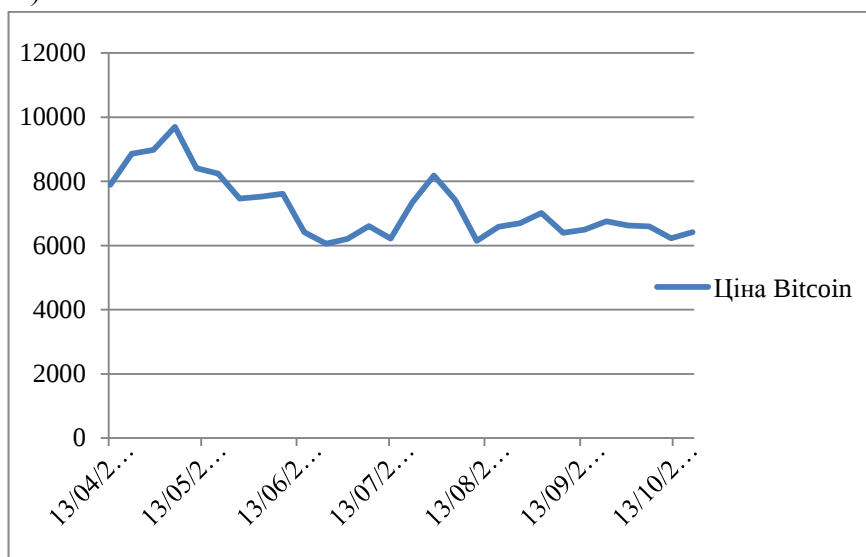


Рис.1. Динаміка зміни ціни Bitcoin

В роботі я використовувала модель лінійного тренду для прогнозування. На основі зібраних статистичних даних, використовуючи методи регресійного аналізу було отримано лінійне рівняння тренду: $y = -83,401x + 8388,4$, де x – час (тижн.), а y – ціна Bitcoin (\$).

Оскільки ціни Bitcoin динамічно змінюються, то лінійний тренд може характеризувати тільки загальну тенденцію зміни, причому на короткий період часу. Для більш точного результату доцільно використовувати методи моделювання нелінійних рядів динаміки. В даній роботі я представлю результати застосування двох із них, а саме:

- методу ковзної середньої;
- методу сезонних коливань.

Метод ковзної середньої є найбільш простим способом згладжування емпіричних кривих. Суть цього методу складається в заміні фактичних значень показника їхніми усередненими величинами, що мають значно меншу варіацію, чим вихідні рівні ряду.

Для прогнозування моделі використовувалась адитивна модель (рис.2):

$$Y = T + S + E,$$

де T – трендова компонента, S – циклічна або сезонна компонента, E – випадкова компонента.

При застосуванні даного методу нами було отримано наступні результати:

- рівняння лінійного тренду: $y = -83,401x + 8388,4$;
- сезонні компоненти:

	I	II	III	IV
Si	202,998 6	- 284,2956	- 114,3264	195,623 4

- прогнозне значення на наступний період (листопад 2018 р.): 5685,47\$;
- стандартне відхилення моделі: $\sigma_e = \pm 669,034$.

У прогнозуванні ціни методом сезонних коливань використовувались чисельні методи

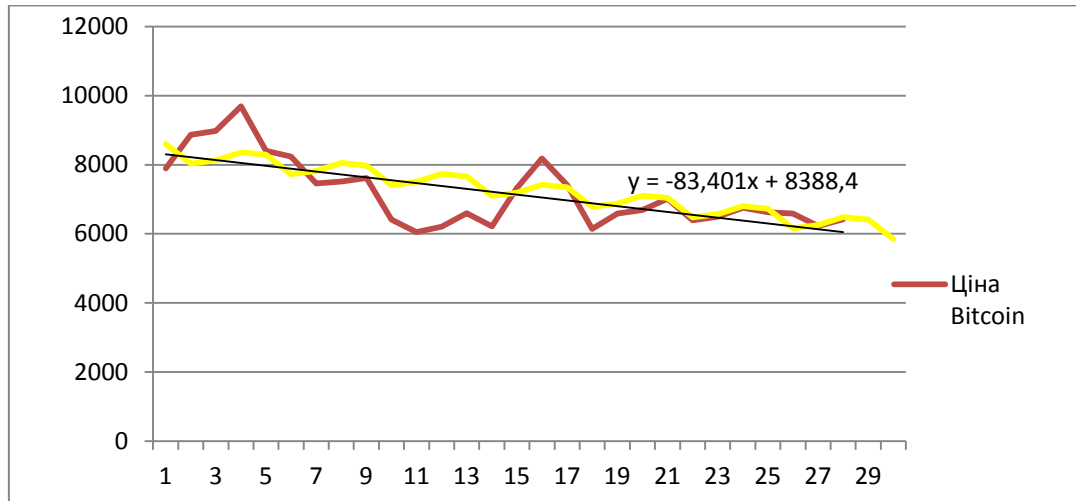


Рис.2. Емпіричні значення ціни Bitcoin, лінійний тренд та значення, отримані за допомогою моделі ковзних середніх.

розкладу функції в ряди Фур'є:

$$y = b_0 + b_1 t + a_1 \cos t + c_1 \sin t + a_2 \cos(2t) + c_2 \sin(2t) + \dots + a_m \cos(mt) + c_m \sin(mt),$$

де $y = b_0 + b_1 t$ – рівняння тренду, $t=1,2,3\dots n$,

$$a_k = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cos(kt_i)}{n}, \quad c_k = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sin(kt_i)}{n}.$$

Було побудовано модель четвертого порядку ($m = 4$). На рис. 3 побудовано послідовні наближення графіка при $m = 1,2,3,4$.

Для прогнозування було застосовано модель четвертого порядку.

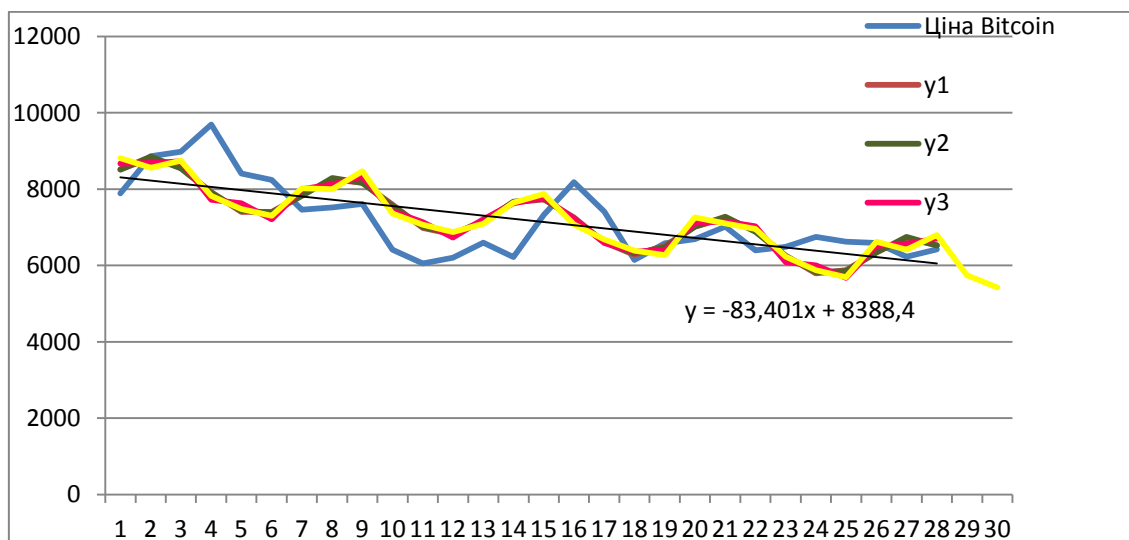


Рис.3. Емпіричні значення ціни Bitcoin, лінійний тренд та значення, отримані за допомогою моделі сезонних коливань.

При застосуванні даного методу нами було отримано наступні результати:

- рівняння моделі четвертого порядку:

$$y = 8388,4 - 83,4t - 364,0\cos t + 486,3\sin t - 30,2\cos(2t) - 25,6\sin(2t) - 144,5\cos(3t) + 116,3\sin(3t) - 63,2\cos(4t) - 135,3\sin(4t);$$

- прогнозні значення на наступний період (листопад 2018 р.): 5741,7\$;
- стандартне відхилення моделі: $\sigma_e = \pm 777,13$.

На основі отриманих результатів можна зробити наступні висновки:

- 1) при дослідженні ціни Bitcoin за допомогою двох різних моделей прогнозується зниження ціни, при цьому отримані прогнозні значення цін відрізняються несуттєво;
- 2) при застосуванні методу ковзної середньої стандартне відхилення моделі менше, тому можна сказати, що для досліджуваного періоду він є точнішим;
- 3) прогнозоване значення ціни з ймовірністю 0,95 належить проміжку (4908,34; 6518,83);
- 4) розглянуті методи моделювання і прогнозування можуть бути застосовані для короткострокового прогнозування зміни ціни Bitcoin, але їх не доцільно використовувати для побудови довгострокових прогнозів, оскільки обидва методи передбачають наявність певної періодичності в зміні значень ряду динаміки, що може не відбуватись в реальності;
- 5) на сьогодні задача прогнозування ціни криптовалют не розв'язана навіть в часткових випадках, тому отримані нами результати можна рекомендувати для практичного застосування у випадках короткострокового прогнозування.

Список використаної літератури:

1. <https://www.coindesk.com/price/bitcoin>
2. История биткойна: краткий экскурс в прошлое и будущее криптовалют. URL: <https://geektimes.ru/post/294881/> (Дата звернення: 16.12.2017).
3. Шевчук, С. Криптовалюта. Начало [Текст] / С. Шевчук // Незалежний аудитор. – 2014. – № 5. – С. 94-115.

Молчанова Ірина Юріївна

магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Гончаренко Я.В.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ МОДЕЛІ МАРКОВІЦА У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

В доповіді розглядається деякі питання методики навчання моделі Марковіца студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Модель Марковіца вивчається в курсах стохастичної фінансової математики студентами математичних та економічних спеціальностей.

Вивчення моделі Марковіца, на мою думку, доцільно проводити в кілька етапів.

I етап. Постановка задачі, основні принципи моделювання, вибір основних параметрів моделі.

Студентів необхідно ознайомити з найпростішою моделлю поведінки інвестора, згідно з якою інвестиції оцінюються двома параметрами – очікуваною прибутковістю (математичним

сподіванням прибутковості) та ризиком (стандартним відхиленням прибутковості), сформулювати основні підходи до формування портфеля цінних паперів для всіх інвесторів, незалежно від індивідуальної схильності до ризику.

II етап. Формулювання основних припущень моделі.

На цьому етапі необхідно сформулювати, роз'яснити та обґрунтувати основні припущення моделі Марковіца:

- за дохідність цінних паперів приймається математичне сподівання дохідності;
- за ризик цінних паперів приймається середньоквадратичне відхилення дохідності;
- вважається, що дані минулих періодів, які використані при розрахунках дохідності і ризику, повністю відображають майбутні значення дохідності;
- ступінь і характер взаємозв'язку між цінними паперами виражається коефіцієнтом лінійної кореляції.

При цьому слід звернути увагу студентів на те, що припущення моделі одночасно є її обмеженнями і при розв'язанні практичних задач необхідно встановлювати «межі застосовності» кожної моделі.

III етап. Математична постановка задачі, формулювання основних моделей.

На цьому етапі можна реалізувати наступну послідовність вивчення моделі Марковіца:

- 1) формулюється означення: портфель цінних паперів; характеристики портфеля; прибутковості портфеля; ризик портфеля;
- 2) математична постановка прямої задачі Марковіца;
- 3) математична постановка оберненої задачі Марковіца;
- 4) математична постановка задачі визначення оптимального портфеля за критерієм оптимального співвідношення між прибутковістю та ризиком.

IV етап. Застосування теоретичного матеріалу до розв'язання задач. Закріплення та узагальнення.

На цьому етапі доцільно скласти разом з студентами опорний конспект з теми (див. рис.1.).

Задача. Нехай нам задано портфель з трьох цінних паперів з наступними характеристиками:

ЦП1	ЦП2	ЦП3
$m_1 = 13 \text{ тис. ум. од.}$	$m_2 = 7 \text{ тис. ум. од.}$	$m_3 = 20 \text{ тис. ум. од.}$
$\sigma_1 = 3 \text{ тис. ум. од.}$	$\sigma_2 = 5 \text{ тис. ум. од.}$	$\sigma_3 = 10 \text{ тис. ум. од.}$
$r_{12} = -0,4, \quad r_{13} = -0,8, \quad r_{23} = 0,3.$		

1) Знайти оптимальний портфель за критерієм максимального прибутку, якщо його ризик не перевищує середнього ризику для ЦП, що входять в портфель.

2) Знайти оптимальний портфель за критерієм мінімального ризику, якщо його прибутковість не менше 12 тис. ум. од.

Розв'язання. Запишемо математичне сподівання портфеля:

$$m_{\pi} = 13x_1 + 7x_2 + 20x_3$$

Використаємо формулу середнього квадратичного відхилення підставивши значення з умови задачі:

Портфель цінних паперів - це сукупність зібраних воєдино різних фінансових інструментів для досягнення конкретної мети інвестора.

$$\pi = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Прибуток (математичне сподівання)

$$m_\pi = \sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i, \quad m_i = M(R_i)$$

Ризик (середнє квадратичне відхилення)

$$\sigma_\pi = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \cdot x_i^2 + 2 \cdot \sum_{i \neq j} x_i \cdot x_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot r_{ij}}$$

R_i —
випадкова
величина
прибутку
і-го ЦП

Пряма задача Марковіца:
знайти портфель, прибутковість якого набуває максимального значення за умови, що ризик є обмеженим.

$$z = m_\pi \rightarrow \max \quad \begin{cases} \sigma_\pi \leq \sigma_0 \\ x_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases}$$

Обернена задача Марковіца:
знайти портфель, ризик якого є мінімальним, а прибутковість не менше деякої фіксованої величини.

$$z = \sigma_\pi^2 \rightarrow \min \quad \begin{cases} m_\pi \geq m_0 \\ x_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases}$$

Критерій оптимального співвідношення між прибутковістю та ризиком

$$z = \frac{m_\pi}{\sigma_\pi^2} \rightarrow \max \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Рис.1. Опорний конспект з теми «Портфель цінних паперів. Модель Марковіца»

$$\sigma_{\pi} = \sqrt{9x_1^2 + 25x_2^2 + 100x_3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-0,4)x_1x_2 + 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot (-0,8)x_1x_3 + 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,3x_2x_3}$$

1) Для того щоб знайти оптимальний портфель за критерієм максимального прибутку, скористаємось прямою задачею Марковіца.

В прямої задачі Марковіца цільовою функцією є математичне сподівання:

$$z = 13x_1 + 7x_2 + 20x_3 \rightarrow \max$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	x1	x2	x3				
2	0,324884	0	0,675116		sum x		1
3							
4	z=	17,72581					
5							
6	sigma pi=	6					
7							
8		6					
9	simapi^2=	36					
10							

2) Для того, щоб знайти оптимальний портфель за критерієм мінімального ризику використаємо обернену модель Марковіца:

Цільовою функцією в цій моделі є середнє квадратичне відхилення.

$$z = \sigma_{\pi}^2 \rightarrow \min$$

	A	B	C	D	E
1	x1	x2	x3		
2	0,702508	0,13307	0,164422		
3					
4					
5	z=	1,578031			
6		13,35253			
7		1			
8					
9					
10					
11					
12					
13					

Список використаної літератури:

1. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / [М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко] — К.: Інформтехніка, 1995. — 380 с.
2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики / А.Н.Ширяев. — М.: ФАЗИС, 1998. — Т. 1. Факты. Модели. — 512 с.
3. Гончаренко Я.В., Сушко О.С. Фінансова та актуарна математика: навчальний посібник. — К.: НПУ імені М.П.Драгоманова, 2015. — 199 с.

Моргун Анна Василівна

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П.Драгоманова

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук,

доцент Сушко О.С.

ПРОГНОЗУВАННЯ ПОДАТКОВИХ НАДХОДЖЕНЬ ДО БЮДЖЕТУ УКРАЇНИ

В умовах економічних перетворень важливим є формування прогнозних показників податкових надходжень на коротко- і середньострокову перспективу, виходячи з принципів макроекономічної стабільності, достатнього рівня науково-економічної обґрунтованості та узгодженості з бюджетною стратегією держави. Від якісного рівня обґрунтованості планування

і прогнозування податкових надходжень значною мірою залежить результативність фінансової політики держави у сфері формування доходів бюджету, що в свою чергу впливає на структуру та обсяги бюджетних видатків, дефіциту бюджету і пріоритети соціально-економічного розвитку країни в цілому.

Нехай G – розмір податкових надходжень до бюджету країни за певний період часу, t – період часу. Проаналізуємо наявні методи прогнозування часових рядів, які можуть бути використані для моделювання податкових надходжень та побудуємо функцію F , що задовольняє таку вимогу: $Y_{t+1} = F(G, t)$, де Y_{t+1} – прогноз податкових надходжень до бюджету країни в наступний період. Серед методів прогнозування часових рядів, які можуть бути застосовані для моделювання податкових надходжень, найпопулярнішими є методи, які належать до двох груп: методи експоненційного згладжування та ковзного середнього. Експоненційне згладжування – група методів прогнозування часових рядів на основі зваженої суми попередніх членів ряду. Ваговий коефіцієнт при кожному члені ряду визначається показниковою (експоненційною) формулою, при цьому найбільше значення коефіцієнта має останній елемент [1]. Просте експоненційне згладжування – метод прогнозування стаціонарних часових рядів без сезонної складової. Прогноз значення часового ряду у момент часу $t+1$ може бути отриманий з використанням такого співвідношення [2]:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + \alpha(1 - \alpha)Y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Y_{t-2} + \dots, \quad (1)$$

де $\alpha \in [0;1]$ – коефіцієнт згладжування. При достатній для прогнозування кількості елементів в часовому ряді сума вагових коефіцієнтів прямує до одиниці. Складніші різновиди методу передбачають врахування тренду та сезонної складової при побудові прогнозу. Особливості часових рядів, які слід враховувати під час прогнозування, розглянуті в [3].

Виконавши ряд перетворень з формулою (1), можна отримати т.з. модель Брауна:

$$\widehat{Y}_{t+1} = \alpha * Y_t + (1 - \alpha) * \hat{Y}_t, \quad (2)$$

де $\widehat{Y}_{t+1}$ – прогноз на майбутній період $t+1$;

Y_t – дані для прогнозу за поточний період t ;

α – коефіцієнт згладжування ряду;

$\hat{Y}_t$ – значення прогнозу за поточний період t . Причому в перший період (місяць, день....)

$\hat{Y}_t = Y_t$, тобто $\hat{Y}_t$ в перший період дорівнює обсягу податкових надходжень за цей період.

Формула (2) виявилася дуже зручною для розрахунків і на Заході відома під назвою "модель простого експоненціального згладжування" ("Simple exponential smoothing").

На основі статистичних показників про обсяги щомісячних податкових надходжень до державного бюджету України за 2014-2017рр. спрогнозуємо його обсяг на наступний період, використовуючи метод експоненційного згладжування.

Таблиця 1.

Динаміка щомісячних надходжень податків по Україні за 2014–2017 роки (млн. грн.)

Місяці\Роки	2014	2015	2016	2017
1	25298,7	22345,6	29636,9	59446,8
2	27043,9	37995,6	40948,6	52601
3	36460,6	52864,6	58573,2	62711
4	31751,8	49440,4	42789,4	85027,1
5	30090	42275,2	47279,2	65987,3
6	25285,5	39772,6	46404,3	69132,8
7	23133,1	43229,4	35668,9	52808,9
8	31510,4	49772,8	59879,9	79874

9	30295,5	46632,1	46371	58166,8
10	28603,5	43110,3	56014,1	61713
11	29600	52414,7	79861,1	77002,8
12	38011,3	54841,5	72848,2	68793,6

Для наочності дані надано у вигляді діаграми (рис. 1):



Рис. 1. Динаміка щомісячних надходжень податків по Україні (млн. грн.)

Результати моделювання та прогнозування податкових надходжень до бюджету країни представлені у табл. 2.

Економіко-математичний аналіз рядів динаміки податкових надходжень дозволив побудувати математичну модель з середньоквадратичним відхиленням 0,06623462 та здійснити прогнозування обсягів цих надходжень на наступний період у розмірі 69459,992 млн.грн. Результати прогнозування підтвердились фактичними даними (68329,98 млн.грн.). Аналіз результатів прогнозування показує, що зі зменшенням порядку згладжувальної функції точність прогнозу суттєво зростає. Особливості прогнозування процесів більш точно відображає коефіцієнт згладжування, близький до одиниці. Це дозволяє з великою уваженістю враховувати не попередні дані, а його останні значення.

Прогнозований обсяг податкових надходжень до бюджету України є орієнтуючим фінансовим показником у процесі бюджетного планування. Достатність та реальність даного показника залежать від оцінки стану, прогнозу та тенденції економічного і соціального розвитку, стабільності, ефективності та прогресивності чинного законодавства, форм і методів організації роботи з мобілізації платежів до бюджету, рівня фінансової культури та інших факторів суспільно-економічного впливу. Крім того, адекватність прогнозування, насамперед, визначається комплексним розумінням сутності та змісту даного процесу.

Таблиця 2.

Результати моделювання та прогнозування податкових надходжень

			$\alpha=0,9$
Рік	Місяць	Податок, млн.грн	Прогноз $Y^{\wedge}$
2014	січень	25298,7	25298,7
	лютий	27043,9	25298,7
	березень	36460,6	26869,38
	квітень	31751,8	35501,478
	травень	30090	32126,768
	червень	25285,5	30293,677
2015	липень	23133,1	25786,318
	серпень	31510,4	23398,422
	вересень	30295,5	30699,202
	жовтень	28603,5	30335,87
	листопад	29600	28776,737
	грудень	38011,3	29517,674
	січень	22345,6	37161,937
	лютий	37995,6	23827,234

	березень	52864,6	36578,763
	квітень	49440,4	51236,016
	травень	42275,2	49619,962
	червень	39772,6	43009,676
	липень	43229,4	40096,308
	серпень	49772,8	42916,091
	вересень	46632,1	49087,129
	жовтень	43110,3	46877,603
	листопад	52414,7	43487,03
	грудень	54841,5	51521,933
2016	січень	29636,9	54509,543
	лютий	40948,6	32124,164
	березень	58573,2	40066,156
	квітень	42789,4	56722,496
	травень	47279,2	44182,71
	червень	46404,3	46969,551
	липень	35668,9	46460,825
	серпень	59879,9	36748,093

	вересень	46371	57566,719
	жовтень	56014,1	47490,572
	листопад	79861,1	55161,747
	грудень	72848,2	77391,165
	січень	59446,8	73302,496
2017	лютий	52601	60832,37
	березень	62711	53424,137
	квітень	85027,1	61782,314
	травень	65987,3	82702,621
	червень	69132,8	67658,832
	липень	52808,9	68985,403
	серпень	79874	54426,55
	вересень	58166,8	77329,255
	жовтень	61713	60083,046
	листопад	77002,8	61550,005
2018	грудень	68793,6	75457,52
	січень		69459,992

Реалізація методу експоненційного згладжування представлена на рис. 2.

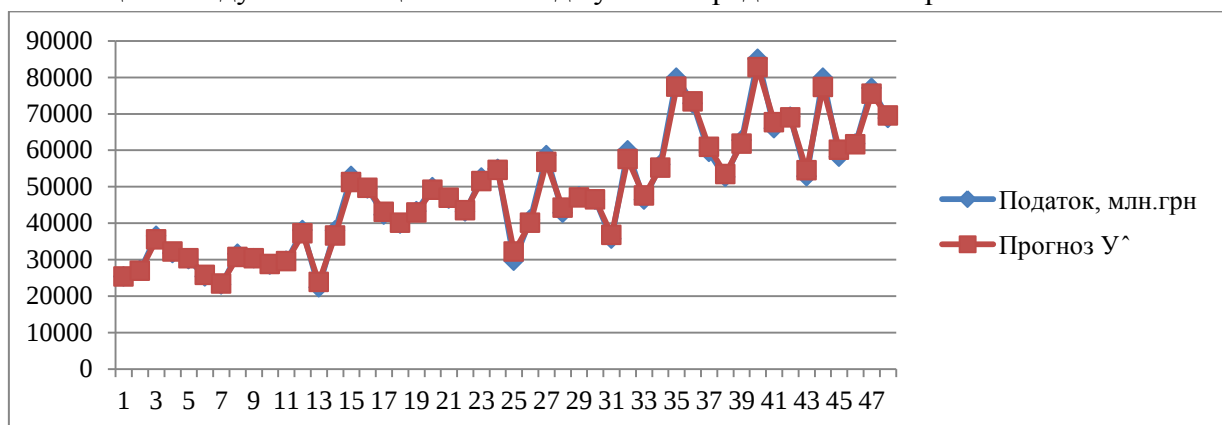


Рис. 2. Графік визначення прогнозу за методом експоненційного згладжування

Список використаних джерел:

1. Hyndman R. J. Forecasting: principles and practice/ R. J. Hyndman, G. Athanasopoulos// OTexts – 2014. – ISBN 978-098-750-710-5.
2. Equations for the Smoothing Models [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/63348/HTML/default/viewer.htm#etsug_tffordet_sect014.htm.
3. Бігун Г. В. Інформаційна технологія рекурентного аналізу часових послідовностей // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” – 2014. – № 805 – С. 37–46 – ISSN 0321-0499.

Перевалова Юлія Сергіївна
магістрант 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат технічних наук,
доцент Луценко В.Ю.

НАУКОВИЙ ВНЕСОК УКРАЇНСЬКИХ ВЧЕНИХ У РОЗВИТОК ВЧЕННЯ ПРО ЕЛЕКТРИКУ ТА МАГНЕТИЗМ

Науково-технічний прогрес нерозривно пов'язаний з розвитком технологій. В їх основі лежать досягнення природничих наук, серед яких фізика займає одне з провідних місць. У багатьох винаходах, що вплинули на розвиток фізики в цілому і електрики і магнетизму зокрема, є вагомий внесок український учених, науковців народжених українською землею.

У сучасній школі спостерігається загальне зниження інтересу учнів до вивчення фізики на тлі процесів гуманітаризації шкільної освіти, змін шкільних навчальних планів, зменшення престижу технічних спеціальностей у вищих навчальних закладах.

Мета роботи – дослідити та розкрити внесок науковців українського походження у розвиток теоретичних основ електрики і магнетизму.

Природа електричних явищ залишалася довго прихованою від людського дослідження. Всього 400 років тому відбулося найбільш вагоме і оригінальне з відкриттів на Землі – відкриття електрики.

Суттєвий вклад в дослідження електричних і магнітних явищ та встановлення їх фізичної природи зробив вчений українського походження Іван Павлович Пулюй, який народився в 1881 році в містечку Гримайлове на Тернопільщині.

У 1864 р. Іван Пулюй з відзнакою закінчив Тернопільську класичну гімназію і в цьому ж році вступив на теологічний факультет Віденського університету. Одночасно він відвідував лекції з математики, фізики та астрономії. Після закінчення навчання у 1872 р. Пулюй став асистентом кафедри експериментальної фізики цього університету, а згодом – асистентом-викладачем кафедри фізики, механіки та математики Військово-морської академії у м. Фіуме (тепер Рієка в Хорватії). У 1875 р. Іван Павлович вступив у Страсбурзький університет, де вивчав електротехніку, а згодом з відзнакою захистив дисертацію і здобув ступінь доктора філософії цього ж університету (спеціалізація з фізики). Потім він повернувся до Відня, де працював приват-доцентом Віденського університету, обіймав посаду технічного директора електротехнічного бюро.

І. П. Пулюй працював разом з викладачами й студентами, а також професорами з інших навчальних закладів (чеських і німецьких) на першому в Європі електротехнічному факультеті. Маючи глибокі знання та веселу вдачу, професор Іван Павлович здобув неабиякий авторитет серед учених, громадських діячів та промисловців.

У галузі електротехніки учений удосконалив технологію виготовлення розжарювальних ниток для освітлювальних ламп, першим дослідив неонове світло. Його лампи були набагато кращими від ламп Едісона і демонструвалися 1884 р. на всесвітній виставці в м. Штайєрі. У дослідженнях ламп Івану Павловичу допомагала панна Катерина-Йосифа-Марія Стозітська, яка згодом стала його відданою дружиною (вона навіть відрізала свої коси і віддала волосся для сирівця – його карбонізували й припаювали до ламп).

Професор І. Пулюй причетний до розвитку телефонних мереж та будівництва електростанцій. Ряд промислово розвинених країн Європи запатентували запропоновану Іваном Пулюєм конструкцію телефонних станцій та абонентських апаратів, зокрема застосування розподільчого трансформатора. З участю нашого земляка запущено ряд електростанцій на постійному струмі в Австро-Угорщині, а також першу в Європі електростанцію на змінному струмі [1].

Ще одним видатним вченим в галузі електрики був Федір Аполлонович Піроцький, який народився 17 лютого (1 березня) 1845 у Лохвиці Полтавської губернії. Початкову освіту він здобув навчаючись у Костянтинівському кадетському корпусі і Михайлівській військовій артилерійській академії (1866 рік). Проходив артилерійську службу в Києві, де потоваришував з відомим вченим-електротехніком Павлом Яблочковим.

Повернувшись до Санкт-Петербургу у 1871 році Ф. А. Піроцький працював у відділі технічних звітів і кошторисів Головного артилерійського управління. Виявив себе здібним винахідником (серед інших винаходів – новий тип доменних печей). У 1874 році розпочав електротехнічні експерименти на «Волковському полі» у Санкт-Петербурзі. Розробив проект машини змінного струму та системи передачі електроенергії через залізний дріт, що кріпився за допомогою телеграфних ізоляторів на дерев'яних стовпах. Зворотним провідником у цій системі була земля. У 1875 році на ділянці Сестрорецької залізниці Ф. А. Піроцький запустив вагони на електричній тязі. Було електрифіковано майже одну версту шляху. У його конструкції рейки були підключені до генератора Грема та були ізольовані від землі.

У 1880 році Ф. А. Піроцький зробив спробу модернізувати міські двоповерхові трамваї на кінній тязі (конку), перевівши їх на електричну тягу. 3 вересня (22 серпня) електричний трамвай почав перевозити жителів Санкт-Петербурга ділянкою колії довжиною 85 метрів, що була збудована на території вагонного парку. Цей експеримент тривав до 28 (16) вересня 1880 року. На заваді втіленню електричного трамваю в Петербурзі стала протидія зацікавлених осіб. Підприємці, які вклали великі капітали в конку, що ще не окупилися, перешкоджали практичному здійсненню проекту Піроцького. Натомість на Заході протягом 5 наступних років усі трамвайні лінії будували за схемою Піроцького.

Спираючись на публікації Ф. А. Піроцького, фірма Siemens & Halske ще 1879 року продемонструвала на берлінській виставці невеликий «потяг» з окремим локомотивом і двома невеликими причепними пасажирськими платформами. У цей час Карл Генріх фон Сіменс працював у Росії і часто спілкувався з Піроцьким, зацікавившись його дослідженнями. У Російській імперії електричний трамвай почав регулярну роботу лише в 1892 році. Це сталося в Києві заходами Аманда Струве та Василя Первенка (у Москві електричний трамвай запрацював 1899 року, а на вулицях Петербурга — 1907-го року) [2].

Розвиток вітчизняної наукової школи з радіофізики пов'язують з ім'ям Леоніда Ісааковича Мандельштама, який народився 22 квітня (4 травня) 1879 у м. Одеса.

До 12 років Леонід Ісаакович навчався вдома, а в 1891 р. вступив до гімназії, яку закінчив в 1897 р. зі срібною медаллю і вступив на фізико-математичний факультет Новоросійського університету (сьогодні – Одеський національний університет імені І. І. Мечникова). Ще в старших класах гімназії у Леоніда Ісааковича проявляється великий інтерес до точних наук, а саме до фізики та математики.

У 1913 р. Мандельштам отримав звання професора, і йому було доручено читання курсу прикладної фізики в Страсбурзькому університеті. У 1914 р., незадовго до початку Першої світової війни, Л. І. Мандельштам повернувся до Одеси, куди був запрошений на посаду приват-доцента в Новоросійський університет [3].

Наукові відкриття Л. І. Мандельштама охоплюють багато галузей науки і техніки: оптику, радіофізику, квантову механіку, теорію нелінійних коливань. Одними з відомих його досягнень були дослідження електричних коливань. Л. І. Мандельштам довів доцільність слабкого зв'язку між елементами коливального кола, хоча до нього існувала цілком протилежна думка. Його принцип «слабкого зв'язку» увійшов в загальноприйняте вживання. Дослідження Леоніда Ісааковича Мандельштама в області радіофізики і теорії коливань стали в подальшому основою для розвитку радіотехніки, радіо-геодезії, акустики і аеродинаміки. Ним була створена теорія мультівібраторів і відкрито новий тип резонансу (n-тип) – коливання в колах, власна частота резонансу яких рівно в n раз нижче частоти електричного сингала.

Не можна не згадати ще про одного вченого-електротехніка – Кирила Дмитровича Синельникова, який народився 16 (29) травня 1901 у Павлограді, нині Дніпропетровська область. Вищу освіту Синельников здобув навчаючись на фізико-математичному факультеті Кримського (Таврійського) університету ім. М. В. Фрунзе у Сімферополі. Під час навчання працював на кафедрі фізики (лабораторний механік, лаборант, асистент), займався науковими дослідженнями під керівництвом відомого професора-електротехніка С. М. Усатого. Повний курс університету закінчив достроково у 1923р.

З 1930 року К.Д. Синельников керівник відділу фізики атомного ядра у фізико-технічному інституті у Харкові (з 1944р. – його директор). Під керівництвом К. Д. Синельникова у Харкові вперше було здійснено розщеплення атома (10.10.1932). Синельников заклав основи розвитку ядерної фізики в СРСР.

Кирило Дмитрович Синельников викладав у Харківському механіко-машинобудівному інституті, який у 1949 році увійшов до складу Харківського політехнічного інституту, а з 1936 року викладав у Харківському державному університеті. Очолював кафедри електронних та іонних процесів, експериментальної фізики, прискорювачів [2].

Синельников К. Д. є автором близько 200 наукових праць та винаходів, що стосуються фізики діелектриків, напівпровідників, фізики і техніки високих напруг, ядерної фізики, фізики та техніки вакууму. Талановитий експериментатор і винахідник, досконалий знавець ядерних дослідів та організатор дослідної праці, творець школи фізиків-ядерників.

Фізика, як і наука взагалі, є інтернаціональною за своєю природою, однак її розвиток суттєво залежить від конкретних історичних умов, економічного потенціалу та культурного рівня кожної окремої країни. Вивчення національних особливостей розвитку фізики необхідне для коректного історичного аналізу науки як соціального феномену, для об'єктивного висвітлення світової та національної історії фізики, а також для встановлення пріоритетів української науки щодо найважливіших досягнень у цій галузі.

Список використаних джерел:

1. Шаров І. 100 видатних імен України. – К., 1999. – С. 341-344.
2. Енциклопедія українознавства: Словникова частина: [в 11 т.] / Наукове товариство імені Шевченка; гол. ред. проф., д-р Володимир Кубійович. – Париж - Нью-Йорк: Молоде життя; Львів; Київ: Глобус, 1995 – 398 с.
3. Золоті імена Одеського національного університету імені І. І. Мечникова, 1865—2015: наук. довід. / наук. ред. І. М. Коваль; упоряд.: М. О. Подрезова, В. В. Самодурова; бібліогр. ред. А. П. Бахчиванжи. – Одеса: Астропринт, 2015. – С. 16-17.

Півень Максим Володимирович
магістрант 1-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
професор Горбачук І.Т.

ВИКОРИСТАННЯ АЦП ПРИ ПРОВЕДЕННІ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З ФІЗИКИ

Аналого-цифрові перетворювачі (АЦП) це пристрої в яких вхідні аналогові сигнали генеруються у відповідні цифрові сигнали.

В наш час у більшості шкіл і вищих навчальних закладів для проведення лабораторних робіт з фізики та інших природничих дисциплін, а також під час виконання „демонстраційних дослідів, з метою унаочнення і покращення якості результатів вимірювання, використовують АЦП. У навчально-науковій лабораторії спеціального фізичного практикуму для магістрів кафедри ММНФМДВШ НПУ імені М. П. Драгоманова використовують програмно-технічний комплекс „Універсальний комп'ютерно-вимірювальний комплекс (УКВК) ” де АЦП є складовою частиною. Він може використовуватись як самостійний засіб у навчальному процесі вимірювання фізичних величин та створення „мультимедійних проектів” – електронних засобів навчання на основі даних вимірювань та відеозаписів. Принцип роботи УКВК ґрунтується на перетворенні сигналів датчиків вимірювання фізичних величин у цифрові дані з їх подальшою обробкою та аналізом за допомогою комп'ютера. Сигнали від відповідних датчиків надходять до входів електронного блоку. Перетворений у цифровий код сигнал АЦП через порт USB надходить до комп'ютера. Алгоритм роботи електронного блоку керується програмно. Користувач має можливість **під'єднувати** різні датчики (тиску, температури та інші), налагоджувати режими вимірювання, обирати спосіб відображення результатів вимірювань (налагодити інтерфейс), здійснювати відеозапис ходу експерименту синхронно з виконанням вимірювань, обирати важливі моменти ходу експерименту та багаторазово відтворювати їх на екрані комп'ютера, експортувати дані вимірювань для подальшої обробки електронних таблиць сумісних з Excel форматом.

На даний час у лабораторії спеціального практикуму студенти та магістранти виконують більше 20-ти удосконалених лабораторних робіт з навчального посібника Загальна фізика Лабораторний практикум, одними із авторів якого є Дущенко В.П. та Горбачук І.Т. Також магістранти залучаються до розробки нових лабораторних робіт для середньої школи і ВНЗ. На базі лабораторії проведені дослідження і захищена магістерська робота на тему «Дослідження вільних, вимушених і затухаючих коливань у коливальному контурі з використанням «Універсального комп'ютерно-вимірювального комплексу» магістрантом Василенком Сергієм.

Список використаних джерел:

1. Кучерук І.М. та ін.. Загальний курс фізики: У 3 т./ За ред. М.І. Кучерука. – 2-ге вид., випр.. – К.: Техніка, 2006. – Т.2: Електрика і магнетизм / І.М.Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. – 452 с.
2. Загальна фізика: Лабораторний практикум: навчальний посібник для студ. педагогічних ін-тів / В.М. Барановський, П.В.Бережний, І.Т. Горбачук, В.П.Дущенко, М.І. Шут; за заг. ред. І.Т. Горбачука. – К.: Вища школа, 1992. – 509 с.

Півень Максим Володимирович
магістрант 1-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова
Науковий керівник: завідувач лабораторії
кафедри ММНФМДВШ Пудченко С.А.

ПОПУЛЯРИЗАЦІЯ НАУКИ СТУДЕНТАМИ ФІЗИКАМИ НПУ ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

Популяризація науки і сама наука займають важливе місце у системі освіти для підготовки спеціалістів високої якості з належним практичним досвідом. Завданням популяризатора науки є перетворення складних наукових досліджень у цікаву та зрозумілу більшості учнів та студентам інформацію. Популяризація науки може бути спрямована як на суспільство в цілому, так і на його частину, наприклад, залучення студентської молоді до науки в сучасній доступній формі через інтерес до вирішення різних наукових або виробничих проблем.

На сьогодні одним з методів популяризації науки є організація і проведення різноманітних виставок, наукових експозицій пікніків, днів знань тощо, присвячених досягненням сучасної науки і техніки в різних галузях знань та їх практичного застосування. Подібний метод популяризації науки вперше був реалізований у 19 столітті в Англії. Створена у вересні 1831 р Британська асоціація (British Association for the Advancement of Science) основним завданням ставила популяризацію ролі і місця науки в суспільстві. Таким способом планувалося забезпечити організаційну і фінансову підтримку наукових досліджень, сприяти поширенню наукової інформації. Завдяки зусиллям Асоціації, в Англії стали проводитися і набувати все більшої популярності публічні лекції, дискусії, демонстрації дослідів, згодом такі зустрічі вчених і публіки стали називати фестивалями науки.

«Наукові пікніки» відбувалися і в багатьох містах України. Студенти НПУ ім. М.П Драгоманова теж розпочали приєднуватися та проводити такі заходи як в стінах університету так і за його межами.

Був проведений такий захід «Науковий пікнік «Рандеву з фізикою» в університеті НПУ ім. М.П Драгоманова. Студентами власноруч були виготовлені прилади та з їх допомогою продемонстровані цікаві фізичні досліди. Такі досліди викликали сильне враження і захоплення не тільки студентів молодших курсів, а й магістрів та викладачів. Демонструвалися досліди пов'язані з науковою і навчальною діяльністю, зокрема, такі фізичні експерименти як «Котушка Тесла», гідравлічна рука, маятникові хвилі, свічки з апельсинів, неньютонівська рідина, «Небесний ліхтарик», однак найбільше захоплення в усіх було від проведення дослідів з рідким азотом.

Надалі разом з факультетом інформатики та кафедрою хімії провели в дворику головного корпусу НПУ ім. М.П Драгоманова «Науковий пікнік «science is fun»» на який було запрошено учнів київських шкіл. Було продемонстровано багато цікавих фізичних та хімічних дослідів, які дуже сподобалися дітям, а крім цього були продемонстровані та показані факультетом інформатики бої справжніх роботів. Школярі різного віку і студенти, які вирішили зануритись у світ науки, стали безпосередніми учасниками фізичних експериментів проведених за допомогою приладів, виготовлених студентами НПУ. Вони дивувались трансформатором Тесли, датчиком Пельтьє, неньютонівською рідиною, сонячною батареєю, генератором хвиль

маятників та ін., а ще яскравими дослідами з хімії («Каскадерська кров», «Фараонові змії», «Синтез флуоресцеїну», «Хімічний світлофор», «Тайнопис» та ін.).

Відвідувачі мали можливість проявити винахідливість і кмітливість у пошуку ідей і методів розв'язування головоломок, побачити неймовірні вибухові досліди з рідким азотом та сухим льодом і поласувати незвичною соломкою, замороженою в рідкому азоті, позмагатись в робо боях та пройти майстер-класи з 3D-модельовання і робототехніки.

Продемонстровані експерименти були настільки яскравими, незвичайними й цікавими, що викликали захоплення, подив. Невимушена обстановка мотивувала учасників до активного обговорення принципів роботи приладів. Малеча зацікавлено слухала пояснення різних наукових фактів, наввипередки ставила запитання, на які кваліфіковано та цілком доступно і зрозуміло відповідали студенти.

У вересні 2018 року команда НПУ імені М.П. Драгоманова взяла участь у науковому пікніку, який проводився на території парку імені Тараса Шевченка. Студенти фізико-математичного факультету показали і дітям і, дорослим, що фізика – це цікаво. В програмі було продемонстровано багато наукових цікавинок, а більшість приладів, представлених на заході, були виготовлені студентами власноруч з підручних матеріалів. І це зробило експерименти ще більш цікавими і захопливими, особливо для наймолодших.

Список використаних джерел:

1. Науковий пікнік «Рандеву з фізикою» / [Електронний ресурс] : сайт ФМФ НПУ імені М.П. Драгоманова. – ФМФ НПУ, [2017]. – Режим доступу: <http://www.fmf.npu.edu.ua/ua/halereia/946-naukovyi-piknik-randevu-z-fizykoiu> Загл. з екрану. (02.11.2017).
2. Вечір цікавих фізичних дослідів / [Електронний ресурс] : сайт ФМФ НПУ імені М.П. Драгоманова. – ФМФ НПУ, [2017]. – Режим доступу: <http://www.fmf.npu.edu.ua/ua/halereia/951-vechir-tsikavykh-fizychnykh-doslidiv> (14.10.2017)
3. Візит делегації з Роттердамського університету прикладних наук / [Електронний ресурс] : сайт НПУ імені М.П. Драгоманова. – НПУ, [2018]. – Режим доступу: <http://www.npu.edu.ua/ua/podii/9-ss/4475-vizyt-delehatsii-z-rotterdamskoho-universytetu-prykladnykh-nauk> Загл. з екрану. (22.03.2018)
4. «Наукові пікніки – 5 років в Україні» / [Електронний ресурс] : сайт НПУ імені М.П. Драгоманова. – НПУ, [2018]. – Режим доступу: <http://www.npu.edu.ua/ua/podii/9-ss/4619-naukovi-pikniki-5-rokiv-v-ukraini>

Пустова Світлана Олександрівна

студентка 3-го курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

професор Горбачук І.Т.

П'ЄЗОЕЛЕКТРИКИ: ІСТОРІЯ ВІДКРИТТЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ

П'єзоелектриками називають діелектрики, які при деформації поляризуються у певних напрямках. Такий ефект отримав назву п'єзо ефекту (від грец. *πιεζω* – тисну). Це явище

спостерігається в анізотропних діелектриках, переважно в кристалах, які не мають центру симетрії, але мають полярні напрямки або полярні осі (рис.1). Явище п'єзоефекту було відкрито братами П'єром і Жаком Кюрі в 1880 р.[1, с.99] .

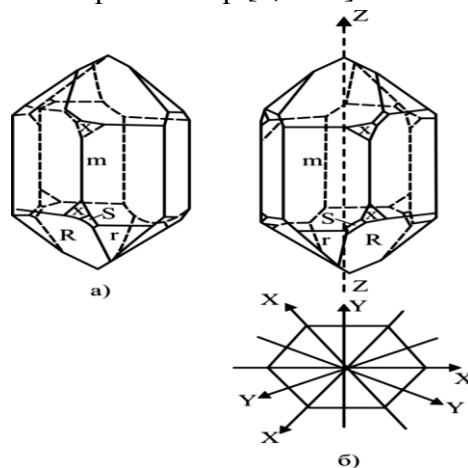


Рис.1. Кристал кварцу та його осі

Французький фізик П'єр Кюрі (1859-1906) є одним із перших дослідників радіоактивності, член Французької Академії Наук, лауреат Нобелівської премії з фізики за 1903 рік. Народився в Парижі 15 травня 1859 року в родині лікаря Ежена Кюрі і Софі-Клер (Депуллі) Кюрі. Був наймолодшим із трьох синів. В шістнадцять років отримав вчену ступінь бакалавра в Парижському університеті. Чоловік вченої-експериментатора в галузі радіоактивності, першої жінки лауреата Нобелівської премії з фізики і хімії в історії, уродженки Варшави Марії Склодовської-Кюрі [2, 3].

У 1878 р. П'єр Кюрі свою роботу з дослідження природи кристалів. Разом зі своїм старшим братом Жаком Кюрі (1856-1941) він працював у мінералогічній лабораторії університету Сорбонни.

У своїх дослідках з кристалами цукру, кварцу, топазу, турмаліну та сегнетової солі, ними було виявлено, а пізніше досліджено, що під дією тиску на кристали, в них виникає різниця потенціалів. Через рік було відкрито обернений ефект – деформація кристалів-п'єзоелектриків під дією змінного електричного поля. Це відкриття дозволило використовувати кварц як перетворювач електричних коливань у звукові. Саме цей обернений п'єзоелектричний ефект використовують у багатьох сучасних акустичних системах. Брати Кюрі розробили і сконструювали п'єзоелектричний кварцовий балансир, який створює електричний заряд, пропорційний прикладеній силі. Його можна вважати попередником основних вузлів сучасного кварцового годинника і радіопередавачів [1, с.99].

Перше технічне застосування п'єзоефекту було здійснено П. Ланжевром у 1920 р. – він створив ультразвуковий перетворювач для передавання і приймання інформації у воді, який став прототипом сучасних ультразвукових випромінювачів, що використовуються для навігації у підводних човнах, а також для виявлення косяків риб і в інших цілях. Згодом У. Кеді розробив п'єзоелектричні фільтри для застосування у телефонії [4, с.6].

П'єзоефект спостерігається лише в речовинах з гетерополярним хімічним зв'язком, тобто п'єзоелектриками можуть бути або іонні, або сильнополярні діелектрики. Також ними можуть бути лише речовини з високим питомим опором. В достатньо провідних середовищах п'єзоелектрична поляризація швидко компенсується вільними носіями заряду. Оскільки будь-який діелектрик має деякий струм витоку, використання п'єзоефекту пов'язане з швидкоплинними процесами. Відомо більше тисячі речовин, в яких спостерігаються п'єзоелектричні властивості, зокрема – всі сегнетоелектрики. Проте практичне застосування в

техніці знаходить обмежене коло матеріалів. Серед них важливе місце займає монокристалічний кварц SiO_2 [4, с.6-7].

Обмежені запаси природного кварцу замінюють штучно вирощеними кристалами. Їх отримують гідротермальним методом. Кристалізація відбувається з водно-лужних розчинів у сталевих автоклавах великої ємності при температурі $350\text{--}400^\circ\text{C}$ і тиску близько 108 Па. Тривалість одного циклу вирощування може складати декілька місяців.

Крім кварцу в різних п'єзоперетворювачах застосовують кристали сульфату літію $\text{Li}_2\text{SO}_4\cdot\text{H}_2\text{O}$, сегнетової солі, дигідрофосфату амонію, а також ніобат і танталат літію. Останні складають значну конкуренцію кварцу, перевершуючи його у добротності в діапазоні високих і надвисоких частот. Для надання п'єзоелектричних властивостей сегнетоелектричні кристали LiNbO_3 і LiTaO_3 переводять у монокристалічний стан шляхом відпалу в сильному електричному полі при температурі, дещо нижчій за точку Кюрі [4, с.632-33].

Точкою Кюрі або температурою Кюрі називається температура фазового переходу другого роду, при якій відбувається стрибкоподібна зміна властивостей речовини. Якщо синтетичний феромагнетик (магнітна проникність сучасних феромагнетиків може сягати сотень тисяч), помістити в зовнішнє магнітне поле – він буде намагнічуватися і набувати магнітного моменту. Такий зразок буде мати властивості феромагнетика лише при температурах, які нижчі певної критичної температури. Якщо його нагрівати до критичної температури, властивості будуть незмінними, після критичної точки феромагнетик набуває парамагнітних властивостей. Тобто його здатність намагнічуватися зменшується в рази. Саме цю критичну температуру і названо на честь Кюрі. При охолодженні зразок знову стає феромагнетиком.

Вище температури Кюрі магнітний стан речовини описується законом Кюрі-Вейса (1), відкритим П. Вейсом у 1907 році. Справджується для парамагнетиків, феромагнетиків і антиферомагнетиків.

$$\varepsilon = \frac{C}{(T-T_K)}, \quad (1)$$

де ε – діелектрична проникність, T – температура, T_K – температура Кюрі або точка Нееля для антиферомагнетиків, C – стала Кюрі (2) – стала, яка є різною для різних сегнетоелектриків [1, с.98].

$$C = \mu_0 n \frac{\mu^2}{3k}, \quad (2)$$

де μ_0 – магнітна проникність вакууму, n – густина частинок, μ – магнітний момент, k – стала Больцмана [5, с.13-14].

Сегнетоелектрична кераміка знаходить своє широке застосування як п'єзоелектричний матеріал. У звичайному стані сегнетокераміка не проявляє п'єзоактивності, оскільки вона ізотропна. Якщо сегнетокераміку помістити у сильне електричне поле, домени орієнтуються в одному напрямку. Після припинення дії поля зберігається стійка залишкова поляризованість. За своїми властивостями поляризований сегнетокерамічний зразок близький до однодоменого кристала, тобто має високу п'єзоактивність.

Поляризовану сегнетокераміку, призначену для використання в п'єзоелектричних перетворювачах, називають п'єзокерамікою. П'єзокераміка має перевагу над монокристалами, адже з неї можна виготовляти елементи будь-якого розміру і будь-якої форми (наприклад, порожнистий циліндр, що є частиною гідролокатора).

Основним матеріалом для виготовлення п'єзокерамічних елементів є тверді розчини $\text{PbZrO}_3\text{--PbTiO}_3$ (цирконат-титанат свинцю, ЦТС). Ця кераміка широко використовується для створення потужних ультразвукових випромінювачів у широкому діапазоні частот для гідроакустики, дефектоскопії, механічної обробки матеріалів. Такі ультразвукові генератори

використовуються в хімічній промисловості і медицині. З п'єзокераміки виготовляють малогабаритні мікрофони, телефони, гучномовці (високочастотні), слухові апарати, детонатори (для зброї), різні пристрої запалювання в газових системах. П'єзокерамічні елементи можна використовувати як датчики тиску, деформацій, прискорень і вібрацій [4, с.157-159].

П'єзокерамічні трансформатори використовують у газорозрядних приладах, лічильниках Гейгера, для генерування високовольтних імпульсів. Перевагами таких джерел живлення є відсутність магнітного поля, простота і надійність конструкції, мала маса і малогабаритні розміри [4, с.198-199].

Список використаних джерел:

1. Кучерук та ін.. Загальний курс фізики: У 3 т. / За ред. М.І. Кучерука. – 2-ге вид., випр. – К.: Техніка, 2006. – Т.2: Електрика і магнетизм / І.М.Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. – 452 с. - С.99.
2. Точка Кюри / [Електронний ресурс] : Элементы: 200 законов мироздания. Физика. – Режим доступу: https://elementy.ru/trefil/21120/Tochka_Kyuri.
3. Marie and Pierre Curie and the Discovery of Polonium and Radium / [Електронний ресурс] : The Nobel Prize. – Режим доступу: <https://www.nobelprize.org/prizes/uncategorized/marie-and-pierre-curie-and-the-discovery-of-polonium-and-radium-2/>
4. П'єзоелектрики: навч. посіб. / Ю. М. Поплавко, Ю. І. Якименко. – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 328 с.
5. Глазков В.Н. Введение в физику магнитоупорядоченных систем: методолог. пособ. / В.Н. Глазков. – М.: 2015. – 41с.

Путь Олена Андріївна

студентка II курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: завідувач лабораторії

кафедри ММНФМДВШ Пудченко С.А

ДВИГУН СТІРЛІНГА

Факт глобального потепління вже не можна заперечувати. Одна із його причин – парниковий ефект. Альтернативні джерела енергії зараз важливі, як ніколи раніше, тому привертають увагу як бізнесменів, так і вчених. У зв'язку з цим знову виникає зацікавленість до винаходу, якому більше 200 років, – до двигуна Стірлінга, названого на честь винахідника Роберта Стірлінга.

Роберт Стірлінг народився 25 жовтня 1780 року в Шотландії. Він рано познайомився із інженерною справою, особливо цікавився механікою.

У першій половині XIX ст. в Європі відбулися великі зміни в економіці, сфері технологій та громадянському устрої. Під час індустріальної революції умови роботи були жахливі. У вугільних шахтах з'явилися парові машини, які запускали в дію насоси, що відкачували воду. Рівень смертності був дуже високий, оскільки котли часто вибухали. Серед працівників були і діти. Тому Роберт Стірлінг прагнув винайти насос, що працює при меншому тиску та без небезпечного пару [2, С. 103-125].

У той час принципи термодинаміки були ще невідомі, Стірлінг знав, що газ розширюється при нагріванні і стискається при охолодженні. Мета Стірлінга – створити на цих властивостях машину. Її принципи були відомі ще з античних часів. У другому столітті до нашої ери Герон Александрійський створив механізм автоматичного відкривання дверей храму. Коли відвідувач запаливав жертвний вогонь, тепло підігрівало заховану під землею закриту посудину з водою, в результаті повітря над водою розширювалося і витискало воду через трубку у відро. Завдяки своїй вазі відро опускалося і тягло за мотузку важіль, що відчиняв двері. Коли вогонь згасав, то повітря охолоджувалося і зменшувалося в об'ємі. Створювався частковий вакуум, що змушувало воду повертатися назад до посудини, протидіяла зачиняла двері. Цей принцип

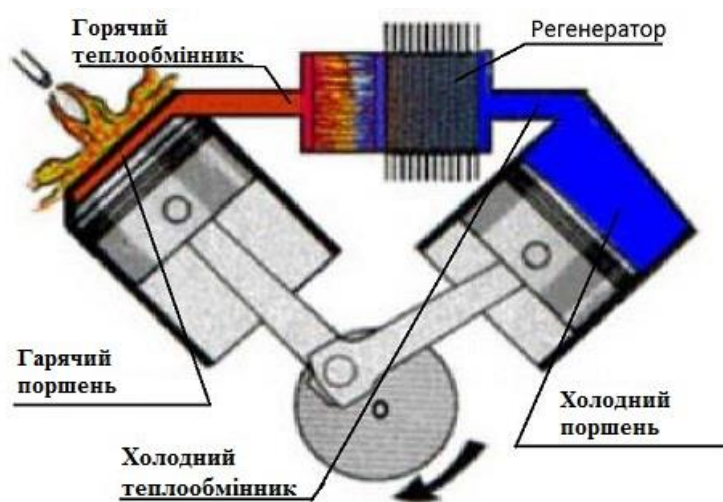


Схема роботи двигуна Стірлінга

використано у роботі двигуна Стірлінга: газ при нагріванні – розширюється, а при охолодженні – стискається.

27 вересня 1816 року він отримав у Шотландії патент на тепловий двигун, який пізніше назвали «двигуном Стірлінга».

Тепловий двигун Стірлінга став безпечною альтернативою паровій машині, оскільки внутрішній тиск був набагато нижчим. Вугілля було потрібне лише для нагрівання повітря.

Двигун Стірлінга не тільки став більш безпечнішим, а й енергозберігаючим. Саме через це й

почали розвивати цю технологію. ККД такого двигуна складає 18%, в той час як у парового двигуна лише 10%.

На зорі ХХ століття близько чверті мільйона двигунів Стірлінга використовувались як вентилятори, насоси чи двигуни для дрібного обладнання. Вони забезпечували приватні будинки та дрібні підприємства механічною енергією. Для їхньої роботи потрібне лише тепло, тому можна було використовувати будь який горючий матеріал. Однак з поширенням більш ефективних двигунів внутрішнього згорання та електромоторів, двигуни Стірлінга зникли з використання. В 1937 році деякі компанії повернулись до нього, як до засобу створення енергії у віддалених районах.

Зараз існують різні типи двигунів Стірлінга, один із найпоширеніших – тип альфа. Такий двигун складається із двох окремих циліндрів і двох поршнів. Гарячого і холодного з'єднаних трубою. Головка лівого циліндра знаходиться біля джерела тепла, а права – охолоджується ребрами радіатора. У першій фазі лівий циліндр нагрівається і повітря, що нагрілось, штовхає лівий поршень вниз. Потім правий поршень йде вниз, гарячий газ всмоктується і охолоджується. У робочому циліндрі створюється частковий вакуум і поршень повертається в попередній стан. Після чого цикл повторюється. Циркуляція повітря між холодним і гарячим циліндрами створює постійний рух у двигуні.

Сьогодні двигун Стірлінга використовується в різних галузях. Завдяки простому принципу він невибагливий щодо обслуговування, може працювати на будь якому паливі, в тому числі й відновлювальному, біогазі з очисних споруд, замість бензину можна використовувати дизельне паливо чи вугілля. Геотермальна чи сонячна енергія також можуть запуснути двигун Стірлінга. Якщо джерело тепла не є паливом, наприклад сонячна енергія, то

система не дає викидів. Сонячна тарілка Стірлінга – це двигун Стірлінга оснащений параболічною антеною для концентрації сонячного тепла, яке живить двигун для вироблення електричного струму. Здатність двигуна виробляти електричну енергію за рахунок відновлювальних джерел енергії робить його «двигуном чистого світу». Навіть маленька різниця температур, наприклад тепло долоні людини, здатне запустити двигун Стірлінга. І він буде працювати, доки зберігатиметься різниця температур [1, С. 30-33]. Двигун працює тихо, без вібрацій. Однак найголовніший аргумент на його користь – збереження ресурсів, що компенсує його повільність і низьку потужність на одиницю маси. У подальшому двигун Стірлінга може змінити наш світ.

Список використаних джерел:

1. Котов, П.О. Перспективи використання двигунів зовнішнього згоряння для інтегрованої тепло-насосної системи тепlopостачання / П.О. Котов, А.Є. Денисова // Холодил. техніка і технологія. Одеса, 2010. – № 5 (127). – С. 30 – 33
2. Пікашова Т.Д., Шашкова Л.О. Основи історії науки і техніки: Навч. Посібник. – К.: ІЗМН, 1997. – 399 с.

Романюк Наталія Василівна
магістрант 2-го року навчання,
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
професор Гончаренко Я.В.

МАКРОЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ З ДИСКРЕТНИМ ЧАСОМ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Основним об'єктом дослідження моєї роботи є економічні системи (наприклад, національна економіка) та методи побудови та дослідження їх математичних моделей. Основна увага приділяється методам побудови моделей і дослідженню задач стійкості економічної рівноваги. Після того, як деяка модель побудована, проводиться аналіз наявності станів рівноваги, періодичних розв'язків і їх стійкості.

Розглянемо деякі основні типи моделей, що використовувались в роботі.

1. Модель Кейнса.

Основні припущення моделі:

1. Розглядається економіка з єдиною ендегенною змінною Y – валовий випуск продукції (ВВП), $Y = Y(t)$, де t – час.
2. Економіку будемо вважати закритою: чистий експорт $E=0$.
3. Нехай державні витрати розподіляються на споживання та накопичення: $Y = C + I$.
4. Попит на інвестиційні товари є сталою величиною: $I(t) \equiv I$.
5. Попит на споживчі товари в майбутньому році є лінійною функцією від ВВП поточного року:

$$C^D(t+1) = C_0 + cY(t),$$

де C_0 – нижня межа фонду невиробничого споживання, $c \in (0,1)$ – гранична схильність до споживання.

Динамічну модель Кейнса отримаємо, порівнявши випуск товарів кінцевого використання, що планується у наступному році, з попитом на них, що прогнозується:

$$Y(t+1) = C_0 + cY(t) + I.$$

Ця модель може використовуватися тільки для короткострокового прогнозування поведінки економіки.

2. Модель Самуельсона—Хікса

Відмінність моделі Самуельсона—Хікса від динамічної моделі Кейнса полягає у відмові від постійності інвестицій і введенні їхньої змінної частини, пропорційної до приросту ВВП поточного року порівняно з минулим роком:

$$Y_{t+1} = \underline{C} + cY_t + r(Y_t - Y_{t-1}) + I, \quad (1)$$

де r — коефіцієнт акселерації (прискорення), $0 < r < 1$.

3. Модель Леонтьєва

Розглянемо економіку, що має в своєму складі n галузей і виробляє та споживає n типів продуктів (товарів). Кожна галузь виробляє один продукт, різні галузі виробляють різні продукти. Коефіцієнти a_{ij} матриці прямих витрат $A = \|a_{ij}\|$, як і раніше, не залежать від часу та масштабу виробництва.

Час у моделі дискретний і змінюється через проміжки, що дорівнюють року, $t = 1, \dots, T$. Оскільки модель буде подано в матричній формі, то нижній індекс використовуватимемо як номер року. У моделі застосовуються такі змінні, що характеризують стан економіки в динаміці (усього $(3n + 1)$ змінна):

x_t — вектор-стовпець валових випусків галузей;

$\bar{x}_t$ — вектор-стовпець галузевих потужностей (максимально можливих випусків);

v_t — вектор введення потужностей;

L_t — трудові ресурси.

Крім того, задано такі матриці з постійними коефіцієнтами розмірності (зліва вказані їх розміри): $(n \times n)B = \|a_{ij}\|$ — матриця фондомісткості; $(n \times n)c = (c_1, c_2, \dots, c_n)'$ — вектор-стовпець споживання з розрахунку на одного зайнятого; $(1 \times n)l = (l_1, l_2, \dots, l_n)$ — вектор-рядок трудомісткості.

У цих позначеннях модель записується в такий спосіб:

$$x_t \geq Ax_t + Bv_t + L_t c, \quad x_t \leq \bar{x}_{t-1}, \quad \bar{x}_t \leq \bar{x}_{t-1} + v_t, \quad lx_t \leq l_t, \quad x_t \geq 0, \bar{x}_t \geq 0, v_t \geq 0, L_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T.$$

4. Модель Неймана

Модель Неймана є узагальненою моделлю Леонтьєва, оскільки допускає виробництво одного продукту різними способами (у моделі Леонтьєва кожна галузь виробляє один продукт, причому жодна інша галузь не може виробляти цього продукту).

У моделі розглядаються n продуктів і m способів їх виробництва, причому кожний j -й спосіб задається вектором-стовпцем витрат a_j і вектором-стовпцем випусків b_j з розрахунку на одиницю інтенсивності процесу:

$$a_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{nj} \end{pmatrix} \quad b_j = \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{nj} \end{pmatrix}.$$

Із векторів витрат і випуску утворюються матриці витрат і випуску

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_m), \quad B = (b_1, b_2, \dots, b_m).$$

Позначимо через x_t невід'ємний вектор-стовпець інтенсивності виробничих процесів, а через p_t - вектор-рядок невід'ємних цін: $p_t = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$.

Вектор $y_t = Ax_t$ - це вектор витрат при заданому векторі інтенсивності процесів x_t , а вектор $z_t = Bx_t$ - вектор випусків.

Модель Неймана описує економіку, замкнену в тому сенсі, що для виробництва продукції в наступному виробничому циклі (упродовж року t) витрачається продукція, вироблена в попередньому виробничому циклі, тобто впродовж року $(t-1)$:

$$Ax_t \leq Bx_{t-1}, x_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, T.$$

При цьому передбачається, що заданий первинний вектор запасів $Bx_0 > 0$.

Система— це *модель Неймана в натуральній формі* і водночас *уніфікована форма моделі динамічного міжгалузевого балансу*.

5. Модель Солоу

Модель Солоу є односекторною моделлю економічного зростання. У цій моделі економічна система розглядається як єдине ціле, виробляє один універсальний продукт, який може як споживатися, так і інвестуватися. Модель достатньо адекватно відбиває найважливіші макроекономічні аспекти процесу відтворення. Експорт та імпорт у явному вигляді не враховуються.

Стан економіки в моделі Солоу задається такими п'ятьма ендогенними змінними: X — валовий внутрішній продукт (ВВП); C — фонд невиробничого споживання; I — інвестиції; L — кількість зайнятих; K — фонди.

Крім того, у моделі використовуються екзогенні (задані поза системою) параметри як функції від часу: ν — річний темп приросту кількості зайнятих; μ — частка вибулих за рік основних виробничих фондів; ρ — норма накопичення (частка валових інвестицій у ВВП) (у їхніх позначеннях аргумент t опускається для стислості запису).

Використовуючи початкову умову $L(0) = L_0$ дістаємо $L = L_0 e^{\nu t}$.

Приклад побудови та аналізу лінійної моделі з дискретним часом.

Розглянемо лінійну модель з дискретним часом, типу моделі Леонтьєва.

Було введено такі позначення:

y_t - ВВП України за період з 2015-2018 років, млн.грн.;

x_{1t} - сільське, лісове та рибне господарство, млн.грн.;

x_{2t} - добувна промисловість і розроблення кар'єрів, млн.грн.;

x_{3t} - переробна промисловість, млн.грн.;

x_{4t} - постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря, млн.грн..

Для моделювання залежності ВВП від вказаних галузей розглянемо багатофакторну модель.

Значення макроекономічних показників економіки України (<http://www.ukrstat.gov.ua/>)

	Валовий внутрішній продукт у 2015 році				Валовий внутрішній продукт у 2016 році				Валовий внутрішній продукт у 2017 році				Валовий внутрішній продукт у 2018 році	
	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал
Валовий внутрішній продукт	375991	456715	566997	588841	455298	535701	671456	722912	591008	664760	833130	894022	700 431	807 322
Сільське, лісове та рибне господарство	16251	25996	115726	81833	18452	27107	129249	104893	20483	28453	143304	112954	23 231	37 384
Добувна промисловість і розроблення кар'єрів	17671	25379	26148	25943	21862	31822	35699	42267	35800	44210	46032	55275	44 143	52 394
Переробна промисловість	40904	61719	62689	71380	55053	68942	77894	89582	69221	89356	97242	113633	84 004	105 721
Постачання електроенергії	12753	13093	12993	14546	17375	15231	17434	23769	23290	19884	20834	22732	30 127	26 174

Методами регресійного аналізу було отримано наступне рівняння:

$$y_t = 79417,2226 + 0,8824x_{1t} + 2,8227x_{2t} + 3,8992x_{3t} + 4,8372x_{4t}$$

Дана модель є адекватною з високим рівнем надійності, про що свідчать наступні показники: коефіцієнт детермінації – 0,9913, емпіричне значення критерію Фішера 256,6834 (з рівнем значущості $2,9 \cdot 10^{-9}$). Перекопати в адекватності моделі можна також за графіком (Рис.1.).

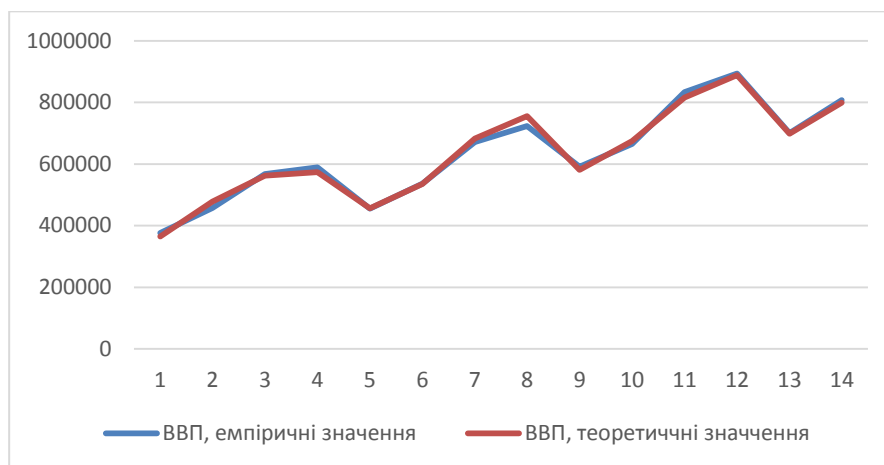


Рис.1. Емпіричні та теоретичні значення показників ВВП України, млн. грн.

Для того, щоб застосувати дану модель до прогнозування необхідно спочатку отримати прогнозні значення факторних показників $x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}$. Для цього було побудовано лінійні тренди:

$$x_{1t} = -858,83t + 69678, x_{2t} = -413,2t + 39145, x_{3t} = -467,77t + 81175, \\ x_{4t} = 6,3538t + 19255.$$

Результати прогнозування представлено в таблиці 2, де t – порядковий номер квартала (III і IV квартали 2018 року).

Таблиця 2. Результати прогнозування.

t	x1	x2	x3	x4	yt
15	56796	32947	74158	19350	605299,5
16	55937	32534	73691	19357	601588,6

Отже, на основі побудованої моделі можна зробити наступні висновки:

1. Отримана лінійна модель виду

$$y_t = 79417,2226 + 0,8824x_{1t} + 2,8227x_{2t} + 3,8992x_{3t} + 4,8372x_{4t},$$

де y_t - ВВП України за період з 2015-2018 років, млн.грн.;

x_{1t} - сільське, лісове та рибне господарство, млн.грн.;

x_{2t} - добувна промисловість і розроблення кар'єрів, млн.грн.;

x_{3t} - переробна промисловість, млн.грн.;

x_{4t} - постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря, млн.грн..

2. Дана модель є адекватною з рівнем надійності близьким до 1.

3. За допомогою моделі отримані наступні прогнозні значення ВВП України:

III квартал 2018 року – 605299,5 млн.грн.;

IV квартал 2018 року – 601588,6 млн.грн. при цьому середня абсолютна похибка моделі становить 17017,2 млн. грн.

Список використаної літератури:

1. Колемаев В.А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 061800 «Математические методы в экономике» / В.А. Колемаев. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 295 с.
2. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник./ Вітлінський В. В. — К.: КНЕУ, 2003. — 408 с.

Сердюк Владислав Ігорович

магістрант 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат технічних наук,

доцент Луценко В.Ю.

ІСТОРІЯ СТВОРЕННЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ПРАКТИЧНИХ ОСНОВ ЕЛЕКТРОВАКУУМНОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

Вивчення фізичних основ і технічної реалізації пристроїв електроніки є складником курсів фізики різних рівнів, в яких ці основи водночас є складовою наукового світогляду та інструментом для грамотної роботи з технікою.

Сучасний етап розвитку техніки характеризується все зростаючим проникненням електроніки в усі сфери життя і діяльності людей. Досягнення в галузі електроніки сприяють успішному вирішенню найскладніших науково-технічних проблем, підвищенню ефективності наукових досліджень, створенню нових видів машин і устаткування, розробці ефективних технологій і систем управління. При цьому, з одного боку, електроніка ставить завдання перед іншими науками і виробництвом, стимулюючи їх подальший розвиток, а з іншого – озброює їх

якісно новими технічними засобами і методами дослідження [1]. Ось чому висвітлення однієї з основних віх розвитку електроніки – періоду електровакуумної техніки буде цікавим та корисним для викладачів ВНЗ, студентів, старшокласників.

Фундамент електровакуумної електроніки був закладений в кінці 19 століття. О.М. Лодигін у 1874 р. запропонував широкому загалу нове джерело світла – лампу розжарювання. На її базі вже у 1883 р. американський інженер Т. А. Едісон відкрив і описав явище термоелектронної емісії і проходження електричного струму через вакуум. Російський фізик О.Г. Столетов в 1888 р. відкрив основні закони фотоэффекту. Важливу роль у розвитку електроніки зіграло відкриття російським вченим в 1895 р. О.С. Поповим можливості передачі радіохвиль на відстань. Це відкриття дало величезний імпульс розвитку і впровадженню різних електронних приладів в практику; так з'явився попит на пристрої для генерації, посилення і детектування електричних сигналів.

Німецький вчений Браун у 1874 р. відкрив випрямні властивості контакту метал-напівпровідник. Використання цього ефекту дозволило О.С. Попову провести детектування радіосигналу і створити свій перший радіоприймач.

У 1904 р. англійський учений Флемінг сконструював перший електровакуумний діод. Основними частинами цього діода були два електроди – анод і катод, які знаходяться в вакуумі. Електровакуумний діод має однобічну провідність, що дозволяє використовувати його для випрямлення змінного струму.

У 1907 р. американський інженер Лі де Форест встановив, що помістивши між катодом і анодом металеву сітку і подаючи на неї напругу, можна керувати анодним струмом практично безінерційно і з малою витратою енергії, створивши тим самим першу електронну підсилювальну лампу – тріод.

Американський вчений Хелл в 1905 р., досліджуючи властивості плазми, розробив потужний наповнений газом випрямний діод – газотрон. Цей винахід поклав початок розвитку газорозрядних електровакуумних приладів [2]. У багатьох країнах з'явилося і стало швидко розвиватися виробництво електронних ламп. Особливо сильно цей розвиток стимулювався військовим значенням радіозв'язку. У 1913 р. німецький інженер Мейснер розробив схему лампового регенеративного приймача і за допомогою тріода отримав незгасаючі гармонійні коливання. Нові електронні генератори дозволили замінити іскрові і дугові радіостанції на лампові, що практично вирішило проблему радіотелефонії. З цього часу радіотехніка стає ламповою.

У Росії перші радіолампи були виготовлені в 1914 р. в Санкт-Петербурзі консультантом російського товариства бездротового телеграфування Миколою Дмитровичем Папалексі, майбутнім академіком АН СРСР. Папалексі закінчив Страсбурзький університет, де працював під керівництвом Брауна. Перші радіолампи Папалексі, через складнощі отримання вакууму, були газонаповненими (ртутними). У період 1914-1916 рр. Папалексі проводив досліді з радіотелеграфії, працював в області радіозв'язку з підводними човнами, керував розробкою перших зразків вітчизняних радіоламп. З 1923 р. по 1935 р. спільно з Мандельштамом керував науковим відділом центральної радіолабораторії в Ленінграді, а з 1935 р. – працював головою наукової ради з радіофізики і радіотехніки при академії наук СРСР.

Перші в Росії електровакуумні приймально-підсилювальні радіолампи були виготовлені Бонч-Бруєвичом (у період з 1916 р. по 1918 р. він займався створенням електронних ламп і організував їх виробництво). У 1918 р. Бонч-Бруєвич очолив Нижегородську радіолабораторію, об'єднавши під її дахом кращих фахівців того часу – Острякова, Пістолькорса, Шоріна, Лосева. У березні 1919 р. у цій радіолабораторії почалося серійне виробництво електровакуумної лампи

РП-1. У 1920 р. Бонч-Бруєвич закінчив розробку перших у світі генераторних ламп з мідним анодом і водяним охолодженням потужністю до 1 кВт. Німецькі вчені, ознайомившись з досягненнями Нижегородської лабораторії, визнали пріоритет Росії в створенні потужних ламп цього типу. У 1922 р. в Петрограді був створений електровакуумний завод. У науково-дослідній лабораторії цього заводу, Векшинський провів ґрунтовні дослідження в галузі фізики і технології електронних приладів: було вивчено емісійним властивостям катодів, газовиділення металу і скла та ін.

У 1924 р. американським інженером Хеллом була розроблена екранована лампа з двома сітками – тетрод, а в 1930 р. ним же запропонована електровакуумна лампа з трьома сітками – пентод. Поява цих пристроїв дозволила вирішити задачу підвищення робочих частот радіомовлення. Пентоди стали найпоширенішими радіолампами. Розвиток спеціальних методів радіоприйому в 1934-1935 рр. обумовив появу комбінованих радіоламп, застосування яких дозволило значно зменшити їх кількість в приймачу. Особливо наочно взаємозв'язок між електровакуумної і радіотехнікою проявився в період, коли радіотехніка перейшла до освоєння та використання ультракороткохвильового діапазону. Були розроблені електровакуумні прилади з новими принципами управління електронними потоками. Сюди відносяться багаторезонаторні магнетрони (1938 р.), клістри (1942 р.), лампи зворотної хвилі ЛЗВ (1953 р.) [3]. Такі прилади могли генерувати і підсилювати коливання дуже високих частот, включаючи міліметровий діапазон хвиль. Ці досягнення електровакуумної техніки зумовили розвиток таких галузей як радіонавігація, радіолокація, імпульсний багатоканальний зв'язок.

У 1934 р. Коровін і Румянцев провели перші експерименти по застосуванню радіолокації, теоретичні основи якої у 1935 р. були розроблені в Ленінградському фізико-технічному інституті Кобзаревим.

Одночасно з розробкою вакуумних електроприладів створювалися й удосконалювалися газорозрядні прилади. У 1918 р. результатом дослідницької роботи доктора Шретера став випуск німецькою фірмою «Пінтш» перших промислових ламп тліючого розряду на 220 В. Починаючи з 1921 р. голландська фірма Philips випустила перші неонові лампи тліючого розряду на 110 В, а у США перші мініатюрні неонові лампи з'явилися в 1929 р.

У 1930 р. Ноулз вперше опублікував опис неонові лампи тліючого розряду, в якій виникнення розряду між анодом і катодом викликалось третім електродом. Перший тиратрон тліючого розряду був виготовлений у 1936 р. у фірмі «Белл Телефон». У цьому ж році Вітлі, запропонував свою конструкцію тиратрона, де за допомогою струму керуючого електрода створювався необхідний початковий рівень концентрації електронів та іонів, який забезпечував появу тліючого розряду. Цей же ефект використовувався в декатроні, запропонованому фірмою «Еріксон».

Перший радянський тиратрон тліючого розряду був розроблений в 1940 р. у лабораторії заводу «Світлана». За своїми параметрами він був близький до показників найкращих світових зразків. Світіння, що супроводжує газовий розряд, стали використовувати в знакових газорозрядних індикаторах, пристроях автоматики, тощо [3].

У 30-ті роки 20 ст. були закладені основи радіотелебачення. Перші варіанти спеціальних передавальних трубок запропонували незалежно один від одного Константинов і Катаєв. Подібні ж трубки, що пізніше дістали назву іконоскопа, створював в США Володимир Козьмич Зворикін. В.К. Зворикін народився в 1888 р. У 1912 р. він закінчив Петербурзький практичний технологічний інститут, а у 1914 р. – коледж «Де Франс» в Парижі. У 1917 р. емігрував до США, у 1920 р. вступив в фірму «Вестінгаус Електрик». У 1929 р. Зворикін очолив лабораторію американської радіокорпорації «Камдем і Прістон», а у 1931 р. створив свій перший іконоскоп

– передавальну трубку, яка поклала початок розвитку в США електронних телевізійних систем [4].

У 1933 р. радянські вчені Шмаков і Тимофєєв запропонували більш чутливі передавальні трубки – суперіконоскоп, що дозволяли вести телевізійні передачі без сильного штучного освітлення.

У 1939 р. радянський вчений Брауде запропонував ідею створення ще більш чутливої передавальної трубки названої суперортикон. До 30-х років 20 ст. також відносяться перші експерименти з простими і водночас ефективними передавальними пристроями, які отримали назву відікон. Ідея створення відікона була запропонована О.О. Чернишовим ще в 1925 р. Перші практичні зразки відіконов з'явилися в США в 1946 р.

У наш час високих технологій електровакуумні прилади займають своє важливе місце. Сучасні великі телевізійні і FM-станції, а також багато комерційних супутників зв'язку до сих пір в своєму складі містять радіолампи, що дозволяють досягати високих потужностей і частот у вихідних передавачах. Причина криється в їх низькій вартості, зручності роботи і відмінній функціональності. Ще одним напрямком застосування радіоламп є високоякісна звукова техніка, що обумовлено низьким рівнем власних шумів цих пристроїв.

Агентство з перспективних оборонних науково-дослідних розробок США (DARPA) вважає, що електронні лампи ще не вичерпали свій потенціал. Більш того, у них є унікальні переваги перед кремнієвими транзисторами. Так у NASA останніми роками досліджують можливості «вакуум-каналних транзисторів», що представляють собою крихітних розмірів електронні «нанолампи». Вчені вважають, що вакуумні прилади нанорозмірів буде легше змусити працювати в терагерцевому діапазоні, ніж традиційні напівпровідники.

Список використаних джерел:

1. Виноградов Ю.В. Основы электронной и полупроводниковой техники. – М., «Энергия», 1972. – [Изд. 2-е, доп.] – 536 с.
2. Phaidon Concise Encyclopedia of Science and Technology. – Phaidon Press Ltd., Oxford. – 1978. – 590 p.
3. Электровакуумные электронные и газоразрядные приборы : справочник / [Б.В. Кацнельсон, А.М. Калугин, А.С. Ларионов] ; под общ. ред. А. С. Ларионова. – [2-е изд., перераб. и доп.] – М. : Радио и связь, 1985. – 864 с.
4. Дж. Тригг Физика XX века: ключевые эксперименты. – М., «Мир», 1987 г. – 376 с.

Сидоренко Руслан Володимирович

магістрант 2-го року навчання,

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

професор Гончаренко Я.В.

ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ СОБІВАРТОСТІ ПРОДУКЦІЇ

Вступ. Імітаційні моделі широко використовуються у наш час. Суспільство поринуло у технологічну глобалізацію і без створення моделей, подібних до реальних, не може обійтись ніхто. Раніше розробка проводилась на папері і займала багато часу на повноцінне відтворення,

мала певні обмеження. Зі створенням програмного забезпечення створення моделей стало більш швидким та сама модель стала змістовною, з багатьма формулами та обмеженнями, які оброблює комп'ютер.

В своїй роботі я використовую ПЗ AnyLogic, воно охоплює всі три основні класи імітаційного моделювання: агентне моделювання, дискретно-подійне моделювання, системна динаміка. Розробляючи модель підприємства, яке виробляє певний продукт, треба зауважити що одним з ключових питань є собівартість продукції. За допомогою класів, функцій та об'єктів у ПЗ AnyLogic є можливість розробити повну модель відтворення розрахунку собівартості продукції.

Методи досліджень. Спрощена модель заводського цеху, в якій за допомогою методу розрахунку собівартості за видами діяльності (Activity Based Costing) обчислюється і аналізується вартість виробництва продукту.

Кожен продукт займає певні ресурси, обробляється на верстаті, транспортується конвеєром і потім звільняє ресурси. Протягом усього часу перебування продукту в цеху до його вартості додається вартість перебування. На час користування товаром ресурсу до вартості продукту додається вартість використання цього ресурсу, в решту часу додається вартість простою ресурсу.

Обробка на верстаті і транспортування по конвеєру мають фіксовані вартості, що відрізняються для обладнання з різною продуктивністю. Накопичена вартість товару розбивається на кілька категорій для подальшого аналізу і оптимізації. У нашій моделі є два наступних показника, які ми б хотіли бачити в результатах експерименту: Total cost per product і Total products processed.

Я розглянув та використав такі параметри:

Idle – процес простою виробництва, сировина не задіяна.

Waiting – процес очікування перед виробництвом.

Processing – сам процес виробництва.

Conveying – продукція яка в той час знаходиться на конвеєрі.

Rate – темп вхідного потоку сировини

Два ресурси А та В. Їх максимальну місткість у цеху та кількість сировини, яка задіяна та не задіяна у процесі.

Machine – обробка ресурсів та створення продукції. Після чого вона потрапляє у “кошик” у якому продукція чекає або одразу ж попадає на конвеєр.

Conveyor – конвеєр який має пропускну властивість та свою швидкість, за допомогою нього продукція потрапляє до кінцевого відділу перед споживанням.

Сама формула розрахунку оптимальної ціни товару визначається як сума затрачених коштів на кожний з етапів реалізації, який вже сбалансований, тобто маємо: Idle+Waiting+Processing+Conveying, тобто отримали у нашому результаті 134\$.

Результати. За допомогою моделювання взаємозв'язку кількості вхідної сировини та процесу створення продукції ми наочно можемо бачити результат розрахунку собівартості. Ми можемо регулювати всі вхідні параметри: використання ресурсу А або В; процесу створення продукції; темп надходження ресурсів та швидкість конвеєру, за якої продукція потрапляє до кінцевого відділу перед споживанням, і тим самим знаходити оптимальну для нас ціну. За нашими показниками на Рис.1 ми бачимо, що з плином часу оптимальна ціна варіюється і, зокрема, набуває значення 134\$. Спостереження дають нам змогу швидко знайти відповідність та взаємозв'язок між кількістю сировини та швидкістю створення продукції та проаналізувати як змінюється наша ціна.

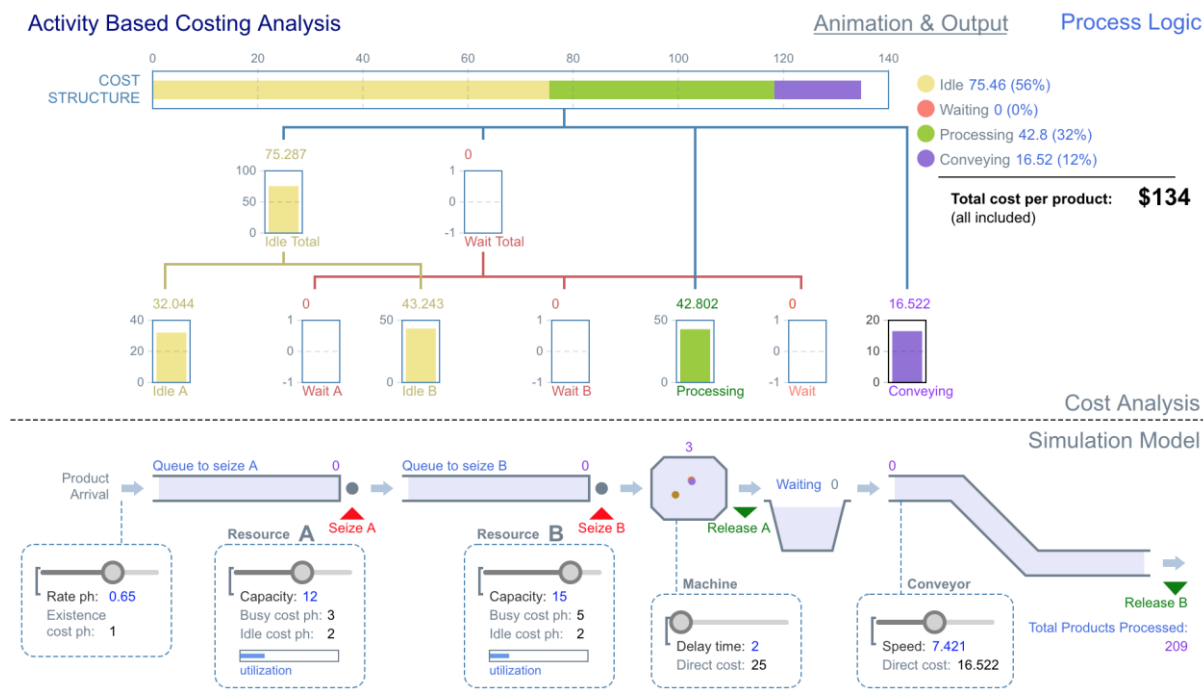


Рис.1. Модель розрахунку собівартості продукції.

Висновок. Нами розроблена повноцінна модель простого відділення цеху, яка є оптимізаційною. Її цілком можна використовувати у житті, видаляючи або додаючи ті чи інші вхідні параметри. Визначати ціну та запускати виробництво. Цю модель та спосіб розрахунку можна наочно представляти студентам економічних ВНЗ як один із видів візуалізації процесу розрахунку оптимальної ціни. За допомогою AnyLogic можна відтворити модель для майже будь-якого відділення підприємства чи певної установи.

Список використаних джерел:

1. Карпов Ю. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. – Сб.: БХВ Петербург, 2005. – С. 157-179.
2. Учебное пособие по AnyLogic. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://help.anylogic.ru>.

Фесич Юлія Володимирівна

магістрант 2-го року навчання,

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,

професор Гончаренко Я.В.

РІЗНІ ВИДИ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Нагадаємо, що виробнича функція – це співвідношення між кількістю ресурсів, що використовуються виробниками, і обсягом виробленої на цій основі продукції [1]. Виробничі функції сприяють розширенню аналітичних можливостей досліджень і, відповідно, забезпечують виявлення та обґрунтування шляхів розвитку підприємств. Моделювання цих функцій є одним із проблемних напрямків економіко-математичних досліджень.

В своїй роботі я розгляну деякі основні типи виробничих функцій та їх властивості, а також наведу приклад моделювання виробничих функцій різних видів на основі макроекономічних показників України.

Розглянемо деякі двофакторні виробничі функції.

1. Функція з фіксованими пропорціями чинників (функція Леонтьєва).

$$y = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2}\right), \text{ де } a_1, a_2 \text{ — параметри.}$$

Можна навести кілька випадків, коли доцільно використовувати функції цього виду:

а) гранична продуктивність першого чинника є дворівневою кусково-постійною незростаючою функцією від співвідношення $\frac{x_1}{x_2}$ з нульовим нижнім рівнем. Гранична

продуктивність другого чинника — неспадна кусково-постійна функція від $\frac{x_2}{x_1}$ з нульовим нижнім рівнем;

б) функція є розв'язком такої задачі математичного програмування:

$$y \rightarrow \max,$$

$$a_1 y \leq x_1,$$

$$a_2 y \leq x_2,$$

де y — змінна, яку оптимізують;

в) функція є однорідною, а еластичність заміни чинників дорівнює нулю;

г) функція може бути отримана з функції з постійною еластичністю виду

$$y = \left(\left(\frac{x_1}{a_1} \right)^{a_3} + \left(\frac{x_2}{a_2} \right)^{a_3} \right)^{\frac{1}{a_3}}$$

шляхом граничного переходу: $a_3 \rightarrow -\infty$.

Функція Леонтьєва призначена в основному для моделювання строго детермінованих технологій, які не допускають відхилення від технологічних норм і нормативів щодо використання ресурсів на одиницю продукції. Як правило, вона використовується для формалізованого опису дрібномасштабних або цілком автоматизованих об'єктів.

2. Функція Кобба—Дугласа $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$.

Тут також використовується кілька систем гіпотез, що виокремлюють клас функцій Кобба—Дугласа серед двічі диференційованих функцій від двох змінних:

а) еластичності випуску за чинниками є постійними:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{x_1}{y} = a_1; \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{x_2}{y} = a_2.$$

Розв'язок цієї системи диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку належить до класу функцій Кобба—Дугласа;

б) еластичність функції за одним із чинників є постійною, і функція є однорідною;

в) функція є однорідною, а еластичності зменшення чинників за Алленом та Михайловським дорівнюють одиниці;

г) гранична продуктивність кожного чинника є пропорційною його середній продуктивності;

д) функція є однорідною як функція від x_1, x_2 і як функція від x_1 за будь-якого фіксованого x_2 ;

е) функція може бути отримана з функції з постійною еластичністю шляхом здійснення заміни виду $y = a_0 (a_1 x_1^{a_3} + a_2 x_2^{a_3})^{\frac{1}{a_3}}$ та граничного переходу $a_3 \rightarrow 0$. Функція Кобба—Дугласа найчастіше використовується для формалізованого опису середньомасштабних господарських об'єктів та економіки країни.

3. Лінійна функція $y = a_1 x_1 + a_2 x_2$.

Передумови та гіпотези:

а) граничні продуктивності чинників є постійними: $\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1$; $\frac{\partial y}{\partial x_2} = a_2$, а в нулі функція

набуває нульового значення;

б) гранична продуктивність одного з чинників є постійною, і функція однорідна першого степеня: $\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1$, $\frac{\partial y}{\partial x_1} + \frac{\partial y}{\partial x_2} = 1$;

в) функція однорідна, й еластичність заміни чинників, за Алленом, є нескінченною;

г) еластичність випуску за чинниками обернено пропорційна їхній середній продуктивності.

Лінійна функція застосовується для моделювання великомасштабних систем (велика галузь, народне господарство в цілому), у яких випуск продукції є результатом одночасного функціонування великої кількості різноманітних технологій. Особливу роль відіграє гіпотеза постійності граничних виробничих чинників чи їх необмеженого заміщення.

4. **Функція Аллена:** $y = a_0 x_1 x_2 - a_1 x_1^2 - a_2 x_2^2$ визначається за такими умовами: швидкості зростання граничних продуктивностей є постійними, і функція є однорідною.

Функція Аллена за $a_1, a_2 > 0$ призначається для формалізованого опису виробничих процесів, у яких надмірне зростання будь-якого з чинників негативно впливає на обсяг випуску продукції. Зазвичай така функція використовується для формалізованого опису дрібномасштабних виробничих систем з обмеженими можливостями переробки ресурсів.

У даній роботі я проводжу дослідження на прикладі енергетичної галузі України за 2011-2016 рр., використовуючи статистичні дані будує та досліджую три види виробничих функцій: лінійну, функцію Кобба—Дугласа та функцію Аллена.

В якості досліджуваних показників було вибрано наступні:

y (емпіричне значення) – виробництво електроенергії, млрд.кВт·год.;

x_1 (факторний показник) – добування вугілля кам'яне, млн.т.;

x_2 (факторний показник) – енергоємність, т н.е./тис. міжнародних доларів.

t , роки	y_t (електроенергія, млрд. кВт·год)	x_1 (вугілля кам'яне, млн. т)	x_2 (енергоємність, т н.е./тис. міжнародних доларів)
2011	194,9	62,7	0,2
2012	198,9	65,7	0,192
2013	194,4	64,4	0,183
2014	182,8	45,9	0,173
2015	163,7	30,2	0,159
2016	164,6	31,6	0,158

В результаті моделювання з використанням методів багатфакторного регресійного аналізу було отримано лінійну виробничу функцію виду:

$$y_t = 124,2533 + 0,8549x_1 + 90,9773x_2.$$

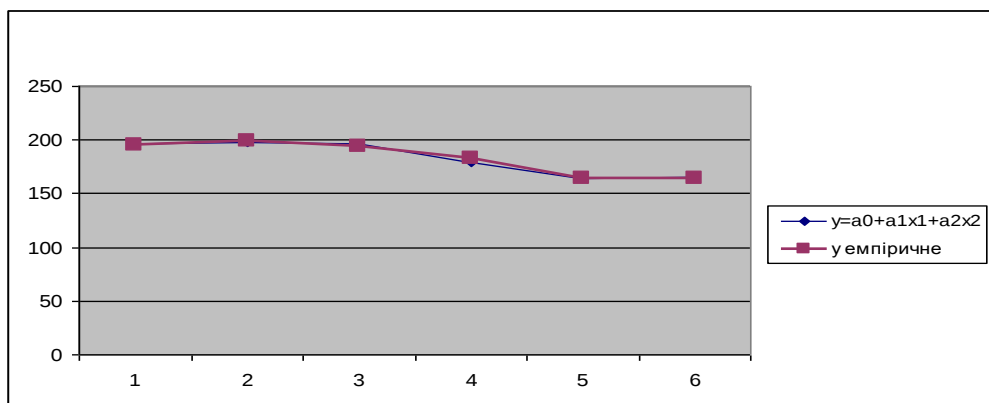


Рис. 1. Графіки емпіричних значень y_t та значень, отриманих за допомогою лінійної моделі

Функцію Кобба-Дугласа шляхом логарифмування було зведено до лінійної функції виду:

$$\ln y_t = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2.$$

Після виконання відповідних обчислень було отримано рівняння виду:

$$y_t = 49,67x_1^{40,26}x_2^{12,69}.$$

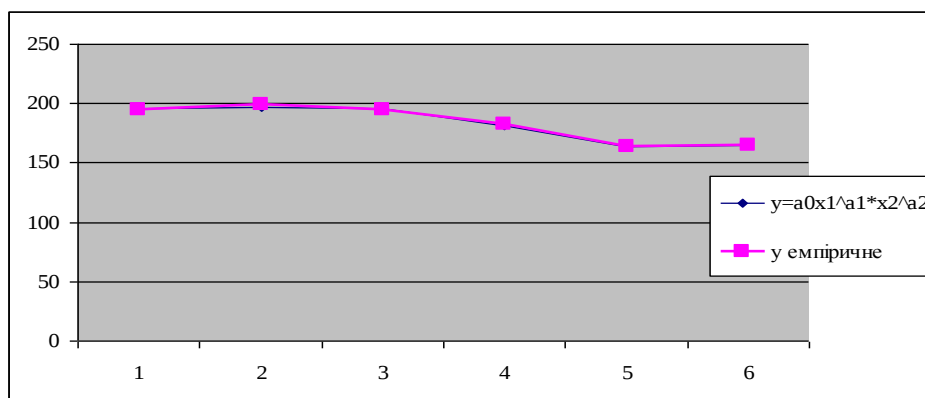


Рис. 2. Графіки емпіричних значень y_t та значень, отриманих за допомогою функції Кобба-Дугласа

Функцію Аллена шляхом заміни змінних було зведено до лінійної трифакторної функції і після виконання відповідних обчислень було отримано рівняння:

$$y_t = 172,4 + 23,7x_1x_2 - 0,0315x_1^2 - 3739,6x_2^2.$$

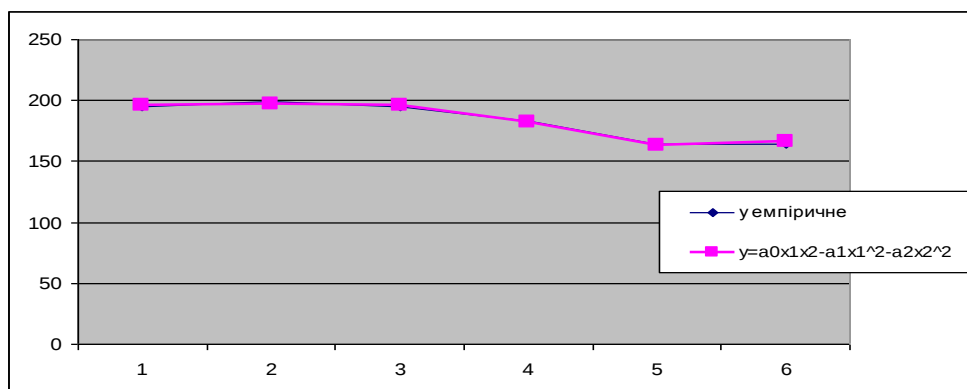


Рис. 3. Графіки емпіричних значень y_t та значень, отриманих за допомогою функції Аллена

Проведене моделювання та аналіз отриманих результатів дозволяє отримати наступні висновки:

1. Виробництво електроенергії в Україні суттєво залежить від обраних нами в дослідженні факторів: видобутку кам'яного вугілля (що пов'язано з великою часткою вугільних електростанцій в енергетичній галузі України), а також енергоемністю виробництва.
2. Всі побудовані нами моделі є адекватними з високим рівнем надійності (рівень значущості для всіх моделей не перевищує 0,01), що дозволяє використовувати їх для аналізу та прогнозування обсягів виробництва електроенергії в наступні періоди часу. При цьому найменшу середню похибку має модель Кобба-Дугласа.

Список використаної літератури:

1. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2003. — 408 с.
2. Статистичний бюлетень [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

Чобітько Таміла Олександрівна
магістрантка 2-го року навчання
Фізико-математичного факультету
НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,
доцент Гончаренко Я.В.

ГРА БАШЕ: УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА МОДИФІКАЦІЇ

Гра Баше названа на честь французького поета та математика Баше де Мезіріака, який запропонував її у своїй книзі «Цікаві та приємні числові задачі»(1612 р.), куди за переказами вона потрапила з твору Леонардо Пізанського(Фібоначчі, 1201 р.)

Гра Баше - математична гра, суть якої полягає в наступному: нехай задана деяка множина предметів (одна або декілька), гравцям під час свого ходу дозволяється брати деяку обмежену кількість предметів з множин, виграє той, хто взяв останній предмет.

Метою дослідження є:

- ✓ Обґрунтувати актуальність гри Баше серед олімпіадних завдань;
- ✓ Розробити методичні рекомендації розв'язання гри Баше для учнів та студентів математичних спеціальностей;
- ✓ Провести аналіз задач гри Баше в різних постановках.

Провівши аналіз шкільних спецкурсів з теорії ігор, олімпіадних завдань, ми дійшли висновку, що задачі типу Баше можна класифікувати наступним чином:

- Задачі на використання симетричної стратегії;
- Задачі-жарти;
- Задачі на доповнення ходу суперника;
- Задачі на використання стрічки Баше.

Наведемо приклади задач кожного типу.

Задачі на використання симетричної стратегії

Задача №1. На столі лежить 21 паличка. Грають двоє – кожен бере за свій хід 1, 2, або 3 палички. Програє той, кому нічого буде брати. Як повинен грати перший гравець, щоб виграти при будь-якій стратегії другого гравця?

Задача №2. Двоє по черзі кладуть 2-гривнену монетку на круглий стіл, причому таким чином, щоб вони не накладалися одна на одну. Програє той, хто не зможе покласти монетку. Хто виграє при найкращій грі?

Задача №3. На столі лежать дві купки: в одній 20, а в іншій 30 сірників. Двоє по черзі беруть сірники, причому за один хід дозволяється брати будь-яку кількість сірників, але тільки з однієї купки. Програє той, хто не зможе зробити хід. Хто виграє при правильній грі?

Задача №3 має ще й іншу назву - Гра Нім. Гра потрапила до Європи з Китаю ще в XVI столітті. Кажуть, що в неї любили грати китайські імператори. Тим, хто у них вигравав, відрубували голову.

Задача №4. В кожній клітинці дошки 7×7 стоїть шашка. Двоє по черзі знімають з дошки будь-яку кількість шашок, але тих, що стоять підряд, або з одного вертикального, або з одного горизонтального ряду. Виграє той, хто зніме останню шашку. Вкажіть вигравну стратегію для першого гравця.

Окрім спецкурсів такі задачі зустрічаються і серед олімпіадних завдань.

Задача №5. По колу рівномірно розкладені 2015 цукерок, які за рухом годинникової стрілки перенумеровані числами від 1 до 2015. Андрій та Олеся грають у таку гру – вони по черзі беруть розкладені цукерки. За один хід можна взяти 2 чи 3 цукерки, номери яких є послідовними числами (вважаємо, що 1 та 2015 також є «послідовними»). Програє той, хто не може зробити черговий хід. Хто переможе у цій грі, якщо першим ходить Андрій та кожен намагається виграти? (7 клас) [1]

Для ігор типу Баше на застосування симетричних стратегій важливо показати, що симетрична ситуація завжди буде відновлюватися, тому в таких іграх варто робити ходи симетричні ходам суперника, лише при такій грі Ви можете досягти успіху.

Задачі-жарти

Проте важливо розуміти, що в деяких іграх вигравну стратегію для певного гравця продумати взагалі кажучи важко (або й взагалі неможливо), оскільки аналізуючи лише саму умову задачі, можна дійти висновку, що хтось з гравців просто приречений на успіх, а хтось на невдачу. Прикладом таких задач може слугувати так звані задачі-жарти.

Задача №1. Софійка і Коля по черзі розламують шоколадку розміру 5×6 . За один хід дозволяється зробити прямолінійний розлом будь-якої частини вздовж заглиблення. Програє той, хто не зможе зробити хід.

Задача №2. Числа від 1 до 20 виписані в рядок. Гравці, по черзі розставляють між ними плюси і мінуси. Після того, як всі місця заповнені, підраховується результат. Якщо він парний, виграє перший гравець, якщо непарний – другий. Хто програє у цій грі?

Методичні рекомендації: якщо Ви бажаєте здобути перемогу в таких задачах-жартах, Вам необхідно розпочинати гру першим, оскільки саме гравець, який розпочинає гру завжди отримує перемогу.

Прикладами складніших задач-жартів можуть бути наступні олімпіадні задачі:

Задача №3. На столі лежить 2013 монет. Сашко, Мишко та Віталік по черзі беруть монети зі стола. Першим ходить Сашко, який має право брати лише 1 монету за кожний свій хід. Далі хід робить Мишко, який має право за один хід взяти зі стола рівно 1, 3, 5, 7 чи 9 монет. Третім ходить Віталік, який своїм ходом може взяти зі стола рівно 2, 4, 6, 8 чи 10 монет (якщо

на столі залишилась рівно 1 монета, то він свій хід пропускає). Далі знову хід робить Сашко, за ним Мишко і так далі. Перемагає той, хто забере зі стола своїм ходом останню монету. Хто переможе у цій грі? (5 клас) [3]

Задача № 4. (6 клас) На столі лежить N монет. Сашко, Мишко та Віталік по черзі беруть монети зі стола. Сашко має право брати лише 1 монету за кожний свій хід. Мишко має право за один хід взяти зі стола рівно 1, 3, 5, 7 чи 9 монет. Віталік своїм ходом може взяти зі стола рівно 2, 4, 6, 8 чи 10 монет (якщо на столі залишилась рівно 1 монета, то він свій хід пропускає). Перемагає той, хто забере зі стола своїм ходом останню монету. Хто переможе у цій грі, якщо Сашко визначає порядок, у якому гравці роблять ходи (наприклад, спочатку Віталік, далі Мишко, третім – Сашко), при цьому: *а) $N = 2013$; б) $N = 2014$* [3].

Задачі на доповнення ходу суперника

Задача № 1. В купці лежить 50 соломинок. Двоє по черзі додають в неї від 1 до 9 соломинок. Виграє той, хто доведе кількість соломинок до 200. Хто це буде — перший гравець чи другий?

Задача № 2. Вчительки Аня і Таня поїдають 40 школярів. За хід дозволяється зісти двох, трьох чи чотирьох школярів. Програє той, хто не може зробити хід. Хто виграє в поїданні школярів, якщо починає Аня? [4]

Задача № 3. (*XV Всеукраїнський турнір юних математиків «Гра в кульки»*)

На толі лежать дві купки кульок, у першій з яких m кульок, у другій - n . За один хід можна з одної з купок прибрати одну, дві або три кульки. Іванко та Марійка роблять ходи по черзі, Марійка ходить першою. Виграє той, хто робить останній хід (тобто після ходу якого на столі взагалі не залишається кульок). Хто з гравців може забезпечити собі перемогу в цій грі (залежно від m і n). Опишіть виграшну стратегію.

Методичні рекомендації: під час Вашого ходу доповнюйте хід суперника таким чином, щоб в сумі результат Вашого ходу та Вашого суперника давали одне і те ж саме число.

Стрічка Баше

Задача № 1.

а) Маємо смужку паперу в клітинку довжиною 10 клітинок. В крайній правій клітинці стоїть шашка. Двоє гравців по черзі пересувають шашку вліво на одну або дві клітинки. Програє той, хто не зможе пересунути шашку.

б) Хто виграє в грі «Баше», довжина служки буде 11 клітинок? 12 клітинок? 2018 клітинок?

в) Змінимо правила гри «Баше»: тепер за один хід можна пересувати шашку на 1, 2, 3, 4 чи 5 клітинок, а довжина смужки — 13 клітинок [4].

Методичні рекомендації: розв'язання такого типу задач зводиться до розв'язання задач на доповнення ходу гравця.

Прикладами задач на гру Баше для старших класів виступають олімпіадні задачі №1 та №2.

Задача №1 В рядок виписані числа 1, 2, ..., n . При цьому числа 1 та n пофарбовані у синій колір, а всі інші – у жовтий. Двоє гравців – Олеся та Андрій – по черзі фарбують одне з жовтих чисел у синій колір за такими правилами: першим ходом Олеся (вона розпочинає) фарбує у синій колір будь-яке з жовтих чисел (позначимо його через k). Тоді Андрій обирає той з проміжків чисел (1, 2, ..., k) чи (k , $k+1$, ..., n), який містить більше жовтих чисел. Якщо ці проміжки за кількістю жовтих чисел однакові, то вибирається будь-який з двох проміжків. Якщо, наприклад, більшим є проміжок (1, 2, ..., k), то інший проміжок у подальшій грі участі не бере. Після цього Андрій фарбує у синій колір будь-яке з жовтих чисел нового проміжку. Тепер новий проміжок також розділився на два менших. Далі Олеся для свого ходу

вибирає той з двох нових проміжків, що містить більше жовтих чисел, а інший проміжок уже поза грою. І так далі. Перемагає у грі той з гравців, кому вдасться пофарбувати у синій колір таке число, у якого сусідні ліворуч та праворуч вже сині. Хто перемагає в цій грі при правильній грі обох гравців? (9 клас) [2].

Задача № 2 Вінні-Пух і П'ятачок грають у гру за такими правилами. Є палиця довжиною 15 см. Першим ходом П'ятачок розламає її на дві частини, далі гравці по черзі розламують на дві частини один із наявних шматків. При цьому, шматки повинні мати натуральну довжину (в сантиметрах) і не можуть дорівнювати 1 см. Програє той, хто не може зробити хід. У кого з гравців є виграшна стратегія? (10 клас) [1]

В доповіді буде розглянуто розв'язування різноманітних задач типу Баше.

Список використаної літератури:

1. III етап Всеукраїнської олімпіади з математики. LXX Київська міська олімпіада юних математиків. Умови та вказівки до розв'язань задач. 1 тур (18.01.2015) / [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://fel2005.dp.ua/docs/blog/01/038.pdf>
2. Всеукраїнська олімпіада юних математиків (другий день) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.dudajevagatve.lv/nt/sources-uamo/uamo2016-day2-prbsol.pdf>
3. Перша олімпіада КНУ ім. Т. Шевченка для 4–6 класів (17 березня 2013 р.) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://matholymp.org.ua/contests/knu-2013/>
4. Математический кружок (8–9 класс). Первое полугодие / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. Е. А. Асташов, Д. А. Удимов. — М.: МГУ, 2015. – 91 с.
5. Математический кружок (8 класс) / Универсальная методическая разработка по решению нестандартных задач для элективных курсов в средних общеобразовательных организациях // Сост. А.Л. Канунников. — М.: МГУ, 2017. – 67 с.
6. Кружок 6 класса. Занятие 22 (11 апреля 2015 года). Математика игр / [Електронний ресурс]: Сайт «Малый мехмат МГУ» – Режим доступу: <http://mmmf.msu.ru/archive/20142015/z6/V/22.html> (25.10.2017)

Шклярська Валерія Юріївна

студентка 1 курсу

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник : завідувач кафедри ММНФМДВШ

професор Горбачук І.Т.

АНТОНІ ВАН ЛІВЕНГУК – ПЕРШОВІДКРИВАЧ МІКРОБІВ

Антоні ван Левенгук народився 24 жовтня 1632 року в невеликому голландському місті Делфті у родині кошикаря. Він не виявляв особливої схильності до навчання і в 16 років став працювати продавцем у мануфактурну крамницю в Амстердамі. Через 6 років він повернувся в рідне місто і заснував власну торгівлю мануфактурою. Після смерті першої дружини Левенгук одружився вдруге, в них народилися діти, і щоб прогодувати велику родину, він взявся ще виконувати обов'язки воротаря міської ратуші. Весь вільний час він присвятив своїй



Антоні ван Левенгук

пристрасті, розглядав в лупу різні предмети: овечу вовну, крила мух або хвостик пугловка. Щоб домогтись більшого збільшення предмета, Левенгук вирішив навчитися робити лінзи власноруч.

Протягом 20 років напівписьменний продавець мануфактури цілими ночами безперервно шліфував скло, стираючи пальці до крові, сусіди глузували з божевільного фанатика. А він зміг виготовити невеличку лінзу з горошину, яка давала збільшення до трьохсот разів, в той час як найсильніші лінзи, виготовлені іншими майстрами, давали двадцятикратне збільшення.

Лінзу і досліджуваний предмет він вставляв до отвору в спеціальних дощечках, оснащених фіксаторами для закріплення мініатюрних зразків. Для нових предметів він виготовляв нові мікроскопи і до кінця життя в нього накопичилося кілька сотень приладів.

Впертий голландець працював без будь-якого плану і розглядав у лінзи все, що йому потрапляло на очі: шматок яловичини, капля крові, око мухи. Йому відкривалося те, що не бачив до нього жоден смертний на Землі: еритроцити крові, волоконця м'язових тканин, фасеточна будова ока комахи.

З точки зору наукового світу 18 століття Левенгук залишався невігласом, він не знав латини – піднесеної мови науки, володів тільки голландською мовою. Але саме невігластво позбавило допитливого Левенгука від знайомства з науковими дурницями того часу і змушувало вірити тільки власним очам. Не було на світі більш впертої і недовірливої людини, ніж Антоні ван Левенгук.

20 років натураліст-аматор Антоні ван Левенгук працював в повній самотності, але в 1673-му році про дивовижні мікроскопи галантерейника дізналися у Лондонському королівському товаристві. Відтоді Левенгук став регулярно надсилати листи лондонським академікам, які були написані розмовною голландською мовою і насичені глузливими зауваженнями на адресу неосвічених сусідів, інформацією про власне здоров'я і розповідями про нові дивні відкриття, зроблені за допомогою чарівних лінз.

Одного разу, навесні 1676 року, Антоні ван Левенгуку прийшла несподівана думка подивитися крізь свій мікроскоп на звичайну краплю води. Яке ж було його здивування, коли в абсолютно прозорій краплі він побачив безліч маленьких істот, які, як йому здалося, грались один з одним. В одному з листів до королівського товариства Левенгук назвав ці істоти «маленькими тваринками». Так малограмотний воротар з маленького містечка відкрив фантастичний світ мікробів. 15 листопада 1677 року в Лондонському королівському товаристві вчені спостерігали в мікроскоп рух «маленьких істот» і викукували: «Ця людина великий дослідник».

Королівське наукове товариство прийняло галантерейника до своїх лав, надіславши йому диплом у срібній скрині з гербом товариства на кришці. Левенгук відповів їм: « Я буду вірно служити вам до кінця своїх днів» і дотримав свого слова: до самої смерті постачав Лондон оригінальною сумішшю балаканини і наукових відкриттів. Левенгук продовжував знаходити маленьких істот всюди: у воді міських каналів, у кишківнику жаби, у людських випорожненнях. Досліджуючи своє тіло, він першим спостерігав еритроцити та сперматозоїди, а в нальоті на зубах виявив цілий звіринець маленьких істот.

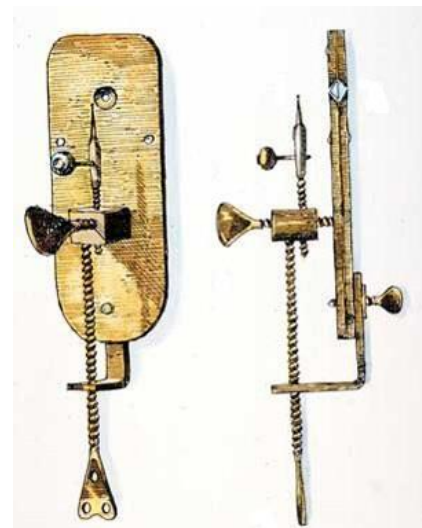


Схема мікроскопу Антоні ван Левенгука

Левенгук мав вражаюче здоров'я, єдине, що його непокоїло, – деяка розбитість вранці після бурхливих бенкетів, після яких він лікувався гарячою кавою. У 80 років вперше втративши зуб, Левенгук і його вирішив розглянути в мікроскоп.

Жоден зі своїх мікроскопів натураліст не погодився продати навіть за великі гроші. Йому лестило захоплення тих, хто дивися у його мікроскопи, серед яких були й англійська королева, і російський цар Петро І. Всі вони приходили поцікавитись новим світом найменших істот (мікробів), який відкрив геніальний самоук.

Антоні ван Левенгук помер у 90 років 26 серпня 1723 р.

Список використаної літератури

1. Яновская М.И. А есть ли предел ? – М.: Знание, 1969. – 215 с.
2. Хто такий Антоні ван Левенгук / antonie van leeuwenhoek [Електронний ресурс] : YouTube Even good [2016] – Режим доступу: <http://www.irinaepifan.narod.ru/leeuwenhoek.html> (Загл. з екрану. (24.10.2016))
3. Такжин Н.В. Левенгук, его жизнь и деятельность. – Л.: Изд-во Военно-морской мед. академии, 1946. – 29 с.

Ярова Світлана Сергіївна

магістрантка 2-го року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

Науковий керівник: кандидат технічних наук,

доцент Луценко В.Ю.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА В НЕСТАЦІОНАРНОМУ ТЕПЛОВОМУ ПОЛІ

Поява нових матеріалів, удосконалення технології їх отримання, екологічні та енергетичні проблеми в останні декілька років стали причинами підвищеної цікавості до питання термоелектрики. Термоелектричні пристрої (генератори і холодильники) дозволяють перетворювати теплову енергію в енергію електричного струму і навпаки [1]. Можливість застосування цих пристроїв для утилізації «теплових відходів», відсутність в їх складі механічних частин, мала інерційність і габарити вказують на перспективність розвитку цього напрямку [2]. У той же час для термоелектричних перетворювачів характерним є низьке значення ККД перетворення, підвищити який вдається при переході до перехідного режиму роботи. В такому режимі термоелектричний генератор знаходиться під дією нестационарного теплового потоку, що періодично змінює свій напрямок [3,4].

Для дослідження періодичного перехідного режиму роботи термоелектричного генератора було створено експериментальну установку, яка включає в себе три термоелектричних модуля М1, М2 та М3, генератор імпульсного струму та пристрій реєстрації електричних сигналів (рис.1). Модулі М1 і М3 (ТЕС1-12708) використовуються в якості нагрівача та холодильника. Від зовнішнього джерела через ці модулі пропускається імпульсний електричний струм. При зміні напрямку зовнішнього струму нагрівач і холодильник міняються місцями. Модуль М2

(ТЕС112703) працює в режимі генерації електричної потужності, яка виділяється на опорі навантаження R .

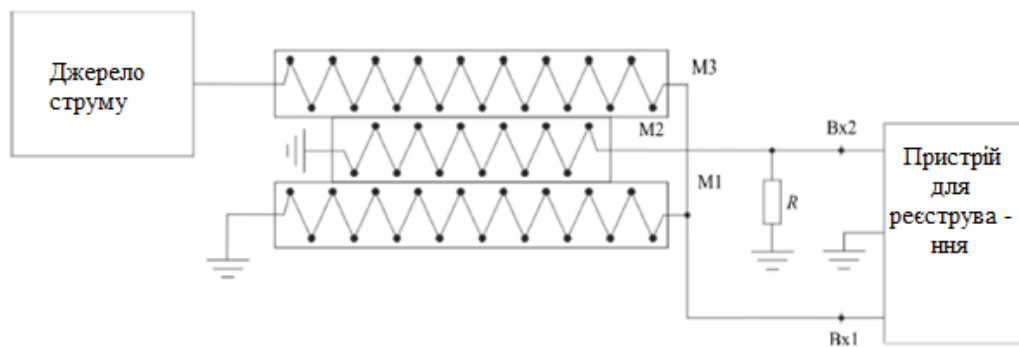


Рис.1. Структурована схема експериментальної установки

Зовнішній струм через модулі M1 і M2 є періодичним з періодом, рівним T . За час $T/2$ постійний струм тече в одному напрямку, потім напрям струму змінюється на протилежний, але його значення залишається незмінним.

Змінний імпульсний струм, що протікає через модулі M1 і M3, обумовлює появу на входах 1 і 2 пристрою реєстрації змінних періодичних напруг.

Експериментальна установка функціонує наступним чином. Протягом часу 0.04с проводиться реєстрація сигналу на вході 1. Потім протягом такого ж інтервалу часу проводиться реєстрація сигналу на вході 2 і так далі. Таким чином, по кожному з входів приладу проводиться реєстрація сигналу кожні 0.08с. Такий алгоритм роботи дозволяє провести реєстрацію та провести подальший аналіз і співставлення сигналів термо-ЕРС термоелектрогенератора та модулів M1 та M3, що використовуються в якості нагрівача та холодильника.

У ході експериментального дослідження реєструвалась крива напруги на опорі навантаження R термоелектричного генератора. Вихідна напруга термоелектрогенератора в періодичному перехідному режимі роботи має імпульсний характер: сплеск з подальшим асимптотичним наближенням до рівня, який відповідає стаціонарному режиму роботи (коли термоелектричний генератор знаходиться в стаціонарному тепловому полі).

Проведені розрахунки підтвердили можливість істотного поліпшення характеристик перетворення теплової енергії в електричну при переході до періодичного перехідного режиму. Перехід до періодичного перехідного режиму роботи термоелектрогенераторів забезпечить можливість збільшення в 20 і більше разів значень генерованої потужності.

В основі збільшення ефективності роботи термоелектрогенератора при переході до нестаціонарного режиму лежить поява максимуму в його вихідній напрузі, що пояснюється короточасним, приблизно протягом 20с, збільшенням теплового опору генератора. По закінченню цього часу тепловий опір зменшується і відновлюється стаціонарний режим генерації.

Звичайно, мова не йде про реальне зменшення коефіцієнта теплопровідності термоелектрогенератора. Можна лише зауважити, що періодична зміна напрямку теплових потоків усередині термоелектрогенератора призводить до того, що за рахунок теплової інерції кількість теплоти, яке переходить від гарячих спайів до холодних істотно зменшується.

Поява в перехідному режимі роботи часової залежності теплового опору генератора вказує на доцільність та виправданість визначення оптимального, з точки зору генерування максимальної потужності, періоду роботи генератора. Окремого розгляду потребує задача,

визначення оптимальної швидкості зміни зовнішніх теплових потоків. У ході проведених попередніх досліджень встановлено, що при зменшенні швидкості наростання струму через модулі М1 і М3 при зміні його напрямку, ефект появи максимуму в вихідній напрузі генератора зменшується і врешті-решт зникає.

Проведене експериментальне дослідження свідчить про зменшення теплових втрат, пов'язаних з теплопровідністю всередині модуля. Таким чином, можна очікувати на збільшення ККД генераторів, що працюють в перехідному режимі [4].

Отримані результати вказують на перспективність подальших досліджень і необхідність переходу до реального нагрівача і холодильника. У таких системах напрямок теплового потоку, в якому знаходиться термоелектрогенератор, можна буде міняти механічно, наприклад, якщо генератор буде мати циліндричну форму і періодично повертатися на 180 градусів між нагрівачем і холодильником, які мають напівциліндричні западини.

Слід зазначити, що розглянутий у роботі експеримент виконаний за невеликої різниці температур, порядку одиниць градусів. Якщо припустити, що при проведенні випробувань на реальному і досить потужному термоелектрогенератору, зазначена вище особливість (наявність максимуму в залежності термо-ЕРС від часу) зберігається, то в цьому випадку слід очікувати значного збільшення генерованої потужності.

Список використаних джерел:

1. А.В. Дмитриев, И.П. Звягин Современные тенденции развития физики термоэлектрических материалов // Успехи физических наук. – 2010. – Т.180(2). – № 8. – С. 821-838.
2. Іорданішвілі Є.К. Нестационарні процеси в термоелектричних і термомагнітних системах перетворення енергії / Є.К. Іорданішвілі, В.П. Бабин. – М.: Наука, 1983. – 216 с.
3. Snarskii A.A., Bezsudnov I.V. Rotating thermoelectric device in periodic steady state // Energy Conver and Management. – 2015. – V.94. – P. 103 – 111.
4. Nguyen Q. Nguyen, Kishore V. Pochiraju Behavior of thermoelectric generators exposed to transient heat // Applied Thermal Engineering. – 2013. – V.51: –P.1-9.

Матеріали круглого столу
**«Попередній захист магістерських робіт
студентів за спеціальністю
014 Середня освіта (Математика)
як одна із форм інноваційної підготовки
фахівця»
(28 листопада 2018 р.)**

Програма засідання Круглого столу
«Попередній захист магістерських робіт студентів за спеціальністю 014 Середня освіта
(Математика) – як одна із форм інноваційної підготовки фахівця»

Модератор: професор Швець В.О.

Секретар: доцент Забранський В.Я.

Дата проведення: 28 листопада 2018 р.

Початок роботи: 14.00

Аудиторія: 424

1. Вітальне слово завідувача кафедри математики і теорії та методики навчання математики, професора Швеця В. О.

Теми виступів студентів:

2. *Методика навчання розв'язуванню алгебраїчних рівнянь з параметрами в класах з поглибленим вивченням математики*
Биць Аліна Володимирівна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Дремова І.А.
3. *Формування в учнів основної школи умінь доводити математичні твердження і теореми під час вивчення геометрії*
Білько Олександр Анатолійович, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Волянська О.Є.
4. *Формування у старшокласників вмінь розв'язувати ірраціональні і тригонометричні рівняння з параметрами*
Горова Яна Олександрівна, 2МФІСО
Науковий керівник: ст. викладач Соколовська І.С.
5. *Методика вивчення векторів в основній школі*
Дворак Марія Борисівна, 2МЕІСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Забранський В.Я.
6. *Методика вивчення квадратичної функції та її застосування на етапі допрофільної освіти*
Джемелюк Марина Петрівна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Яценко С.Є.
7. *Формування у майбутніх учителів умінь використовувати комп'ютерні технології під час навчання математики в 5-7 класах*
Ждан Тетяна Володимирівна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Волянська О.Є.
8. *Методика вивчення рівнянь в курсі алгебри основної школи*
Лесик Оксана Вікторівна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Дремова І.А.
9. *Формування в учнів основної школи вмінь розв'язувати системи рівнянь з параметрами*
Мельник Олена Василівна, 2МФІСО
Науковий керівник: к. п. н., проф. Швець В.О.
10. *Формування в старшокласників умінь розв'язувати показникові і логарифмічні рівняння з параметрами*
Мокрянин Іванна Михайлівна, 2МФІСО
Науковий керівник: ст. викладач Соколовська І.С.

11. *Методика навчання учнів розв'язуванню текстових задач в 5-6 класах*
Музика Юлія Сергіївна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Волянська О.Є.
12. *Засоби і форми організації дослідницької діяльності учнів на уроках математики в основній школі*
Остапенко Анастасія Миколаївна, 2ММЗСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Яценко С.Є.
13. *Задачі на побудову в курсі геометрії основної школи та методика їх розв'язування*
Потапчук (Сахарчук) Тетяна Валентинівна, 2МЕІСО
Науковий керівник: к. п. н., доц. Забранський В.Я.
14. *Психолого-педагогічні основи підготовки учнів до ЗНО з математики*
Терещенко Катерина Володимирівна, 2МЕІСО
Науковий керівник: д. п. н., доц. Шкільний О.В.
15. *Формування в учнів 5-6 класів навичок математичного моделювання під час вивчення математики*
Турчак Оксана Геннадіївна, 2МФІСОмн
Науковий керівник: к. п. н., доц. Лук'янова С.М.

С.М.Лук'янова

кандидат педагогічних наук, доцент

НПУ імені М.П.Драгоманова

kmmvm@ukr.net

О. Г. Турчак

магістрантка 2 року навчання

Фізико-математичного факультету

НПУ імені М.П. Драгоманова

turchack.oksana@gmail.com

ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ НАВИЧОК МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

Одними з основних напрямів розвитку національної системи освіти є спрямованість на підвищення інтелектуального потенціалу нації, виховання творчої, компетентно практичної особистості, здатної брати активну участь у розбудові української держави. Значний потенціал для досягнення цієї мети має процес вивчення курсу математики.

На думку академіка В.М.Глушкова особлива роль математики в сучасному світі пов'язана з тим, що велика кількість галузей науки і техніки своїми успіхами значною мірою завдячують саме широкому використанню математичних методів. Отже, математичне моделювання – це процес розв'язування деякої нематематичної задачі чи проблеми засобами математики.

Фундатори методології математичного моделювання (В. М. Глушков, Б. В. Гнеденко, А. М. Колмогоров, О. А. Самарський, А. М. Тихонов та інші) розробляючи методи математичного моделювання для використання їх в різних галузях науки і техніки, прийшли до думки про необхідність не тільки навчати математичному моделюванню студентів університетів, а й ознайомлювати учнів загальноосвітніх шкіл у межах шкільної програми із можливостями, які надає сучасна математика дослідникам і науковцям в різних науках.

В Україні на сьогодні питаннями методології математичного моделювання та залученням його елементів до освітнього процесу займаються багато науковців і методистів-практиків. Як правило, їх публікації містять цікаві варіанти методичних розробок для ознайомлення учнів з математичним моделюванням під час розв'язування прикладних задач, тобто задач, що виникли зовні математики, але для свого розв'язування потребують застосування математичних методів. Проте слід зауважити, що переважна більшість розвідок цих дослідників присвячена розгляду питань щодо навчання учнів елементам математичного моделювання (поняття математичної моделі, етапи математичного моделювання, види моделей) під час вивчення систематичних курсів алгебри чи планіметрії 7-9-х класів, курсів алгебри і початків аналізу та стереометрії 10-11-х класів.

На наш погляд, недостатня увага до цих задач в методичних розробках, присвячених вивченню математики в 5-6-х класах, пов'язана перш за все з тим, що в цьому віці учні ще не мають достатньо знань з різних сфер застосування математики на практиці та в різних галузях науки і техніки. Небезпідставними є і побоювання авторів підручників, що запропонувавши учневі 5-го класу задачу з хімічним чи фізичним змістом, вчитель набагато більше часу витратить на роз'яснення спеціальних термінів і залежностей між величинами, що описуються в тексті, ніж на саме розв'язування математичної моделі, складеної за текстом, тому значна частина сюжетів шкільних задач для 5-го класу пов'язана з казковими героями.

Звичайно в шкільних підручниках є задачі-розрахунки, в основу яких покладено залежності між величинами, які часто зустрічаються в житті: між компонентами руху; між ціною, кількістю та вартістю; між продуктивністю праці, часом роботи і одержаною

продукцією; розрахунок часу; знаходження периметрів, площ; обчислення витрат різних матеріалів тощо. Проте здебільшого задачі різних сюжетів, що мають однакові математичні залежності між величинами, а отже, і розв'язуються за допомогою однакових математичних моделей, розглядаються відокремлено одна від одної, без аналізу спільних і відмінних рис, тобто без належної системи.

Однією із важливих вимог для відбору навчального матеріалу є врахування вікових особливостей учнів. На наш погляд, пам'ятаючи про невеликий життєвий досвід п'ятикласників та їх схильність до „казкових переживань”, авторам підручників і вчителям слід в доборі задачного матеріалу більше орієнтуватися на те, що однією з переваг молодших підлітків є готовність до всіх видів діяльності, які роблять їх дорослішими у власних очах. Вони не схильні, як учні початкових класів, слухати готові пояснення, а хочуть приймати активну участь в отриманні нових знань. Тому, хоча вибір професії відбувається не у 5-6-му класі, а набагато пізніше, розуміння учнями факту, що математика потрібна будь-якій сучасній освіченій людині, забезпечуватиме посилення мотивації навчання математиці, спонукатиме до пошуку нових знань, оволодіння новими вміннями. Оскільки учні 5-6-х класів люблять різні ігри, також можна запропонувати їм ділову гру з розподіленням ролей, які відповідають різним професіям, і завданнями, які імітують вирішення певних виробничих чи побутових проблем [1].

Етапи математичного моделювання досить широко висвітлені в науковій та методичній літературі. Для прикладу, В.О.Швець [2] виділяє такі етапи розв'язування прикладної задачі у школі методом математичного моделювання:

1. *Створення математичної моделі* – переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, мовою математики.
2. *Дослідження математичної моделі* – розв'язування отриманої математичної задачі.
3. *Інтерпретація розв'язків* отриманих результатів, тобто переклад розв'язку математичної задачі з мови математики мовою тієї галузі, де вона виникла.

Найбільш складним для учнів є перший етап, оскільки вони недостатньою мірою вміють здійснювати наступні дії: декодувати інформацію, закладену в умові прикладної задачі; абстрагуватись від неістотних властивостей об'єктів, що досліджуються в задачі; виявляти та правильно інтерпретувати взаємозв'язки між об'єктами, що розглядаються в умові задачі; формалізувати запитання задачі, виразивши шукані величини через відомі та введені змінні. Тому варто систематично навчати учнів аналізу тексту задачі і створенню числової моделі чи алгебраїчної. Також слід пропонувати завдання-навпаки: за моделлю (числовим виразом чи рівнянням) створити текст задачі.

Отже, на наш погляд, використання прикладних задач має на уроках математики в 5-6-х класах важливе значення перш за все для виховання стійкого інтересу до математики. Завдяки різним задачам прикладного характеру учні будуть переконуватися в значенні математики для різних сфер діяльності людини, в її корисності та необхідності для практичної роботи і побуту; побачать різноманіття використання математичних ідей і методів поза самою математикою; зрозуміють, що повноцінна освіта сучасної людини неможлива без належної математичної підготовки, оскільки математика є опорним предметом при вивченні суміжних дисциплін. Все це безумовно сприятиме й підвищенню рівня їх математичної освіти.

Список використаних джерел

1. Лук'янова С.М. Роль прикладної спрямованості в навчанні математики учнів 5-6 класів // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип.28. – Донецьк: ДонНУ, 2007. – С.222 – 227.
2. Швець В.О. Еволюція математичного моделювання як методу пізнання і навчання / В.О. Швець, М.О. Філімонова // Математика в школі. – 2010. – № 4. – С. 22 – 25.

Наукове видання

**МАТЕМАТИКА, ФІЗИКА, АСТРОНОМІЯ:
НАУКОВИЙ ПОШУК СТУДЕНТІВ І МАГІСТРАНТІВ**

*Збірник матеріалів
круглих столів*

(28 листопада – 14 грудня 2018 р.)

*Матеріали подано в авторській редакції.
Відповідальність за достовірність інформації, автентичність цитат,
правильність фактів та посилань несуть автори та наукові керівники.*