

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДНІПРОПЕТРОВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені О. ГОНЧАРА

**А.Ю. ДРЕУС
К.Є. ЛИСЕНКО
В.О. СЯСЕВ**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ТЕПЛОМАСООБМІНУ

Навчальний посібник

Дніпропетровськ
2016

УДК 621.3.036(075)

ББК 22.365.55

Д 73

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара
(протокол № 5 від 30 листопада 2015 року)*

Рецензенти:

М.М. Біляєв, доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри Дніпропетровського національного університету
залізничного транспорту;

О.О. Ерьомін, доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри Національної металургійної академії України;

Є.В. Семененко, доктор технічних наук, завідувач відділом
Інституту геотехнічної механіки НАНУ.

Дреус А.Ю.

Д 73 Збірник задач з тепломасообміну : навчальний посібник /
А.Ю. Дреус, К.Є. Лисенко, В.О. Сясев. – Д., 2016. – 124 с.

ISBN 978-617-7379-03-3

Посібник містить тематично укладену підбірку задач з тепломасообміну. Видання призначене для використання як навчальний посібник під час практичних занять при підготовці фахівців з теплоенергетики, енергетичного машинобудування, металургії, авіаційної і ракетно-космічної техніки.

Для студентів технічних спеціальностей.

УДК 621.3.036(075)

ББК 22.365.55

ЗМІСТ

Передмова	4
Розділ 1. Теплопровідність при стаціонарному режимі....	5
Розділ 2. Теплопередача при стаціонарному режимі..	23
Розділ 3. Елементи теорії подібності процесів теплообміну	39
Розділ 4. Нестационарні процеси теплопровідності	55
Розділ 5. Конвективний теплообмін в однофазному середовищі	62
Розділ 6. Теплообмін при зміні агрегатного стану середовища.....	79
Розділ 7. Променевий теплообмін	89
Розділ 8. Масообмін	108
Додаток	116
Список використаної літератури	123

ПЕРЕДМОВА

Тепломасообмін є базовою дисципліною при підготовці фахівців з теплоенергетики, енергетичного машинобудування, металургії, авіаційної і ракетно-космічної техніки та в багатьох інших галузях. Вивчення дисципліни передбачає не тільки знання та розуміння визначень й законів процесів переносу енергії у формі теплоти, але й вміння проводити розрахунки практичних задач.

Посібник являє собою збірник задач з усіх видів теплообміну: теплопровідність та теплопередачу, конвективний теплообмін, теплообмін при конденсації та кипінні, випромінювання між тілами, що розділені прозорим середовищем, елементи теорії подібності в теплофізиці, масообмін.

За основу посібника взято «Задачник з теорії теплових процесів» (В.О. Сясев, Дніпропетровськ, 1995), який було перероблено та доповнено новим матеріалом. Кожен з розділів містить короткі теоретичні відомості, необхідні розрахункові співвідношення, а також приклади розв'язання типових задач. У додатку подано довідковий матеріал, необхідний для виконання завдань.

Збірник призначено для студентів, що навчаються за програмою підготовки бакалаврів за теплотехнічними спеціальностями. Розв'язання задач сприятиме набуттю навичок з аналізу та проведення інженерних розрахунків з тепломасообміну.

РОЗДІЛ 1 | ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ ПРИ СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ

1. ПОЗНАЧЕННЯ ТА РОЗМІРНОСТІ

- Q – повний тепловий потік, Вт;
 F – поверхня стінки, м²;
 l – лінійний розмір (довжини) циліндричної стінки, перпендикулярний до напрямку теплового потоку, м;
 $d_{зовн}$ – зовнішній діаметр одношарової циліндричної стінки, м;
 $d_{вн}$ – внутрішній діаметр одношарової циліндричної стінки, м;
 d_1 – найменший діаметр циліндричної або сферичної (одношарової складеної) стінки, м;
 d_{n+1} – найбільший діаметр складеної циліндричної або сферичної стінки, м;
 T або t – поточне значення температури тіла, К або С;
 T_c або t_c – температура поверхні стінки, К або С;
 δ_c – товщина стінки, м;
 λ – коефіцієнт теплопровідності речовини;
 I – сила електричного струму, А;
 q – питомий тепловий потік (теплове навантаження), Вт/м²;
 q_l – лінійний тепловий потік (для циліндричної стінки), Вт/м;
 q_v – інтенсивність внутрішнього тепловиділення, Вт/м³;
 $q^* = Q$ – тепловий потік для сферичної стінки, Вт;
 R_c – термічний опір для плоскої стінки, м²·К/Вт;
 R_l – лінійний термічний опір (для циліндричної стінки), м·К/Вт;
 R_c^* – термічний опір для сферичної стінки, К/Вт;
 R_0 – електричний опір речовини, Ом.

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

Теплопровідність – це процес переносу внутрішньої енергії від більш нагрітих тіл (або їх частин) до менш нагрітих тіл (або їх частин), який відбувається внаслідок хаотичного руху частинок тіла (атомів, молекул, електронів, і т.д.).

Температурне поле – сукупність значень температури у всіх точках досліджуваного простору у даний момент часу. Математично воно записується у вигляді $T = f(x, y, z, \tau)$. Розрізняють стаціонарне температурне поле, коли температура у всіх точках простору не залежить від часу, і нестаціонарне, яке описує неусталений процес.

Закон Фур'є формулюється наступним чином: кількість переданої теплоти пропорційна часу, площі перерізу, перпендикулярного напрямку розповсюдження теплоти, і градієнту температури:

$$dQ_\tau = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \cdot dF \cdot d\tau,$$

де λ – коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнтом теплопровідності, є фізичним параметром і характеризує здатність заданої речовини проводити тепло. Коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює кількості теплоти, переданій в одиницю часу через одиничну поверхню при градієнті температур, рівному одиниці.

Диференціальне рівняння теплопровідності при постійних фізичних характеристиках має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 T + \frac{q_v}{c \cdot \rho},$$

де $a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності тіла, $\nabla^2 T$ – оператор Лапласа, який в залежності від геометрії тіла має різний вигляд.

В Декартовій системі координат:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

в циліндричній системі координат вираз $\nabla^2 T$ має вигляд:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2},$$

в сферичній системі координат:

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \psi} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sin \psi \cdot \frac{\partial T}{\partial \psi} \right).$$

3. РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

Формули для розрахунку температури та теплового потоку крізь стінки різної геометрії наведено в таблиці 1.1 за умов $\lambda = \text{const}$. На рис. 1–3 показано найпоширеніші схеми плоскої, циліндричної та сферичної стінок.

Залежність коефіцієнта теплопровідності речовини від температури подається лінійним рівнянням

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(T - T_0)],$$

де λ_0 – значення коефіцієнта теплопровідності речовини при $T_0 = 273,15$ К.

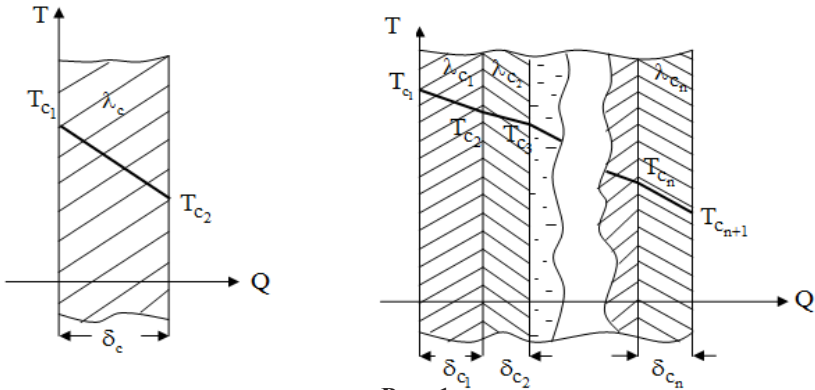


Рис. 1

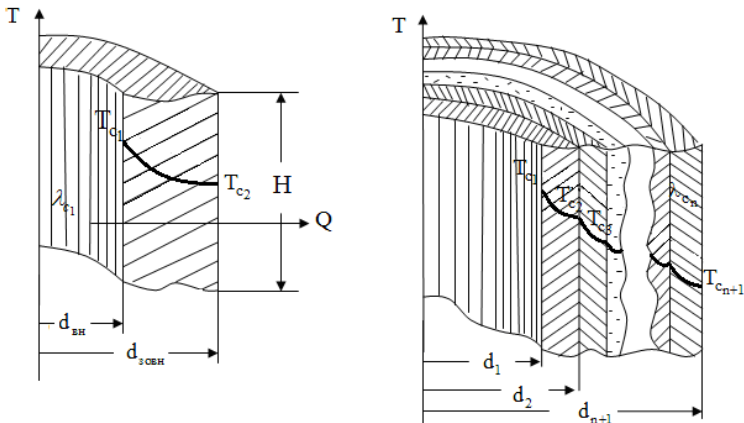


Рис. 2

Таблиця 1.1

Розрахункові співвідношення для процесів стаціонарної теплопровідності

Форма стінки та основні формули	Термічний опір	Питомий тепловий потік	Температура тепловіддавальної поверхні i – го шару n – шарової стінки	Еквівалентний коефіцієнт теплопровідності
Плоска стінка (рис. 1) $Q = \frac{\Delta T_c \cdot F}{R_c}$ $q = Q/F$ $R_c = \Delta T/q$	Одношарова $R_c = \frac{\delta_c}{\lambda_c}$	$q = (T_{c_1} - T_{c_2})/R_c = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (T_{c_1} - T_{c_2})$		
	Багатошарова $R_c = \sum_{i=1}^n R_{c_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{c_i}}{\lambda_{c_i}}$	$q = (T_{c_1} - T_{c_{n+1}}) / \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{c_i}}{\lambda_{c_i}}$	$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - q \sum_{k=1}^n R_{c_k} = T_{c_{n+1}} + q \sum_{k=i+1}^n R_{c_k}$	$\lambda_{c_{екв}} = \sum_{i=1}^n \delta_{c_i} / \sum_{i=1}^n \lambda_{c_i}$
Циліндрична стінка (рис. 2) $Q = \frac{1}{R_c} \Delta T_c \pi l$ $q_l = Q/l$ $R_c = \pi \Delta T_c / q_c$	Одношарова $R_l = \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{d_{зовн}}{d_{вн}}$	$q_l = \pi (T_{c_1} - T_{c_2}) / R_l = \frac{2\pi \lambda_c}{\ln(d_{зовн}/d_{вн})} (T_{c_1} - T_{c_2})$		
	Багатошарова $R_{lc} = \sum_{i=1}^n R_{l_{c_i}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}$	$q_l = \frac{\pi (T_{c_1} - T_{c_{n+1}})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$	$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - \frac{q_l}{\pi} \sum_{k=1}^n R_{l_{c_k}} = T_{c_{n+1}} + \frac{q_l}{\pi} \sum_{k=i+1}^n R_{l_{c_k}}$	$\lambda_{c_{екв}} = \frac{\ln(d_{n+1}/d_1)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_{c_i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}$

Закінчення табл. 1.1

Форма стінки та основні формули	Термічний опір	Питомий тепловий потік	Температура теплоізоляційної поверхні i – го шару n – шарової стінки	Еквівалентний коефіцієнт теплопровідності
Сферична стінка (рис. 3) $Q = q^* = \frac{\pi \Delta T_c}{R}$ $R^* = \frac{\pi \Delta T_c}{Q}$	Одношарова	$q^* = \pi (T_{c_1} - T_{c_2}) / R_c^* =$ $= 2\pi \lambda_c \left(\frac{d_{зовн} \cdot d_{вн}}{d_{зовн} - d_{вн}} \right) \cdot \Delta T_c$		
	Багатошарова	$q^* = \frac{\pi (T_{c_1} - T_{c_{n+1}})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_i}} \left(\frac{d_{i+1} - d_i}{d_{i+1} \cdot d_i} \right)}$	$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - \frac{q^*}{\pi} \sum_{k=1}^n R_{c_k}^* =$ $= T_{c_{n+1}} + \frac{q^*}{\pi} \sum_{k=i+1}^n R_{c_k}^*$	$\lambda_{c_{екв}} = \frac{(d_{n+1} - d_1) / (d_{n+1} \cdot d_1)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_{c_i}} \left(\frac{d_{i+1} - d_i}{d_{i+1} \cdot d_i} \right)}$

Примітка. Для багатшарових стінок приймається, що контакт між шарами ідеальний, температура стичних поверхонь двох шарів однакова.

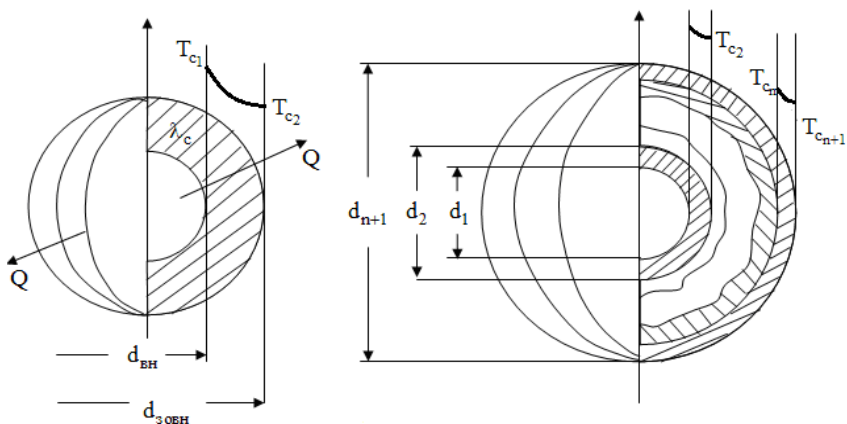


Рис. 3

У багатьох практично важливих розрахунках в вищеперерахованих процесах необхідно враховувати залежність коефіцієнту теплопровідності від температури. Найчастіше таку залежність представляють у вигляді лінійної функції. Тоді середньо інтегральне значення коефіцієнта теплопровідності обчислюється із співвідношення

$$\lambda_{см.ср.} = \frac{1}{T_{c1} - T_{c2}} \int_{T_{c2}}^{T_{c1}} \lambda(T) dT.$$

ПРИКЛАДИ

1–1. Використовуючи диференціальне рівняння стаціонарної теплопровідності, знайти рівняння температурного поля в плоскій стінці для одновимірної задачі за граничними умовами I роду та питомий тепловий потік.

Розв'язання. Диференціальне рівняння стаціонарної теплопровідності для одновимірного поля при $\lambda = const$ має такий вигляд:

$$d^2T/dX^2 = 0 \quad (1.1)$$

При першому інтегруванні рівняння маємо

$$dT/dX = C_1 \quad (1.2)$$

Після другого інтегрування одержуємо

$$T = C_1 X + C_2, \quad (1.3)$$

тобто температура в плоскій стінці змінюється за лінійним законом (при $\lambda = \text{const}$). Сталі інтегрування C_1 і C_2 визначаються за граничними умовами (рис. 4).

При $x = 0$: $T = T_{c_1}$, тому $C_2 = T_{c_1}$.

При $x = \delta_c$: $T = T_{c_2}$.
Тоді $T_{c_2} = C_1 \delta_c + T_{c_1}$, звідки
 $C_1 = (T_{c_2} - T_{c_1}) / \delta_c$.

Підставляючи значення C_1 і C_2 у рівняння (1.3) температурного поля, одержуємо:

$$T = T_{c_1} + \frac{T_{c_2} - T_{c_1}}{\delta_c} x,$$

$$\text{остаточно } T = T_{c_1} - \frac{T_{c_1} - T_{c_2}}{\delta_c} x.$$

Для визначення кількості теплоти, яке проходить через одиницю поверхні стінки в одиницю часу в напрямку осі x , скористаємося законом Фур'є:

$$q = -\lambda_c \frac{dT}{dx} \quad (1.4)$$

Отже,

$$\frac{dT}{dx} = C_1 = \frac{T_{c_2} - T_{c_1}}{\delta_c} \quad (1.5)$$

Підставляючи (1.5) у (1.4), дістаємо

$$q = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (T_{c_1} - T_{c_2}).$$

1–2. При накладанні двошарової ізоляції ($\lambda_2 = 0,04 + 0,00006(T - T_0)$) на плоску стінку при $t_c = 300^\circ\text{C}$ має бути досягнута температура зовнішньої поверхні ізоляції $t_{c3} = 40^\circ\text{C}$ при $q = 300 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Маючи на увазі, що температура другого шару ізоляції не повинна перевищувати 100°C , визначити товщину кожного із шарів ізоляції, а також еквівалентний коефіцієнт теплопровідності.

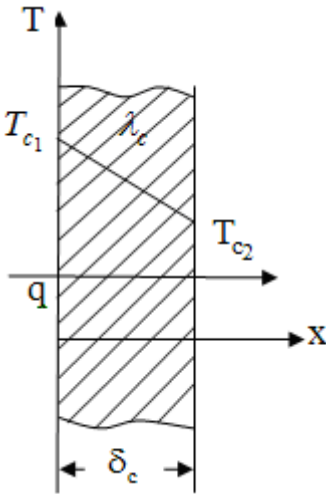


Рис. 4

Розв'язання. Дано: $T_{c_1} = 573\text{K}$, $T_{c_2} = 373\text{K}$, $T_{c_3} = 313\text{K}$ (рис. 5). Обчислимо середні коефіцієнти теплопровідності для першого та другого шарів ізоляції при максимальній температурі другого шару:

$$\begin{aligned}\lambda_{1cp} &= \frac{1}{\Delta T_c} \int_{T_{c_2}}^{T_{c_1}} \lambda(T) dT = \frac{1}{T_{c_1} - T_{c_2}} \int_{T_{c_2}}^{T_{c_1}} (0,135 + 0,00012(T - T_0)) dT = \\ &= 0,135 + \frac{0,00012}{2} (573 + 373) - 0,00012 \cdot 273 = 0,159 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{2cp} &= \frac{1}{(T_{c_2} - T_{c_3})} \int_{T_{c_3}}^{T_{c_2}} (0,04 + 0,00006(T - T_0)) dT = 0,04 + 0,00003 \cdot 686 - \\ &- 0,00006 \cdot 273 = 0,0442 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} .\end{aligned}$$

Слід відмітити, що в тих випадках, коли коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки лінійно залежить від температури, в якості λ_{cp} слід використовувати середньоарифметичну величину цього коефіцієнту, яка обчислена за допомогою його крайніх значень при температурах t_{c_1} і t_{c_2} .

Товщину першого шару ізоляції знаходимо з рівняння:

$$q = \frac{\lambda_{1cp}}{\delta_1} (T_{c_1} - T_{c_2}) ,$$

звідки

$$\delta_1 = \frac{\lambda_{1cp} (T_{c_1} - T_{c_2})}{q} = \frac{0,159 \cdot 200}{300} = 0,1 \text{ м} .$$

При стаціонарному режимі питомий тепловий потік для кожного шару є величиною стала, тому товщину другого шару ізоляції також знайдемо з рівняння:

$$q = \frac{\lambda_{2cp}}{\delta_2} (T_{c_2} - T_{c_3}) ,$$

звідки

$$\delta_2 = \frac{\lambda_{2cp} (T_{c_2} - T_{c_3})}{q} = \frac{0,0442 \cdot 60}{300} = 0,009 \text{ м} .$$

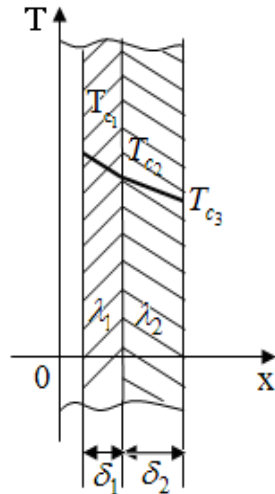


Рис. 5

Обчислюємо еквівалентний коефіцієнт теплопровідності:

$$\lambda_{i3,екв} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_{1cp}} + \frac{\delta_2}{\lambda_{2cp}}} = \frac{0,1 + 0,009}{\frac{0,1}{0,159} + \frac{0,009}{0,0442}} = 0,13 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}.$$

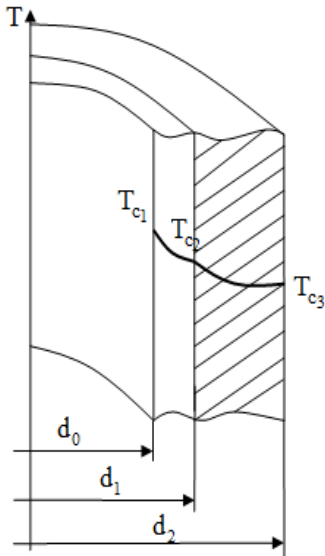


Рис. 6

1–3. Визначити коефіцієнт теплопровідності ізоляційного матеріалу, що покриває циліндричний кожух діаметром $d_1 = 1,2$ м (рис. 6), якщо при товщині ізоляції $\delta_{i3} = 0,2$ м, $T_{c2} = 773$ К та $T_{c3} = 313$ К, лінійний тепловий потік $q_l = 1520$ Вт/м.

Яка буде при цьому температура внутрішньої поверхні кожуха T_{c1} , якщо товщина його $\delta_k = 0,02$ м і коефіцієнт теплопровідності $\lambda_k = 50$ Вт/м·К?

Розв'язання. Розрахункові співвідношення для циліндричної стінки встановлюють таку залежність лінійного теплового потоку від термічного опору стінки:

$$q_l = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{i3} (T_{c2} - T_{c3})}{\ln(d_2 / d_1)},$$

де $d_2 = d_1 + 2\delta_{i3} = 1,2 + 0,4 = 1,6$ м,
звідки

$$\lambda_{i3} = \frac{q_l \cdot \ln(d_2 / d_1)}{2 \cdot \pi \cdot (T_{c2} - T_{c3})} = \frac{1520 \cdot \ln(1,6 / 1,2)}{6,28 \cdot 460} = 0,15 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}.$$

Температуру внутрішньої поверхні кожуха можна знайти із співвідношення:

$$T_{c1} = T_{c2} + q_l \cdot R_{lk} = T_{c2} + q_l \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_k} \ln \frac{d_1}{d_0},$$

де $d_0 = d_1 - 2\delta_k = 1,2 - 0,04 = 1,16$ м.

$$T_{c1} = 773 + 1520 \frac{1}{0,28 \cdot 50} \ln \left(\frac{1,2}{1,16} \right) = 773,16 \text{ К}.$$

Рівність температур зовнішньої і внутрішньої поверхонь кожуха зумовлена малим термічним опором стінки кожуха.

1–4. Після нанесення на порожнисту кулю (рис. 7) зовнішнім діаметром $d_2 = 1,2$ м при $t_{c_2} = 180$ °С шару ізоляції завтовшки $\delta_{i_1} = 0,1$ м, коефіцієнт теплопровідності якої $\lambda_{i_1} = 0,15$ Вт/м·К, температура її зовнішньої поверхні t_{c_3} дорівнювала 80°С. Якою має бути товщина другого шару ізоляції при $\lambda_{i_2} = 0,06$ Вт/м·К, щоб температура t_{c_4} при тій самій тепловій втраті дорівнювала 40 °С? Визначити $\lambda_{екв}$ двохшарової ізоляції.

Розв’язання. Визначаємо тепловий потік крізь сферичну стінку:

$$Q = q^* = \frac{\pi (T_{c_2} - T_{c_3})}{R_{c_2}^*},$$

$$\text{де } R_{c_2}^* = R_{i_1}^* = \frac{1}{2\lambda_{i_1}} \cdot \frac{d_3 - d_2}{d_3 \cdot d_2};$$

$$\text{де } d_3 = d_2 + 2\delta_{i_1} = 1,2 + 0,2 = 1,4 \text{ м.}$$

Термічний опір першого шару ізоляції

$$R_{i_1} = \frac{1}{2 \cdot 0,15} \cdot \frac{1,4 - 1,2}{1,4 \cdot 1,2} = 0,396 \text{ К/Вт,}$$

а тепловий потік

$$q^* = \frac{(453 - 353) \cdot 3,14}{0,396} = 793 \text{ Вт.}$$

Товщину другого шару ізоляції можна знайти так:

$$R_{i_2} = \frac{\pi (T_{c_3} - T_{c_4})}{q^*} = \frac{1}{2\lambda_{i_2}} \cdot \frac{d_4 - d_3}{d_4 \cdot d_3}.$$

Підставляючи відомі величини,

$$R_{i_2} = \frac{1}{2 \cdot 0,06} \cdot \frac{d_4 - 1,4}{d_4 \cdot 1,4} = \frac{(353 - 313) \cdot 3,14}{793} = 0,157,$$

звідки $d_4 = 1,44$ м.

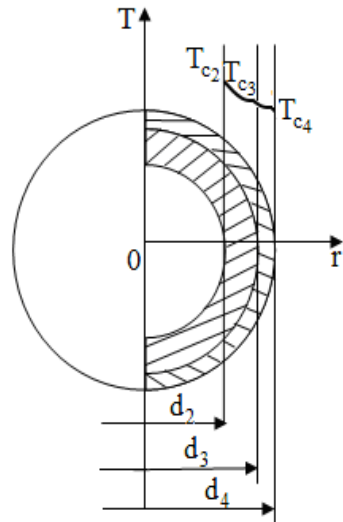


Рис. 7

Шукана товщина ізоляційного шару

$$\delta_{i3_2} = \frac{d_4 - d_3}{2} = \frac{1,44 - 1,4}{2} = 0,02 \text{ м.}$$

Обчислюємо еквівалентний коефіцієнт теплопровідності:

$$\lambda_{екв} = \frac{(d_4 - d_1)/(d_4 \cdot d_1)}{2 \sum_{i=1}^n R_{i3_i}^*} = \frac{(1,44 - 1,2)/(1,44 \cdot 1,2)}{2(0,396 + 0,157)} = 0,125 \text{ Вт/м} \cdot \text{К.}$$

1–5. Знайти співвідношення для визначення температур на межі стикання будь-яких двох сусідніх шарів багат шарової плоскої стінки, якщо відомі: питомий тепловий потік, товщини і коефіцієнти теплопровідності кожного шару, температури зовнішніх поверхонь.

Розв'язання. Для заданих температур зовнішніх поверхонь, а також товщин і коефіцієнтів теплопровідності багат шарової плоскої стінки можна скласти систему рівнянь

$$\begin{cases} q = \lambda_{c_1} (T_{c_1} - T_{c_2}) / \delta_{c_1}; \\ q = \lambda_{c_2} (T_{c_2} - T_{c_3}) / \delta_{c_2}; \\ \dots\dots\dots \\ q = \lambda_{c_n} (T_{c_n} - T_{c_{n+1}}) / \delta_{c_n}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Із рівняння (1.6) визначаємо температурні натиски у кожному шарі:

$$\begin{cases} T_{c_1} - T_{c_2} = q \delta_{c_1} / \lambda_{c_1}; \\ T_{c_2} - T_{c_3} = q \delta_{c_2} / \lambda_{c_2}; \\ \dots\dots\dots \\ T_{c_n} - T_{c_{n+1}} = q \delta_{c_n} / \lambda_{c_n}. \end{cases} \quad (1.7)$$

Використовуючи рівняння (1.7), записуємо співвідношення для температур на межі стику двох сусідніх шарів:

$$\begin{aligned} T_{c_2} &= T_{c_1} - q \delta_{c_1} / \lambda_{c_1}, \\ T_{c_3} &= T_{c_2} - q \delta_{c_2} / \lambda_{c_2}, \end{aligned}$$

або

$$T_{c_3} = T_{c_1} - q \left(\frac{\delta_{c_1}}{\lambda_{c_1}} + \frac{\delta_{c_2}}{\lambda_{c_2}} \right).$$

Тоді за аналогією

$$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - q \sum_{k=1} \delta_{ik} / \lambda_{ck} . \quad (1.8)$$

Якщо за відому температуру взяти $T_{c_{n+1}}$, рівняння (1.7) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} T_{c_n} &= T_{c_{n+1}} + q \delta_{c_n} / \lambda_{c_n}, \\ T_{c_{n-1}} &= T_{c_n} + q \delta_{c_{n-1}} / \lambda_{c_{n-1}}, \end{aligned}$$

або

$$T_{c_{n-1}} = T_{c_{n+1}} + q \left(\frac{\delta_{c_{n-1}}}{\lambda_{c_{n-1}}} + \frac{\delta_{c_n}}{\lambda_{c_n}} \right).$$

За аналогією маємо

$$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - q \sum_{k=i+1}^n \delta_{ck} / \lambda_{ck}. \quad (1.9)$$

Співвідношення (1.8) та (1.9) дають відповідь на задачу.

1–6. Довгий суцільний циліндр радіусом r_0 має сталий коефіцієнт теплопровідності λ . Інтенсивність внутрішнього тепловиділення в одиниці об'єму циліндра $q_v = A \cdot r$. Поверхня циліндра має сталу температуру T_{c_1} . Знайти співвідношення стаціонарного поля температури в циліндрі.

Розв'язання. Диференціальне рівняння у цьому випадку має вигляд

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (1.10)$$

Граничні умови:

при $r = 0 : \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=0} = 0;$ (1.11)

при $r = r_0 : T = T_{c_1}.$ (1.12)

Робимо заміну $dT/dr = u$. Тоді, враховуючи, що $q_v = A \cdot r$, рівняння (1.10) запишеться так:

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \frac{A \cdot r}{\lambda} = 0, \quad (1.13)$$

або

$$r \cdot du + u \cdot dr + \frac{A}{\lambda} \cdot r^2 \cdot dr = 0. \quad (1.14)$$

Після інтегрування (1.14) одержуємо

$$u \cdot r + \frac{A \cdot r^3}{3\lambda} = C_1, \quad (1.15)$$

або

$$u + \frac{A \cdot r^2}{3 \cdot \lambda} = \frac{C_1}{r};$$

$$\frac{dT}{dr} + \frac{A \cdot r^2}{3 \cdot \lambda} = \frac{C_1}{r}. \quad (1.16)$$

Після інтегрування рівняння (1.16) маємо

$$T = -\frac{A \cdot r^3}{9 \cdot \lambda} + C_1 \cdot \ln r + C_2. \quad (1.17)$$

Сталі величини C_1 і C_2 знайдемо із граничних умов. Використовуючи граничну умову (1.11), дістаємо, що $C_1 = 0$. За умовою (1.12) знайдемо C_2 :

$$T_{c_1} = -\frac{A \cdot r_0^3}{9 \cdot \lambda} + C_2,$$

звідки

$$C_2 = T_{c_1} + \frac{A \cdot r_0^3}{9 \cdot \lambda}.$$

Підставляючи значення C_1 і C_2 у рівняння (1.17), одержуємо остаточно співвідношення для стаціонарного поля температури в циліндрі:

$$T = T_{c_1} + \frac{A \cdot r_0^3}{9 \cdot \lambda} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^3 \right].$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1-7. Використовуючи вираз оператора Лапласа в циліндричних координатах, показати, що рівняння температурного поля в циліндричній стінці для одновимірної задачі $T = f(d)$, $\lambda_c = \text{const}$ при граничних умовах I роду має вигляд

$$T_c = T_{c_2} - \frac{T_{c_1} - T_{c_2}}{\ln(d_2/d_1)} \ln \frac{d}{d_2}.$$

1-8. Показати, що температурне поле в одношаровій сферичній стінці ($\lambda_c = \text{const}$) при граничних умовах I роду виражається рівнянням

$$T_c = T_{c_1} - \frac{T_{c_1} - T_{c_2}}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d} \right).$$

1-9. При накладанні на плоску стінку ($T_c = 573\text{K}$) шару теплової ізоляції завтовшки 100мм з коефіцієнтом теплопровідності λ_{iz} температура на поверхні ізоляції дорівнювала 365 К. На скільки треба збільшити товщину ізоляції, щоб при тих самих теплових втратах температура на її поверхні досягла 313 К? Яке має бути відносне значення коефіцієнта теплопровідності іншого ізоляційного матеріалу, щоб при збереженні початкової товщини шару температура його поверхні стала дорівнювати 313 К?

Відповідь: $\Delta\delta_{iz} = 0,025\text{м}$; $\lambda_2 = 0,8 \cdot \lambda_1$.

1-10. Стіна із силікатної цегли товщиною 250 мм має з одного боку -30°C , а з іншого $+20^\circ\text{C}$. Знайти щільність теплового потоку крізь стіну та глибину її промерзання до 0°C .

Відповідь: $q = 164\text{Вт/м}^2$; $\delta = 0,15\text{м}$.

1-11. Знайти співвідношення для визначення лінійного теплового потоку та температури на поверхні стику i -го та $i+1$ -го шарів n -шарової циліндричної стінки, якщо відомі діаметри і коефіцієнти теплопровідності кожного шару, температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь стінки.

$$\text{Відповідь: } q_l = \frac{\pi(T_{c_1} - T_{c_{n+1}})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{ci}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}};$$

$$T_{c_{i+1}} = T_{c_1} - \frac{q_l}{2\pi} \cdot \left(\sum_{k=1}^i \frac{1}{2\lambda_{ck}} \ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \right).$$

1-12. Паропровід ($d_{\text{зовн}} = 160\text{мм}$) при температурі поверхні труби $t_{c_2} = 300^\circ\text{C}$ покритий двома шарами ізоляції. Матеріал першого шару совеліт товщиною $\delta_{c_1} = 30\text{мм}$; матеріал другого шару пінопласт товщиною $\delta_{c_2} = 40\text{мм}$. Температура зовнішньої поверхні ізоляції $t_{c_4} = 40^\circ\text{C}$.

Визначити лінійний тепловий потік q_l та проміжну температуру на межі шарів ізоляції t_{c_3} . Обчислити еквівалентний коефіцієнт теплопровідності ізоляції.

Відповідь: $q_l = 160$ Вт/м; $t_{c_3} = 198^\circ\text{C}$; $\lambda_{\text{екв}} = 0,061$ Вт/м·К.

1-13. Плоска стінка з температурою 400°C ізолювана пінопластом так, щоб втрати теплоти не перевищували 450 Вт/м², а температура зовнішньої поверхні не перевищувала 43°C . Знайти товщину ізоляції.

Відповідь: $\delta = 0,23$ м.

1-14. Визначити втрати теплоти крізь двошарову ізоляцію сферичного апарату з зовнішнім діаметром $d_{\text{зовн}} = 1$ м і проміжну температуру на стику шарів при граничних температурах ізоляції 473 К та 303 К, якщо відомо, що перший шар – асбослюда товщиною $\delta_{i_{31}} = 0,12$ м, другий шар – совеліт товщиною $\delta_{i_{32}} = 0,05$ м.

Відповідь: $q^* = 621$ Вт; $T_{c_2} = 377$ К.

1-15. Шар льоду на річці має товщину 500 мм і температуру на нижній та верхній поверхнях $T_{c_1} = 273$ К і $T_{c_2} = 263$ К. Визначити питомий потік крізь лід.

Відповідь: $q = 44$ Вт/м².

1-16. Як зміниться результат задачі 1-14 у випадку, коли лід покритий шаром снігу завтовшки 500 мм. Температури нижньої поверхні льоду та верхньої поверхні снігу дорівнюють відповідно $T_{c_1} = 273$ К і $T_{c_3} = 263$ К.

Відповідь: $q = 6,77$ Вт/м².

1-17. Визначити втрати теплоти q крізь цегляний обмурок нагрівальної печі, якщо товщина обмурку $\delta = 360$ мм, коефіцієнт теплопровідності цегли $\lambda = 0,4 \left[1 + 1 \cdot 10^{-3} (T - 273\text{K}) \right]$ Вт/м·К та температури поверхонь обмурку $T_{c_1} = 1073$ К і $T_{c_2} = 323$ К.

Відповідь: $q = 1225$ Вт/м².

1-18. Залізобетонна димова труба ($d_2 = 0,8$ м; $d_3 = 1,3$ м) покрита з внутрішньої сторони шаром вогнетривкої цегли. Визначити товщину шару вогнетривкої цегли і температуру зовнішньої поверхні труби t_{c_3} при умові, щоб втрати теплоти не перевищували $q_l = 2000$ Вт/м, а найбільші температури цегли та бетону не перевищували $t_{c_1} = 425^\circ\text{C}$ і $t_{c_2} = 200^\circ\text{C}$.

Відповідь: $\delta = 0,12$ м; $t_{c_3} = 59^\circ\text{C}$.

1-19. Трубопровід, виготовлений з вуглецевої сталі ($d_1 = 0,1$ м; $d_2 = 0,11$ м; $T_{c_1} = 523$ К) покритий двома шарами теплової ізоляції однакової товщини ($\delta = 0,05$ м; $\lambda_2 = 0,06$ Вт/м·К; $\lambda_3 = 0,12$ Вт/м·К). Визначити втрати теплоти q_l та температуру T_{c_3} на межі стику (стикання) цих шарів. Повторити ці розрахунки при умові, що ізоляція першого шару встановлена на місце другого, і навпаки. Тем-

пература T_{c_4} на зовнішній поверхні в обох випадках однакова і дорівнює 323 К.

Відповідь: 1) $q_l = 89 \text{ Вт/м}$; $T_{c_3} = 369 \text{ К}$; 2) $q_l = 105 \text{ Вт/м}$; $T_{c_3} = 424 \text{ К}$.

1-20. Трубопровід покритий двошаровою тепловою ізоляцією (рис. 8).

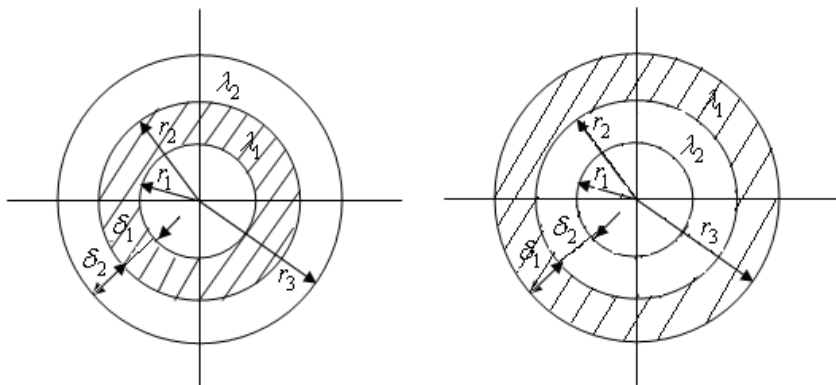


Рис. 8

Задані її розміри r_1 , δ_1 , r_3 , δ_2 та коефіцієнти теплопровідності λ_1 , λ_2 . У скільки разів зміняться втрати теплоти q_l трубопроводу, якщо шари ізоляції поміняти місцями, залишаючи температури T_{c_1} і T_{c_3} внутрішньої та зовнішньої поверхонь двошарової ізоляції без змін.

Відповідь:
$$\frac{q_{l1}}{q_{l2}} = \frac{\ln \frac{\lambda_1 \sqrt{1 + \delta_1/r_1}}{\lambda_2 \sqrt{1 - \delta_2/r_3}}}{\ln \frac{\lambda_2 \sqrt{1 + \delta_2/r_1}}{\lambda_1 \sqrt{1 - \delta_1/r_3}}}.$$

1-21. У приладі для визначення коефіцієнта теплопровідності рідини методом «нагрітої нитки» залита вода під тиском (рис. 9).

Обчислити коефіцієнт теплопровідності λ_1 та середню температуру t_{cp} води, яка знаходиться в цьому приладі між платиновою ниткою та стінками кварцової трубки, якщо відомі такі величини: діаметр нитки $d_1 = 0,1 \text{ мм}$; довжина нитки $l = 100 \text{ мм}$; температура нитки $t_{c1} = 221^\circ \text{C}$; внутрішній та зовнішній діаметри кварцової трубки $d_2 = 0,7 \text{ мм}$, $d_3 = 2,7 \text{ мм}$; температура зовнішньої поверхні

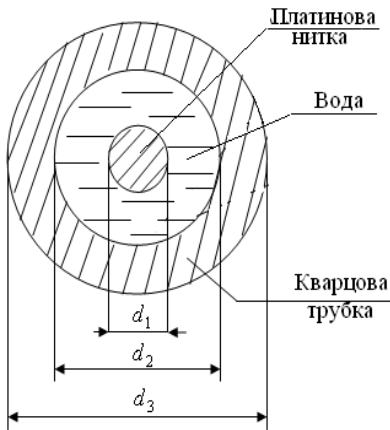


Рис. 9

кварцової трубки $t_{c3} = 206^\circ\text{C}$; витрати теплоти крізь кільцевий шар води $Q = 2,16$ Вт.

Відповідь: $\lambda_1 = 0,577$ Вт/м·К; $t_{cp} = 215^\circ\text{C}$.

1-22. Реактор у вигляді кулі з внутрішнім діаметром $d_1 = 1$ м має спільну товщину стінки з шаром ізоляції $\delta = 65$ мм і еквівалентним коефіцієнтом теплопровідності $\lambda_{екв} = 1,05$ Вт/м·К. Визначити питоме теплове навантаження внутрішньої та зовнішньої поверхонь стінки реактора, якщо температура внутрішньої поверхні $t_{c1} = 160^\circ\text{C}$, а зовнішньої – $t_{c2} = 60^\circ\text{C}$.

Відповідь: $q_{вн} = Q/\pi d_1^2 = 1490$ Вт/м²;
 $q_{зовн} = Q/\pi d_2^2 = 1175$ Вт/м².

1-23. Алюмінієвий дріт $d = 3$ мм покритий гумовою ізоляцією завтовшки 1,2 мм. Визначити допустиму силу електричного струму для цього проводу, якщо температура з зовнішнього боку ізоляції $T_c = 318$ К, а максимальна температура з внутрішнього боку ізоляції не повинна перевищувати 338 К. Електричний опір алюмінієвого дроту $R = 0,00397$ Ом/м.

Відповідь: $I = 96,96$ А.

1-24. Розрахувати товщину ізоляції, яка має на поверхнях 600°C і 400°C , якщо допустимі втрати теплоти 336 Вт/м², коефіцієнт теплопровідності $\lambda = (0,11 + 0,000065 \cdot t)$ Вт/м·К. Розрахувати температуру на товщині 50 мм.

Відповідь: $\delta = 0.085$ м, $T_c|_{50\text{ мм}} = 482^\circ\text{C}$.

1-25. Електричний струм силою $I = 200$ А пропускається крізь провід з нержавіючої сталі діаметром $d = 2$ мм і довжиною $l = 1$ м. Електричний опір проводу $R_0 = 0,125$ Ом. Температура поверхні проводу $t_{c1} = 150^\circ\text{C}$.

1. Знайти визначальне рівняння для стаціонарного поля температури $T(r)$ у проводі.

2. Визначити граничні умови.
3. Розв'язати диференціальне рівняння.
4. Визначити температуру на осі проводу.

Відповідь: $T(0)=469,8$ К.

1-26. Плоска стінка завтовшки δ має сталий коефіцієнт теплопровідності λ . Температури поверхонь $T(0) = T_{c_1}$, $T(\delta) = T_{c_2}$. Інтенсивність внутрішнього тепловиділення в одиниці об'єму стінки змінюється за законом $q_v = Bx^2$. Визначити такі величини:

- 1) стаціонарне розподілення температури $T(x)$;
- 2) координату площини (плоскості) максимальної температури;
- 3) питомий тепловий потік на поверхні $x = \delta$.

Відповідь:

$$1) \quad T = T_{c_1} + \frac{x}{\delta}(T_{c_2} - T_{c_1}) + \frac{B \cdot \delta^3 \cdot x}{12 \cdot \lambda} \left[1 - \left(\frac{x}{\delta} \right)^3 \right];$$

$$2) \quad x = \left[\frac{3 \cdot \lambda}{B \cdot \delta} (T_{c_2} - T_{c_1}) + \frac{\delta^3}{4} \right]^{1/3};$$

$$3) \quad q_{x=\delta} = \frac{B \cdot \delta^3}{4} - \frac{\lambda}{\delta} (T_{c_2} - T_{c_1}).$$

1-27. Крізь стержень $d = 10$ мм, виготовлений з нержавіючої сталі, пропускають електричний струм силою $I = 200$ А. Усе тепло, яке виділяється у стержні, відводиться крізь його зовнішню поверхню. Визначити об'ємну продуктивність джерел теплоти та максимальну температуру стержня, якщо температура поверхні стержня $T_c = 323$ К, питомий електричний опір $\rho = 0,85$ Ом·мм²/м.

Відповідь: $q_v = 5,51 \cdot 10^6$ Вт/м³; $T_{\max} = 324,85$ К.

1-28. Тепловиділяючий елемент ядерного реактора діаметром $d = 14$ мм має об'ємну продуктивність теплоти $q_v = 4,86 \cdot 10^8$ Вт/м³. Визначити максимальну температуру і питомий тепловий потік на поверхні тепловиділяючого елемента, якщо стержень виготовлений з бронзи, а температура на поверхні $T_c = 2223$ К.

Відповідь: $q_s = 17,1 \cdot 10^5$ Вт/м²; $T_{\max} = 2316,5$ К.

РОЗДІЛ 2 | ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ СТАЦІОНАРНОМУ РЕЖИМІ

1. ПОЗНАЧЕННЯ ТА РОЗМІРНОСТІ

T_1 або t_1 – температура гарячого (тепловіддаючого) середовища, К або $^{\circ}\text{C}$;

T_2 або t_2 – температура холодного (теплосприймального) середовища, К або $^{\circ}\text{C}$;

α_1 – коефіцієнт тепловіддачі від гарячого середовища до стінки, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$;

α_2 – коефіцієнт тепловіддачі від стінки до холодного середовища, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$;

R_1 ; R_2 – термічні опори тепловіддачі на відповідних поверхнях плоскої стінки, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$;

R_{l1} ; R_{l2} – те ж для циліндричної стінки, $\text{м}\cdot\text{К}/\text{Вт}$;

R_1^* ; R_2^* – те ж для сферичної стінки, $\text{К}/\text{Вт}$;

R ; R_l ; R^* – термічні опори теплопередачі відповідно для плоскої, циліндричної та сферичної стінок;

k – коефіцієнт теплопередачі для плоскої стінки, $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot\text{К}$;

k_l – те ж для циліндричної стінки, $\text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$;

k^* – те ж для сферичної стінки, $\text{Вт}/\text{К}$;

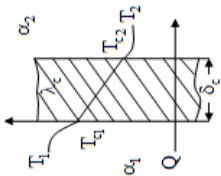
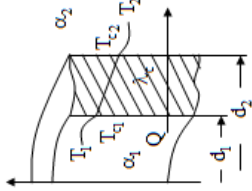
Решта позначень наведена у першому розділі посібника.

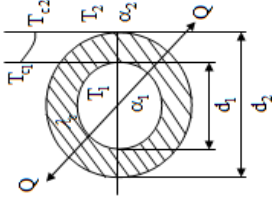
2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Теплопередача – фізичний процес передачі теплової енергії від одного середовища до іншого середовища через стінку, що їх розділяє.

Коефіцієнт теплопередачі k , показує яка кількість теплоти переходить в одиницю часу від більш нагрітого до менш нагрітого теплоносія через 1 м^2 теплообмінної поверхні при різниці температур між теплоносіями 1 К . В таблиці 2.1 приведені формули для обчислення коефіцієнту теплопередачі для плоскої, циліндричної та сферичної стінок.

Таблиця 2.1
 Розрахункові співвідношення для процесів стаціонарної теплопередачі при одношаровій стінці

Форма стінки	Основні формули	Термічний опір (питомий)	Питомий тепловий потік
Плоска стінка 	$Q = KF(T_1 - T_2)$ $k = \frac{1}{R}; q = Q/F$ $q = k(T_1 - T_2) = \frac{1}{R}(T_1 - T_2)$	$R = \frac{T_1 - T_2}{q} = \frac{1}{k}$ $R = R_1 + R_c + R_2 =$ $= \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}$	$q = \alpha_1(T_1 - T_{c1}) = \frac{\lambda_c}{\delta_c}(T_{c1} - T_{c2}) =$ $= \alpha_2(T_{c2} - T_2)$ $q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}}$
Циліндрична стінка 	$Q = k_l \cdot l \cdot \pi(T_1 - T_2)$ $k_l = \frac{1}{R_l}; q_l = \frac{Q}{l}$ $q_l = k_l \cdot \pi \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{R_l}$	$R_l = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{q_l} = \frac{1}{k_l}$ $R_l = R_{l1} + R_{lc} + R_{l2} =$ $= \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{\delta_c}{2\lambda_c} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}$	$q_l = \alpha_1 \pi d_1 (T_1 - T_{c1}) = \frac{2\pi \lambda_c}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \times$ $\times (T_{c1} - T_{c2}) = \alpha_2 \pi d_2 (T_{c2} - T_2)$ $q_l = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right)}$

Форма стінки	Основні формули	Термічний опір (питомий)	Питомий тепловий потік
Сферична стінка	 $Q = k^* \cdot \pi \cdot (T_1 - T_2)$ $k^* = \frac{1}{R^*}; q^* = \frac{Q}{R^*}$ $q^* = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{R^*}$	$R^* = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{q^*} = \frac{1}{k^*}$ $R^* = R_1^* + R_c^* + R_2^* =$ $= \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda_c} \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}$	$q^* = \alpha_1 \pi d_1^2 (T_1 - T_{c_1}) = \alpha_2 \pi d_2^2 \times$ $\times (T_{c_2} - T_2) = \frac{2\pi\lambda_c}{d_2 - d_1} d_2 \cdot d_1 (T_{c_1} - T_{c_2})$ $q^* = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda_c} \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} \right)}$

Практично важливою задачею теплопередачі є розрахунок зменшення теплових втрат, яке досягається за рахунок використання теплоізоляційних матеріалів (гума, пінопласт та інші). При цьому має місце таке поняття, як критичний діаметр ізоляції $d_{кр.із} = \frac{2\lambda_{із}}{\alpha_2}$. Якщо $d_{кр} > d_2$, то використання такої ізоляції призведе до того, що при збільшенні товщини ізоляції спостерігатиметься збільшення теплових втрат. Тобто деякий шар теплової ізоляції не виправдає свого призначення. Тобто, для ефективної роботи теплової ізоляції необхідно, щоб $d_{кр.із} \leq d_2$.

3. Розрахункові співвідношення для процесів стаціонарної теплопередачі крізь різні форми одношарових стінок наведені у таблиці 2.1.

4. Для багатшарової стінки вирази термічних опорів мають вигляд (рис. 10):

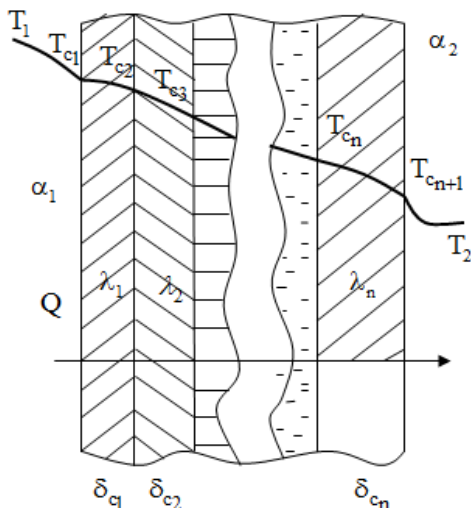


Рис. 10

$$R = R_1 + \sum_{i=1}^n R_{c_i} + R_2 = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_{c_i}}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_2},$$

$$R_l = R_{l1} + \sum_{i=1}^n R_{l_{c_i}} + R_{l2} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_i}} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}},$$

$$R^* = R_1^* + \sum_{i=1}^n R_{c_i}^* + R_2^* = \frac{1}{\alpha_2 d_2^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_i}} \frac{d_{i+1} - d_i}{d_{i+1} \cdot d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{n+1}^2}.$$

Температура поверхонь стінок обчислюється із співвідношень:
– для плоскої стінки

$$T_{c_{i+1}} = T_1 - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{k=1}^i \frac{\delta_{c_k}}{\lambda_{c_k}} \right) = T_2 + q \left(\frac{1}{\alpha_2} + \sum_{k=i+1}^n \frac{\delta_{c_k}}{\lambda_{c_k}} \right);$$

– для циліндричної стінки

$$\begin{aligned} T_{c_{i+1}} &= T_1 - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{k=1}^i \frac{1}{2\lambda_{c_k}} \ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \right) = \\ &= T_2 + \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} + \sum_{k=i+1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_k}} \ln \frac{d_{k+1}}{d_k} \right); \end{aligned}$$

– для сферичної стінки

$$\begin{aligned} T_{c_{i+1}} &= T_1 - \frac{q^*}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \sum_{k=1}^i \frac{1}{2\lambda_{c_k}} \frac{d_{k+1} - d_k}{d_{k+1} \cdot d_k} \right) = \\ &= T_2 + \frac{q^*}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}^2} + \sum_{k=i+1}^n \frac{1}{2\lambda_{c_k}} \frac{d_{k+1} - d_k}{d_{k+1} \cdot d_k} \right). \end{aligned}$$

ПРИКЛАДИ

2-1. Для цегляної стіни завдовжки 15 м, заввишки 6 м та завтовшки 250 м при температурах поверхонь стінки $T_{c_1} = 393$ К і $T_{c_2} = 293$ К знайдено тепловий потік $Q = 21600$ Вт. Визначити значення коефіцієнтів α_1 , α_2 , λ_c , k і R , якщо $T_1 = 398$ К і $T_2 = 273$ К.

Розв'язання. Знаходимо площину поверхні стіни:

$$F = h \cdot l = 15 \cdot 6 = 90 \text{ м}^2.$$

Тоді питомий тепловий потік

$$q = Q/F = 21600 / 90 = 240 \text{ Вт/м}^2.$$

Коефіцієнт тепловіддачі α_1 знайдемо із співвідношення

$$q = \alpha_1 (T_1 - T_{c_1}); \alpha_1 = q / (T_1 - T_{c_1}) = 240 / 5 = 48 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}.$$

Аналогічно обчислюємо коефіцієнт α_2 :

$$\alpha_2 = q / (T_{c_2} - T_2) = 240 / (293 - 273) = 240 / 20 = 12 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}.$$

Коефіцієнт теплопровідності цегли знайдено із співвідношення

$$q = \frac{\lambda_c}{\delta_c} (T_{c_1} - T_{c_2}); \lambda_c = \frac{q \cdot \delta_c}{T_{c_1} - T_{c_2}} = \frac{240 \cdot 0,25}{393 - 293} = 0,6 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}.$$

Термічний опір теплопередачі для плоскої стінки можна обчислити як

$$R = (T_1 - T_2) / q \text{ або } R = R_1 + R_c + R_2 = 1 / \alpha_1 + \delta_c / \lambda_c + 1 / \alpha_2.$$

За першим способом

$$R = 125 / 240 = 0,52 \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт};$$

за другим –

$$R = \frac{1}{48} + \frac{0,25}{0,6} + \frac{1}{12} = 0,52 \text{ К}\cdot\text{м}^2/\text{Вт}.$$

І, нарешті, коефіцієнт теплопередачі визначаємо як обернене число до коефіцієнта термічного опору:

$$k = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,52} = 1,92 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$$

2-2. Визначити питоме теплове навантаження і температуру сталюї стінки парового котла при $\delta_c = 10$ мм та $\lambda_c = 40$ Вт/м·К, якщо $T_1 = 1273$ К і $T_2 = 523$ К, а коефіцієнти тепловіддачі становлять $\alpha_1 = 40$ Вт/м²·К та $\alpha_2 = 5000$ Вт/м²·К.

Як зміняться результати, якщо з боку киплячої води стінка вкрита шаром накипу $\delta_n = 3$ мм і $\lambda_n = 0,25$ Вт/м·К.

Розв'язання. Розрахунок проведено за формулами для плоскої стінки.

1. Для чистої сталюї стінки дістаємо:

$$R_1 = 1 / \alpha_1 = 1 / 40 = 0,025 \text{ м}^2\cdot\text{К/Вт};$$

$$R_c = \delta_c / \lambda_c = 0,01 / 40 = 0,00025 \text{ м}^2\cdot\text{К/Вт};$$

$$R_2 = 1 / \alpha_2 = 1 / 5000 = 0,0002 \text{ м}^2\cdot\text{К/Вт}.$$

Тоді

$$R = R_1 + R_c + R_2 = 0,02545 \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}$$

і питоме теплове навантаження

$$q = \frac{T_1 - T_2}{R} = \frac{1273 - 523}{0,02545} = 29500 \text{ Вт/м}^2.$$

Температура зовнішньої поверхні сталльної стінки котла

$$T_{c_1} = T_1 - \frac{q}{\alpha_1} = 1273 - \frac{29500}{40} = 535,5 \text{ К.}$$

Температура внутрішньої поверхні котла

$$T_{c_2} = T_2 + \frac{q}{\alpha_2} = 523 + \frac{29500}{5000} = 528,9 \text{ К.}$$

2. При наявності накипу дістаємо

$$R_n = \frac{\delta_n}{\lambda_n} = \frac{0,003}{0,25} = 0,012 \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт},$$

термічний опір у цьому випадку

$$R' = R + R_n = 0,02545 + 0,012 = 0,03745 \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт},$$

а питомий тепловий потік

$$q' = \frac{T_1 - T_2}{R'} = \frac{750}{0,03745} = 20000 \text{ Вт/м}^2,$$

тобто тепловий потік зменшується на 32 %. Температури сталльної стінки котла (зовнішньої поверхні та на межі стику сталльної поверхні з накипом) знайдемо із співвідношень:

$$T_{c_1} = T_1 - \frac{q'}{\alpha_1} = 1273 - \frac{20000}{40} = 773 \text{ К},$$

$$T_{c_2} = T_2 + q' \left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right) = 523 + 20000 (0,0002 + 0,012) = 767 \text{ К.}$$

Як бачимо, наявність накипу знижує продуктивність котла, крім того, підвищує температуру металу стінки котла, що в експлуатаційних умовах дуже небезпечно, тому що котел може прогоріти.

2-3. Стальний трубопровід (рис. 11) ($\lambda_c = 50 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$) для гарячого дуття ($t_1 = 600^\circ \text{C}$) з середини захищений шаром цегли завтовш-

ки $\delta_1 = 125$ мм ($\lambda_u = 0,8$ Вт/м·К), а зовнішнє покриття шаром ізоляції завтовшки $\delta_3 = 200$ мм ($\lambda_{i3} = 0,1$ Вт/м·К). Довжина трубопроводу $l = 20$ м, внутрішній діаметр $d_2 = 1000$ мм і товщина стінки $\delta_2 = 20$ мм.

Визначити втрату теплоти трубопроводом, температуру сталеної стінки t_{c3} і температуру зовнішньої поверхні ізоляції t_{c4} , якщо $t_2 = 20^\circ\text{C}$, причому $\alpha_1 = 25$ Вт/м²·К та $\alpha_2 = 12,5$ Вт/м²·К.

Розв'язання. Спочатку визначаємо всі діаметри:

$$d_2 = 1000 \text{ мм} = 1 \text{ м};$$

$$d_1 = d_2 - 2\delta_1 = 1000 - 250 = 750 \text{ мм} = 0,75 \text{ м};$$

$$d_3 = d_2 + 2\delta_2 = 1000 + 40 = 1040 \text{ мм} = 1,04 \text{ м};$$

$$d_4 = d_3 + 2\delta_3 = 1040 + 400 = 1440 \text{ мм} = 1,44 \text{ м}.$$

Послідовно визначаємо складові загального термічного опору теплопередачі:

$$R_{l_1} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} = \frac{1}{25 \cdot 0,75} = 0,05338 \text{ м} \cdot \text{К/Вт};$$

$$R_{l_u} = \frac{1}{2\lambda_u} \ln \frac{d_2}{d_1} = \frac{1}{2 \cdot 0,8} \ln \frac{1}{0,75} = 0,179 \text{ м} \cdot \text{К/Вт};$$

$$R_{l_c} = \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{d_3}{d_2} = \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{1,04}{1,0} = 0,00039 \text{ м} \cdot \text{К/Вт};$$

$$R_{l_{i3}} = \frac{1}{2\lambda_{i3}} \ln \frac{d_4}{d_3} = \frac{1}{2 \cdot 0,1} \ln \frac{1,44}{1,04} = 1,633 \text{ м} \cdot \text{К/Вт};$$

$$R_{l_2} = \frac{1}{\alpha_2 d_4} = \frac{1}{12,5 \cdot 1,44} = 0,0556 \text{ м} \cdot \text{К/Вт}.$$

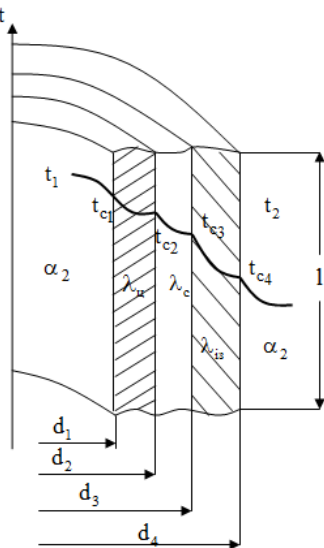


Рис. 11

Отже,

$$R_l = R_{l_1} + R_{l_u} + R_{l_c} + R_{l_{i3}} + R_{l_2} = 1,92 \text{ м·К/Вт.}$$

$$k_l = \frac{1}{1,92} \text{ Вт/м·К.}$$

Втрата теплоти трубопроводом

$$Q = K_l l \pi (T_1 - T_2) = 0,52 \cdot 20 \cdot 3,14 \cdot 580 = 18940 \text{ Вт.}$$

Зовнішню температуру ізоляції знаходимо з рівняння

$$q_l = \alpha_2 \pi d_4 (T_{c_4} - T_2),$$

де

$$q_l = Q/l = 18940 : 20 = 947 \text{ Вт/м,}$$

$$T_{c_4} = T_2 + \frac{q_l}{\alpha_2 \pi d_4} = 293 + \frac{947}{12,5 \cdot 3,14 \cdot 1,44} = 310 \text{ К,}$$

$$t_{c_4} = 310 - 273 = 37^\circ\text{C.}$$

Температуру на межі стику сталльної стінки з ізоляцією обчислюємо з рівняння

$$q_l = \frac{2\pi\lambda_{i3}}{\ln \frac{d_4}{d_3}} (T_{c_3} - T_{c_4}) = \frac{\pi (T_{c_3} - T_{c_4})}{R_{l_{i3}}},$$

$$T_{c_3} = T_{c_4} + q_l \frac{R_{l_{c_3}}}{\pi} = 310 + \frac{947}{3,14} \cdot 1,633 = 803 \text{ К,}$$

$$t_{c_3} = 803 - 273 = 530^\circ\text{C.}$$

2-4. Електричний провід діаметром $d_1 = 2$ мм має температуру $T_{c_0} = 363$ К. Провід охолоджується потоком повітря. Температура повітря та коефіцієнт тепловіддачі на поверхні проводу $T_2 = 293$ К, $\alpha_2 = 20$ Вт/м²·К.

Визначити температуру T_c , яку матиме цей провід, якщо його покрити гумовою ізоляцією завтовшки $\delta = 4$ мм, а силу струму у проводі залишити без змін. Коефіцієнт тепловіддачі від ізоляції до повітря $\alpha'_2 = 10$ Вт/м²·К, а коефіцієнт теплопровідності гумової ізоляції $\lambda_{i3} = 0,15$ Вт/м·К.

Розв'язання. Лінійний тепловий потік для проводу без ізоляції:

$$q_l = \alpha_2 \pi d_1 (T_{c_0} - T_2) \quad (2.1)$$

Після покриття проводу ізоляцією для стаціонарного процесу теплопередачі за умовою задачі

$$q_l = \frac{\pi (T_c - T_2)}{\frac{1}{\alpha'_2 d_2} + \frac{1}{2\lambda_{із}} \ln \frac{d_2}{d_1}}, \quad (2.2)$$

де $d_2 = d_1 + 2\delta = 2 + 8 = 10$ мм.

Порівнюючи (2.1) і (2.2), знаходимо

$$T_c = T_2 + \alpha_2 d_1 \left(\frac{1}{2\lambda_{із}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha'_2 d_2} \right) \cdot (T_{c_0} - T_2).$$

Підставляючи відомі величини, одержуємо.

$$T_c = 293 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \left(\frac{1}{2 \cdot 0,15} \ln \frac{10}{2} + \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot (363 - 293) = 336 \text{ К}.$$

Отже, температура проводу після покриття його гумовою ізоляцією знижується. Це пояснюється тим, що діаметр проводу менший за критичний діаметр ізольованого шару.

Таким чином, у розглянутому прикладі гумове покриття виконує електричний захист проводу і знижує його температуру.

2-5. Визначити коефіцієнт теплопровідності і температури стінок порожнистої кулі ($d_{зовн} = 1,2$ м та $\delta_c = 0,2$ м), якщо при $t_1 = 400^\circ\text{C}$ і $t_2 = 30^\circ\text{C}$ тепловий потік становить $Q = 2500$ Вт.

Взяти $\alpha_1 = 30$ Вт/м²·К і $\alpha_2 = 10$ Вт/м²·К. Тепловий потік має напрям від внутрішньої поверхні кулі до зовнішньої.

Розв'язання. Сумарний термічний опір теплопередачі

$$R^* = \frac{\pi (T_1 - T_2)}{Q} = \frac{3,14 \cdot 370}{2500} = 0,465 \text{ К/Вт}.$$

Інші термічні опори при сферичних поверхнях становлять:

$$R_1^* = \frac{1}{\alpha_1 \cdot d_{вн}^2} = \frac{1}{30 \cdot 0,8^2} = 0,052 \text{ К/Вт},$$

де $d_{вн} = d_{зовн} - 2\delta_c = 1,2 - 2 \cdot 0,2 = 0,8$ м;

$$R_2^* = \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{зовн}^2} = \frac{1}{10 \cdot 1,2^2} = 0,0697 \text{ К/Вт}.$$

Отже, термічний опір самої стінки

$$R_c^* = R^* - (R_1^* - R_2^*) = 0,465 - 0,1217 = 0,3433.$$

З іншого боку,

$$R_c^* = \frac{1}{2\lambda_c} \cdot \frac{d_{зовн} - d_{вн}}{d_{зовн} \cdot d_{вн}},$$

Звідки знаходимо коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки:

$$\lambda_c = \frac{1}{2 \cdot R_c^*} \cdot \frac{d_{зовн} - d_{вн}}{d_{зовн} \cdot d_{вн}} = \frac{1}{2 \cdot 0,3433} \cdot \frac{1,2 - 0,8}{1,2 \cdot 0,8} = 0,607 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}.$$

Температури поверхонь стінки будуть:

$$T_{c_1} = T_1 - \frac{q^*}{\pi \alpha_1 d_{вн}^2} = 673 - \frac{2500}{3,14 \cdot 30 \cdot 0,8^2} = 631,5 \text{ К};$$

$$t_{c_1} = 358,5^\circ \text{C}.$$

$$T_{c_2} = T_2 + \frac{q^*}{\pi \alpha_2 d_{зовн}^2} = 303 + \frac{2500}{3,14 \cdot 10 \cdot 1,2^2} = 358,5 \text{ К};$$

$$t_{c_2} = 85,5^\circ \text{C}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

2-6. Визначити питоме теплове навантаження та температури поверхонь нагріву парового котла, якщо задані такі величини: $T_1 = 1273 \text{ К}$, $T_2 = 423 \text{ К}$, $\alpha_1 = 30 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, $\alpha_2 = 5000 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, $\lambda_c = 50 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ і товщина стінки $\delta_c = 0,01 \text{ м}$.

Відповідь: $q = 25200 \text{ Вт/м}^2$; $T_{c_1} = 439 \text{ К}$; $T_{c_2} = 428 \text{ К}$.

2-7. Визначити температури t_{c_1} і t_{c_2} на поверхнях цегляної стінки завтовшки $0,5 \text{ м}$ житлового приміщення, а також її теплове навантаження q . Задані такі величини: температури повітря в приміщенні та навколишньому середовищі $t_{c_1} = 18^\circ \text{C}$ і $t_{c_2} = -30^\circ \text{C}$. Внутрішній та зовнішній коефіцієнти тепловіддачі $\alpha_1 = 7,5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; $\alpha_2 = 20 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$.

Відповідь: $q = 58,5 \text{ Вт/м}^2$; $t_{c1} = 10,2^\circ\text{C}$; $t_{c2} = -27,1^\circ\text{C}$.

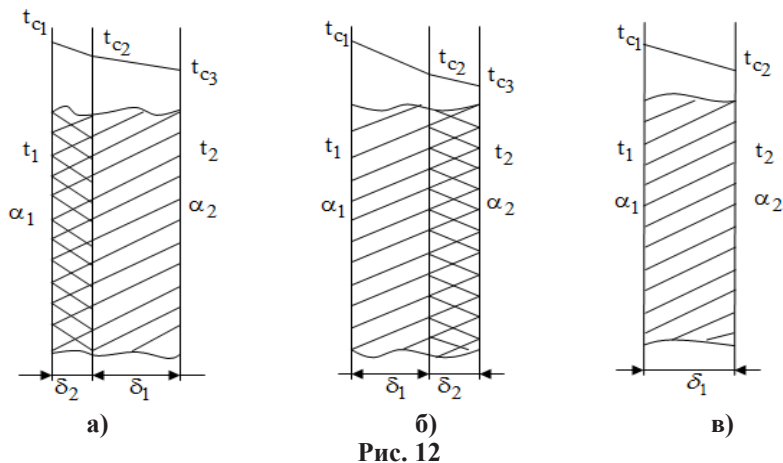
2-8. Розв'язати задачу 2-7 при умові, що стінки зовнішнього покриття шаром штукатурки завтовшки 0,05 м, а решта умов залишились без змін.

Відповідь: $q = 33,2 \text{ Вт/м}^2$; $t_{c1} = 13,6^\circ\text{C}$; $t_{c2} = -7,2^\circ\text{C}$; $t_{c3} = -28,4^\circ\text{C}$.

2-9. Для зменшення теплових втрат стінкою будинку і підвищення температури внутрішньої поверхні цегляної стінки, щоб запобігти сирості в приміщенні, застосована ізоляція шаром корка завтовшки $\delta_2 = 50 \text{ мм}$ за варіантами а) та б) (рис. 12).

Визначити:

- 1) процент збереженої теплоти порівняно з варіантом в);
- 2) температуру цегляної стінки збоку приміщення в обох варіантах і вибрати найвигідніший з них.



Для розрахунку прийняти: товщина цегляної стінки $\delta_1 = 510 \text{ мм}$; температура в приміщенні $t_1 = 20^\circ\text{C}$; температура в навколишньому середовищі $t_2 = -20^\circ\text{C}$; коефіцієнти тепловіддачі: з боку приміщення $\alpha_1 = 10 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$; з зовнішнього боку стінки $\alpha_2 = 5$.

Відповідь: 1) 64%, 2) $t_{c2} = -7^\circ\text{C}$, $\delta|_{l_{c1}} = 18,5^\circ\text{C}$.

2-10. Кип'ятильна труба котла з вуглецевої сталі товщиною 10 мм з боку води покрита накипом завтовшки 5 мм. Яким шаром сажі повинна покритися труба з боку газів, щоб при відсутності на-

кипу з боку води кількість теплоти, яке передається трубою залишалася без зміни? Яка в цих випадках температура зовнішньої та внутрішньої поверхонь труби?

Задані так величини: середні температури газів та води $T_1 = 1073 \text{ К}$, $T_2 = 423 \text{ К}$. Коефіцієнти тепловіддачі: з боку газів $\alpha_1 = 40 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; з боку води $\alpha_2 = 2000 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$. Стінку труби вважаємо плоскою.

Відповідь: товщина шару сажі $\delta_c = 0,75 \text{ мм}$; температура труби при накипу $T_{c1} = 499 \text{ К}$; $T_{c2} = 491 \text{ К}$; при сажі $T'_{c1} = 441 \text{ К}$, $T'_{c2} = 435 \text{ К}$.

2-11. Тепло від димових газів передається крізь стінку парового котла кип'ячій воді. Температура газів $T_1 = 1073 \text{ К}$, води $T_2 = 573 \text{ К}$, коефіцієнт тепловіддачі від газів до стінки $\alpha_1 = 40 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, а від стінки до води $\alpha_2 = 1000 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$. Знайти коефіцієнти теплопередачі k для таких випадків:

а) стінка з вуглецевої сталі завтовшки 20 мм;

б) стінка мідна тієї ж товщини;

в) стінка з вуглецевої сталі завтовшки 20 мм, з боку води покрита шаром накипу завтовшки 4 мм, а з боку газів шаром сажі завтовшки 2 мм. В усіх випадках прийняти для розрахунку стінку котла плоскою.

Відповідь: а) $k = 37,7 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; б) $k = 38,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; в) $k = 21 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$.

2-12. Визначити кількість тепла, яку втрачає труба ($d_{\text{вн}} = 50 \text{ мм}$, $d_{\text{зовн}} = 110 \text{ мм}$, $l = 2500 \text{ мм}$), якщо усередині тече газ, а зовні труба омивається повітрям. Середня температура газу 1073 К , повітря 228 К . Коефіцієнт тепловіддачі від газу до стінки труби $\alpha_1 = 30 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$, від стінки труби до повітря $\alpha_2 = 5 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$. Якими будуть температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь труби, а також шару, розташованого на відстані 40 мм від осі труби? Труба виготовлена з нержавіючої сталі.

Відповідь: $Q = 2460 \text{ Вт}$, $T_{c1} = 864 \text{ К}$, $T_{c2} = 860 \text{ К}$, 862 К .

2-13. Визначити тепловий потік з 1 м^2 цегляної стінки приміщення товщиною в дві цеглини (товщина однієї цеглини $\delta = 255 \text{ мм}$). Температура повітря всередині приміщення $t_1 = 18^\circ \text{С}$, коефіцієнт тепловіддачі до внутрішньої поверхні стінки $\alpha_1 = 7,5 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$.

Температура зовнішнього повітря $t_2 = -30^\circ \text{С}$, коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні $\alpha_2 = 20 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$. Як зміниться

ся результат, якщо стінка ззовні покрита шаром штукатурки товщиною 50 мм. Порівняти втрати теплоти через ізольовану та неізольовану стінки.

Відповідь: $q_{н.із.} = 58,6 \text{ Вт/м}^2$, $q_{зіз.} = 33,2 \text{ Вт/м}^2$. Втрати теплоти через неізольовану стінку на 56,7% більше ніж через ізольовану.

2-14. Електропровід діаметром $d_1 = 3 \text{ мм}$ має температуру $t_{c_1} = 80^\circ\text{C}$ і охолоджується потоком повітря з температурою $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Коефіцієнт тепловіддачі від поверхні проводу до повітря $\alpha_2 = 20,9 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$. Визначити товщину каучукової ізоляції на проводі, при якій крізь провід можна пропустити струм найбільшої сили при незмінній температурі 80°C . Коефіцієнт тепловіддачі від поверхні ізоляції до повітря $\alpha_2' = 11,63 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$.

Вказівка: максимальний струм можна провести через провід, діаметр якого дорівнює критичної величині.

Відповідь: $\delta_{\max} = 13,5 \text{ мм}$.

2-15. Визначити теплове навантаження q_l та коефіцієнт теплопередачі k_l , а також температури T_{c_1} і T_{c_2} стінки труби апарату для термічної переробки нафти.

Задані такі величини: діаметри труби: $d_1 = 100 \text{ мм}$; $d_2 = 108 \text{ мм}$; середні температури нафтопродуктів та топочного простору: $T_1 = 623 \text{ K}$, $T_2 = 1773 \text{ K}$; коефіцієнт тепловіддачі на внутрішній та зовнішній поверхнях труби: $\alpha_1 = 300 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$, $\alpha_2 = 100 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{K}$; коефіцієнт теплопровідності стінки труби $\lambda_c = 40 \text{ Вт/м}\cdot\text{K}$.

Відповідь: $q_l = 2,84 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}$; $k_l = 7,8 \text{ Вт/м}\cdot\text{K}$; $T_{c_1} = 924 \text{ K}$; $T_{c_2} = 936 \text{ K}$.

2-16. Як зміниться розв'язок задачі 2-15, якщо на внутрішній поверхні труби з'явиться шар пористих відкладень, насичених нафтопродуктами. Товщина пористих відкладень $\delta = 5 \text{ мм}$, а коефіцієнт теплопровідності цього шару $\lambda_1 = 0,18 \text{ Вт/м}\cdot\text{K}$.

Відповідь: $q_l = 0,85 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}$; $k_l = 2,36 \text{ Вт/м}\cdot\text{K}$; $T_{c_1} = 723,5 \text{ K}$; $T_{c_2} = 1521 \text{ K}$.

2-17. У скільки разів треба збільшити силу струму у проводі (див. задачу 2-4) для того, щоб температури ізольованого і оголеного проводів мали однакову величину $T_c = 363 \text{ K}$.

Відповідь: $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{T_{c_2} - T_{c_1}}{T_{c_1} - T_2}} = 1,28$.

2-18. Визначити теплове навантаження випарного апарату, поверхня нагріву якого складається з 225 трубок з вуглецевої сталі діаметром 50/57 мм і довжиною 2500 мм при $t_1 = 135^\circ\text{C}$ і $t_2 = 105^\circ\text{C}$, якщо $\alpha_1 = 8000 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$ і $\alpha_2 = 4000 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$. Тепло передається від зовнішньої поверхні трубок до внутрішньої.

Відповідь: $Q_1 = 6,25 \cdot 10^6 \text{ Вт}$; $Q_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ Вт}$.

2-19. Електричний нагрівач виконаний з ніхромової проволони діаметром 2 мм і довжиною 10 м. Він омивається холодним повітрям з температурою $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Розрахувати тепловий потік з 1 м нагрівача, а також температуру на поверхні t_c , якщо сила току, що проходить через нагрівач дорівнює 25 А, питомий електричний опір ніхрому $\rho = 1.1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$, коефіцієнт тепловіддачі від поверхні

ні нагрівача до повітря $\alpha_2 = 46.5 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$.

Відповідь: $q_l = 218.5 \text{ Вт/м}$, $t_c = 769^\circ\text{C}$.

2-20. У резервуарі, який має форму циліндра з двома торцевими полусферичними секціями, міститься гаряча рідина, яка підтримує температуру внутрішньої поверхні стінки на рівні 350°C . Резервуар виготовлений із нержавіючої сталі і має сталу товщину стінки 2,5 см. Зовнішній діаметр резервуара 2 м, довжина 2 м. Температура повітря 25°C , коефіцієнт тепловіддачі від резервуара до повітря $7 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{К}$. Знайти кількість теплоти, яку потрібно підводити до рідини в резервуарі, щоб підтримувати сталою її температуру.

Відповідь: $Q = 54480 \text{ Вт}$.

2-21. Довгий суцільний циліндр радіусом r_0 має сталі коефіцієнти: теплопровідності λ та тепловіддачі α_2 . Внутрішні джерела теплоти q_v рівномірно розподілені по об'єму тіла. Температура навколишнього середовища T_2 . Знайти рівняння температурного поля і питомий тепловий потік з одиниці поверхні циліндра, а також значення температур на осі T_{c_0} і на поверхні T_{c_2} .

Відповідь: $T = T_2 + \frac{q_v r_0}{2\alpha_2} + \frac{q_v}{4\lambda} (r_0^2 - r^2)$, $q = \frac{q_v r_0}{2}$,

$$T_{c_0} = T_2 + \frac{q_v r_0}{2\alpha_2} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}, \quad T_{c_2} = \frac{q_v r_0}{2\alpha_2} + T_2.$$

2-22. Для довгої пластини завтовшки 2δ з рівномірним розподіленням внутрішніх джерел теплоти $q_v = \text{const}$ по об'єму та ста-

лим коефіцієнтом теплопровідності λ знайти рівняння температурного поля в пластині та кількість теплоти, відданої навколишньому середовищу, а також температури на осі пластини T_{c_0} та на її поверхні T_{c_2} , якщо відомі коефіцієнт тепловіддачі на поверхні пластини α_2 та температура навколишнього середовища T_2 .

$$\text{Відповідь: } T = T_2 + \frac{q_v \delta}{\alpha_2} + \frac{q_v}{2\lambda} (\delta^2 - x^2), \quad q = q_v \delta,$$

$$T_{c_0} = T_2 + q_v \delta \left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{2\lambda} \right), \quad T_{c_2} = \frac{q_v \delta}{\alpha} + T_2.$$

2-23. У пічній цегляній будові, що має форму порожнистої кулі, при $d_{\text{зовн}} = 1,5$ м і $\delta_{\text{ст}} = 0,25$ м середня температура газів $T_1 = 923$ К. Визначити втрати теплоти в навколишнє середовище і температуру зовнішньої поверхні сфери, якщо $T_2 = 303$ К, $\alpha_1 = 50$ Вт/м² · К, $\alpha_2 = 20$ Вт/м² · К.

Відповідь: $Q = q^* = 7400$ Вт; $T_{c_2} = 355$ К.

2-24. Тепловиділяючий елемент реактора зроблений у вигляді довгої циліндричної труби з внутрішнім радіусом r_1 , зовнішнім r_2 і сталим коефіцієнтом λ . У стінці труби діють внутрішні джерела теплоти з сталою потужністю q_v (Вт/м³). Зовнішня поверхня труби охолоджується потоком рідини зі сталою температурою T_2 та коефіцієнтом тепловіддачі α . Знайти рівняння температурного поля в стінці елемента реактора, а також температури внутрішньої та зовнішньої поверхонь T_{c_1} і T_{c_2} (внутрішня поверхня теплоізована).

Відповідь:

$$T = T_2 + \frac{q_v r_2^2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right];$$

$$T_{c_1} = T_2 + \frac{q_v r_2^2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 2 \ln \frac{r_1}{r_2} - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right];$$

$$T_{c_2} = \frac{q_v r_2^2}{2\alpha} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + T_2.$$

РОЗДІЛ 3 | ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛООБМІНУ

1. ПОЗНАЧЕННЯ ТА РОЗМІРНОСТІ

l – визначальний розмір, м;
 τ – час, с;
 W – швидкість, м/с;
 q – прискорення сили тяжіння, м/с²;
 Δp – падіння тиску, Н/м²;
 ρ – густина, кг/м³;
 ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості, м²/с;
 a – коефіцієнт теплопровідності, м²/с;
 β – об'ємний коефіцієнт термічного розширення, К⁻¹;
 C – масова теплоємність, Дж/(кг·К);
 r – питома теплота випаровування (конденсації), Дж/кг;
 λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К);
 α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К);
 T_S або t_S – температура насичення, К або °С;
 ρ_ϕ – густина утворюваної фази, кг/м³;
 ρ' – густина насиченої рідини, кг/м³;
 ρ'' – густина сухої насиченої пари, кг/м³;
 σ – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м;
 h_m – коефіцієнт конвективного масообміну, м/с;
 D_{12} – коефіцієнт дифузії речовини типу 1 у речовині типу 2, м²/с.

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Теорія подібності встановлює умови подібності фізичних явищ і дає змогу таким чином суттєво скоротити кількість змінних. Вона також дає правила раціонального об'єднання фізичних величин у безрозмірні комплекси.

Для використання теорії подібності до фізичних явищ, необхідно виконання умов подібності:

1) Явища повинні мати однакову фізичну природу і описуватись одною системою диференціальних рівнянь;

- 2) умови однозначності явищ повинні бути якісно однаковими;
- 3) однойменні визначальні критерії повинні бути чисельно рівними.

Під час експериментального вивчення теплових процесів виражають математичний опис процесу і розрахункові рівняння у вигляді залежностей між числами (критеріями) подібності, які представляють собою безрозмірні комплекси.

Рівняння подібності, які виражають узагальнену залежність між величинами, які характеризують процес, мають місце для всіх подібних між собою процесів.

Перша теорема подібності. Для подібних явищ, що описуються однаковими диференціальними рівняннями, однойменні критерії подібності рівні між собою.

Друга теорема подібності. Розв'язання системи диференціальних рівнянь може бути представлено як рівняння, складене з безрозмірних комплексів-критеріїв подібності.

Третя теорема подібності. Явища будуть подібні, якщо подібні їх умови однозначності і рівні визначальні критерії. Третя теорема подібності є теоретичною основою теплового моделювання – відтворення подібних явищ на моделях.

3. ЗАГАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ І РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

Виводячи критерії подібності методом подібних перетворень, треба мати на увазі, що для кожної пари подібних явищ, що описуються рівняннями типу

$$\varphi' = f(x', y', z', \dots) \quad (3.1)$$

$$\varphi'' = f(x'', y'', z'', \dots), \quad (3.2)$$

відношення схожих параметрів – множники подібного перетворення – це сталі величини:

$$C_\varphi = \varphi'' / \varphi'; \quad C_x = x'' / x'; \quad C_y = y'' / y'; \quad C_z = z'' / z'.$$

При цьому

$$\varphi'' = C_\varphi \varphi'; \quad x'' = C_x x'; \quad y'' = C_y y'; \quad z'' = C_z z', \quad (3.3)$$

і

$$\Delta x'' = C_x \Delta x'; \quad dx'' = C_x dx'; \quad d^2 x'' = C_x d^2 x';$$

$$\frac{d\varphi''}{dx''} = \frac{C_\varphi d\varphi'}{C_x dx'}; \quad \frac{d^2\varphi''}{d(x'')^2} = \frac{C_\varphi d\varphi'}{C_x^2 d(x')^2}.$$

Підставляючи перетворені величини (3.3) в рівняння (3.2), дістанемо

$$C_\varphi \varphi' = f(C_x x', C_y y', C_z z', \dots) \quad (3.4)$$

Оскільки це рівняння має бути тотожним рівнянню (3.1), комплекси множників подібного перетворення мають задовольнити співвідношення типу

$$C_\varphi = C_x^a C_y^b C_z^d, \dots, \\ C_\varphi / (C_x^a C_y^b C_z^d) = 1.$$

Після підставлення значень множників перетворення в знайдене співвідношення одержуємо критерії подібності – безрозмірні комплекси типу

$$\frac{\varphi'}{x'^a y'^b z'^d} = \frac{\varphi''}{x''^a y''^b z''^d} = \frac{\varphi}{x^a y^b z^d} = idem.$$

Залежно від постановки задачі критерії подібності можуть бути визначальними критеріями (аргументами), які складаються з величин, що містяться в умовах однозначності, або не визначальними критеріями (функціями), що містять і невідомі величини.

Зведення основних критеріїв подібності подано в табл. 3.1.

До критеріальної форми рівняння зводяться за допомогою π – теореми формул аналізу розмірностей.

Згідно з π – теоремою рівняння типу $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$, що складається з n розмірних величин, можна звести до виду $F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) = 0$, де $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n$ – безрозмірні величини.

При цьому $m = n - p$, де p – число первинних розмірних величин, за допомогою яких можна скласти розмірності інших величин.

Умовою подібності явищ у моделі і зразку слід вважати подібність умов однозначності і рівність визначальних критеріїв.

Таблиця 3.1

Основні критерії подібності

Назва критерію	Формула	Фізичний зміст
Критерій Галілея	$Ga = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2}$	Критерій подібності потоків під дією сил тяжіння – відношення сил тяжіння до сил внутрішнього тертя
Критерій Грасгофа	$Gr = \frac{g \cdot l^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu^2}$	Критерій подібності потоків під дією піднімальних сил – відношення піднімальних сил до сил внутрішнього тертя
Критерій Рейнольдса	$Re = \frac{W \cdot l}{\nu}$	Критерій подібності вимушених потоків – відношення сил інерції до сил внутрішнього тертя
Критерій Ейлера	$Eu = \frac{\Delta P}{\rho \cdot W^2}$	Критерій подібності потоків при наявності гідравлічних опорів – відношення сил тиску до сил інерції.
Критерій Нуссельта	$Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$	Критерій подібності температурних полів на межі між стінкою і середовищем з боку середовища – відношення теплових потоків, що передаються конвекцією та теплопровідністю
Критерій Біо	$Bi = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda_c}$	Критерій подібності температурних полів на межі (стінка – середовище) з боку стінки – відношення термічних опорів з боку стінки та з боку середовища
Критерій Пекле	$Pe = \frac{W \cdot l}{a}$	Критерій подібності температурних полів у місті рухомого середовища – відношення швидкості течії до швидкості поширення теплового потоку
Критерій Прандтля	$Pr = \frac{\nu}{a}$	Критерій подібності фізичних властивостей – міра подібності швидкісних та температурних полів
Критерій Фур'є	$Fo = \frac{a \cdot \tau}{l^2}$	Критерій подібності нестационарних процесів теплопровідності

Закінчення табл. 3

Назва критерію	Формула	Фізичний зміст
Критерій тиску (за С.С. Кутателадзе)	$K_p = \frac{P \cdot l}{\sigma}$	Критерій подібності процесів фазового переходу – відношення абсолютного тиску до стрибка тиску на межі поділу фаз
Критерій Рейнольдса для фазових переходів	$Re_\phi = \frac{q \cdot l}{r \cdot \rho_\phi \cdot \nu}$	Критерій подібності течії при фазових переходах – відношення сил інерції при утворенні нової фази до сил внутрішнього тертя
Критерій фазового переходу (за С.С. Кутателадзе)	$K = \frac{r}{C_{ж} \cdot \Delta T}$	Критерій подібності процесів фазового переходу – відношення теплоти фазового переходу до теплоти перегріву (переохолодження) однієї з фаз
Критерій Шервуда (для масообміну)	$Sh = \frac{h_m \cdot l}{D_{12}}$	Критерій подібності масових потоків на межі двох середовищ – відношення потоку маси конвективного до дифузійного потоку маси
Критерій Шмідта (для масообміну)	$Sc = \frac{\nu}{D_{12}}$	Відношення потоку кількості руху до дифузійного потоку

ПРИКЛАДИ

3-1. Система диференціальних рівнянь, що описують конвективний теплообмін при вільному русі середовища з переважанням в'язкого тертя, має вигляд

$$\alpha \cdot \Delta T = -\lambda \cdot \text{grad} T; \quad (3.5)$$

$$W \cdot \text{grad} T = a \cdot \nabla^2 T; \quad (3.6)$$

$$g \cdot \beta \cdot \Delta T = \nu \cdot \nabla^2 W \quad (3.7)$$

$$\text{div} W = 0 \quad (3.8)$$

В умови однозначності цієї задачі входять: геометрична характеристика тіла, розподіл температури на поверхні тіла та в серед-

овищі, фізичні властивості середовища (β, λ, a, ν) і прискорення сили тяжіння g .

Знайти невизначальні та визначальні критерії цієї системи рівнянь.

Розв'язання. Для двох подібних процесів теплообміну рівняння (3.5) можна записати

$$\alpha' \cdot \Delta T' = -\lambda' \cdot \text{grad} T'; \quad (3.9)$$

$$\alpha'' \cdot \Delta T'' = -\lambda'' \cdot \text{grad} T''; \quad (3.10)$$

При цьому множники перетворення

$$C_\alpha = \frac{\alpha''}{\alpha'}; \quad C_T = \frac{\Delta T''}{\Delta T'} = \frac{T''}{T'}; \quad C_\lambda = \frac{\lambda''}{\lambda'}; \quad C_l = \frac{l''}{l'}.$$

І відповідно

$$\alpha'' = C_\alpha \alpha'; \quad \Delta T'' = C_T \Delta T'; \quad \lambda'' = C_\lambda \lambda'; \quad \text{grad} T'' = \frac{dT''}{dl''} = \frac{C_T}{C_l} \text{grad} T'.$$

Підставляючи знайдені величин в рівняння (3.10), можна одержати

$$C_\alpha C_T \lambda' \Delta T' = -\frac{C_\lambda C_T}{C_l} \text{grad} T'.$$

Оскільки знайдене рівняння має бути тотожним рівнянню (3.9), то

$$C_\alpha C_T = \frac{C_\lambda C_l}{C_l},$$

Звідки $\frac{C_\alpha C_l}{C_\lambda} = 1$, відповідно інваріант подібності

$$\frac{\alpha' \cdot l'}{\lambda'} = \frac{\alpha'' \cdot l''}{\lambda''} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \text{idem}.$$

Знайдений критерій подібності $Nu = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}$ є невизначальним, бо величина коефіцієнта тепловіддачі α не входить у перелік величин, які визначають умови однозначності поставленої задачі.

Аналогічно, користуючись рівнянням (3.6), можна дістати

$$C_W \frac{C_T}{C_l} W \text{grad} T' = \frac{C_a C_T}{C_l^2} a' \nabla^2 t',$$

звідки

$$C_W = \frac{C_a}{C_l}, \text{ або } \frac{C_W C_l}{C_a} = 1.$$

Відносно інваріант подібності

$$\frac{W' \cdot l'}{a'} = \frac{W'' \cdot l''}{a''} = \frac{W \cdot l}{a} = idem.$$

Знайдений критерій подібності $Pe = \frac{W \cdot l}{a}$ також є невизначальним, оскільки швидкість не входить в умови однозначності задачі.

З рівняння (3.7) можна одержати

$$C_g C_\beta C_{\Delta T} g' \beta' \Delta T' = C_v \frac{C_W}{C_l^2} \nu'^2 \nabla^2 W';$$

$$C_g C_\beta C_{\Delta T} = C_v \frac{C_W}{C_b^2};$$

або

$$\frac{C_g C_\beta C_{\Delta T} C_l^2}{C_v C_a} = 1.$$

Виключаючи C_W підстановкою $C_W = \frac{C_a}{C_l}$, дістаємо індикатор подібності

$$\frac{C_g C_\beta C_{\Delta T} C_l^3}{C_v C_a} = 1.$$

Відносно інваріант подібності будемо мати визначальний критерій

$$\frac{\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot l^3}{\nu \cdot a} = \frac{g \cdot l^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{a} = Gr \cdot Pr.$$

Рівняння (3.8), переписане з множниками перетворення, має вигляд

$$\frac{C_W}{C_l} \cdot div W = 0$$

і отже, не дає критеріїв подібності.

Таким чином, досліджуючи теплообмін при вільному русі середовища з переважанням в'язкого тертя, можна одержати залежність

$$Nu = f(Gr \cdot Pr),$$

враховуючи при цьому, що невизначальний критерій Пекле виключено при сумісному використанні рівнянь (3.6) і (3.7).

3-2. Система диференціальних рівнянь і умов однозначності для конвективного теплообміну при вимушеному безнапірному русі в'язкої рідини дає залежність

$$\alpha = f(l, d, W, \nu, c, \rho, \lambda, T).$$

Звести цю залежність до безрозмірної форми (за допомогою π – теоремами, методом перетворення розмірностей).

Розв'язання. Задане рівняння має дев'ять розмірних величин: $\alpha \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \right]$; $l, d \left[\text{м} \right]$; $W \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$; $\nu \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]$; $C \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$; $\rho \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$; $\lambda \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$; $T \left[\text{К} \right]$.

Незалежними одиницями вимірювання будуть: $[\text{м}]$, $[\text{с}]$, $[\text{кг}]$, $[\text{Дж}]$, $[\text{К}]$.

Введемо нові одиниці вимірювання: $[\text{м}']$, $[\text{с}']$, $[\text{кг}']$, $[\text{Дж}']$, $[\text{К}']$, які відповідно в L, τ, G, Q, Θ раз менші від попередніх. Тоді величини, що входять у вихідне рівняння, у новій системі одиниць набирають вигляду

$$\alpha' = \alpha \cdot \frac{Q}{\tau \cdot L^2 \cdot \Theta}; l' = l \cdot L; d' = d \cdot L; W' = W \cdot \frac{L}{\tau}; \nu' = \nu \cdot \frac{L^2}{\tau};$$

$$C' = C \cdot \frac{Q}{G \cdot \Theta}; \rho' = \rho \cdot \frac{G}{L^3}; \lambda' = \lambda \cdot \frac{Q}{\tau \cdot L \cdot \Theta}; T' = T \cdot \Theta.$$

Оскільки характер вихідного рівняння не залежить від системи одиниць вимірювання, можна записати

$$\alpha' = f(l', d', W', \nu', c', \rho', \lambda', T'),$$

або

$$\alpha \cdot \frac{Q}{\tau L^2 \Theta} = f\left(l \cdot L, d \cdot L, W \cdot \frac{L}{\tau}, \nu \cdot \frac{L^2}{\tau}, C \cdot \frac{Q}{G \Theta}, \rho \cdot \frac{G}{L^3}, \lambda \cdot \frac{Q}{\tau L \Theta}, T \cdot \Theta\right).$$

Враховуючи, що вибір нової системи одиниць є довільним, приймаємо $l \cdot L = 1, W \cdot \frac{L}{\tau} = 1, \rho \cdot \frac{G}{L^3} = 1, \lambda \cdot \frac{Q}{\tau \cdot L \cdot \Theta} = 1, T \cdot \Theta = 1$, звідки масштабні коефіцієнти дорівнюють:

$$L = \frac{1}{l}, \tau \cdot \frac{W}{l}; \Theta = \frac{1}{T}; G = \frac{1}{\rho \cdot l^3}; Q = \frac{W}{\lambda \cdot l^2 \cdot T}.$$

Підставляння знайдених виразів у вихідну формулу дає

$$\alpha \frac{l}{\lambda} \sim f\left(1, \frac{d}{l}, 1, \frac{v}{W \cdot l}, \frac{W \cdot l}{\lambda} c \rho, 1, 1, 1\right).$$

Враховуючи, що $\lambda / (c \rho) = a$, в остаточній формі маємо

$$Nu = f(d / l; 1 / Re; Pe).$$

Таким чином, з дев'яти розмірних величин ми одержали чотири безрозмірних ($m = 4$; $n = 9$; $P = 5$), тобто виконується умова $m = n - P$.

3-3. Емпіричне рівняння для конвективного теплообміну при вільному русі середовища має вигляд

$$\alpha = g^a \cdot l^b \cdot d^f \cdot c^i \cdot v^k \cdot \rho^p \cdot \lambda^r \cdot \Delta T^S \cdot \beta^j.$$

Звести це рівняння до безрозмірної форми через аналіз розмірностей.

Розв'язання: Змінні, що входять у задане рівняння, мають такі розмірності: $\alpha \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \text{К}} \right]$; $l, d \text{ [м]}$; $g \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$; $v \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]$; $C \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$; $\rho \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right]$; $\lambda \left[\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{К}} \right]$; $\Delta T \text{ [К]}$; $\beta \left[\text{К}^{-1} \right]$. Незалежними первинними розмірностями будуть: [Дж], [м], [с], [К], [кг]. Порівнюючи показники степеня для одиниць вимірювання, що входять у рівняння як з лівого, так і з правого боку, можна одержати рівняння, що зв'язують між собою показники степеня:

$$\text{при [Дж]} \quad 1 = i + r;$$

$$\text{при [м]} \quad -2 = b + f + a + 2k - 3p - r;$$

$$\text{при [с]} \quad -1 = -2a - k - r;$$

$$\text{при [К]} \quad -1 = -i - r + s - j;$$

$$\text{при [кг]} \quad 0 = -i + p.$$

$$\text{Звідси маємо: } p = i; r = 1 - i; s = f; k = -2a + i; b = 3a - f - 1.$$

Підставляючи знайдені вирази у вихідне рівняння, матимемо

$$\alpha = g^a l^{3a-f-1} (c \cdot \rho)^i d^f v^{i-2a} \lambda^{1-i} (\beta \cdot \Delta T)^j,$$

або

$$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \left(\frac{g \cdot l^3}{v^2} \right)^a \cdot \left(\frac{d}{l} \right)^f \cdot \left(\frac{c \cdot \rho}{\lambda} v \right)^i \cdot (\beta \cdot \Delta T)^j.$$

Ураховуючи те, що $\lambda/c\rho = a$, одержуємо

$$Nu = (Ga)^a \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^f \cdot (Pr)^i \cdot (\beta\Delta T)^j.$$

Якщо $a = j$, то остаточно безрозмірна форма даного рівняння має вигляд

$$Nu = (Gr)^a \cdot (Pr)^i \cdot \left(\frac{d}{l}\right)^f.$$

3-4. Треба дослідним способом визначити розподілення температур у довгому сталюму валу ($d = 2r = 400$ мм) за час $\tau = 2,5$ год після завантаження його в піч.

Коефіцієнти теплопровідності, температуропровідності та тепловіддачі відповідно дорівнюють: $\lambda = 36$ Вт/м · К; $a = 4,25 \cdot 10^{-2}$ м²/год; $\alpha = 100$ Вт/м²К.

Дослідження вирішено проводити на моделі вала, виконаній із легованої сталі. Для моделі $\lambda_M = 13,5$ Вт/м · К; $a_M = 2 \cdot 10^{-2}$ м²/год; $\alpha_M = 150$ Вт/м²К.

Визначити діаметр d_M моделі вала та інтервал часу τ_M , після якого необхідно починати вимірювання поля температури у моделі.

Розв'язання. Використовуючи третю теорему подібності, діаметр моделі знайдемо з умови $Bi_M = Bi$, інтервал часу – з умови $Fo_M = Fo$.

Числа Біо і Фур'є для вала:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot r_0}{\lambda} = \frac{100 \cdot 0,2}{36} = 0,556;$$

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{r_0^2} = \frac{4,25 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5}{0,2^2} = 2,66.$$

Тоді

$$Bi_M = \frac{\alpha_M \cdot r_{oM}}{\lambda_M} = 0,556,$$

звідки

$$r_{oM} = \frac{\lambda_M}{\alpha_M} \cdot 0,556 = \frac{13,5}{150} \cdot 0,556 = 0,05 \text{ м};$$

$$d_M = 2r_0 = 2 \cdot 0,05 = 0,1 \text{ м}.$$

Аналогічно дістаємо

$$Fo_M = \frac{a_M \cdot \tau_M}{r_{0M}^2} = 2,66,$$

звідки

$$\tau_M = 2,66 \cdot \frac{r_{0M}^2}{a_M} = 2,66 \cdot \frac{0,05^2}{0,02} = 0,333 \text{ год.}$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

3-5. Теплообмін при безнапірній течії в'язкої рідини описується системою диференціальних рівнянь

$$\alpha \cdot \Delta T = -\lambda \cdot \text{grad} T;$$

$$W \cdot \text{grad} T = a \cdot \nabla^2 T;$$

$$W \cdot \text{grad} W = \nu \cdot \nabla^2 T;$$

$$\text{div} W = 0.$$

В умови однозначності входять: геометрична характеристика каналу l , швидкість течії W , фізичні параметри середовища (ν, a, λ) . Знайти невизначальні і визначальні критерії подібності даної системи рівнянь.

Відповідь: $Nu = f(Pe, Re)$.

3-6. При експериментальному вивченні процесу конвективного теплообміну при обтіканні повітрям, при температурі 20°C та швидкості 12 м/с , моделі стінки з висотою $0,1 \text{ м}$ отримали коефіцієнт тепловіддачі від стінки до повітря дорівнює $23 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{K)}$.

а) Як потрібно змінити розміри моделі, щоб зберегти подібність температурних полів, якщо замість повітря будуть використані димові гази при температурі 400°C , а середній коефіцієнт тепловіддачі від газів до стінки дорівнює $970 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{K)}$.

б) Для якої швидкості вітру, буде зберігатись гідродинамічна подібність процесів, якщо реальна стінка має висоту 5 м , при той самій температурі повітря.

Вказівка: визначальними критеріями є Нусельта та Рейнольдса.

Відповідь: а) зменшити в $0,52$ раза; б) $0,24 \text{ м/с}$.

3-7. Напівобмежене тіло (ділянка $x \geq 0$, рис. 13) має температуру T_0 . У початковий момент часу температура поверхні тіла

швидко знижується до величини $T_c < T_0$, яка потім підтримується сталою величиною. Знайти систему визначальних параметрів для нестационарного поля температури в тілі і звести цю систему до безрозмірного вигляду.

Вказівка. Спочатку записати диференціальне рівняння, початкові і граничні умови процесу, що допоможе визначити систему визначальних параметрів, а потім звести цю систему до безрозмірного вигляду за допомогою перетворювання розмірностей.

Відповідь:

$$\Theta = T - T_c = f(x, a, \tau, T_0 - T_c); \quad \frac{\Theta}{\Delta T} = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c} = f\left(\frac{x}{\sqrt{a\tau}}\right).$$

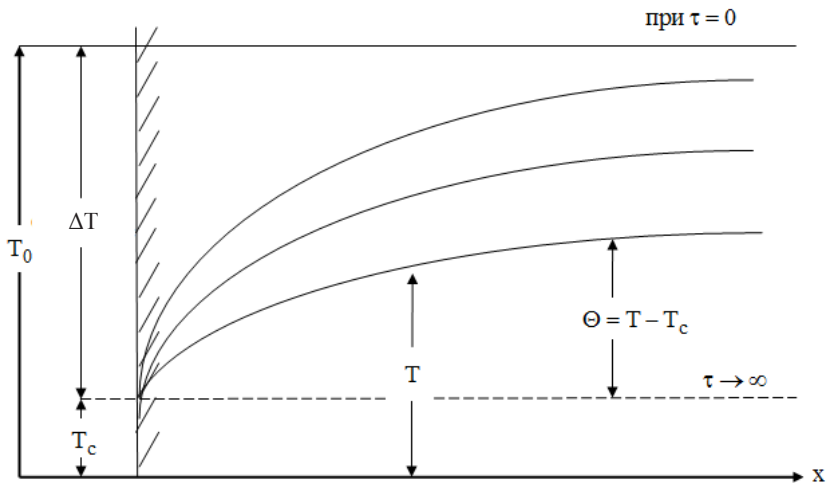


Рис. 13

3-8. Напівобмежене тіло має температуру T_0 . У початковий момент часу температура рідини, яка обтікає тіло, швидко знижується до $T_p < T_0$. Потім ця температура протягом усього часу підтримується сталою величиною (рис. 14). На поверхні тіла заданий коефіцієнт тепловіддачі α .

Знайти систему визначальних параметрів для нестационарного поля температури в тілі і звести цю систему до безрозмірного вигляду.

Відповідь:

$$\Theta = T - T_p = f(x, a, \tau, \lambda, \alpha, T_0 - T_p); \quad \frac{T - T_p}{T_0 - T_p} = f\left(\frac{x}{\sqrt{a\tau}}; \frac{\alpha x}{\lambda}\right).$$

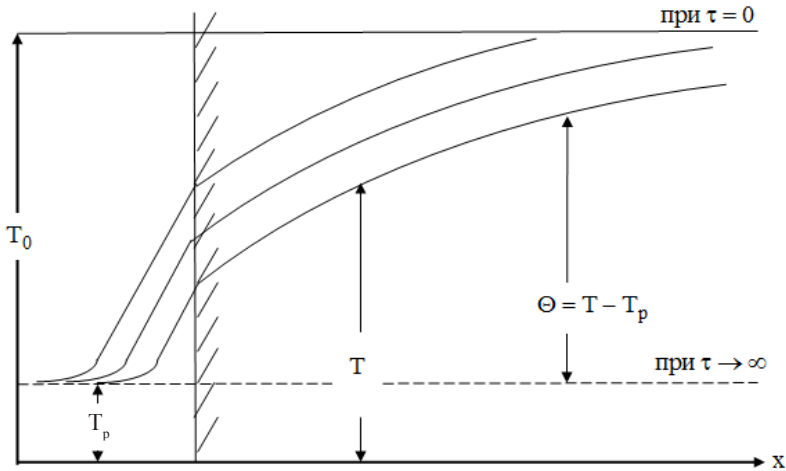


Рис. 14

3-9. Плоска стінка має температуру T_0 . У початковий момент часу температура на поверхнях стінки швидко знижується до величини $T_c < T_0$, яка потім підтримується сталою величиною (рис. 15). Знайти систему визначальних параметрів для нестационарного поля температури у пластині і звести цю систему до безрозмірного вигляду.

Відповідь:

$$T - T_c = f(x, a, \tau, \delta, T_0 - T_c); \quad \Theta = f(X, Fo) \quad \text{або} \quad \frac{T - T_c}{T_0 - T_c} = f\left(\frac{x}{\delta}; \frac{\alpha \tau}{\delta^2}\right).$$

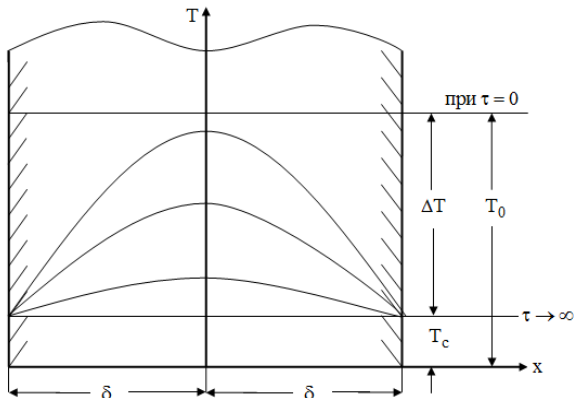


Рис. 15

3-10. Система визначальних параметрів для нестационарного поля температури у циліндрі має вигляд

$$T - T_0 = f(\tau, r, r_0, \frac{q_l}{\lambda}, a).$$

Звести цю систему до безрозмірної форми.

Відповідь: $\frac{T - T_0}{q_l \cdot r_0 / \lambda} = f\left(\frac{a \cdot \tau}{r_0^2}; \frac{r}{r_0}\right)$, або $\Theta = f(Fo, R)$.

3-11. Система визначальних параметрів для нестационарного поля температури в кулі має вигляд

$$T - T_0 = f(\tau, r, r_0, a, \lambda_c / \alpha, T_p - T_0).$$

Звести цю систему до безрозмірної форми.

Відповідь:

$$\frac{T - T_0}{T_p - T_0} = f\left(\frac{a\tau}{r_0^2}; \frac{\alpha r_0}{\lambda_c}; \frac{r}{r_0}\right), \text{ або } \Theta = f(Fo, Bi, R).$$

3-12. Звести до безрозмірної форми для визначення коефіцієнта тепловіддачі конвекцією рівняння, що застосовується при розрахунку пластинчастих повітряпідігрівачів:

$$\alpha = 0,00365 \left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^{0,6} (c \cdot \rho)^{0,4} W.$$

Відповідь: $0,00365 \text{ Re} \cdot \text{Pr}^{0,4}$

3-13. Показати, що емпіричне рівняння для коефіцієнта тепловіддачі при вимушеному русі в'язкої рідини

$$\alpha = W^a \cdot l^b \cdot d^f \cdot \nu^h \cdot \lambda^k \cdot c^r \cdot \rho^s$$

зводиться до вигляду

$$Nu = \text{Re}^a \text{Pr}^r (l/d)^b.$$

Розв'язати задачу за допомогою π -теореми і аналізу розмірностей.

3-14. Звести до безрозмірної форми рівняння теплообміну на межі між стінкою і рухомих середовищем

$$\alpha(T_c - T_p) = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

Відповідь: $\frac{d\Theta}{\Theta_c - \Theta} = -Nu \, dX$, де $\Theta = T/T_0$; $X = l/l_0$.

3-15. Визначити, при якій витраті води ($T_1 = 288 \text{ К}$) в трубі з внутрішнім діаметром $d_1 = 18 \text{ мм}$ течія стане гідродинамічно подібною до руху повітря, температура якого $T_2 = 1073 \text{ К}$, у повітроводі діаметром $d_2 = 4000 \text{ мм}$ при швидкості 12 м/с .

Відповідь: $G_{\text{води}} = 2.1 \text{ т/год}$.

3-16. При експериментальному визначенні коефіцієнтів тепловіддачі для вимушеного руху середовища в циліндричних трубах води ($t_1 = 30^\circ\text{C}$; $d_1 = 110 \text{ мм}$) і повітря при атмосферному тиску ($t_2 = 120^\circ\text{C}$; $d_2 = 300 \text{ мм}$), відповідно знайдені коефіцієнти тепловіддачі: $\alpha_1 = 1050 \text{ Вт/м}^2\text{К}$; $\alpha_2 = 64 \text{ Вт/м}^2\text{К}$. З'ясувати, чи подібні ці процеси, та визначити відношення швидкостей робочих середовищ і коефіцієнтів тепловіддачі, що зумовлюють подібність цих явищ.

Вказівка: додаткові параметри води і повітря взяти з таблиць додатків 1 і 2.

Відповідь: Явища не подібні. $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 50,4$ і $\frac{W_1}{W_2} = 0,086$.

3-17. Нагріту сталю кулю занурили у ванну з маслом для загартовування. Розрахувати теплову модель цієї кулі, яка зроблена з бетону і охолоджується потоком повітря. Задані такі величини:

для сталюї кулі: $\lambda = 40 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$, $C = 0,1 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$, $\rho = 7900 \text{ кг/м}^3$, $d = 0,2 \text{ м}$, $T_0 = 873 \text{ К}$, $T_p = 473 \text{ К}$, $\alpha = 500 \text{ Вт/м}^2\text{К}$;

для бетонної кулі: $\lambda_m = 1,1 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$, $C_m = 0,27 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$, $\rho_m = 2300 \text{ кг/м}^3$, $T_{0,m} = 373 \text{ К}$, $T_{p,m} = 293 \text{ К}$, $\alpha_m = 10 \text{ Вт/м}^2\text{К}$.

Визначити діаметр моделі d_m , співвідношення між часом і температурами для зразка та моделі.

Відповідь: $d_m = 275 \text{ мм}$; $\tau = \tau_m / 54,4$; $T = 5 \cdot T_m - 992 \text{ К}$.

3-18. Визначити значення коефіцієнта кінематичної в'язкості та швидкості течії рідини в моделі, в якій досліджується теплообмін при вимушеній конвекції. Коефіцієнт температуропровідності рідини в моделі $a_m = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

У зразку, який являє собою трубу діаметром $d = 0,4 \text{ м}$, тече повітря при тиску 1 бар з температурою 170°C . Швидкість течії повітря $W = 80 \text{ м/с}$. Діаметр труби моделі в 5 разів менший, ніж діаметр труби зразка.

Вказівка: додаткові параметри для повітря беруться з таблиці 1 додатка.

Відповідь: $\nu_{\text{м}} = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $W_{\text{м}} = 7,1 \text{ м/с}$.

3-19. В трубі рухається повітря зі швидкістю $W = 15 \text{ м/с}$. Температура повітря 603 К . Яка повинна бути швидкість води у гідродинамічній моделі, лінійні розміри якої у 20 разів більші за розміри зразка. Температура води $T_{\text{в}} = 293 \text{ К}$.

Відповідь: $W_{\text{м}} = 0,015 \text{ м/с}$.

РОЗДІЛ 4 | НЕСТАЦІОНАРНІ ПРОЦЕСИ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Процеси теплопровідності, коли температура системи змінюється не тільки від точки до точки, а і залежить від часу, називаються нестационарними.

Аналітичний опис процесу включає в себе нестационарне диференціальне рівняння та умови однозначності. Запишемо диференціальне рівняння теплопровідності для надлишкової температури Θ при відсутності внутрішніх джерел теплоти:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = a \cdot \nabla^2 \Theta.$$

Умови однозначності задаються у вигляді:

- 1) фізичних параметрів λ, c, ρ ;
- 2) форми і геометричних розмірів об'єкта;
- 3) температури тіла в початковий момент часу $\tau = 0$;
- 4) граничних умов.

При розв'язанні задач нестационарної теплопровідності вводиться поняття надлишкової температури від температури середовища T_∞ . Якщо T_0 – температура тіла в початковий момент часу, а T – температура тіла в довільний момент, то температурний напір (надлишкова температура) визначається як $\theta = T - T_\infty$, якщо $T > T_\infty$, або $\theta = T_\infty - T$, якщо $T < T_\infty$. Початковий температурний напір визначається як $\theta_0 = T_0 - T_\infty$ або $\theta_0 = T_\infty - T_0$ є максимальним, поточний температурний напір завжди зменшується від максимального (початкового) до нульового значення при настанні теплової рівноваги.

Безрозмірна надлишкова температура дорівнює відношенню поточного температурного напору до початкового температурного напору:

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta_0}.$$

З часом безрозмірна температура зменшується від одиниці до нуля як в процесах нагрівання так і в процесах охолодження тіл.

ПРИКЛАДИ

4-1. Знайти розподілення температури $T(x, \tau)$ в напівобмеженому тілі ($x \geq 0$) (рис. 13), якщо воно мало температуру T_0 , а у початковий момент часу температуру його поверхні швидко зменшили до $T_c < T_0$.

Розв'язання. Поле температури у заданих умовах описується рівнянням

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}, \quad (4.1)$$

а також початковими та граничними умовами

$$\Theta|_{\tau=0} = T_0 - T_c = \Delta T;$$

$$\Theta|_{\tau, x=0} = 0; \quad (4.2)$$

$$\Theta|_{\tau, x \rightarrow \infty} = \Delta T.$$

Тут прийнято $\Theta = T - T_c$.

Введемо до розгляду нову незалежну змінну:

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}}. \quad (4.3)$$

Тоді

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \tau} = -\frac{1}{4} \frac{x}{\tau \sqrt{a \cdot \tau}} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}; \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{4 \cdot a \cdot \tau} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}. \quad (4.6)$$

Підставляючи (4.5) та (4.6) у (4.1), одержуємо таке рівняння:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + 2\xi \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0. \quad (4.7)$$

Умови (4.2) матимуть вигляд

$$\Theta|_{\xi \rightarrow \infty} = \Delta T; \quad (4.8)$$

$$\Theta|_{\xi=0} = 0.$$

Таким чином, задача звелася до однієї змінної.
Зробимо заміну

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = u. \quad (4.9)$$

Тоді рівняння (4.7) запишеться у вигляді

$$u' + 2 \cdot \xi \cdot u = 0, \quad (4.10)$$

або

$$\frac{u'}{u} = -2\xi. \quad (4.11)$$

Інтегрування рівняння (4.11) дає розв'язок

$$u = C_1 e^{-\xi^2}. \quad (4.12)$$

Приймаючи до уваги (4.9), рівняння (4.12) матиме вигляд

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = C_1 \cdot e^{-\xi^2}. \quad (4.13)$$

Розв'язком рівняння (4.13) буде

$$\Theta = C_1 \int_0^\xi e^{-\xi^2} d\xi + C_2. \quad (4.14)$$

Використовуючи умови (4.8), дістаємо при $\xi = 0$, $\Theta = 0$, $C_2 = 0$;
при

$$\xi \rightarrow \infty, \Theta = \Delta T, C_1 = \frac{\Delta T}{\int_0^\xi e^{-\xi^2} d\xi} = \frac{2\Delta T}{\sqrt{\pi}}.$$

Таким чином, розв'язком нашої задачі є

$$T - T_c = \frac{2\Delta T}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/(2\sqrt{a\tau})} \exp(-\xi^2) d\xi,$$

або

$$T = T_c + (T_0 - T_c) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}}\right),$$

де

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/(2\sqrt{a\tau})} \exp(-\xi^2) d\xi = \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \right).$$

4-2. Водопровідна труба $d = 0,1$ м зарита у землю на глибині $h = 0,2$ м. Температура землі $T_0 = 280$ К. Температура поверхні землі раптово знижується до температури $T_c = 253$ К. Визначити, через скільки годин вода в трубі почне замерзати (впливом швидкості води на теплопередачу знехтувати). Коефіцієнт температуропровідності землі $a = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{год}$.

Розв'язання. Задача може бути розглянута як випадок напівобмеженого твердого тіла, в якому температура змінюється тільки в одному напрямку. У зв'язку з цим рівняння процесу та умови однозначності такі самі, як і у задачі 4-1. Тому ми можемо для розрахунку використати відповідь задачі 4-1, а саме:

$$\frac{T - T_c}{T_0 - T_c} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/(2\sqrt{a\tau})} e^{-\xi^2} d\xi = \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \right).$$

Якщо температура замерзання води $T = 273$ К, то тоді маємо

$$\operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \right) = \frac{273 - 253}{280 - 253} = 0,741.$$

За таблицею 5 додатка знаходимо

$$\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}} = 0,8, \text{ де } x = h - \frac{d}{2} = 1,2 - 0,05 = 1,15 \text{ м.}$$

Звідси

$$\tau = \frac{x^2}{4 \cdot 0,8^2} = \frac{1,15^2}{4 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8^2} = 469 \text{ год.}$$

4-3. Термічні напруження у твердих тілах з'являються при наявності градієнтів температури. Визначити градієнт температури

$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}$ на поверхні напівобмеженого тіла при швидкому охолодженні (або нагріву) його в умовах задачі 4-1.

Розв'язання. Записуємо градієнт температури у вигляді (4.5) (див. задачу 4-1):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{a \cdot \tau}} \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}.$$

Із рівняння (4.13) тієї ж задачі 4-1

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = C \cdot e^{-\xi^2},$$

або, підставляючи значення сталої величини
 $C = \frac{2 \cdot \Delta T}{\sqrt{\pi}} i \quad \xi = \frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}},$ маємо

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{2\Delta T}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot \tau}}.$$

Підставляючи це співвідношення у вихідне рівняння, одержуємо

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\Delta T}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}} e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot \tau}}.$$

Тоді остаточно при $x = 0$ дістаємо

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\Delta T}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}} e^0 = \frac{T_0 - T_c}{\sqrt{\pi \cdot a \cdot \tau}}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

4-4. Використовуючи умову задачі 4-2, визначити, якою повинна бути температура поверхні землі, якщо вода почне замерзати через 345 годин.

Відповідь: $T = 240$ К.

4-5. Використовуючи умову задачі 4-2, обчислити, на якій глибині через трое діб почне замерзати вода в трубі, якщо температуру поверхні землі раптово знизиться до $t_c = -25$ °С.

Відповідь: $h = 0,542$ м.

4-6. Поверхня зливка металу ($\lambda = 40$ Вт/м · К, $a = 0,053$ м²/год), яка мала температуру 500 °С, охолоджена до 15 °С. Визначити, через який час на глибині 0,2 м від поверхні зливка температура металу знизиться до 200 °С.

Відповідь: $\tau = 1,5$ год.

4-7. Використовуючи розв'язок задачі 4-6, обчислити температуру на глибині 0,3 м від поверхні зливка через 2 години після початку охолодження.

Відповідь: $t = 250\text{ }^{\circ}\text{C}$.

4-8. Використовуючи умову задачі 4-6 і розв'язок задачі 4-3, визначити питомий тепловий потік, який проходить крізь поверхню зливка за час охолодження.

Відповідь: $q = -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0,387 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$.

4-9. Визначити температуру в ґрунті через 20 годин на глибині $h = 0,5 \text{ м}$, якщо внаслідок пожежі ґрунту температура цієї поверхні підтримувалася $t_c = 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$, а до пожежі ґрунт мав температуру $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температуропровідність ґрунту $a = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{год}$.

Відповідь: $t = 120\text{ }^{\circ}\text{C}$.

4-10. Розв'язати задачу В. Томпсона по оцінюванню часу остигання земної кори виходячи з таких припущень: Земна кора є напівобмежене тверде тіло, яке на початок охолодження мало температуру $t_0 = 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. Після початку охолодження температура поверхні землі залишилася сталою і дорівнювала $t_c = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, причому градієнт температури на цій поверхні у теперішній час дорівнює $1/30 \text{ К/м}$, а середній коефіцієнт температуропровідності ґрунту $a = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{год}$.

Відповідь: $\tau = 13,5 \cdot 10^6 \text{ років}$.

4-11. Вал з насадженням на нього гарячим способом кільцем завтовшки 20 мм має температуру $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Визначити, через який час буде легше всього зняти кільце, якщо поверхня вала моментально нагрівається до $500\text{ }^{\circ}\text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності і температуропровідності вала і кільця однакові: $\lambda = 45 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$; $a = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{год}$. Визначити також максимальний питомий тепловий потік, який приходить крізь поверхню вала.

Вказівка. Використати розв'язок задачі 4-3 для температурного градієнту напівобмеженого тіла при умові, що кільце легше всього зняти у той момент, коли зміна температурного градієнта по часу буде максимальною, тобто $\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) = 0$; $q_{\max} = -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{\max}$.

Градієнт $\left(\frac{\partial \Theta}{\partial x} \right)_{\max}$ розраховується після того, як знайдеться час його досягання (перша частина задачі).

Відповідь: $\tau = 13,5$ с; $q_{\max} = 0,525 \cdot 10^6$ Вт/м².

4-12. Знайти розподіл температури $T(x, \tau)$ у напівобмеженому твердому тілі для граничних умов другого роду. Тіло мало температуру T_0 , у початковий момент починається підводитися теплота до його поверхні зі сталою інтенсивністю q_c [Вт/м²].

$$\text{Відповідь: } \frac{T - T_0}{\frac{q_c \cdot x}{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{2\sqrt{a \cdot \tau}}{x} \exp\left(-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot \tau}\right) - 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}}\right).$$

РОЗДІЛ 5 || КОНВЕКТИВНИЙ ТЕПЛООБМІН В ОДНОФАЗНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Поняття конвективного теплообміну описує процес теплообміну при русі рідини або газу. Перенос теплоти відбувається одночасно конвекцією і теплопровідністю. Конвекція – це перенос теплоти при перемішуванні частинок рідини або газу із області з однією температурою в область з іншою температурою.

Розрізняють вільний і вимушений конвективний теплообмін. Вільна конвекція – рух в об'ємі рідини або газу виникає за рахунок неоднорідності в ньому масових сил. Вимушена конвекція об'єму рідини або газу відбувається за рахунок дії зовнішніх сил, які прикладені на його границях, за рахунок попередньої передачі кінетичної енергії (наприклад, за рахунок роботи насосу, вентилятору, вітру, і т.д.).

2. ЗАГАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ І РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

Інтенсивність теплообміну в процесах конвективного переносу тепла визначається величиною коефіцієнта тепловіддачі α , який визначається з критеріальних рівнянь. За законом Ньютона-Ріхмана, питомий тепловий потік

$$q = \alpha \cdot \Delta T, \quad \text{Вт/м}^2,$$

а повний тепловий потік

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F, \quad \text{Вт},$$

де $\Delta T = |T_c - T_{cp}|$, T_c – середня температура стінки; T_{cp} – середня температура середовища; F – поверхня теплообміну.

Таблиця 5.1

**Критеріальні рівняння теплообміну при вільній конвекції
в необмеженому просторі для середовищ з $Pr \geq 0,7$**

Умови процесу теплообміну	Критеріальні рівняння	Область застосування
Плівковий режим	$Nu = 0,5$	$Gr \cdot Pr < 0,001$
Струминний режим	$Nu = 1,18 (Gr \cdot Pr)^{1/8}$	$0,001 < Gr \cdot Pr < 500$
Перехідний режим	$Nu = 0,54 (Gr \cdot Pr)^{1/4}$	$500 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$
Вихровий режим	$Nu = 0,135 (Gr \cdot Pr)^{1/3}$	$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr < 10^{13}$

Примітки: 1. Визначальна температура – середня температура пограничного шару $T_m = (T_c + T_{cp}) / 2$.

2. Визначальний розмір: для труб – діаметр; для вертикальних плит – висота; для горизонтальних плит – менший лінійний розмір.

Таблиця 5.2

Критеріальні рівняння конвективного теплообміну при вимушеній течії по прямих трубах і каналах середовищ з $Pr \geq 0,7$

Умови процесу теплообміну	Критеріальні рівняння	Область зміни аргументу
Ламінарний режим	$Nu = 0,15 Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	$Re \leq 2000$ $Gr < 1 \cdot 10^6$
Перехідний режим	$Nu = Ko Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	$2000 < Re < 1 \cdot 10^4$
Турбулентний режим	$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	$Re \geq 1 \cdot 10^4$

Примітки:

1. Визначальна температура – середня температура середовища $T_{\text{ср}}$.

2. Визначальний розмір – еквівалентний діаметр перерізу $\alpha_{\text{екв}} = \frac{4f}{u}$ (f – площа перерізу, u – периметр перерізу).

3. Значення комплексу K_0 залежно від числа Рейнольдса наведено нижче:

$Re \cdot 10^{-3}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10
K_0	1,9	2,7	3,3	3,8	4,4	7,0	10,3	15,5	19,5	27	33,3

4. Для змійовиків вводиться поправковий коефіцієнт

$$\varepsilon_K = 1 + 1,77 \frac{d}{R},$$

де d – діаметр труби; R – радіус закручення.

Таблиця 5.3

**Критеріальні рівняння конвективного теплообміну
при поперечному обтіканні одиночних труб і трубних пучків
($\psi = 90^\circ$) для середовищ з $Pr \geq 0,7$**

Умови процесу теплообміну	Критеріальні рівняння	Границі зміни аргументу
Поперечне обтікання одиночної труби	$Nu = 0,59 Re^{0,47} Pr^{0,58} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$ $Nu = 0,21 Re^{0,67} Pr^{0,34} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	$10 < Re < 1 \cdot 10^3$ $1 \cdot 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$
Поперечне обтікання трубних пучків: а) шахових	$Nu = 0,41 Re^{0,6} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	$2 \cdot 10^2 < Re < 2 \cdot 10^5$ $2 \cdot 10^2 < Re < 2 \cdot 10^5$
б) коридорних	$Nu = 0,23 Re^{0,65} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25}$	

Примітки: 1. Визначальна температура – середня температура потоку T_{cp} .

2. Визначальний розмір – зовнішній діаметр труб $d_{зов}$.

3. При куті атаки $\psi < 90^\circ$ слід вводити поправкові коефіцієнти ε_ψ , значення яких наведено нижче:

ψ	90°	80°	70°	60°	50°	40°	30°	20°	10°
ε_ψ	1	1	0,98	0,94	0,88	0,76	0,67	0,52	0,42

Щоб знайти середнє значення коефіцієнта тепловіддачі при поперечному обтіканні пучка, який складається з n рядків труб, результат обчислення за критеріальним рівнянням слід помножити на поправковий коефіцієнт ε_n , що визначається за формулою

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + (n - 2)}{n},$$

причому величини ε_1 і ε_2 для різних типів трубних пучків відповідно дорівнюють:

- для шахового пучка $\varepsilon_1 = 0,6$, $\varepsilon_2 = 0,7$;
- для коридорного пучка $\varepsilon_1 = 0,6$, $\varepsilon_2 = 0,9$.

Таблиця 5.4

Критеріальні рівняння конвективного теплообміну при вільному і вимушеному русі середовища (рідкі метали) з $Pr \leq 1$

Умови процесу теплообміну	Критеріальні рівняння	Границі зміни аргументу
Вільна конвекція в необмеженому просторі	$Nu = 0,53 (Gr \cdot Pr^2)^{0,25}$	–
Вимушена течія по трубах і каналах	$Nu = 0,7 Pe^{0,38}$ $Nu = 5 + 0,021 Pe^{0,75}$	$20 < Pe < 300$ $300 < Pe < 15000$

Примітка: Визначальні параметри (температура і розмір) для рівняння теплообміну при вільній конвекції вибирають відповідно до рекомендації табл. 5.1, а для вимушеної течії – відповідно до рекомендацій табл. 5.2.

ПРИКЛАДИ

5-1. Визначити тепловий потік, що передається при вільній конвекції опалювальним приладом, який складається з 16 вертикальних труб із зовнішнім діаметром $d_{\text{зовн}} = 0,052$ м і висотою $l = 0,7$ м, якщо температура стінки опалювального приладу $T_c = 343$ К, а температура навколишнього повітря $T_{cp} = 293$ К.

Розв'язання. Тепловий потік визначається з загального співвідношення

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F.$$

Коефіцієнт тепловіддачі для випадку, який ми розглядаємо (теплосприймаюче середовище – повітря), з числом Прандтля $Pr = 0,703$ можна визначити з критеріального рівняння

$$Nu = c \cdot (Gr \cdot Pr)^n.$$

Визначальною температурою для вибору фізичних параметрів для цього випадку буде

$$T_m = \frac{T_c + T_{cp}}{2} = 318 \text{ К, або } t_m = 45^\circ\text{C}.$$

При температурі $T_m = 318$ К фізичні параметри повітря (додаток, табл. 1):

$$\lambda = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \nu = 17,46 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с};$$

$$\beta = 1 / 318 = 0,00314 \text{ К}^{-1}; Pr = 0,698.$$

Визначальний розмір $l = d_{\text{зовн}} = 0,052$ м.

Визначальний критерій – аргумент

$$Gr \cdot Pr = \frac{gl^3 \beta \Delta T}{\nu^2} Pr = \frac{9,8 \cdot 0,052^3 \cdot 0,00314 \cdot 50 \cdot 0,698}{17,46 \cdot 10^{-6}} = 4,45 \cdot 10^5.$$

Знайденому значенню аргументу (див. табл. 5.1) відповідає критеріальне рівняння

$$Nu = 0.54 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.25},$$

тобто

$$Nu = 0.54 \cdot (445660)^{0.25} = 14.3.$$

З іншого боку,

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_{\text{зовн}}}{\lambda},$$

тому

$$\alpha = \frac{\lambda \cdot Nu}{d_{\text{зовн}}} = \frac{0,028 \cdot 14,3}{0,052} = 7,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Поверхня теплообміну

$$F = n \cdot \pi \cdot d_{\text{зовн}} \cdot l = 16 \cdot 3,14 \cdot 0,052 \cdot 0,7 = 1,83 \text{ м}^2.$$

Тоді тепловий потік для цієї поверхні становить

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F = 7,7 \cdot (343 - 293) \cdot 1,83 = 706,65 \text{ Вт}.$$

5-2. Вода в кількості $G = 10,2$ кг/год рухається в трубі діаметром 4 мм і довжиною 1,5 м. Визначити величину коефіцієнта тепловіддачі і кількість тепла, яке передається стінці труби, якщо середня температура потоку $t_{\text{сер}} = 60$ °С, а температура стінки $t_c = 20$ °С.

Розв'язання. Визначальною температурою у цьому випадку буде $t_{\text{сер}} = 60$ °С. З таблиці 2 додатка визначаємо фізичні параметри води: $\rho = 985,2$ кг/м³, $\lambda = 0,66$ Вт/м·К, $\nu = 0,478 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $\beta = 5,11 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹, $\text{Pr} = 2,98$. Крім того, при температурі стінки $t_c = 20$ °С для води $\text{Pr}_c = 7,02$.

Швидкість течії можна відшукати з рівняння $G = \rho \cdot W \cdot f$, де f – площа перерізу труби. Звідси

$$W = \frac{G}{\rho \cdot f} = \frac{10,2 \cdot 4}{3600 \cdot 983,2 \cdot 3,14 \cdot 0,004^2} = 0,222 \text{ м/с}.$$

Для з'ясування режиму течії визначаємо число Re:

$$\text{Re} = \frac{W \cdot d}{\nu} = \frac{0,222 \cdot 0,004}{0,478 \cdot 10^{-6}} = 1860.$$

Знайдене число $\text{Re} < 2000$, тому маємо ламінарний режим течії і відповідно цьому критеріальне рівняння

$$Nu = 0,15 \cdot \text{Re}^{0,33} \text{Pr}^{0,43} \text{Gr}^{0,1} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_c} \right)^{0,25},$$

де $\text{Re} = 1860$, $\text{Pr} = 2,98$, $\text{Pr}_c = 7,02$.

Тоді

$$Gr = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot \Delta T}{\nu^2} = \frac{9,8 \cdot 0,004^3 \cdot 5,11 \cdot 10^{-4} \cdot 40}{(10,478 \cdot 10^{-6})^2} = 5,7 \cdot 10^4.$$

Маємо

$$Nu = 0,15 \cdot 1860^{0,33} \cdot 2,98^{0,43} \cdot (5,7 \cdot 10^4)^{0,1} \cdot \left(\frac{2,96}{7,02}\right)^{0,25} = 7,03.$$

Коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{7,03 \cdot 0,66}{0,004} = 1160 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Тепловий потік

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F = \alpha \cdot \Delta T \cdot \pi \cdot d \cdot l = 1160 \cdot 40 \cdot 3,14 \cdot 0,004 \cdot 1,5 = 874 \text{ Вт}.$$

5-3. Визначити коефіцієнт тепловіддачі при поперечно-му обтіканні восьмирядного пучка труб зовнішнім діаметром $d_{\text{зовн}} = 0,044$ м потоком повітря, якщо швидкість течії 15.1 м/с, середня температура повітря $T_{\text{сеп}} = 573$ К, температура стінки $T_c = 673$ К. Розрахунок зробити для шахового і коридорного пучків.

Розв'язання. При температурі $T_{\text{сеп}} = 573$ К фізичні параметри повітря згідно з таблицею 1 додатка: $\lambda = 0,0461$ Вт/м·К; $\nu = 48,33 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pr = 0,674$. При температурі стінки $T_c = 673$ К, $Pr_c = 0,678$. Критерій – аргумент – число Рейнольдса.

$$Re = \frac{W \cdot d}{\nu} = \frac{15,1 \cdot 0,044}{48,33 \cdot 10^{-6}} = 13700.$$

У даному випадку $2 \cdot 10^2 < Re < 2 \cdot 10^5$. Отже, можна застосувати рівняння

а) для шахового пучка

$$\begin{aligned} Nu &= 0,41 Re^{0,3} Pr^{0,33} (Pr/Pr_c)^{0,25} = \\ &= 0,41 \cdot 13700^{0,3} \cdot 0,674^{0,33} \cdot \left(\frac{0,674}{0,678}\right)^{0,25} = 109; \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{109 \cdot 0,0461}{0,044} = 114 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

б) для коридорного пучка

$$Nu = 0,23 Re^{0,65} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25} =$$

$$= 0,23 \cdot 13700^{0,6} \cdot 0,674^{0,33} \left(\frac{0,674}{0,678} \right)^{0,25} = 97;$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{97 \cdot 0,0461}{0,044} = 102 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Знайдені значення коефіцієнтів теплопередачі справедливі для будь-якого ряду труб у пучку починаючи з третього. Для врахування зниження коефіцієнта теплопередачі в двох перших рядах труб обчислюємо поправковий коефіцієнт:

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + n - r}{n}.$$

Для шахового пучка

$$\varepsilon_n^{\text{ш}} = \frac{0,6 + 0,7 + 6}{8} = 0,91.$$

Тоді середній коефіцієнт тепловіддачі

$$\bar{\alpha}^{\text{ш}} = \varepsilon_n^{\text{ш}} \cdot \alpha = 0,91 \cdot 114 = 104 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Для коридорного пучка

$$\varepsilon_n^{\text{к}} = \frac{0,6 + 0,9 + 6}{8} = 0,94,$$

середній коефіцієнт тепловіддачі

$$\bar{\alpha}^{\text{к}} = 0,94 \cdot 102 = 96 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Таким чином, інтенсивність тепловіддачі для шахового пучка вища, ніж для коридорного.

5-4. Розрахувати коефіцієнт тепловіддачі при поперечному обтіканні одиночної труби з зовнішнім діаметром $d_{\text{зовн}} = 0,083$ м потоком димових газів, спрямованим перпендикулярно до осі труби ($\psi = 90^\circ$), якщо швидкість потоку $W = 2.5$ м/с, температура його $t = 650^\circ\text{C}$, температура стінки $t_c = 300^\circ\text{C}$.

Як зміниться результат: а) при зменшенні діаметра труби до $d_{\text{зовн}} = 0,033$ м; б) при зменшенні кута атаки до $\psi = 40^\circ$.

Розв'язання. Використовуючи табл. 3 додатка, знаходимо фізичні параметри димових газів при температурі $t = 650$ °C: $\lambda = 0,0783$ Вт/м·К; $\nu = 102,9 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pr = 0,62$; $Pr_c = 0,65$. Критерій – аргумент – число Рейнольдса.

$$Re = \frac{W \cdot d}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 0,083}{102,9 \cdot 10^{-6}} = 2020.$$

При $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ слід застосовувати критеріальне рівняння

$$Nu = 0,21 Re^{0,62} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25} = 0,21 \cdot 2020^{0,62} \cdot 0,62^{0,38} \cdot \left(\frac{0,62}{0,65} \right)^{0,25} = 19,5.$$

Звідси коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{19,5 \cdot 0,0783}{0,083} = 18,3 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

У випадку а) число Рейнольдса

$$Re = \frac{W \cdot d}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 0,038}{102,9 \cdot 10^{-6}} = 923,$$

тобто $10 < Re < 2 \cdot 10^3$ і тому слід застосовувати критеріальне рівняння

$$\begin{aligned} Nu &= 0,59 Re^{0,47} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_c} \right)^{0,25} = \\ &= 0,59 \cdot 923^{0,47} \cdot 0,62^{0,38} \cdot \left(\frac{0,62}{0,65} \right)^{0,25} = 12,05. \end{aligned}$$

Коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha' = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{12,05 \cdot 0,0783}{0,038} = 24,8 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Інтенсивність теплообміну в даному випадку підвищується внаслідок зменшення визначального розміру.

У випадку б) треба врахувати поправку на кут атаки ε_ψ (табл. 5.3, примітка 3). При $\psi = 40^\circ$ $\varepsilon_\psi = 0,76$.

$$\alpha_\psi = 0,76 \cdot 18,3 = 13,85 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

У цьому випадку інтенсивність теплообміну зменшується.

5-5. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і питомий тепловий потік при вимушеній течії розплавленого натрію зі швидкістю

$W = 0.2$ м/с по каналу з еквівалентним діаметром $d_{екв} = 50$ мм, якщо середня температура розплавленого металу $t = 500$ °С і температура стінки каналу $t_c = 600$ °С. Як зміняться результати: а) при заміні натрію розплавленим свинцем; б) при збільшенні швидкості течії натрію до 1,3 м/с?

Для розв'язання задачі використати такі дані про теплофізичні властивості теплоносіїв:

Теплоносій при $t = 500$ °С	λ , Вт/м·К	a , м²/год
Натрій	57,3	0,228
Свинець	13,3	0,0343

Розв'язання. Обчислюємо критерії Пекле:

$$Pe = \frac{W \cdot d}{a_n} = \frac{0,2 \cdot 0,05 \cdot 3600}{0,228} = 158.$$

При $20 < Pe < 300$ слід скористатись критеріальним рівнянням

$$Nu = 0,7 \cdot Pe^{1/3} = 0,7 \cdot 158^{1/3} = 3,79.$$

Питомий тепловий потік

$$q = \alpha \Delta T = 4350 \cdot (873 - 773) = 435000 \text{ Вт/м}^2.$$

У випадку а) число Пекле

$$Pe = \frac{W \cdot d}{a_c} = \frac{0,2 \cdot 0,05 \cdot 3600}{0,0343} = 1050,$$

і тому ($300 < Pe < 15000$) потрібно скористатись рівнянням

$$Nu = 5 + 0,021 Pe^{0,75} = 5 + 0,021 \cdot 1050^{0,75} = 8,85.$$

Коефіцієнт тепловіддачі при цьому

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_c}{d} = \frac{8,85 \cdot 13,3}{0,05} = 2350 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

а питомий тепловий потік

$$q = \alpha \Delta T = 2350 \cdot 100 = 235000 \text{ Вт/м}^2.$$

У даному випадку зниження теплопровідності середовища приводить до зниження інтенсивності теплообміну.

У випадку б) критерій Пекле

$$Pe = \frac{W \cdot d}{a_n} = \frac{1,3 \cdot 0,05 \cdot 3600}{0,228} = 1027,$$

звідки, як і в попередньому випадку,

$$Nu = 5 + 0,021 \cdot 1027^{0,75} = 8,37.$$

Тоді

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_c}{d} = \frac{8,37 \cdot 57,3}{0,05} = 9550 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К},$$

а питомий тепловий потік

$$q = \alpha \Delta T = 9550 \cdot 100 = 955000 \text{ Вт/м}^2,$$

тобто інтенсивність теплообміну зросла в 2,2 раза порівняно з вихідним варіантом.

5-6. Система з циліндричних тепловиділяючих елементів ядерного реактора охолоджується повздовжнім потоком води (рис. 16).

Визначити середнє значення коефіцієнта тепловіддачі і температури охолоджуваної поверхні елементів, якщо задані такі величини: зовнішній діаметр елемента $d = 9 \text{ мм}$; відстань між центрами сусідніх елементів $\delta = 13 \text{ мм}$; середня температура і швидкість охолоджуваної води $T_{сер} = 473 \text{ К}$, $W = 8 \text{ м/с}$; середнє теплове навантаження охолоджуваної поверхні нагріву $\bar{q}_c = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$.

Розв'язання. За визначальною температурою $T_{сер} = 473 \text{ К}$ фізичні параметри води (додаток, табл. 2): $\lambda = 0,663 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$; $\nu = 0,158 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $Pr = 0,93$. Визначальний розмір – еквівалентний діаметр поперечного перерізу потоку, охолоджуючого систему тепловиділяючих елементів:

$$d_{екв} = \frac{4 \left(\delta^2 - \frac{\pi d^2}{4} \right)}{\pi d} = \frac{4 \cdot [13^2 - (3,14 / 4) \cdot 9^2] \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

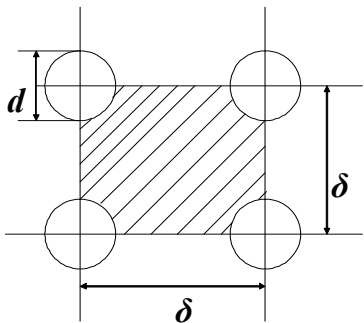


Рис. 16

Тоді число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{Wd_{\text{екв}}}{\nu} = \frac{8 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{0,158 \cdot 10^{-6}} = 7,56 \cdot 10^5,$$

тобто у нашому випадку $\text{Re} > 1 \cdot 10^4$ і тому критеріальним рівнянням процесу буде

$$\text{Nu} = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,43} (\text{Pr}/\text{Pr}_c)^{0,25}$$

Припустимо, що $\text{Pr}/\text{Pr}_c = 1$, тоді

$$\frac{\alpha \cdot d_{\text{екв}}}{\lambda} = 0,021 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,43}.$$

Враховуючи, що $\alpha = \frac{q_c}{\bar{T}_{\text{еп}} - \bar{T}_c}$, остаточно можна записати співвідношення для температури поверхні елемента реактора

$$\begin{aligned} \bar{T}_c &= \frac{q_c \cdot d_{\text{екв}}}{0,021 \cdot \lambda \cdot \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}^{0,43}} + \bar{T}_{\text{сер}} = \\ &= \frac{1,5 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{0,021 \cdot 0,683 \cdot (7,56 \cdot 10^5)^{0,8} \cdot 0,93^{0,43}} + 473 = 504 \text{ K}. \end{aligned}$$

Коефіцієнт тепловіддачі

$$\bar{\alpha} = \frac{q_c}{\bar{T}_{\text{еп}} - \bar{T}_c} = \frac{1,5 \cdot 10^6}{524 - 473} = 4,86 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

5-7. Визначити коефіцієнт тепловіддачі вертикальної стінки висотою 2 м повітряю, якщо середня температура стінки $T_c = 393 \text{ K}$, а температура повітря удалині від стінки $T_{\text{сер}} = 293 \text{ K}$.

Відповідь: $\alpha = 6,82 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$.

5-8. Витковий електронагрівач з ніхромового дроту діаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ має температуру $T_c = 773 \text{ K}$. Визначити коефіцієнт тепловіддачі на поверхні дроту і силу струму, який проходить крізь електронагрівач, якщо температура навколишнього повітря $T_{\text{сер}} = 293 \text{ K}$, а питомий електричний опір дроту $\rho = 1,1 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

Відповідь: $\alpha = 63,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$; $I = 2,92 \text{ А}$.

5-9. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і питомі втрати тепло-ти з двох горизонтально розташованих паропроводів діаметром $d_1 = 200$ мм та $d_2 = 100$ мм, якщо температури їх стінок однакові і дорівнюють $t_c = 310^\circ\text{C}$, а температура повітря удалині від паропроводів $t_{\text{сер}} = 26^\circ\text{C}$.

Відповідь: $\alpha_1 = 8.24$ Вт/м²К; $q_1 = 2340$ Вт/м²; $\alpha_2 = 9.18$ Вт/м²К; $q_2 = 2610$ Вт/м².

5-10. Визначити втрату тепла одним лінійним метром трубопроводу із зовнішнім діаметром $d_{\text{зовн}} = 700$ мм при вільній конвекції, якщо температура зовнішньої поверхні $T_c = 343$ К, а навколишнє середовище – повітря при температурі $T_{\text{сер}} = 283$ К. Як зміниться результат при зменшенні температури навколишнього середовища до $T_{\text{сер}} = 263$ К?

Відповідь: $q_{11} = 812$ Вт/м²; $q_{12} = 1216$ Вт/м².

5-11. Горизонтальний електропровід охолоджується повітрям при вільній конвекції. У скільки разів і в який бік зміниться коефіцієнт тепловіддачі від проводу, якщо його помістити у водень, зберігаючи температури проводу і газу без змін?

Фізичні параметри повітря і водню зв'язані такими приблизними співвідношеннями: $\lambda_{H_2} = 7\lambda_{\text{нов}}$; $\rho_{H_2} = 0.07\rho_{\text{нов}}$; $C_{H_2} = 14.3C_{\text{нов}}$; $\mu_{H_2} = 0.5\mu_{\text{нов}}$; $\beta_{H_2} = \beta_{\text{нов}}$; а число $Gr \cdot Pr$ міститься в інтервалі $5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$.

Відповідь: $\frac{d_{H_2}}{d_{\text{нов}}} = 2,61$.

5-12. Електронагрівач повітря, зроблений з ніхромового дроту ($d = 1$ мм, $\rho = 1,1$ Ом·мм²/м), охолоджується вільним потоком повітря $t_{\text{сер}} = 0^\circ\text{C}$. Знайти найбільшу силу струму, який можна пропускати крізь нагрівач, при умові, що температура дроту не перевищуватиме $T_c = 1000^\circ\text{C}$.

Відповідь: $I = 9.95$ А.

5-13. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і питомий тепловий потік від стінки труби з внутрішнім діаметром $d_{\text{вн}} = 0.038$ м до води, яка тече по трубі зі швидкістю течії $W = 0.07$ м/с. Середня температура води $t_{\text{сер}} = 60^\circ\text{C}$, температура стінки $t_c = 95^\circ\text{C}$. Як зміниться результат при збільшенні швидкості в чотири рази?

Відповідь: $\alpha_1 = 555$ Вт/м²К; $q_1 = 19460$ Вт/м²; $\alpha_2 = 1950$ Вт/м²К; $q_2 = 48740$ Вт/м².

5-14. По прямокутному каналу розміром 30×50 мм тече повітря при температурі $t_{\text{сер}} = 350^\circ\text{C}$ і атмосферному тиску. Визначити

його втрати, якщо при температурі стінки $t_c = 450$ °С питомий тепловий потік становить $q = 11630$ Вт/м².

Вказівка: Для вибору критеріального рівняння визначальним критерієм – аргументом є число Грасхофа.

Відповідь: $G = 253$ кг/год.

5-15. Визначити питомий тепловий потік води з температурою $T_{cep} = 523$ К, яка тече по каналу прямокутного перерізу розміром $0,02 \times 0,07$ м зі швидкістю $W = 0,75$ м/с, якщо температура повітря $T_c = 623$ К.

Як зміниться результат, якщо теплоносієм – розплавлений літій ($\rho = 502$ кг/м³, $C = 1$ Дж/кг·К, $\lambda = 29$ Вт/м·К).

Відповідь: $q_1 = 509394$ Вт/м²; $q_2 = 538300$ Вт/м².

5-16. Визначити середнє значення коефіцієнта тепловіддачі і кількість переданої теплоти при течії води в трубі діаметром $d = 40$ мм і довжиною $l = 3$ м зі швидкістю $W = 1$ м/с, якщо середня температура води $T_{cep} = 353$ К, а температура стінки $T_c = 338$ К.

Відповідь: $Q = 28800$ Вт; $\alpha = 4978$ Вт/м²К.

5-17. Як зміниться середнє значення коефіцієнта тепловіддачі і кількість переданої теплоти, якщо труба зігнута у вигляді змійовика діаметром $D = 1000$ мм, а всі інші умови залишаються такими, як і у задачі 5-18?

Відповідь: $Q = 33480$ Вт; $\alpha = 5775$ Вт/м²К.

5-18. Індукційна катушка радіопередавача зроблена у вигляді змійовика з трубки, в якій тече охолоджуюча вода. Визначити температуру T_{cep2} води на виході зі змійовика, якщо задані такі величини: температура води на вході в змійовик $T_{cep1} = 293$ К; внутрішній діаметр трубки $d = 0.012$ м; середня температура стінки змійовика $T_c = 353$ К; середня швидкість охолоджуючої води $W = 0.6$ м/с, число витків $n = 4$, діаметр кожного витка $D = 0.3$ м. Витрати теплоти в навколишнє середовище не враховувати.

Вказівка. Для розрахунку визначальної температури T_{cep} узяти у першому наближенні $T_{cep2} = 353$ К.

Відповідь: $T_{cep2} = 358$ К.

5-19. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і кількість переданої теплоти при течії води в трубі діаметром $d = 8$ мм і довжиною $l = 360$ мм, якщо витрата води складає 108 л/год, середня температура води $t_{cep} = 50$ °С, а температура стінки труби $t_c = 30$ °С.

Відповідь: $Q = 663$ Вт; $\alpha = 3660$ Вт/м²К.

5-20. Як зміниться значення коефіцієнта тепловіддачі при турбулентній і ламінарній течіях води в трубі, якщо діаметр труби збільшити відповідно у 2, 3 і 4 рази, а температуру та швидкість руху залишити без змін?

Відповідь: При турбулентному режимі $Re > 10^4$ коефіцієнт тепловіддачі α зменшується відповідно у 1,15, 1,25 та 1,32 рази. При ламінарному режимі $Re \leq 2000$ коефіцієнт α зменшується відповідно у 1,545, 2,08 та 2,56 рази.

5-21. По горизонтальній трубці діаметром $d = 0.016$ м тече вода. Витрата води $G = 20$ кг/год, її температура на вході в трубу $t_{сеп1} = 90^\circ\text{C}$. Середня температура стінки труби $t_c = 16^\circ\text{C}$. Яку довжину повинна мати труба для того, щоб на виході з неї температура води дорівнювала $t_{сеп2} = 30^\circ\text{C}$?

Відповідь: $l = 1.64$ м.

5-22. Поодинокі труба із зовнішнім діаметром $d_{зовн} = 90$ мм обминається поперечним потоком повітря $\psi = 40^\circ$ зі швидкістю $W = 8$ м/с. Визначити коефіцієнт тепловіддачі, вважаючи, що середня температура потоку $T_{сеп} = 343$ К.

Відповідь: $\alpha = 56.6$ Вт/м²К.

5-23. Алюмінійовий дріт діаметром $d = 5$ мм охолоджується поперечним потоком повітря. Вдалині від дроту температура повітря $T_{сеп} = 283$ К і швидкість $W = 1$ м/с. Температура дроту $T = 363$ К. Визначити коефіцієнт тепловіддачі від дроту до повітря, а також силу струму I , який тече по дроту. Для алюмінію $\rho = \frac{1}{35}$ Ом·мм²/м.

Відповідь: $\alpha = 41$ Вт/м²К; $I = 188$ А.

5-24. Розв'язати задачу 5-23 при умові, що швидкість повітря збільшена у 2 рази, а всі інші величини залишені без змін.

Відповідь: $\alpha = 57$ Вт/м²К; $I = 223$ А.

5-25. Розв'язати задачу 5-23 при умові, що діаметр дроту збільшений у 2 рази, а всі інші задані величини залишені без змін.

Відповідь: $\alpha = 28.5$ Вт/м²·К; $I = 445$ А.

5-26. Розрахувати коефіцієнт тепловіддачі при поперечному обтіканні чотирирядного шахового пучка труб димовими газами, якщо взяти діаметр труб $d_{зовн} = 88$ мм, швидкість течії $W = 10$ м/с, температуру газів $t_{сеп} = 600^\circ\text{C}$, температуру стінки $t_c = 250^\circ\text{C}$.

Як зміниться результат: а) при зменшенні діаметра труб у два рази; б) для теплоносія – повітря?

Відповідь: $\alpha_1 = 59.7$ Вт/м²К; $\alpha_2 = 78.9$ Вт/м²·К, $\alpha_2 = 52$ Вт/м²·К.

5-29. Визначити середній коефіцієнт тепловіддачі і кількість переданої теплоти у повітряному нагрівачі, який складається з 11 рядів труб загальною кількістю 83, розташованих у шаховому порядку. Потік повітря обминає цей пучок під кутом атаки $\psi = 70^\circ$ зі швидкістю в найбільш вузькому перерізі $W = 8$ м/с. Діаметр та довжина труб відповідно дорівнюють $d = 0.033$ м і $l = 3$ м, середня температура поверхні труб $T_c = 703$ К, середня температура повітря $T_{cep} = 623$ К.

Відповідь: $Q = 1.803 \cdot 10^6$ Вт; $\alpha = 75.6$ Вт/м²·К.

5-30. Дванадцятирядний пучок труб із зовнішнім діаметром $d_{зовн} = 0.061$ м обтікається поперечним потоком води при $\psi = 80^\circ$. Швидкість течії $W = 1.5$ м/с, середня температура середовища $T_{cep} = 373$ К, температура стінки $T_c = 323$ К.

Розрахувати коефіцієнт тепловіддачі при шаховому і коридорному розміщенні пучків. Як зміниться результат при зменшенні ψ до 40° ?

Відповідь: $\alpha_{ш1} = 14107$ Вт/м²·К; $\alpha_{к1} = 13316$ Вт/м²·К; $\alpha_{ш2} = 11083$ Вт/м²·К; $\alpha_{к2} = 10386$ Вт/м²·К.

5-31. Визначити середній коефіцієнт тепловіддачі від поперечного потоку димових газів до труб водонагрівача. Труби розташовані у шаховому порядку. Зовнішній діаметр труб $d = 38$ мм, число рядів по ходу газів 30. Температура газів перед водонагрівачем $t_{cep1} = 680^\circ\text{C}$, після нього $t_{cep} = 345^\circ\text{C}$. Середня швидкість газів у найбільш вузькому перерізі $W = 11$ м/с.

Відповідь: $\alpha = 99.4$ Вт/м²·К.

5-32. Розв'язати задачу 5-31 при умові, що труби водонагрівача розташовані в коридорному порядку, а всі інші умови залишаються без змін.

Відповідь: $\alpha = 89.9$ Вт/м²·К.

5-33. Визначити середній коефіцієнт тепловіддачі у повітря нагрівача, який складається з семи рядів труб, розташованих за коридорною схемою. Потік повітря обминає цей пучок труб під кутом атаки $\psi = 60^\circ$. Діаметр труб $d = 60$ мм. Середня температура повітря $T_{cep} = 673$ К, а середня його швидкість $W = 5$ м/с.

Відповідь: $\alpha = 51.75$ Вт/м²·К.

5-34. Визначити теплове навантаження q_1 на поверхні гарячого циліндра, який обминається поперечним потоком холодної рідини, якщо відоме теплове навантаження q_2 на поверхні холодно-

го циліндра, який обмивається гарячою рідиною. В обох випадках діаметр циліндра, температура рідини і температурний тиск мають однакову величину, а рідина однакова.

Відповідь: $q_1 = q_2 (Pr_{c2} / Pr_{c1})^{0,25}$.

5-35. Спай термопари, зроблений у вигляді кулі ($d = 1$ мм) охолоджується потоком повітря ($T_{сер} = 473$ К, $W = 20$ м/с). Визначити коефіцієнт тепловіддачі на поверхні спаю.

Вказівка. Критеріальне рівняння при вимушеному обтіканні кулі $Nu = 2 + 0,03 Pr^{0,33} Re^{0,54} + 0,35 Pr^{0,356} Re^{0,58}$.

Відповідь: $\alpha = 585$ Вт/м²·К.

5-36. Порівняти коефіцієнт тепловіддачі від стінки труби до повітря для двох випадків:

α_1 при течії повітря у довгій трубі $d = 50$ мм;

α_2 при зовнішньому поперечному обтіканні труби $d = 50$ мм;

Порівняння провести у вигляді графіків $\alpha_1 = f_1(W)$ і $\alpha_2 = f_2(W)$ у діапазоні швидкостей повітря від 4 м/с до 25 м/с при середній температурі повітря 50°C.

Відповідь:

W , м/с	α_1 , Вт/м ² ·К	α_2 , Вт/м ² ·К
4	17,65	35,35
8	30,7	49,8
12	43,4	66,5
16	52,1	77,3
20	63,4	88,4
25	75,6	101,7

РОЗДІЛ 6 | ТЕПЛООБМІН ПРИ ЗМІНІ АГРЕГАТНОГО СТАНУ СЕРЕДОВИЩА

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Фазове перетворення – це процес переходу речовини із одного агрегатного стану до іншого, який відбувається з виділенням (поглинанням) енергії.

Кипінням називається процес утворення пари всередині об'єму рідини. Для виникнення кипіння завжди необхідний деякий перегрів рідини, тобто перевищення температури рідини над температурою насичення T_S при заданому тиску. При кипінні рідини на поверхні нагріву якісна залежність теплового потоку і коефіцієнту тепловіддачі від температурного напору відображається кривою кипіння (рис. 17), де виділяються наступні режими кипіння: область слабого кипіння (область 1), тепловіддача відбувається переважно за рахунок конвекції однофазної рідини, розвинений бульбашковий режим (область 2), перехідний режим (область 3) та плівковий режим (область 4).

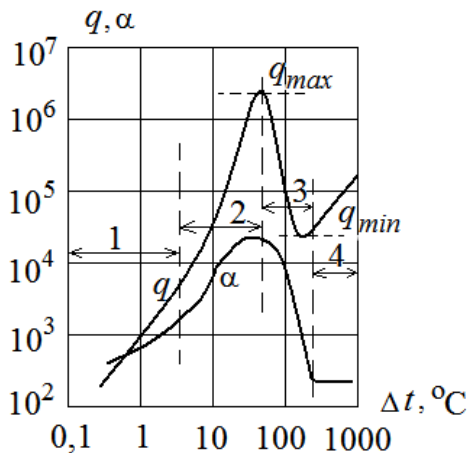


Рис. 17. Крива кипіння для води при тиску 1 бар

Якщо пара контактує зі стінкою, температура якої нижче температури насичення, то пара конденсується і конденсат осідає на стінці. При цьому розрізняють два види конденсації: крапельну (конденсат осідає у вигляді окремих крапель) і плівкову (на поверхні утворюється суцільна плівка рідини).

2. ЗАГАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ТА РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

2.1. При зміні агрегатного стану середовища інтенсивність тепловіддачі визначається величиною коефіцієнта тепловіддачі за законом Ньютона-Ріхмана:

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F, \text{ Вт,}$$

де $\Delta T = T_C - T_S$ – перепад температур при кипінні рідини;
 $\Delta T = T_S - T_C$ – перепад температур при конденсації пари;
 T_S – температура насиченої пари;
 F – поверхня теплообміну.

2.2. Бульбашкове кипіння у великому об'ємі.

Критеріальне рівняння теплообміну при кипінні рідин і розчинів

$$Nu_B = C \cdot Re_B^n \cdot Pr^{1/3},$$

де

$$Nu_B = \frac{\alpha \cdot l^*}{\lambda}; \quad Re_B = \frac{q \cdot l^*}{r \rho'' v}; \quad l^* = \frac{\sigma T_S \rho' C_p}{(\rho'' r)^2}.$$

(позначення дивись у третьому розділі). При $Re_B \leq 10^{-2}$ необхідно прийняти $C = 0,0625$, $n = 0,5$. При $Re_B > 10^{-2}$ – $C = 0,125$, $n = 0,65$. Усі фізичні параметри рідини у критеріальному рівнянні вибираються при температурі насичення T_S .

Для визначення коефіцієнтів тепловіддачі α при кипінні деяких рідин можна користуватися такими формулами:

а) кипіння води при $P = 0,2 \div 80$ бар (за даними Г.М. Кружиліна)

$$\alpha = 3,15 p^{0,15} q^{0,7} \text{ або } \alpha = 46 p^{0,5} \Delta T^{2,33};$$

б) кипіння води при $P = 1 \div 40$ бар (за даними С.С. Кутателадзе)

$$\alpha = 2,5 p^{0,2} q^{0,7};$$

в) кипіння етилового спирту при $P = 1 \div 8$ бар

$$\alpha = 1,26 p^{0,52} q^{0,7};$$

г) кипіння гасу при $t_S = 185 \div 200$ °С

$$\alpha = 1,66 \cdot \left(\frac{t_S}{185} \right)^{2,57} \cdot q^{0,7}.$$

У цих формулах $q \left[\frac{Bm}{m^2} \right]$; P [бар].

2.3. Умовою бульбашкового кипіння рідини (на відміну від плівкового) є $q < q_{кр}$. Величину критичного питомого теплового потоку, при якому в умовах природної циркуляції рідини спостерігається перехід від бульбашкового кипіння до плівкового, можна визначити за формулою С.С. Кутателадзе

$$q_{кр} = 0,14r(\rho'')^{0,5} [g\sigma(\rho' - \rho'')]^{0,25}$$

2.4. Тепловіддача при кипінні в умовах течії рідини по трубах. У цьому випадку використовують наближену залежність

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = f \left(\frac{\alpha_q}{\alpha_w} \right)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі киплячої рідини з урахуванням руху; α_w – коефіцієнт тепловіддачі однофазної рідини при швидкості W ; α_q – коефіцієнт тепловіддачі при бульбашковому кипінні у великому об'ємі.

Якщо $\alpha_q / \alpha_w \leq 0,5$, то $\alpha = \alpha_w$ (процес кипіння не впливає на теплообмін). Якщо $\alpha_q / \alpha_w \geq 2$, то $\alpha = \alpha_q$ (інтенсивність тепловіддачі визначається процесом кипіння). Для випадку, коли $0,5 < \alpha_q / \alpha_w < 2$, коефіцієнт тепловіддачі α визначається із співвідношення

$$\frac{\alpha}{\alpha_w} = \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q}.$$

2.5. Критеріальне рівняння процесу тепловіддачі при конденсації

$$Nu = C \cdot (Ga \cdot Pr \cdot K)^n,$$

для вертикальних труб і стін при $Ga \cdot Pr \cdot K < 10^{15}$, $C = 1,15$ і $n = 0,25$;

при $Ga \cdot Pr \cdot K > 10^{15}$, $C = 0,068$ і $n = 0,33$;
 для горизонтальних труб $C = 0,72$ і $n = 0,25$.

Визначальна температура – середня температура плівки $T_n = 0,5(T_C + T_S)$. Визначальний розмір вертикальних труб (стіл) – висота h .

Примітка. Значення r і $C_{ж}$ беруть при температурі насичення T_S .

Крім того, можна користуватися формулами для середнього коефіцієнта тепловіддачі при конденсації, які знайдені на основі теорії Нуссельта:

для вертикальної стінки, труби

$$\bar{\alpha} = 0,443 \cdot \left[\frac{g \rho \lambda^3 r}{\nu (T_S - T_C) h} \right]^{1/4},$$

для горизонтальної труби

$$\bar{\alpha} = 0,72 \left[\frac{g \rho \lambda^3 r}{\nu (T_S - T_C) d} \right]^{1/4}.$$

Фізичні параметри конденсату беруть при температурі T_S .

2.6. При конденсації пари на зовнішній поверхні горизонтального трубного пучка середнє значення коефіцієнта тепловіддачі для пучка

$$\alpha_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \alpha,$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, обчислений для поодинокї труби;
 n – число рядів труб у пучку по вертикалі; ε_i – поправковий коефіцієнт для даного ряду труб (беручи по вертикалі зверху вниз), що визначається за табл. 7 додатка.

ПРИКЛАДИ

6-1. Визначити температуру дроту T_c , який має $d = 1$ мм і $\rho = 1,1$ Ом·мм²/м. На поверхні дроту має місце бульбашкове кипіння води ($T_S = 373$ К; $P = 1$ бар). По дроту тече струм силою $I = 10$ А.

Розв'язання. При бульбашковому кипінні води у великому об'ємі коефіцієнт тепловіддачі можна знайти з рівняння

$$\alpha = 46 p^{0,5} \Delta T^{2,33} = 46 p^{0,5} (T_C - T_S)^{2,33}.$$

Лінійний тепловий потік

$$q_1 = \pi \cdot d \cdot \alpha \cdot \Delta T = \pi \cdot d \cdot 46 \cdot p^{0,5} (T_C - T_S)^{2,33} \quad (6.1)$$

З іншого боку

$$q_1 = I^2 \cdot R_l = \frac{4 \cdot I^2 \cdot \rho}{\pi \cdot d^2 \cdot 10^6} \quad (6.2)$$

Із рівнянь (6.1) і (6.2)

$$I^2 = \frac{\pi^2 \cdot d^3}{4\rho} \cdot 46 \cdot p^{0,5} (T_C - T_S)^{2,33} \cdot 10^6$$

або

$$I = 1,57 \cdot 10^3 \left[\frac{d^3}{\rho} \cdot 46 \cdot p^{0,5} (T_C - T_S)^{3,33} \right]^{0,5},$$

звідси

$$(T_C - T_S)^{5/3} = \frac{I}{1,57 \sqrt{46 \left(d^3 / \rho \right) \cdot p^{0,5} \cdot 10^3}},$$

тоді

$$\begin{aligned} T_C &= T_S + \left[\frac{I}{1570 \sqrt{46 \left(d^3 / \rho \right) \cdot p^{0,5}}} \right]^{0,6} = \\ &= 373 + \left[\frac{10}{1570 \sqrt{46 \left(10^{-9} / 1,1 \right) \cdot 1^{0,5}}} \right]^{0,6} = 380,9 \text{ K}, \end{aligned}$$

6-2. Теплове навантаження поверхні нагріву випарного апарата дорівнює $q = 2,3 \cdot 10^5$ Вт/м² при різниці температур $\Delta T = T_C - T_S = 10^\circ$. Визначити температуру поверхні апарата і тиск киплячої води.

Розв'язання. Із формул

$$\alpha = 3,15q^{0,7} p^{0,15} \text{ та } \alpha = 46q^{0,5} \Delta T^{2,33}$$

випливає

$$p^{0,35} = \frac{3,15q^{0,7}}{46 \cdot \Delta T^{2,33}}, \text{ або } P = \left(\frac{3,15q^{0,7}}{46 \cdot \Delta T^{2,33}} \right)^3.$$

Підставляючи числові значення, одержуємо

$$P = \left[\frac{3,15(2,3 \cdot 10^5)^{0,7}}{46 \cdot 10^{2,33}} \right]^3 = 6 \text{ бар.}$$

Знаючи $P = 6$ бар, з табл. 2 додатка знаходимо температуру насичення (кипіння) води $T_S = 432$ К.

Тоді температура поверхні апарата

$$T_c = \Delta T + T_S = 10 + 432 = 442 \text{ К.}$$

6-3. Визначити коефіцієнт тепловіддачі киплячої води, яка рухається у трубі діаметром 25 / 20 мм зі швидкістю $W = 1,3$ м/с, якщо температура на внутрішній поверхні труби $T_c = 473$ К, а вода знаходиться під тиском $P = 12,553$ бар.

Розв'язання. Визначаємо коефіцієнт тепловіддачі α_w при течії однофазної рідини.

З таблиці 2 додатка при $P = 12,553$ бар маємо $T_S = 463$ К; $\lambda = 67,0 \cdot 10^{-2}$ Вт/м·К; $\nu = 0,165 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pr = 0,96$ і при $T_c = 473$ К, $Pr_c = 0,93$.

Знайдемо визначальний критерій Re :

$$Re = \frac{W \cdot d}{\nu} = \frac{1,2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{0,165 \cdot 10^{-6}} = 1,415 \cdot 10^5.$$

Через те що $Re > 10^4$, критеріальними рівнянням буде

$$\begin{aligned} Nu &= 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} (Pr / Pr_c)^{0,25} = \\ &= 0,021 \cdot 141500^{0,8} \cdot 0,96^{0,43} \cdot (0,96 / 0,93)^{0,25} = 261. \end{aligned}$$

Звідси

$$\alpha_w = Nu \frac{\lambda}{d} = 261 \frac{67,0 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^{-2}} = 8730 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К.}$$

Тепер визначаємо коефіцієнт тепловіддачі при бульбашковому кипінні у великому об'ємі:

$$\alpha_q = 46 p^{0,5} \Delta T^{2,33} = 46 \cdot 12,553^{0,5} \cdot 10^{2,33} = 34780 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К.}$$

Далі вибираємо відношення коефіцієнтів тепловіддачі:

$$\frac{\alpha_q}{\alpha_w} = \frac{34780}{8730} = 3,98 > 2.$$

Із цього співвідношення випливає, що інтенсивність тепловіддачі визначається тільки кипінням, тобто $\alpha = \alpha_q = 34780 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$.

6-4. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік, який передається стінці при плівковій конденсації сухої насичено водяної пари на поверхні вертикальної труби при $h = 2 \text{ м}$ і $d = 0,05 \text{ м}$, якщо тиск пари $P = 3,614 \text{ бар}$, температура поверхні труби $t_c = 60^\circ\text{С}$.

Розв'язання. Температура на зовнішній поверхні плівки при конденсації чистої пари дорівнює температурі насичення t_s . При $P = 3,614 \text{ бар}$ $t_s = 140^\circ\text{С}$ (див. табл. 2 додатка). Визначальною температурою буде $t_m = 0,5(t_c + t_s) = 0,5(140 + 60) = 100^\circ\text{С}$.

Визначальним розміром буде висота $h = 2 \text{ м}$.

При $t_m = 100^\circ\text{С}$: $\lambda = 0,683 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$; $\nu = 0,295 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\text{Pr} = 1,748$.

При $t_s = 140^\circ\text{С}$ з табл. 4 додатка знаходимо: $r = 2145 \text{ кДж/кг}$; $c_{жс} = 4,3 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$.

Далі визначаємо критерії Ga і K :

$$Ga = \frac{gh^3}{\nu^2} = \frac{0,81 \cdot 2^3}{(0,295 \cdot 10^{-6})^2} = 9,02 \cdot 10^{14};$$

$$K = \frac{r}{c_{жс}(t_s - t_c)} = \frac{2145}{4,3 \cdot (140 - 60)} = 6,24.$$

Значення комплексу:

$$Ga \cdot \text{Pr} \cdot K = 9,02 \cdot 10^{14} \cdot 1,748 \cdot 6,24 = 9,8 \cdot 10^{15} > 10^{15}.$$

Отже, критеріальне рівняння

$$Nu = 0,068(Ga \cdot \text{Pr} \cdot K)^{0,33} = 0,068(9,8 \cdot 10^{15})^{0,33} = 12871,$$

звідси

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{h} = \frac{12871 \cdot 0,683}{2} = 4395 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Кількість теплоти, яка передається стінці,

$$Q = \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot h \cdot \Delta t = 4396 \cdot 3,14 \cdot 0,05 \cdot 2 \cdot (140 - 60) = 110402 \text{ Вт}.$$

6-5. Визначити середній коефіцієнт тепловіддачі та кількість сконденсованої в одиницю часу сухої насиченої водяної пари у горизонтальному кожухотрубному конденсаторі, по трубах якого рухається нагріта вода, якщо число труб у конденсаторі $n = 80$, довжи-

на конденсатора $l = 2$ м, діаметр труб $d = 0,02$ м. Труби розташовані у шаховому порядку. Число рядів труб по вертикалі $n_p = 8$. Пара перебуває під тиском $P = 9,8$ бар, середня температура поверхні труб $T_c = 354$ К.

Розв'язання. За допомогою таблиці 2 і 4 додатка при $P = 9,8$ бар визначаємо $T_s = 452$ К і $r = 2016,5$ кДж/кг.

При $T_m = 0,5 \cdot (354 + 452) = 403$ К відшукуємо інші параметри: $\lambda = 0,686$ Вт/м·К; $\rho = 934,8$ кг/м³; $\nu = 0,233 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Коефіцієнт тепловіддачі для першого ряду труб обчислюється за формулою

$$\alpha = 0,724 \sqrt{\frac{g \cdot \rho \cdot r \cdot \lambda^3}{\nu \cdot d \cdot (T_s - T_c)}} =$$

$$= 0,724 \sqrt{\frac{9,81 \cdot 934,8 \cdot 2016,5 \cdot 10^3 \cdot 0,686^3}{0,233 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02 \cdot 98}} = 7700 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі для всього пучка труб з 8 рядів визначається за формулою:

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{1}{n_p} \sum_{i=1}^8 \varepsilon_i \alpha.$$

Значення ε_i беремо із табл. 7 додатка: $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\varepsilon_3 = 0,9$, $\varepsilon_4 = 0,84$, $\varepsilon_5 = 0,8$, $\varepsilon_6 = 0,76$, $\varepsilon_7 = 0,73$, $\varepsilon_8 = 0,71$.

Тоді

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{7700}{8} (1 + 1 + 0,9 + 0,84 + 0,8 + 0,76 + 0,73 + 0,71) = 6487 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

Кількість пари, сконденсованої у горизонтальному трубчастому конденсаторі:

$$G = \frac{Q}{r} = \frac{\pi \cdot d \cdot l \cdot n \cdot \alpha \cdot \Delta T}{r} = \frac{3,14 \cdot 0,02 \cdot 2 \cdot 80 \cdot 6487 \cdot 98}{2016,5 \cdot 10^3} = 3,17 \text{ кг/с}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

6-6. Визначити коефіцієнт тепловіддачі зовнішньої поверхні трубки випарника киплячої води і тепловий потік при бульбашковому кипінні води у великому об'ємі, якщо температура поверхні $t_c = 170$ °С, а вода перебуває під тиском $P = 6,18$ бар при тем-

пературі насичення. Зовнішній діаметр трубки $d = 40$ мм, довжина $l = 5$ м.

Відповідь: $\alpha = 24300$ Вт/м²·К; $Q = 152600$ Вт.

6-7. Як зміниться коефіцієнт тепловіддачі і тепловий потік, якщо в умовах задачі 6-6 температуру поверхні трубки збільшити до $t_c = 175^\circ\text{C}$?

Відповідь: $\alpha = 62650$ Вт/м²·К; $Q = 590000$ Вт.

6-8. Визначити теплове навантаження у водяному котлі при тиску $P = 15,55$ бар і $\Delta T = 15^\circ\text{C}$. Знайти також для цих умов граничні значення $\alpha_{кр}$, $q_{кр}$ і $\Delta T_{кр}$.

Відповідь: $q = 1,44 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_{кр} = 3,21 \cdot 10^6$ Вт/м²; $\alpha_{кр} = 1,7 \cdot 10^5$ Вт/м²·К; $\Delta T_{кр} = 18,9^\circ\text{C}$.

6-9. Визначити коефіцієнт тепловіддачі зовнішньої поверхні трубки випарника киплячому етиловому спирту і тепловий потік, якщо питоме теплове навантаження поверхні нагріву $q = 13950$ Вт/м². Спирт перебуває під тиском $P = 4,9$ бар, кипіння бульбашкове. Довжина та зовнішній діаметр трубки відповідно $l = 1,5$ м, $d = 0,03$ м.

Відповідь: $\alpha = 2427$ Вт/м²·К; $Q = 1977$ Вт.

6-10. На зовнішній поверхні трубки кипить вода під тиском $P = 27,98$ бар. Теплове навантаження на поверхні труби $q = 2,56 \cdot 10^5$ Вт/м². Визначити температуру поверхні трубки, якщо: а) поверхня трубки чиста і б) трубка покрита шаром накипу завтовшки $\delta = 0,5$ мм з коефіцієнтом теплопровідності $\lambda = 1,163$ Вт/м·К.

Відповідь: $T_c = 511$ К; $T'_c = 621$ К.

6-11. Визначити потрібну силу струму I , при якій на поверхні дроту настане плівковий режим кипіння, якщо діаметр дроту $d = 2$ мм, а його питомий електричний опір $\rho = 1,1$ Ом·мм²/м. Вода перебуває при температурі насичення під тиском $P = 0,9807$ бар.

Відповідь: $I = 162$ А.

6-12. Використовуючи розрахункові формули виду $\alpha = A \cdot p^m \cdot q^n$, визначити коефіцієнт тепловіддачі при кипінні води і етилового спирту, якщо при $P = 2,5$ бар питоме теплове навантаження становить $q = 50000$ Вт/м²·К. В якому випадку інтенсивність тепловіддачі буде вища?

Відповідь: $\alpha_g = 7035$ Вт/м²·К; $\alpha_c = 3900$ Вт/м²·К.

6-13. Знайти наближене значення величини критичного питомого теплового потоку, при якому в умовах вільного руху рідини спостерігається перехід від бульбашкового кипіння до плівкового. Обчислення виконати для води під тиском $P = 40$ бар.

Відповідь: $q_{кр} = 4 \cdot 10^6$ Вт/м².

6-14. Як змінюється коефіцієнт тепловіддачі при течії киплячої води у трубі, якщо в умові задачі 6-3 температуру внутрішньої поверхні стінки зменшити до $T_c = 468$ К, залишивши усі інші параметри без зміни?

Відповідь: $\alpha = 9950$ Вт/м²·К.

6-15. Визначити коефіцієнт тепловіддачі при кипінні води в трубі діаметром $d = 0,03$ м при швидкості течії води $W_1 = 0,5$ м/с і при швидкості $W_2 = 2$ м/с, якщо теплове навантаження $q = 2,91 \cdot 10^5$ Вт/м² і тиск води $P = 55,05$ бар.

Відповідь: $\alpha_1 = \alpha_2 = 38300$ Вт/м²·К.

6-16. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і температуру на внутрішній поверхні труби діаметром $d = 20$ мм, в якій рухається кипляча вода під тиском $P = 12,553$ бар, якщо швидкість води $W = 5$ м/с, а теплове навантаження поверхні $q = 4 \cdot 10^5$ Вт/м².

Відповідь: $\alpha = 41972$ Вт/м²·К; $T_c = 473,7$ К.

6-17. Використовуючи умови задачі 6-4, визначити коефіцієнт тепловіддачі та тепловий потік при конденсації водяної пари на горизонтально розташованій трубі і порівняти результати.

Відповідь: $\alpha = 7210$ Вт/м²·К; $Q = 1,813 \cdot 10^5$ Вт, тобто на 33,6% більше, ніж при конденсації на поверхні вертикальної труби.

6-18. Як зміниться коефіцієнт тепловіддачі і кількість сконденсованої пари для умов задачі 6-5, якщо труби в конденсаторі розміщені в коридорному порядку?

Відповідь: $\alpha_{ср} = 7711$ Вт/м²·К; $G = 13536$ кг/год.

6-19. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і кількість водяної пари, сконденсованої за годину при плівковій конденсації на 1 м довжини труби діаметром $d = 0,03$ м, якщо тиск пари $P = 41,2$ бар, середня температура поверхні труби $t_c = 238$ °С, труба розміщена горизонтально.

Відповідь: $\alpha = 11470$ Вт/м²·К; $G_l = 27,2$ кг/м·год.

РОЗДІЛ 7 | ПРОМЕНЕВИЙ ТЕПЛОБІМІН

1. ПОЗНАЧЕННЯ ТА РОЗМІРНОСТІ

$E_{o\lambda}$ – інтенсивність (густина потоку енергії) монохроматичного або спектрального випромінювання чорного тіла при температурі T довжиною хвилі λ , Вт/м³;

E_0 – інтенсивність інтегрального, або повного випромінювання чорного тіла $\lambda[0;\infty]$, Вт/м²;

$E_{над}$ – інтенсивність падаючого випромінювання, Вт/м²;

$E_{відб}$ – інтенсивність відбитого випромінювання, Вт/м²;

$E_{погл}$ – інтенсивність поглинутого випромінювання, Вт/м²;

λ – довжина хвилі, м;

A , A_λ – поглинальна здатність, відповідно інтегральна і монохроматична;

ε , ε_λ – ступінь чорноти, або випромінювальна здатність, відповідно інтегральна і монохроматична;

D , D_λ – пропускна здатність, інтегральна і монохроматична;

c – коефіцієнт випромінювання, Вт/м²·К⁴;

$\sigma = c \cdot 10^{-8}$ – стала Стефана-Больцмана, Вт/м²·К⁴;

Інші позначення і розрахункові величини і співвідношення для чорних і нечорних (сірих) тіл наведені в табл. 7.1.

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Променевий спосіб теплопередачі відбувається за рахунок передачі енергії електромагнітних хвиль. Передача енергії випромінювання може відбуватись між поверхнями, розділеними вакуумом. Сонце, наприклад, передає енергію через мільйони кілометрів космічного вакууму виключно випромінюванням. Крім того, це єдиний спосіб передачі енергії до космічного корабля або від нього.

Випромінювання називається тепловим, якщо виникнення променів визначається тільки температурою та оптичними властивостями тіла.

Сумарне теплове випромінювання, яке проходить через довільну поверхню F , в одиницю часу називається потоком випромінювання Q , Вт. Променевий потік, що випромінюється з одини-

ці поверхні у всіх напрямках полусферичного простору називається густиною потоку випромінювання (E , Вт/м²)

$$E = \frac{dQ}{dF}.$$

Потік випромінювання і його густина містять промені різних довжин хвиль, тому такий вид випромінювання називається інтегральним. Випромінювання, яке відповідає вузькому інтервалу зміни довжини хвиль від λ до $(\lambda + d\lambda)$ називається монохроматичним.

Із всієї кількості енергії Q_0 , яка падає на тіло, частина Q_A поглинається тілом, частина Q_R відбивається від тіла, і частина Q_D проходить крізь тіло. Має місце рівність:

$$A + R + D = 1,$$

де A – поглинальна здатність тіла, R – відбивальна здатність тіла, D – пропускна здатність тіла.

Якщо $A = 1$, то $R = D = 0$, тобто вся падаюча променева енергія повністю поглинається тілом, таке тіло називається абсолютно чорним. Якщо $R = 1$, то $A = D = 0$, тобто вся падаюча енергія повністю відбивається, такі поверхні називаються дзеркальними або (якщо відбиття дифузне), абсолютно білими. Якщо $D = 1$, то $A = R = 0$, тобто вся падаюча променева енергія повністю проходить через тіло, такі тіла називаються абсолютно прозорими (діатермічними).

3. РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ ДЛЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЧОРНИМИ ТІЛАМИ

Закон Віна:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Максимальна інтенсивність монохроматичного випромінювання:

$$E_{o\lambda}^{\max} = 1,287 \cdot 10^{-5} T^5.$$

Інтенсивність інтегрального, або повного, випромінювання:

$$E_o = \int_0^{\infty} E_{o\lambda}(T) d\lambda = \sigma_0 T^4.$$

Загальна кількість енергії випромінювання в інтервалі довжин хвиль $\lambda_1 \div \lambda_2$ для чорної поверхні з температурою T :

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{o\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\lambda_2} E_{o\lambda}(T) d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{o\lambda}(T) d\lambda = E_o(0 \rightarrow \lambda_2 T) - E_o(0 \rightarrow \lambda_1 T).$$

Частка повної енергії випромінювання чорного тіла, яка припадає на інтервал довжин хвиль $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$:

$$k = \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T) - E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T)}{\sigma_0 T^4}.$$

Величини $\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda \cdot T)}{\sigma_0 T^4}$ наведені в табл. 6 додатка відповідно до параметра $(\lambda \cdot T)$.

Зв'язок інтегральних та монохроматичних характеристик випромінювання чорних тіл:

$$A = \frac{\int_0^{\infty} A_{\lambda} E_{o\lambda}(T) d\lambda}{\sigma_0 T^4}, \quad \varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{o\lambda}(T) d\lambda}{\sigma_0 T^4}, \quad D = \frac{\int_0^{\infty} D_{\lambda} E_{o\lambda}(T) d\lambda}{\sigma_0 T^4}.$$

4. ПРОМЕНЕВИЙ ТЕПЛОБІМІН МІЖ ТВЕРДИМИ ТІЛАМИ В ПРОЗОРУМУ СЕРЕДОВИЩІ

Таблиця 7.1

Характеристика випромінювання	Чорне тіло	Сіре тіло
Поглинальна здатність	$A_0 = 1$	$A = \varepsilon < 1$
Коефіцієнт випромінювання тіла	$C_0 = 5,7$	$C = A \cdot C_0 = \varepsilon C_0$
Інтенсивність власного випромінювання	$E_{0вл} = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = \sigma_0 T^4$	$E_{вл} = C \left(\frac{T}{100} \right)^4 = \sigma T^4$
Інтенсивність відбитого випромінювання	$E_{0відб} = 0$	$E_{відб} = (1 - A) E_{над}$
Інтенсивність поглинутого випромінювання	$E_{0погл} = E_{над}$	$E_{погл} = A \cdot E_{над}$

Закінчення табл. 7.1

Характеристика випромінювання	Чорне тіло	Сіре тіло
Інтенсивність ефективного випромінювання (рис. 18)	$E_{0ef} = E_0$	$E_{1ef} = E_{1вл} + E_{2ef}(1 - A_1) =$ $= E_{01} - E_{pez} \left(\frac{1}{A_1} - 1 \right);$ $E_{2ef} = E_{2вл} + E_{1ef}(1 - A_2) =$ $= E_{02} + E_{pez} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right).$
Інтенсивність результуючого випромінювання	$E_{0pez} = E_{01} - E_{02} =$ $= C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] =$ $= \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4)$	$E_{pez} = E_{1ef} - E_{2ef} =$ $= C_{3\varnothing} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$
Зведений коефіцієнт випромінювання системи	$C_{03\varnothing} = C_0$	$C_{3\varnothing} = \varepsilon_{3\varnothing} C_0 = A_{3\varnothing} C_0 =$ $= \frac{1}{\bar{\varphi}_{12} \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0} \right) + \bar{\varphi}_{21} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0} \right) + \frac{1}{C_0}}$
Повне випромінювання, відповідно власне, відбите, поглинуте, ефективно-повне результуюче випромінювання	$Q_0 = E_0 H_{np}$ $Q_{0pez} = E_{0pez} \cdot H_{np}$	$Q = E H_{np}$ $Q_{pez} = E_{pez} \cdot H_{np}$
Ефективна променесприймальна поверхня, m^2 (рис. 19)	$H_{np} = F_1 \bar{\varphi}_{12} = F_2 \bar{\varphi}_{21} \int \int_{F_1 F_2} \frac{\cos \psi_1 \cos \psi_2}{\pi r^2} dF_1 \cdot dF_2$	
Усереднений кутовий коефіцієнт	$\bar{\varphi}_{12} = \frac{F_2}{F_1} \bar{\varphi}_{21} = \frac{H_{np}}{F_1}; \quad \bar{\varphi}_{21} = \frac{F_1}{F_2} \bar{\varphi}_{12} = \frac{H_{np}}{F_2}$	

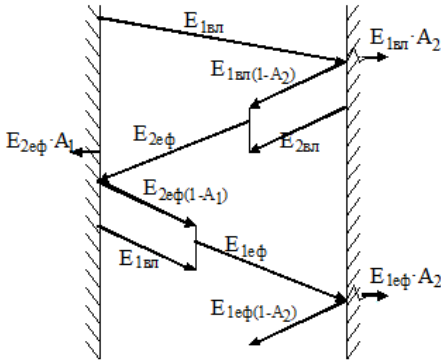


Рис. 18

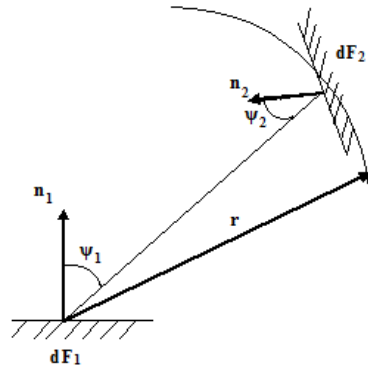


Рис. 19

Умовний коефіцієнт тепловіддачі випромінюванням:

$$\alpha_{np} = \frac{E_{рез}}{T_1 - T_2} = \frac{c_{зв} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1 - 2}, \quad \text{Вт/м}^2\text{К}.$$

Закон Кірхгофа:

$$E_1 = E_0 \cdot A_1,$$

де E_0 , E_1 – відповідно інтенсивності випромінювання чорного і нечорного тіл; A_1 – поглинальна здатність нечорного тіла.

Для плоских, паралельних, досить протяжних тіл, відстань між якими мала порівняно з їх висотою і шириною:

$$H_{np} = F_1 = F_2 = F; \quad \bar{\varphi}_{12} = \bar{\varphi}_{21} = 1;$$

$$C_{зв} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}; \quad \varepsilon_{зв} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Для тіл, перше з яких випукле і міститься всередині другого (рис. 20):

$$H_{np} = F_1; \quad \bar{\varphi}_{12} = 1; \quad \bar{\varphi}_{21} = \frac{F_1}{F_2};$$

$$C_{3\theta} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0} \right)};$$

$$\varepsilon_{3\theta} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}.$$

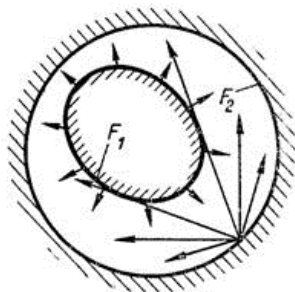


Рис. 20

При встановленні між двома плоскими, паралельними, досить протяжними тілами n екранів зведений коефіцієнт випромінювання системи обчислюється за формулою:

$$C_{3\theta} = \frac{1}{\left(\frac{1}{c_1} - \frac{0,5}{c_0} \right) + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{c_{ei}} - \frac{0,5}{c_0} \right) + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{0,5}{c_0} \right)},$$

де c_{ei} – коефіцієнт випромінювання i -го екрана.

ПРИКЛАДИ

7-1. Припустимо, що Сонце ($T_c = 5800$ K) і лампи розжарювання ($T_l = 2800$ K) є чорні тіла, розрахувати для обох джерел випромінювання:

- інтенсивність інтегрального випромінювання;
- максимальну інтенсивність монохроматичного випромінювання;
- довжину хвилі, для якої має місце максимум інтенсивності випромінювання;

г) частоту повної енергії випромінювання, яка припадає на видиму зону спектра.

Розв'язання:

а) інтенсивність інтегрального випромінювання визначаємо за формулою Стефана-Больцмана

– для Сонця

$$E_0 = \sigma_0 T_c^4 = C_0 \cdot 10^{-8} \cdot T^4 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 6,42 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2;$$

– для лампи $E_0 = \sigma_0 T_{\lambda}^4 = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 2800^4 = 3,49 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2$.

б) Максимальну інтенсивність монохроматичного випромінювання чорного тіла визначаємо за формулою

$$(E_{0\lambda})_{\max} = 1,287 \cdot 10^{-5} T^5.$$

– для Сонця $(E_{0\lambda})_{\max} = 1,287 \cdot 10^{-5} \cdot 5800^5 = 8,45 \cdot 10^{13} \text{ Вт/м}^3;$

– для лампи $(E_{0\lambda})_{\max} = 1,287 \cdot 10^{-5} \cdot 2800^5 = 2,21 \cdot 10^{12} \text{ Вт/м}^3$.

в) Величина $\lambda_{\max}$ визначається за законом Віна.

– для Сонця $\lambda_{\max} = 2,898 \cdot 10^{-3} / 5800 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м};$

– для лампи $\lambda_{\max} = 2,898 \cdot 10^{-3} / 2800 = 1,04 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$

г) Частку повної енергії випромінювання, яка припадає на видиму $3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м} < \lambda < 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ зону спектра, можна знайти за допомогою радіаційних функцій табл. 6 додатка.

– для Сонця $\lambda_1 T = 3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 5800 = 2,204 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К};$

$$\lambda_2 T = 7,6 \cdot 10^{-7} \cdot 5800 = 4,408 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Тоді

$$K = \frac{E(0 \rightarrow \lambda_2 T)}{\sigma T^4} - \frac{E(0 \rightarrow \lambda_1 T)}{\sigma T^4} = 0,55 - 0,1017 = 0,4483.$$

– для лампи $\lambda_1 T = 3,8 \cdot 10^{-7} \cdot 2800 = 1,064 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К};$

$$\lambda_2 T = 7,6 \cdot 10^{-7} \cdot 2800 = 2,127 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

$$K = \frac{E(0 \rightarrow \lambda_2 T)}{\sigma T^4} - \frac{E(0 \rightarrow \lambda_1 T)}{\sigma T^4} = 0,0866 - 0,0009 = 0,0877.$$

Отже, більш 40% повної сонячної енергії може сприймати око людини. З іншого боку, енергія випромінювання ламп розжарювання у зоні видимого спектра складає менш 10% повної енергії, тобто 90% енергії розсіюється у вигляді інфрачервоного випромінювання. Цю частину енергії наші очі не сприймають, але ми можемо відчувати її своєю шкірою як тепло.

7-2. Автомобіль зупинився на стоянці, розташованій на сонці. Переднє скло машини має пропускну здатність $D_\lambda = 0,92$ для довжин хвиль в інтервалі значень $3 \cdot 10^{-7} < \lambda < 3 \cdot 10^{-6}$ м і є непрозорим для всіх інших довжин хвиль. Салон автомобіля можна розглядати як чорне тіло з температурою $T_2 = 300$ К. Сонце являє собою чорне тіло з температурою $T_1 = 5800$ К, інтенсивність потоку падаючого випромінювання $E_0 = 1100$ Вт/м².

Розрахувати:

- 1) інтегральну пропускну здатність переднього скла для сонячного випромінювання;
- 2) інтегральну пропускну здатність переднього скла для випромінювання салону автомобіля;
- 3) інтенсивність енергії сонячного випромінювання, яке проходить через скло;
- 4) інтенсивність енергії випромінювання салону автомобіля, яке проходить через скло.

Розв'язання:

1) Інтегральна пропускну здатність, коли випромінювання падає від чорного тіла, визначається за формулою

$$D = \frac{D_\lambda \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{0\lambda} \cdot d\lambda}{\sigma T^4} = D_\lambda \left(\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T)}{\sigma T^4} - \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T)}{\sigma T^4} \right).$$

Використовуючи радіаційні функції табл. 6 додатка для джерела випромінювання з температурою $T_1 = 5800$ К, дістаємо

$$\lambda_1 T_1 = 3 \cdot 10^{-7} \cdot 5800 = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\lambda_2 T_1 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 5800 = 1,74 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T_1)}{\sigma T_1^4} = 0,033; \quad \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T_1)}{\sigma T_1^4} = 0,977;$$

$$D_1 = 0,92 \cdot (0,977 - 0,033) = 0,868.$$

2) Якщо джерелом випромінювання є салон автомобіля з температурою $T_2 = 300$ К, маємо:

$$\lambda_1 T_2 = 3 \cdot 10^{-7} \cdot 300 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\lambda_2 T_2 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 300 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot \text{К};$$

З табл. 6 додатка знаходимо

$$\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T_2)}{\sigma T_2^4} = 0; \quad \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T_2)}{\sigma T_2^4} = 1,686 \cdot 10^{-4}.$$

Використовуючи ту саму формулу, що і у випадку 1), визначаємо

$$D_2 = 0,92 \cdot 1,686 \cdot 10^{-4} - 0 = 1,55 \cdot 10^{-4}.$$

3) Інтенсивність енергії, яка проходить крізь скло від сонячного випромінювання:

$$D_1 \cdot E_{01} = 0,868 \cdot 1100 = 955 \text{ Вт/м}^2.$$

4) Інтенсивність енергії, яка проходить крізь скло від випромінювання салону автомобіля:

$$D_2 \cdot E_{02} = 1,55 \cdot 10^{-4} (\sigma T_2^4) = 1,55 \cdot 10^{-4} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 300^4 = 0,0712 \text{ Вт/м}^2.$$

Таким чином, можна зробити висновок, що переднє скло автомобіля пропускає 87% сонячного випромінювання в салон і практично не пропускає випромінювання у протилежному напрямку.

7-3. Поверхня має сталу монохроматичну поглинальну здатність $A_\lambda = 0,6$ у зоні довжин хвиль $4 \cdot 10^{-7} \leq \lambda \leq 4 \cdot 10^{-6}$ м. Поглинальна здатність дорівнює нулю для всіх інших довжин хвиль. Припускається, що монохроматичні випромінювальна і поглинальна здатності рівні: $A_\lambda = \varepsilon_\lambda$. Розрахувати інтегральні поглинальну і випромінювальну здатності, якщо температура поверхні $T_1 = 3000$ К для таких двох випадків:

1) падаюче випромінювання від чорної поверхні з температурою $T_2 = 3000$ К;

2) падаюче випромінювання від чорної поверхні з температурою $T_2 = 1000$ К.

Розв'язання. Інтегральне випромінювальна здатність поверхні

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\varepsilon_\lambda}{\sigma T^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{0\lambda}(T) d\lambda = \frac{0,6}{\sigma T_1^4} \int_{4 \cdot 10^{-7}}^{4 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda}(T) d\lambda = \\ &= 0,6 \left[\frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda_2 T_1)}{\sigma T_1^4} - \frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda_1 T_1)}{\sigma T_1^4} \right]; \end{aligned} \quad (7.1)$$

$$\lambda_1 T_1 = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 3000 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\lambda_2 T_1 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 3000 = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К};$$

Використовуючи радіаційні функції табл.6 додатка, знаходимо доданки у рівнянні (7.1):

$$\frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda_2 T_1)}{\sigma T_1^4} = 0,0452; \quad \frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda_1 T_1)}{\sigma T_1^4} = 0,0021.$$

Тоді якщо $\varepsilon_\lambda = A_\lambda = 0,6$, то

$$\varepsilon = 0,6 \cdot (0,9452 - 0,0021) = 0,566.$$

Випромінювальна здатність поверхні не залежить від падаючого випромінювання, тому інтегральна випромінювальна здатність для випадків 1) і 2) однакова.

Поглиналина здатність залежить від спектра падаючого випромінювання, тому при чорному падаючому випромінюванні від поверхні з температурою T_2 :

$$A = \frac{A_\lambda}{\sigma T_2^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{0\lambda}(T) d\lambda = A_\lambda \left[\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T_2)}{\sigma T_2^4} - \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T_2)}{\sigma T_2^4} \right].$$

У випадку 1) $T_2 = T_1 = 3000 \text{ К}$, тому доданки ті самі, що і при розрахунку випромінювальної здатності, отже:

$$A = 0,6 \cdot (0,9452 - 0,0021) = 0,566.$$

У випадку 2), якщо $T_2 = 1000 \text{ К}$,

$$\lambda_1 T_2 = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 1000 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot \text{К};$$

$$\lambda_2 T_2 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

За допомогою табл. 6 додатка дістанемо

$$\frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_2 T_2)}{\sigma T_2^4} = 0,4809; \quad \frac{E_0(0 \rightarrow \lambda_1 T_2)}{\sigma T_2^4} = 0.$$

Тоді

$$A = 0,6 \cdot (0,4809 - 0) = 0,289.$$

7-4. Променева енергія падає з тіла С на тіло В ($T_B = 327^\circ \text{С}$, $A_B = 0,8$, $D_B = D_C = 0$), $E_{\text{пад}} = 10000 \text{ Вт/м}^2$. Визначити для тіла В інтенсивність поглинутого, відбитого, власного і ефективного випромінювання. Яке з тіл перебуває при вищій температурі?

Розв'язання. Знаючи E_{nad} , визначаємо інтенсивність поглинутого і відбитого випромінювання:

$$E_{B\text{ погл}} = E_{nad} A_B = 10000 \cdot 0,8 = 8000 \text{ Вт/м}^2.$$

$$E_{B\text{ відб}} = E_{nad} (1 - A_B) = 10000 \cdot 0,2 = 2000 \text{ Вт/м}^2.$$

Щоб обчислити інтенсивність власного випромінювання, визначаємо коефіцієнт випромінювання для тіла В:

$$C_B = \varepsilon_B \cdot C_0 = A_B \cdot C_0 = 0,8 \cdot 5,7 = 4,56 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4.$$

Тоді

$$E_{B\text{ вл}} = C_B \left(\frac{T_B}{100} \right)^4 = 4,56 \left(\frac{600}{100} \right)^4 = 5909 \text{ Вт/м}^2.$$

Тепер знайдемо інтенсивність ефективного випромінювання за формулою

$$E_{B\text{ еф}} = E_{B\text{ вл}} + E_{B\text{ відб}} = 5909 + 2000 = 7909 \text{ Вт/м}^2.$$

Оскільки в процесі променевого теплообміну з тілом С для тіла В інтенсивність падаючого випромінювання вища, ніж інтенсивність ефективного випромінювання ($E_{nad} > E_{B\text{ еф}}$), результуючий променевий потік має напрям від тіла С до тіла В, що можливо тільки при $T_B < T_C$.

7-5. Визначити інтенсивність ефективного і результуючого випромінювання, умовний коефіцієнт тепловіддачі випромінюванням для двох паралельних, досить протяжних пластин при температурах $T_1 = 950 \text{ К}$ і $T_2 = 350 \text{ К}$, якщо пластини являють собою сірі тіла ($A_1 = 0,8$; $A_2 = 0,7$).

Розв'язання. Інтенсивність результуючого випромінювання і ефективних променевих потоків зв'язана зі значенням зведеного коефіцієнта випромінювання системи, який визначається із співвідношення

$$C_{зв} = C_0 \cdot A_{зв} = \frac{C_0}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} - 1} = \frac{5,7}{\frac{1}{0,8} + \frac{1}{0,7} - 1} = 3,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4.$$

Обчислюємо інтенсивність результуючого випромінювання і ефективні променеві потоки для кожного з тіл:

$$E_{pez} = C_{зв} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = 3,4 \cdot (9,5^4 - 3,5^4) = 27140 \text{ Вт/м}^2;$$

$$\begin{aligned} E_{1\text{эф}} &= C_0 E_{01} - E_{pez} \left(\frac{1}{A_1} - 1 \right) = C_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - E_{pez} \left(\frac{1}{A_1} - 1 \right) = \\ &= 5,7 \cdot 9,5^4 - 27140 \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) = 39670 \text{ Вт/м}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{2\text{эф}} &= C_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 + E_{pez} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right) = \\ &= 5,7 \cdot 3,5^4 + 27140 \left(\frac{1}{0,7} - 1 \right) = 12530 \text{ Вт/м}^2. \end{aligned}$$

Нарешті знаходимо умовний коефіцієнт тепловіддачі випромінюванням за формулою:

$$\alpha_{np} = \frac{E_{pez}}{T_1 - T_2} = \frac{27140}{950 - 350} = 45,2 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}.$$

7-6. Стальна трубка діаметром $d = 0,2$ мм і довжиною $l = 1,47$ м ($\varepsilon_{mp} = 0,8$) з ізольованими торцями при температурі поверхні $T_c = 373$ К знаходиться у приміщенні розмірами $3,5 \cdot 2,5 \cdot 4$ м, температура повітря в якому $T_n = 293$ К. Визначити зведений коефіцієнт випромінювання системи і (приблизно) ступінь чорноти стін приміщення, якщо відомо, що $\alpha_{np} = 6$ Вт/м²·К.

Розв'язання. Обчислюємо зведений коефіцієнт випромінювання системи із співвідношення

$$E_{pez} = \alpha_{np} (T_c - T_n) = C_{зв} \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_n}{100} \right)^4 \right],$$

звідки

$$C_{зв} = \frac{\alpha_{np} (T_c - T_n)}{\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_n}{100} \right)^4} = \frac{6 \cdot 80}{3,73^4 - 2,93^4} = 3,96 \text{ Вт/м}^2 \text{К}^4.$$

Використовуючи співвідношення для зведеного коефіцієнта випромінювання системи в процесі променевого теплообміну між двома тілами, одне з яких міститься всередині другого,

$$C_{зв} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \bar{\varphi}_{21} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0} \right)}$$

і обчислюючи

$$\bar{\varphi}_{21} = \frac{F_{гр}}{F_{прим}} = \frac{3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,47}{2 \cdot (2,5 \cdot 4 + 3,5 \cdot 4 + 2,5 \cdot 3,5)} = \frac{0,923}{65,5} = 0,0141,$$

визначаємо C_2 :

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{\bar{\varphi}_{21} C_0}{\frac{C_0}{C_{зв}} - \frac{C_0}{C_1} + \bar{\varphi}_{21}} = \frac{0,0141 \cdot 5,7}{\frac{5,7}{3,96} - \frac{5,7}{5,7 \cdot 0,8} + 0,0141} = \\ &= \frac{8,032 \cdot 10^{-2}}{1,44 - 1,25 + 0,0141} = 0,42 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4. \end{aligned}$$

де $C_1 = C_0 \cdot \varepsilon_{тр}$. Тоді ступінь чорноти стін приміщення

$$\varepsilon_c = \frac{C_2}{C_0} = \frac{0,42}{5,7} = 0,074.$$

7-7. Визначити зміну результуючого променевого потоку для двох досить протяжних плоских поверхонь, паралельних одна одній ($\varepsilon_1 = 0,85$ і $\varepsilon_2 = 0,75$), при встановленні між ними екрана $\varepsilon_e = 0,08$. Яка буде температура екрана, якщо $T_1 = 1000$ К, а $T_2 = 300$ К?

Розв'язання. Зміна $E_{рез}$ після встановлення екрана визначається зміною зведеного коефіцієнта випромінювання системи.

Без екрана

$$C_{зв} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0}} = C_{0\text{ зв}} \cdot \varepsilon = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{5,7}{\frac{1}{0,85} + \frac{1}{0,75} - 1} = 3,77 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4.$$

Після встановлення екрана

$$C_{зв}^e = \frac{1}{\left(\frac{1}{C_1} - \frac{0,5}{C_0} \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{C_e} - \frac{0,5}{C_0} \right) + \left(\frac{1}{C_2} - \frac{0,5}{C_0} \right)};$$

або

$$C_{3\theta}^e = \frac{C_0}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 0,5\right) + \left(\frac{2}{\varepsilon_e} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 0,5\right)} =$$

$$= \frac{5,7}{\left(\frac{1}{0,85} - 0,5\right) + \left(\frac{2}{0,08} - 1\right) + \left(\frac{1}{0,75} - 0,5\right)} = 0,223 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4.$$

Розглянемо відношення $E_{рез}/E_{рез}^e$:

$$\frac{E_{рез}}{E_{рез}^e} = \frac{C_{3\theta}}{C_{3\theta}^e} = \frac{3,77}{0,223} = 16,9.$$

Отже, після встановлення екрана інтенсивність результуючого випромінювання зменшиться в 16,9 раза. Температуру екрана можна визначити з рівняння теплового балансу для екрана.

При встановленому тепловому стані системи інтенсивність результуючого випромінювання пари «перша пластина – екран» дорівнює інтенсивності променевого потоку, спрямованого від екрана до другої пластини, тобто

$$\varepsilon_{3\theta}^{1-e} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right] = \varepsilon_{3\theta}^{e-2} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (7.2)$$

Зведені ступені чорноти відповідно

$$\varepsilon_{3\theta}^{1-e} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_e} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,85} + \frac{1}{0,08} - 1} = 0,079;$$

$$\varepsilon_{3\theta}^{e-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_e} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,08} + \frac{1}{0,75} - 1} = 0,078.$$

Підставляючи значення $\varepsilon_{3\theta}$ і T у рівняння (7.2), дістаємо

$$T_e = 100 \sqrt{\frac{0,079 \left(\frac{1000}{100} \right)^4 + 0,078 \left(\frac{300}{100} \right)^4}{0,079 + 0,078}} = 844 \text{ К.}$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

7-8. Розрахувати максимальне значення інтенсивності монохроматичного потоку випромінювання чорного тіла для поверхонь, які мають температуру:

а) 100 К; б) 500 К; в) 1000 К; г) 5000 К.

Відповідь: а) $128,7 \cdot 10^3$ Вт/м³; б) $4,022 \cdot 10^8$ Вт/м³; в) $12,87$ ГВт/м³ г) $40,22$ ГВт/м³.

7-9. Теплиця споруджена з кварцового скла, яке пропускає 92% енергії падаючого випромінювання в інтервалі довжин хвиль λ $0,35 \cdot 10^{-6} \div 2,7 \cdot 10^{-6}$ м. Вважаючи, що скло зовсім непрозоре для малих і великих довжин хвиль, розрахувати частку сонячного випромінювання (у відсотках), яке досягає ґрунту, якщо Сонце випромінює як чорне тіло з температурою $T_c = 5550$ К. Середня температура ґрунту $T_g = 300$ К, він випромінює також як чорне тіло. Розрахувати частку енергії випромінювання від ґрунту, яка проходить крізь скло в навколишнє середовище.

Відповідь: $k_c = 83,7\%$; $k_z = 0,0015\%$.

7-10. Поверхня тіла має температуру 500 К і монохроматичну випромінювальну здатність:

$\varepsilon_\lambda = 0$	при $0 < \lambda < 5 \cdot 10^{-6}$ м;
$\varepsilon_\lambda = 0,002 \cdot \lambda \cdot 10^6 - 0,01$	при $5 \cdot 10^{-6}$ м $< \lambda < 100 \cdot 10^{-6}$ м;
$\varepsilon_\lambda = 0,12$	при $100 \cdot 10^{-6}$ м $< \lambda < 200 \cdot 10^{-6}$ м;
$\varepsilon_\lambda = 0$	при $200 \cdot 10^{-6}$ м $< \lambda < \infty$.

Визначити:

- 1) інтегральну випромінювальну здатність поверхні тіла;
- 2) інтегральну поглинальну здатність поверхні тіла, якщо падаюче випромінювання виходить від чорного тіла при температурі а) 500 К і б) 1000 К.

Відповідь: 1) $\varepsilon = 0,0118$; 2) а) $A = 0,0118$; б) $A = 0,00292$.

7-11. Супутник Землі покривають спеціальним терморегулюючим покриттям. Для цього використовують дві фарби. Монохроматичні випромінювальні здатності фарб показані на рис. 21. Супутник, покритий фарбою 1, приймає рівноважну температуру $T_1 = 550$ К, а покритий фарбою 2 – температуру $T_2 = 450$ К. Визначити інтегральну випромінювальну здатність обох фарб.

Відповідь: $\varepsilon_1 = 0,2$; $\varepsilon_2 = 0,6$.

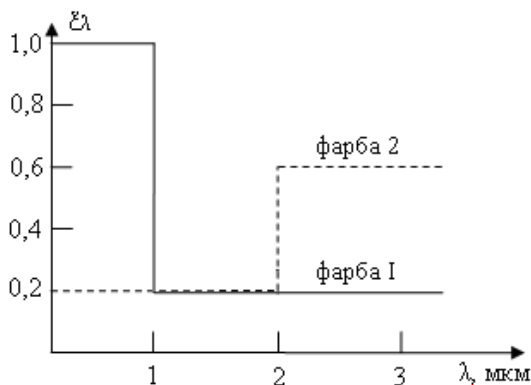


Рис. 21

7-12. Визначити власну інтенсивність випромінювання стінки літального апарату з коефіцієнтом випромінювання $C = 4,53 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$, якщо температура випромінювальної поверхні стінки $T_c = 1300 \text{ К}$. Знайти також ступінь чорноти стінки і довжину хвилі, яка відповідає максимуму інтенсивності випромінювання.

Відповідь: $E_{\text{вл}} = 1,295 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$ $\varepsilon = 0,8$; $\lambda_{\text{max}} = 2,23 \text{ мкм}$.

7-13. Сталеву заготовку з початковою температурою $t_1 = 27^\circ \text{C}$ помістили у муфельну електричну піч, температура стінок якої $t_2 = 927^\circ \text{C}$. Визначити, який тепловий потік сприймається заготовкою (у початковий період) за рахунок променевої енергії, якщо відношення поверхонь заготовки і муфельної печі $F_1/F_2 = 1/30$, а ступінь чорноти заготовки і стінок печі відповідно $\varepsilon_1 = 0,7$ та $\varepsilon_2 = 0,85$.

Відповідь: $q = E_{\text{рез}} = 81750 \text{ Вт/м}^2$.

7-14. Визначити результуючий променевий теплообмін $Q_{\text{рез}}$ між стінками посудини Д'юара, усередині якого зберігається рідкий кисень, якщо на зовнішній поверхні внутрішньої стінки посудини температура $t_1 = -183^\circ \text{C}$, а на внутрішній поверхні зовнішньої стінки температура $t_2 = 17^\circ \text{C}$. Стінки посудини покриті шаром срібла, ступінь чорноти якого $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,02$. Площини поверхонь стінок $F_1 = F_2 = 0,1 \text{ м}^2$.

Відповідь: $Q_{\text{рез}} = 0,396 \text{ Вт}$.

7-15. Визначити інтенсивність результуючого, власного, ефективного, поглинутого і відбитого випромінювання для двох нескін-

ченної довжини пластин В і С, якщо відомо, що $A_B = A_C = 0,75$, $T_B = 800$ К, $T_C = 400$ К.

Відповідь: $E_{рез} = 13145$ Вт/м²; $E_{B_{вл}} = 17526$ Вт/м²; $E_{B_{еф}} = 18987$ Вт/м²; $E_{B_{погл}} = 4382$ Вт/м²; $E_{B_{відб}} = 1461$ Вт/м²; $E_{C_{вл}} = 1095$ Вт/м²; $E_{C_{еф}} = 5842$ Вт/м²; $E_{C_{погл}} = 14240$ Вт/м²; $E_{C_{відб}} = 4746$ Вт/м².

7-16. Як зміниться результат розв'язання задачі 7-15, якщо $A_B = 1$, $A_C = 0,75$?

Відповідь: $E_{рез} = 16428$ Вт/м²; $E_{B_{вл}} = 23368$ Вт/м²; $E_{B_{еф}} = 23368$ Вт/м²; $E_{B_{відб}} = 0$ Вт/м²; $E_{C_{вл}} = 1095$ Вт/м²; $E_{C_{еф}} = 6940$ Вт/м²; $E_{C_{погл}} = 17526$ Вт/м²; $E_{C_{відб}} = 5842$ Вт/м².

7-17. Показати, що в процесі променевого теплообміну між двома плоскими, досить протяжними тілами (1) і (2) залежність результуючого випромінювання від поглинальної здатності тіл та їх власного випромінювання подається співвідношенням

$$E_{рез} = \frac{E_{1_{вл}} \cdot A_2 - E_{вл} \cdot A_1}{A_1 - A_1 \cdot A_2 + A_2}.$$

7-18. Визначити густину теплового потоку для променевого теплообміну між двома протяжними плоскими стінками при $t_1 = 500$ °С і $t_2 = 100$ °С, якщо $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,8$. Як зміняться результати, якщо $\varepsilon_2 = 0,1$? Визначити для обох випадків умовний коефіцієнт тепловіддачі випромінювання α_{np} ?

Відповідь: $q_{np} = E_{рез} = 12903$ Вт/м²; $\alpha_{np} = 32,25$ Вт/м²·К;
 $q'_{np} = E'_{рез} = 1875$ Вт/м²; $\alpha'_{np} = 4,70$ Вт/м²·К.

7-19. Циліндричний котел діаметром $d = 0,8$ м і довжиною $l = 2$ м знаходиться в приміщенні розмірами $8 \times 5 \times 4$ м, причому $t_1 = 200$ °С і $t_2 = 20$ °С. Визначити повний променевий потік і умовний коефіцієнт тепловіддачі випромінювання, якщо $\varepsilon_1 = 0,9$ і $\varepsilon_2 = 0,8$.

Відповідь: $Q_{np} = 12995$ Вт, $\alpha_{np} = 12,0$ Вт/м²·К.

7-20. Визначити ступінь чорноти екрана, який треба встановити між двома протяжними плоскими поверхнями 1 і 2 ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,75$; $T_1 = 1000$ К і $T_2 = 500$ К) для зменшення променевого потоку в 10 раз. Яка буде при цьому температура екрана? Як зміниться променевий потік при встановленні трьох таких екранів?

Відповідь: $\varepsilon_e = 0,125$; $T_e = 854$ К; $E_{рез}^e / E_{рез}^3 = 28$.

7-21. Паропровід діаметром $d_1 = 0,2$ м при температурі поверхні $T_1 = 700$ К концентрично прокладений у каналі діаметром $d_2 = 0,6$ м, температура стінок якого $T_2 = 300$ К. Ступені чорноти паропроводу і каналу однакові і дорівнюють 0,8. Визначити ступінь чорноти встановлюваного для зменшення втрат тепла трубопроводом концентричного екрана діаметром $d_e = 0,3$ м, температура якого не перевищує 573 К. Як при цьому зміняться втрати тепла трубопроводом (конвективним теплообміном знехтувати).

Відповідь: $\varepsilon_{e \min} = 0,46$; $Q_{np}/Q_{np}^e = 2,67$.

7-22. Показати, що для трубопроводу діаметром d_T , оточеного концентричними екранами, діаметром d_i зі ступенем чорноти ε_i (знаходиться в приміщенні практично необмежених розмірів), зведений ступінь чорноти системи (включаючи стіни приміщення) подається співвідношенням

$$\varepsilon_{зв} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_T} + 2 \sum_{i=1}^n \frac{d_T}{d_i \varepsilon_i} - \sum_{i=1}^n \frac{d_T}{d_i}},$$

причому розрахунковою поверхнею є бокова поверхня трубопроводу.

7-23. Оголений трубопровід зовнішнім діаметром $d_T = 0,2$ м ($\varepsilon_T = 0,8$) при температурі $t_T = 300$ °С прокладений у приміщенні великих розмірів. Визначити, у скільки разів зменшиться тепловіддача випромінюванням, якщо паропровід оточений шістьма концентричними екранами ($\varepsilon_e = 0,1$) при ширині кожної кільцевої щілини 10 мм. Яка буде температура зовнішнього екрана, якщо температура середовища в приміщенні дорівнює 20 °С.

Відповідь: $Q_{np}/Q_{np}^e = 70$; $t_{e \text{ зовн}} = 78$ °С.

7-24. Визначити коефіцієнт тепловіддачі і втрати теплоти з одиниці довжини паропроводу діаметром $d_n = 0,2$ м, якщо температура і ступінь чорноти його поверхні відповідно $T_m = 740$ К, $\varepsilon_T = 0,79$, а температура стінок і навколишнього повітря $T_{cp} = 300$ К.

Вказівка. Коефіцієнт тепловіддачі $\alpha = \alpha_{np} + \alpha_k$, де α_k – коефіцієнт тепловіддачі конвективного теплообміну, знаходиться з критеріального рівняння (див. розділ п'ятий).

Відповідь: $\alpha = 39,37$ Вт/м²·К; $q_e = 10880$ Вт/м.

7-25. В умовах експлуатації ніхромового горизонтального неізолюваного дроту діаметром $d_1 = 1$ мм ($\rho = 1,2$ Ом·мм²/м, $\varepsilon_d = 0,95$) температура його не повинна перевищувати $T_c = 873$ К. Визначи-

ти максимально допустиму силу струму, який можна пропускати крізь дріт, якщо температура навколишнього повітря $T_{cp} = 293$ К.

Вказівка. Дріт охолоджується за рахунок вільної конвекції і випромінювання, тому відведене тепло від дроту буде дорівнювати $Q_{від} = Q_{пр} + Q_{конв}$, де $Q_{конв} = \alpha_k F \Delta T$; α_k знаходиться з критеріального рівняння (див. розділ п'ятий).

Відповідь: $I = 11,6$ А.

РОЗДІЛ 8 || МАСООБМІН

1. ПОЗНАЧЕННЯ ТА РОЗМІРНОСТІ

$\dot{m}_1, \dot{m}_2$ – густина потоку маси у напрямку χ частинок типу I і частинок типу 2 відповідно, $\text{кг/м}^2 \cdot \text{с}$;

$\dot{M}_1, \dot{M}_2$ – масовий потік частинок типу I і типу 2 відповідно, кг/с ;

$\dot{N}_1, \dot{N}_2$ – мольний потік частинок типу I і типу 2 відповідно, кмоль/с ;

C_1, C_2 – масова концентрація відповідно частинок типу I і типу 2 у суміші цих частинок при дифузійному масообміні;

ρ – густина суміші частинок типу I і 2, кг/м^3 ;

D_{12} – коефіцієнт дифузії частинок типу I у частинках типу 2, $\text{м}^2/\text{с}$;

χ – напрямок, в якому вимірюється потік маси, м;

F – площа перерізу, крізь який відбувається дифузія речовини, м^2 ;

μ – молекулярна маса речовини, кг/кмоль ;

$R_0 = 8314 \text{ Дж/кмоль} \cdot \text{К}$ – універсальна газова стала;

P – повний тиск суміші, Н/м^2 ;

P_A – парціальний тиск речовини A, Н/м^2 ;

T – температура, К;

l – довжина, м;

r – радіус циліндра, м;

h_m – коефіцієнт конвективного масообміну, м/с ;

$c_{1s}, c_{1\infty}$ – масова концентрація речовини на поверхні і в навколишньому середовищі відповідно при конвективному масообміні, кг/м^3 .

2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Масообмін – процес встановлення всередині фаз рівноваги розподілу концентрацій. В однорідній по температурам і тискам суміші процес дифузії напрямлений до вирівнювання концентра-

цій в системі, при цьому відбувається перенос речовини із області з більшою в область з меншою концентрацією.

У цьому розділі розглядатимемо дві категорії масообміну: дифузійний і конвективний масообмін.

Дифузійний (молекулярний) масообмін в середовищі відбувається головним чином в результаті молекулярного руху. Дифузія одного компоненту в суміші в напрямку зменшення концентрації цього компоненту є аналогічною переносу тепла теплопровідністю в напрямку зменшення температури.

По аналогії з теплообміном дифузія може вв'язуватися на молекулярному (мікроскопічному) рівні так і на молярному (макроскопічному).

Закон Фіка: в однорідній по температурі і тиску макроскопічно нерухомій бінарній суміші потік маси одного з компонентів за рахунок молекулярної дифузії пропорційний градієнту концентрацій:

$$\dot{m}_i = -D \cdot \frac{\partial c_i}{\partial n},$$

де D – коефіцієнт молекулярної дифузії одного компонента відносно іншого, n – напрямок нормалі до поверхні однакової концентрації речовини.

Конвективний масообмін включає в себе перенос компоненту внаслідок руху усієї маси рідини. Процес конвективного масообміну є аналогічним до процесу конвективного теплообміну. Конвективний масообмін може бути вільним і вимушеним. Існує велика кількість прикладів конвективного масообміну, такі як зволоження, дистиляція, екстракція рідини, абсорбція газу та ін.

3. РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ ТА СПІВВІДНОШЕННЯ

1) Дифузійний масообмін.

Перший закон Фіка для бінарної дифузії:

$$\dot{m}_1 = c_1 (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) - \rho \cdot D_{12} \frac{dc_1}{dx},$$

або

$$\dot{m}_2 = c_2 (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) - \rho \cdot D_{21} \frac{dc_2}{dx}.$$

При умові еквімасової протидифузії, якщо $\dot{m}_1 = -\dot{m}_2$,

$$\dot{m}_1 = -\rho \cdot D_{12} \frac{dc_1}{dx}.$$

Для стаціонарного одновимірного процесу еквімасової протидифузії масовий потік визначається за формулами

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= \rho \cdot D_{12} F \frac{c_1(l) - c_1(0)}{l}, \\ \dot{M}_1 &= \frac{\mu_1}{R_0 T} D_{12} F \frac{P_1(l) - P_1(0)}{l}. \end{aligned}$$

Для еквімолярної протидифузії молярний потік визначається за формулою

$$\dot{N}_1 = \frac{1}{R_0 T} D_{12} F \frac{P_1(l) - P_1(0)}{l}.$$

Для порожнистого циліндра (рис. 22) ці ж формули матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= \frac{\mu_1}{R_0 T} \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot D_{12}}{\ln(r_2/r_1)} [P_1(r_1) - P_1(r_2)], \\ \dot{N}_1 &= \frac{1}{R_0 T} \frac{2 \pi l D_{12}}{\ln(r_2/r_1)} [P_1(r_1) - P_1(r_2)]. \end{aligned}$$

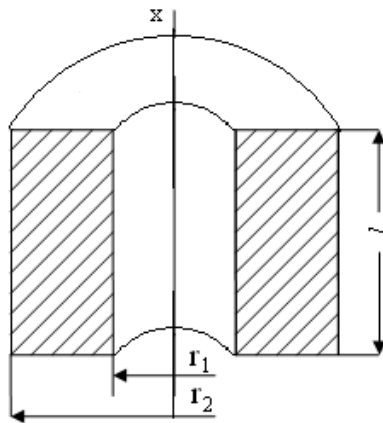


Рис. 22

У випадку протидифузії через сферичну стінку масовий та мольний потоки визначаються за формулами:

$$\dot{M}_1 = \frac{\mu_1}{R_0 \cdot T} \frac{4 \cdot \pi \cdot D_{12} \cdot r_1 \cdot r_2}{(r_2 - r_1)} [P_1(r_1) - P_2(r_2)],$$

$$\dot{N}_1 = \frac{1}{R_0 \cdot T} \frac{4 \cdot \pi \cdot D_{12} \cdot r_1 \cdot r_2}{(r_2 - r_1)} [P_1(r_1) - P_2(r_2)].$$

2) Конвективний масообмін.

Потік маси речовини визначається за формулою

$$\dot{M}_1 = h_m \cdot F (c_{1S} - c_{1\infty}).$$

Коефіцієнт конвективного масообміну h_m визначається за допомогою критеріальних рівнянь:

1) для ламінарного масообміну вздовж площини

$$Sh_l = 0,064 \cdot Re_l^{0,5} Sc^{1/3},$$

2) для турбулентного масообміну вздовж площини

$$Sh_l = 0,036 \cdot Re_l^{0,8} Sc^{1/3},$$

3) для турбулентного масообміну в трубах

$$Sh_d = 0,023 \cdot Re_d^{0,8} Sc^{1/3}.$$

У цих критеріальних рівняннях

$$Sh = \frac{h_m \cdot l}{D_{12}} - \text{число Шервуда},$$

$$Sc = \frac{\nu}{D_{12}} - \text{число Шмідта}.$$

Фізичний зміст цих критеріїв міститься у третьому розділі посібника.

ПРИКЛАДИ

8-1. Два великих резервуари розділені трубою завдовжки 0,75 м і внутрішнім діаметром 2 см. Один резервуар містить чистий CO_2 при температурі 0°C і тиску $1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, а другий – чистий H_2 при тій же температурі і тиску. Розрахувати початковий мольний дифузійний потік газу CO_2 у резервуар із газом H_2 , якщо коефіцієнт дифузії $D_{12} = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Розв'язання. У нашому випадку $P_{CO_2} = P_{H_2}$ і $T_{CO_2} = T_{H_2}$, тобто умови відповідають еквімольній проти дифузії:

$$\dot{n}_{CO_2} = -\dot{n}_{H_2}.$$

Тому можна використати формулу

$$\dot{N}_{CO_2} = \frac{D_{12}}{R_0 T} F \frac{P_{CO_2}(l) - P_{CO_2}(0)}{l},$$

де $P_{CO_2}(0) = 0$ – парціальний тиск CO_2 на межі $x = 0$ (див. рис. 23).

$P_{CO_2}(l) = 1 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ – парціальний тиск CO_2 на межі $x = l$.

Підставляючи всі дані у формулу, дістаємо

$$\dot{N}_{CO_2} = \frac{5,5 \cdot 10^{-5} \cdot 3,14 \cdot 0,01^2}{8314 \cdot 273} \frac{1 \cdot 10^5 - 0}{0,75} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ кмоль/с.}$$

Можна перевірити припущення про існування еквімольної проти дифузії, якщо розрахувати молярний потік H_2 :

$$\begin{aligned} \dot{N}_{H_2} &= \frac{D_{12}}{R_0 T} F \frac{P_{H_2}(l) - P_{H_2}(0)}{l} = \\ &= \frac{5,5 \cdot 10^{-5} \cdot 3,14 \cdot 0,01^2}{8314 \cdot 273} \frac{0 - 1 \cdot 10^5}{0,75} = \\ &= -1 \cdot 10^{-9} \text{ кмоль / с.} \end{aligned}$$

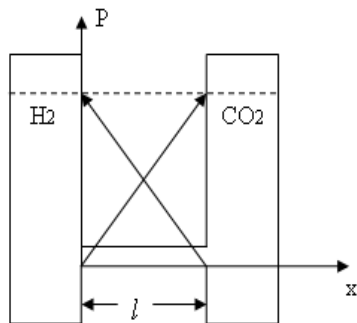


Рис. 23

тобто $\dot{N}_{CO_2} = -\dot{N}_{H_2}$. А це і є умова еквімольної протидифузії.

8-2. Чистий гелій при тиску 10 бар і температурі 20 °С знаходиться в трубці із скла пірекс зовнішнім діаметром 5 см. Товщина стінки 4 мм. Розрахувати витік гелію крізь скло трубки (кг/с на 1 м довжини), якщо коефіцієнт дифузії крізь пірекс $D_{12} = 4,49 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2/\text{с}$.

Розв'язання. Гелій має такі властивості: $\mu_{He} = 4 \text{ кг/кмоль}$, $P_{He}(r_1) = 1 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$. Припускаючи, що концентрація гелію з зовнішнього боку трубки практично дорівнює нулю, дістаємо $P_{He}(r_0) = 0$. Якщо припустити, що масова концентрація гелію в пірексі дуже мала, то за рівнянням

$$\dot{M}_{He} = \frac{\mu_{He}}{R_0 T} \cdot \frac{2\pi \cdot l \cdot D_{12}}{\ln(r_0/r_1)} [P_{He}(r_1) - P_{He}(r_0)],$$

можна припустити дифузійний потік маси крізь стінку трубки на 1 м її довжини:

$$\dot{M}_{He} = \frac{4 \cdot 6,28 \cdot 1 \cdot 4,49 \cdot 10^{-15}}{8314 \cdot 293 \cdot \ln(2,5/2,1)} (1 \cdot 10^6 - 0) = 2,66 \cdot 10^{-13} \text{ кг/с.}$$

Оцінка показує, що 1 г гелію буде дифундувати крізь стінку приблизно 120 років.

8-3. Розрахувати швидкість випаровування води з поверхні озера розміром приблизно 500×500 м. Швидкість вітру 5 м/с. Температура повітря і води в озері дорівнює 25°C . Коефіцієнт дифузії $D_{12} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Розрахунок зробити для двох випадків, коли навколишнє повітря має відносну вологість а) 10% і б) 80%.

Розв'язання. Ця задача визначається процесом масообміну при вимушеній конвекції від плоскої пластини. Спочатку визначаємо режим течії над поверхнею озера. Для цього обчислюємо число Рейнольдса

$$Re_l = \frac{W_\infty \cdot l}{\nu_{нов}} = \frac{5 \cdot 500}{16,18 \cdot 10^{-6}} = 1,55 \cdot 10^8.$$

Отже, течія повітря повністю турбулентна і, таким чином, відповідне співвідношення для розрахунку масообміну має вигляд

$$Sh_l = 0,036 \cdot Re_l^{0,8} Sc^{1/3}.$$

Знаходимо число Шмідта:

$$Sc = \frac{\nu}{D_{12}} = \frac{16,18 \cdot 10^{-6}}{2,6 \cdot 10^{-5}} = 0,6223.$$

Тоді число Шервуда

$$Sh_l = 0,036 \cdot (1,55 \cdot 10^8)^{0,8} 0,6223^{1/3} = 1,096 \cdot 10^5.$$

Коефіцієнт конвективного теплообміну

$$h_m = \frac{Sh_l \cdot D_{12}}{l} = \frac{1,096 \cdot 10^5 \cdot 2,6 \cdot 10^{-5}}{500} = 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с.}$$

Далі необхідно визначити концентрацію водяної пари у поверхні озера і в навколишньому повітрі. У поверхні води відносна вологість $\psi_c = 1$. У навколишньому повітрі $\psi_\infty = 0,1$ і $\psi_\infty = 0,8$ для випадків а) і б) відповідно.

Співвідношення між парціальними тисками водяної пари, відносної вологості і температурою насичення має вигляд

$$P_B = \psi \cdot P_{нас},$$

Із табл. 4 додатка при $T = 298 \text{ К}$ тиск насичення водяної пари $P_{нас} = 3098 \text{ Н/м}^2$.

Парціальний тиск пари у поверхні озера

$$P_{gs} = \psi_s \cdot P_{нас} = 1 \cdot 3098 = 3098 \text{ Н/м}^2.$$

Парціальний тиск водяної пари в навколишньому повітрі для випадків:

$$a) P_{g\infty} = \psi_{\infty} \cdot P_{нас} = 0,1 \cdot 3098 = 309,8 \text{ Н/м}^2.$$

$$б) P_{g\infty} = \psi_{\infty} \cdot P_{нас} = 0,8 \cdot 3098 = 2478,4 \text{ Н/м}^2.$$

Концентрація водяної пари у поверхні озера в припущенні, що водяна пара подається як ідеальний газ

$$C_{gs} = \frac{\mu_g \cdot P_{gs}}{R_0 T} = \frac{18 \cdot 3098}{8314 \cdot 298} = 0,02251 \text{ кг/м}^3.$$

При відносній вологості навколишнього повітря $\psi = 0,1$ концентрація водяної пари у повітрі

$$C_{g\infty} = \frac{\mu_g \cdot P_{g\infty}}{R_0 T} = \frac{18 \cdot 309,8}{8314 \cdot 298} = 0,00225 \text{ кг/м}^3.$$

Швидкість випарювання води

$$\dot{M}_g = h_m \cdot F \cdot (c_{gs} - c_{g\infty}) = 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot (0,02251 - 0,00225) = 2,89 \text{ кг/с}.$$

При відносній вологості повітря $\psi = 0,8$ концентрація водяної пари у повітрі

$$C_{g\infty} = \frac{\mu_g \cdot P_{g\infty}}{R_0 T} = \frac{18 \cdot 2478,4}{8314 \cdot 298} = 0,018 \text{ кг/м}^3.$$

Швидкість випарювання води

$$\dot{M}_g = 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4 \cdot (0,02251 - 0,018) = 6,43 \text{ кг/с}.$$

Це на 78% менше швидкості випарювання при відносній вологості навколишнього повітря $\psi = 0,1$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

8-4. Сферичний гумовий балон діаметром $d = 1$ м, містить гелій при надлишковому тиску $3 \cdot 10^5$ Н/м² і температурі 303 К. Товщина речовини балона $\delta = 0,1$ мм. Розрахувати дифузійний потік маси гелію крізь речовину балону, якщо коефіцієнт дифузії гелію в гумі $D_{12} = 3 \cdot 10^{-11}$ м²/с.

Відповідь: $\dot{M}_{He} = 0.35 \cdot 10^{-9}$ кг/с.

8-5. Труба завдовжки $l = 3$ м і внутрішнім діаметром $d_{BH} = 0,01$ м з'єднує два резервуара, які містять гази повітря і водень відповідно при тиску $P_0 = 1 \cdot 10^5$ Н/м² і температурі $T = 273$ К. Розрахувати густину дифузійного потоку між двома газами у випадку еквімольної протидифузії, якщо коефіцієнт дифузії для цих газів $D_{12} = 5,472 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відповідь: $N_{нов} = 0,6 \cdot 10^{-10}$ кмоль/с, $\dot{N}_{H_2} = -0,6 \cdot 10^{-10}$ кмоль/с.

8-6. Плоский вологий виріб довжиною $l = 0,5$ м поздовжньо омивається потоком с ухого повітря з температурою $t_\infty = 20$ °С, тиск $p = 0,202$ МПа, швидкість $w_\infty = 1$ м/с. Температура виробу постійна по всій довжині ($t_c = 20$ °С). Розрахувати коефіцієнт масовіддачі h_m , якщо коефіцієнт дифузії дорівнює $D_{12} = 1,23 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відповідь: $h_m = 4,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м²·с.

8-7. Тонка пластина довжиною $l = 1,5$ м і шириною $b = 0,9$ м обтікається поздовжнім потоком повітря. Швидкість і температура набігаючого потоку, відповідно, $w_\infty = 6$ м/с, $t_\infty = 20$ °С. Визначити середній по довжині коефіцієнт масовіддачі, якщо коефіцієнт дифузії $D_{12} = 0,216 \cdot 10^{-4}$ м²/с.

Відповідь: $h_m = 0,026$ кг/м²·с.

8-8. Розрахувати швидкість випаровування води з озера розміром 100×100 м. Швидкість навколишнього сухого повітря $W = 20$ м/с, температура води в озері $t = 25$ °С. Коефіцієнт дифузії водяної пари у повітрі $D_{12} = 2,6 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відповідь: $M_\sigma = 5,4$ кг/с.

8-9. Розв'язати задачу 8-8 при умові, що навколишнє повітря має відносну вологість $\psi = 0,5$ і температуру $t = 25$ °С.

Відповідь: $M_\sigma = 2,7$ кг/с.

8-10. Ванна з толуолом C_7H_8 розмірами 30×30 см міститься у кімнаті при температурі $T = 298$ К. Повітря циркулює над поверхнею толуолу зі швидкістю $W = 10$ м/с. Визначити швидкість випаровування толуолу у повітря, якщо $D_{12} = 0,844 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відповідь: $M_{C_7H_8} = 2,7$ кг/с.

8-11. Горизонтальний циліндр з зовнішнім діаметром $d_{зовн} = 3$ см, зроблений із пористого матеріалу, насичений водою. Циліндр обдувається по нормалі до осі сухим повітрям при температурі $T = 298$ К зі швидкістю 100 м/с. Розрахувати швидкість випаровування води з поверхні на одиницю довжини циліндра, якщо $D_{12} = 2,6 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Відповідь: $M_\sigma = 0,1 \cdot 10^{-3}$ кг/с.

ДОДАТОК

Таблиця 1

Фізичні параметри сухого повітря при тиску 760 мм. рт. ст.

$T, ^\circ K$	$t, ^\circ C$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$C_p, \text{кДж/кг}\cdot\text{К}$	$\lambda, 10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$	$a, 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\nu, 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	Pr
223	-50	1,584	1,013	2,04	1,270	9,23	0,728
233	-40	1,515	1,013	2,12	1,378	10,04	0,728
243	-30	1,453	1,013	2,20	1,492	10,80	0,723
253	-20	1,395	1,009	2,28	1,620	12,79	0,716
263	-10	1,342	1,009	2,36	1,745	12,43	0,712
273	0	1,293	1,005	2,44	1,881	13,28	0,707
283	10	1,247	1,005	2,51	2,006	14,16	0,705
293	20	1,205	1,005	2,59	2,142	15,06	0,703
303	30	1,165	1,005	2,67	2,286	16,00	0,701
313	40	1,128	1,005	2,76	2,431	16,96	0,699
323	50	1,093	1,005	2,83	2,572	17,95	0,698
333	60	1,060	1,005	2,90	2,720	18,97	0,696
343	70	1,029	1,009	2,97	2,856	20,02	0,694
353	80	1,000	1,009	3,05	3,020	21,09	0,692
363	90	0,972	1,009	3,13	3,189	22,10	0,690
373	100	0,946	1,009	3,21	3,364	23,13	0,688
393	120	0,898	1,009	3,34	3,684	25,45	0,686
413	140	0,854	1,013	3,49	4,034	27,80	0,684
433	160	0,815	1,017	3,64	4,389	30,09	0,682
453	180	0,779	1,022	3,78	4,750	32,49	0,681
473	200	0,776	1,026	3,93	5,136	34,85	0,680
523	250	0,674	1,038	4,27	6,100	40,61	0,677
573	300	0,615	1,047	4,61	7,156	48,33	0,674
623	350	0,566	1,059	4,91	8,187	55,46	0,676
673	400	0,524	1,068	5,21	9,312	63,09	0,678
773	500	0,456	1,093	5,74	11,53	79,38	0,687
873	600	0,404	1,114	6,22	13,83	96,89	0,699
973	700	0,362	1,135	6,71	16,34	115,4	0,706
1073	800	0,329	1,156	7,18	18,88	134,8	0,713
1173	900	0,301	1,172	7,63	21,62	155,1	0,717
1273	1000	0,277	1,185	8,07	24,59	177,1	0,719
1373	1100	0,257	1,198	8,50	27,63	199,3	0,722
1473	1200	0,239	1,210	9,15	31,65	223,7	0,724

Таблиця 2

Фізичні параметри води на лінії насичення

t , °C	$P, 10^5$ Н/м ²	ρ , кг/м ³	i , кДж/кг	C_p , кДж/кг·К	$\lambda, 10^{-2}$, Вт/м·К	$\alpha, 10^{-7}$, м ² /с	$\nu, 10^{-6}$, м ² /с	$\beta, 10^{-4}$, 1/К	$\sigma, 10^{-4}$, Н/м	Pr
0	1,01	999,9	0	4,212	55,1	1,308	1,789	-0,63	756,4	13,67
10	1,01	999,7	42,04	4,131	57,4	1,372	1,306	+0,7	741,6	9,52
20	1,01	998,2	83,91	4,183	59,9	1,433	1,006	1,82	726,9	7,02
30	1,01	995,7	125,7	4,174	61,8	1,486	0,805	3,21	711,2	5,42
40	1,01	992,2	167,5	4,174	63,4	1,531	0,659	3,87	696,5	4,31
50	1,01	988,1	209,3	4,174	64,8	1,570	0,556	4,49	676,9	3,54
60	1,01	983,2	251,1	4,179	65,9	1,606	0,478	5,11	662,2	2,98
70	1,01	977,8	293,0	4,187	66,8	1,631	0,415	5,70	643,5	2,55
80	1,01	971,8	334,9	4,195	67,5	1,656	0,365	6,32	625,9	2,21
90	1,01	965,3	377,0	4,208	68,0	1,675	0,326	6,95	607,2	1,95
100	1,01	958,4	419,1	4,220	68,3	1,689	0,295	7,52	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	68,5	1,703	0,272	8,08	569,0	1,60
120	1,99	943,1	503,7	4,250	68,6	1,711	0,252	8,64	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,267	69,8	1,720	0,233	9,19	528,8	1,36
140	3,62	926,1	589,1	4,288	68,5	1,725	0,217	9,72	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	68,4	1,728	0,203	10,3	486,6	1,17
160	6,18	907,4	675,4	4,346	68,3	1,731	0,191	10,7	466,0	1,10
170	7,93	897,3	719,3	4,380	67,9	1,728	0,181	11,3	443,4	1,05
180	10,04	886,9	763,3	4,417	67,5	1,722	0,173	11,8	422,8	1,00
190	12,56	876,0	807,7	4,459	67,0	1,714	0,165	12,6	400,2	0,96
200	15,56	863,0	852,5	4,505	66,3	1,706	0,158	13,3	376,7	0,93
210	19,09	852,8	897,7	4,556	65,5	1,686	0,153	14,1	351,1	0,91
220	23,21	840,3	943,7	4,614	64,5	1,664	0,148	14,8	331,6	0,89
230	27,99	827,3	990,2	4,681	63,7	1,645	0,145	15,9	310,0	0,88
240	33,49	813,6	1037,5	4,756	62,8	1,622	0,141	16,8	285,5	0,87
250	39,79	799,0	1085,7	4,844	61,8	1,595	0,137	18,1	261,9	0,86
260	46,96	784,0	1135,1	4,949	60,5	1,558	0,135	19,6	237,4	0,87
270	55,07	767,9	1185,3	5,070	59,0	1,514	0,133	21,6	214,8	0,88
280	64,22	750,7	1236,8	5,230	67,5	1,464	0,131	23,7	191,3	0,90
290	74,48	732,3	1290,0	5,485	55,8	1,389	0,129	26,2	168,7	0,93
300	85,95	712,5	1344,9	5,736	54,0	1,320	0,128	29,2	144,2	0,97
310	98,73	691,1	1402,2	6,071	52,3	1,247	0,128	32,9	120,7	1,03
320	112,93	667,1	1462,1	6,574	50,6	1,153	0,128	38,2	98,1	1,11
330	128,69	640,2	1526,2	7,244	48,4	1,044	0,127	43,3	76,7	1,22
340	146,13	610,1	1594,8	8,165	45,7	0,917	0,127	53,4	56,7	1,39
350	165,43	574,4	1671,4	9,50	43,0	0,789	0,126	66,8	38,2	1,60
360	186,80	528,0	1761,5	13,98	39,5	0,536	0,126	109,0	20,2	2,35
370	210,60	450,0	1892,5	40,32	33,7	0,186	0,126	264,0	4,71	6,79

Таблиця 3

Фізичні параметри димових газів при тиску 760 мм. рт. ст.

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho,$ кг/м ³	$C_p,$ кДж/кг·К	$\lambda \cdot 10^2$ Вт/м·К	$a \cdot 10^5$ м ² /с	$\nu \cdot 10^6$ м ² /с	Pr
0	1,295	1,043	2,279	1,689	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,128	3,083	21,54	0,69
200	0,748	1,098	4,012	4,889	32,80	0,67
300	0,617	1,123	4,838	6,989	45,81	0,65
400	0,525	1,152	5,699	9,428	60,38	0,64
500	0,457	1,186	6,559	12,114	76,30	0,63
600	0,405	1,215	7,420	15,089	93,61	0,62
700	0,363	1,24	8,269	18,381	112,1	0,61
800	0,330	1,265	9,153	21,969	131,8	0,60
900	0,301	1,291	10,013	25,797	152,5	0,59
1000	0,275	1,307	10,897	30,336	174,3	0,58
1100	0,257	1,324	11,746	34,547	197,1	0,57
1200	0,240	1,34	12,619	39,242	221,0	0,56

Примітка. Дані наведено для димових газів середнього складу:
 $\text{CO}_2 = 13\%$, $\text{H}_2\text{O} = 11\%$, $\text{N}_2 = 76\%$ (за об'ємом).

Таблиця 4

Фізичні властивості води

$P, 10^5$ Н/м ²	$T_s,$ °К	$t_s,$ °С	$r,$ кДж/кг	$C_p,$ кДж/кг·К	$T,$ °К	$t,$ °С	$C_p,$ кДж/кг·К
На лінії насичення					Пара при атмосферному тиску		
0,010	279,7	6,7	2485,0				
0,049	305,55	32,55	2423,8	4,174			
0,098	418,45	45,45	2393,3	4,174			
0,49	353,86	80,86	2405,8	4,195			
0,98	379,09	99,09	2259,3	4,220	373	100	2,047
1,47	383,79	110,79	2227,9	4,233	473	200	1,980
1,96	392,62	119,62	2204,0	4,250	573	300	2,014
2,94	405,88	132,88	2165,9	4,267	673	400	2,073
3,92	415,92	142,92	2136,2	4,288	773	500	2,135
4,90	424,11	151,11	2111,1	4,313	873	600	2,202
5,89	431,08	158,08	2088,9	4,346			
6,87	437,17	164,17	2069,2	4,363			
7,85	442,61	169,61	2050,8	4,380			
8,83	447,53	174,53	2034,0	4,396			
9,81	452,04	179,04	2018,6	4,417			
19,60	484,38	221,38	1895,0	4,556			
29,40	505,76	232,76	1800,4	4,681			
39,20	522,18	249,18	1719,2	4,844			
49,00	535,70	262,70	1646,3	4,949			
58,90	547,29	274,29	1578,9	5,070			
68,70	557,48	284,48	1514,0	5,230			
78,50	566,62	293,62	1450,8	5,485			

Таблиця 5

Функція помилок

x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$
0,00	0,00000	0,76	0,71754	1,52	0,96841
0,02	0,02256	0,78	0,73001	1,54	0,97059
0,04	0,04511	0,80	0,74210	1,56	0,97263
0,06	0,06762	0,82	0,75381	1,58	0,97455
0,08	0,09008	0,84	0,76514	1,60	0,97635
0,10	0,11246	0,86	0,77610	1,62	0,97804
0,12	0,13476	0,88	0,78669	1,64	0,97962
0,14	0,15695	0,90	0,79691	1,66	0,98110
0,16	0,17901	0,92	0,80677	1,68	0,98249
0,18	0,20094	0,94	0,81627	1,70	0,98379
0,20	0,22270	0,96	0,82542	1,72	0,98500
0,22	0,24430	0,98	0,83423	1,74	0,98613
0,24	0,26570	1,00	0,84270	1,76	0,98719
0,26	0,28690	1,02	0,85084	1,78	0,98817
0,28	0,30788	1,04	0,85865	1,80	0,98909
0,30	0,32863	1,06	0,86614	1,82	0,98994
0,32	0,34913	1,08	0,87333	1,84	0,99074
0,34	0,36936	1,10	0,88020	1,86	0,99147
0,36	0,38933	1,12	0,88079	1,88	0,99216
0,38	0,40901	1,14	0,89308	1,90	0,99279
0,40	0,44839	1,16	0,89910	1,92	0,99338
0,42	0,44749	1,18	0,90484	1,94	0,99392
0,44	0,46622	1,20	0,91031	1,96	0,99443
0,46	0,48466	1,22	0,91553	1,98	0,99489
0,48	0,50275	1,24	0,92050	2,00	0,995322
0,50	0,52050	1,26	0,92524	2,10	0,997020
0,52	0,53790	1,28	0,92973	2,20	0,998137
0,54	0,55494	1,30	0,93401	2,30	0,998857
0,56	0,57162	1,32	0,93806	2,40	0,999311
0,58	0,58792	1,34	0,94191	2,50	0,999593
0,60	0,60386	1,36	0,94556	2,60	0,999764
0,62	0,61941	1,38	0,94902	2,70	0,999866
0,64	0,63459	1,40	0,95228	2,80	0,999925
0,66	0,64938	1,42	0,95538	2,90	0,999959
0,68	0,66278	1,44	0,95830	3,00	0,999978
0,70	0,67780	1,46	0,96105	3,20	0,999994
0,72	0,69143	1,48	0,96365	3,40	0,999998
0,74	0,70468	1,50	0,96610	3,60	1,000000

Таблиця 6

Радіаційні функції чорного тіла

$\lambda \cdot T,$ $м \cdot К \times 10^3$	$\frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda T)}{\sigma T^4}$	$\lambda \cdot T,$ $м \cdot К \times 10^3$	$\frac{E_\lambda(0 \rightarrow \lambda T)}{\sigma T^4}$
0,2	$0,341796 \times 10^{-26}$	6,2	0,754187
0,4	$0,186468 \times 10^{-11}$	6,4	0,769282
0,6	$0,929299 \times 10^{-7}$	6,6	0,783248
0,8	$0,164351 \times 10^{-4}$	6,8	0,796180
1,0	$0,320780 \times 10^{-3}$	7,0	0,808160
1,2	$0,213431 \times 10^{-2}$	7,2	0,819270
1,4	$0,779084 \times 10^{-2}$	7,4	0,829580
1,6	$0,197204 \times 10^{-1}$	7,6	0,839157
1,8	$0,393449 \times 10^{-1}$	7,8	0,848060
2,0	$0,667347 \times 10^{-1}$	8,0	0,856344
2,2	0,100897	8,5	0,874666
2,4	0,140268	9,0	0,890090
2,6	0,183135	9,5	0,903147
2,8	0,227908	10,0	0,914263
3,0	0,273252	10,5	0,923775
3,2	0,318124	11,0	0,931956
3,4	0,361760	11,5	0,939027
3,6	0,403633	12,0	0,945167
3,8	0,443411	13,0	0,955210
4,0	0,480907	14,0	0,962970
4,2	0,516046	15,0	0,969056
4,4	0,548830	16,0	0,973890
4,6	0,579316	18,0	0,980939
4,8	0,607597	20,0	0,985683
5,0	0,633786	25,0	0,992299
5,2	0,658011	30,0	0,995427
5,4	0,680402	40,0	0,998057
5,6	0,701090	50,0	0,999045
5,8	0,720203	75,0	0,999807
6,0	0,737864	100	1,000000

Таблиця 7

Значення поправкового коефіцієнта ε_i для рядів трубного пучка

Ряд пучка	Розміщення труб		Ряд пучка	Розміщення труб	
	коридорне	шахове		коридорне	шахове
1	1,00	1,00	11	0,55	0,65
2	0,85	1,00	12	0,54	0,63
3	0,78	0,90	13	0,53	0,62
4	0,73	0,84	14	0,52	0,61
5	0,68	0,80	15	0,51	0,60
6	0,65	0,76	16	0,50	0,59
7	0,62	0,73	17	0,50	0,59
8	0,60	0,71	18	0,49	0,58
9	0,58	0,68	19	0,48	0,58
10	0,56	0,66	20	0,47	0,57

Таблиця 8

Теплопровідність матеріалів

Матеріал	λ , Вт/м·К
Алюміній	204
Азбест	0,151
Азбозуріт	0,213
Азбослюда	0,208
Бетон	1,28
Бронза	64
Вата мінеральна	0,052
Вермикуліт	0,328
Вермикулітові плити	0,186
Вініпласт	0,165
Гума	0,16
Діатоміт молотий	0,314
Каучук	0,175
Кварц	1,36
Корок	0,03
Латунь	1,14
Лід	93
Масляний шар забруднення	0,15
Мідь	384
Накип	1,75
Ніхром	17,5
Ньювель	0,11
Пінопласт	0,05
Піношамот	0,29
Поліетилен	0,29

Закінчення табл. 8

Матеріал	λ , Вт/м·К
Ржа	1,15
Сажа	0,09
Сніг	0,46
Совеліт	0,09
Сталь вуглецева	45
Сталь нержавіюча	18
Скловата	0,047
Скло звичайне	0,745
Титан	15
Цегла	0,8
Чавун	90
Шлаковата	0,16
Штукатурка	0,08
Фарфор	1,04

Таблиця 9

Перевод одиниць виміру тиску

Для того, щоб перевести тиск в одиницях:	В одиниці:					
	<i>Па</i> (Н/м²)	<i>МПа</i>	<i>бар</i>	<i>атм</i>	мм.рт.ст	мм.в.ст
	Необхідно помножити на:					
<i>Па</i> (Н/м²)	1	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$9,87 \cdot 10^{-6}$	0,0075	0,1
<i>МПа</i>	$1 \cdot 10^6$	1	10	9,87	$7,5 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^5$
<i>бар</i>	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{-1}$	1	0,987	750	$1,019 \cdot 10^4$
<i>атм</i>	$1,01 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{-1}$	1,013	1	759,9	10332
мм.рт.ст	133,3	$133 \cdot 10^{-6}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-3}$	1	13,3
мм.в.ст	10	$1 \cdot 10^{-5}$	$9,7 \cdot 10^{-5}$	$9,8 \cdot 10^{-5}$	0,075	1

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Задачник з теоретичних основ теплотехніки [Козак О.М., Костенко Г.М., Пятигородська Н.Б. та ін.]. – К.: Держ. вид-во техн. літ., 1963. – 193 с.
2. Сборник задач по термодинамике и теплопередаче [Болгарский А.В., Голдобеев В.И., Идиатулин Н.С. и др.]. – М.: Высшая школа, 1972. – 301 с.
3. Воскресенский К.Д. Сборник расчетов и задач по теплопередаче / Д.Г. Воскресенский. – М.: Госэнергоиздат, 1969. – 335 с.
4. Крейт Ф. Основы теплопередачи / Ф. Крейт, У. Блэк. – М.: Мир, 1983. – 609 с.
5. Сясев В.О. Збірник задач з теорії теплових процесів: навч. посібн. / В.О. Сясев. – Дн-ск, ДНУ, 1996. – 104 с.

Навчальне видання

**Дреус Андрій Юлійович
Лисенко Катерина Євгенівна
Сясев Валерій Опанасович**

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З ТЕПЛОМАСООБМІНУ

Навчальний посібник

Редактор М.С. Ярмолук
Оригінал-макет Г. М. Хомич

Підписано до друку 4.01.2016. Формат 60×84¹/₁₆. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 7,21. Тираж 300 пр. Зам. № .

Видавництво «Літограф»
Ідентифікатор видавця у системі ISBN: 2267
Адреса видавництва та друкарні:
49000, Дніпропетровськ, вул. Паторжинського, 29/б
тел.: (066) 369-21-55, (056) 713-57-25
E-mail: Litograf.dp@gmail.com