

**Міністерство освіти і науки України
Дніпровський державний технічний університет**

Соколовська І.Є.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«ТЕПЛОМАСООБМІН»

**для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
зі спеціальності 144 «Теплоенергетика»**

**Затверджено редакційно-видавничою
секцією науково-методичної ради ДДТУ
протокол № ____ від _____ 2021р.**

**Кам'янське
2021р.**

Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу Дніпровського державного технічного університету **заборонено.**

Конспект лекцій з дисципліни «Тепломасообмін» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня зі спеціальності 144 «Теплоенергетика» / Укл. Соколовська І.Є. - Кам'янське, ДДТУ, 2021. - 114 с.

Укладач:

І.Є. Соколовська, доцент, кандидат технічних наук.

Відповідальний за випуск:

Р.О. Клімов, професор, доктор технічних наук.

Рецензент:

І.С. Долгополов, доцент, кандидат технічних наук .

Затверджено на засіданні кафедри
теплоенергетики протокол № 5
від «16» 04 2021р.

Конспект лекцій призначений для для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня очної та заочної форми навчання зі спеціальності 144 «Теплоенергетика».

Конспект підготовлено як навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни «Тепломасообмін». Зміст конспекту тісно пов'язаний з іншими дисциплінами, які викладаються для фахівців цієї спеціальності, зокрема «Гідрогазодинаміка», «Технічна термодинаміка», «Вища математика» та «Фізика. Особливий наголос зроблено на пояснення фізичної суті теплофізичних характеристик та процесів.

ЗМІСТ

Тема 1. Стаціонарна теплопровідність.....	6
1.1 Основні поняття та визначення теорії тепло масообміну.....	6
1.2 Температурне поле.....	6
1.3 Градієнт температури	7
1.4 Закон Фур'є	8
1.5 Стаціонарна теплопровідність одновірної плоскої стінки.....	9
1.6 Стаціонарна теплопровідність багат шарової плоскої стінки.....	11
1.7 Стаціонарна теплопровідність одно шарової циліндричної стінки.....	12
1.8 Диференційне рівняння теплопровідності	14
Тема 2. Теплообмін випромінюванням	18
2.1 Основні визначення теорії випромінювання.....	18
2.2 Основні закони випромінювання	19
2.2.1. Закон Планка.....	19
2.2.2 Закон Віна.....	20
2.2.3 Закон Стефана-Больцмана.....	20
2.2.4 Закон Кірхгофа	21
2.2.5 Закон Ламберта.....	23
2.3 Види спектрів випромінювання	24
2.6 Теплообмін між двома паралельними абсолютно чорними поверхнями.....	25
2.7 Променистий теплообмін між двома плоско-паралельними поверхнями при наявності екрана між ними	27
2.8 Кутові коефіцієнти	28
2.9 Випромінювання газів	30
Тема 3. Конвективний теплообмін.....	35
3.1 Загальні відомості про конвективний теплообмін.....	35
3.2 Теоретичне визначення коефіцієнта тепловіддачі.....	36
3.3 Диференційне рівняння теплопровідності.....	37
3.4 Рівняння руху	39
3.5 Рівняння суцільності потоку.....	42
3.6 Визначення подібності.....	43
3.7 Умови гідромеханічної подібності.....	44
3.8 Умови теплової подібності.....	46
3.9 Критеріальні рівняння конвективного теплообміну.....	48
3.10 Критеріальні рівняння гідромеханіки потоку.....	49
3.11 Критеріальні рівняння теплової подібності потоку.....	49
3.12 Тепловіддача від шарів, вертикальних труб і плит при	

вільному русі.....	50
3.13 Вільна тепловіддача в обмеженому просторі.....	50
3.14 Тепловіддача при вимушеному русі в трубах.....	50
Тема 4. Складний теплообмін.....	54
4.1 Теплопередача через стінку.....	54
4.1.1 Теплопередача через плоску стінку.....	56
4.1.2 Теплопередача через циліндричну стінку.....	59
4.2 Критичний діаметр ізоляції.....	61
4.3 Інтенсифікація теплопередачі.....	63
Тема 5. Теплообмінні апарати.....	66
5.1 Типи теплообмінних апаратів.....	66
5.2 Тепловий розрахунок рекуперативних теплообмінних апаратів.....	70
5.3 Поняття водяного еквівалента. Схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах.....	72
5.4 Визначення середнього температурного напору.....	74
5.5 Визначення кінцевих температур теплоносіїв.....	76
Тема 6. Нестационарна теплопровідність.....	78
6.1 Нестационарні температурні поля.....	78
6.2 Тіла з необмеженою теплопровідністю.....	80
6.3 Тіла з обмеженою теплопровідністю.....	80
6.4 Нагрів тонких тіл постійним тепловим потоком.....	80
6.5 Нагрів тонкого тіла при постійній температурі печі ($t_{\text{печі}} = \text{const}$).....	84
6.6 Вплив форми тіла на тривалість процесу нагріву.....	87
6.7 Нагрів тіл з обмеженою теплопровідністю.....	88
6.8 Розв'язання диференційного рівняння теплопровідності.....	89
6.9 Розрахунки тривалості нагріву тіл	92
6.9.1 Нагрів тонких тіл.....	92
6.9.2 Нагрів масивних тіл.....	95
Тема 7. Тепловіддача при кипінні та конденсації.....	97
7.1 Теплообмін під час кипіння.....	97
7.2 Тепловіддача при конденсації пари.....	100
7.3 Тепловіддача в рідких металах.....	103
Тема 8. Молекулярна дифузія.....	105
8.1 Основні визначення теорії масообміну.....	105
8.2 Визначення величини густини потоку маси.....	106
8.2.1 Молекулярна дифузія.....	106
8.2.2 Конвективна дифузія.....	107
8.3 Диференціальне рівняння конвективного масообміну.....	108

Тема 9. Конвективний масообмін.....	110
9.1 Масовіддача, рівняння масовіддачі	110
9.2 Критерії подібності і критеріальні рівняння масообміну	111

Тема 1. Стаціонарна теплопровідність

1.1 Основні поняття та визначення теорії тепломасообміну

Тепломасообмін - це наука про закономірності перенесення теплоти і речовини в просторі.

Теплообмін - це процес перенесення теплоти від більш нагрітих тіл до менш нагрітих. Велика кількість процесів перенесення теплоти супроводжуються перенесенням речовини – масообміном (наприклад, в техніці широко поширені процеси випаровування в пароповітряну середу і конденсації пари з суміші «пар - повітря»).

Спільний перебіг процесів теплообміну і масообміну називається *тепломасообміном*.

Розрізняють три елементарних, фізично різні способи перенесення теплоти:

1. *Теплопровідність* - передача теплоти всередині одного тіла або при безпосередньому зіткненні тіл, обумовлена тепловим рухом мікрочастинок (атомів, молекул).

2. *Конвекція* - передача теплоти за допомогою рухомого рідкотекучого середовища або газового потоку.

3. *Променистий теплообмін (випромінювання)* - передача теплоти за допомогою електромагнітних хвиль або променів. У природі з цих трьох способів в чистому вигляді зустрічається тільки теплопровідність в суцільних твердих тілах. Решта два елементарних способів теплообміну в чистому вигляді не зустрічаються, а разом з теплопровідністю входять до складу *складних способів теплообміну*, що представляють собою сукупність простих.

Аналітична теорія теплопровідності ігнорує молекулярну будову речовини; вона розглядає речовину не як сукупність окремих дискретних частинок, а як суцільне середовище - *континуум*.

1.2 Температурне поле

Як і кожне інше фізичне явище, процес теплопровідності відбувається у просторі та часі. Таким чином, можна записати в декартових координатах

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (1.1)$$

де x, y, z – координати; τ - час.

Сукупність миттєвих значень температури в усіх точках простору, що вивчається, називається *температурним полем*. Відрізняють стаціонарні та нестаціонарні температурні поля. Стаціонарне поле з часом не змінюється, залежить тільки від координат:

$$t_{стац.} = f(x,y,z), \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0. \quad (1.2)$$

Нестационарне температурне поле залежить від часу

$$t_{нестаци.} = f(x,y,z,\tau); \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq 0. \quad (1.3)$$

Температурне поле може бути одно-, дво- та тривимірне

$$t_{од.} = f(x,\tau) \quad \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0; \quad (1.4)$$

$$t_{дв.} = f(x,y,\tau), \quad \frac{\partial t}{\partial z} = 0; \quad (1.5)$$

$$t_{тр.} = f(x,y,z,\tau). \quad (1.6)$$

1.3 Градієнт температури

Важливим поняттям в теорії теплопровідності є градієнт температури.

Якщо всі точки тіла, що мають однакову температуру, з'єднати однією поверхнею, то отримаємо ізотермічну поверхню. Переріз ізотермічних поверхонь площиною дає сімейство ізотермічних ліній.

На рис. 1.1 зображені: t - температура ізотермічної лінії; n - вектор нормалі до цієї лінії з початком в точці O ; Δn - відстань між ізотермами; Δt - приріст температури між ізотермами.

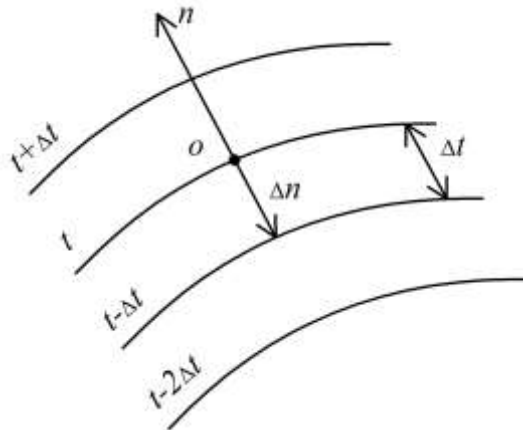


Рисунок 1.1. Розташування ізотермічних ліній

Границя відношення приросту температури Δt до відстані між ізотермами Δn , яка наближається до нуля, називається *градієнтом температури*.

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right). \quad (1.7)$$

У загальному вигляді маємо

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad } t, \quad (1.8)$$

де n вектор, нормальний до ізотермічної поверхні. Градієнт також позначається символом ∇ (набла), тобто

$$\left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n \rightarrow 0} = \text{grad } t = \nabla t. \quad (1.9)$$

Градієнт температури є вектором, позитивно спрямований у сторону підвищення температури. Взагалі теплота усередині речовини шляхом теплопровідності розповсюджується у напрямку зниження температури. Цей процес є довільним.

1.4 Закон Фур'є

Досвід показує, що передача теплоти теплопровідністю відбувається по нормалі до ізотермічної поверхні від осередків з вищою температурою до районів з пониженою температурою. Кількість теплоти, що проходить через одиницю ізотермічної поверхні за одиницю часу називається питомим тепловим потоком і позначається латинською буквою q $\left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}} \right)$. Кількість теплоти, що проходить шляхом теплопровідності через всю ізотермічну поверхню F , називається тепловим потоком. Позначається латинською буквою Q , Вт. Як тепловий потік, так і питомий тепловий потік є векторами, позитивний напрямок яких спрямований у сторону зниження температури.

Таким чином, градієнт температури має позитивний напрямок в сторону підвищення температури, а тепловий потік – в сторону її зниження.

Основний закон теплопровідності (закон Фур'є) говорить: кількість теплоти, що проходить через ізотермічну поверхню F , за час τ при градієнті температури $\text{grad } t$ становить

$$Q = -\lambda F \tau \text{grad } t, \text{ Дж} \quad (1.10)$$

де λ - коефіцієнт теплопровідності;

F – площа, м^2 ;

τ - час, с;

$\text{grad } t$ – градієнт температури, К/м .

Для встановлення фізичного смислу коефіцієнта теплопровідності λ розглянемо одномірне температурне поле

$$Q = -\lambda F \tau \frac{dt}{dx}, \text{ Дж}. \quad (1.11)$$

Із цього виразу видно

$$\lambda = -\frac{Q}{F\tau} \frac{d\tau}{dt}, \frac{Дж \cdot м}{м^2 \cdot с \cdot К} = \frac{Вт}{м \cdot К}, \quad (1.12)$$

при отриманій розмірності має смисл кількості теплоти, яка проходить за час 1с через шар товщиною 1м при різниці температури в цьому шарі 1К.

Згідно із законом Фур'є питомий тепловий потік визначається як

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}, \frac{Вт}{м^2}, \quad (1.13)$$

Тобто питомий тепловий потік прямо пропорційний градієнту температури. Звідси також витікає, що коефіцієнт теплопровідності по абсолютній величині є питомий тепловий потік при одиничному температурному градієнті. Одиничний температурний градієнт фактично зазначає падіння температури на відстані 1м. Знак мінус у законі Фур'є ставиться у зв'язку з різнонаправленістю векторів градієнта температури та теплового потоку.

Коефіцієнт теплопровідності є скалярною величиною і є теплофізичною величиною для кожної речовини. Зокрема маємо такий розбіг цього коефіцієнта для різних матеріалів Вт/мК:

- гази $\lambda = 0,006-0,58$;
- рідини $0,093-0,70$;
- будівельні та теплоізоляційні матеріали $0,023-2,91$;
- метали $2,3-419$.

Найбільше значення λ має для металів:

- срібло – 419;
- червона мідь – 395;
- золото – 302;
- алюміній – 209.

Значення коефіцієнта теплопровідності наводяться у довідковій літературі з теплофізики. Взагалі коефіцієнт λ у деяких речовин може бути анізотропним та залежати від температури.

1.5 Стаціонарна теплопровідність одновірної плоскої стінки

Мається плоска стінка з одновірним стаціонарним температурним полем

$$t = f(x); \quad \frac{dt}{dx} = 0. \quad (1.14)$$

Це означає, що у поверхню 1 входить питомий потік q , а через поверхню 2 виходить такий же потік q . Тобто температурне поле стінки не змінюється з часом, бо не відбувається ні акумуляції, ні відтоку теплоти у об'єкті. На поверхнях 1 та 2 спостерігаються постійні температури t_1 та t_2 . Позначимо змінні

величини у цій формулі. Ізотермічні поверхні плоскі і розташовані паралельно зовнішнім поверхням стінки.

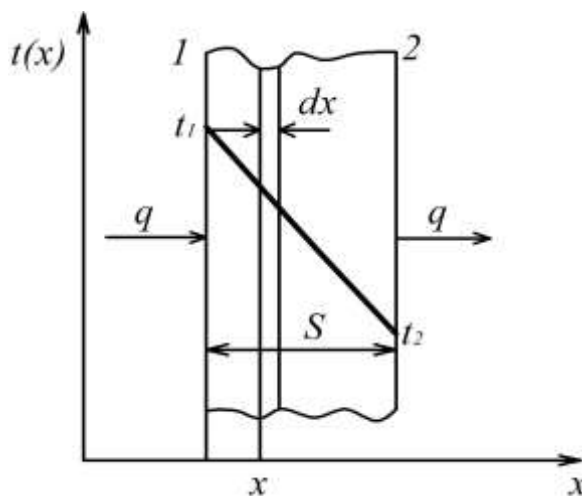


Рисунок 1.2. Схема розподілу температури по перерізу плоскої стінки

На відстані x від першої поверхні виділимо шар товщиною dx , обмежений двома ізотермічними поверхнями з різницею температури dt . Згідно з законом Фур'є

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}. \quad (1.15)$$

Розділимо змінні величини у цій формулі

$$dt = -\frac{q}{\lambda} dx \quad (1.16)$$

і після інтегрування маємо

$$t(x) = -\frac{q}{\lambda} x + C. \quad (1.17)$$

Константу C знаходимо із початкової умови $t=t_1$ при $x=0$, звідки $C=t_1$.

Таким чином

$$t(x) = -\frac{q}{\lambda} x + t_1 = t_1 - \frac{q}{\lambda} x. \quad (1.18)$$

При $x=S$ температура становить t_2 , тобто,

$$t_2 = t_1 - \frac{q}{\lambda} S. \quad (1.19)$$

Звідси

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{S}{\lambda}} \quad (1.20)$$

Величина S/λ називається тепловим опором переходу теплоти шляхом теплопровідності. Оскільки теплообмін теплопровідністю відбувається усередині

тіла, S/λ називають внутрішнім тепловим опором. Величина λ/S по суті є тепловою провідністю (по аналогії з електротехнікою).

Розглядаючи вираз (1.18), становить ясно, що закон розподілу температури по перерізу плоскої стінки у стаціонарному температурному полі плоскої стінки має лінійний характер. Слід визначити, що ми вважали λ постійною величиною, а якщо коефіцієнт залежить від температури, то розподіл температури буде відрізнятися від лінійного.

1.6 Стаціонарна теплопровідність багатошарової плоскої стінки

Стінка складається із трьох різнорідних, але щільно прилягаючих один до іншого шарів. Відомі t_1 та t_4 , а також $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Через стінку проходить постійний питомий тепловий потік q . Температурне поле знаходиться у стаціонарному стані.

Треба визначити тепловий потік q та t_2 і t_3 . Оскільки тепловий потік постійний, він для кожного шару однаковий:

$$q = \frac{\lambda_1}{S_1} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda_1}{S_1} \Delta t_1 = \frac{\Delta t_1}{R_1}; \quad (1.21)$$

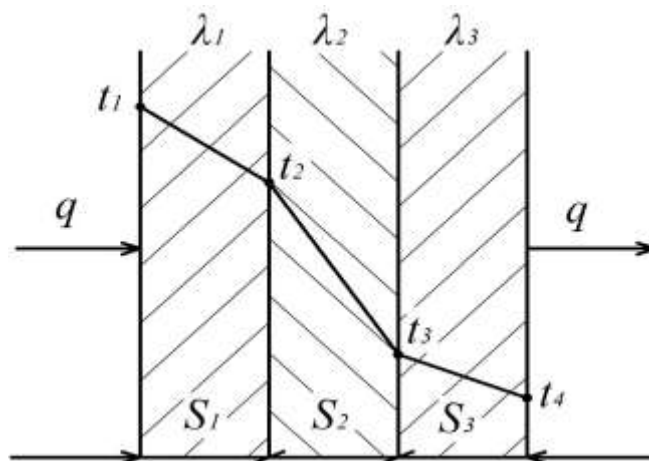


Рисунок 1.3. Схема розподілу температури по перерізу тришарової плоскої стінки

$$q = \frac{\lambda_2}{S_2} (t_2 - t_3) = \frac{\lambda_2}{S_2} \Delta t_2 = \frac{\Delta t_2}{R_2}; \quad (1.22)$$

$$q = \frac{\lambda_3}{S_3} (t_3 - t_4) = \frac{\lambda_3}{S_3} \Delta t_3 = \frac{\Delta t_3}{R_3}. \quad (1.23)$$

Визначимо Δt кожного шару

$$\Delta t_1 = t_1 - t_2 = q \frac{S_1}{\lambda_1}; \quad \Delta t_1 = q R_1; \quad (1.24)$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_3 = q \frac{S_2}{\lambda_2}; \quad \Delta t_2 = q R_2; \quad (1.25)$$

$$\Delta t_3 = t_3 - t_4 = q \frac{S_3}{\lambda_3}; \quad \Delta t_3 = q R_3. \quad (1.26)$$

Якщо скласти всі температурні перепади, отримаємо

$$t_1 - t_4 = q \left(\frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2} + \frac{S_3}{\lambda_3} \right) = q(R_1 + R_2 + R_3), \quad (1.27)$$

де $\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \Delta t$ - повний температурний напір. Знаючи q , можна визначити температури t_2 і t_3 . Так, із формули (1.23) маємо

$$t_3 - t_4 = q \frac{S_3}{\lambda_3}, \quad t_3 = t_4 + q \frac{S_3}{\lambda_3} = t_3 + q R_3. \quad (1.28)$$

Із формули (1.22) витікає

$$t_2 = t_3 + q \frac{S_2}{\lambda_2} = t_3 + q R_2. \quad (1.29)$$

Для випадку n -шарової стінки будуть вирази

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^n R_i}; \quad \Delta t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i. \quad (1.30)$$

Загальний термічний опір n -шарової стінки дорівнює сумі термічних опорів усіх стінок окремо. У середині кожного шару температура розподіляється по прямій, якщо у кожному шарі коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури. У цілому для багатошарової стінки у стаціонарному температурному полі температурна крива є ламана лінія.

1.7 Стаціонарна теплопровідність одношарової циліндричної стінки

Для спрощення розглядаємо циліндр довжиною 1м. Внутрішній радіус r_1 , зовнішній радіус r_2 (рис. 1.4). Відомі коефіцієнт теплопровідності (що не залежить від температури) λ та температури на поверхнях стінки t_1 і t_2 . При цьому $t_1 > t_2$.

Характерною особливістю передачі теплоти через циліндричну стінку шляхом теплопровідності є та обставина, що величина поверхні, через яку входить тепловий потік, відрізняється від величини поверхні, через яку тепловий потік виходить. При цьому загальний тепловий потік лишається у стаціонарному температурному полі однаковим, а питомий потік (тобто віднесений до одиниці площі) змінюється. Величина кожної ізотермічної поверхні відрізняється від

іншої. Дійсно, внутрішня поверхня стінки становить величину $F_1 = 2\pi r_1$, а зовнішньої $2\pi r_2$. Оскільки $r_2 > r_1$, то і $F_2 > F_1$.

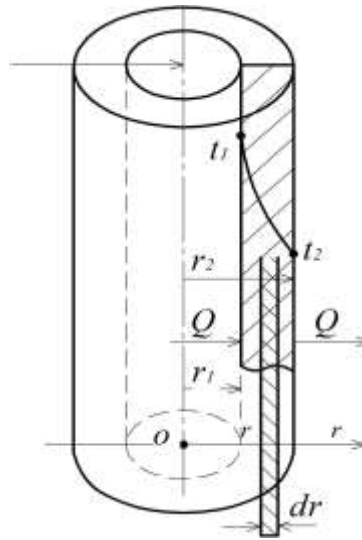


Рисунок 1.4. Розподіл температури у циліндричній стінці

Розглянемо нескінченно тонкий шар товщиною dr , який знаходиться на відстані r від початку горизонтальної осі при температурі t (R). Згідно із законом Фур'є маємо для теплового потоку

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda 2\pi r \frac{dt}{dr}. \quad (1.31)$$

Розділимо змінні

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \frac{dr}{r}. \quad (1.32)$$

Після інтегрування змінних у межах $t_1 \rightarrow t_2$ та $r_1 \rightarrow r_2$ маємо

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r};$$

$$t_2 - t_1 = -\frac{Q}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}; \quad Q = \frac{(t_1 - t_2)2\pi\lambda}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (1.33)$$

або

$$Q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{t_1 - t_2}{R}. \quad (1.34)$$

У даному випадку тепловим опором є вираз

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (1.35)$$

Якщо циліндрична стінка багатошарова, то маємо

$$Q = \frac{t_1 - t_{i+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}.$$

1.8 Диференційне рівняння теплопровідності

Розглянуті раніше питання пов'язані зі стаціонарним температурним полем. Але на практиці інженеру доводиться займатись розв'язанням проблем, де в об'єктах відбуваються процеси переносу теплоти, коли температурне поле залежить як від координат, так і часу, тобто має місце нестационарне температурне поле. У цьому випадку необхідне розв'язання диференційного рівняння теплопровідності. Якраз це рівняння дає залежність між температурою, часом та координатами.

Виконаємо виведення диференційного рівняння теплопровідності. Виділимо в однорідному середовищі елементарний об'єм у формі паралелепіпеда з ребрами dx , dy , dz . Через ліву грань об'єму проходить питомий тепловий потік q_x , а через праву – q_{x+dx} . Припустимо, що $q_x > q_{x+dx}$. Це означає, що відбувається нагрів об'єкта. Вважаємо, що градієнт питомого теплового потоку дорівнює $\frac{\partial q_x}{\partial x}$.

Повний приріст питомого теплового потоку на відстані dx становить $\frac{\partial q_x}{\partial x} dx$.

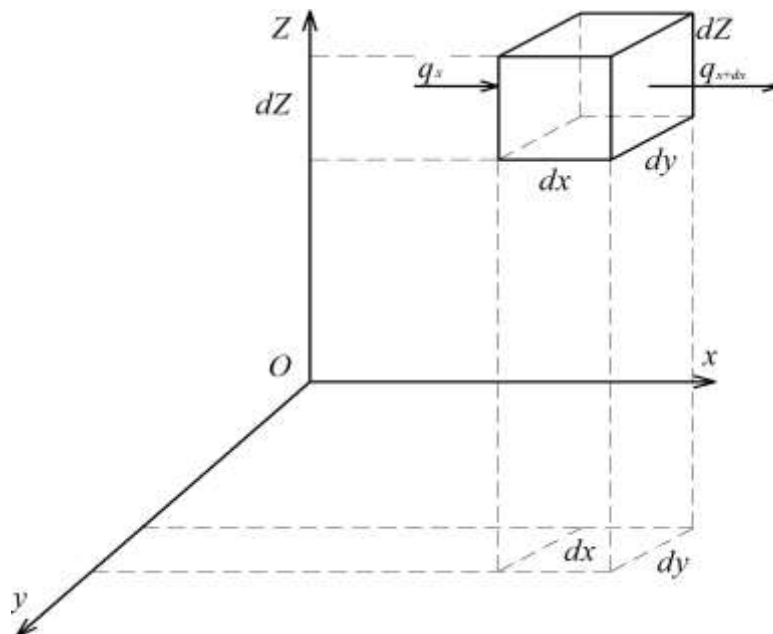


Рисунок 1.5. До виведення рівняння теплопровідності

Відповідно по осям x, y, z через протилежні грані будуть виходити такі питомі теплові потоки:

$$\left. \begin{aligned} q_{x+dx} &= q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \\ q_{y+dy} &= q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \\ q_{z+dz} &= q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

Маємо по осям x, y, z грані паралелепіпеда з такими площами: $dydz$, $dx dz$, $dx dy$. Тоді кількість теплоти, що проходить через ліву грань по осі x за час $d\tau$ становить $q_x dydz d\tau$, а через праву – $q_{x+dx} dydz d\tau$. Оскільки відбувається нагрів елемента, то різниця між кількостями теплоти, що входить в об'єкт і виходить із нього представляє собою теплоту, акумульовану елементарним об'ємом.

$$q_x dydz d\tau - q_{x+dx} dydz d\tau = q_x dydz d\tau - q_x dydz d\tau - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydz d\tau, \quad (1.37)$$

тобто

$$- \frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydz d\tau.$$

По всім осям отримуємо загальний приріст теплоти

$$- \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dydz d\tau. \quad (1.38)$$

Ця величина представляє собою всю теплоту, акумульовану за час $d\tau$ елементарним об'ємом $dx dydz$. Вона може бути представлена як добуток маса X питома теплоємність X приріст температури. Приріст температури за одиницю часу дорівнює $\frac{\partial t}{\partial \tau}$, а за час $d\tau$ становить $\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$. Тоді будемо мати

$$- \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) dx dydz d\tau = c \rho dx dydz d\tau,$$

де ρ - густина, $\frac{кг}{м^3}$;

$\rho dx dydz$ - маса елементарного об'єму;

c – питома теплоємність, $\frac{Дж}{кг \cdot K}$.

Після скорочення отримаємо

$$- \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = c \rho \frac{\partial t}{\partial \tau}. \quad (1.39)$$

Застосовуючи закон Фур'є для теплопровідності

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z},$$

знаходимо

$$\lambda \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right) \right) = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} . \quad (1.40)$$

Вираз $\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$ називається оператором Лапласа і позначається

∇^2 . Тоді диференціальне рівняння теплопровідності має такий вигляд

$$\frac{\lambda}{c\rho} \nabla^2 t = \frac{\partial t}{\partial \tau} . \quad (1.41)$$

Якщо фізичні величини λ, c, ρ не залежать від температури, то комплекс $\frac{\lambda}{c\rho}$ позначається латинською буквою, a і називається коефіцієнтом температуропровідності. Цей коефіцієнт характеризує теплоінерційні властивості речовини. Чим більше значення має цей коефіцієнт, тим швидше розповсюджується теплота усередині об'єкта.

Диференціальне рівняння (1.41) описує явище теплопровідності в найзагальнішому вигляді, тобто описує цілий клас явищ. Для того щоб з цього класу виділити конкретний процес і дати його повний математичний опис, до диференціальних рівнянь необхідно приєднати математичний опис часних особливостей процесу. Ці часні особливості називаються *умовами однозначності*, або *крайовими умовами*.

Умови однозначності включають:

1. *Геометричні умови* - задають форму і лінійні розміри тіла, в якому протікає процес.
2. *Фізичні умови* - задають фізичні параметри тіла (λ, c, ρ і ін.), також може бути заданий закон поширення внутрішніх джерел теплоти.
3. *Початкові умови* (для нестационарних процесів) - задають закон розподілу температури всередині тіла в початковий момент часу:

$$t_{\tau=\tau_0} = f(x, y, z, \tau), \quad (1.42)$$

При рівномірному розподілі температури $\tau = 0$, тому початкові умови спрощуються $t = t_0 = const$.

4. *Граничні умови* - задають розподіл фізичних параметрів на поверхні тіла для кожного моменту часу.

Граничні умови бувають I, II, III та IV роду. *Граничні умови I роду* задають розподіл температури на поверхні тіла для кожного моменту часу:

$$t_n = f(x, y, z, \tau), \quad (1.43)$$

де t_n - температура поверхні тіла.

Граничні умови II роду задають значення теплового потоку для кожної точки поверхні тіла і будь-якого моменту часу:

$$q_n = f(x, y, z, \tau), \quad (1.44)$$

де q_n - щільність теплового потоку на поверхні тіла. У найпростішому випадку щільність теплового потоку по поверхні і в часі залишається постійною $q = q_0 = \text{const}$, такий випадок теплообміну має місце при нагріванні металевих виробів в високотемпературних печах.

Граничні умови III роду задають температуру навколишнього середовища t_p і закон теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем.

Граничні умови III роду можна записати у вигляді

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_c = -\frac{\alpha}{\lambda} (t_c - t_p), \quad (1.45)$$

де $\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_c$ - температурний градієнт на поверхні тіла, $^{\circ}\text{C}/\text{м}$;

t_c - температура поверхні тіла, $^{\circ}\text{C}$;

α - коефіцієнт тепловіддачі, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$.

Таким чином, рішення диференціального рівняння теплопровідності при заданих умовах однозначності дозволяє визначити температурне поле у всьому обсязі тіла для будь-якого моменту часу, т. е. знайти функцію $t = f(x, y, z, \tau)$.

Контрольні питання до теми 1:

1. Що вивчає наука «Тепломасообмін»?
2. Які елементарні способи перенесення теплоти існують?
3. Яка фізична сутність передачі теплоти при теплопровідності?
4. Що таке температурне поле?
5. Як записується рівняння Фур'є?
6. Що таке тепловий потік і щільність теплового потоку?
7. Що таке коефіцієнт теплопровідності, в яких одиницях він вимірюється?
8. Що таке умови однозначності, як вони підрозділяються? Що таке початкові умови, для яких процесів вони потрібні?
9. Що таке граничні умови, які вони бувають і що характеризують?
10. Від яких величин залежить тепловий потік, який передається теплопровідністю через одношарову плоску стінку?
11. Поясніть поняття «термічний опір стінки».
12. Який закон зміни температури в одношаровій циліндричній стінці?
13. За яким законом змінюється температура всередині кульової стінки?

Тема 2. Теплообмін випромінюванням

2.1 Основні визначення теорії випромінювання

Теплове випромінювання органічно притаманне кожному макроскопічному тілу і кількісно визначається в основному температурним рівнем останнього. Теплове випромінювання тіла у навколишній простір відбувається незалежно від властивостей та стану оточуючих об'єктів, зокрема і тоді, коли останні знаходяться при температурі, що співпадає з температурою випромінюючого тіла.

Випромінювання теплової енергії обов'язково супроводжується поглинанням падаючого на нього ззовні випромінювання.

Розповсюдження теплового випромінювання представляє собою поширення одного із видів електромагнітних явищ (теплове випромінювання також називають інфрачервоним з довжиною хвиль коливань $0,38 \div 0,76 \mu$).

Випромінювальна спроможність – кількість енергії, що випромінюється одиницею поверхні тіла за одиницю часу (поверхнева густина власного випромінювання E (Вт/м²)).

Величина E залежить від температури, виду поверхні тіла та його фізичного стану. Також цю величину називають інтегральним випромінюванням.

Інтенсивність випромінювання (спектральна інтенсивність випромінювання) $E_\lambda = \frac{dE}{d\lambda}, \frac{Вт}{м^3}$. E_λ представляє собою випромінювальну спроможність тіла в інтервалі довжин хвиль $\lambda \rightarrow \lambda + d\lambda$. Іноді E_λ називають інтенсивністю монохроматичного випромінювання.

Власне випромінювання – теплове випромінювання, що викидається поверхнею тіла у відповідності з його температурою і станом поверхні (Q_ϵ).

Падаюче випромінювання – теплове випромінювання, що падає на поверхню тіла від інших випромінювачів (Q_n).

Відбите випромінювання – частина падаючого випромінювання, відбита поверхнею тіла. Відбиття буває дифузним (розсіяним) та дзеркальним (спрямованим) – Q_R .

Поверхня, котра дифузно відбиває все падаюче випромінювання, називається абсолютно білою.

Коефіцієнт відбиття – відношення відбитого випромінювання до падаючого

$$R = \frac{Q_R}{Q_n}.$$

Для абсолютно білого тіла $R = 1$.

Вбиране (поглинене) випромінювання – частина падаючого випромінювання Q_n , яка вбирається (поглинається) тілом і спрямовується на підвищення його ентальпії (Q_A). Якщо вбиране і власне випромінювання однакові між собою, тіло знаходиться у тепловій рівновазі.

Коефіцієнт вбирання (поглинання) – відношення вбіраної енергії до падаючої називається коефіцієнтом вбирання

$$A = \frac{Q_A}{Q_n},$$

де $Q_A = A Q_n$ - поглинальна спроможність.

Якщо тіло поглинає всю падаючу енергію, воно *називається абсолютно чорним (а.ч.т.)*. Для а.ч.т. коефіцієнт вбирання $A=1$.

Пропущене випромінювання – частина падаючого випромінювання, що пропускається тілом (Q_D).

Коефіцієнт пропускання

$$D = \frac{Q_D}{Q_n}.$$

Тіло, пропускаюче все падаюче випромінювання, називається *діатермічним*.

Має місце співвідношення

$$R + A + D = 1. \quad (2.1)$$

Результативне випромінювання – різниця між власним та поглиненим випромінюванням

$$Q_{рез.} = Q_B - Q_A.$$

Можуть відбуватись такі випадки з випромінювачем

$$Q_{рез.} > 0 - \text{охолодження};$$

$$Q_{рез.} < 0 - \text{нагрівання};$$

$$Q_{рез.} = 0 - \text{термодинамічна рівновага}.$$

Ефективне випромінювання – сума власного та відбитого випромінювання $Q_{ef.} = Q_{\epsilon} + Q_R$.

2.2 Основні закони випромінювання

2.2.1. Закон Планка

Закон Планка говорить про залежність між спектральною інтенсивністю випромінювання, абсолютною температурою тіла та довжиною хвилі, на котрій відбувається випромінювання абсолютно чорного тіла (рис. 2.1).

$$E_{o\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp(\frac{c_2}{\lambda T} - 1)}, \quad \frac{Вт}{м^3}, \quad (2.2)$$

де індекс o позначає належність величини до а.ч.т.;

$T_1 > T_2 > T_3, K$; λ - довжина хвилі випромінювання, м; $c_1 \approx 3,745 \text{ Вт/м}^2$;
 $c_2 \approx 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{град.}$

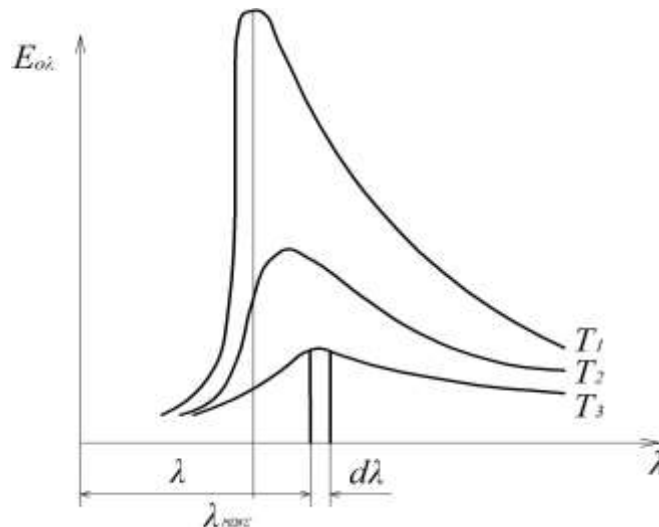


Рисунок 2.1. Графічне зображення закону Планка

При кожній температурі випромінювача мається довжина хвилі, при якій відбувається максимум спектральної інтенсивності випромінювання $\lambda_{\max}$.

2.2.2 Закон Віна

Цей закон проявляється при розгляді графічного зображення закону Планка. Його формулювання: при підвищенні температури випромінювача максимум інтенсивності випромінювання приходить на більш короткі хвилі $\lambda_{\max}$.

Згідно з законом Віна існує співвідношення

$$\lambda_{\max} T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{град.} \quad (2.3)$$

Цей вираз аналітично зображає рівнобоку гіперболу.

2.2.3 Закон Стефана-Больцмана

Цей закон встановлює залежність між випромінювальною спроможністю тіла та його абсолютною температурою. Розглянемо графічне зображення закону Планка (рис. 2.2). Виділимо вузьку полосу у спектрі випромінювання шириною $\Delta\lambda$. Очевидно, що добуток основи полоски на її середню висоту $E_{o\lambda}$

дає сумарне випромінювання E_o в інтервалі довжин хвиль $\Delta\lambda$ при температурі T . Якщо $\Delta\lambda \rightarrow 0$, маємо інтенсивність монохроматичного випромінювання. Загальна площа, обмежена кривою $E_{o\lambda}(\lambda, T)$ та віссю λ , представляє собою сумарне випромінювання абсолютно чорного тіла в інтервалі довжин хвиль $0 \div \infty$, тобто його випромінювальну спроможність.

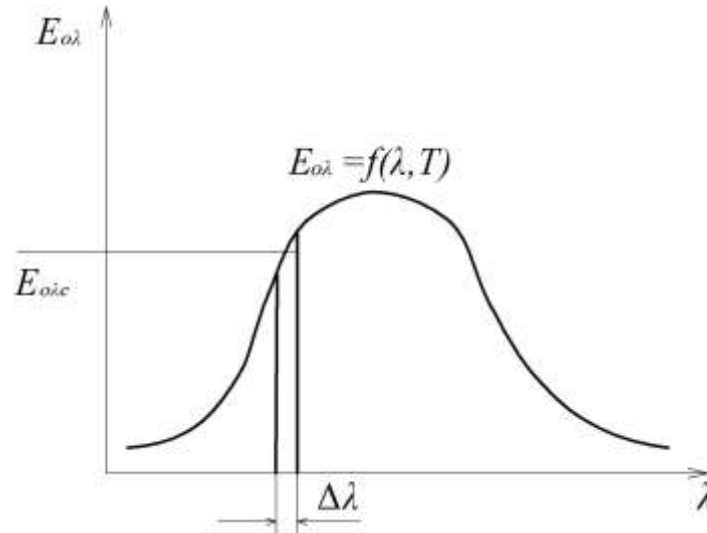


Рисунок 2.2. Графічне зображення закону Планка для температур T

Очевидно, що остання має бути визначена в результаті інтегрування закону Планка по координаті λ , тобто

$$E_o = \int_0^{\infty} E_{o\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{c_1 \lambda}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T} - 1\right)} d\lambda = \sigma_o T^4. \quad (2.4)$$

Знайдений таким чином вираз представляє собою математичне формулювання закону Стефана-Больцмана, де σ_o - коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла, що дорівнює $5,77 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$.

За фізичним смислом цей коефіцієнт є випромінювальна спроможність абсолютно чорного тіла при його температурі 1К.

2.2.4 Закон Кірхгофа

Закон Кірхгофа встановлює залежність між випромінювальною та поглинальною спроможностями випромінювача. Припустимо, що на деякій відстані одна від іншої розташовані пластини 1 та 2, що знаходяться у тепловій рівновазі (тобто при однакових температурах (рис. 2.3)). Пластина 1 – сіра, пластина 2 абсолютно чорна. Між пластинами встановлено фільтр, що пропускає абсолютно прозоро випромінювання в інтервалі довжин хвиль $\lambda \rightarrow \lambda + d\lambda$, а

також не спроможний випромінювати енергію у цьому інтервалі хвиль, і абсолютно непрозорий в решті спектра хвиль. Всі три пластини мають знаходитись при одній температурі.

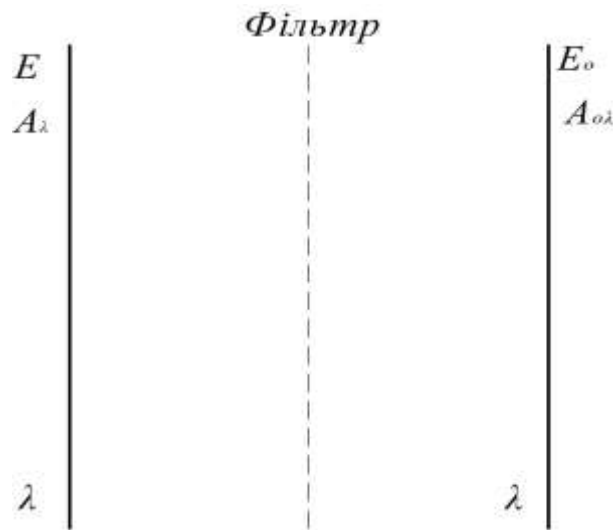


Рисунок 2.3. Теплообмін між двома пластинами

Позначимо:

E_o – випромінювальна спроможність пластини 2;

$dE_{o\lambda}$ – частина випромінювання, що проходить через фільтр в сторону пластини 1;

E – випромінювальна спроможність пластини 1;

dE_λ – частина E , що проходить через фільтр в сторону 2;

A_λ – коефіцієнт поглинання пластини 1 на довжині хвилі λ ;

$A_{o\lambda}$ – коефіцієнт поглинання пластиною 2 на довжині хвилі λ .

Крізь фільтр від пластини 2 відправляється в сторону 1 енергія $dE_{o\lambda}$.

Частина цієї енергії $(1 - A_2)dE_{o\lambda}$ відбивається від пластини 1 і попадає на пластину 2, де цілком поглинається.

Ефективне випромінювання пластини 1 що попадає на пластину 2 становить

$$dE_\lambda + (1 - A_\lambda)dE_{o\lambda}. \quad (2.5)$$

Оскільки пластини знаходяться у тепловій рівновазі перехід енергії в обох напрямках має бути однаковим. Тобто

$$dE_{o\lambda} = dE_\lambda + (1 - A_\lambda)dE_{o\lambda}, \quad (2.6)$$

звідки

$$A_\lambda dE_{o\lambda} = dE_\lambda.$$

Таким чином, випромінювання сірого тіла при деякій температурі дорівнює добутку його коефіцієнта поглинання на інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла при тій же температурі та тій же довжині хвилі.

Оскільки частина спектра хвиль $\lambda \rightarrow \lambda + d\lambda$ вибрана довільно, вказане положення справедливе для кожної довжини хвилі, а відповідно, може бути розповсюджене на сумарне випромінювання, тобто на випромінювальну спроможність. Отже, випромінювальна спроможність сірого тіла при деякій температурі дорівнює добутку його коефіцієнта поглинання на випромінювальну спроможність абсолютно чорного тіла при тій же температурі, тобто

$$E = AE_o. \quad (2.7)$$

У цьому і є суть закону Кірхгофа.

Отже, якщо тіло не поглинає енергію на цій довжині хвилі, то на цій довжині хвилі воно і не випромінює теплову енергію.

Порівняємо закони Кірхгофа та Стефана-Больцмана

$$E = AE_o;$$

$$E = \xi E_o,$$

звідки

$$A = \xi,$$

Тобто, коефіцієнт поглинання сірого тіла дорівнює його мірі чорноти при тих же умовах.

2.2.5 Закон Ламберта

За допомогою закону Стефана-Больцмана можна розрахувати всю сумарну енергію, яку випромінює в одиницю часу одиниця поверхні нагрітої поверхні (рис. 2.4). Закон Ламберта встановлює, яка частина від загального випромінювання проходить у даному напрямку.

Припустимо, що випромінююча площа F має випромінювальну спроможність E . Розглянемо поняття про густину випромінювання, що представляє собою кількість енергії, що випромінюється одиницею поверхні в одиницю часу у межах одиниці тілесного кута, орієнтованого під деяким кутом до поверхні. Якщо позначити густину випромінювання у напрямку, нормальному до поверхні, через E_n , то для напрямку, що складає кут φ з нормаллю, густина випромінювання складе

$$E_\varphi = E_n \cos\varphi, \frac{Bm}{m^2}. \quad (2.8)$$

Цей вираз називається законом Ламберта або законом косинусів.

Стеридіан – одиниця виміру телесного кута. Представляє собою площу, вирізану на сфері телесним кутом, що дорівнює квадрату радіуса сфери. Отож, оскільки площа сфери дорівнює $4\pi r^2$, число стерадіанів дорівнює 4π .

Плоский кут φ визначається в радіанах таким чином

$$\varphi = \frac{S}{r} \quad \text{або} \quad d\varphi = \frac{dS}{r},$$

де S – довжина дуги, м; r – радіус сфери.

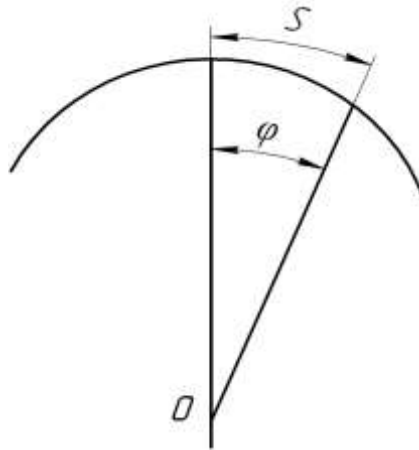


Рисунок 2.4. Визначення плоского кута

Аналогічно визначається і телесний кут

$$\omega = \frac{F}{r^2} \quad \text{або} \quad d\omega = \frac{dF}{r^2},$$

де F – площа, вирізана на сфері.

2.3 Види спектрів випромінювання

Ми розглянули закон Планка, тобто графічно це є спектр, який показує залежність інтенсивності монохроматичного випромінювання а.ч.т. у функції від абсолютної температури та ждовжини хвилі коливання випромінювання. Тобто, назвимо його спектром випромінювання абсолютно чорного тіла (рис. 2.5). Є також термін «абсолютно чорне випромінювання».

Але, крім абсолютно чорного тіла введено поняття - *сіре тіло* (відповідно, сіре випромінювання). Згідно з цим поняттям маємо

$$E = \epsilon E_0, \quad (2.9)$$

де E – випромінювальна спроможність сірого тіла, Вт/м²;

ϵ - міра чорноти сірого тіла.

Очевидно, що для інтенсивності випромінювання маємо

$$E_\lambda = \epsilon E_{0\lambda}. \quad (2.10)$$

На рис. 2.5 показані два спектри: спектр абсолютно чорного тіла та сірий спектр. Згідно з виразом (2.6) зрозуміло, що інтенсивність випромінювання E_λ є добутком ε на $E_{o\lambda}$ (інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла). Також ясно, що на цьому рисунку має місце таке співвідношення

$$\frac{ec}{ac} = \frac{e'c'}{a'c'} = \xi = \text{const.}$$

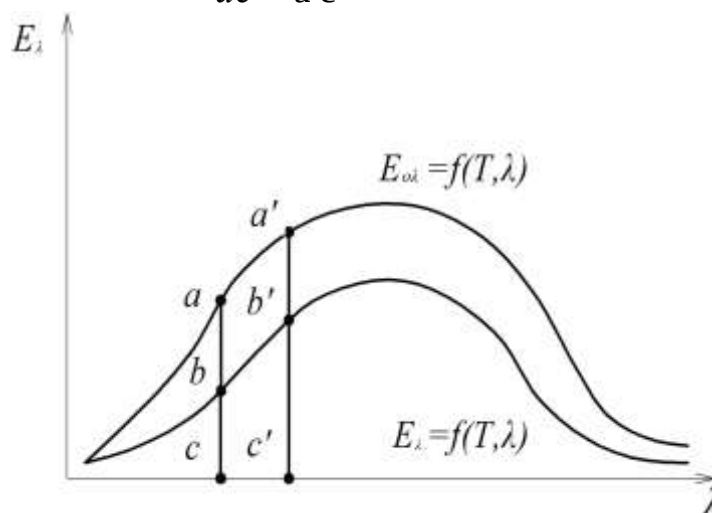


Рисунок 2.5. Спектр абсолютно чорного та сірого випромінювання

Із сказаного ясно, що до сірого тіла може бути застосований закон Планка з усіма витікаючими із нього висновками. Зокрема, закон Стефана-Больцмана виражається такою формулою

$$E = \sigma T^4,$$

де $\sigma = \xi \sigma_0$ - коефіцієнт випромінювання сірого тіла.

Зведення законів випромінювання сірих тіл до законів, що відносяться до абсолютно чорного тіла строго можна обґрунтувати тільки у тій мірі, в якій сталою, не залежною від температури, залишається міра чорноти сірого тіла. Міра чорноти реальних тіл декілька відрізняється від температури. В результаті випромінювальна спроможність тіла E пропорційна температурі T у степені, що відрізняється від четвертої. У практичних розрахунках звичайно зберігають закон четвертого степеня, враховуючи додатковий вплив температури вибором відповідного значення коефіцієнта σ .

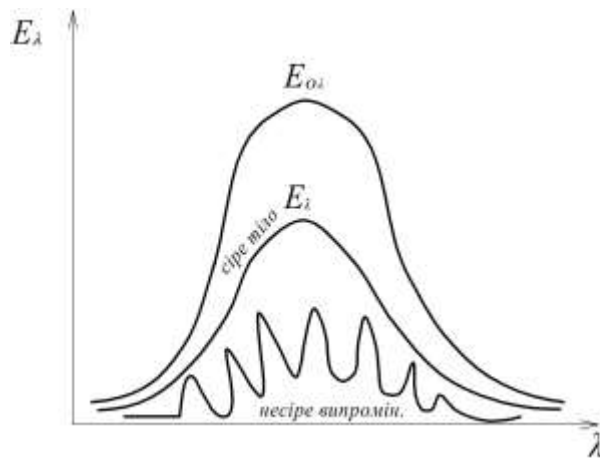


Рисунок 2.6. Безперервний λ спектр

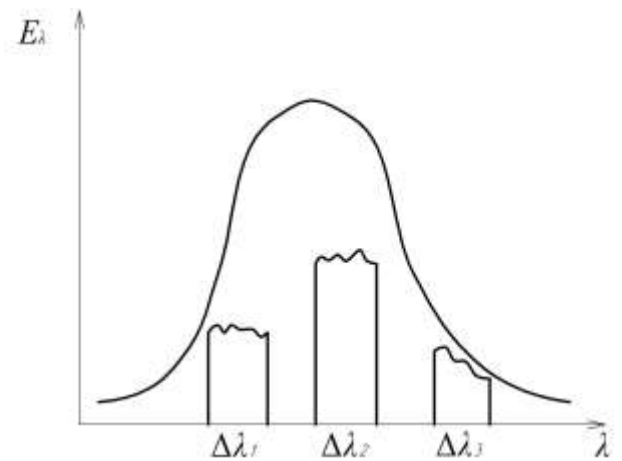


Рисунок 2.7. Полосатий спектр

У ряді випадків навіть практично неможливо вважати випромінювання реального тіла за сіре випромінювання. Таке випромінювання називається *несірим*, при цьому відрізняють випромінювання безперервне та полосате.

Полосатий (селективний) спектр дають випромінюючі гази (CO_2 , H_2O , H_2S). Цілковито очевидно, що несіре випромінювання не може бути підкорене закону Стефана-Больцмана оскільки немає основ чекати, що E буде пропорційне T^4 .

Існує дві можливості визначення випромінювальної спроможності несірих тіл. Перша з них – відмова від закону четвертого степеня і заміна його формулою

$$E = \sigma T^n,$$

де n – постійні, які визначаються практично у кожному випадку дослідів.

Інша можливість – використання формули

$$E = \sigma T^4,$$

де $\sigma = f(T)$ при цьому $f(T)$ також знаходять дослідним шляхом.

Всі гази випромінюють селективно, але тільки трьохатомні гази мають помітне випромінювання в тепловій області спектра. Інші гази (кисень, азот, метан), що мають іншу від трьохатомної структуру молекули мають помітне випромінювання за межами теплової частини спектра (рентгенівське, гама - та ін. випромінювання).

2.6 Теплообмін між двома паралельними абсолютно чорними поверхнями

Вважаємо поверхні нескінченно протяжні так, що випромінювання одної поверхні попадає на другу поверхню. По закону Стефана-Больцмана перша поверхня має таку випромінювальну спроможність (рис.2.8)

$$E_{01} = \sigma_0 T_1^4.$$

Інша поверхня випромінює

$$E_{02} = \sigma_o T_2^4.$$

Якщо $T_1 > T_2$, то енергія переходить від першої поверхні до другої.

Результативне випромінювання першої поверхні складає

$$E_{12} = E_{01} - E_{02} = \sigma_o (T_1^4 - T_2^4). \quad (2.11)$$

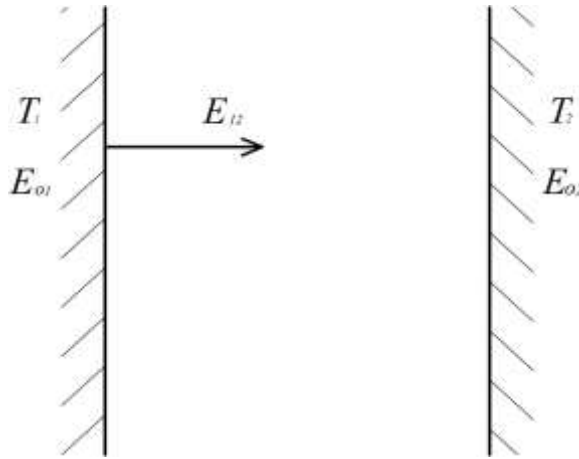


Рисунок 2.8. Дві паралельні абсолютно чорні поверхні

2.7 Променистий теплообмін між двома плоско-паралельними поверхнями при наявності екрана між ними

Між двома сірими тілами, що мають температури $T_1 > T_2$ розташовано тонкий лист із непрозорого високо теплопровідного матеріалу (рис. 2.9). Всі чотири поверхні випромінюють як сірі тіла. Вважаємо газове середовище між тілами променевопрозорим, а конвекцією та теплопровідністю його нехтуємо.

Приймаємо приведенний коефіцієнт випромінювання у системі таким

$$\sigma_{\text{прив.}} = A_{\text{прив.}} \sigma_o = \xi_{\text{прив.}} \sigma_o,$$

де відповідно $A_{\text{прив.}}$ та $\xi_{\text{прив.}}$ приведений коефіцієнт поглинання та приведена міра чорноти.

Тоді кількість енергії, що передається від першої поверхні до екрана буде

$$E_{1e} = \sigma'_{\text{прив.}} (T_1^4 - T_e^4).$$

Кількість енергії, що передає екран другій поверхні

$$E_{e2} = \sigma''_{\text{прив.}} (T_e^4 - T_2^4),$$

де

$$\sigma'_{\text{прив.}} = \frac{\sigma_o}{\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_E} - 1}; \quad \sigma''_{\text{прив.}} = \frac{\sigma_o}{\frac{1}{A_E} + \frac{1}{A_2} - 1}. \quad (2.12)$$

При стаціонарному стані системи маємо

$$E_{1E} = E_{E2}.$$

Звідси можна визначити температуру екрана (приймаючи постійну температуру екрана T_E).

$$\begin{aligned} \sigma'_{\text{прив.}} (T_1^4 - T_E^4) &= \sigma''_{\text{прив.}} (T_E^4 - T_2^4), \\ (\sigma'_{\text{прив.}} - \sigma''_{\text{прив.}}) T_E^4 &= \sigma'_{\text{прив.}} T_1^4 - \sigma''_{\text{прив.}} T_2^4. \end{aligned} \quad (2.12)$$

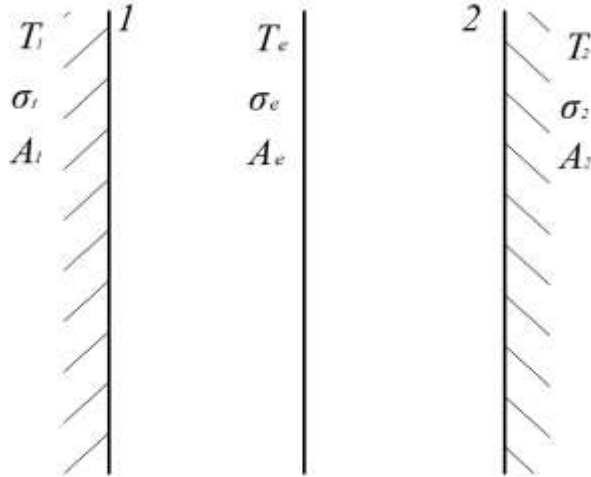


Рисунок 2.9. Наявність екрана між сірими поверхнями

В окремому випадку $A_1 = A_2$; $A'_E = A''_E$; $\sigma'_{\text{прив.}} = \sigma''_{\text{прив.}}$ отримаємо

$$T_E^4 = \frac{1}{2} (T_1^4 + T_2^4).$$

2.8 Кутові коефіцієнти

Припустимо, що передача теплоти випромінюванням відбувається між двома плоскими або випуклими тілами із абсолютно чорними поверхнями (рис. 2.100. Кожна з тіл має рівномірну температуру T_1 та T_2 , причому $T_1 > T_2$.

Випромінювальна спроможність тіл відповідно дорівнює E_{01} и E_{02} .

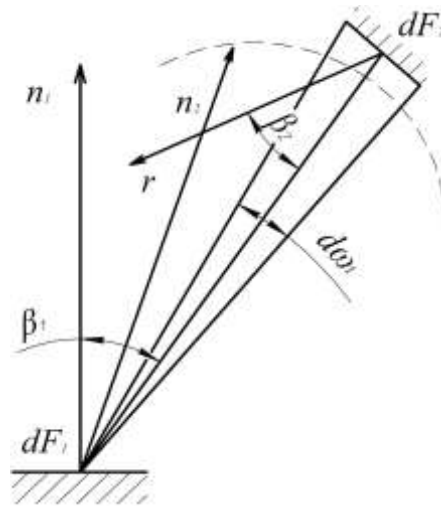


Рисунок 2.10. Передача теплоти від площадки dF_1 до dF_2

Виділимо на поверхнях тіл елементарні площадки dF_1 та dF_2 і з'ясуємо питання про передачу теплоти від першої площадки до другої. Перш за все, від площадки dF_1 енергія попадає на площадку dF_2 під тілесним кутом $d\omega_1$, а від dF_2 на площадку dF_1 під тілесним кутом $d\omega_2$. Відповідно маємо dE_{o12} та dE_{o21} – ефективні енергії. Випромінювання від dF_1 спрямоване на dF_2 під кутом β_1 до нормалі n_1 , а від dF_2 до dF_1 під кутом β_2 до нормалі n_2 . Згідно з законом Ламберта, маємо

$$E_o = \pi E_{on}, \quad (2.13)$$

E_o – ефективне випромінювання абсолютно чорної поверхні у всіх напрямках у межах півсфери;

E_{on} - ефективне випромінювання по нормалі до першої поверхні.

Тоді маємо ефективне випромінювання від поверхні dF_1 до поверхні dF_2

$$dE_{o12} = \frac{E_{o1} dF_1}{\pi} \cos \beta_1 d\omega_1. \quad (2.14)$$

Оскільки тілесний кут вимірюється площею, вирізаною ним в поверхні сфери з одиничним радіусом можна записати

$$d\omega_1 = \frac{dF_2 \cos \beta_2}{r^2},$$

де r – радіус півсфери, що оточує площу F_1 .

У зв'язку з цим запишемо

$$dE_{o12} = E_{o1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2. \quad (2.15)$$

По аналогії

$$dE_{o21} = E_{o2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2. \quad (2.16)$$

Отож

$$dQ_{dF_1, dF_2} = (E_{01} - E_{02}) \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2. \quad (2.17)$$

Кількість теплоти, що віддається площадкою dF_1 усьому другому тілу F_2 знаходиться інтегруванням

$$dQ_{dF_1, dF_2} = (E_{01} - E_{02}) dF_1 \int_{F_2}^{F_1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2. \quad (2.18)$$

Вираз

$$\varphi_{12} = \int_{F_2}^{F_1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2$$

назвемо точковим (локальним) кутовим коефіцієнтом між dF_1 та dF_2 . Цей коефіцієнт визначає ту долю ефективного випромінювання поверхні dF_1 , яка попадає на F_2 .

Повторне інтегрування дає повну кількість теплоти, яка надходить від поверхні F_1 до поверхні F_2

$$Q_{12} = (E_{01} - E_{02}) \int_{F_2}^{F_1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2.$$

Поначимо $\bar{\varphi}_{12}$ як середній кутовий коефіцієнт від поверхні F_1 до F_2

$$\bar{\varphi}_{12} = \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_2. \quad (2.19)$$

Тоді

$$Q_{12} = (E_{01} - E_{02}) F_1 \bar{\varphi}_{12}. \quad (2.20)$$

Аналогічно можна показати, змінюючи порядок інтегрування

$$Q_{21} = (E_{02} - E_{01}) \int_{F_2} dF_2 \int_{F_1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi r^2} dF_1 = F_2 \bar{\varphi}_{21}.$$

Таким чином маємо

$$F_1 \bar{\varphi}_{12} = F_2 \bar{\varphi}_{21}. \quad (2.21)$$

Цей вираз називається властивістю взаємності кутових коефіцієнтів.

Нарешті теплообмін між двома абсолютно чорними F_1 та F_2 , довільно орієнтовані у просторі

$$Q_{12} = \bar{\varphi}_{12} F_1 \sigma_o (T_1^4 - T_2^4) = \bar{\varphi}_{21} F_2 \sigma_o (T_2^4 - T_1^4). \quad (2.22)$$

2.9 Випромінювання газів

Гази також мають спроможність випромінювати та вбирати (поглинати) променисту енергію, але для різних газів ця спроможність різна.

Випромінюють (і поглинають), як правило трьохатомні гази (особливо H_2O , CO_2 і SO_2), двохатомні гази діатермічні (випромінюють енергію за межами теплового спектра коливань хвиль).

У газах випромінювання і поглинання енергії відбувається в об'ємі, на відміну від твердих тіл, у яких ці процеси діють у поверхневому шарі. Розглянемо вбирання шаром газу монохроматичного випромінювання (рис. 2.11). На відстані x від поверхні газу виділимо елементарний шар товщиною dx . Густина потоку випромінювання, що входить у об'єм газу становить $E_{\lambda n} \left(\frac{Bm}{M^2} \right)$ - початкова густина. На відстані x ця густина зменшується в результаті поглинання енергії і стає рівною $E_{\lambda x} (E_{\lambda x} < E_{\lambda n})$.

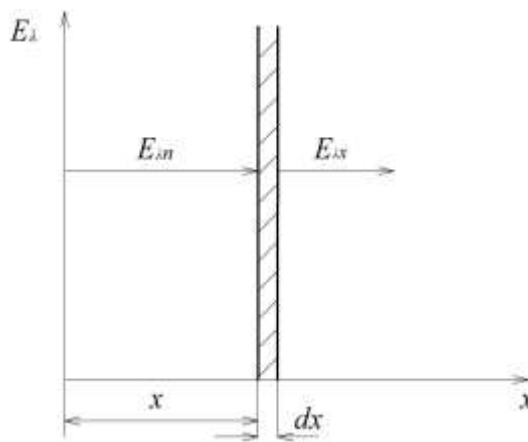


Рисунок 2.11. Залежність монохроматичного випромінювання від відстані

Припустимо, що зменшення енергії пропорційне відстані, тобто $dE_{\lambda} = -k_{\lambda} E_{\lambda n} dx$, де k_{λ} - коефіцієнт ослаблення променя на даній довжині хвилі коливань $\lambda \left(\frac{1}{i} \right)$.

Після інтегрування маємо

$$\int_{E_{\lambda n}}^{E_{\lambda x}} \frac{dE_{\lambda}}{E_{\lambda}} = -k_{\lambda} \int_0^x dx, \quad \ln \frac{E_{\lambda x}}{E_{\lambda n}} = -k_{\lambda} x.$$

Потенціюючи цей вираз, маємо

$$\frac{E_{\lambda x}}{E_{\lambda n}} = \exp(-k_{\lambda} x); \quad E_{\lambda x} = E_{\lambda n} \exp(-k_{\lambda} x). \quad (2.23)$$

Формула (2.23) називається законом Бугера. Згідно з цим законом зменшення густини випромінювання відбувається згідно з експоненціальним законом.

Визначимо коефіцієнт пропускання шару газу товщиною x . Він представляє собою відношення енергії, що виходить із шару до енергії, що входить в нього, тобто

$$D_{\lambda} = \frac{E_{\lambda x}}{E_{\lambda n}} = \exp(-k_{\lambda} x).$$

Відповідно, коефіцієнт поглинання (вбирання)

$$A_{\lambda} = 1 - D_{\lambda} = 1 - \exp(-k_{\lambda} x). \quad (2.24)$$

Згідно із законом Кірхгофа міра чорноти дорівнює коефіцієнту поглинання, тобто

$$\xi_{\lambda} = 1 - \exp(-k_{\lambda} x). \quad (2.25)$$

Таким чином, міра чорноти газу збільшується зі збільшенням товщини шару по експоненціальному закону.

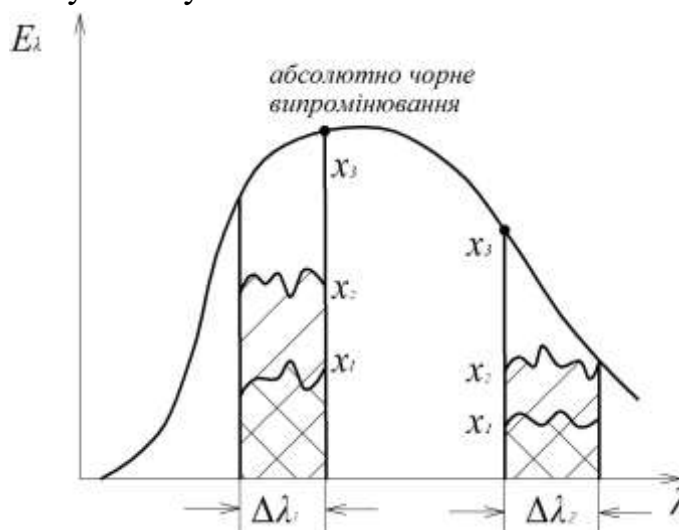


Рисунок 2.12. Характер випромінювання абсолютно чорного тіла і газу

На рис. 2.12 показано характер залежності густини монохроматичного випроміння для

- абсолютно чорного тіла – суцільна крива;
- селективного (вибіркового) газів на окремих полосах спектра коливань $\lambda(\Delta\lambda_1 \text{ та } \Delta\lambda_2)$, які мають товщини шару x_1, x_2, x_3 . Остання товщина $x_3 = \infty$, тобто згідно із формулою (3.43) $\xi_{\lambda} = 1$. Маємо $x_1 \leq x_2 < \infty$.

Зі збільшенням товщини шару газу інтенсивність випромінювання збільшується (бо збільшення товщини шару дає збільшення міри чорноти та коефіцієнта поглинання).

Взагалі встановлено, що міра чорноти випромінюючого газу визначається як

$$\xi = f(pS, T), \quad (2.26)$$

pS – сила ослаблення променя (Н/м);

p – парціальний тиск, Паскаль;

S – ефективна товщина випромінюючого шару

$$S = \frac{4V}{F_c};$$

V – об'єм випромінюючого газу;

F_c - поверхня обмежуючих стінок.

Для газів, що звичайно зустрічаються значення величини S збільшують на 10%, тобто

$$S = \frac{3,6V}{F_c}. \quad (2.27)$$

Гази випромінюють та вбирають енергію тільки в деяких інтервалах довжин хвиль $\Delta\lambda$, так званих полосах, розташованих у різних частинах спектра. Для променів інших хвиль коливань газу діатермічні тобто прозорі для променів. Ця властивість випромінювання та поглинання газів називається вибірковістю або селективністю. Наприклад, для CO_2 та H_2O мають практичне значення такі полоси в мікронах:

CO_2, μ

1-а полоса $\lambda_1 = 2,36 \rightarrow \lambda_2 = 3,02$; $\Delta\lambda_1 = 0,66\mu$;

2-а полоса $\lambda_1 = 4,01 \rightarrow \lambda_2 = 4,80$; $\Delta\lambda_1 = 0,79\mu$;

3-я полоса $\lambda_1 = 12,5 \rightarrow \lambda_2 = 16,5$; $\Delta\lambda_2 = 4,0\mu$;

H_2O

1-а полоса $\lambda_1 = 2,24 \rightarrow \lambda_2 = 3,27$; $\Delta\lambda_1 = 1,03 \mu$;

2-а полоса $\lambda_1 = 4,8 \rightarrow \lambda_2 = 8,5$; $\Delta\lambda_2 = 3,7 \mu$;

3-а полоса $\lambda_1 = 12,00 \rightarrow \lambda_2 = 25$; $\Delta\lambda_3 = 13 \mu$.

Енергія випромінювання газів може бути розрахована по спектру коливань. У такому випадку енергія дорівнює (рис. 2.13)

$$E_{\Delta\lambda} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda} d\lambda,$$

де E_{λ} - інтенсивність монохроматичного випромінювання (закон Планка).

Загальна випромінювальна спроможність газу

$$E = \sum E_{\Delta\lambda}.$$

В основу інженерних розрахунків випромінювання газів покладено закон четвертого степеня (закон Стефана-Больцмана). При цьому газ вважається сірим тілом з якоюсь фіктивною мірою чорноти ξ_o , яка дорівнює

$$\frac{\sum E_{\Delta\lambda}}{E_o} = \xi_o. \quad (2.27)$$

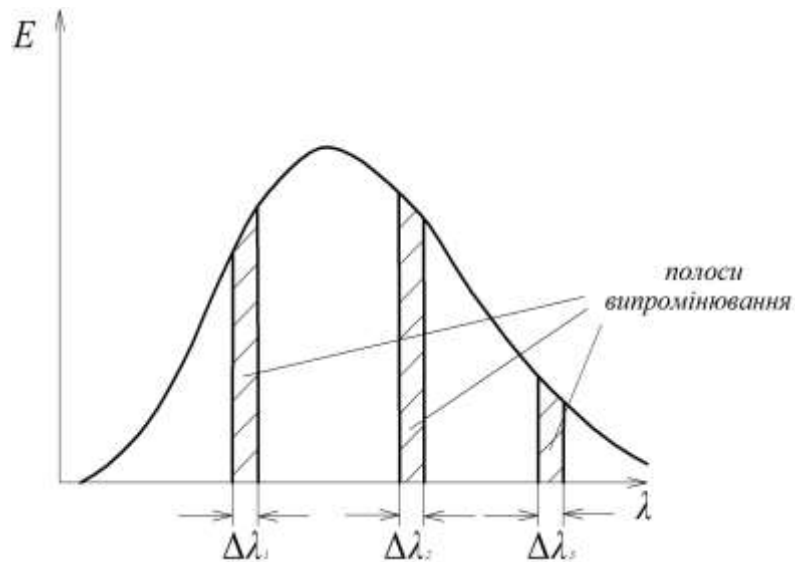


Рисунок 2.13. До визначення випромінювальної спроможності газів

Для найбільш важливих у техніці газів (CO_2 , H_2O , SO_2) маються графіки (рис. 2.14), по яким можна визначити ξ .

У цих графіках міра чорноти приведена як функція добутку парціального тиску на довжину ходу променя (pl) і температури. Залежність випромінювання газу від (pl) визвана тією обставиною, що при проходженні променів через газ їх енергія вбирання зменшується (чим більше тиск чи товщина шару більша кількість молекул, що зустрічають промені).

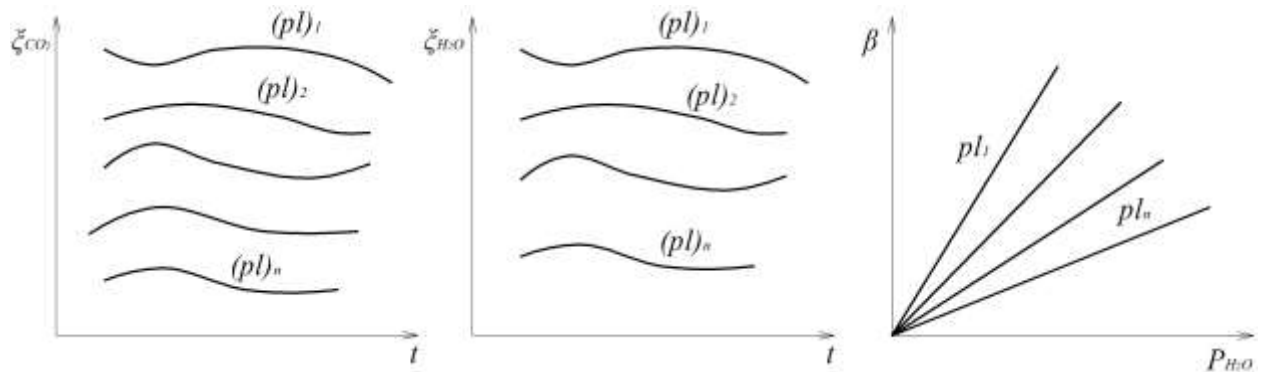


Рисунок 2.14. Міра чорноти газів

Розглядаючи полоси випромінювання газів CO_2 та H_2O , можна зробити висновок, що вони подекуди співпадають. Тому, якщо ці ази випромінюють сумісно, то треба зробити поправку β . Тоді

$$\xi = \xi_{\text{CO}_2} + \beta \xi_{\text{H}_2\text{O}} \quad (2.28)$$

Контрольні питання до теми 2:

1. Які основні особливості променистого теплообміну?
2. Які тіла називаються абсолютно чорним, абсолютно білим і абсолютно прозорим? Для чого потрібні поняття абсолютних тіл?

3. Як визначається поверхнева щільність потоку інтегрального випромінювання?
4. У чому сутність законів Планка і Віна?
5. У чому сутність закону Стефана - Больцмана?
6. У чому сутність закону Кірхгофа?
7. Закон Ламберта. Для яких тел він застосовується?
8. Що таке ступінь чорноти? Від яких факторів він залежить?
9. Променистий теплообмін між двома паралельними пластинами.
10. Рівняння променистого теплообміну для довільно розташованих тіл.
11. Призначення екранів при променистому теплообміні (наведіть приклади).
12. Які гази мають здатність випромінювати?

Тема 3. Конвективний теплообмін

3.1 Загальні відомості про конвективний теплообмін

Процес теплообміну, пов'язаний з переносом, тобто рухом, тепловіддаючого середовища, називається *конвективний*.

Конвекція можлива в таких об'єктах, як газ, рідина і сипучий матеріал.

Надалі будемо розглядати конвективний рух рідини або газу, причому їх поведінка підкоряється єдиним законам теплопереносу. Будемо називати їх *теплоносії*.

Відрізняють вільний та вимушений рух теплоносія. Вільний рух теплоносія може бути зумовлений різницею густини неоднаково нагрітих частин об'єкта або різних концентрацій його частин.

Вимушений рух носія визивається дією сторонніх сил, наприклад, роботою вентилятора, компресора, насоса та ін. Вимушений рух нерідко діє разом з вільним. Наприклад, при роботі димової труби викид димових газів у атмосферу може відбуватися за рахунок різниці густини газів або сумісно з впливом димососа.

Основний закон конвективного теплообміну – закон Ньютона, згідно з яким кількість теплоти, яка передається між теплоносієм та поверхнею становить

$$Q = \alpha F \tau (t_c - t_n), \text{ кДж}, \quad (3.1)$$

де $\alpha, \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \text{сК}} = \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2 \text{К}}$ - коефіцієнт тепловіддачі;

F - площа теплообмінної поверхні, м^2 ;

τ – час, с;

t_c - температура середовища (теплоносія), яке оточує поверхню;

t_n - температура поверхні.

Основне завдання при вивченні конвективного теплообміну полягає у визначенні коефіцієнта тепловіддачі, який представляє собою кількість теплоти, яка передається шляхом конвекції між поверхнею та теплоносієм через одиницю площі, за одиницю часу при різниці температури 1 градус між теплообмінними об'єктами (поверхнею та носієм). Ця різниця визначається як *температурний напір* і становить

$$\Delta t = t_c - t_n, \text{ К.} \quad (3.2)$$

Коефіцієнт тепловіддачі чисельно залежить від багатьох факторів, зокрема, таких як форма тіла та її розміри, температура та стан поверхні, температура носія та його фізичні властивості та ряд інших факторів.

Маючи на увазі те, що коефіцієнт тепловіддачі є функцією багатьох змінних, аналітичне вивчення проблеми конвективного теплообміну представляє собою у край складну задачу, яку можливо розв'язати тільки у найпростіших випадках. У зв'язку з цим, основний метод вивчення конвективного теплообміну є експериментальний. Надалі розглянемо обидва ці підходи.

3.2 Теоретичне визначення коефіцієнта тепловіддачі

Питання про α розв'язується теоретично найбільш просто, якщо режим руху середовища є ламінарним. У цьому випадку у напрямку, нормальному для ліній струму, тепло розповсюджується тільки теплопровідністю. У самої стінки, що обтікається, швидкість течії стає паралельній їй (ізотермічні поверхні також). Нормальний до поверхні стінки питомий потік теплоти визначається законом Фур'є (рис.3.1)

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (3.3)$$

де q - питомий тепловий потік, $\frac{Вт}{м^2}$;

λ - коефіцієнт теплопровідності рідкого середовища, $\frac{Вт}{мК}$;

t - функція температури середовища, $^{\circ}\text{C}$ (або K);

y - відстань від поверхні стінки по зовнішній нормалі.

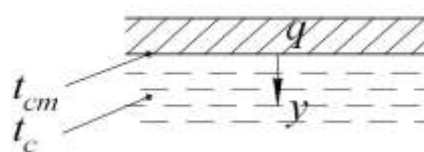


Рисунок 3.1 - Схема тепловіддачі між поверхнею та теплоносієм

В той же час, згідно з законом Ньютона, маємо

$$q = \alpha(t_{cm} - t_c), \quad (3.4)$$

звідки

$$\alpha = \frac{q}{t_{cm} - t_c} = -\frac{\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}}{t_{cm} - t_c}, \quad (3.5)$$

де t_{cm} - температура поверхні стінки;

t_c - температура середовища за межами теплового шару середовища. Під тепловим шаром у даному випадку треба розділити товщину шару, у якому відбувається зміна температури носія від t_{cm} до t_c .

Під середовищем у даному випадку будемо розглядати рідку або газоподібну субстанцію. Таким чином, питання зводиться до визначення градієнта температури $\left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}$. Теоретично, це можливо шляхом розв'язання сумісної задачі теплопровідності для двох об'єктів: тверда стінка та середовище. При цьому маємо граничні умови контактної теплообміну між поверхнею та середовищем.

$$\left. \frac{\partial t_{cm}}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial t_c}{\partial y} \right|_{y=0}; \quad (3.6)$$

$$t_{cm}(y=0) = t_c(y=0), \quad (3.7)$$

де t_{cm} - температурна функція стінки;

t_c - температурна функція середовища.

Розв'язуючи систему двох диференціальних рівнянь теплопровідності, знаходимо необхідне значення градієнта температури $\left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=0}$.

Складність визначення α при турбулентному режимі руху тепловіддаючого середовища полягає в тому, що у цьому випадку теплота передається на стінку (або відводиться від неї) як за рахунок молекулярної, так і за рахунок турбулентної теплопровідності.

Найчастіше вважають, що у безпосередній близькості від поверхні стінки турбулентний перенос теплоти затухає, так що в нормальному до стінки напрямку стає визначаючим молекулярний механізм теплопровідності (тобто, як для ламінарного режиму).

В той же час на значення коефіцієнта тепловіддачі α впливає характер руху середовища. Для встановлення цього впливу необхідно, перш за все, вивчити характер розподілу швидкості по потоку.

3.3 Диференціальне рівняння теплопровідності

В курсі «Тепломасообмін» раніше розглядалось диференціальне рівняння теплопровідності для твердих тіл, коли перенос теплоти у просторі відбувається шляхом молекулярної теплопровідності. У випадку рухомого середовища передача теплоти теплопровідністю відбувається як молекулярним так і конвективним шляхом. Розглянемо уважно цей процес.

Кількість теплоти, яка залишається в елементарному об'ємі, становить

$$dQ = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dy dz = \lambda \nabla^2 t dx dy dz, \text{ Bm} \quad , \quad (3.8)$$

де $t(x, y, z, \tau)$ - функція температури,

x, y, z - координати.

З іншого боку, за час $d\tau$ ця теплота змінює ентальпію таким чином

$$dQ = c\rho \frac{dt}{d\tau} d\tau dx dy dz, \quad (3.9)$$

де $\frac{dt}{d\tau}$ - швидкість зміни температури,

ρ - густина теплоносія, кг/м^3 .

На відміну від $\frac{\partial t}{\partial \tau}$, коли середовище нерухоме, шукана температура є складною функцією $t = f(x, y, z, \tau)$, а, в свою чергу, координати x, y, z відносно нерухомої системи координат є функціями часу, тобто

$$\begin{aligned} x &= \phi_1(\tau, x_o, y_o, z_o) \\ y &= \phi_2(\tau, x_o, y_o, z_o) \\ z &= \phi_3(\tau, x_o, y_o, z_o), \end{aligned} \quad (3.10)$$

де x_o, y_o, z_o - координати елементарного об'єма в момент $\tau = \tau_o$.

Таким чином,

$$t = f((x(\tau), y(\tau), z(\tau))). \quad (3.11)$$

З курсу математики відомо, що в такому випадку повна похідна дорівнює

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau}, \quad (3.12)$$

де $\frac{\partial x}{\partial \tau}, \frac{\partial y}{\partial \tau}, \frac{\partial z}{\partial \tau}$ - проєкції вектора $\bar{w}$ швидкості переміщення рідкого елемента на координатні осі (рис.3.2).

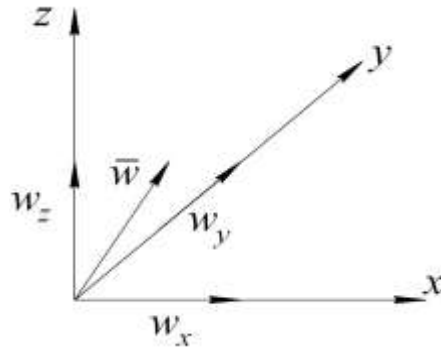


Рисунок 3.2. Координатна схема

Отже, можна записати

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}. \quad (3.13)$$

Часткова похідна $\frac{\partial t}{\partial \tau}$ називається локальною(місцевою) похідною температури, а $w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z}$ - її конвективною похідною. Повну похідну температури по часу звичайно позначають $\frac{Dt}{d\tau}$ і називають індивідуальною (або субстанціальною) похідною.

Остаточно диференціальне рівняння теплопровідності для рухомого середовища запишеться

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - \left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right). \quad (3.14)$$

3.4 Рівняння руху

Виведення рівняння руху базується на другому законі Ньютона

$$F = m \cdot a, \quad (3.15)$$

де F – сила;

m – маса тіла;

a – прискорення руху тіла.

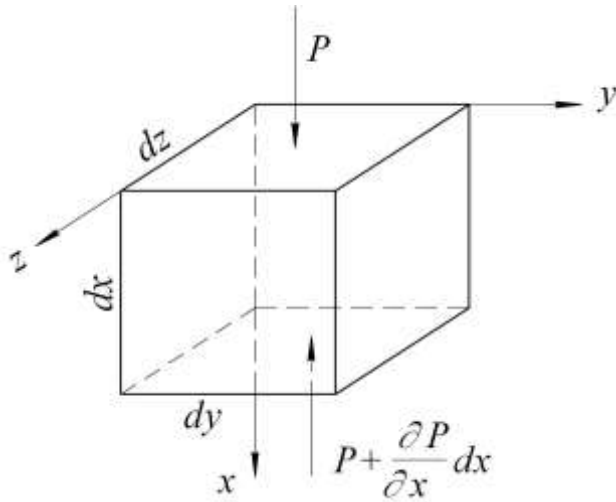


Рисунок 3.3. Елементарний об'єм у потоці

Виділимо у потоці елементарний об'єм dv з ребрами dx, dy, dz (рис.3.3). На цей об'єм діють три сили: сила тяжіння, сила тиску та сила тертя. Розглянемо послідовно дію цих сил.

Сила тяжіння, прикладена в центрі тяжіння елементу dv . Її проекція на ось x дорівнює

$$g_x \rho dv = g_x \rho dx dy dz, H, \quad (3.16)$$

де g – проекція на ось x прискорення сили тяжіння;

ρdv – маса елемента.

Сила тиску. На верхню грань елемента діє тиск p , а на нижню – тиск $(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx)$. На верхню грань діє загальна сила тиску $p dy dz$, а нижню відповідно $(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz$. Для останньої складової мається знак мінус, бо ця сила направлена проти руху носія. Рівнодіюча сил буде становити

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz = - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz, H \quad (3.17)$$

Сила тертя. Розглянемо це питання на прикладі одновимірного, ламінарного режиму руху у напрямку x (рис.3.4).

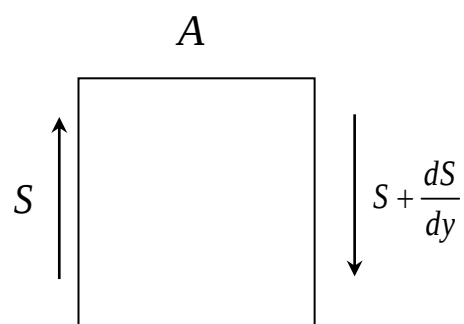
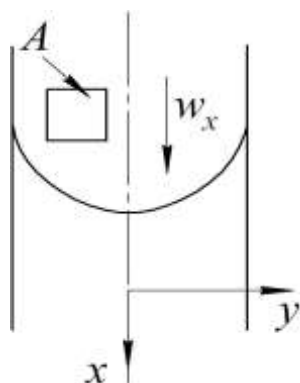


Рисунок 3.4. Схема ламінарного одновимірного режиму руху

Відомо, що біля стінок швидкість шарів потоку менша (завдяки силам тертя), ніж усередині. Значить, сила тертя на лівій грані s більша, ніж на правій і спрямована проти руху потоку. На правій грані сила тертя $s + \frac{ds}{dy} dy$ направлена вниз.

Рівнодіюча цих сил становить

$$\left(s + \frac{ds}{dy} dy \right) dx dz - s dx dz = \frac{ds}{dy} dx dy dz, H. \quad (3.18)$$

Сила тертя s визначається по закону Ньютона

$$s = \mu \frac{dw_x}{dy}, H, \quad (3.19)$$

де μ - динамічний коефіцієнт в'язкості, Па·с;

$\frac{dw_x}{dy}$ - градієнт проекції швидкості у напрямку x відносно координати y .

Отже, маємо для одновимірного випадку

$$\frac{ds}{dy} dx dy dz = \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} dv. \quad (3.20)$$

У випадку тривимірного руху w_x змінюється по всім трьом напрямкам. Тоді проекція сили тертя на вісь x буде

$$\mu \left(\frac{d^2 w_x}{dx^2} + \frac{d^2 w_x}{dy^2} + \frac{d^2 w_x}{dz^2} \right) dv = \mu \nabla^2 w_x dv. \quad (3.21)$$

Складаючи вирази для трьох визначених сил, отримаємо проекцію рівнодіючої всіх сил на вісь x :

$$\left(\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x \right) dv. \quad (3.22)$$

Згідно з другим законом Ньютона ця рівнодіюча дорівнює добутку маси елемента ρdv та його прискорення $\frac{Dw_x}{d\tau}$:

$$\rho \frac{Dw_x}{d\tau} dv = \rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) dv. \quad (3.23)$$

Прирівнюючи (2.21) і (2.26) та (2.28), маємо

$$\rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x. \quad (3.24)$$

По аналогії можна отримати вирази для проекцій сил на осі y та z

$$\rho \left(\frac{\partial w_y}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y; \quad (3.25)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w_z}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z. \quad (3.26)$$

Система рівнянь (3.24) – (3.36) є диференціальним рівнянням Нав'є-Стокса. Воно справедливе як для ламінарного, так і для турбулентного режимів руху.

3.5 Рівняння суцільності потоку

Рівняння суцільності потоку виводиться на основі закону про збереження маси. Виділимо в потоці рухомої рідини елементарний об'єм dv (рис.3.5) зі сторонами dx, dy, dz .

Визначимо масу рідини, що протікає через нього за час $d\tau$. У напрямку осі x через грань $ABCD$ проходить маса в секунду

$$M'_x = \rho w_x dydz, \frac{\kappa z}{c}. \quad (3.27)$$

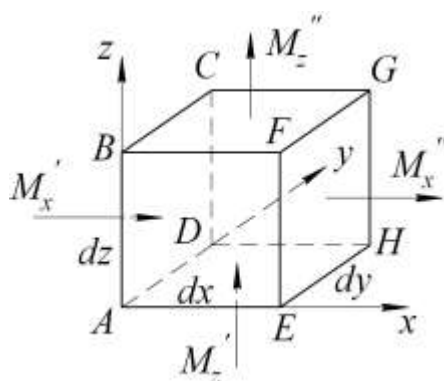


Рисунок 3.5. Схема дії мас на елементарний об'єм

Через грань $EFGH$ у напрямку x проходить маса

$$M''_x = \left(\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx \right) dydz, \frac{\kappa z}{c}, \quad (3.28)$$

де ρw_x – масова швидкість потоку, що проходить через 1 м^2 .

Віднімаючи (3.28) від (3.27), отримаємо лишок маси рідини, що витікає з об'єму в напрямку осі x

$$dM_x = M''_x - M'_x = \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx dydz, \frac{\kappa z}{c}. \quad (3.29)$$

Аналогічно знаходимо для осей y та z

$$dM_y'' - dM_y' = \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} dx dy dz, \quad (3.30)$$

$$dM_z'' - dM_z' = \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} dx dy dz. \quad (3.31)$$

Повний лишок маси рідини, що витікає, становить

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = \left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) \right) dv d\tau. \quad (3.32)$$

Цей лишок зумовлений зменшенням густини рідини в об'ємі dv і дорівнює зміні маси даного об'єму з часом, тобто

$$dM = - \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv d\tau. \quad (3.33)$$

Знак «минус» показує, що маса зменшується.

Згідно з законом збереження маси маємо

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z) \right) dv d\tau = - \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv d\tau. \quad (3.34)$$

Остаточно отримаємо

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \quad (3.35)$$

Цей вираз називається диференціальним рівнянням суцільності або нерозривності. Для нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$) буде

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (3.36)$$

3.6 Визначення подібності

Дослідження фізичних процесів та явищ, що відбуваються у діючих промислових об'єктах часто натикаються на подолання труднощів економічного та технічного характеру. Тому, часто удаються до вивчення зазначених явищ на об'єктах меншого розміру, так званих моделей. основні правила конструювання і використання моделей визначаються теорією подібності фізичних величин.

Подібність фізичних величин є узагальненням геометричної подібності. Сформулюємо визначення подібності величин. У геометрії трикутники будуть подібними, якщо їх відповідні сторони пропорційні, тобто (рис. 3.6)

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = k_l, \quad (3.37)$$

де k_l - константа геометричної подібності (масштабний коефіцієнт).

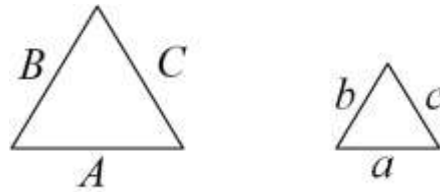


Рисунок 3.6. Подібні трикутники

Таким чином, сторони одного трикутника визначаються через сторони іншого простим помноженням на масштабний коефіцієнт.

Аналогічно, фізичні явища подібні, якщо подібні всі величини, що визначають ці явища, тобто кожна величина одного явища може бути отримана із такої ж величини іншого явища простим помноженням на масштабний коефіцієнт (подібно зміні розмірів розмірностей, наприклад 1 метр = 10 дециметрів):

$$\phi_1 = k_\phi \phi_2, \quad (3.38)$$

де ϕ_1 та ϕ_2 - деякі величини;

k_ϕ - масштабний коефіцієнт.

Необхідно мати на увазі:

- поняття *подібність* може бути застосоване тільки до явищ якісно однакових, котрі описуються одними і тими ж рівняннями;
- для подібностей фізичних явищ необхідна їх геометрична подібність.

Для теплової подібності двох потоків необхідно, щоб ці потоки були обмежені стінками геометрично подібної конфігурації і щоб по всьому об'єму системи були подібні всі фізичні величини: густина, в'язкість, температура, швидкість та ін., тобто

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = k_\rho; \quad \frac{\mu_1}{\mu_2} = k_\mu; \quad \frac{T_1}{T_2} = k_t; \quad \frac{w_1}{w_2} = k_w. \quad (3.39)$$

При цьому кожна фізична величина може мати свою константу подібності, відмінну від інших. Всі явища подібні, якщо критерії подібності, що складені із їх однорідних величин, однакові між собою. Наприклад, для гідромеханічної подібності маємо критерії Рейнольдса

$$Re_1 = \frac{w_1 d_1}{\nu_1}; \quad Re_2 = \frac{w_2 d_2}{\nu_2}; \quad Re_1 = Re_2; \quad (3.40)$$

$$\frac{w_1 d_1}{\nu_1} = \frac{w_2 d_2}{\nu_2}; \quad \frac{k_w k_d}{k_\nu} = 1,$$

де w - швидкість;

d – діаметр потоку;

ν - кінематичний коефіцієнт в'язкості.

Критерії подібності мають нульову розмірність, наприклад,

$$\frac{wd}{\nu} \in \frac{m}{c} \cdot m \cdot \frac{c}{m^2} = 1, \quad (3.41)$$

де знак $\in$ позначає, що дана величина має певну розмірність.

3.7 Умови гідромеханічної подібності

Гідромеханічна подібність визначає умови при яких в геоморфологічних подібних системах відбуваються подібні рухи.

Розглянемо дві подібні системи. Маємо для першої системи:

- рівняння суцільності

$$\frac{\partial w'_x}{\partial x'} + \frac{\partial w'_y}{\partial y'} + \frac{\partial w'_z}{\partial z'} = 0; \quad (3.42)$$

- рівняння руху

$$\begin{aligned} \rho' \frac{\partial w'_x}{\partial \tau'} + \rho' \left(w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_y}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_z}{\partial z'} \right) = \\ = \rho' g'_x - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial z'^2} \right); \end{aligned} \quad (3.43)$$

- для другої системи
- рівняння суцільності:

$$\frac{\partial w''_x}{\partial x''} + \frac{\partial w''_y}{\partial y''} + \frac{\partial w''_z}{\partial z''} = 0; \quad (3.44)$$

- рівняння руху

$$\begin{aligned} \rho'' \frac{\partial w''_x}{\partial \tau''} + \rho'' \left(w''_x \frac{\partial w''_x}{\partial x''} + w''_y \frac{\partial w''_x}{\partial y''} + w''_z \frac{\partial w''_x}{\partial z''} \right) = \\ = \rho'' g''_x - \frac{\partial p''}{\partial x''} + \mu'' \left(\frac{\partial^2 w''_x}{\partial x''^2} + \frac{\partial^2 w''_x}{\partial y''^2} + \frac{\partial^2 w''_x}{\partial z''^2} \right). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Із визначення подібності маємо:

$$\begin{aligned} \frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = k_l; \quad \frac{w''}{w'} = k_w; \quad \frac{\tau''}{\tau'} = k_\tau; \\ \frac{\rho''}{\rho'} = k_\rho; \quad \frac{\mu''}{\mu'} = k_\mu; \quad \frac{g''}{g'} = k_g; \quad \frac{p''}{p'} = k_p. \end{aligned}$$

Всі змінні другої системи можуть бути виражені через змінні першої системи:

$$x'' = k_l x'; \quad \tau'' = k_\tau \tau'; \quad \rho'' = k_\rho \rho' \text{ та ін.} \quad (3.46)$$

Підставляючи (3.46) в рівняння (3.44) і (3.45), маємо

$$\begin{aligned}
& \frac{k_w}{k_l} \left(\frac{\partial w'_x}{\partial x'} + \frac{\partial w'_y}{\partial y'} + \frac{\partial w'_z}{\partial z'} \right) = 0; \\
& \frac{k_\rho k_w}{k_\tau} \rho' \frac{\partial w'_x}{\partial \tau} + \frac{k_\rho k_w^2}{k_l} \rho' \left(w'_x \frac{\partial w'_x}{\partial x'} + w'_y \frac{\partial w'_x}{\partial y'} + w'_z \frac{\partial w'_x}{\partial z'} \right) = \\
& = k_\rho k_g \rho' g'_x - \frac{k_\rho}{k_l} \frac{\partial \rho'}{\partial x'} + \frac{k_\mu k_w}{k_l^2} \mu' \left(\frac{\partial^2 w'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w'_x}{\partial z'^2} \right).
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Тепер обидві системи, виражені через змінні першої системи. Прирівнюючи рівняння руху цих систем, отримаємо

$$\frac{k_\rho k_w}{k_\tau} = \frac{k_\rho k_w^2}{k_l} = k_\rho k_g = \frac{k_\rho}{k_l} = \frac{k_\mu k_w}{k_l^2} = 1.$$

Розглядаючи попарно ці співвідношення, знаходимо

$$\frac{k_\rho k_w}{k_\tau} = \frac{k_\rho k_w^2}{k_l} \quad \text{або} \quad \frac{k_w k_\tau}{k_l} = 1; \tag{3.48}$$

$$\frac{k_\rho k_w^2}{k_l} = k_\rho k_g \quad \text{або} \quad \frac{k_l k_g}{k_w^2} = 1; \tag{3.49}$$

$$\frac{k_\rho k_w^2}{k_l} = \frac{k_\rho}{k_l} \quad \text{або} \quad \frac{k_p}{k_\rho k_w^2} = 1; \tag{3.50}$$

$$\frac{k_\rho k_w^2}{k_l} = \frac{k_\mu k_w}{k_l^2} \quad \text{або} \quad \frac{k_w k_l k}{k_\mu} = 1. \tag{3.51}$$

Надалі можна отримати критерії гідромеханічної подібності. Для цього замість констант подібності необхідно підставити їх значення

$$\frac{w' \tau'}{l'} = \frac{w'' \tau''}{l''} = \frac{w \tau}{l} = Ho \quad ;$$

$$\frac{w^2}{gl} = Fr;$$

$$\frac{p}{\rho w^2} = Eu;$$

$$\frac{\rho w l}{\mu} = \frac{w l}{\nu} = Re,$$

де Ho – критерій гомохронності (безрозмірний час);

Fr – критерій Фруда;

Eu – критерій Ейлера;

Re – критерій Рейнольдса.

Як згадувалось раніше, при гідромеханічній подібності двох потоків мають однакове значення критерії Ho , Eu , Fr , Re .

3.8 Умови теплової подібності

Теплова подібність передбачає подібність теплових потоків температурних полів. При цьому мають бути також геометрична та гідромеханічна подібність.

Припускаємо дві подібні системи. Маємо для першої системи рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial t'}{\partial \tau'} + w_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w_z \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial z'^2} \right); \quad (3.52)$$

рівняння теплообміну

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda \frac{\partial t'}{\partial x'}; \quad (3.53)$$

для другої системи рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial t''}{\partial \tau''} + w_x'' \frac{\partial t''}{\partial x''} + w_y'' \frac{\partial t''}{\partial y''} + w_z'' \frac{\partial t''}{\partial z''} = a'' \left(\frac{\partial^2 t''}{\partial x''^2} + \frac{\partial^2 t''}{\partial y''^2} + \frac{\partial^2 t''}{\partial z''^2} \right); \quad (3.54)$$

рівняння теплообміну

$$\alpha'' \Delta t'' = -\lambda'' \frac{\partial t''}{\partial x''}. \quad (3.55)$$

Маємо коефіцієнт подібності

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = k_l; \quad \frac{\tau''}{\tau'} = k_\tau \quad \text{і далі} \quad k_w, k_t, k_a, k_\lambda, k_\alpha.$$

Використовуючи ці коефіцієнти, запишемо рівняння другої системи

$$\begin{aligned} \frac{k_t}{k_\tau} \frac{\partial t'}{\partial \tau'} + \frac{k_w k_t}{k_l^2} \left(w_x \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_y \frac{\partial t'}{\partial y'} + w_z \frac{\partial t'}{\partial z'} \right) = \\ = \frac{k_a k_t}{k_l^2} \left(\frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial z'^2} \right); \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$k_a k_t \alpha' \Delta t' = \frac{-k_\lambda k_t \lambda'}{k_l} \frac{\partial t'}{\partial x'}. \quad (3.57)$$

Із умови тотожності рівнянь (3.52) і (3.53) з рівняннями (3.56) і (3.57) маємо

$$\begin{aligned} \frac{k_t}{k_\tau} = \frac{k_w k_t}{k_l} = \frac{k_a k_t}{k_l^2} = \text{const}; \\ k_a k_t = \frac{k_\lambda k_t}{k_l}. \end{aligned}$$

Після попарного порівняння маємо

$$\frac{k_t}{k_\tau} = \frac{k_a k_t}{k_l}; \quad \frac{k_a k_\tau}{k_l^2} = 1;$$

$$\frac{k_w k_\tau}{k_l} = \frac{k_a k_\tau}{k_l^2}; \quad \frac{k_a k_w}{k_l} = 1;$$

$$k_a k_t = \frac{k_\lambda k_t}{k_l}; \quad \frac{k_a k_l}{k_\lambda} = 1.$$

Підставляючи замість констант їх значення, маємо

$$\frac{a'\tau'}{l'^2} = \frac{a''\tau''}{l''^2} = \frac{a\tau}{l^2} = Fo - \text{критерій Фур'є};$$

$$\frac{a'w'}{l^1} = \frac{a''w''}{l''} = \frac{aw}{l} = Pe - \text{критерій Пекле};$$

$$\frac{\alpha'l'}{\lambda'} = \frac{\alpha''l''}{\lambda''} = \frac{\alpha l}{\lambda} = Nu - \text{критерій Нуссельта}.$$

Якщо в останньому виразі під l розуміється характерний розмір потоку, то використовують критерії Нуссельта. Якщо мається на увазі твердий об'єкт, то цей вираз вважають за критерій Біо (Bi).

Таким чином, при тепловій відповідно подібності двох чи більше потоків критерії подібності Fo , Пекле та Nu повинні бути однакові.

Критерій Пекле може бути перетворений таким способом:

$$Pe = \frac{wl}{a} = \frac{wl}{v} \frac{v}{a} = RePr,$$

де $Pr = \frac{\nu}{a}$ - критерії Прандтля.

3.9 Критеріальні рівняння конвективного теплообміну

При експериментальному вивченні конвективного теплообміну шуканою величиною являється коефіцієнт теплообміну α . Знайдена для різних випадків величина α разом з іншими фізичними характеристиками обробляється у вигляді деяких безрозмірних комплексів (критеріїв). Таким чином, формується функціональна залежність для деякої теплової системи, наприклад

$$Nu = f(Fo, Pe) = f(Fo, Re, Pr). \quad (3.58)$$

Як було сказано раніше, тепла подібність передбачає подібність гідромеханічну. Відомо, що потік може бути вільний і вимушений. Характер вимушеного потоку визначається критерієм Рейнольдса, тобто ламінарний ($Re \leq 2320$) або турбулентний ($Re > 2320$) рух. Для описання вільного переміщення розглянемо додаткові критерії

$$\frac{Re^2}{Fr} = \frac{gl}{w^2} \cdot \frac{w^2 l^2}{\nu^2} = \frac{gl^3}{\nu^2} - \text{критерій Галілея.} \quad (3.59)$$

Швидкість вільного потоку не є визначеною величиною. Критерій Галілея не включає в розгляд цю величину і розглядає тільки в'язкість та об'єм системи. Але цей критерій нічого не говорить про рух вільного потоку. Цей рух може бути зумовлений підйомною силою потоку. В свою чергу ця сила може бути спричинена різницею густини рідини чи газу в різних точках простору ρ_1 та ρ_2 , наприклад, за рахунок різних концентрацій чи температур. У зв'язку з цим маємо додаткові критерії

$$Ga \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} = Ar - \text{критерій Архімеда;} \quad (3.60)$$

$$Ga \cdot \beta \Delta t = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta \Delta t = Gr - \text{критерій Грасгофа,} \quad (3.61)$$

де β - коефіцієнт об'ємного розширення.

У загальному випадку може відбуватися разом вимушений і вільний рух. Тоді розглянемо два випадки.

3.10 Критеріальні рівняння гідромеханіки потоку

Нестаціонарний вимушено- вільний потік

$$Eu = f(Ho, Re, Gr). \quad (3.62)$$

Нестаціонарний вимушений потік

$$Eu = f(Ho, Re). \quad (3.63)$$

Нестаціонарний вільний потік

$$Eu = f(Ho, Gr). \quad (3.64)$$

Стаціонарний вимушений потік

$$Eu = f(Re). \quad (3.65)$$

Стаціонарний вільний потік

$$Eu = f(Gr). \quad (3.66)$$

3.11 Критеріальні рівняння теплової подібності потоку

Нестаціонарний вимушено-вільний потік

$$Nu = f(Fo, Re, Pr, Gr) \quad (3.67)$$

або

$$Nu = f(Fo, Re, Pe, Gr). \quad (3.68)$$

Нестаціонарний вимушений рух

$$Nu = f(Fo, Re, Pr) \quad (3.69)$$

або

$$Nu = f(Fo, Re, Pe). \quad (3.70)$$

Нестаціонарний вільний рух

$$Nu = f(Fo, Pr, Gr) \quad (3.71)$$

або

$$Nu = f(Fo, Pr, Ga). \quad (3.72)$$

Стаціонарний вимушено-вільний рух

$$Nu = f(Re, Pr, Gr). \quad (3.73)$$

Стаціонарний вимушений рух

$$Nu = f(Re, Pr). \quad (3.74)$$

Стаціонарний вільний рух

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (3.75)$$

3.12 Тепловіддача від шарів, вертикальних труб і плит при вільному русі

Тепловіддача від шарів, вертикальних труб і плит при вільному русі визначається за наступним рівнянням:

$$Nu_m = C(Gr Pr)_m^n, \quad (3.76)$$

де характерний розмір для шарів і труб – діаметр, для плит – висота;

$t_m = \frac{1}{2}(t_{cm} - t_p)$ - визначальна температура;

t_{cm} - температура стінки,

t_p - температура рідини за межами теплового шару;

m - знак осереднення величини.

Таблиця 3.2 - Розрахункові величини

№	$(Gr, Pr)_m$	C	n
1	$1 \cdot 10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	1,18	1/8
2	$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	0,54	1/4
3	$2 \cdot 10^2 \div 1 \cdot 10^{13}$	0,135	1/3

Формула (2.90) може бути використана для аналізу теплообміну з горизонтальними плитами. У цьому випадку за визначальний розмір приймають меншу сторону (ширину) плити. Якщо тепловіддавальна поверхня звернена вверх, то отримане значення α треба збільшити на 30%, якщо вниз - зменшити на 30%.

Для вільної тепловіддачі від горизонтальних труб

$$Nu_m = 0,51(Gr Pr)_p^{1/4} (Pr_p / Pr_{cm})^{1/4}, \quad (3.77)$$

де індекс p позначає, що параметр визначено по температурі носія за межами теплового шару;

Pr_{cm} – відповідає температурі поверхні стінки.

3.13 Вільна тепловіддача в обмеженому просторі

Частіше всього цей вид теплообміну має місце у вікнах з подвійним застеленням.

Будемо вважати, що теплообмін відбувається у обмеженому просторі між двома поверхнями через деякий теплоносій (рідкий або газоподібний). Має місце складне явище конвективного теплообміну, визване різними температурами стінок. З метою спрощення інженерних розрахунків введемо поняття *еквівалентний коефіцієнт теплопровідності* $\lambda_{ек}$. Будемо вважати, що процес теплообміну між поверхнями стінок відбувається по закону Фур'є для теплопровідності при віртуальному коефіцієнті $\lambda_{ек}$. Тоді маємо питомий тепловий потік:

$$q = \frac{\lambda_{ек}}{\delta} (t_1 - t_2), \quad (3.78)$$

де t_1 та t_2 – температури відповідних поверхонь;

δ - товщина прошарка.

Еквівалентний коефіцієнт теплопровідності визначається таким чином

$$\lambda_{ек} = \xi \lambda, \quad (3.79)$$

де ξ - безрозмірний коефіцієнт конвекції;

λ - реальний коефіцієнт теплопровідності теплоносія.

Коефіцієнт конвекції визначається згідно з критеріальним рівнянням

$$\xi = f(Gr Pr)_m. \quad (3.80)$$

Таким чином, циркуляція теплоносія залежить від його фізичних властивостей та різниці температур між частинками.

За визначальний розмір прийнята товщина прошарку, а за визначальну температуру – його середня температура

$$t_m = 0,5(t_1 + t_2). \quad (3.81)$$

Для розрахунків маємо таку залежність [1]

$$\xi_k = C(Gr Pr)_m^n \quad (3.82)$$

Для величин C та n маємо наступну таблицю.

Таблиця 2.3 - Значення коефіцієнтів C та n

№	$(Gr Pr)_m$	C	n
1	$<10^3$	1,00	0,0
2	$10^3 \div 10^6$	0,105	0,30
3	$10^6 \div 10^{10}$	0,400	0,20

3.14 Тепловіддача при вимушеному русі в трубах

Турбулентний режим:

$$Nu_m = 0,021 Re_m^{0,80} Pr_m^{0,43} \left(\frac{Pr_m}{Pr_{cm}} \right)^{0,25}, \quad (3.83)$$

де m - індекс m відноситься до середньої температури внутрішньої поверхні стінки;

d – внутрішній діаметр труби.

Ламінарний режим:

$$Nu_m = 0,17 Re_m^{0,33} Pr_m^{0,43} Gr^{0,10} \left(\frac{Pr_m}{Pr_{cm}} \right)^{0,25}. \quad (3.84)$$

Формули (3.83) і (3.84) справедливі для довгих труб, коли відношення довжини до внутрішнього діаметра труби $l/d > 50$. Для коротких труб вводиться коефіцієнт ξ_l . Тоді коефіцієнт тепловіддачі α_k буде становить

$$\alpha_k = \xi_l \alpha_\partial, \quad (3.85)$$

де α_∂ визначається для довгої труби.

Коефіцієнт ξ_l визначається згідно з таблицями 2.4 та 2.5.

Таблиця 2.4 - Поправковий коефіцієнт ξ_R для турбулентного режиму

$Re_m/l/d$	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1

$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1
----------------	------	------	------	------	------	------	------	------	---

Таблиця 2.5 - Значення коефіцієнта ξ_l для ламінарного режиму

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ξ_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,15	1,05	1,02	1,0

Для зігнутих труб вводиться поправковий коефіцієнт ξ_R для турбулентного режиму

$$\xi_R = 1 + 1,77 \frac{d}{R}, \quad (3.86)$$

де R – радіус закруглення труби.

Контрольні питання до теми 3:

1. Як впливає вільна конвекція на тепловіддачу при ламінарному русі рідини, за допомогою якого критерію подібності вона враховується в рівнянні?
2. Які рівняння подібності рекомендуються при ламінарному русі рідини?
3. Як враховується напрямок теплового потоку в критеріальному рівнянні?
4. Які рівняння подібності рекомендуються при турбулентному русі рідини?
5. Чим відрізняється тепловіддача в вигнутих трубах-змійовиках?
6. Які рівняння подібності рекомендуються при русі рідини уздовж пластини?
7. Описати три характерних випадка омивання одиночної труби при поперечному русі рідини.
8. Чим відрізняється процес тепловіддачі для одиночної труби при поперечному русі рідини?
9. Які рівняння подібності рекомендуються для одиночної труби при поперечному русі рідини?
10. Як визначити коефіцієнт тепловіддачі, якщо потік рідини, що омиває одиночну трубу, перпендикулярний до осі труби?
11. Які пучки труб застосовуються в техніці, якими параметрами вони характеризуються?
12. Описати докладно характер омивання пучків труб при поперечному русі рідини.
13. Які рівняння подібності рекомендуються для пучків труб при поперечному русі рідини?
14. Як визначається середній коефіцієнт тепловіддачі для пучка труб?
15. Описати механізм виникнення вільного потоку рідини.

16. Описати характерну картину вільного руху рідини у вертикальній стінки.

17. Якими рівняннями подібності описується тепловіддача при вільному русі рідини?

18. Як визначається коефіцієнт тепловіддачі при вільній конвекції в обмеженому просторі?

Тема 4. Складний теплообмін

4.1 Теплопередача через стінку

Як правило, теплообмін протікає одночасно за допомогою двох, а частіше трьох простих видів теплообміну. Такий теплообмін називається складним.

Теплопередача - це складний вид теплообміну, при якому теплота передається від одного рухомого гарячого середовища до іншого холодного середовищі через тверду стінку (рис. 4.1). При цьому в передачі теплоти одночасно беруть участь всі види теплообміну - теплопровідність, конвекція і випромінювання, які були детально вивчені в попередніх підрозділах.

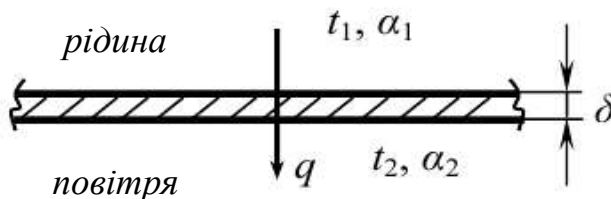


Рисунок 4.1. Теплопередача від рідини до повітря

У спеціальній літературі теплопередачу іноді називають *теплопроводностью при граничних умовах третього роду*. Дійсно, при наявності стінки процес теплопередачі складається з трьох ланок.

Перша ланка - перенесення теплоти конвекцією від гарячого теплоносія до стінки. Конвекція завжди супроводжується теплопровідністю і часто - випромінюванням.

Друга ланка - перенесення теплоти теплопровідністю через стінку. При поширенні теплоти в пористих тілах теплопровідність пов'язана з конвекцією і випромінюванням в порах.

Третя ланка - перенесення теплоти конвекцією від другої поверхні стінки до холодного теплоносія. У цьому процесі передачі теплоти конвекція також супроводжується теплопровідністю і випромінюванням.

Прикладами теплопередачі можуть служити: передача теплоти від гріючої води до повітря приміщення через стінки нагрівальних батарей центрального опалення, передача теплоти від димових газів до води через стінки кипятильних труб в парових котлах, передача теплоти від пари, що конденсується, до води через стінки труб конденсатора, передача теплоти від нагрітих газів до води через стінку циліндра двигуна внутрішнього згоряння і т. д.

У всіх розглянутих випадках стінка служить провідником теплоти і виготовляється з матеріалу з високою теплопровідністю. В інших випадках, коли потрібно зменшити втрати теплоти, стінка повинна бути ізолятором і виготовлятися з матеріалу з хорошими теплоізоляційними властивостями.

Стінки зустрічаються найрізноманітнішої форми: у вигляді плоских або ребристих листів, у вигляді пучка циліндричних або ребристих труб, у вигляді кульових поверхонь і т. п.

Процеси тепловіддачі і випромінювання є складовими частинами теплопередачі, але при цьому необхідно мати на увазі наступне: кількісною характеристикою процесу теплообміну від рухомого середовища до стінки (або навпаки) є сумарний коефіцієнт тепловіддачі α_{Σ} , Вт/(м²·°C), який враховує перенесення теплоти теплопровідністю, конвекцією і випромінюванням

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_K + \alpha_L, \quad (4.1)$$

де α_K - коефіцієнт тепловіддачі, який враховує перенос теплоти конвекцією та теплопровідністю, Вт/(м²·°C);

α_L - коефіцієнт тепловіддачі, який враховує перенос теплоти випромінюванням, Вт/(м²·°C).

Відповідно до рівняння Ньютона-Ріхмана можна записати:

$$q_K = \alpha_K (T_P - T_{II}); \quad (4.2)$$

$$q_L = \alpha_L (T_P - T_{II}), \quad (4.3)$$

де T_{II} , T_P – абсолютні температури рідини та поверхні, К.

Враховуючи закон Стефана-Больцмана, коефіцієнт тепловіддачі, який враховує перенос теплоти випромінюванням, можна визначити як:

$$\alpha_{II} = \varepsilon \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_{II}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_P}{100} \right)^4 \right] / (T_{II} - T_P). \quad (4.4)$$

На практиці за допомогою коефіцієнту α_{II} , визначеного за формулою (4.4), проводиться врахування промененого теплообміну в задачах тепловіддачі та теплопередачі.

Таким чином, сумарна щільність теплового потоку при тепловіддачі дорівнює

$$q_{II} = (\alpha_K + \alpha_{II})(T_P - T_{II}) = \alpha_{\Sigma}(T_P - T_{II}). \quad (4.5)$$

Сумарний коефіцієнт тепловіддачі α_{Σ} , Вт/(м²·°C), який входить в рівняння (4.5), входить також і в рівняння теплопередачі. В подальшому будемо мати на увазі, що загальному випадку теплопередачі від одного середовища до іншого (рис. 4.1) коефіцієнти тепловіддачі α_1 та α_2 , які враховують конвекцію, теплопровідність та випромінювання, дорівнюють відповідно:

$$\alpha_1 = \alpha_{K1} + \alpha_{II1}, \quad (4.6)$$

$$\alpha_2 = \alpha_{K2} + \alpha_{II2}. \quad (4.7)$$

4.1.1 Теплопередача через плоску стінку

Однорідна плоска стінка має товщину S і коефіцієнт теплопровідності λ (рис. 4.2). Теплоносій зліва стінки має температуру t_{1T} , справа t_{2T} . Температури поверхонь стінки t_{1C} та t_{2C} невідомі. Температурне поле теплоносіїв та стінки змінюється у напрямку x (тобто температурне поле одномірне). Температурне поле системи стаціонарне (тобто не залежить від температури). Тепловий потік, що входить через ліву поверхню стінки дорівнює тепловому потоку, що виходить через праву поверхню стінки.

Відомі значення коефіцієнтів тепловіддачі від теплоносіїв до поверхонь стінки (α_1 та α_2). Теплообмінна система складається із трьох частин:

- конвективний теплообмін між лівим теплоносієм та лівою поверхнею стінки;
- теплопровідність усередині стінки;
- конвективний теплообмін між правою поверхнею стінки та правим теплоносієм.

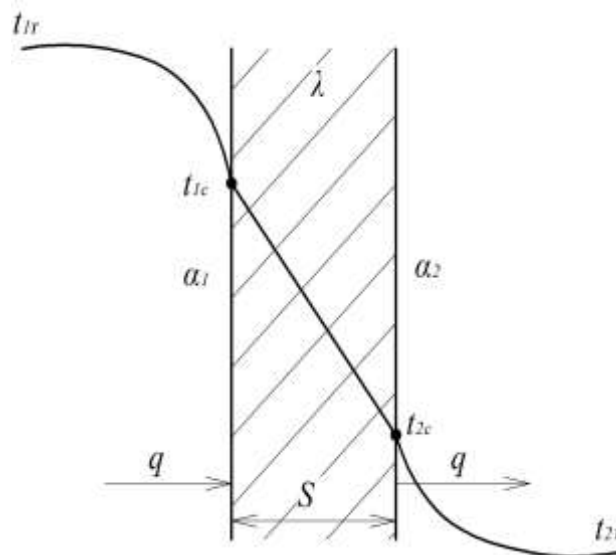


Рисунок 4.2. Теплопередача через плоску стінку

Маємо математичні вирази питомого теплового потоку для кожного виду теплообміну (оскільки система стаціонарна, тепловий потік для всіх частин однаковий):

$$q = \alpha_1(t_{1T} - t_{1C}) = \frac{t_{1T} - t_{1C}}{\frac{1}{\alpha_1}} = \frac{t_{1T} - t_{1C}}{R_1}; \quad (4.8)$$

$$q = \frac{t_{1C} - t_{2C}}{\frac{S}{\lambda}} = \frac{t_{1C} - t_{2C}}{R_2}; \quad (4.9)$$

$$q = \alpha_2(t_{2C} - t_{2T}) = \frac{t_{2C} - t_{2T}}{\frac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_{2C} - t_{2T}}{R_3}, \quad (4.10)$$

де $R_1 = \frac{1}{\alpha_1}$ - тепловий опір переходу теплоти конвекцією від першого теплоносія до правої поверхні стінки;

$R_2 = \frac{S}{\lambda}$ - тепловий опір переходу теплоти теплопровідністю усередині стінки;

$R_3 = \frac{1}{\alpha_2}$ - тепловий опір переходу теплоти шляхом конвекції від правої поверхні до другого теплоносія.

Маємо наступні температурні напори

$$\Delta t_1 = t_{1T} - t_{1C} = qR_1; \quad (4.11)$$

$$\Delta t_2 = (t_{1C} - t_{2C}) = qR_2; \quad (4.12)$$

$$\Delta t_3 = (t_{2c} - t_{2T}) = qR_3. \quad (4.13)$$

Загальний температурний напір при теплопередачі від першого теплоносія до другого через стінки

$$\Delta t = (t_{1T} - t_{2T})R, \quad (4.14)$$

де R - загальний тепловий опір переходу теплоти між теплоносіями,

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{S}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (4.15)$$

Питомий тепловий потік при теплопередачі через стінку

$$q = k(t_{1T} - t_{2T}), \quad (4.16)$$

де k – коефіцієнт теплопередачі системи із трьох частин

$$k = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{S}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

Цей коефіцієнт має смисл: питомий тепловий потік шляхом теплопередачі при одиничному температурному напорі між теплоносіями, Вт/ м² К.

Якщо стінка складається із декількох шарів, які мають відповідно товщину S_n та коефіцієнт теплопровідності λ_n , то тепловий опір теплопередачі дорівнює:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{S_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (4.17)$$

Коефіцієнт теплопередачі у цьому випадку

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (4.18)$$

Для ілюстрації приведемо наступний рисунок 4.3.

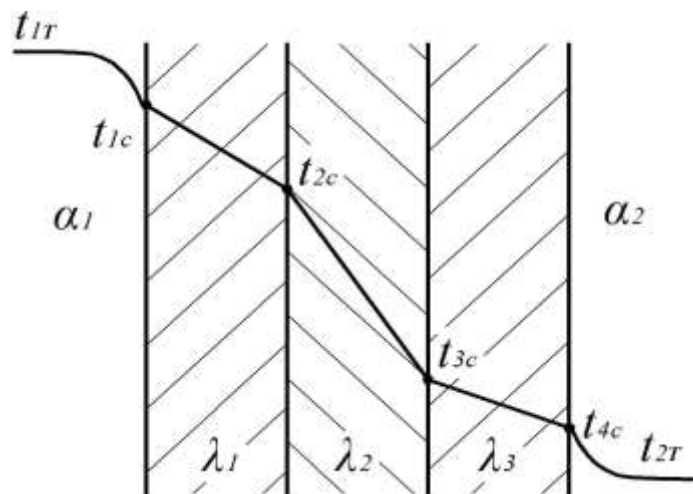


Рисунок 4.3. Теплопередача через тришарову стінку

Тоді маємо питомі теплові потоки

$$\begin{aligned}
q &= \frac{t_{1T} - t_{1C}}{R_1}; \\
q &= \frac{(t_{1C} - t_{2C})}{R_2}; \\
q &= \frac{t_{i+1} - t_i}{R_i}; \\
q &= \frac{t_{i+1} - t_m}{R_{i+1}}, \tag{4.19}
\end{aligned}$$

а також теплові напори

$$\Delta t_1 = (t_{1T} - t_{1C}) = qR_1; \tag{4.20}$$

$$\Delta t_2 = (t_{1C} - t_{2C}) = qR_2; \tag{4.21}$$

$$\Delta t_i = (t_i - t_{i+1})R_i; \tag{4.22}$$

$$\Delta t = (t_{1T} - t_{2T})R. \tag{4.23}$$

При визначенні температур проміжних поверхонь треба в останніх формулах поступово визначати температури поверхонь, наприклад для визначення t_{1C} .

$$t_{C1} = t_1 - qR_1; \tag{4.24}$$

$$t_{C2} = t_{C1} - qR_2; \tag{4.25}$$

$$t_{C_{i+1}} = t_{C_{i+1}} - qR_{i+1}. \tag{4.26}$$

4.1.2 Теплопередача через циліндричну стінку

Мається циліндрична труба довжиною $l = l_M$ (рис. 4.4). Стінка труби має коефіцієнт теплопровідності λ . Усередині труби протікає теплоносій з відомою температурою t_{1T} . Температури поверхонь труби t_{1C} та t_{2C} невідомі. Температура зовнішнього теплоносія t_{2T} . Коефіцієнти тепловіддачі від теплоносіїв до поверхонь труби відомі α_1 та α_2 . При стаціонарному температурному полі системи кількість теплоти Q , що входить від теплоносія до внутрішньої поверхні дорівнює цій же кількості при виході через зовнішню поверхню.

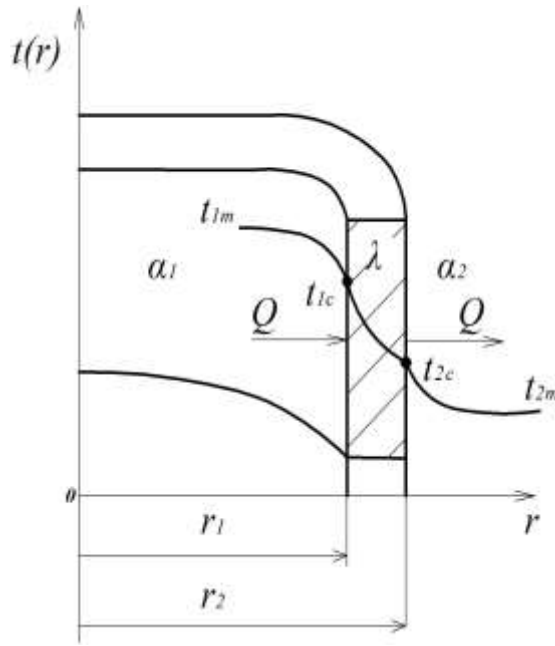


Рисунок 4.4. Теплопередача через циліндричну стінку

Маємо відповідні радіуси: внутрішній r_1 та зовнішній r_2 . треба мати на увазі, що ізотермічні поверхні збільшують свою площу при переході від r_1 до r_2 . Тому використовуємо не питомий тепловий потік ($\frac{Bm}{M^2}$), а тепловий потік $Q(Bm)$. Відповідно, ця теплота входить через внутрішню поверхню стінки $F_1 = \pi d_1$, а виходить через поверхню поверхню $F_2 = \pi d_2$ (вважаючи, що довжина труби $l=1m$).

Маємо лінійний тепловий потік

$$Q = \alpha_1 \pi d_1 (t_{1T} - t_{1C}); \quad (4.27)$$

$$Q = \frac{2\pi\lambda(t_{1C} - t_{2C})}{\ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (4.28)$$

$$Q = \alpha_2 \pi d_2 (t_{2C} - t_{2T}). \quad (4.29)$$

Визначимо часткові напори

$$\Delta t_1 = (t_{1T} - t_{1C}) = Q \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} = \frac{Q}{\pi} R_1; \quad (4.30)$$

$$\Delta t_2 = (t_{1C} - t_{2C}) = \frac{Q}{\pi} \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\lambda} = \frac{Q}{\pi} R_2; \quad (4.31)$$

$$\Delta t_3 = (t_{2C} - t_{2T}) = \frac{Q}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_2} = \frac{Q}{\pi} R_3. \quad (4.32)$$

У цьому випадку маємо:

$$k_{\text{л}} = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (4.33)$$

де $k_{\text{л}}$ - лінійний коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м·К).

Відповідно, рівняння теплопередачі через одношарову циліндричну стінку можна записати:

$$Q = k_{\text{л}} \pi l (t_{\text{т}2} - t_{\text{т}1}). \quad (4.34)$$

Числове значення лінійного коефіцієнта теплопередачі циліндричної стінки $k_{\text{л}}$ є кількість теплоти, що проходить через 1 м труби в одиницю часу від гарячого теплоносія до холодного при різниці температур між ними в 1°.

Значення щільності теплового потоку q_1 і q_2 , Вт / м², віднесені до внутрішньої або зовнішньої поверхні, будуть відмінні один від одного і рівні відповідно:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{k_{\text{л}}}{d_1} (t_1 - t_2); \quad (4.35)$$

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{k_{\text{л}}}{d_2} (t_1 - t_2). \quad (4.36)$$

Величину, зворотну лінійному коефіцієнту теплопередачі, позначають $R_{\text{л}}$, м·К/Вт, і називають *повним лінійним термічним опором* теплопередачі через циліндричну стінку

$$R_{\text{л}} = \frac{1}{k_{\text{л}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}; \quad (4.37)$$

де $\frac{1}{\alpha_1 d_1}$ та $\frac{1}{\alpha_2 d_2}$ - термічні опори тепловіддачі;

$\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$ - термічний опір одношарової циліндричної стінки.

Температури внутрішньої і зовнішньої поверхонь циліндричної стінки $t_{\text{с}1}$ і $t_{\text{с}2}$, °С, визначаються за формулами

$$t_{\text{с}1} = t_1 - \frac{Q}{\alpha_1 d_1 \pi l}; \quad (4.38)$$

$$t_{\text{с}2} = t_2 - \frac{Q}{\alpha_2 d_2 \pi l}. \quad (4.39)$$

При перенесенні теплоти через багатошарову циліндричну стінку, що має n шарів, тепловий потік Q , Вт, буде дорівнювати:

$$Q = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}} . \quad (4.40)$$

4.2 Критичний діаметр ізоляції

Тепловою ізоляцією називають всяке покриття гарячої поверхні, яке сприяє зниженню втрат теплоти в навколишнє середовище.

Для теплової ізоляції можуть бути використані будь-які матеріали з низькою теплопровідністю - пробка, мінеральна вата, пінополіуретан, пінополістирол і інші, але теплоізоляційними вважаються тільки ті матеріали, коефіцієнт теплопровідності яких $\lambda \leq 0,2 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$.

Аналіз формули повного лінійного термічного опору теплопередачі циліндричної стінки показує, що теплові втрати ізольованих трубопроводів зменшуються не пропорційно збільшенню товщини ізоляції. Розглянемо умову, при якій матеріал, який використовується для ізоляції труби, буде зменшувати теплові втрати.

Нехай циліндрична труба покрита одношаровою ізоляцією. При постійних $\alpha_1, \alpha_2, d_1, d_2, \lambda_1, \lambda_2, t_1$ і t_2 розглянемо, як буде змінюватися повний термічний опір при зміні товщини ізоляції. Рівняння повного термічного опору двошарової циліндричної стінки має вигляд

$$R_{\text{л}} = \frac{1}{k_{\text{л}}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} ; , \quad (4.41)$$

де d_3 - зовнішній діаметр ізоляції, м;

λ_2 - коефіцієнт теплопровідності ізоляції, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$.

При збільшенні зовнішнього діаметра ізоляції d_3 збільшується опір шару ізоляції $\frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}$, але одночасно зменшується опір тепловіддачі на зовнішній поверхні ізоляції $\frac{1}{\alpha_2 d_3}$.

Візьмемо першу похідну від правої частини рівняння (4.41) по d_3 і прирівняємо її до нуля, в результаті отримаємо

$$\frac{d(R_{\text{л}})}{d(d_3)} = \frac{1}{2\alpha_2 d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3^2} . \quad (4.42)$$

Тоді *критичний діаметр ізоляції* $d_{\text{кр}}$, що відповідає екстремальній точці кривої функції $R_{\text{л}} = f(d_3)$, визначається формулою .

$$d_{кр} = d_3 = \frac{2\lambda_2}{\alpha_2} . \quad (4.43)$$

З рівняння (4.43) випливає, що критичний діаметр ізоляції не залежить від розмірів трубопроводу. Він буде тим менше, чим менше коефіцієнт теплопровідності ізоляції і чим більше коефіцієнт тепловіддачі α_2 від зовнішньої поверхні ізоляції до навколишнього середовища. Друга похідна від $R_{л}$ більше нуля. Отже, критичний діаметр відповідає мінімуму теплового опору і максимуму теплового потоку (рис. 4.5).

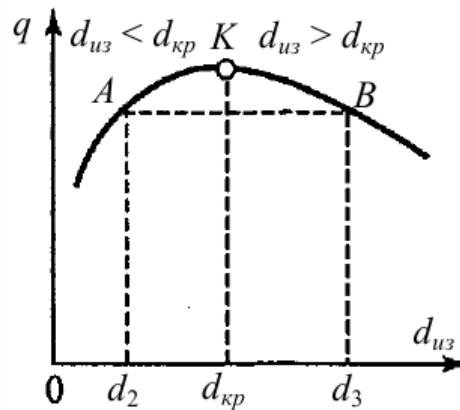


Рисунок 4.5. Залежність теплових втрат від діаметру теплоізоляції

Аналіз рівняння (4.43) показує, що якщо зовнішній діаметр теплової ізоляції $d_{из}$ збільшується, але залишається менше $d_{кр}$, то теплові втрати зростають і будуть більше тепловтрат голого трубопроводу (крива АК). У разі рівного розподілу $d_{из} = d_{кр}$ тепловтрати в навколишнє середовище (точка К) є максимальними. При подальшому збільшенні зовнішнього діаметра ізоляції $d_{из} > d_{кр}$ тепловтрати будуть трохи менше, ніж при $d_{из} = d_{кр}$ (крива ВК). Тільки при $d_{из} = d_3$ теплові втрати знову стануть такими ж, як і для неізольованного трубопроводу.

Отже, для ефективної роботи теплоізоляції необхідно, щоб критичний діаметр був менше зовнішнього діаметра оголеного трубопроводу, тобто щоб $d_{кр} \leq d_2$ (рис. 4.5). Таким чином, для того щоб ізоляція викликала зменшення тепловтрат циліндричної стінки в порівнянні з голим трубопроводом, при цьому зовнішньому діаметрі труби d_2 і заданому коефіцієнті тепловіддачі α_2 , необхідно, щоб

$$\lambda_{из} = \frac{\alpha_2 d_2}{2} . \quad (4.44)$$

Наприклад, для ізоляції трубопроводу діаметром $d_2 = 30$ мм є шлакова вата, теплопровідність якої $\lambda_{из} = 0,1$ Вт/(м·К), коефіцієнт тепловіддачі $\alpha_2 = 4,0$ Вт/(м²·К). Чи доцільно застосовувати в даному випадку в якості ізоляції шлакову вату? Критичний діаметр ізоляції

$$d_{кр} = 2\lambda_{із} / \alpha_2 = 2 \cdot 0,1 / 4 = 0,05 \text{ м} = 50 \text{ мм}.$$

Так як $d_{кр} > d_2$, шлакову вату в даному випадку застосовувати недоцільно. Для нашої задачі коефіцієнт $\lambda_{із}$ повинен бути менше, тобто

$$\lambda_{із} \leq 4 \cdot 0,03 / 2 = 0,06 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot \text{К}).$$

4.3 Інтенсифікація теплопередачі

Практика експлуатації теплообмінних апаратів і обладнання вимагає найкращих умов передачі теплоти від гарячого середовища до холодного. Ці умови головним чином залежать від значення коефіцієнта теплопередачі. Однак чисельного значення коефіцієнта теплопередачі k , $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, недостатньо для встановлення впливу на його величину різних факторів. Для цього необхідно знати всі термічні опори теплопередачі.

Розглянемо вплив термічних опорів теплопередачі на знання коефіцієнта k на прикладі.

Визначимо коефіцієнт теплопередачі k , $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, для чавунного радіатора системи опалення. Прийmemo, що теплопередача відбувається через одношарову плоску стінку товщиною $\delta = 10 \text{ мм}$, коефіцієнт теплопровідності стінки $\lambda = 10 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, коефіцієнти тепловіддачі від води до внутрішньої поверхні стінки $\alpha_1 = 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, від зовнішньої поверхні стінки до повітря $\alpha_2 = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Коефіцієнт теплопередачі розраховується за формулою

$$k = \frac{1}{1/1000 + 0,01/10 + 1/10} = 9,98 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}. \quad (4.45)$$

Отримане значення коефіцієнта теплопередачі менше найменших значень λ і α_2 , що входять в формулу. З аналізу складових виразу для k робимо висновок, що для збільшення коефіцієнта теплопередачі, а значить і інтенсифікації самого процесу теплопередачі, необхідно зменшити максимально термічний опір. В даному випадку необхідно зменшити величину $1/\alpha_2$ або збільшити сам коефіцієнт α_2 . Для цього можна, наприклад, вільну конвекцію замінити на вимушену і влаштувати обдув радіатора спрямованим потоком повітря.

У разі, якщо коефіцієнти α_1 і α_2 досить великі, а найбільшим є термічний опір стінки δ/λ , то необхідно зменшити товщину стінки або взяти матеріал з більшою теплопровідністю.

Для інтенсифікації теплопередачі можна збільшити площу поверхні теплообміну за рахунок оребрення (рис. 4.6). Оребрені поверхні використовуються з того боку, де коефіцієнт тепловіддачі дуже малий. У зв'язку з тим, що поверхня теплообміну з обох сторін розглянутої стінки неоднакова, розрахунок величин k і q можна виконувати для одиниці гладкою або оребреної поверхні.

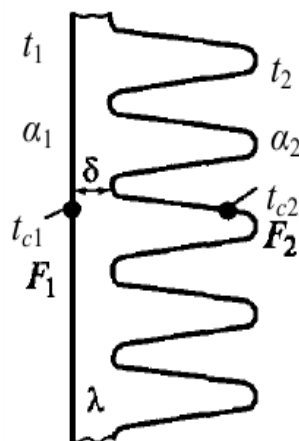


Рисунок 4.6. Схема теплопередачі через оребрену стінку

Відношення площі оребрення до площі гладкої стінки називається коефіцієнтом оребрення $m = F_2/F_1$.

У цьому випадку коефіцієнт теплопередачі k_1 , Вт/(м²·К), через гладку поверхню стінки (рис. 4.6) дорівнює

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2 m}}. \quad (4.46)$$

При порівнянні отриманої формули (4.46) з формулами (4.24 - 4.26) бачимо, що при оребренні термічний опір, який дорівнює $1/\alpha_2$, зменшився в m разів. Коефіцієнт теплопередачі k_2 , Вт/(м²·К), через оребрену поверхню стінки дорівнює

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} m + \frac{\delta}{\lambda} m + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (4.47)$$

Оребрені поверхні з ребрами різної конфігурації широко застосовують в теплообмінних апаратах для інтенсифікації теплопередачі. Більш детальна методика розрахунку оребрених поверхонь теплообміну наводиться в підручниках [4, 6].

Контрольні питання до теми 4:

1. Що таке складний теплообмін?
2. Що називається теплопередачею? Наведіть приклади теплопередачі.
3. Як на практиці враховується променистий теплообмін при теплопередачі і тепловіддачі?
4. Що називається коефіцієнтом теплопередачі?

5. Що називається повним термічним опором, і з яких величин воно складається?
6. Передача теплоти через багат шарову плоску стінку і коефіцієнт теплопередачі для неї.
7. Як визначаються температури поверхонь стінки?
8. Передача теплоти через одно шарову циліндричну стінку: висновок рівняння.
9. Лінійний коефіцієнт теплопередачі через одно шарову циліндричну стінку: дати визначення.
10. Рівняння повного термічного опору через багат шарову циліндричну стінку.
11. Тепловий потік і коефіцієнт теплопередачі через багат шарову циліндричну стінку.
12. Визначення температур внутрішньої і зовнішньої поверхонь циліндричної стінки.
13. Що називається критичним діаметром ізоляції, і як він визначається? Які потрібні умови, щоб ізоляція зменшувала втрати теплоти?
14. У яких випадках і за рахунок чого можна інтенсифікувати теплопередачу? У яких випадках застосовують ребристі стінки?
15. Яке існує загальне правило для інтенсифікації теплопередачі?

Тема 5. Теплообмінні апарати

5.1 Типи теплообмінних апаратів

Тепломасообмінні апарати - це пристрої, в яких здійснюються процеси тепло- і масообміну між двома або кількома середовищами. Останні прийнято називати *теплоносіями*. Якщо апарат призначений тільки для передачі теплоти від одного середовища до іншого, то часто його називають *теплообмінником*.

Тепломасообмін між теплоносіями є одним з найбільш важливих і часто використовуваних в техніці процесів. Практично у всіх машинах і апаратах будь-

які перетворення енергії з одного виду в інший, а також передача енергії і речовини від одного теплоносія до іншого здійснюються за допомогою тепломасообміну. Наприклад, отримання пари заданих параметрів в сучасному парогенераторі засноване на процесі передачі теплоти від одного теплоносія (гарячих продуктів згоряння) до іншого (воді).

Тепломасообмін має місце в конденсаторах і градирнях теплових електростанцій, повітропідігрівниках доменних печей і тепловикористовуючих установках хімічної промисловості і в багатьох інших пристроях. Робочі процеси, що відбуваються в тепломасообмінних апаратах, можуть бути найрізноманітнішими: нагрівання, охолодження, випаровування, кипіння, конденсація, плавлення, затвердіння і більш складні процеси, які є комбінацією перерахованих. В процесі теплообміну може брати участь кілька теплоносіїв: теплота від одного з них може передаватися кільком і від кількох - одному. Тому тепломасообмінні апарати можна класифікувати за призначенням - підігрівачі, конденсатори, охолоджувачі, випарники, пароперетворювачі і т. п. Однак ця класифікація є не дуже зручною, оскільки кожен тепломасообмінний апарат призначений для якогось конкретного робочого процесу, а таких процесів в техніці досить багато. Більш зручно класифікувати тепломасообмінні апарати за принципом дії: на рекуперативні, регенеративні, змішувальні і теплообмінні пристрої з внутрішніми джерелами теплоти.

Рекуперативні теплообмінні апарати є пристроями, в яких дві рідини з різними температурами течуть в просторі, розділеному твердою стінкою. Теплообмін відбувається за рахунок конвекції і теплопровідності стінки, а якщо хоч одна з рідин є випромінюючим газом, то і за рахунок теплового випромінювання. Прикладом таких апаратів є котли, підігрівачі, конденсатори, випарні апарати і ін. При теплообміні в апаратах такого типу тепловий потік в кожній точці поверхні розділової стінки зберігає постійний напрям. Процес теплообміну протікає безперервно і має зазвичай стаціонарний характер. На рис. 5.1 показаний приклад рекуперативного теплообмінника, в якому один з теплоносіїв протікає всередині труб, що знаходяться всередині кожуха, а другий омиває зовнішні поверхні цих труб. Тому такі апарати називають кожухотрубні.

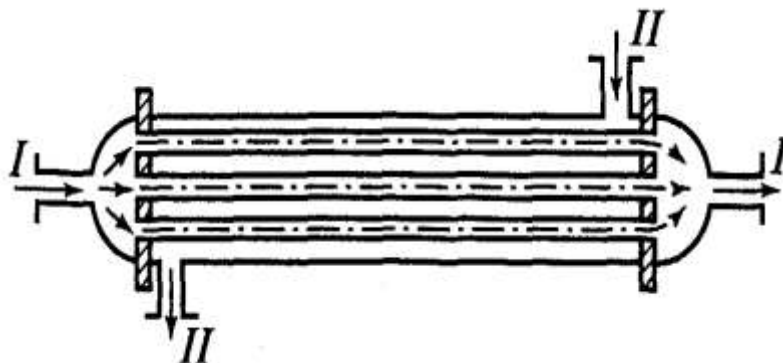


Рисунок 5.1. Найпростіший рекуперативний теплообмінник кожухотрубного типу: I – горячий теплоносій; II – холодний теплоносій

Стінка, яка омивається з обох сторін теплоносіями, називається робочою поверхнею теплообмінника. В даний час в системах тепlopостачання замість кожухотрубних підігрівачів все частіше встановлюються пластинчасті теплообмінники, які також відносяться до рекуперативним апаратів (рис. 4.2).

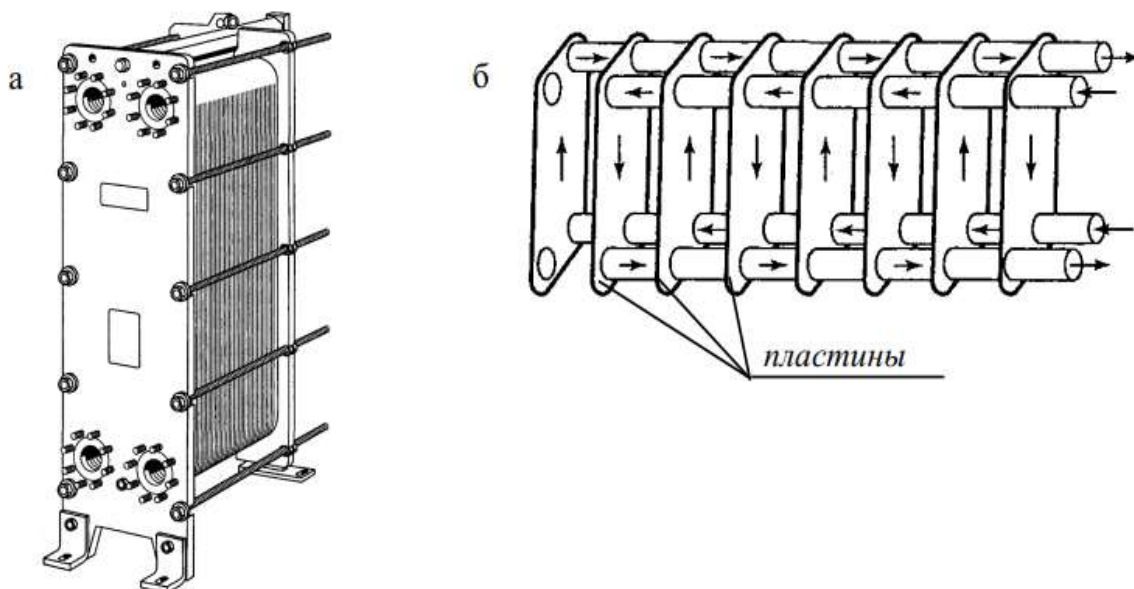


Рисунок 5.2. – Пластинчастий водо-водяний теплообмінник: а - загальний вид ; б - схема руху теплоносіїв

Пластинчасті теплообмінники мають цілу низку переваг в порівнянні з кожухотрубними:

- коефіцієнт теплопередачі в 3 - 4 рази більше, ніж в кожухотрубних, завдяки спеціальному гофрованого профілю пластин;
- робоча поверхня в 3 - 4 рази менше, тому вони більш компактні і мають меншу металоємність;
- легко розбираються, швидко чистяться, можна швидко замінити прокладку або пластину і збільшити поверхню теплообміну.

Регенеративні теплообмінники - це такі апарати, в яких одна і та ж поверхня нагріву через певні проміжки часу омивається то гарячою, то холодною рідиною (рис. 5.3, 5.4). Поверхня нагріву регенератора називається *теплоакумулюючою насадкою*. Спочатку насадка відбирає (акумулює) теплоту від гарячого теплоносія I і нагрівається, а потім віддає енергію холодного теплоносія II. У різні періоди часу теплообміну (нагрів або охолодження поверхні нагрівання) напрямок теплового потоку в кожній точці поверхні нагрівання змінюється на протилежне.

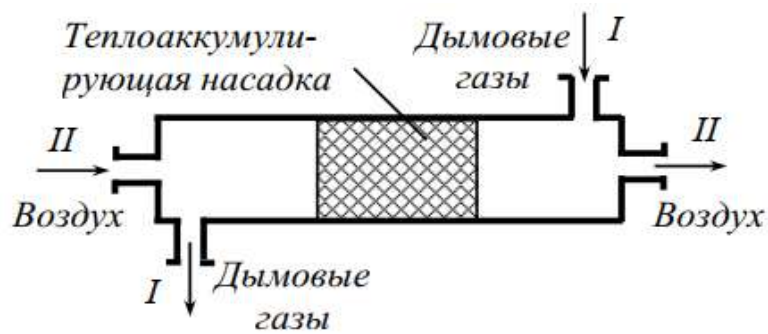


Рисунок 5.3. Найпростіший регенеративний теплообмінник з нерухомою насадкою: I – гарячий теплоносій; II – холодний теплоносій

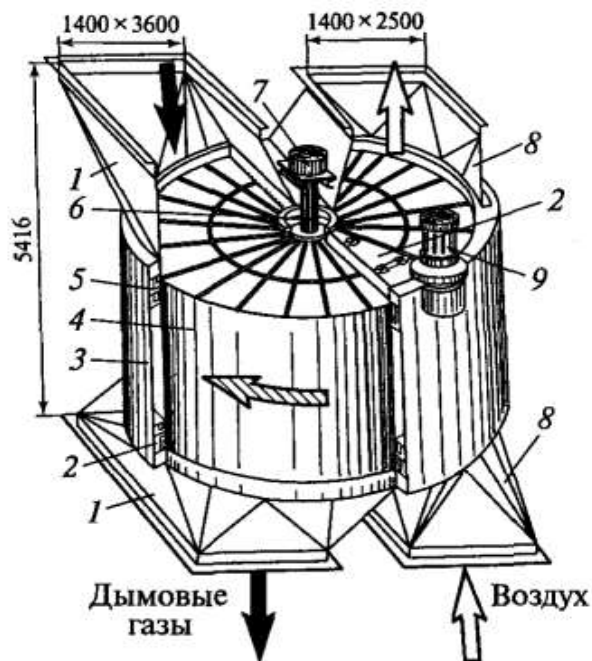


Рисунок 5.4. Регенеративний повітря підігрівач з насадкою, що обертається: 1- газові патрубки; 2,5 – радіальне та периферійне ущільнення; 3- нерухомий зовнішній кожух; 4 – насадка; 6 – вал ротора; 7 – верхній та нижній підшипники

Таким чином, в регенераторах теплообмін завжди відбувається в нестационарних умовах, тоді як рекуперативні теплообмінні апарати здебільшого працюють в стаціонарному режимі. Типовим прикладом регенеративних апаратів є повітря підігрівачі мартенівських і доменних печей. Теплоакумулююча насадка регенеративних апаратів може бути виконана з різних матеріалів і при роботі апарату залишатися нерухомою або переміщатися. Як приклад на рис. 5.4 представлена схема регенеративного повітря підігрівача котельного агрегату, з насадкою, що обертається. Ротор регенератора має насадку з тонких гофрованих сталевих листів, яка повільно обертається зі швидкістю 2 - 5 об/хв. До кожуха приєднуються повітряний і газовий короба. Під час роботи теплообмінника при

обертанні ротора нагріті елементи насадки безперервно переходять з порожнини гарячих газів в порожнину холодного повітря, а охолоджені елементи - навпаки.

Змішувальні тепломасообмінні апарати - це пристрої, в яких здійснюється тепломасообмін при безпосередньому контакті і змішуванні гарячого та холодного середовищ. Тому такі апарати іноді називають контактними (рис. 5.5). Найбільш важливим фактором в робочому процесі змішувального тепломасообмінного апарату є поверхня зіткнення теплоносіїв, яка створюється в насадці або на тарілках за рахунок розбиття теплоносіїв на тонкі струмені.

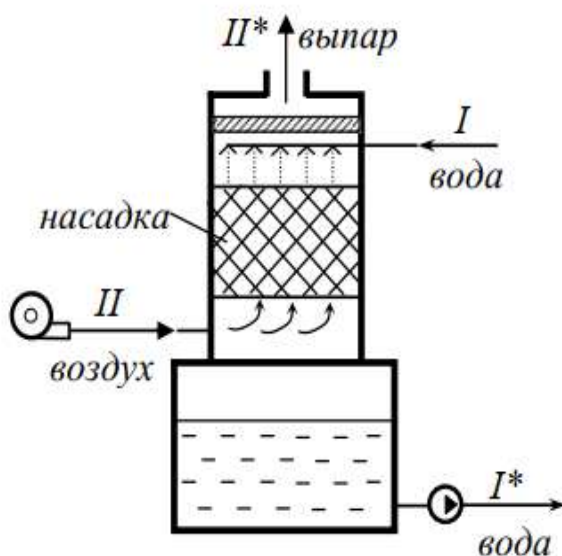


Рисунок 5.5. Принципова схема змішувального тепломасообмінного апарату: I, I^* - перший теплоносій з початковими і кінцевими параметрами; Π, Π^* - другий теплоносій з початковими і кінцевими параметрами

Типовим прикладом таких теплообмінників є градирні теплових електричних станцій. В градирнях вода охолоджується атмосферним повітрям. Повітря безпосередньо стикається з водою і перемішується з парою, що виникає через часткове випаровування води. Крім градирень, до камер змішувачів тепломасообмінних апаратів відносяться деаератори, декарбонізатори, контактні економайзери, скрубери та інші.

У теплообмінниках з внутрішніми джерелами енергії застосовуються не два, як зазвичай, а один теплоносій, який відводить теплоту, виділену в самому апараті. Прикладом таких апаратів можуть служити ядерні реактори, електронагрівачі і інші пристрої. Незалежно від принципу дії теплообмінні апарати, що застосовуються в різних областях техніки, як правило, мають свої спеціальні назви. Ці назви визначаються технологічним призначенням і конструктивними особливостями теплообмінних пристроїв. Однак з теплотехнічної точки зору всі апарати мають одне призначення - передачу

теплоти і речовини від одного теплоносія до іншого або поверхні твердого тіла до рухомих теплоносіїв. Останнє і визначає ті загальні положення, які лежать в основі теплового розрахунку будь-якого теплообмінного апарату.

5.2 Тепловий розрахунок рекуперативних теплообмінних апаратів

Теплові розрахунки теплообмінних апаратів можуть бути конструктивними і перевірочними.

Конструктивні (проектні) теплові розрахунки виконуються при проектуванні нових апаратів, метою розрахунку є визначення поверхні теплообміну.

Перевірочні теплові розрахунки виконуються в разі, якщо відома поверхня нагріву теплообмінного апарату і потрібно визначити кількість переданої теплоти і кінцеві температури робочих рідин. Тепловий розрахунок теплообмінних апаратів зводиться до спільного вирішення рівнянь теплового балансу і теплопередачі. Ці два рівняння лежать в основі будь-якого теплового розрахунку.

Розглянемо стаціонарний режим роботи теплообмінника, зображеного на рис. 5.6.

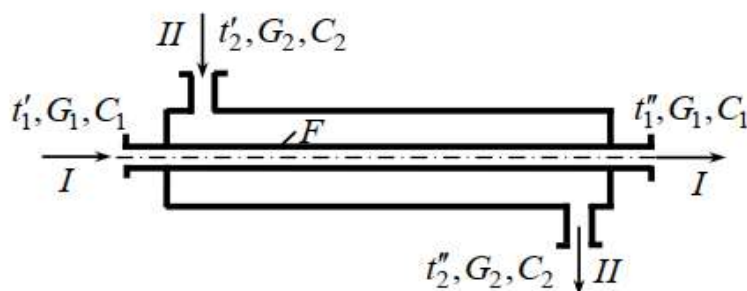


Рисунок 5.6. Принципова схема рекуперативного теплообмінного апарату типу «труба» в «трубі»

Рівняння теплового балансу для такого теплообмінника виглядає наступним чином:

$$Q = G_1 \cdot C_1 (t'_1 - t''_1) \eta_n = G_2 \cdot C_2 (t''_2 - t'_2). \quad (5.1)$$

Тут і надалі індекс «1» означає, що дана величина віднесена до гарячого теплоносія, а індекс «2» - до холодного. Позначення (штрих) відповідає величині для розрахунку на вході в теплообмінник, (два штриха) - на виході.

Для апаратів з зміною агрегатного стану одного з теплоносіїв можна записати в наступному вигляді

$$Q = D_1(i_1 - i_k) \eta_n = G_2 \cdot C_2 (t''_2 - t'_2). \quad (5.2)$$

У рівняннях (5.1) і (5.2) Q - теплова продуктивність, Вт; G_1 і G_2 - витрати теплоносіїв, незмінні агрегатного стану, кг/с; D_1 - витрата теплоносія, що змінює

агрегатний стан, кг/с; C_1 і C_2 - теплоємності теплоносіїв, Дж / (кг·К); t_1 і t_2 - температури теплоносіїв, °С; i_1 і i_k - ентальпії пари і конденсату, Дж/кг; η_n - коефіцієнт, що враховує втрати теплоти апаратом в навколишнє середовище.

На основі рівнянь (5.1) і (5.2) визначають витрати теплоносіїв:

а) для теплообміну без зміни агрегатного стану теплоносіїв

$$G_1 = \frac{Q}{C_1(t_1' - t_1'')\eta_n} \quad \text{та} \quad G_2 = \frac{Q}{C_1(t_2'' - t_2')\eta_n} . \quad (5.3)$$

б) для теплообміну зі зміною агрегатного стану одного з теплоносіїв

$$D_1 = \frac{G_2 \cdot C_2(t_2'' - t_2')}{(i_1 - i_k)\eta_n} \quad (5.4)$$

Поверхня нагріву теплообмінника визначають з рівняння теплопередачі:

$$Q = k \cdot F \cdot \Delta t_{cp}, \quad (5.5)$$

де k - коефіцієнт теплопередачі, Вт/(м²·°С);

F - площа поверхні теплообміну, м²;

Δt_{cp} - середній по поверхні температурний напір між теплоносіями, °С.

При конструктивному розрахунку теплообмінних апаратів теплова продуктивність Q , Вт, задається, а потрібно визначити площу поверхні теплообміну F , м². Остання знаходиться з рівняння (1.237)

$$F = \frac{Q}{k \cdot \Delta t_{cp}} . \quad (5.6)$$

З цього рівняння випливає, що при знаходженні поверхні теплообміну завдання зводиться до обчислення коефіцієнта теплопередачі k , Вт / (м²·°С), і усередненого по всій поверхні температурного напору Δt_{cp} , °С.

Коефіцієнт теплопередачі для плоскої стінки може бути знайдений по формулою (4.18).

У разі циліндричної стінки розрахунок також можна проводити за формулою (4.18), при цьому похибка розрахунку не буде перевищувати 1 - 3%. Для забезпечення найкращих умов теплопередачі необхідно, щоб середній температурний напір між теплоносіями був максимальний. Характер зміни температур теплоносіїв уздовж поверхні нагріву залежить від схеми їх руху і співвідношення їх водяних еквівалентів.

5.3 Поняття водяного еквівалента. Схеми руху теплоносіїв в теплообмінних апаратах

Під водяним еквівалентом W , Вт/°С, розуміють добуток питомої ізобарної теплоємності c , Дж / (кг·°С), на масову витрату теплоносія G , кг/с,

$$W = c \cdot G . \quad (5.7)$$

Тоді рівняння (5.2) без урахування втрат в навколишнє середовище можна записати в наступному вигляді:

$$W_1(t_1' - t_1'') = W_2(t_2'' - t_2') . \quad (5.8)$$

З останнього рівняння можна отримати відношення водяних еквівалентів:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''} . \quad (5.9)$$

На практиці зустрічаються різні схеми руху гарячих і холодних теплоносіїв. Рух теплоносіїв може бути протічійним (рис. 5.7 а), протитечійним (рис. 5.7 б), перехресним (рис. 5.7 в) складним, що представляє собою комбінацію декількох простих (рис. 5.7 г, д). Залежно від того здійснюється протічія або протитечія, у величини водяних еквівалентів виходить чотири характерні пари зміни температур теплоносіїв уздовж поверхні нагрівання (рис. 5.8 а, б і 5.9 а, б).

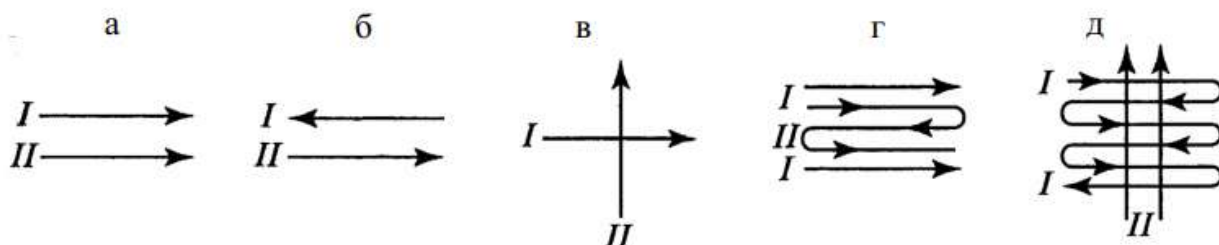


Рисунок. 5.7. Схеми руху теплоносіїв в теплообмінниках: *протічія (а); протитечія (б); перехресний ток (в); одночасно протіток та протівоток (г); багаторазово перехресний ток (д)*

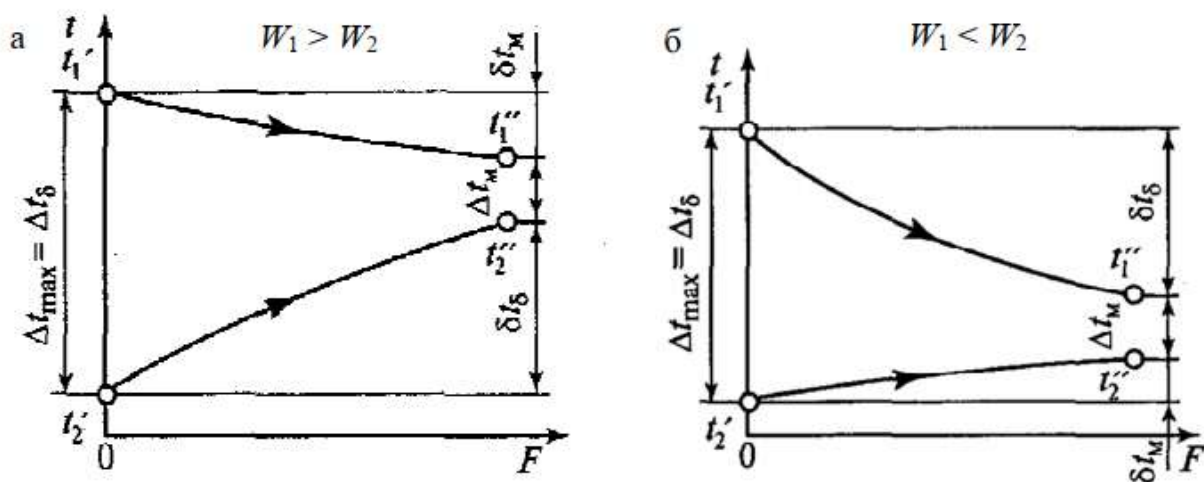


Рисунок 5.8. Зміна температур теплоносіїв по поверхні теплообмінного апарату при протічії

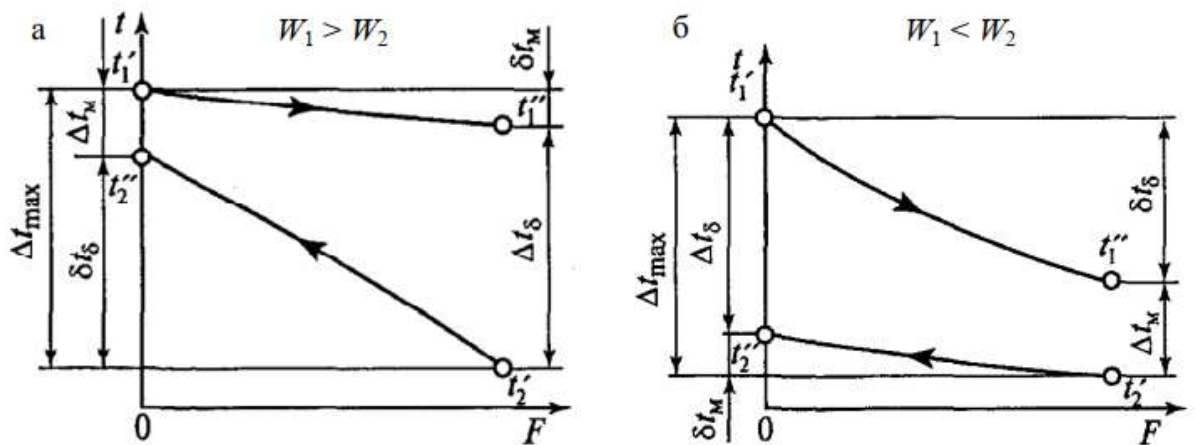


Рисунок 5.9. Зміна температур теплоносіїв по поверхні теплообмінного апарату при протитечії

З графіків на рис. 5.8 і 5.9, а також з рівняння (5.9) випливає, що більша зміна температури по поверхні теплообміну виходить для того теплоносія, у якого водяний еквівалент менше.

За графіками видно, що при прямотечії температура t_1'' завжди більше, ніж t_2'' , а при протитечії температура t_2'' може бути більше, ніж t_1'' . Отже, при одній і тій самій початковій температурі холодної рідини t_2' при протитечії її можна нагріти до більш високої температури, ніж при прямотечії.

За рахунок цього фактора середнє значення температурного напору при протитечії більше, ніж при прямотечії, тому при протитечії теплообмінник виходить більш компактним і менш металомістким.

В результаті, протитечійна схема руху теплоносіїв в теплообмінному апараті є більш вигідною в порівнянні з прямоточною.

5.4 Визначення середнього температурного напору

Зміну температур робочих рідин для найпростіших випадків можна отримати аналітичним шляхом. Розглянемо найпростіший теплообмінний апарат, що працює за схемою прямотока (рис. 5.6). Для елемента поверхні теплообміну dF (рис. 5.10) рівняння теплопередачі запишеться як

$$dQ = k \cdot dF \cdot \Delta t, \quad (5.10)$$

При цьому температура первинного теплоносія знизиться на dt_1 , а другого підвищиться на dt_2 . Відповідно,

$$dQ = - W_1 dt_1 = W_2 dt_2. \quad (5.11)$$

Вирішуючи разом рівняння (5.10) та (5.11), після інтегрування в межах від 0 до F та від $\Delta t'$ до $\Delta t''$ отримаємо вираз для визначення середнього по поверхні температурного напору Δt_{cp} , °C

$$\Delta t_{cp} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}. \quad (5.12)$$

Тут $\Delta t'$, $\Delta t''$ – різниця температур теплоносіїв на вході та на виході з апарату, °C.

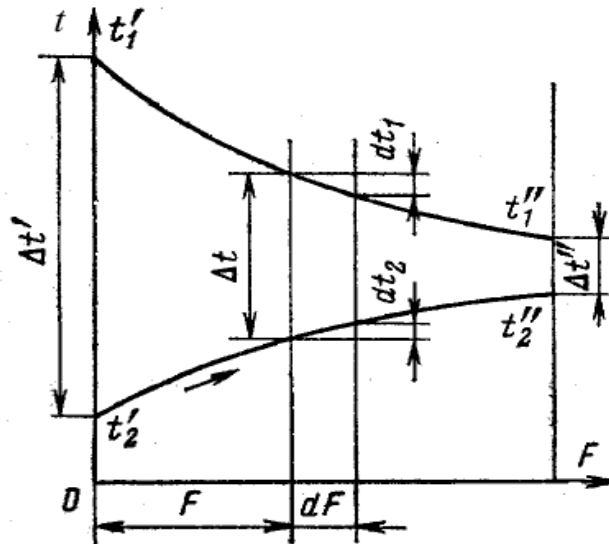


Рисунок 5.10. Зміна різниці температур теплоносіїв вздовж поверхні нагріву

Формула (5.12) справедлива тільки для прямоточної схеми руху теплоносіїв. У протитечійному теплообмінному апараті теплоносії рухаються назустріч один одному і значення Δt на кінцях визначаються вже по різниці температур на вході гріючого теплоносія і на виході нагріваємого і навпаки.

Для протитечійної схеми руху різниця температур теплоносіїв на виході з теплообмінника може бути більше, ніж на вході. Тому формулу (5.12) часто записують в наступному вигляді:

$$\Delta t_{cp} = \frac{\Delta t_{\delta} - \Delta t_{\mu}}{\ln \frac{\Delta t_{\delta}}{\Delta t_{\mu}}}, \quad (5.13)$$

де Δt_{δ} , Δt_{μ} – більша та менша різниці температур між гріючим і нагріваємым теплоносієм з боку входу і виходу з теплообмінника, °C.

Остання формула може бути використана як при прямотоці, так і при протитечії. Отримана за формулою (5.13) різниця температур Δt_{cp} називається середньологарифмічним температурним напором. Формула (5.13) справедлива для найпростіших схем апаратів за умови сталості масової витрати теплоносіїв і

коефіцієнта теплопередачі вздовж всієї поверхні теплообміну. У тих випадках, коли температура теплоносіїв уздовж поверхні теплообміну змінюється незначно і $\Delta t_m / \Delta t_{\theta} \geq 0,6$, середню різницю температур можна обчислювати як середню арифметичну з крайніх напорів по формулі

$$\Delta t_{\text{ср}}^{\text{ар}} = 0,5(\Delta t_{\theta} + \Delta t_{\text{в}}) = \frac{t_1' - t_1''}{2} + \frac{t_2' - t_2''}{2} . \quad (5.14)$$

При розрахунку середнього температурного напору для апаратів з перехресною течією і більш складними схемами руху теплоносіїв спочатку визначається середньо логарифмічний температурний напір, як для чисто протитечій цих апаратів, а потім обчислюють допоміжні величини P і R за формулами

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'} , \quad (5.15)$$

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} . \quad (5.16)$$

За розрахованими значеннями P і R зі спеціальних допоміжних графіків, один з яких зображений на рис. 5.11, береться поправка $\varepsilon \Delta t = f(P, R)$.

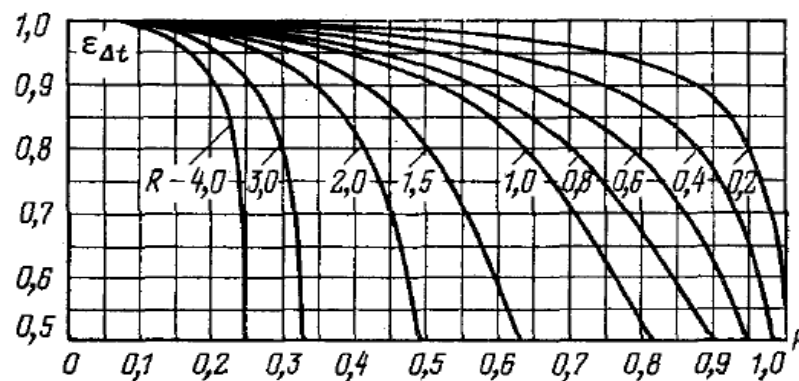


Рисунок 5.11. Графік для визначення поправки $\varepsilon \Delta t$ при одночасному перехресному струмі і протитечії

Середній температурний напір в даному випадку знайдеться як

$$\Delta t_{\text{ср}}^{\text{ЛГ}} = \Delta t_{\text{ср}} \varepsilon_{\Delta t} , \quad (5.17)$$

де $\Delta t_{\text{ср}}$ - среднелогарифмічеській температурний напір для противоточного теплообмінника, який визначається за формулою (5.12).

5.5 Визначення кінцевих температур теплоносіїв

У багатьох випадках за заданими температурами теплоносіїв на вході в теплообмінний апарат t_1' та t_2' °С, відомими значеннями площі поверхні теплообміну F , м^2 , і значенням коефіцієнта теплопередачі k , $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, необхідно

визначити кінцеві температури теплоносіїв t_1'' та t_2'' , °C, та теплову продуктивність Q , Вт, апарату.

Таке завдання доводиться вирішувати при перевірному розрахунку, коли теплообмінник вже є або, принаймні, спроектований. В основі розрахунків лежать рівняння теплового балансу (5.8) і теплопередачі (5.5).

Розглянемо випадок, коли температура уздовж поверхні теплообміну змінюється незначно ($\Delta t_m / \Delta t_o \geq 0,6$) і розподіл температури по довжині поверхні можна прийняти лінійним. Для цього випадку середній температурний напір можна розрахувати за формулою (5.14).

З рівняння теплового балансу (5.8) визначаємо t_1'' та t_2'' , °C, по формулам:

$$t_1'' = t_1' - Q/W_1, \quad (5.18)$$

$$t_2'' = t_2' + Q/W_2. \quad (5.19)$$

Підставивши отримані значення t_1'' та t_2'' в рівняння (5.14), отримаємо:

$$\Delta t_{сеп}^{ap} = (t_1' - t_2') - \left(\frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2} \right) Q. \quad (5.20)$$

Підставивши праву частину виразу (5.20) в рівняння теплопередачі (5.5) та вирішивши останнє відносно Q , Вт, отримаємо

$$Q = \frac{t_1' - t_2'}{\frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2}}. \quad (5.21)$$

Визначивши за формулою (5.21) значення Q , Вт, і підставивши його в рівняння (5.18) и (5.19), знайдемо **шукані** температури теплоносіїв t_1'' та t_2'' , °C, на виході з апарату.

Наведена методика розрахунку є наближеною і придатна тільки для орієнтовних розрахунків. У загальному випадку характер зміни температур уздовж поверхні теплообміну не є лінійним, а залежить від водяних еквівалентів, площі поверхні теплообміну і схеми руху теплоносіїв. Тому для прототечії і протитечії формули будуть різними.

Для прототечії схеми руху теплоносіїв отримані наступні рівняння:

$$t_1'' = t_1' - (t_1' - t_2')\Pi, \quad (5.22)$$

$$t_2'' = t_2' + (t_1' - t_2')\frac{W_1}{W_2}\Pi. \quad (5.23)$$

Здесь Π – вспомогательный параметр, который находится по формуле:

$$\Pi = \frac{1 - e^{-(1+W_1/W_2)kF/W_1}}{1 + W_1/W_2}. \quad (5.24)$$

Теплова продуктивність Q_{Π} , Вт, для проточного теплообмінника визначається за формулою:

$$Q_{\Pi} = W_1(t_1' - t_2') \quad (5.25)$$

Для протічної схеми руху теплоносіїв отримані наступні рівняння:

$$t_1'' = t_1' - (t_1' - t_2')Z, \quad (5.26)$$

$$t_2'' = t_2' + (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} Z. \quad (5.27)$$

Тут Z – допоміжний параметр, який знаходиться по формулі

$$Z = \frac{1 - e^{-(1-W_1/W_2)kF/W_1}}{1 - \frac{W_1}{W_2} \cdot e^{-(1-W_1/W_2)kF/W_1}} \quad (5.28)$$

Теплова продуктивність Q_Z , Вт, для протічного теплообмінника визначається за формулою

$$Q_Z = W_1(t_1' - t_2')Z. \quad (5.29)$$

Тепловая производительность Q_Z , Вт, противоточного теплообменника при одинаковых начальных температурах теплоносителей t_1' и t_2' , °С, всегда будет больше, чем тепловая производительность Q_{Π} , Вт, проточного теплообменника.

Контрольні питання до теми 5:

1. Які пристрої називаються тепломасообмінними апаратами?
2. Як класифікуються тепломасообмінні апарати?
3. Опишіть принцип роботи і наведіть приклади рекуперативних, регенеративних, змішувальних тепломасообмінних апаратів і теплообмінників з внутрішніми джерелами енергії.
4. Вкажіть переваги і недоліки кожухотрубних і пластинчастих теплообмінників.
5. За якими схемами здійснюється рух теплоносіїв в тепломасообмінних апаратах?
6. Запишіть формулу для визначення водяного еквіваленту.
7. Які бувають види теплових розрахунків теплообмінників, в чому їх відмінність?
9. Напишіть основні рівняння, що застосовуються при тепловому розрахунку рекуперативних апаратів?

Тема 6. Нестационарна теплопровідність

6.1 Нестационарні температурні поля

У стаціонарному температурному полі температура є функцією тільки координат $t = f(x, y, z)$ і зовсім не залежить від часу $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau}\right) = 0$. Тіло знаходиться у тепловій рівновазі з навколишнім середовищем. В одиницю часу воно стільки ж отримає теплоти, скільки і віддає її. Причини для зростання температури об'єкта нема. Тепловий потік у системі постійний, розподіл температури по перерізу тіла строго незмінний відносно часу.

Розглянемо випадок розігріву промислової печі. У залежності від співвідношення між товщиною кладки печі і тепловим потоком ($q = \text{const}$) можуть створитися наступні ситуації.

Стінка кладки настільки тонка, а тепловий потік настільки великий, що він забезпечує рівномірне розподілення температури по перерізу кладки по проходженню необхідного відрізка часу, відрахованого від початку теплового процесу при постійному тепловому потоці ($q = \text{const}$). Надалі температура тіла при $q = \text{const}$ не залежить від координат та часу $\left(\frac{\partial t}{\partial x} = 0; \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$. Для зміни температури тіла необхідно змінити величину теплового потоку.

Стінка кладки не настільки тонка, а тепловий потік не настільки великий, щоб по перерізу тіла швидко створилось стаціонарне температурне поле, але воно може відбутись, коли мине значний час. У такому випадку за даний відрізок часу відбувається зміна температури по перерізу стінки $\left(q = \text{const}; \frac{\partial t}{\partial x} \neq \text{const}; \frac{\partial t}{\partial \tau} \neq \text{const}\right)$. У цій главі розглядається питання про нестаціонарний режим об'єкта (його нагрів).

При нестаціонарному процесі температура являється функцією як координат, так і часу ($t = f(x, y, z, \tau)$). Тобто температура змінюється з часом і в просторі об'єкта. При цьому, якщо $\frac{\partial t}{\partial \tau} > 0$, відбувається нагрів, а якщо $\frac{\partial t}{\partial \tau} < 0$ - охолодження.

У залежності від співвідношення $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ або $\frac{\partial t}{\partial x} \neq 0$ всі об'єкти умовно розподілено на дві групи.

Таким чином будемо розглядати два види нестаціонарного температурного поля об'єкта. В одному випадку температура змінюється з часом, але рівномірно розподілена по перерізу. В іншому випадку температура змінюється з часом і нерівномірно розподілена по перерізу.

6.2 Тіла з необмеженою теплопровідністю

Розглядаючи випадок $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$, треба згадати закон Фур'є для теплопровідності

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}.$$

Але $\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{q}{\lambda}$. Це означає, що коефіцієнт теплопровідності має бути нескінченним, бо $q \neq 0$.

Тіла, що мають нескінченну теплопровідність, у природі не існують. Але у техніці мають місце ситуації, коли при нагріві тіла мають по перерізу знехтувано малий перепад температури. Такі тіла прийнято називати *тонкими* (точніше *термічно тонкими*). Тобто, тепловий опір об'єкта майже дорівнює нулю ($R = \frac{s}{\lambda} \approx 0$). Це можливо, коли $s \rightarrow 0$ і $\lambda \rightarrow \infty$ (s – характерний розмір тіла).

6.3 Тіла з обмеженою теплопровідністю

Якщо при підведенні теплового потоку до об'єкта по його перетину має місце суттєвий перепад температури, то таке тіло називають термічно масивним. У цьому випадку

$$\frac{\partial t}{\partial x} \neq 0; \lambda < \infty; \frac{s}{\lambda} > 0 \text{ - реальні тіла.}$$

На відміну від тонких тіл тепловий опір масивних тіл відрізняється від нуля.

Віднесення даного тіла до розряду «тонких» чи масивних об'єктів визначається не тільки його розміру та теплопровідністю, але і інтенсивністю теплообміну. Так, масивне тіло, що повільно нагрівається, веде себе при нагріві як тонке і навпаки. Межа між тонкими та масивними тілами буде розглянута надалі при вивченні нагріву масивних тіл.

6.4 Нагрів тонких тіл постійним тепловим потоком

У цьому випадку нагрів тіла наочно представлено трьома діаграмами.

$$\left(q = \text{const}; \frac{\partial t}{\partial x} = 0; t = f(\tau) \right).$$

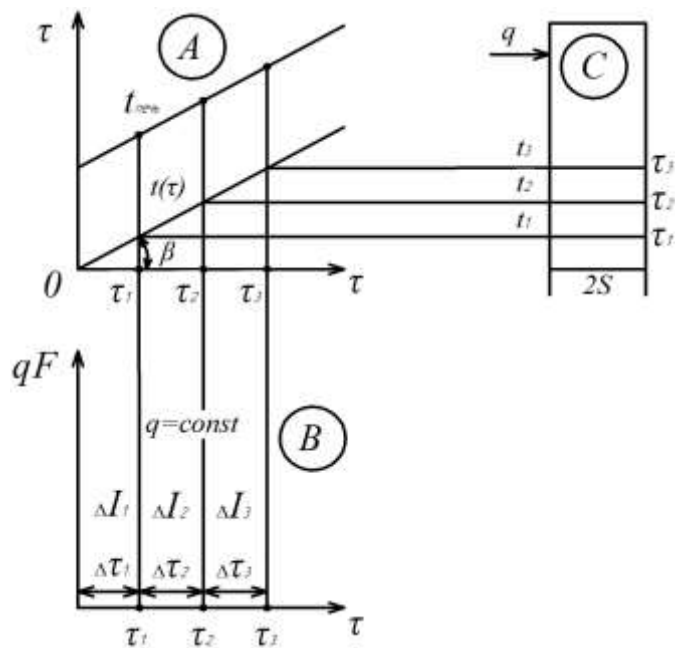


Рисунок 6.1. Теплові діаграми

Маємо позначення:

$t_{\text{печ}}$ – температура печі; $t(\tau)$ – температура тіла; $2s$ – товщина (для пластини), діаметр для циліндра та шара; $\tau_1 \dots \tau_n$ - моменти часу; q – питомий тепловий потік, Вт/м²; F – площа поверхні тіла, м²; qF - засвоєна тілом потужність (тепловий потік, Вт); I - ентальпія тіла, Дж; $\Delta\tau_n$ - відрізки часу: $\Delta\tau_1 = \tau_1$; $\Delta\tau_2 = \tau_2 - \tau_1$; $\Delta\tau_3 = \tau_3 - (\tau_1 - \tau_2)$; Δ^2 - приріст ентальпії тіла, Дж,

$$\Delta I = qF \Delta \tau.$$

Тонке тіло ($R = 0$) - внутрішній тепловий опір) у початковий момент часу підлягає впливу постійного питомого теплового потоку ($q = \text{const}$) через загальну поверхню тіла F .

Діаграма А показує зміну температури тіла з часом (температурна діаграма).

За час $d\tau$ тіло отримує кількість теплоти (ентальпії)

$$dQ = dI = qF d\tau, \text{ Дж.} \quad (6.1)$$

За цей час тіло змінює температуру на dt °C.

При цьому маємо інший вираз для зміни ентальпії

$$dQ = dI = mcdt, \text{ Дж,} \quad (6.2)$$

де m – маса тіла, кг;

c – масова теплоємність її, Дж/ кгК.

Прирівнюючи вирази (6.1) та (6.2), маємо

$$qF d\tau = mc dt. \quad (6.3)$$

Якщо прийняти величини q, F, m, c постійними, то будемо мати швидкість нагріву цього режимі

$$\frac{dt}{d\tau} = \text{const} = C_n, \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{с}}.$$

З іншого боку

$$\frac{dt}{d\tau} = \text{tg}\beta.$$

Все це свідчить про те, що температура тонкого тіла лінійно залежить від часу, при цьому кут нахилу β прямої лінії $t(\tau)$ постійний (див. діаграму А).

Діаграма В – теплова. Ордината показує зміну теплового потоку qF (засвоєна теплота) з часом τ , також зміну ентальпії

$$\Delta I = qF \Delta \tau = mc \Delta t. \quad (6.4)$$

На практиці ентальпію відносять до 1 кг маси тіла (питома ентальпія Дж/кг).

Діаграма С – температурна, показує розподіл температури по перерізу тіла з характерною товщиною (або радіусом) s . На діаграмі С видно, що розподіл температури по перерізу у кожний момент часу рівномірний.

Завданням теорії нагріву є визначення швидкості та тривалості нагріву (охолодження) об'єкта.

Швидкість нагріву тіла для режиму $q = \text{const}$ визначається із формули (6.4)

$$C_n = \frac{qF}{mc}. \quad (6.5)$$

Визначення тривалості нагріву можна виконати для цього випадку двома методами.

Розрахунок часу нагріву по тепловій діаграмі. Використовуючи вираз (6.4)

$$qF \Delta \tau = mc \Delta t.$$

Маємо

$$\Delta \tau = \frac{mc \Delta t}{qF}. \quad (6.6)$$

Маючи на увазі залежність теплоємності від температури, а також ту обставину, що нагрів об'єкта відбувається при постійному тиску, у виразі (6.6) треба використовувати середню теплоємність в інтервалі температури $t_k = t_n$ при тиску $p = const$, тобто

$$c = c_{pm}|_{t_n}^{t_k} = \frac{c|_o^{t_k} - c|_o^{t_n}}{t_k - t_n}, \quad (6.7)$$

де t_k - температура кінця процесу, а t_n - початку.

Із діаграми А видно, що час нагріву $\tau_k = \tau_3$ становить

$$\tau_k = \Delta \tau_1 + \Delta \tau_2 + \Delta \tau_3.$$

Тоді для першого інтервалу (час $\Delta \tau_1$, зміна температури $\Delta t_1 = t_1 - t_n$) маємо час нагріву

$$\Delta \tau_1 = \frac{mc \Delta t_1}{qF}.$$

Аналогічно для $\Delta \tau_2$ та $\Delta \tau_3$

$$\begin{aligned} \Delta \tau_2 &= \frac{mc_{pm} \Delta t_2}{qF} = \frac{mc(t_2 - t_1)}{qF}, \\ \Delta \tau_3 &= \frac{mc_{pm} \Delta t_3}{qF} = \frac{mc(t_2 - t_1)}{qF}. \end{aligned}$$

Розрахунок часу нагріву шляхом розв'язання диференційного рівняння процесу. Маємо тепловий баланс для часу $d\tau$ та зміну температури dt

$$qF d\tau = mc dt,$$

Звідки

$$d\tau = \frac{mc}{qF} dt. \quad (6.8)$$

Після інтегрування маємо

$$\tau = \frac{mc}{qF} t + C.$$

Для визначення постійної інтегрування C маємо умови для початку процесу ($\tau = 0; t = t_n$) та для кінця ($\tau = \tau_k; t = t_k$).

Звідки

$$\tau = 0; t = t_n; C = -\frac{mc}{qF} t_n;$$

$$\tau = \tau_k; t = t_k; C = \tau_k - \frac{mc}{qF} t_k.$$

Маємо співвідношення

$$\tau_k - \frac{mc}{qF} t_k = -\frac{mc}{qF} t_n;$$

$$\tau_k = \frac{mc}{qF} (t_k - t_n).$$
(6.9)

З цієї формули знаходимо залежність температури від часу

$$t = \frac{qF}{mc} t_n + \frac{qF}{mc} \tau.$$

Таким чином температура тіла в режимі $q = \text{const}$ залежить від часу по лінійному закону.

З іншого боку, із виразу

$$q = \alpha(t_{\text{печі}} - t)$$

Можна записати

$$t_{\text{печі}} = t + \frac{q}{\alpha}.$$

Тобто, режим $q = \text{const}$ можливий, якщо температура печі також змінюється по лінійному закону з часом. При цьому різниця між температурами печі та поверхні тіла має бути $\frac{q}{\alpha}$.

6.5 Нагрів тонкого тіла при постійній температурі печі ($t_{\text{печі}} = \text{const}$)

На відміну від режиму нагріву ($q = \text{const}$), температура печі постійна, а різниця температури між піччю та поверхнею тіла з часом зменшується. У початковий момент часу різниця ($t_{\text{печі}}$) та тіла (t_n) має максимальне значення. Це зумовлює великий початковий тепловий потік до тіла q_0 , більшу швидкість нагріву і швидке підняття температури тіла.

Розглянемо два методи розрахунку часу нагріву тонкого тіла у режимі $t_{\text{печі}} = \text{const}$.

Розрахунок часу нагріву шляхом розв'язання диференційного рівняння процесу.

Згідно з формулою (4.8)

$$d\tau = \frac{mc}{qF} dt. \quad (6.10)$$

В той же час при режимі нагріву $t_{neq} = \text{const}$ питомий тепловий потік

$$q = \alpha(t_{neq} - t), \quad (6.11)$$

звідки

$$d\tau = \frac{mc}{qF} dt = \frac{mc_p}{F\alpha} \frac{dt}{t_{neq} - t};$$

після інтегрування отримаємо для інтервалу $t_n \rightarrow t_k$

$$\tau_k = \frac{mc}{F\alpha} (-\ln(t_{neq} - t)) \Big|_{t_n}^{t_k} = \frac{mc}{F\alpha} \ln \frac{t_{neq} - t_n}{t_{neq} - t_k}. \quad (6.12)$$

Виконуючи операцію, зворотну до логарифмування (потенціювання) маємо

$$e^{\frac{F\alpha}{mc}\tau} (t_n - t_k) = t_{neq} - t_n;$$

або

$$t_{neq} - t_k = (t_{neq} - t_n) e^{-\frac{F\alpha}{mc}\tau}.$$

Кінцеве значення температури

$$t_k = t_{neq} - (t_{neq} - t_n) \exp\left(-\frac{F\alpha}{mc}\tau_k\right). \quad (6.13)$$

Таким чином, маємо два важливі вирази (6.12) та (6.13), які відповідно показують час нагріву тонкого тіла до кінцевої температури тіла t_k , а також залежність температури від часу нагріву.

Ця залежність включає експоненційну функцію і графічно зображається наступним чином – рис. 6.2.

Розглянемо шлях визначення часу нагріву тонкого тіла до кінцевої температури при $t_{neq} = \text{const}$. Використаємо для цього теплову діаграму. Температурна і теплова діаграми розбиваються на декілька інтервалів (для прикладу візьмемо три інтервали):

- 1-й інтервал – $0,75 \div 0,80$ від загального підвищення температури;
- 2-й – $0,15 \div 20$ підвищення;
- 3-й – $0,95 \div 0,10$ підвищення.

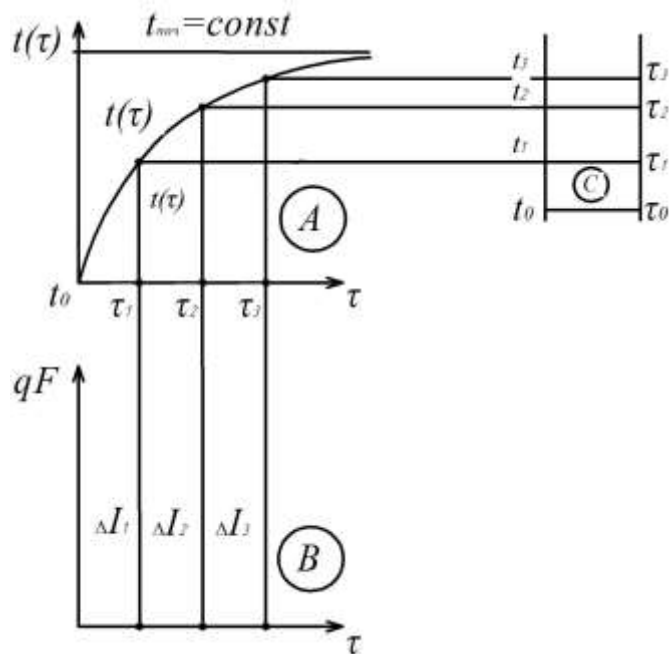


Рисунок 6.2. Теплова діаграма

Принцип розрахунку той же, що і при $q = \text{const}$, тобто час визначається для кожного інтервалу окремо згідно з формулою

$$\tau = \frac{mc}{q_{\text{сеп}} F} (t_k - t_n),$$

де $q_{\text{сеп}}$ - середній за інтервал питомий тепловий потік.

$$q_{\text{сеп}} = \frac{q_n + q_k}{2}, \text{ при } \frac{q_n}{q_k} \leq 2;$$

середньоарифметичний

$$q_{\text{сеп}} = \frac{q_n - q_k}{2.3 \lg \frac{q_n}{q_k}}, \text{ при } \frac{q_n}{q_k} > 2,$$

де q_n та q_k , відповідно, питомий тепловий потік на початку та в кінці інтервалу, розраховані згідно з формулою $q = \alpha(t_{\text{печ}} - t)$, де t - температура тіла.

Отож, для першого інтервалу

$$\Delta \tau_1 = \frac{mc}{q_{\text{сеп},1} F} (t_{k1} - t_{n1}) \quad (6.14)$$

і аналогічно для $\Delta \tau_2$ та $\Delta \tau_3$.

Загальний час процесу нагріву становить

$$\tau = \Delta \tau_1 + \Delta \tau_2 + \Delta \tau_3, \quad \text{де } \tau_1 = \Delta \tau_1; \tau_2 = \Delta \tau_1 + \Delta \tau_2; \tau_3 = \tau.$$

Треба відмітити, що при нагріві об'єкта у печі більш доцільно замість формули

$$q = \alpha(t_{\text{печ}} - t),$$

Використовувати формулу

$$q = \sigma_{np} (T_{печ}^4 - T^4),$$

де $\sigma_{п\ddot{o}}$ - приведений коефіцієнт випромінювання системи піч – об'єкт.

6.6 Вплив форми тіла на тривалість процесу нагріву

Розглянемо три класичні форми тіла: плита, циліндр, куля.

Будемо використовувати формулу визначення швидкості нагріву в режимі

$q = \text{const}$

$$C_{\text{і}} = \frac{qF}{mc}.$$

Маємо співвідношення

$$\frac{m}{c} = \frac{V\rho}{F},$$

де V - об'єм об'єкта;

ρ - густина;

F - загальна площа поверхні об'єкта.

Тоді будемо мати:

1. Для плити (мається на увазі нескінченна плита)

$$\frac{m}{F} = \frac{V\rho}{2F_1} = \frac{F_1 \cdot 2S\rho}{2F_1} = S\rho,$$

де F_1 - площа однієї поверхні плити;

S - товщина плити.

2. Для циліндра радіусом S

$$\frac{m}{F} = \frac{\pi S^2 H \rho}{2\pi S H} = \frac{S\rho}{2},$$

де H – висота циліндра.

3. Для кулі

$$\frac{m}{F} = \frac{V\rho}{F} = \frac{\frac{4}{3}\pi S^3 \rho}{4\pi S^2} = \frac{S\rho}{3}.$$

Відповідно, маємо різні швидкості нагріву

Плита $\frac{q}{S\rho c}$; циліндр - $\frac{2q}{S\rho c}$; куля - $\frac{3q}{S\rho c}$.

Порівнюючи отримані значення, можна записати узагальнений вираз швидкості нагріву об'єкта:

$$C_{\text{н}} = \frac{qk_1}{S\rho c},$$

де k_1 – коефіцієнт форми тіла: для плити $k_1 = 1$, циліндра $k_1 = 2$, для кулі $k_1 = 3$.

Відповідно, маємо тривалість нагріву:

при $q = \text{const}$

$$\tau = \frac{S\rho c}{\kappa_1 q} (t_{\kappa} - t_n); \quad (6.15)$$

при $t_{\text{печ}} = \text{const}$

$$\tau = \frac{S\rho c}{\kappa_1 \alpha} \ln \frac{t_{\text{печ}} - t_n}{t_{\text{печ}} - t_{\kappa}}. \quad (6.16)$$

Також маємо співвідношення, що визначають температура тіла з часом:

- при $q = \text{const}$

$$t(\tau) = t_n + \frac{\kappa_1 q}{S\rho c} \tau; \quad (6.17)$$

- при $t_{\text{печ}} = \text{const}$

$$t(\tau) = t_{\text{печ}} - (t_{\text{печ}} - t_n) \exp\left(-\frac{\kappa_1 \alpha}{R\rho c} \tau\right). \quad (6.18)$$

Таким чином, ми розглянули нагрів тонких тіл в одномірній постановці.

6.7 Нагрів тіл з обмеженою теплопровідністю

Маємо наступні характеристики:

- при нагріві тонких тіл (з безмежною теплопровідністю)

$$\lambda = \infty; R = \frac{S}{\lambda} = 0; \frac{\partial t}{\partial x} = 0; \Delta t = t_{\text{пов.}} - t_{\text{ось}} = 0;$$

- при нагріві масивних тіл (з обмеженою теплопровідністю)

$$\lambda < \infty; R = \frac{S}{\lambda} > 0; \frac{\partial t}{\partial x} \neq 0; \Delta t = t_{\text{пов.}} - t_{\text{ось}} \neq 0.$$

Розглянемо перетворення диференціального рівняння теплопровідності у безрозмірний (критеріальний) вигляд.

Для прикладу візьмемо диференційне рівняння теплопровідності для пластини

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}; \quad -S \leq x \leq +S; \quad 0 \leq \tau \leq \infty. \quad (6.19)$$

Змінна x у цьому рівнянні приймає значення від 0 до S . Якщо x розділити на інтервал її зміни отримаємо $\frac{x}{S} = X$. Ця зміна приймає значення від 0 до 1.

Змінна X у цьому рівнянні і має нульову розмірність ($0 \leq X \leq 1$).

Змінна t (температура) може приймати значення від t_o до $t_{\text{печ.}}$. Розділимо t на величину її інтервалу. Отримаємо безрозмірну величину

$$\Theta = \frac{t}{t_{\text{печ}} - t_o}.$$

Виконаємо над рівнянням (6.19) деякі операції

$$\frac{\partial \left(\frac{t}{t_{неч} - t_0} \right)}{\partial \left(\frac{\tau}{S} \right)^2} = a \frac{\partial^2 \left(\frac{t}{t_{неч} - t_0} \right)}{\partial \left(\frac{x}{S} \right)^2},$$

або

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}. \quad (6.20)$$

Отримали диференціальне рівняння теплопровідності у безрозмірному вигляді, де $Fo = \frac{a\tau}{S^2}$ - критерій Фур'є (безрозмірний час).

У цьому виразі величина $\frac{S^2}{a}$ називається інерційним часом. Ця характерна величина для тіла з товщиною S та коефіцієнтом температуропровідності a . По смислу вона становить час, який потрібен для того, щоб теплота, яку отримала поверхня, дійшла до центра тіла.

Надалі при розв'язанні задач теплопровідності зустрічається критерій Біо

$$Bi = \frac{\alpha}{\lambda} S.$$

По змісту критерій Біо визначає відношення внутрішнього опору $\frac{S}{\lambda}$ об'єкта до зовнішнього $\frac{1}{\alpha}$ і характеризує термічну його масивність. На практиці прийнято вважати $Bi \leq 0,25$ - тонке тіло; $Bi \geq 0,50$ - масивне; $0,25 > Bi > 0,50$ - проміжне.

Беручи до уваги суть критерія Біо, ясно, що термічна масивність тіла залежить від співвідношення між внутрішнім та зовнішнім тепловими опорами, куди входять три величини: геометричний розмір, коефіцієнт теплопровідності та коефіцієнт тепловіддачі.

6.8 Розв'язання диференціального рівняння теплопровідності

Існує декілька способів розв'язання диференціального рівняння теплопровідності. Зупинимось на методі розділення змінних.

Будемо шукати розв'язок для функції $t(x, \tau)$ у вигляді добутку двох функцій:

$$t(x, \tau) = \psi(\tau)\varphi(x), \quad (6.21)$$

де $\psi(\tau)$ залежить тільки від τ , а $\varphi(x)$ - тільки від x . Підставимо розв'язок (6.2) у рівняння (6.19), отримаємо

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \varphi(x)\psi'(\tau); \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \psi'(\tau)\varphi''(x),$$

тобто

$$\frac{\psi'}{\psi(\tau)} = a \frac{\varphi''(x)}{\varphi(x)}.$$

Ліва частина (6.22) залежить тільки від τ , а права тільки від x . Рівнясть має виконуватись при будь-яких значеннях τ та x . Це можливо тільки тоді, коли ліва та права частини (6.22) дорівнюють сталій величині

$$\frac{\psi'(\tau)}{\psi(\tau)} = D = \text{const}; \quad (6.23)$$

$$\frac{\varphi''(x)}{\varphi(x)} = D = \text{const}. \quad (6.24)$$

Після інтегрування (6.23) маємо

$$\psi(\tau) = e^{D(\tau)}.$$

Із фізичних міркувань температура не може досягнути нескінченності. Тому має бути виконана умова $D < 0$. вважаємо $D = -\delta^2$.

Тоді

$$\frac{\psi'(\tau)}{a\psi(\tau)} = \frac{\varphi''(x)}{\varphi(x)} = -\delta^2; \quad (6.25)$$

$$\psi'(\tau) = -a\delta^2\psi(\tau); \quad \varphi'(x) = -\delta^2\varphi(x). \quad (6.26)$$

Звичайні диференціальні рівняння мають такі розв'язки

$$\psi(\tau) = \exp(-a\delta^2\tau); \quad (6.27)$$

$$\varphi(0) = \sin\delta x \text{ або } \varphi(x) = \cos(\delta x). \quad (6.28)$$

Таким чином

$$t(x, \tau) = \exp(-a\delta^2\tau) \sin \delta x,$$

або

$$t(x, \tau) = \exp(-a\delta^2\tau) \cos \delta x.$$

Взагалі кажучи, маємо

$$t(x, \tau) = C \sin x \exp(-a\delta^2\tau) + D \cos \delta x \exp(-a\delta^2\tau). \quad (6.29)$$

Постійні величини C , D і δ визначаються із крайових умов задачі. Оскільки кількість цих величин нескінченна, то

$$t(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \sin \delta_n x \exp(-a\delta_n^2\tau)) + D_n \cos \delta_n x \exp(-\delta_n^2\tau). \quad (6.30)$$

Величина $\delta_n x$ має бути безрозмірною. Це можливо, якщо $\mu_n = \delta_n S$, а $\delta_n x = \mu_n \frac{x}{S}$.

Тоді маємо

$$t(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) + D_n \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (6.31)$$

Виходячи із загального розв'язку (6.31), можна отримати розв'язок задачі теплопровідності для конкретних граничних умов.

Граничні умови I-го роду

$t(S, \tau) = t_c = \text{const}$ - умова на поверхні; $0 \leq x \leq S$; $\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ - умова симетрії;

$t(x, 0) = t_o = \text{const}$ - початкова умова.

Сформульована математично задача теплопровідності відповідає умовам нагріву необмеженої пластини, що має рівномірно розподілену по об'єму початкову температуру t_o , симетрична відносно центральної площини, а на поверхні у початковий момент часу встановлюється постійна температура t_c .

Для цього випадку маємо функцію температури

$$t(x, \tau) = t_c - (t_c - t_o) \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (6.32)$$

де

$$D_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n}; \mu_n = \pi n.$$

Граничні умови II-го роду

Розглянемо ту ж ситуацію, окрім умови на поверхні пластини, де через поверхню проходить постійний тепловий потік

$$\lambda \left. \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = q = \text{const}. \quad (6.33)$$

Маємо температурну функцію

$$t(x, \tau) = t_o + \frac{qS}{\lambda} \left(Fo - \frac{1-3X^2}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos \mu_n X \exp(-\mu_n^2 Fo) \right) \quad (6.34)$$

де

$$D_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2}; \mu_n = \pi n.$$

Граничні умови III-го роду

Розглядаємо той же об'єкт з тими ж умовами, окрім умови на поверхні $x = S$

$$\lambda \left. \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=\pm S} = \alpha(t_c - t(S, \tau)), \quad (6.35)$$

де t_c - температура навколишнього середовища.

Температурна функція

$$t(x, \tau) = t_o + (t_c - t_o) \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) \right), \quad (6.36)$$

де

$$D_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n};$$

μ_n - корені трансцендентального рівняння $\text{ctg } \mu = \frac{\mu}{Bi}$.

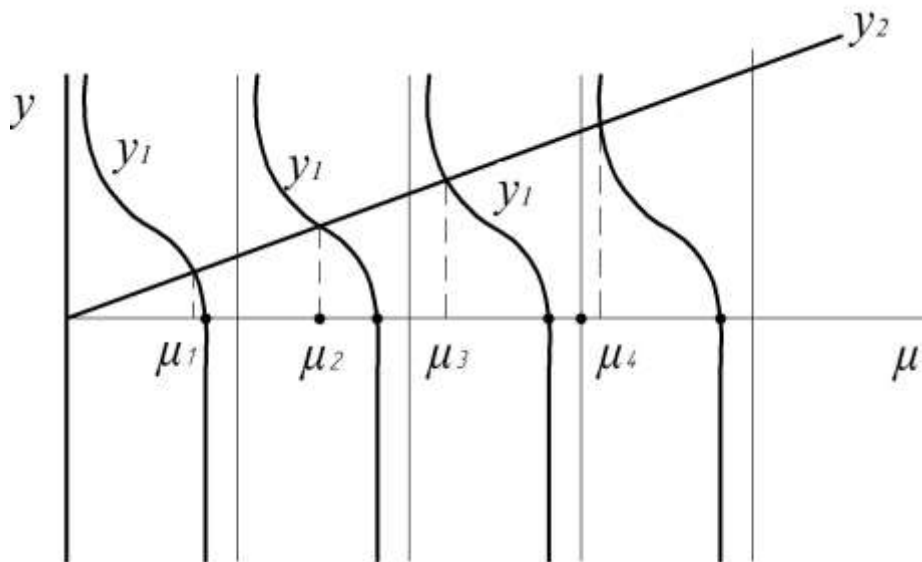


Рисунок 6.3. Графічне визначення коренів μ_n

Розглядаючи температурні функції об'єкта, можна зробити висновок, що метод розділення змінних (класичний метод) дає інформацію про те, що в момент підведення теплоти до поверхні об'єкта вона розповсюджується на всю товщину тіла. Інженерна модель трактує, що теплота охоплює тіло пошарово, приймаючи до уваги інерційність теплопровідності.

6.9 Розрахунки тривалості нагріву тіл

6.9.1 Нагрів тонких тіл

В інженерній теорії нагріву всі тіла діляться на термічно тонкі та масивні тіла. До перших відносяться ті, по перерізу яких при нагріву виникає незначний перепад температури, величиною якого можна знехтувати. До іншої групи відносяться такі тіла, які при нагріві мають значний температурний перепад.

Ідеально тонкими і ідеально масивними називаються тіла, які відповідно мають коефіцієнт теплопровідності $\lambda = \infty$ або $\lambda \neq \infty$.

Згідно з рекомендаціями Г.П. Іванцова, відносити тіло до тієї чи іншої категорії при конвективному теплообміні пропонується по числу Био:

$$Bi = \frac{\alpha \cdot S}{\lambda}, \quad (6.36)$$

де α — коефіцієнт тепловіддачі, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$;

S — розрахунковий розмір тіла;

λ — коефіцієнт теплопровідності тіла $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Якщо тіло має $Bi \leq 0,25$, його вважають термічно тонким, $i \geq$ — масивним, а при $0,25 < Bi < 0,5$ або тим або іншим (в залежності від потреб технології).

У випадку променистого теплообміну для віднесення тіла до одної із зазначених категорій служить число Старка

$$S_{\kappa} = \sigma \left(\frac{T}{100} \right)^3 \frac{S}{100 \lambda}, \quad (6.37)$$

де σ — коефіцієнт випромінювання тіла, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$;

T — його абсолютна температура.

В такому роді термічно тонким вважається тіло, яке $S_{\kappa} \leq 0,12$.

Для такого тіла використовується елементарний тепловий баланс

$$qF d\tau = Mcdt, \quad (6.38)$$

де q — питомий тепловий потік $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$;

F — площа тіла, що нагрівається, м^2 ;

$d\tau$ — елементарна доля часу;

M — маса тіла, кг ;

c — масова теплоємність тіла $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$;

dt — елементарна зміна температури тіла.

Ліва частина рівняння (6.38) показує прихід теплоти до поверхні тіла по умовам зовнішнього теплообміну, а права — засвоєння її кількості по умовам внутрішнього теплообміну. Із виразу (6.38) видно, що швидкість нагріву прямо пропорційна приходу теплоти і зворотно пропорційна теплоємності тіла, тобто

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{qF}{mc}. \quad (6.39)$$

Відношення $\frac{M}{F}$ — масове навантаження нагріваного тіла. Відомо, що маса тіла це добуток його об'єму на густину. Тоді маємо:

-для нескінченної пластини

$$\frac{M}{F} = \frac{v\rho}{F} = \frac{FS\rho}{F} = \frac{S\rho}{1}; \quad (6.40)$$

для циліндра

$$\frac{M}{F} = \frac{v\rho}{F} = \frac{\pi S^2 l \rho}{2\pi S l} = \frac{S\rho}{2};$$

для кулі

$$\frac{M}{F} = \frac{v\rho}{F} = \frac{\frac{4}{3}\pi S^3 \rho}{4\pi S^2} = \frac{S\rho}{3},$$

де ρ — густина тіла;

l — довжина циліндра.

Для всіх простих форм тіла маємо

$$\frac{M}{F} = \frac{S\rho}{k_1}. \quad (6.41)$$

У цій формулі k_1 — коефіцієнт форми тіла або масове навантаження на поверхню тіла (для пластини $k_1 = 1$, циліндра $k_1 = 2$, кулі $= 3$). Тоді вираз для швидкості нагріву тонких тіл буде становити

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{qk_1}{S\rho c}, \quad (6.42)$$

Звідки ясно, що для циліндра і кулі порівняно з пластиною вона буде при однакових умовах більше, відповідно у два і три рази.

У якості прикладу розглянемо наступний випадок. Тонке тіло нагрівається від заданої початкової температури t_0 до кінцевої температури t_k при постійній температурі t_d . Необхідно визначити динаміку зміни температури оброблюваного тіла, теплового потоку і запальну тривалість нагріву τ_k . Вважаємо, що теплофізичні властивості матеріалу в процесі нагріву не змінюються.

При зовнішньому конвективному теплообміні

$$q = \alpha(t_d - t), \quad (6.43)$$

швидкість нагріву тонкого тіл буде

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\alpha k_1}{S\rho c}(t_d - t). \quad (6.44)$$

Розділимо тут змінні

$$\frac{dt}{(t_d - t)} = \frac{\alpha k_1}{S\rho c} d\tau. \quad (6.45)$$

Після інтегрування знаходимо (інтегрування відбувається у межах $t_0 - t_d$ та $0 - \tau$)

$$t(\tau) = t_d - (t_d - t_0) \exp\left(-\frac{\alpha k_1 \tau}{S\rho c}\right). \quad (6.46)$$

Помітно, що при постійному значенні t_d температура оброблюваного виробу збільшується по затухаючій експоненті. Якщо $\tau \rightarrow \infty$, то температура тіла прямує до t_d .

За допомогою виразу (4.9) знаходимо закон зміни питомого теплового потоку з часом

$$q(\tau) = \alpha(t_d - t_0) \exp\left(-\frac{\alpha k_1 \tau}{S\rho c}\right). \quad (6.47)$$

Також визначимо формулу загальної тривалості нагріву:

$$\tau_k = \frac{S\rho c}{\alpha k_1} \ln \frac{t_d - t_0}{t_d - t_k}. \quad (6.48)$$

6.9.2 Нагрів масивних тіл

На відміну від тонких тіл нагрів масивних характеризується тим, що теплова хвиля проникає усередину тіла не відразу, а поступово. Пошарове включення матеріалу у нагрів пояснюється деякою швидкістю розповсюдження теплоти.

Час, на протязі якого теплова хвиля досягає найбільш віддаленого шару матеріалу, називається інерційним. При односторонньому нагріві таким шаром являється відстань до протилежної поверхні тіла, при симетричному — його центр. Максимальна різниця температур, що устанавлюється між цими шарами, називається перепадом температур. Після інерційного часу надходить регулярний тепловий режим, у якому зміна температури в різних точках тіла підкоряється єдиному закону.

При нагріві масивного тіла необхідно знати розподіл температури у ньому, тобто його температурне поле. Визначення температурного поля стає можливим, якщо відімі математичні залежності між температурою, часом і координатами у кожному елементарному об'ємі матеріалу. Зв'язок між цими величинами встановлюється диференціальним рівнянням теплопровідності. Це узагальнене одномірне рівняння для найпростіших форм тіла має вигляд:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{k_1 - 1}{x} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} \right), \quad (6.49)$$

де $t(x, \tau)$ — температура; τ — час; a — коефіцієнт температуропровідності тіла; k_1 — коефіцієнт форми тіла; x — координата.

Якщо маємо тривимірне температурне поле, то в прямокутній системі координат маємо:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (6.50)$$

Контрольні питання до теми 6:

1. Поясніть загальні закономірності нестационарних процесів.
2. Які критерії подібності та безрозмірні величини входять в рівняння температурного поля при нестационарному режимі?
3. Що характеризують критерії Біо і Фур'є?

4. Поясніть рішення задачі теплопровідності в разі охолодження необмеженої пластини при нестационарному режимі.
5. Охарактеризуйте окремі випадки розподілу температурного поля всередині необмеженої пластини.
6. Як впливає форма тіла на тривалість процесу нагріву?
7. Як відбувається процес нагріву тіл з обмеженою теплопровідністю?
8. Поясніть сутність *графічного визначення коренів* μ_n .
9. Які граничні умови використовуються при розрахунках нестационарних процесів?
10. Фізичний зміст критерія Біо?
11. Сутність критерія Старка?

Тема 7. Тепловіддача при кипінні та конденсації

7.1 Теплообмін під час кипіння

Теплообмін при кипінні води є найважливішим процесом, що протікає в парогенераторах (котлах), різних испарителях і атомних реакторах.

Кипінням називається пароутворення, що характеризується виникненням нових вільних поверхонь розділу рідкої і парової фаз всередині рідини, нагрітої вище температури насичення. Характерною особливістю процесу кипіння є утворення бульбашок пари.

Розрізняють кипіння рідини на твердій поверхні теплообміну і кипіння в об'ємі рідини.

Об'ємне кипіння може відбуватися при перегріванні рідини щодо температури насичення при даному тиску. Об'ємне кипіння можна отримати при швидкому зменшенні тиску або при наявності в рідині внутрішніх джерел теплоти.

Процес кипіння на твердій поверхні може виникнути тоді, коли температура рідини вище температури насичення при даному тиску, а температура поверхні теплообміну вище температури киплячої рідини. Утворення бульбашок пари відбувається безпосередньо на поверхні теплообміну. Як показують спостереження, бульбашки пари зароджуються тільки на поверхні, що обігрівається в перегрітому пограничному шарі рідини і тільки в окремих точках цієї поверхні, званих центрами пароутворення. Центрами утворення бульбашок пари є нерівності самої стінки, мікротріщини поверхні нагрівання, частинки накипу, а також адсорбовані на поверхні нагрівання газу.

Кількість виникаючих бульбашок пари буде тим більше, чим більше центрів пароутворення, чим більше перегрітий прикордонний шар, чим більше температурний напір або чим більше теплове навантаження поверхні нагрівання.

При випаровуванні рідини в порожнині бульбашок обсяг їх збільшується, і при досягненні певних розмірів бульбашки пари відриваються від поверхні і спливають наверх, а на їх місці виникають нові бульбашки (рис. 7.1).

Розмір міхура при відриві визначається умовами механічної рівноваги між підйомною силою, яка прагне відірвати бульбашку від поверхні, і силою поверхневого натягу, що утримує його на поверхні. Зростання бульбашок до відриву від поверхні, що обігрівається і рух їх після відриву викликають інтенсивну циркуляцію і перемішування рідини в прикордонному шарі, внаслідок чого різко зростає інтенсивність тепловіддачі від поверхні до рідини. Такий режим називається *бульбашковим кипінням*. Число центрів пароутворення на

гріючої поверхні збільшується в міру зростання щільності теплового потоку q , оскільки при цьому збільшується перегрів рідини у стінки.

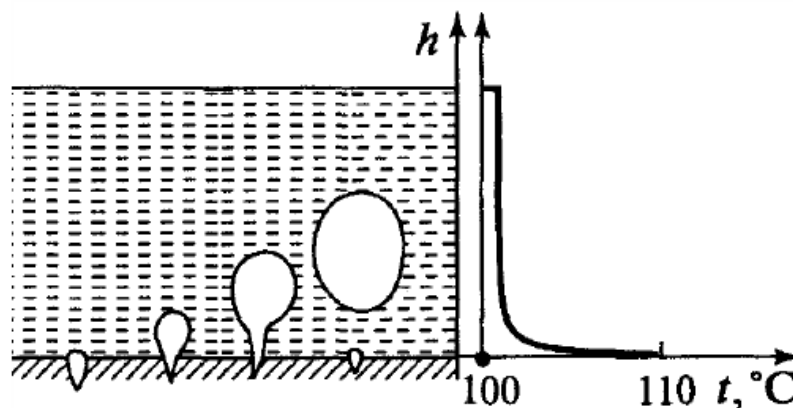


Рисунок 7.1. Схема зародження парових бульбашок в мікротріщині обігривається і розподіл температур по висоті посудини з окропом

Механізм пароутворення і інтенсивність теплообміну визначаються різницею температур стінки і рідини (температурним напором) $\Delta t = t_{cm} - t_p$. На рис. 7.2 зображена типова залежність коефіцієнта тепловіддачі і теплового навантаження (щільності теплового потоку) від температурного напору.

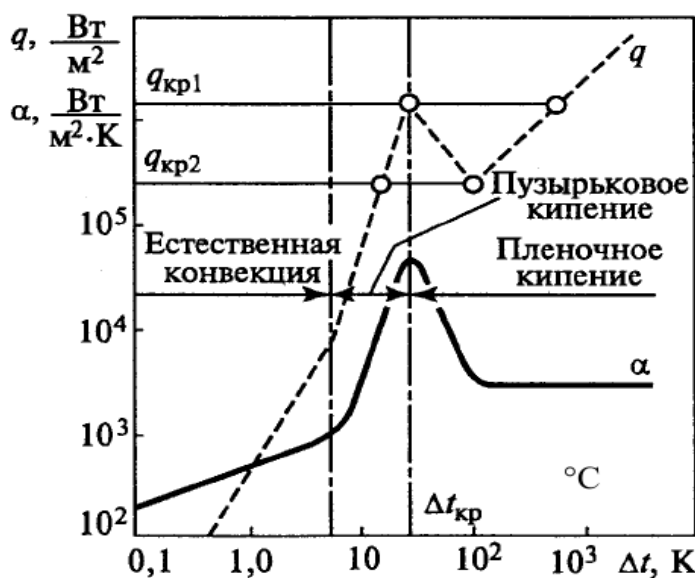


Рисунок 7.2. Залежність щільності теплового потоку q і коефіцієнта тепловіддачі α від величини перегріву стінки Δt

При значеннях $\Delta t < 5$ °C кількість бульбашок, що відділяються від поверхні нагрівання, невелика і бульбашки ще не здатні викликати суттєвого перемішування рідини. У цих умовах інтенсивність теплообміну визначається

вільним рухом рідини і коефіцієнт тепловіддачі слабо збільшується з ростом Δt . Такий режим кипіння відбувається в зоні природної конвекції (див. рис. 7.2).

Подальше збільшення температурного напору Δt супроводжується зростанням числа бульбашок пари, і їх рух після відриву викликає інтенсивне перемішування рідини. Настає режим розвиненого бульбашкового кипіння, при якому коефіцієнт тепловіддачі і теплове навантаження різко зростають (зона бульбашкового кипіння на рис. 7.2).

При деякій величині Δt окремі бульбашки пари починають з'єднуватися і утворюють парову плівку, яка покриває спочатку окремі ділянки поверхні нагрівання, а потім відокремлює повністю рідину від поверхні нагрівання. Плівка періодично руйнується і йде від поверхні у вигляді великих бульбашок. Замість зруйнованої плівки виникає нова. Такий режим кипіння називається *плівковим*.

У цих умовах теплота передається від поверхні нагрівання до рідини шляхом теплопровідності, конвективного теплообміну і випромінювання, а випаровування відбувається з поверхні плівки. Так як теплопровідність пари значно менше теплопровідності рідини, то поява парової плівки призводить до різкого зменшення коефіцієнту тепловіддачі (зона плівкового кипіння на рис. 7.2).

Коли плівка стійко покриє всю поверхню нагріву, умови теплообміну стабілізуються і при подальшому зростанні Δt коефіцієнт тепловіддачі залишається практично незмінним, а теплове навантаження збільшується пропорційно Δt .

В області переходу бульбашкового кипіння в плівкове залежність $q = f(\Delta t)$ має максимальне значення. Величини Δt , q , α , які відповідають моменту переходу бульбашкового режиму кипіння в плівкове, називаються *критичними*.

Критичні параметри, що відповідають переходу бульбашкового кипіння в плівкове, для води становлять: $\Delta t_{кр} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\alpha_{кр} = 46\,500\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{K})$; $q_{кр} = 1,16\cdot 10^6\text{ Вт}/\text{м}^2$.

У техніці намагаються не наближатися до критичної теплової навантаженні $q_{кр1}$, відповідної переходу до плівкового режиму кипіння. Справа в тому, що в апаратах, в яких тепловий потік задається незалежно від інтенсивності тепловіддачі (наприклад в електронагрівачах), випадкове навіть нетривалий за часом перевищення теплового навантаження над $q_{кр1}$ призведе до переходу в плівковий режим кипіння, і температура нагрівача різко зросте - майже на $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ (див. рис. 7.2).

Навіть леговані сталі не витримують таких високих температур. Зворотний перехід до бульбашкового кипіння відбувається тільки при досить сильному зниженні теплового навантаження (до $q_{кр2}$). Для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі α , $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot^{\circ}\text{C})$, при пузи-рьковом режимі кипіння води і тиску насичених парів $p_s = 1\div 200$ бар можна використовувати формулу

$$\alpha = 3,4q^{0,7} p_s^{0,18} = 33,4\Delta t^{2,33} p_s^{0,5}, \quad (7.1)$$

де q - щільність теплового потоку, Вт / м²;

p_s - тиск насичених парів води, бар;

Δt - температурний напір, °С.

7.2 Тепловіддача при конденсації пари

Перехід речовини з газоподібного стану в рідке називають *конденсацією*. Розрізняють *конденсацію в обсязі пари* або парогазової суміші і *конденсацію на поверхні твердого тіла* або рідини, з якими пар знаходиться в контакті. Найчастіше на практиці зустрічається поверхнева конденсація - в конденсаторах парових турбін, в опріснювачах при отриманні питної води з морів і океанів, в теплообмінниках холодильних установок і в інших пристроях.

Конденсація пари завжди пов'язана з відведенням теплоти через поверхні конденсації і з одночасним відведенням речовини, що утворюється, - конденсату. Конденсація може відбуватися тільки за умови, що температура і тиск пари нижче температури і тиску критичної точки. Якщо насичений або перегрітий пар стикається зі стінкою, температура якої нижче температури насичення при даному тиску, то внаслідок теплообміну пара охолоджується і конденсується. Конденсат у вигляді плівки або крапель осідає на поверхні і стікає вниз.

Залежно від стану поверхні розрізняють два види конденсації: *крапельну і плівкову*.

Якщо поверхня конденсатора не змочується рідиною (покрита якимось жиром, гасом, нафтовим продуктом і ін.) і конденсат осідає у вигляді окремих крапельок, то відбувається *крапельна конденсація* (рис. 7.3). На повністю змочуваний поверхні конденсатора конденсуючийся насичений пар утворює суцільну плівку певної товщини, тому така конденсація називається *плівковою* (рис. 7.4).

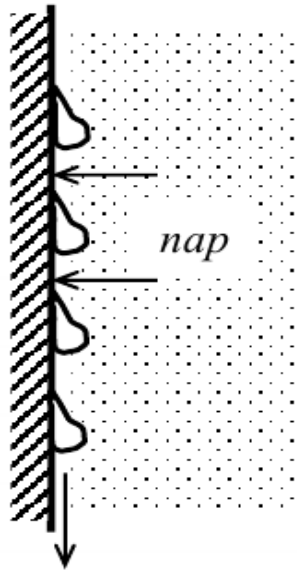


Рисунок 7.3. Крапельна конденсація пари на вертикальній поверхні

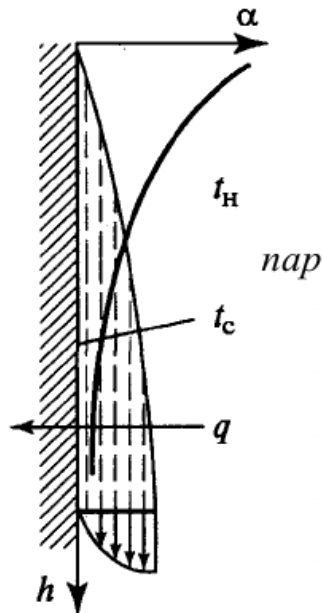


Рисунок 7.4. Зміна коефіцієнту α по висоті пластини при плівковій конденсації

Для водяної пари крапельна конденсація - явище випадкове, нестійке і короткочасне. Вона відрізняється інтенсивним теплообміном, і коефіцієнт тепловіддачі при крапельній конденсації в 15-20 разів вище, ніж при плівковій. Пояснюється це явище тим, що пар, який конденсується, знаходиться в безпосередньому зіткненні з холодною поверхнею.

Зазвичай в теплообмінних апаратах, що працюють на чистому водяному парі, спостерігається плівкова конденсація. У верхній частині вертикальної стінки або труби плівка стікає з малими швидкостями і рух плівки ламінарний. У міру стікання конденсату по висоті h кількість конденсату збільшується, відповідно

зростає товщина плівки δ і середня по товщині швидкість течії конденсату. При значеннях числа $Re \geq 400$ ламінарний плин плівки переходить в турбулентний.

При плівковій конденсації теплота пари передається поверхні плівки конденсату, а плівка передає теплоту стінці. Плівка конденсату являє собою значний термічний опір, і чим вона товща, тим менше тепловіддача.

Розглянемо тепловіддачу при плівковій конденсації в разі ламінарного руху плівки конденсату. В даному процесі перенесення теплоти через плівку здійснюється тільки теплопровідністю. Нехай поверхня плівки конденсату, звернена до пари, має температуру t_n (температуру насичення), а поверхня плівки конденсату, що стикається зі стінкою, має температуру t_c . Тоді при коефіцієнті теплопровідності конденсату λ , Вт/(м·°C), і товщині плівки δ , м, поверхнева щільність теплового потоку q , Вт / м², дорівнює

$$q = \lambda(t_n - t_c) / \delta. \quad (7.2)$$

Крім того, із закону Ньютона-Рихмана відомо, що при коефіцієнті тепловіддачі α , Вт / (м²·°C), поверхнева щільність теплового потоку q , Вт / м², дорівнює

$$q = \alpha(t_n - t_c). \quad (7.3)$$

З рівнянь (7.2) і (7.3) випливає, що $\alpha = \lambda / \delta$, тобто коефіцієнт тепловіддачі залежить від товщини шару конденсату, що стікає по стінці вниз, і чим товще шар, тим менше тепловіддача.

На коефіцієнт тепловіддачі також впливає напрям руху пари. Рух пари вздовж вертикальної стінки вниз збільшує швидкість течії плівки, зменшує її товщину і збільшує коефіцієнт тепловіддачі. При протилежному русі пари і плівки спостерігається зворотній ефект.

Великий вплив на інтенсивність тепловіддачі при конденсації має зміст газів в парі. Накопичуючись у тепловіддаючих або тепло сприймаючих поверхнях, гази різко зменшують коефіцієнт тепловіддачі (за рахунок малого значення їх теплопровідності). Так, наявність в парі 2% повітря зменшує α приблизно в три рази. Тому в теплообмінниках з двофазним середовищем передбачають відсмоктування газів і продування застійних зон.

Маса конденсату m , кг/(с·м²), що утворюється на 1 м² поверхні, визначається за формулою

$$m = \frac{q}{r} = \frac{\lambda(t_n - t_c)}{\delta r} \quad (7.4)$$

де r - питома теплота пароутворення, Дж / кг.

На підставі узагальнення дослідних даних з різними рідинами і теоретичного аналізу, проведеного Нуссельтом, отримані розрахункові формули.

Середнє значення α , Вт/(м²·°C), для всієї висоти стінки h , м, визначають за формулою

$$\alpha = 0,943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho^2 g \lambda^3}{\mu(t_H - t_c)h}}, \quad (7.5)$$

де ρ - щільність рідини, кг/м³;

g - прискорення вільного падіння, м/с²;

μ - коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с.

Формула (1.130) придатна не тільки для площини, а й для вертикальних труб і циліндрів. Для горизонтальних труб діаметром d , м, рекомендується наступна формула:

$$\alpha = 0,728 \cdot \sqrt[4]{\frac{r\rho g \lambda^3}{\nu(t_H - t_c)d}}, \quad (7.6)$$

де ν - кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с.

У формулах (7.5) і (7.6) фізичні константи конденсату λ , ρ , μ , ν беруть при середній температурі $t_{cp} = 0,5 (t_H + t_c)$.

Так як висота труби завжди більше діаметра, то коефіцієнт тепло-отда-чи при горизонтальному розташуванні труби вище, ніж при вертикальному. Наведені формули (7.5) і (7.5) відносяться до ламінарного руху плівки конденсату, коли критерій $Re < 400$ (при нерухомому парі). При турбулентному русі плівки коефіцієнт тепловіддачі стає більше.

7.3 Тепловіддача в рідких металах

Іноді в якості робочих рідин застосовують розплавлені метали, вони володіють істотними перевагами в порівнянні з газами і рідинами. Розплавлені метали мають високу температуру кипіння, великі коефіцієнти тепловіддачі і термічно стійкі. Рідкі метали використовують в тих випадках, коли при низькому тиску потрібно передавати теплоту високих потенціалів. Водяна пара для цих умов мало придатна - при високих температурах вона має великий тиск. Гази також мають істотні недоліки - малий коефіцієнт тепловіддачі і невелику теплоємність.

В якості теплоносіїв застосовують натрій, калій, натрієво-калієвий сплав, літій, вісмут, ртуть, олово, сплави вісмуту і олова та інші.

Для визначення коефіцієнту тепловіддачі при вимушеному турбулентном русі лужних і важких металів рекомендується наступна формула:

$$Nu_{pd} = 4,5 + 0,014 (Re_{pe} Pr_p)^{0,8}. \quad (7.7)$$

Тут за визначальну температуру прийнята середня температура рідкого металу, за визначальний розмір - еквівалентний діаметр каналу. Формула (7.7) може бути застосована для чистих поверхонь нагріву і герметичних контурів нагріву, заповнених нейтральним газом, при числах $Re_{pd} = 10^4 \div 10^6$, $Pr_p = 0,004 \div 0,032$ і при співвідношенні $l/d > 30$. Поправка на довжину труби ϵ при $l/d < 30$

визначається за рівнянням $\varepsilon = 1,72 (d/l)^{0,16}$. Від напрямку теплового потоку і температурного напору коефіцієнт тепловіддачі рідких металів не залежить. При вільному русі лужних і важких металів, а також їх сплавів рекомендується наступне рівняння:

$$Nu_{ed} = C \cdot Gr_{cz}^n \cdot Pr_{cz}^{0,4}, \quad (7.8)$$

В цьому рівнянні C та n знаходяться в залежності від значення критерія Gr_{cr} :

- при $Gr_{cr} = 10^2 \div 10^9$ $C = 0,52$ и $n = 0,25$ (ламінальний режим);
- при $Gr_{cr} = 10^9 \div 10^{13}$ $C = 0,106$ и $n = 0,33$ (турбулентний режим).

За визначальну температуру принята середня температура пограничного шару $t_{cz} = 0,5(t_p + t_{cm})$. За визначальний розмір прийняті: для вертикальних пластин – їх висота, для горизонтальних труб – зовнішній діаметр.

Контрольні питання до теми 7:

1. Особливості тепловіддачі рідких металів.
2. Рівняння подібності тепловіддачі для рідких металів.
3. Описати механізм виникнення вільного потоку рідини.
4. Описати характерну картину вільного руху рідини у вертикальній стінці.
5. Якими рівняннями подібності описується тепловіддача при вільному русі рідини?
6. Як визначається коефіцієнт тепловіддачі при вільній конвекції в обмеженому просторі?
7. За яких умов виникають процеси кипіння рідини і конденсації пари?
8. Де утворюються бульбашки пари?
9. Яке кипіння називається бульбашковим і плівковим?
10. Який момент кипіння називається критичним?
11. Які рівняння рекомендуються для визначення коефіцієнта тепловіддачі при бульбашковій кипінні рідини?
12. Які розрізняють види конденсації?
13. При якому вигляді конденсації коефіцієнт тепловіддачі більше і чому?
14. Від чого залежить коефіцієнт тепловіддачі при конденсації?
15. Запишіть рівняння тепловіддачі для вертикальної і горизонтальної стінок при конденсації пари.
16. Як визначається маса утворившогося конденсату?
17. Як впливає напрямок руху пари на тепловіддачу?
18. Як впливає на тепловіддачу розташування поверхні труби при конденсації?
19. Як впливають домішки газу на тепловіддачу при конденсації?

Тема 8. Молекулярна дифузія

8.1 Основні визначення теорії масообміну

У багатьох процесах промисловості широко застосовуються явища переносу маси або масоперенос. Звичайно, ці процеси відбуваються разом з явищами теплообміну.

В основі теорії масообміну лежать ті ж фундаментальні залежності, що і в теорії теплообміну. Тому, при розгляданні подібних процесів використовуються принципи аналогії.

Масообмін – перенос маси деякого компонента у межах фази в іншу.

Фаза - суміш декількох компонентів, що не реагують один з іншим хімічно. В окремому випадку фазу може становити один компонент.

Поверхня розподілу – поверхня, що розділяє фази.

Ядро фази - основна частина фази, що характеризується постійністю розподілу концентрацій компонентів.

Пограничний шар – шар, розташований між по верхньою розподілу та ядром фази (приклад – випаровування рідини: дві фази, рідка та газоподібна, поверхня розподілу – поверхня рідини). По товщині пограничного шару спостерігається змінювання концентрацій компонентів.

Масовіддача - перенос маси компонента у межах однієї фази у напрямку до поверхні розподілу (або навпаки, від поверхні розподілу до ядра фази випаровування рідини, сублімація твердих тіл – відбувається масовіддача від поверхні розподілу в парогазове або газове середовище; розчинювання - масовіддача від твердої поверхні до навколишнього рідкого середовища).

Аналогія – тепловіддача при конвективному теплообміні.

Масопередача – перенос маси із однієї фази до іншої через поверхню розподілу. Аналогія - теплопередача. Відбувається наступне: компонент переноситься у межах однієї фази до поверхні розподілу шляхом масовіддачі, передається через поверхню розподілу, а потім діє масовіддача того ж компонента

у межах іншої фази (*абсорбція* – перехід речовини із газового середовища у рідке; *адсорбція* – перехід речовини із газового середовища у тверде; *десорбція* – зворотний процес абсорбції; *сушка* – перехід вологи із твердої фази в газу; *зволоження* – перехід вологи до твердої фази від вологоносія).

Дифузія - проникнення молекул (або деяких мікрочастинок)компонента у міжмолекулярний простір речовини або декількох речовин тієї або іншої фази. Відрізняють молекулярну та конвективну дифузію.

Молекулярна дифузія зумовлена тепловим рухом молекул, конвективна – переміщенням мікрочастинок (конвекція маси).

Концентраційна дифузія – виникає в результаті різниці концентрації компонента.

Термодифузія – виникає в результаті нерівномірності температури суміші по об'єму.

Бародифузія – виникає в результаті неоднорідності тиску по об'єму.

Потік маси – маса даного компонента фази, що проходить через деяку поверхню за одиницю часу I , кг/с (масова витрата).

Густина потоку маси – потік маси, віднесений до одиниці поверхні (тобто маса даного компонента, що проходить за одиницю часу через одиницю поверхні), j , кг/м²с.

Між потоком маси та густиною потоку маси існує залежність

$$I = jF, \text{ кг/с}, \quad (8.1)$$

де F - поверхня.

Концентраційне поле – (по аналогії до температурного поля) сукупність миттєвих значень концентрацій по об'єму об'єкта.

Ізоконцентраційна поверхні – уявлювана поверхня, що об'єднує однакові значення концентрації.

Концентрація компонента – маса одиниці об'єму фази, C , кг/м³.

Градiєнт концентрації – падіння концентрації на одиниці довжини, кг /м⁴.

8.2 Визначення величини густини потоку маси

6.2.1 Молекулярна дифузія

Причиною виникнення потоку маси є або нерівномірний розподіл концентрації речовини (концентраційна дифузія), або неоднорідність температурного поля (термодифузія), або неоднорідність повного тиску (бародифузія).

Якщо в двокомпонентній суміші відсутні макрорухи, а температура і тиск постійні за обсягом системи, то щільність потоку маси одного з компонентів,

обумовленого молекулярної дифузії, визначається законом Фіка: щільність дифузійного потоку маси речовини прямо пропорційна градієнту концентрацій або

$$J_{\text{коп.}} = -D \frac{dC}{dn}, \text{ кг/м}^2\text{с}, \quad (8.2)$$

де D – коефіцієнт молекулярної дифузії даного компонента, $\text{м}^2/\text{с}$ – густина потоку маси при одиничному градієнті концентрації, інакше D називають коефіцієнтом масопровідності;

C – місцева концентрація компонента;

n - напрямок нормалі до ізоконцентраційної поверхні;

$\frac{dC}{dn}$ - градієнт концентрації, кг/м^4 .

Закон Фіка є аналогом закону Фур'є для теплопровідності. Якщо суміш бінарна (складається із двох компонентів), коефіцієнт молекулярної дифузії однаковий для обох взаємно дифундуючих компонентів.

Коефіцієнт молекулярної дифузії залежить від природи взаємно дифундуючих компонентів.

При дифузії газоподібного компонента у газовому середовищі D залежить також від тиску та температури.

У довідниках для газів приведені значення D_0 , тобто для $T=273^\circ\text{C}$ і $p=1$ бар. Значення D при інших температурах та іншому тиску визначається згідно зі співвідношенням

$$D = D_0 \frac{p_0}{p} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2}. \quad (8.3)$$

Коефіцієнт дифузії для рідин приводиться у довідниках звичайно для температури 20°C (D_{20}). При інших температурах маємо

$$D = D_{20} (1 + \alpha(t - 20)), \quad (8.4)$$

де $\alpha = \frac{6,33\sqrt{\eta}}{\sqrt[3]{\rho}}$; η - динамічний коефіцієнт в'язкості, Нс/м^2 ;

ρ - густина розбавника, кг/м^3 .

Для газових сумішей закон Фіка наступним чином. Із рівняння стану ідеальних газів маємо

$$C = \frac{1}{v} = \frac{p}{RT},$$

де C – місцева концентрація компонента, кг/м^3 ;

v - місцевий питомий об'єм компонента при його парціальному тиску p , (Н/м^2);

R - газова стала компонента, Дж/кгК ;

T – абсолютна температура компонента.

Якщо температура T постійна, то маємо вираз для градієнта концентрації

$$\frac{dC}{dn} = \frac{1}{RT} \frac{dp}{dn}. \quad (8.5)$$

Але із закону Фіка (8.2) отримаємо

$$\frac{dC}{dn} = -\frac{j}{D}.$$

Отже

$$J = -\frac{D}{RT} \frac{dp}{dn}, \text{ кг/м}^2\text{с} \quad (8.6)$$

Величина $\frac{D}{RT}$ позначається як D_p і має фізичний смисл густини потоку маси при одиничному градієнті тиску (тракується як коефіцієнт молекулярної дифузії, віднесений до градієнта парціального тиску).

Для бінарної суміші коефіцієнт D_p різний для різних компонентів

$$D_{p1} = \frac{D}{R_1 T} \text{ і } D_{p2} = \frac{D}{R_2 T}.$$

Звідки

$$\frac{D_{p1}}{D_{p2}} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2},$$

де μ_1 та μ_2 - молярні маси компонентів.

Концентраційна дифузія у чистому вигляді спостерігається у твердих тілах (дифузія газів у металах, вунлецювання, зневуглецювання та ін.).

8.2.2 Конвективна дифузія

При конвективній дифузії густина потоку маси визначається згідно з формулою

$$J_{\text{кон}} = Cw, \text{ кг/м}^2\text{с}, \quad (8.7)$$

де w - швидкість потоку компонента усередині фази;

C – концентрація дифуючого компонента усередині фази, кг/м^3 .

У рідких та газоподібних середовищах конвективна дифузія завжди супроводжується молекулярною.

Сукупність дії конвективної та молекулярної дифузії називається масообміном.

При конвективному масообміні маємо густину потоку маси

$$J = J_m + J_{\text{кон}}, \quad (8.8)$$

де J_m та $J_{\text{кон}}$, відповідно молекулярна та конвективна складові.

8.3 Диференціальне рівняння конвективного масообміну

Для практичних цілей представляє інтерес визначення поля концентрації компонента у межах фази, тобто знайти функцію

$$C = f(x, y, z, \tau) . \quad (8.9)$$

Виділимо елементарний об'єм dV фази - рис. 8.1.

Аналогічно з диференціальним рівнянням теплопровідності для конвективного теплообміну запишемо для поля концентрації

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial C}{\partial x} + w_y \frac{\partial C}{\partial y} + w_z \frac{\partial C}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right), \quad (8.10)$$

де w_x, w_y, w_z - компоненти швидкості субстанції по координатам x, y, z .

Раніше були розглянуті основні теплообмінні процеси, що мають місце на практиці. Більшість із розглянутих законів можуть бути застосовані не тільки до теплових процесів, але і до інших, наприклад, до масообмінних. Зокрема, закономірності і диференціальні рівняння теплопровідності можуть бути застосовані для вивчення дифузійних процесів (сушіння матеріалу, дифузія двох контактуючих металів, дифузія газу, вуглецювання сталі та ін.).

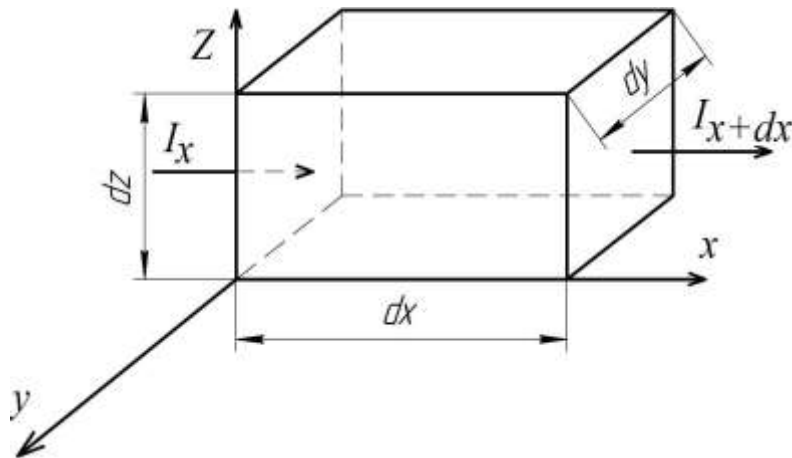


Рисунок 8.1. Елементарний об'єм фази

Тема 9. Конвективний масообмін

9.1 Масовіддача, рівняння масовіддачі

Практичний інтерес представляють процеси масообміну і теплообміну при випаровуванні, конденсації, сорбції, десорбції і т. п. Наприклад, при випаровуванні рідини пара, що утворюється, переноситься шляхом дифузії в навколишню парогазову суміш і одночасно відбувається тепловіддача між парогазовою сумішшю і поверхнею рідини. Поверхня рідкої фази (або межфазна поверхня) в даному випадку грає роль, аналогічну ролі твердої стінки в процесах тепловіддачі без супутньої дифузії.

Тому за аналогією з тепловіддачею конвективний масообмін між рухомим середовищем і міжфазною поверхнею називається *масовіддачею*. Її інтенсивність характеризується *коефіцієнтом масовіддачі*.

Щільність потоку маси g , $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$, можна виразити або через різницю концентрацій речовини, що дифундує, або через різницю парціальних тисків цієї ж речовини. У першому випадку розрахункове рівняння має вигляд

$$g = \beta(C_n - C_0), \quad (9.1)$$

де β – коефіцієнт масовіддачі, віднесений до різниці концентрацій дифундуючої речовини, $\text{м}/\text{с}$;

C_n – концентрація дифундуючої речовини на поверхні розділу фаз (твердої та рідкої), $\text{кг}/\text{м}^3$;

C_0 – концентрація цієї ж речовини на відстані від поверхні розділу фаз, $\text{кг}/\text{м}^3$.

З рівняння стану ідеального газу слідує, що концентрація i -го компоненту дорівнює

$$C_i = P_i / R_i T, \quad (9.2)$$

де P_i – парціальний тиск i -го компоненту;

R_i – газова постійна.

Підставляючи цей вираз в формулу (9.1), отримаємо

$$g = \beta_p(P_n - P_0), \quad (9.3)$$

де β_P – коефіцієнт масовіддачі, віднесений до різниці парціальних тисків, с/м;

P_n, P_0 – парціальний тиск дифундуючої речовини на поверхні розділу фаз та на відстані від неї, Па.

Відношення між коефіцієнтами масовіддачі встановлюється виразом

$$\beta / \beta_P = RT, \quad (9.4)$$

де R – газова постійна, Дж/(кг·К);

T – абсолютна температура, К.

Як видно, рівняння (9.1) та (9.3) аналогічні рівнянню Ньютона-Ріхмана, яке використовується для розрахунку тепловіддачі.

В рівнянні (9.1) потенціалом переносу маси є різниця концентрацій, а в рівнянні (9.3) – різниця парціальних тисків. Наведені розрахункові формули справедливі для випадку чистої молекулярної дифузії без врахування урахування взаємного впливу тепло- та масообміну.

9.2 Критерії подібності і критеріальні рівняння масообміну

Розглянемо рівняння енергії, руху і дифузії, що описують поля температури, швидкості і концентрацій в окремо відбуваючихся процесах переносу теплоти, кількості руху і речовини. Фізичні параметри рідини будемо вважати постійними.

Рівняння енергії (без урахування дифузійної складової теплового струму) має вигляд

$$dt / d\tau = a \nabla^2 t. \quad (9.5)$$

Рівняння руху (без врахування масових сил та при безнапорном русі) виглядає наступним чином

$$d\vec{w} / d\tau = \nu \nabla^2 \vec{w} \quad (9.6)$$

Рівняння дифузії (без врахування термо- та бародифузії) має вигляд

$$d\rho_i / d\tau = D \nabla^2 \rho_i. \quad (9.7)$$

Рівняння (9.5) - (9.7) за попереднім записом аналогічні: вони містять коефіцієнт a (коефіцієнт температуропровідності), ν (коефіцієнт кінематичної в'язкості), D (коефіцієнт дифузії), кожен з яких характеризує відповідно перенесення теплоти, імпульсу і речовини. Одиниці виміру a, ν, D однакові - м²/с. При подібних умовах однозначності, при $a = \nu = D$ розрахункові поля температури, швидкості і концентрацій будуть подібні. Зокрема, поля температури і відносних концентрацій будуть подібні, якщо $a = D$.

Аналогія процесів тепло- і масообміну часто використовується на практиці. Якщо, наприклад, для теплообміну отримано, що критерій Нуссельта Nu

$= \varphi (Re, Pr)$, то, виходячи з аналогії процесів тепло- і масообміну, вважають дифузний критерій Нуссельта $Nu_D = \psi (Re, Pr_D)$, при цьому функції φ і ψ вважають однаковими.

Тут дифузне число Нуссельта визначається за формулою

$$Nu_D = \beta l / D, \quad (9.8)$$

де β – коефіцієнт масовіддачі, м/с;

l – характерний лінійний розмір, м;

D – коефіцієнт дифузії, м²/с.

Дифузійне число Прандтля знаходиться як

$$Pr_D = \nu / D. \quad (9.9)$$

Існує також дифузійне число Фур'є, яке враховує нестационарність процесів переносу маси речовини за час τ ,

$$Fo_D = D\tau / l^2. \quad (9.10)$$

Ці числа є аналогами теплових чисел Nu, Pr, Fo . Суворо говорячи, вказанні аналоги є наближеними.

В деякі критеріальні рівняння тепло- та масообміну входить критерій Гухмана

$$Gu = \frac{T_c - T_m}{T_c}, \quad (9.11)$$

де T_c та T_m – температури середовища по сухому та по мокрому термометрам, К.

А. В. Нестеренко отримав при випаровуванні води з вільної поверхні наступні критеріальні рівняння:

$$Nu = A \cdot Re^n Pr^{0,33} Gu^{0,175} \theta^2, \quad (9.12)$$

$$Nu_D = B \cdot Re^m Pr_D^{0,23} Gu^{0,135} \theta^2. \quad (9.13)$$

Тут $\theta = T_c / T_{нов}$ – безрозмірна температура, $T_{нов}$ – температура поверхні. Постійні величини A, B, m , та n залежать від критерія Re :

- при $Re = 3,15 \cdot 10^2 \div 2,2 \cdot 10^4$ $A = 0,51; n = 0,61; B = 0,49; m = 0,61;$

- при $Re = 2,2 \cdot 10^4 \div 3,15 \cdot 10^5$ $A = 0,027; n = 0,9; B = 0,0247; m = 0,9.$

Як показує проведене порівняння окремо протікаючи процесів тепло- і масообміну, характерною особливістю масообмінного процесу є наявність поперечного потоку маси ($w_{y,c} \neq 0$). Порізно можуть змінюватися фізичні параметри, які є важливими для процесів перенесення енергії і маси. Різні і граничні умови цих процесів. В результаті аналогія між тепло- і масообмінном порушується. Однак в деяких випадках вона може використовуватися для наближених розрахунків.

ЛІТЕРАТУРА

1. Погорєлов А.І. Тепломасообмін (основи теорії і розрахунку): Навчальний посібник для вузів, 2-ге видання. – Львів: «Новий світ - 2000», 2004. – 144с.
2. Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. Тепломассообмен: учебное пособие для вузов. – М.: МЭИ, 2005. – 550с.
3. Чепурний, М. М. Тепломасообмін в прикладах і задачах : навчальний посібник / М. М. Чепурний, Н. В. Резидент. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 128 с.
4. Орлов, М. Е. Теоретические основы теплотехники. Тепломассообмен: учебное пособие / М. Е. Орлов; Ульяновский гос. техн. ун-т. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – 204 с.
5. Бухмиров В.В. Тепломассообмен: Учеб. пособие / ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2014. – 360 с.

Конспект лекцій з дисципліни «Тепломасообмін» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня зі спеціальності 144 «Теплоенергетика» / Укл. Соколовська І.Є. - Кам'янське, ДДТУ, 2021. - 114 с.

Укладач:

доцент, кандидат технічних наук Соколовська І.Є.

Підписано до друку _____ 2021р.
Формат _____ А4 _____ Обсяг _____ др. арк.
Тираж _____ 40 прим. _____ Замов. _____
51918, м. Кам'янське , вул. Дніпробудівська, 2.