

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

В. Є. Стрілець
Н. С. Бакуменко
С. І. Шматков

МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Практикум

У 2-х частинах

Частина 1

Електронне видання

Харків – 2024

Рецензенти:

Є. С. Меньяйлов – кандидат технічних наук, доцент, в.о. завідувача кафедри теоретичної та прикладної інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна;

С. В. Погорєлов – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».

*Затверджено до розміщення в мережі Інтернет рішенням Науково-методичної ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 9 від 18 червня 2024 року)*

Стрілець В. Є.

С 83 Методи прийняття рішень : практикум. У 2-х частинах. Частина 1 [Електронне видання] / В. Є. Стрілець, Н. С. Бакуменко, С. І. Шматков. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024. – (PDF 52 с.).

У практикумі розглянуті методи прийняття рішень у різних умовах надання вхідної інформації, такі як: метод аналізу ієрархій, метод дерев рішень, кількісні критерії прийняття рішень. Описані засоби табличного процесора MS Excel для розв'язання задач лінійного програмування і побудови дерев рішень. Посібник містить методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисциплін «Моделі і методи прийняття рішень» та «Комп'ютерні системи підтримки прийняття рішень», які викладаються у рамках підготовки бакалаврів за спеціальностями 123 «Комп'ютерна інженерія» та 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка».

УДК 519.85 (058.8)

© Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна, 2024

© Стрілець В. Є., Бакуменко Н. С.,
Шматков С. І., 2024

Електронне навчальне видання комбінованого використання
Можна використовувати в локальному та мережному режимі

Стрілець Вікторія Євгенівна
Бакуменко Ніна Станіславівна
Шматков Сергій Ігорович

МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Практикум
У 2-х частинах
Частина 1

Коректор *О. В. Анцибора*
Комп'ютерне верстання *В. В. Савінкова*

Підписано до розміщення 18.06.2024. Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 3,06. Мб. Обсяг 1,474 Мб Зам. № 183/24.

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3367 від 13.01.2009
Видавництво ХНУ імені В. Н. Каразіна

Зміст

Вступ	4
Практична робота № 1. Прийняття рішень в умовах визначеності. Математичне програмування	5
Практична робота № 2. Прийняття рішень в умовах визначеності. Метод аналізу ієрархій	19
Практична робота № 3. Прийняття рішень в умовах ризику. Дерева рішень.....	28
Практична робота № 4. Прийняття рішень в умовах невизначеності. Критерії прийняття рішень.....	39
Додатки	45
Список літератури.....	54

Вступ

Задачі прийняття рішень супроводжують людину в будь-яких напрямках її цілеспрямованої діяльності. Вони виникають як у повсякденному житті людини, так у професійній сфері і можуть бути особистими, локальними (стосуватися відносно невеликої кількості людей) та глобальними (розповсюджуватися на місто, область, країну, світ). У результаті розв'язання задачі прийняття рішень особа, яка приймає рішення (ОПР), отримує *рішення* як результат інтелектуальної діяльності, що призводить до певного висновку або до необхідних дій. Рішення – це вибір між альтернативними або, як правило, конкуруючими можливостями.

Процес прийняття рішень є послідовністю кроків, які призводять до знаходження рішення. Формалізація процесу прийняття рішень – це складна проблема, яка частково розв'язується за допомогою сучасних моделей і методів прийняття рішень. У залежності від мети, структурованості задачі й можливості отримання потрібної інформації для пошуку рішення застосовуються різні методи. Наприклад, коли задачу можна достатньо легко описати мовою математики, виокремивши критерії, множину альтернатив, множину обмежень, то для її розв'язання будуть використані методи математичного програмування.

У першій частині практикуму розглядаються методи прийняття рішень, які дозволяють розв'язувати задачі прийняття рішень з різним ступенем врахування невизначеності: детерміновані або в умовах визначеності, стохастичні або в умовах ризику і в умовах невизначеності. Наведені основні теоретичні положення методу аналізу ієрархій, методу дерев рішень і кількісних критеріїв прийняття рішень та приклади їх використання для розв'язання практичних задач.

Практикум містить завдання для виконання практичних робіт з дисциплін «Моделі і методи прийняття рішень» та «Комп'ютерні системи підтримки прийняття рішень», які викладаються у рамках підготовки бакалаврів за спеціальностями 123 «Комп'ютерна інженерія» та 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка».

Практична робота № 1

Прийняття рішень в умовах визначеності.

Математичне програмування

Мета роботи: ознайомитися з математичними постановками задач прийняття рішень; навчитися формувати математичну модель задачі прийняття рішень в умовах визначеності (лінійні моделі); розв'язати задачу прийняття рішень із використанням вбудованих засобів MS Excel.

Короткі теоретичні відомості

Процес прийняття рішень і методи, які будуть при цьому застосовані, залежать від умов, у яких рішення приймається. Найпростішою є ситуація, коли особа, яка приймає рішення (ОПР), володіє всією необхідною інформацією. Такі задачі прийняття рішень називають *задачами в умовах визначеності*.

У даних задачах ОПР може описати повну множину альтернатив (можливих рішень) і наслідків. Причому зв'язок між ними детермінований, тобто кожній альтернативі відповідає лише один можливий наслідок, і корисність наслідку можна оцінити деяким числовим значенням. Таким чином можна встановити пряму залежність «альтернатива $\rightarrow$ числове значення наслідку», оминаючи безпосередньо наслідок. У результаті буде побудована функція f , яка задана на множині дійсних чисел і визначена на множині розглядуваних альтернатив. Функція f має назву *цільова функція* або *критерій якості (ефективності)*.

Отже, *математичну модель* задачі прийняття рішень в умовах визначеності при числовій оцінці наслідків можна описати як *задачу оптимізації* дійсної функції, яка задана на множині альтернатив.

Якщо функція f скалярна, тобто оцінюється лише за одним показником (критерієм), то задача є *однокритеріальною*, і для її розв'язання можна застосовувати методи *математичного програмування*.

Якщо кількість критеріїв для оцінки цільової функції 2 і більше ($f_1, f_2, \dots$), то така задача називається *багатокритеріальною*. Такі задачі для розв'язання потребують методів *багатокритеріальної оптимізації*.

Далі розглянемо однокритеріальні задачі.

Серед задач оптимізації виділяють задачі мінімізації і задачі максимізації.

Задача мінімізації записується у вигляді

$$f(x) \rightarrow \min, x \in X, \quad (1)$$

або

$$\min_{x \in X} f(x),$$

де функція $f(x)$ є *цільовою функцією*, X – *допустимою множиною*, а будь-який елемент $x \in X$ – *допустимою точкою* цієї множини.

Якщо $X \neq \emptyset$, то задача (1) називається сумісною, в протилежному випадку – несумісною.

Якщо $X = R^n$, то задача (1) називається задачею без обмежень на змінні або задачею *безумовної* мінімізації, у протилежному випадку – задачею з обмеженнями на змінні або задачею *умовної* мінімізації.

Задача максимізації записується аналогічно до задачі мінімізації (1).

Формалізація задач оптимізації полягає в точному визначенні її основних елементів: функції $f(x)$ і множини X .

Цільова функція $f(x)$ є математичним описом мети, досягнення якої вимагається при розв’язуванні реальної задачі. Допустима множина X визначає умови, за яких перебігає процес, що досліджується, і яким має задовольняти розв’язок задачі.

Наведемо приклади формалізації практичних задач.

Задача про оптимальний план виробництва продукції. Підприємство виробляє продукцію n видів, і для її виготовлення використовується m видів ресурсів. Позначимо через a_{ij} витрати i -го виду ресурсів ($1 \leq i \leq m$) на виробництво одиниці продукції j -го виду ($1 \leq j \leq n$), через b_i – наявні ресурси i -го виду ($1 \leq i \leq m$), c_j – прибуток, що одержує підприємство від реалізації одиниці продукції j -го виду ($1 \leq j \leq n$), а через d_j, D_j – задані нижню і верхню межі обсягів виробництва j -го виду продукції.

Необхідно скласти такий план $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ виробництва продукції, щоб при наявних ресурсах задовольнити задані обмеження на випуск кожного виду продукції і в той же час забезпечити якомога більший загальний прибуток.

Математична модель задачі має вигляд:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max,$$

за умов

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i, i = 1, \dots, m, \\ d_j &\leq x_j \leq D_j, j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Задача про призначення. Нехай для виконання n різних робіт на деякому підприємстві виділено n працівників, причому за кожною роботою можна закріпити лише одного працівника. Відома ефективність c_{ij} виконання i -ї роботи j -м працівником, $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$. Завдання полягає в такому закріпленні працівників за роботами, щоб загальна ефективність виконання робіт була найбільшою.

Якщо ввести змінні x_{ij} , $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$, які визначаються формулою

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i - \text{та робота закріплена за } j - \text{м працівником,} \\ 0, & \text{у протилежному випадку,} \end{cases}$$

то математична модель задачі буде такою: треба знайти максимум лінійної форми

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

за умов

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, i = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} &= 1, j = 1, \dots, n, \\ x_{ij} &\in \{0,1\}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Цільова функція виражає загальну ефективність виконання робіт. Перше обмеження задачі означає, що кожна i -та робота виконується тільки одним працівником, а друге обмеження – кожний j -й працівник закріплений за однією роботою.

Задача розміщення програмних модулів у багаторівневій пам'яті комп'ютера. Нехай є m програмних модулів для побудови алгоритмів розв'язування задач певного класу, a_i – об'єм (число стандартних слів) пам'яті, необхідний для розміщення i -го програмного модуля, $i = 1, \dots, m$, p_i – частота його використання. Система реалізована на комп'ютері, пам'ять якого складається з n рівнів, b_j – об'єм пам'яті j -го рівня, $j = 1, \dots, n$, t_j – час вибирання слова стандартної довжини з пам'яті j -го рівня. Необхідно так розмістити програмні модулі в багаторівневій пам'яті комп'ютера, щоб мінімізувати середній час розв'язування задач заданого класу.

Якщо ввести змінні x_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, які визначаються формулою

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } i - \text{й програмний модуль розміщений в пам'яті } j - \text{го рівня,} \\ 0, \text{ у протилежному випадку,} \end{cases}$$

тоді математична модель задачі буде такою:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_j a_i p_i x_{ij} &\rightarrow \min, \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m a_i x_{ij} &\leq b_j, j = 1, \dots, n, \\ x_{ij} &\in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Перше обмеження задачі означає, що i -й модуль програми може розміщуватися лише в одному з j -х рівнів пам'яті, а друге – об'єм пам'яті, який займають програмні модулі, розміщені в j -му рівні, не перевищує об'єму пам'яті j -го рівня.

Задача про вибір оптимальної структури автоматизованої системи управління (АСУ). Нехай АСУ містить n вузлів і призначена для розв'язування m задач. Витрати ресурсів на розв'язування i -ї задачі в j -му вузлі становлять величину a_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, а ресурси, що є в j -му вузлі, – величину b_j . Структура АСУ визначається матрицею $(x_{ij})_{i=1, \dots, m, j=1, \dots, n}$, де $x_{ij} = 1$, якщо i -та задача розв'язується в j -му вузлі, і $x_{ij} = 0$ – у протилежному випадку. Необхідно обрати таку структуру АСУ, для якої сумарні витрати на розв'язування задач будуть мінімальними.

Математична модель задачі має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} &\rightarrow \min, \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m a_{ij} x_{ij} &\leq b_j, j = 1, \dots, n, \\ x_{ij} &\in \{0,1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Обмеження-нерівності говорять про те, що витрати в кожному j -му вузлі не можуть перевищувати наявних ресурсів, а обмеження-рівності – про те, що АСУ повинна розв’язувати всі m задач, які покладені на неї.

Усі наведені приклади задач відносяться до задач лінійного програмування, і для їх розв’язання існують певні методи, зокрема симплекс-метод. Існують розроблені програмні рішення та застосунки, які дозволяють розв’язувати задачі лінійного програмування. Розглянемо використання табличного процесора MS Excel.

MS Excel має надбудову «Пошук рішення», яка дозволяє розв’язувати задачі математичного програмування. Дана надбудова дозволяє розв’язувати лінійні, нелінійні й негладкі задачі оптимізації. Для кожного типу задач передбачене використання окремого методу оптимізації, наприклад, лінійні задачі розв’язуються симплекс-методом, а нелінійні – методом узагальненого градієнта.

Знайдемо розв’язок задачі про вибір оптимальної структури АСУ. Спочатку доповнимо умову задачі значеннями: нехай АСУ містить $n = 3$ вузли і призначена для розв’язування $m = 5$ задач. Затрати ресурсів на розв’язування i -ї задачі в j -му вузлі становлять величину

$$A = \{a_{ij}\}_{i=1..5, j=1..3} = a_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 4 \end{pmatrix}, i = 1..5, j = 1..3, \text{ а ресурси, що є в } j\text{-му}$$

вузлі, – величину $\{b_j\}_{j=1..3}$, $b_j = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix}$. Необхідно визначити, на якому вузлі буде розв’язуватися кожна з задач, при цьому витрати мають бути мінімальні.

Запишемо вхідні дані у таблицю MS Excel (рис. 1): матриця витрат a_{ij} , ресурси на кожному вузлі b_j . На аркуші виділяємо матрицю змінних x_{ij} та умови обмежень. Обчислення обмежень і цільової функції проводимо відповідно до математичної постановки задачі. Спочатку значення x_{ij} , обмежень і цільової функції мають бути нульовими.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Матриця витрат a _{ij}				Матриця задач x _{ij}				Перевірка розв'язання кожної задачі		
2		Вузол 1	Вузол 2	Вузол 3		Вузол 1	Вузол 2	Вузол 3				
3	Задача 1	2	5	3						0		
4	Задача 2	4	3	3						0		
5	Задача 3	5	2	1						0		
6	Задача 4	2	2	5						0		
7	Задача 5	3	4	4						0		
8												
9		Обмеження на ресурси				Цільова функція						
10		0	0	0		0						
11												
12		Об'єм ресурсів b _j										
13		10	8	11								
14												

Рисунок 1 – Вхідні умови задачі про вибір оптимальної структури АСУ

Далі за допомогою надбудови «Пошук розв'язання» («Solver») (рис. 2) виконуємо розв'язання задачі.

Рисунок 2 – Вікно параметрів пошуку рішень

У вікні параметрів (рис. 2) необхідно вказати комірку, в якій обчислюється цільова функція, та комірки значень змінних, додати обмеження, обрати метод розв'язання. І після усіх налаштувань натиснути «Знайти рішення» (Solve). У результаті роботи методу отримаємо розв'язок задачі (рис. 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Матриця витрат a_{ij}				Матриця задач x_{ij}				Перевірка розв'язання		
2		Вузол 1	Вузол 2	Вузол 3		Вузол 1	Вузол 2	Вузол 3		кожної задачі		
3	Задача 1	2	5	3		1	0	0		1		
4	Задача 2	4	3	3		0	1	0		1		
5	Задача 3	5	2	1		0	0	1		1		
6	Задача 4	2	2	5		1	0	0		1		
7	Задача 5	3	4	4		1	0	0		1		
8												
9		Обмеження на ресурси				Цільова функція						
10		7	3	1		11						
11												
12		Об'єм ресурсів b_j										
13		10	8	11								
14												

Рисунок 3 – Результат розв'язання задачі
про вибір оптимальної структури АСУ

Таким чином отримали, що на 1-му вузлі розв'язуються задачі 1, 4 і 5, на 2-му вузлі – задача 2 і на 3-му вузлі – задача 3. При цьому витрати склали 11 год., і ресурси не вичерпані.

Розглянемо ще один приклад розв'язання задачі математичного програмування.

Задача про виробництво. Завод Electra виробляє два типи електричних двигунів, кожний на окремій складальній лінії. Продуктивність цих ліній складає 600 і 750 двигунів у день. Двигун першого типу використовує 10 одиниць деякого комплектуючого, а двигун другого типу – 8 одиниць того ж компонента. Постачальник може забезпечити 8000 одиниць комплектуючих на день. Дохід від виготовлення двигуна першого типу складає 60 у.о., а другого – 40 у.о. Необхідно визначити оптимальну структуру щоденного виробництва двигунів.

По-перше, формалізуємо задачу. Кількість щоденного виробництва кожного типу двигунів позначимо x_1 і x_2 відповідно. Цільовою функцією є дохід від виготовлення двигунів $f(x_1, x_2) = 60x_1 + 40x_2$, і він має бути максимізований, тобто $f(x_1, x_2) \rightarrow \max$. Обмеження щоденної кількості комплектуючих виразимо нерівністю $10x_1 + 8x_2 \leq 8000$, а обмеження на щоденну максимальну кількість двигунів кожного типу – через $x_1 \leq 600$ і $x_2 \leq 750$. Також необхідно врахувати, що x_1, x_2 мають бути цілими додатними числами.

Отже, математична постановка задачі має вигляд:

$$f(x_1, x_2) = 60x_1 + 40x_2 \rightarrow \max,$$

при обмеженнях

$$10x_1 + 8x_2 \leq 8000,$$

$$x_1 \leq 600,$$

$$x_2 \leq 750,$$

$$x_1, x_2 > 0,$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

На рис. 4а показаний запис вхідних даних задачі у таблицю MS Excel. Після використання надбудови «Пошук рішення» був отриманий розв’язок задачі (рис. 4б), який вказує, що заводу варто виробляти 600 двигунів першого типу і 250 двигунів другого типу, при цьому можливий дохід у 46000 у.о.

Змінні		Цільова функція	f(x1,x2)
Двигун 1	Двигун 2		
x1	x2		
			0
Обмеження			
0	<=	8000	
0	<=	600	
0	<=	750	

Змінні		Цільова функція	f(x1,x2)
Двигун 1	Двигун 2		
x1	x2		
600	250		46000
Обмеження			
8000	<=	8000	
600	<=	600	
250	<=	750	

Рисунок 4 – Розв’язання задачі про виробництво двигунів:
а) вхідні дані; б) результати розв’язання

Отже, можна зазначити, що для розв’язання задач прийняття рішень в умовах визначеності, які можна звести до задач математичного програмування, варто використовувати табличний процесор MS Excel у випадках, коли є формалізація задачі.

Постановка задачі

1. Для заданої у варіанті задачі побудувати математичну модель і знайти розв’язок задачі за допомогою засобів MS Excel.
2. Створити звіт з роботи, який повинен містити повне формулювання задачі, її математичний опис, розв’язання і висновок щодо отриманих результатів.

Варіанти

№ 1. Для перевезення вантажу використовуються машини типу «Ivesco» і «Man». Вантажопідйомність машин відповідно становить 5 т і 8 т. За один рейс «Ivesco» витрачає 1,5 кг мастильних матеріалів і 40 л палива, «Man» – відповідно 2 кг і 50 л. На автобазі є 150 кг мастильних матеріалів і 1000 л палива. Витрати на експлуатацію одного «Ivesco» становлять 100 грн за один рейс, а на один «Man» – 150 грн. Треба перевезти 160 т вантажу. Скільки необхідно використати «Ivesco» і «Man» для перевезення всього вантажу, щоб експлуатаційні витрати були мінімальними?

№ 2. Кондитерська фабрика для виготовлення двох видів карамелі «Барбарис» і «Лапки» використовує три види сировини: цукор, патоку і фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду наведено в таблиці. В ній також вказана загальна

кількість сировини кожного виду, що може бути використана фабрикою, та наведено прибуток від реалізації 1 т карамелі даного виду.

Знайти план виготовлення карамелі, який забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на одну тонну карамелі		Загальна вартість сировини
	«Барбарис»	«Лапки»	
Цукор	0.5	0.6	800
Патока	0.4	0.3	600
Фруктове пюре	0.1	0.1	120
Прибуток від реалізації 1 т карамелі (тис. грн)	112	126	

№ 3. Для виготовлення двох видів виробів А і В використовується токарне, фрезерне та шліфувальне обладнання. Норми затрат часу для кожного типу обладнання на один виріб кожного виду наведені в таблиці. В тій же таблиці вказаний загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу.

Тип обладнання	Норми витрат часу на виготовлення однієї деталі (години)		Загальний фонд робочого часу (години)
	Виріб А	Виріб В	
Фрезерне	10	8	168
Токарне	5	10	180
Шліфувальне	6	12	144
Прибуток від реалізації одного виробу (грн)	14	18	

Знайти план виготовлення деталей, який забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

№ 4. Для перевезення пасажирів між двома населеними пунктами автопарком використовуються автобуси типу «Autosan» і «Ikarus». Кількість пасажирів, яку можуть за один рейс перевезти ці автобуси, відповідно становить 36 і 42. За один рейс «ЛАЗ» витрачає 2,5 кг мастильних матеріалів і 45 л палива, «Ikarus» – відповідно 2 кг і 55 л. В автопарку є 250 кг мастильних матеріалів і 1400 л палива. Витрати на експлуатацію одного «Autosan» за один рейс становлять 72 грн, а на одного «Ikarus» – 77 грн. Треба перевезти не менше 500 пасажирів, при цьому кількість працюючих «Autosan» у автопарку не більше 8, а «Ikarus» – не більше 10. Скільки «Autosan» та «Ikarus» необхідно використати автопарку, щоб перевезти всіх пасажирів і експлуатаційні витрати за наявних ресурсів були мінімальними?

№ 5. На трьох елеваторах є зерно в обсязі 4200 т, 3800 т і 4000 т. Це зерно необхідно перевезти до трьох заводів з виготовлення борошна відповідно в обсязі 2600 т, 5200 т і 4200 т. Вартості перевезення однієї тонни зерна з кожного елеватора до кожного заводу (в грн) задані в таблиці.

Пункти постачання	Пункти призначення		
	Завод 1	Завод 2	Завод 3
Елеватор 1	2	4	3
Елеватор 2	7	5	8
Елеватор 3	6	9	7

Знайти план перевезень, який забезпечить вивезення наявного на елеваторах зерна і завезення його в необхідній кількості на заводи з виготовлення борошна при мінімальній загальній вартості перевезень.

№ 6. Поліграфічне підприємство може здійснювати випуск друкованої продукції за трьома технологіями: Т1 – традиційна типографська, Т2 – за допомогою різнографа, Т3 – офсетний друк. Види і витрати ресурсів задані в таблиці. Визначити план використання технологій друкування, який забезпечить максимальний випуск продукції при заданих обмеженнях на ресурси.

Ресурси	Норми витрат ресурсів на виготовлення одного виробу друкованої продукції			Обсяг наявних ресурсів
	Т1	Т2	Т3	
Трудові ресурси (люд./год.)	1.5	0.5	1	1400
Папір (кг)	0.5	1	0.8	2600
Фарба (кг)	0.3	0.2	0.1	320
Електроенергія (кВт/год.)	35	40	45	3000
Продуктивність технологій (шт/год.)	300	400	350	

№ 7. Арматурний цех заводу залізобетонних виробів одержує прут завдовжки 7 м. У таблиці задано виробничу програму.

Номер заготовки	Довжина заготовки (м)	Потрібна кількість (шт)
1	3.2	200
2	2.8	400
3	2.1	600
4	1.2	500

Скласти план розкрою вихідного матеріалу з найменшими відходами.

№ 8. Нафтопереробний завод одержує чотири напівфабрикати: 400 тис. л алкілату, 250 тис. л крекінг-бензину, 350 тис. л бензину прямої перегонки і 100 тис. л ізопентолу. У результаті змішування цих чотирьох компонентів у різних пропорціях утворюються три сорти авіаційного бензину: марки

А-2:3:5:2; В-3:1:2:1 і С-2:2:1:3 відповідно. Прибуток від реалізації 1 тис. л вказаних сортів бензину дорівнює: А – 120 грн, В – 100 грн, С – 150 грн.

Визначити план виготовлення бензинів різних сортів, при якому досягається максимальний прибуток від реалізації всієї продукції.

№ 9. Будівельна ділянка кар'єру має екскаватори чотирьох типів, які повинні виконувати чотири види робіт. Продуктивність машин різного типу за кожним видом роботи наведено в таблиці.

Тип екскаватора	Вид робіт			
	1	2	3	4
1	0.2	0.6	1.4	0.5
2	0.9	0.8	0.6	0.6
3	1.0	0.2	0.6	0.3
4	0.4	1.0	1.0	0.8

Розподілити екскаватори за видами робіт, забезпечивши максимальну продуктивність будівельної ділянки.

№ 10. На трьох групах обладнання необхідно виготовити вироби чотирьох видів А, Б, В, Г. Встановлено план: виробів типу А треба виготовити 2000 шт., Б – 1000 шт., В – 200 шт., Г – 250 шт. Дані про собівартість кожного виробу наведено в таблиці.

Скласти план завантаження обладнання, при якому мінімізується час виконання виробничої програми, а також скласти план завантаження, при якому мінімізуються витрати на виконання виробничої програми.

Обладнання	Собівартість одного виробу (грн)				Час на виготовлення одного виробу (хв.)				Фонд часу (хв.)
	А	Б	В	Г	А	Б	В	Г	
1	3.5	1.4	0.8	1.4	4	6	2.5	4	38000
2	1.7	2.2	1.5	1.7	2.5	3	1.5	2	26000
3	2.6	4.5	6.0	5.6	3.5	1.5	1.0	3	12000

№ 11. На два міські вокзали прибуло 40 гарнітурів меблів, по 20 комплектів на кожний вокзал. Всі меблі треба доставити в три магазини, при цьому в перший і третій магазини по 10 гарнітурів, а у другий – 20 гарнітурів. Відомо, що вартість доставки одного гарнітура з першого вокзалу до магазинів становить 15 грн, 20 грн і 10 грн відповідно, а з другого – 10 грн, 10 грн і 25 грн. Скласти такий план перевезень, при якому їх загальна вартість буде найменшою.

№12. Страхова компанія має філії в містах A_i , $i = 1, 2, 3$. В кожному місті працює a_i , $i = 1, 2, 3$ страхових агентів. Фірма збирається провести рекламну компанію своєї діяльності, для чого необхідно направити агентів до інших міст B_j , $j = 1, 2, 3, 4$ у кількості b_j , $j = 1, 2, 3, 4$, відповідно.

Вартість проїзду для одного агента з міста A_i до міста B_j складає c_{ij} грн і подана в таблиці, де також наведені дані для a_i , $i = 1, 2, 3$ і b_j , $j = 1, 2, 3, 4$. Скласти математичну модель задачі і знайти план поїздок страхових агентів, який задовольняє потреби рекламної компанії і має найменшу вартість.

Пункти від'їзду	Пункти призначення				Штат агентів (a_i)
	B1	B2	B3	B4	
A1	2	4	7	9	12
A2	5	1	8	12	6
A3	11	6	4	3	10
Потреби (b_j)	10	8	4	6	

№ 13. Плодоконсервний завод виготовляє п'ять видів фруктового соку: березово-яблучний, грушово-яблучний, сливово-грушевий, грушово-яблучно-сливовий, березово-грушевий. Прибуток від реалізації одного літру соку, норми витрат сировини та її запаси наведені в таблиці.

Види сировини	Витрати сировини на 1 л соку					Запаси сировини на сезон (т)
	Березово-яблучний	Грушово-яблучний	Сливово-грушевий	Грушово-яблучно-сливовий	Березово-грушевий	
Березовий концентрат (л)	0.8				0.7	10
Яблука (кг)	1.6	1.4		0.9		50
Груші (кг)		1.7	1.6	1.1	1.3	40
Слива (кг)			1.6	1.2		20
Прибуток від реалізації 1 л соку (грн)	0.33	0.45	0.4	0.38	0.29	

Як необхідно спланувати виробництво соку, щоб забезпечити максимальний прибуток від реалізації виготовленої продукції?

№ 14. Кредитний банк може вкласти кошти у чотири різні інноваційні проекти протягом трьох років. Відомі максимальний обсяг капіталовкладень банку за роками (млн грн), орієнтовний розподіл коштів між проектами за роками (млн грн), а також очікувані прибутки від реалізації кожного проекту після трьох років інвестування (відповідні дані наведено у таблиці). Передбачається, що кожний обраний проект має бути реалізований за трирічний термін. Необхідно здійснити розподіл капіталовкладень між проектами так, щоб забезпечити банку отримання максимального сумарного прибутку від реалізації обраних проектів.

Роки інвестування	Орієнтований розподіл між проектами за роками (млн грн)				Максимальний обсяг капіталовкладень за роками (млн грн)
	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	
1	9	6	8	12	30
2	5	8	7	9	25
3	10	7	11	8	28
Очікуваний прибуток за три роки (млн грн)	60	45	55	58	

№ 15. Швейна фабрика Bluza виготовляє чоловічі та жіночі сорочки для магазину Clothes. Цей магазин погодився приймати на продаж усю продукцію фабрики. Виробництво швейного виробу складається з розкрою, пошиття і пакетування готового виробу. На дільниці розкрою працює 25 людей, на пошитті виробів – 35 людей, а пактують готові сорочки 5 людей. Швейна фабрика працює в одну зміну (8 год.) п'ять днів на тиждень. Трудовитрати на вироби і дохід від їх продажу наведені у таблиці.

Виріб	Розкрій	Пошиття	Пакетування	Дохід (у.о. на одиницю виробу)
	(хвилини на виріб)			
Чоловіча сорочка	20	70	12	8,00
Жіноча сорочка	60	60	4	12,00

Необхідно визначити оптимальну структуру щотижневого виробництва на фабриці.

№ 16. У хімічній лабораторії заводу потрібно виплавити новий сплав, що містить 30 % свинцю, 25 % цинку і 45 % олова. Для цього використовують чотири сплави, вхідні дані про які наведено в таблиці:

Елементи	Вміст елементів у сплавах (%)			
	Сплав 1	Сплав 2	Сплав 3	Сплав 4
Свинець	24	15	36	42
Цинк	26	45	18	38
Олово	50	40	46	20
Ціна 1 кг сплаву (грн)	60	80	40	50

Визначити, яку кількість кожного сплаву потрібно витратити на кожний кілограм нового сплаву, щоб він був найдешевшим?

№ 17. Для виробництва столів і шаф меблева фабрика використовує необхідні матеріальні та людські ресурси. Норми витрат ресурсів на один виріб даного виду, прибуток від реалізації одного виробу та загальна кількість наявних ресурсів наведені в наступній таблиці:

Ресурси	Норми витрат ресурсів на один виріб		Загальна кількість ресурсів
	Стіл	Шафа	
Дерево (м ²):	2	3	282
І виду	3	5	447
II виду	4	5	480
Трудомісткість (люд./год.)			
Прибуток від реалізації одного виробу (грн)	1800	2600	

Визначити, скільки столів і шаф у межах наявних ресурсів необхідно виготовити, щоб прибуток від їх реалізації був максимальним.

№ 18. У трьох пунктах постачання зосереджений однорідний вантаж в обсязі 420 т, 380 т і 400 т. Цей вантаж необхідно перевезти в три пункти призначення відповідно в обсязі 260 т, 520 т і 420 т. Вартості перевезення (у грн) однієї тонни вантажу з кожного пункту постачання до кожного пункту призначення є відомими величинами і задаються матрицею

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 7 \end{pmatrix}.$$

Знайти план перевезень, який забезпечує вивезення наявного в пунктах постачання вантажу і завезення його до пунктів призначення в необхідній кількості при мінімальній загальній вартості перевезень.

№ 19. У механічному цеху є три металорізальні верстати M_1 , M_2 , M_3 , на яких можна виготовляти два типи деталей D_1 і D_2 . Час виготовлення деталей на кожному з верстатів (у годинах), ресурс часу використання верстатів і планове завдання вказані в таблиці.

Задача полягає в розподілі завдань між верстатами так, щоб виконати замовлення і загальний час використання всіх верстатів був мінімальним.

Тип верстатів	Витрати часу на обробку однієї деталі (год.)		Ресурс часу (год.)
	D_1	D_2	
M_1	2	3	2000
M_2	1	4	2500
M_3	3	1	3000
Необхідна кількість деталей	200	400	

№ 20. Для збереження здоров'я і працездатності людина повинна споживати за добу певну кількість корисних речовин, наприклад, білків, жирів, вуглеводів, води і вітамінів. Вміст цих інгредієнтів у різних видах їжі P_j , $j = 1, n$ різний. Обмежимося для простоти двома видами їжі. Вміст вказаних речовин, вартість 1 кг їжі певного виду наведено в таблиці.

Корисні речовини	Вміст корисних речовин у 1 кг їжі		Мінімальна добова норма (кг)
	P_1	P_2	
Жири	0.1	0.5	0.1
Білки	0.3	0.1	0.2
Вуглеводи	0.2	0.3	0.15
Вода	0.3	0.1	1
Вітаміни	0.1	0	0.1
Вартість (грн)	2	3	

Яким чином треба організувати харчування, щоб вартість його була найменшою, але організм людини одержував би не менше мінімальної добової норми корисних речовин всіх видів?

Контрольні питання

1. Дайте визначення задачі прийняття рішень в умовах визначення.
2. Коли зв'язок між альтернативами і наслідками є детермінованим?
3. Яка функція називається цільовою?
4. Дайте визначення однокритеріальної задачі оптимізації.
5. Дайте визначення багатокритеріальної задачі оптимізації.
6. У чому полягає формалізація задач оптимізації та прийняття рішень?
7. Які методи застосовують для розв'язання задач прийняття рішень, які можна звести до задач математичного програмування?

Практична робота № 2

Прийняття рішень в умовах визначеності.

Метод аналізу ієрархій

Мета роботи: ознайомитися з математичним формулюванням задач прийняття рішень в умовах визначеності; розглянути метод аналізу ієрархій та навчитися його застосовувати для розв'язання задач прийняття рішень.

Короткі теоретичні відомості

В умовах визначеності особа, яка приймає рішення (ОПР), знає все про можливі стани і суті явищ, що впливають на рішення, і знає, які варіанти рішень будуть розглядатися. ОПР просто вибирає стратегію, напрям дій або проект, які дадуть максимальну віддачу.

У загальному випадку прийняття рішень в умовах визначеності спрямоване на пошук максимальної віддачі або у вигляді максимізації вигоди (доходу, прибутку йди корисності), або мінімізації витрат. Такий пошук називається оптимізаційним аналізом. У цьому випадку застосовуються методи лінійного або нелінійного програмування.

Але існують випадки, коли серед критеріїв оцінки рішень є особисті пріоритети ОПР або вподобання. І тут використання методів математичного програмування неможливе. Розглянемо підхід до прийняття рішень, коли, наприклад, для ідей, почуттів, емоцій визначаються деякі кількісні показники, що забезпечують деяку числову шкалу переваг для можливих альтернативних рішень. Цей підхід відомий як *метод аналізу ієрархій*.

Вибір кінцевого єдиного компромісного рішення з урахуванням різноманітних критеріїв є достатньо складним завданням при плануванні та прийнятті рішень.

Метод аналізу ієрархії (МАІ), розроблений американським математиком Томасом Сааті, з успіхом використовується для розв'язання багатьох практичних задач на різних рівнях планування. Цей метод набув широкого розповсюдження.

Згідно з цим методом, вибір пріоритетних рішень здійснюється на основі парних порівнянь. Припустимо, що є три ювелірні вироби. Спробуємо оцінити їх красу. Скажімо, А красивіший за Б, а Б красивіший за С. При чому дана оцінка є експертною думкою. Аналогічно можна порівняти відносну важливість будь-яких кількісно невизначених факторів.

Для представлення результатів оцінок у кількісному виразі Т. Сааті вводить шкалу парних порівнянь (табл. 1). Згідно з цією шкалою, ОПР не цікавить відсутність фізичних чи об'єктивних одиниць виміру. Основною перевагою цього методу є те, що він є безрозмірним і не спричиняє

проблем при приведенні до однакових одиниць виміру. При проведенні парних порівнянь, в основному, ставляться запитання: «Який з елементів є важливішим? Який найвірогідніший? Який з них найпривабливіший?»

Правомірність цієї шкали доведена теоретично і практично при порівнянні з багатьма іншими відомими даними. При використанні зазначеної шкали експерт, порівнюючи два об'єкти в змісті досягнення цілі, розташованої на вищому рівні ієрархії, повинен поставити у відповідність цьому порівнянню число в інтервалі від 1 до 9 або обернене до нього. У тих випадках, коли важко розрізнити, скільки є проміжних градацій від абсолютного до слабкої переваги або цього не потрібно в конкретній задачі, може використовуватися шкала з меншим числом градацій. Гранично шкала має дві оцінки: 1 – об'єкти рівнозначні; 2 – перевага одного об'єкта над іншим.

Таблиця 1

Шкала парних порівнянь Т. Сааті

<i>Відносна важливість (бали)</i>	<i>Визначення</i>	<i>Пояснення</i>
1	однакова важливість	обидва елементи роблять однаковий внесок
3	один елемент трохи важливіший за другий	досвід дозволяє поставити один елемент трохи вище за другий
5	суттєва перевага	досвід дозволяє встановити безумовну перевагу одного над другим
7	значна перевага	один елемент настільки важливіший за другий, що є практично значимим
9	абсолютна перевага одного над другим	очевидність переваги підтверджується більшістю
2, 4, 6, 8	проміжні оцінки між сусідніми твердженнями	компромісне рішення
обернені величини чисел, наведених вище	якщо при порівнянні одного елемента з другим отримане одне з вищевказаних чисел (1-9), то при порівнянні другого з першим матимемо обернену величину	

Постановка задачі у процесі застосування методу аналізу ієрархій формується так: нехай є множина альтернатив (варіантів рішення): $B_1, B_2, \dots B_k$. Кожна з альтернатив оцінюється списком критеріїв: $K_1, K_2, \dots K_n$. Необхідно визначити найкраще рішення.

Метод аналізу ієрархій складається з *етапів*:

1. Попереднє ранжування критеріїв, у результаті чого вони розташовуються в порядку зниження важливості (значущості).
2. Попарне порівняння критеріїв на основі шкали попарних порівнянь зі створенням відповідної матриці попарних порівнянь (таблиці) розміру $(n \times n)$.
3. Заповнення матриці попарних порівнянь по рядках, починаючи з найбільш важливого критерію.
4. Перевірка узгодженості матриці порівнянь.
5. Попарне порівняння варіантів за кожним з критеріїв.
6. Визначення загального критерію (пріоритет) для кожного варіанта.
7. Визначення найкращого рішення, для якого значення К максимальне.
8. Перевірка достовірності рішення.

Усі етапи методу є взаємопов'язаними між собою. Результатом третього і п'ятого етапів є матриці або таблиці попарних порівнянь. Загальна структура матриці показана у табл. 2.

Заповнення таблиці проводиться порядково, починаючи з наважливішого критерію. Спочатку проставляють цілочисельні оцінки, тоді відповідні їм дробові оцінки впливають з них автоматично (як зворотні до цілих чисел). Чим важливіший критерій, тим більше цілих оцінок буде у відповідному йому рядку матриці, і самі оцінки мають більші значення. Оскільки кожен критерій рівний собі за важливістю, то головна діагональ матриці завжди складатиметься з одиниць. Кожен компонент нормалізованого вектора пріоритетів (НВП) є оцінкою важливості відповідного критерію (наприклад, 1-й компонент є оцінкою важливості першого критерію). Очевидно, що сума компонентів НВП має дорівнювати одиниці.

Таблиця 2

Матриця попарних порівнянь

	K_1	K_2	...	K_n	$a_i(1)$	НВП (3)
K_1						
K_2						
...						
K_n						
Всього					(2)	
$\lambda_{\max}$	(4)					
IУ	(5)					
ВУ	(6)					

Розрахунки в таблиці попарних порівнянь проводяться за формулами:

– середнє геометричне у кожному рядку матриці:

$$a_k = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n A_{k,j}}, \quad (1)$$

де k – номер рядку матриці, n – загальна кількість рядків матриці;

– сума середніх геометричних:

$$\sum a_i = a_1 + a_2 \dots + a_n; \quad (2)$$

– компоненти нормалізованого вектора пріоритетів:

$$i - \text{й компонент НВП} = \frac{a_i}{\sum a_i}. \quad (3)$$

На 4-му етапі необхідно перевірити узгодженість матриці (таблиці) попарних порівнянь. Для цього відбувається пошук власного значення матриці

$$\lambda_{\max} = \sum \text{ел} - \text{тів } 1 \text{ стовбця} \times 1\text{й компонент НВП} + \sum \text{ел} - \text{тів } 2 \text{ стовбця} \times 2\text{й компонент НВП} \dots + \sum \text{ел} - \text{тів } n \text{ стовбця} \times n - \text{й компонент НВП}. \quad (4)$$

Далі обчислюються індекс узгодженості

$$IY = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1}, \quad (5)$$

а також відношення узгодженості

$$BY = \frac{IY}{\text{ПВУ}}, \quad (6)$$

де ПВУ – показник випадкової узгодженості, який визначається теоретично для випадку, коли оцінки у матриці подані випадковим чином, і який залежить лише від розміру матриці, як це показано в табл. 3.

Таблиця 3

Показники випадкової узгодженості при різних n

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ПВС	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	0,41	0,45	1,49

Оцінки в матриці порівнянь вважаються узгодженими, якщо $\leq 10\text{-}15\%$, у протилежному випадку їх потрібно переглядати.

Попарне порівняння варіантів за кожним критерієм проводиться аналогічно тому, як це відбувалось для критеріїв, і заповнюються відповідні таблиці. Для кожної таблиці перевіряється узгодженість локальних пріоритетів через обчислення трьох характеристик.

Визначення загального критерію (пріоритету) для кожного варіанта проводиться за формулою:

$$K(B_1) = \text{оцінка } B_1 \text{ за першим критерієм} \times 1^{\text{й}} \text{ компонент НВП} + \text{оцінка } B_1 \text{ за другим критерієм} \times 2^{\text{й}} \text{ компонент НВП} + \dots + \text{оцінка } B_1 \text{ за } n^{\text{м}} \text{ критерієм} \times n^{\text{й}} \text{ компонент НВП}. \quad (7)$$

Аналогічно обчислюються $K(B_2)$, $K(B_3)$ і т. д., при цьому у виразі B_1 замінюється на B_2 . Заповнюється таблиця розрахунків підсумкових значень пріоритетів (табл. 4).

Форма таблиці розрахунків підсумкових значень пріоритетів

	K_1	K_2		K_n	Підсумкові значення пріоритетів (7)
	значення 1-го компонента НВП з табл. 2	значення 2-го компонента НВП з табл. 2		значення n-го компонента НВП з табл. 2	
B_1					$K(B_1)=$
B_2					$K(B_2)=$
...					...
B_k					$K(B_3)=$
IY	значення IY_1 по K_1	значення IY_2 по K_2	...	значення IY_n по K_n	сума за стовбцем
UIY	(8)				
UBY	(9)				

З отриманих результатів підсумкових значень пріоритетів визначають найкраще рішення, для якого значення K максимальне.

Необхідно перевірити достовірність рішення. Для цього обчислюються узагальнений індекс узгодженості

$$UIY = IY_1 \times 1^{ii} \text{ компонент НВП} + IY_2 \times 2^{ii} \text{ компонент НВП} + \dots + IY_n \times n^{ii} \text{ компонент НВП}, \quad (8)$$

а також узагальнене відношення узгодженості :

$$UBY = \frac{UIY}{UPIY}, \quad (9)$$

де $UPIY$ визначається з таблиці на рівні PBY (показника випадкової узгодженості) для матриць порівнянь варіантів за критеріями.

Рішення вважається узгодженим, якщо $UBY \leq 10-15\%$, у протилежному випадку потрібно коригувати матриці порівняння варіантів за критеріями.

Приклад застосування методу аналізу ієрархій

Підприємець вирішив придбати приміщення для офісу. Основні критерії, що впливають на рішення про покупку: фінансові умови, загальний внутрішній стан, обладнання, розміри приміщення, зручність розташування, довкілля (автобусні зупинки), наявність автостоянки (розмір подвір'я). Його вибір звузився до трьох об'єктів. Представлення задачі в ієрархічній формі матиме вигляд:

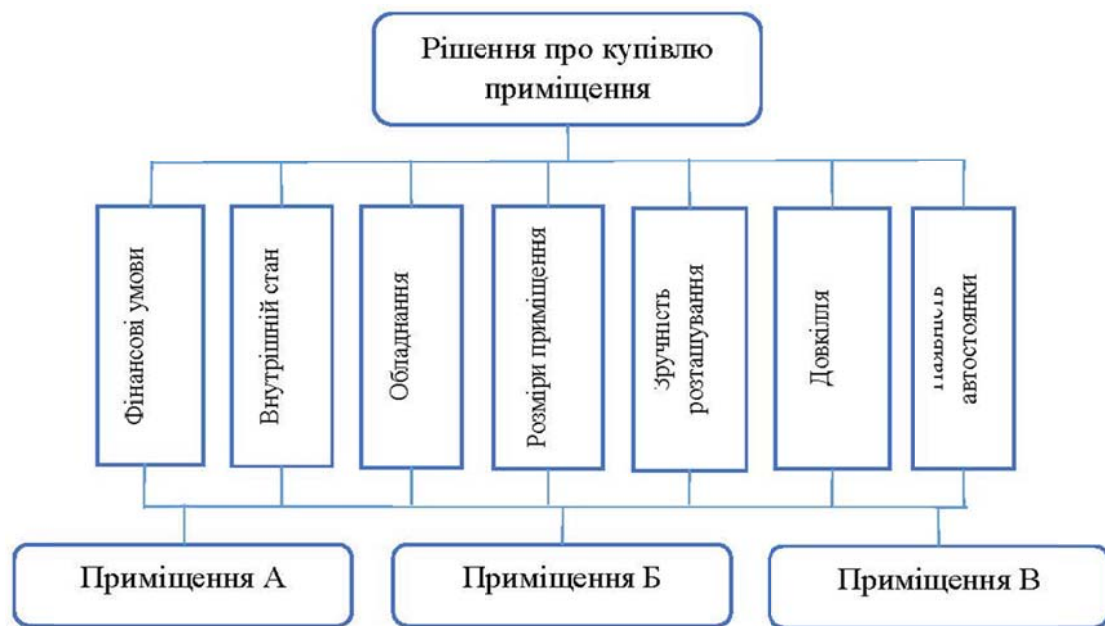


Рисунок 5 – Ієрархічне представлення задачі про придбання офісного приміщення

На першому кроці необхідно побудувати матрицю попарних порівнянь для всіх розглядуваних критеріїв та перевірити її на узгодженість.

	Фін. умови	Внутр. стан	Обладнання	Розмір приміщ.	Зручність	Довкілля	Автост.	Ср. геом.	НВП
Фін. умови	1	0,33333333	3	3	5	5	5	2,33194741	0,235339
Внутр. стан	3	1	3	3	5	7	7	3,5139047	0,354622
Обладн.	0,33333333	0,33333333	1	0,33333333	3	5	3	1,07570374	0,10856
Розмір приміщ.	0,33333333	0,33333333	3	1	5	7	3	1,66180916	0,167709
Зручність	0,2	0,2	0,33333333	0,2	1	5	3	0,63138504	0,063719
Довкілля	0,2	0,14285714	0,2	0,14285714	0,2	1	0,25	0,23603493	0,023821
Автост.	0,2	0,14285714	0,33333333	0,33333333	0,333333	4	1	0,45808586	0,04623
Всього	5,266666667	2,48571429	10,86666667	8,00952381	19,53333	34	22,25	9,90887083	1
$\lambda_{\max}$	7,727057943								
IY	0,121176324								
ВУ	0,091800245								

На другому кроці необхідно побудувати матриці порівнянь за варіантами альтернатив (приміщеннями) за кожним критерієм. Таких матриць буде 7, для кожної також обчислюємо індекс узгодженості.

Наприклад, за критерієм «Фінансові умови»:

Фін. умови	А	Б	В	Ср. геом.	НВП
А	1	8	7	3,825862366	0,785479
Б	0,125	1	2	0,629960525	0,129336
В	0,142857143	0,5	1	0,414913267	0,085185
Всього	1,267857143	9,5	10	4,870736157	1
$\lambda_{\max}$	3,076414755				
IY	0,076414755				
ВУ	0,131749578				

За критерієм «Внутрішній стан»:

Внутр. стан	A	Б	В	Ср. геом.	НВП
A	1	2	0,2	0,7368063	0,196307
Б	0,5	1	0,333333333	0,550321208	0,146622
В	5	3	1	2,466212074	0,657071
Всього	6,5	6	1,533333333	3,753339582	1
$\lambda_{\max}$	3,163234532				
IY	0,163234532				
ВУ	0,281438849				

За критерієм «Зручність»:

Зручність	A	Б	В	Ср. геом.	НВП
A	1	0,25	3	0,908560296	0,21092
Б	4	1	7	3,036588972	0,704936
В	0,333333333	0,14285714	1	0,362460124	0,084144
Всього	5,333333333	1,39285714	11	4,307609393	1
$\lambda_{\max}$	3,032366617				
IY	0,032366617				
ВУ	0,055804512				

Після того, як побудовані всі матриці порівнянь, створюється загальна підсумкова таблиця:

	Фін. умови	Внутр. стан	Обладнання	Розмір приміщ.	Зручність	Довкілля	Автостоянка	Підсумковий пріоритет
A	0,785479287	0,19630686	0,593633685	0,753766095	0,21092	0,149899	0,163424119	0,46989255
Б	0,129335793	0,14662175	0,249310525	0,163491272	0,704936	0,105638	0,296961331	0,19807996
В	0,085184919	0,65707139	0,157055789	0,082742632	0,084144	0,744463	0,53961455	0,33202748
IY	0,076414755	0,16323453	0,053621576	0,176928242	0,032367	0,118951	0,009202713	1
UY	0,116684921							
UVU	0,088397667							

Отже, за результатом найбільший пріоритет має приміщення А з відповідним значенням 0.469, другим за пріоритетом йде приміщення В (0.332), і найнижчий пріоритет у приміщення Б (0.198).

МАІ успішно застосовується в багатьох галузях: при розподіленні енергії у промисловості, висуванні кандидатів на вибори, проектуванні цін на нафту, проектуванні літаків, як інструмента для вимірювання якості (бажана якість порівнюється з фактичною) та при стратегічному плануванні майбутнього корпорацій, оскільки воно вимагає від спеціалістів урахування та узгодженості багатьох критеріїв. Все це переконує, що МАІ – математично обґрунтований підхід для отримання шкали відношень при вирішенні складних проблем. Важливо відзначити, що МАІ, як і інші аналітичні процедури, може бути неправильно використаний у тих випадках, коли обробляються твердження, засновані на упереджених поглядах експертів. Тому необхідна наявність незалежних експертів.

Постановка задачі

1. Розглянути задачу прийняття рішень в умовах визначеності (відповідно до варіанта або за власним вибором). Самостійно вибрати критерії (4 або 5 шт.), альтернативи (4 або 5), побудувати матриці порівнянь, провести розрахунки відповідно до методу аналізу ієрархій та знайти найбільш пріоритетну альтернативу.

2. Скласти звіт з роботи, який має містити: вербальне формулювання задачі з описом критеріїв та альтернатив прийняття рішень, матриці порівнянь для критеріїв та альтернатив за критеріями, розрахунки за методом аналізу ієрархій, висновки за результатами розрахунків.

Варіанти

1. Вибір іноземної мови для вивчення
2. Вибір курсів іноземної мови
3. Вибір ІТ-курсів
4. Вибір житла для оренди
5. Вибір туру для відпочинку
6. Вибір спортивного клубу для тренувань
7. Вибір виду спортивних занять для тренувань
8. Вибір нового співробітника на вакантну посаду
9. Вибір місця роботи, якщо надійшло кілька пропозицій
10. Вибір видавництва для публікації книги
11. Вибір банку для депозиту
12. Вибір місця для відкриття нового магазину
13. Вибір нової побутової техніки
14. Вибір нової комп'ютерної техніки
15. Вибір ресторану (кафе і т.п.) для проведення свята
16. Вибір нового транспортного засобу
17. Вибір готелю для проведення відпустки
18. Вибір варіанта відпочинку на канікулах
19. Вибір вищого навчального закладу
20. Вибір логістичної компанії для транспортування продукції

Контрольні питання

1. Постановка задачі прийняття рішень для методу аналізу ієрархій.
2. Основні етапи методу аналізу ієрархій.
3. Шкала попарних порівнянь.
4. Правила побудови матриці попарних порівнянь.
5. Поняття узгодженості матриці попарних порівнянь.
6. Переваги і недоліки методу аналізу ієрархій.

Практична робота № 3

Прийняття рішень в умовах ризику.

Дерева рішень

Мета роботи: освоїти і закріпити практичні навички щодо прийняття та обґрунтування рішень в умовах браку інформації (ризiku); ознайомитися з методом дерев рішень для розв'язання задач в умовах ризику; навчитися будувати дерева рішень для розв'язання задач в умовах ризику.

Короткі теоретичні відомості

У більшості випадків ОПР доводиться приймати рішення за умов, коли існують невизначеності різних типів, що зумовлює потреби в розробленні і використанні відповідних моделей і алгоритмів. Прийняття рішень у випадку невизначеності нерозривно пов'язане з поняттям ризику, тому за цих умов потрібно ідентифікувати, оцінювати й контролювати ризики різних типів.

У сучасній літературі розглядають кілька видів ризику, кожен із яких має свої особливості. Основні ризики: ті, що загрожують безпеці (safety risks), здоров'ю (health risks), стану навколишнього середовища (environmental risks), суспільному добробуту (public welfare/goodwill risks), фінансові (financial risks).

Залежно від часу, місця та зовнішніх умов після виникнення ризикової події можливі три результати для ОПР:

- 1) збитки (програш);
- 2) прибуток (вигода, виграш);
- 3) немає результату (немає ані прибутку, ані збитків).

Математична модель задачі прийняття рішень в умовах ризику

Для формального опису задачі прийняття рішень задають множину можливих альтернатив або стратегій $X = \{X_1, \dots, X_n\}$ і множину подій або ситуацій $S = \{S_1, \dots, S_m\}$, які можуть впливати на результати рішень. Множину подій ще називають станами природи.

Результати для ОПР (прибутки або збитки) визначаються кожною парою «альтернатива – стан природи» (X_i, S_j) , тобто кожний результат a_{ij} є функцією двох аргументів $a_{ij} = F(X_i, S_j)$. Функцію F називають функцією прибутків або функцією результатів. Якщо множини альтернатив і станів природи скінченні, то функцію результатів наводять у вигляді *таблиці результатів*. Ця таблиця для конкретних задач визначає всі їх можливі рішення, тому її часто називають *матрицею рішень* (табл. 5). Ці рішення (результати, наслідки) повинні допускати кількісну оцінку, і зазвичай ототожнюють кількісні оцінки з відповідними результатами.

Матриця рішень

	S_1	...	S_m
X_1	a_{11}	...	a_{1m}
...	...	...	...
X_n	a_{n1}	...	a_{nm}

В умовах ризику або стохастичної невизначеності стани природи характеризуються ймовірностями виникнення $p_1, p_2, \dots, p_m$. І ці ймовірності мають бути відомі або має бути можливість їх визначити. Таким чином, кожній альтернативі на множині результатів відповідає значення ймовірнісної міри.

Метод дерев рішень

Метод дерев рішень полягає в графічній побудові різних варіантів дій, що застосовуються для розв'язання первісної проблеми.

Дерево рішень – це граф, вершини якого відповідають ключовим станам, у яких виникає потреба вибору, а дуги (гілки дерева) – різним подіям (рішенням, наслідкам, операціям), що можуть відбутися в ситуації, яка обумовлюється вершиною. Кожній дузі (гілці) дерева приписуються числові характеристики (навантаження) – наприклад, розмір платежу та ймовірність його виконання. Головна перевага методу дерева рішень – його наочність.

Щоб побудувати дерево, насамперед потрібно отримати первинну інформацію. Послідовність її збирання:

1. Визначення складу та тривалості фаз життєвого циклу проблеми, яку потрібно вирішити.
2. Виявлення ключових подій, що можуть вплинути на подальший розвиток проблеми.
3. Визначення часу настання ключових подій.
4. Формулювання всіх можливих рішень, що можуть бути прийняті після настання кожної ключової події.
5. Визначення вартості (чи іншої характеристики) кожного етапу розв'язання проблеми (вартості робіт між ключовими подіями).
6. Обчислення ймовірності прийняття кожного складового рішення.

На підставі отриманих даних будують дерево рішень. Воно складається з полів трьох типів, що можуть повторюватися залежно від складності проблеми, а саме:

- поле дій (можливих альтернатив), де наведено всі можливі альтернативи дій із розв'язання проблеми;
- поле можливих подій (ймовірностей подій), де наведено можливі ситуації щодо реалізації кожної альтернативи та визначено ймовірності виникнення цих ситуацій;

– поле можливих наслідків (очікуваних результатів), де кількісно схарактеризовано наслідки (результати), які можуть бути в кожній ситуації.

Основними компонентами дерева рішень є:

– першу точку прийняття рішення зображують у вигляді чотири кутника; вона вказує на місце, де потрібно прийняти остаточне рішення;

– точки прийняття локальних рішень також зображують у вигляді чотирикутників; вони показують, де потрібно приймати складові рішення;

– точки можливостей зображують у вигляді кіл; вони характеризують очікувані результати можливих подій;

– гілки дерева зображують лініями від першої точки прийняття рішення до результатів реалізації кожної альтернативи.

При експертному визначенні ймовірностей прийняття рішень необхідно враховувати, що для всіх можливих реакцій на одну певну подію їх сума дорівнює 1. Імовірність реалізації певного сценарію визначається як добуток ймовірностей окремих рішень, що його утворюють.

За всією сукупністю сценаріїв розвитку визначається множина можливих показників чистої поточної вартості проекту, середнє очікуване значення для них з урахуванням ймовірностей виникнення сценаріїв, визначаються та оцінюються показники варіації – середньоквадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

Приклад побудови дерева рішень

Припустимо, що керівництво деякої компанії вирішує, яку нову продукцію їм виробляти: smart-годинники, повербанки, аксесуари до смартфонів. Розмір прибутку, який компанія може отримати, залежить від сприятливого або несприятливого стану ринку.

Номер стратегії	Продукція компанії	Прибуток, при стані економічного середовища, грн	
		сприятливому (S_1)	несприятливому (S_2)
1	Smart-годинники (X_1)	300000	-150000
2	Повербанки (X_2)	250000	-70000
3	Аксесуари (X_3)	150000	-40000
Ймовірність сприятливого і несприятливого станів економічного середовища дорівнює відповідно 0,6 і 0,4.			

На основі таблиці рішень можна побудувати дерево рішень (рис. 6).

Процедура прийняття рішення полягає в обчисленні для кожної вершини дерева (рухаючись справа наліво) очікуваних грошових оцінок, відкиданні безперспективних гілок і виборі рішення.

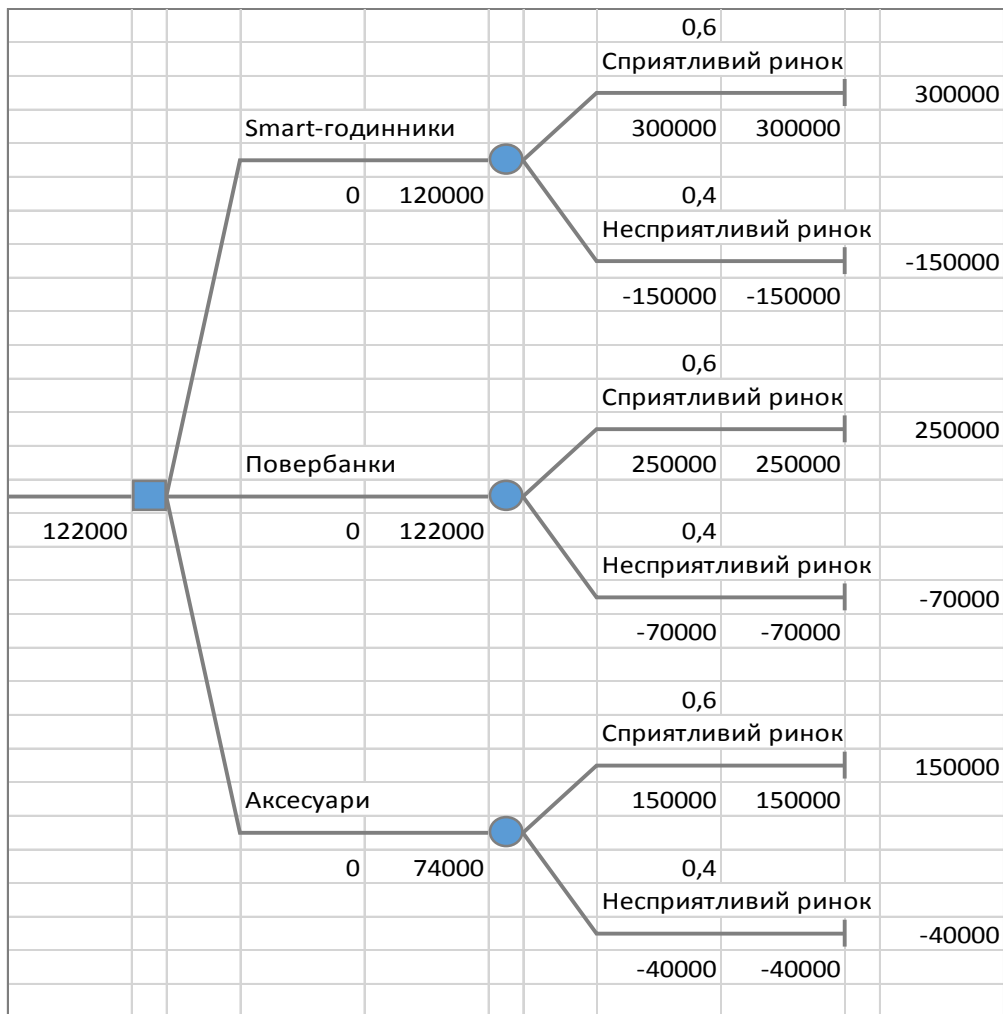


Рисунок 6 – Дерево рішень для вибору продукції

Визначимо середній очікуваний виграш:

– для вершини 1 Smart-годинники: $0,6 * 300\,000 + 0,4 * (-150\,000) = 120\,000$ грн;

– для вершини 2 Повербанки: $0,6 * 250\,000 + 0,4 * (-70\,000) = 122\,000$ грн;

– вершини 3 Аксесуари: $0,6 * 150\,000 + 0,4 * (-40\,000) = 74\,000$ грн.

Таким чином, доцільно вибрати стратегію X_2 , тобто випускати повербанки, а гілку (стратегію) X_3 дерева рішень можна відкинути. Очікуваний прибуток найкращого рішення дорівнює 122 000 грн. Щодо стратегії X_1 , то різниця з X_2 складає лише 2 тис. грн, тому варто провести додаткові дослідження ринку.

Постановка задачі

1. Вирішіть завдання, відповідно до вашого варіанта, використовуючи метод дерева рішень. Розрахунки та побудову дерева рішень здійснювати за допомогою надбудови MS Excel TreePlan.

2. Скласти звіт з роботи.

Варіанти

№ 1. Молодий бізнесмен планує побудувати нічний клуб неподалік від університету. По одному з допустимих проектів підприємець може в денний час відкрити у будівлі клубу кафе для студентів. Інший варіант не пов'язаний з денним обслуговуванням клієнтів. Представлені бізнес-плани показують, що план, пов'язаний з кафе, може принести дохід в 250 тис. грн. Без відкриття кафе бізнесмен може заробити 175 тис. грн. Втрати в разі відкриття клубу з кафе складуть 55 тис. грн, а без кафе – 20 тис. грн. Визначте найбільш ефективну альтернативу на основі середньої вартісної цінності в якості критерію. Імовірність настання сприятливого стану дорівнює 0,55; несприятливого – 0,45.

№ 2. Директор приватного ліцею вирішує, чи варто розширювати будівлю ліцею на 250 місць, на 50 місць або не проводити змін взагалі. Якщо населення невеликого міста, в якому розташований ліцей, буде рости, то велика реконструкція могла б принести прибуток 250 тис. грн на рік, незначне розширення навчальних приміщень могло б приносити 90 тис. грн прибутку. Якщо населення міста збільшуватися не буде, то велике розширення обійдеться ліцею в 120 тис. грн збитку, а мале – 45 тис. грн. Однак інформація про те, як буде змінюватися населення міста, відсутня. Побудуйте дерево рішень і визначте кращу альтернативу.

№ 3. При великому автомобільному магазині планується відкрити майстерню з передпродажного обслуговування і гарантійного ремонту автомобілів. Якщо ринок буде сприятливим, то велика майстерня принесе прибуток у 60 тис. грн, а маленька – 30 тис. грн. При несприятливому ринку магазин втратить 65 тис. грн, якщо буде відкрита велика майстерня, і 30 тис. грн – якщо відкриється маленька. Не маючи додаткової інформації, директор оцінює ймовірність сприятливого ринку 0,6. Побудуйте дерево рішень і визначте: Яку майстерню слід відкрити при магазині: велику чи маленьку? Яка очікувана грошова оцінка найкращого рішення?

№ 4. Фірма, яка виробляє обчислювальну техніку, провела аналіз ринку нового високопродуктивного персонального комп'ютера. Якщо буде випущена велика партія комп'ютерів, то при сприятливому ринку прибуток становитиме 250 тис. грн, а при несприятливих умовах фірма понесе збитки в 185 тис. грн. Невелика партія техніки у разі її успішної реалізації принесе фірмі 50 тис. грн прибутку і 10 тис. грн збитків – при несприятливих умовах. Можливість сприятливого і несприятливого наслідків фірма оцінює однаково. Використовуйте дерево рішень, для того щоб допомогти фірмі вибрати правильну техніко-економічну стратегію. Яка очікувана грошова оцінка найкращого рішення?

№ 5. У консалтингову фірму звернувся клієнт з проханням розглянути варіанти інвестування. В результаті маркетингового дослідження були запропоновані 3 варіанти (А, В, С). Розмір прибутку, який інвестор може отримати, залежить від сприятливого або несприятливого стану ринку.

Номер варіанта	Проект	Виграш, при стані економічного середовища	
		сприятливому	несприятливому
1	А	200 000 грн	100 000 грн
2	В	300 000 грн	100 000 грн
3	С	270 000 грн	80 000 грн

Ймовірність успішного результату проекту А = 0,6; проекту В = 0,4; проекту С = 0,5.

Використовуйте дерево рішень, для того щоб допомогти інвестору вибрати правильний проект. Яка очікувана грошова оцінка найкращого рішення?

№ 6. Компанія "Сапору" вивчає можливість виробництва і збуту навісів для зберігання кормів. Цей проект може ґрунтуватися на великій чи малій виробничій базі. Ринок для реалізації продукту (навісів) може бути сприятливим чи несприятливим. Менеджер компанії, природно, враховує можливість і взагалі не виробляти ці навіси. За сприятливої ринкової ситуації велике виробництво дозволило б компанії отримати чистий прибуток 200 млн грн. Якщо ринок виявиться несприятливим, то при великому виробництві компанія понесе збитки в розмірі 180 млн грн. Мале виробництво дає 100 млн грн прибутку при сприятливій ринковій ситуації й 20 млн грн збитків при несприятливій. Можливість сприятливого і несприятливого наслідків оцінюється однаково.

Використовуйте дерево рішень, для того щоб допомогти компанії вибрати правильний проект. Яка очікувана грошова оцінка найкращого рішення?

№ 7. Керівництво університету припускає побудувати спортивний центр недалеко від університетського гуртожитку. Один з можливих варіантів – передбачити в ньому кафе. Інший варіант не пов'язаний з кафе. В обох випадках менеджери оцінюють шанси на успіх як 0,6 і на невдачу як 0,4. Попередні обговорення показують, що план, пов'язаний з відкриттям у спортивному центрі кафе, може принести 325 млн грн. Без кафе можна заробити 250 млн грн. Втрати в разі відкриття спортивного центру з кафе складуть 70 млн грн, в разі без кафе – 20 млн грн. Необхідно вибрати альтернативу для будівництва спортивного центру. Чи слід реалізувати план, який передбачає відкриття кафе?

№ 8. "Photo COLOR" – невеликий виробник хімічних реактивів та обладнання, які використовуються деякими фотостудіями при створенні

35-мм фільмів. Один з продуктів, який пропонує "Photo COLOR", – фіксаж НД-6. Адам Півень, менеджер "Photo COLOR", продає протягом тижня 11, 12 або 13 ящиків НД-6. Від продажу кожного ящика фірма отримує 35 тис. грн прибутку. НД-6, як і багато фотографічних реактивів, має дуже малий термін придатності. Тому, якщо скринька не продана до кінця тижня, Адам повинен його знищити. Оскільки кожен ящик обходиться фірмі у 56 тис. грн, фірма втрачає цю суму у випадку, якщо скринька не продана до кінця тижня. Ймовірності продати 11, 12 або 13 ящиків протягом тижня дорівнюють відповідно 0,45, 0,35 і 0,2. Скільки ящиків треба виробляти фірмі для продажу щотижня?

№ 9. Компанія «Молодий сир» – крафтовий виробник різних продуктів з сиру. Один з продуктів – сирна паста – продається в роздріб. Менеджер компанії повинен вирішити, скільки ящиків сирної пасти слід виробляти протягом місяця. Ймовірності того, що попит на сирну пасту протягом місяця буде 6, 7, 8 ящиків, дорівнюють відповідно 0,2, 0,3, 0,5. Витрати на виробництво одного ящика – 45 тис. грн. Компанія продає кожен ящик за ціною 95 тис. грн. Якщо ящик з сирною пастою не продається протягом місяця, то вона псується, і компанія не отримує доходу.

Скільки ящиків слід проводити протягом місяця? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення?

№ 10. Демид Маков не знає, що йому робити. Він може відкрити в своєму магазині великий або маленький відділ спортивного харчування. Він не може отримати додаткову інформацію про те, чи буде попит на спортивне харчування великим, чи ні. Якщо ринок буде сприятливим, то великий відділ принесе прибуток 450 тис. грн, а маленький – 105 тис. грн. У разі несприятливого ринку Маков втратить 200 тис. грн, якщо він відкриє велику секцію, і 70 тис. грн – якщо маленьку. Не маючи додаткової інформації, Маков оцінює ймовірність сприятливого ринку як 0,7.

Чи слід відкрити велику секцію? Яка очікувана вартісна цінність найкращого рішення?

№ 11. Павло Скорик провів аналіз, пов'язаний з відкриттям магазину велосипедів. Якщо він відкриє великий магазин, то при сприятливому ринку отримає 60 млн грн, при несприятливому ж ринку понесе збитки 40 млн грн. Маленький магазин принесе йому 30 млн грн прибутку при сприятливому ринку і 10 млн грн збитків при несприятливому. Можливість сприятливого і несприятливого ринків він оцінює однаково. Використовуйте дерево рішень для того, щоб допомогти Павлу прийняти рішення.

Чи слід відкрити великий магазин? Яка очікувана вартісна цінність найкращого рішення?

№ 12. Головному інженеру компанії "White rubber" треба вирішити, монтувати нову виробничу лінію, яка використовує новітню технологію, або модернізувати стару. Монтування нової лінії обійдеться підприємству в 20 млн грн. Якщо нова лінія буде безвідмовно працювати, компанія отримає прибуток 200 млн грн. Якщо ж вона відмовить, то компанія може втратити 150 млн грн. За оцінками головного інженера, існує 60 % шансів, що нова виробнича лінія відмовить.

Модернізація старої лінії обійдеться в 10 млн грн. Після модернізації стара лінія може принести прибуток у 100 млн грн, якщо не відбудеться відмови, при відмові збиток складе 60 млн грн. Ймовірність безвідмовної роботи модернізованої лінії оцінюється як 45 %.

Чи слід монтувати нову виробничу лінію або модернізувати стару? Яка очікувана вартісна цінність найкращого рішення?

№ 13. Компанія «БудІнвест» хоче взяти участь у будівництві студентських гуртожитків. Для цього компанія має спочатку викупити ділянку землі, на якій можна побудувати комплекс на 100, 200 або 300 житлових модулів. У будівництві беруть участь багато компаній, до того ж будівництво їх комплексів знаходиться на різних стадіях. Тому складно спрогнозувати попит на студентське житло. У таблиці наведені можливі прибутки (збитки) компанії «БудІнвест» для різних рівнів попиту. Нехай імовірність низького попиту дорівнює 0.3, середнього попиту – 0.5 і високого – 0.2. Знайдіть оптимальну стратегію для компанії.

Рішення	Попит		
	Низький	Середній	Високий
Будувати 100 модулів	400 000	400 000	400 000
Будувати 200 модулів	100 000	800 000	800 000
Будувати 300 модулів	-200 000	500 000	1200 000

№ 14. У бізнесмена є можливість вкласти гроші (50 000 \$) у три інвестиційні фонди відкритого типу: простий, спеціальний (забезпечує максимальний довгостроковий прибуток від акцій малих компаній) і глобальний. Прибуток від інвестицій може змінюватися в залежності від умов ринку. Існує 10 % ймовірність, що ситуація на ринку цінних паперів погіршиться, 50 % – що ринок залишиться поміркованим і 40 % – ринок буде рости. Таблиця містить значення відсотків прибутку від суми інвестицій при трьох можливостях розвитку ринку.

Альтернатива (фонди)	Відсоток прибутку від суми інвестицій (%)		
	Погіршення ринку	Поміркований ринок	Зростаючий ринок
Простий	5	7	8
Спеціальний	-10	5	30
Глобальний	2	7	20

Знайдіть оптимальну стратегію для бізнесмена.

№ 15. Фірма планує виробництво нової продукції швидкого харчування у національному масштабі. Дослідницький відділ переконаний у великому успіху нової продукції і хоче вивести її негайно, без рекламної кампанії на ринках збуту. Відділ маркетингу ситуацію розцінює інакше і пропонує провести інтенсивну рекламну кампанію. Така компанія коштує 100 000 у.о., а у випадку успіху принесе 950 000 у.о. річного прибутку. У випадку провалу рекламної кампанії (ймовірність складає 30 %) річний дохід оцінюється лише у 200 000 у.о. Якщо рекламну кампанію не проводити зовсім, річний дохід оцінюється у 400 000 у.о. за умови, що покупцям сподобається продукція (ймовірність цього – 80 %), й у 200 000 у.о. з імовірністю 20 %, якщо покупці залишаться байдужими до нової продукції. Визначте оптимальну стратегію.

№ 16. Фред – власник театру на Бродвеї. Він вирішує питання про те, яку п'єсу прийняти до постановки. Постановка першої п'єси «Зірки» потребує 2 млн у.о., тоді як постановка другої п'єси «Володарі снігів» потребує 4 млн у.о. Однак другу п'єсу можна буде грати значно довше, ніж першу. Ймовірності успіху кожної п'єси і можливі прибутки від них надані у таблиці.

Рівень успіху	Ймовірності		Прибуток, млн у.о.	
	«Зірки»	«Володарі снігів»	«Зірки»	«Володарі снігів»
Хіт сезону	0.3	0.4	5	25
Помірний	0.3	0.3	4	15
Низький	0.3	0.2	2	2
Провал	0.1	0.1	0.5	0.75

Визначте, яку п'єсу більш доречно прийняти до постановки.

№ 17. Письменник написав роман, який має стати популярним. Він може або самостійно надрукувати роман, або здати його у видавництво. Видавництво пропонує 20 000 у.о. за контракт. Якщо роман буде користуватися попитом, буде продано 200 000 екземплярів, у протилежному випадку – лише 10 000 екземплярів. Видавництво виплатить авторський гонорар у сумі 1 у.о. за екземпляр. Дослідження ринку, проведене видавництвом, говорить, що існує ймовірність у 70 %, що роман буде популярним. Якщо ж автор сам надрукує роман, то понесе втрати у сумі 90 000 у.о., пов'язані з руком і маркетингом, але у цьому випадку кожний проданий екземпляр принесе прибуток у 2 у.о. Яким чином слід вчинити письменнику?

№ 18. Підприємець збирається відкрити ресторан недалеко від університетського містечка. За одним планом проект містить бар з продажем пива, інший не має бару. У тому і іншому випадку шанси на успіх будуть 0.6 (провал – 0.4). Щорічний прибуток, включаючи бар, дорівнює 465 000 у.о. Без

бару прибуток складе лише 210 000 у.о. У випадку провалу за наявності бару прибуток складе 75 000 у.о., а без бару – 25 000 у.о. Оберіть варіант для підприємця, використовуючи показник грошової віддачі як критерій прийняття рішення. Чи необхідно у бізнес-план додавати бар?

№ 19. Власник бензозаправки розмірковує про те, яким повинен бути розмір станції. Після повного аналізу маркетингових факторів, які відносились до виробництва бензину і попиту на нього, власник розробив таку таблицю:

Розмір станції	Гарний ринок	Середній ринок	Поганий ринок
Маленька	50 000	20 000	-10 000
Середня	80 000	30 000	-20 000
Велика	100 000	30 000	-40 000
Дуже велика	300 000	25 000	-160 000
Ймовірність	0.3	0.2	0.5

Побудуйте дерево рішень. Визначте, якого розміру станцію слід мати власнику.

№ 20. Дженні Лінд – автор детективних романів. Кінокомпанія і телекомпанія хочуть отримати ексклюзивні права на її найбільш популярний роман для екранізації. Якщо Дженні продасть права телекомпанії, то вона отримає одноразову фіксовану суму у 900 000 у.о. Якщо ж вона продасть права кінокомпанії, то її гонорар буде залежати від прокатного успіху кінокартини. Таблиця платежів для даної ситуації має вигляд:

Рішення	Варіанти успіху картини		
	Малий	Середній	Великий
Кінокомпанія	200 000	1 000 000	3 000 000
Телекомпанія	900 000	900 000	900 000

Визначте, кому Дженні краще продати права на екранізацію свого роману, якщо ймовірність малого успіху майбутньої картини оцінюється у 0.3, середнього – у 0.6, а великого – 0.1.

Контрольні питання

1. Сформулюйте постановку задачі прийняття рішень в умовах ризиків.
2. Які види ризиків існують?
3. Яким чином будується матриця рішень?
4. Яка первинна інформація потрібна для побудови дерева рішень?
5. Які структурні складові має дерево рішень?
6. Як оцінити очікувану вартість рішень?

Практична робота № 4

Прийняття рішень в умовах невизначеності.

Критерії прийняття рішень

Мета роботи: освоїти і закріпити практичні навички щодо використання кількісних критеріїв прийняття рішень для розв'язання задач в умовах невизначеності; навчитися застосовувати критерії прийняття рішень для розв'язання практичних задач в умовах невизначеності.

Короткі теоретичні відомості

Невизначеність виникає у задачах прийняття рішень, коли ОПР не знає всієї сукупності чинників, що діють. Ситуація невизначеності характеризується тим, що вибір конкретної альтернативи дій може зумовити будь-який результат із певної множини варіантів, але ймовірності впливу випадкових факторів невідомі.

Нехай ОПР може обрати одну із можливих альтернатив-стратегій, а «природа» у відповідь абсолютно байдужа до вибору ОПР і обирає одну зі своїх. Тоді ситуацію прийняття рішення відображає матриця рішень A , рядки якої відповідають вибору ОПР однієї зі своїх стратегій A_i , $i=1..m$ (свідомому вибору), а стовпчики – вибору «природою» однієї з власних можливих стратегій L_j , $j=1..n$ (несвідомому байдужому до ОПР вибору природи). Матриця рішень A має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

У такому поданні значення a_{ij} – виграш ОПР (прибуток). Якщо значення a_{ij} від'ємне, то це є його програш, і ОПР прагне обрати таку стратегію, за якої його виграш буде максимальним.

Найпростіша ситуація така, коли одна зі стратегій A_i домінує над всіма іншими його стратегіями, тому вибір можна звузити, виключивши з розгляду всі доміновані стратегії та залишивши по одній з еквівалентних стратегій для ОПР.

Для розв'язання задач в умовах невизначеності застосовуються кількісні критерії. Їх поділяють на:

- класичні:
 - максимінний критерій Вальда;
 - оптимістичний критерій;
 - критерій Лапласа;
 - критерій Севіджа;
 - критерій Гурвіца;
 - критерій Ходжа-Лемана;

- додаткові або похідні:
 - критерій добутоків;
 - критерій Гермейсера;
 - критерій Хоменюка;
 - критерій найбільш ймовірного результату.

Даний перелік не є вичерпним, дослідники можуть пропонувати свої модифікації існуючих критеріїв, які будуть найбільш відповідати розглядуваній ними задачі.

Розглянемо критерії, які найчастіше використовуються на практиці.

Критерій Вальда є песимістичним критерієм, оскільки припускають, що ситуація складається найгіршим для ОПР чином, і за рахунок обрання стратегії намагаються покращити найгірший для ОПР результат.

У випадку прибутку максимізується мінімальний з прибутків (максимін)

$$Q_w = \max_{i \in 1..m} \min_{j \in 1..n} a_{ij},$$

а у випадку втрат – мінімізуються максимальні з можливих втрат (мінімакс)

$$Q_w = \min_{i \in 1..m} \max_{j \in 1..n} a_{ij}.$$

Критерій Лапласа характеризується нейтральною або середньо-зваженою позицією ОПР до можливих значень результатів за різних випадкових ситуацій. При цьому ваги для відповідних результатів приймаються рівними. Тобто

$$Q_L = \max_{i=1..m} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij} \right).$$

Якщо у матриці рішень значення a_{ij} є втратами, то оператор $\max$ замінюється на оператор $\min$.

Критерій Севіджа теж досить песимістичний критерій, як і критерій максиміну. Проте у випадку обрання оптимальної стратегії, він орієнтується на мінімальний гарантований ризик і має вигляд

$$Q_S = \min_{i=1..m} \max_{j=1..n} r_{ij}.$$

У даному критерії замість матриці прибутків (втрат) аналізується матриця ризиків $R = \{r_{ij}\}$:

$$r_{ij} = \max_{i=1..m} a_{ij} - a_{ij}.$$

Критерій Гурвіца. Відповідно до цього критерію, обираючи розв'язок, ОПР не спирається ні на песимізм, ані на оптимізм. Використовується певна їх комбінація із заданням коефіцієнта песимізму λ , $0 \leq \lambda \leq 1$. Коли $\lambda = 1$, отримаємо критерій максиміну, а в разі $\lambda = 0$ – крайній оптимізм (притаманний азартному гравцеві). Критерій Гурвіца має вигляд

$$H = \max_{i=1..m} (\lambda \min_{j=1..n} a_{ij} + (1 - \lambda) \max_{j=1..n} a_{ij}).$$

Зрозуміло, що в даному випадку проблему не розв'язано повністю. Її розв'язання перенесено в іншу площину – пошук «правильного» значення коефіцієнта песимізму.

Приклад використання критеріїв. Нехай у процесі експлуатації ЕОМ виявилися збої. Необхідно прийняти рішення про подальше функціонування ЕОМ. Можливі наступні варіанти рішень:

- x_1 – повна перевірка ЕОМ;
- x_2 – мінімальна перевірка;
- x_3 – відмова від перевірки.

При цьому ЕОМ може перебувати в таких станах:

- y_1 – несправностей немає, збої були випадковими;
- y_2 – є незначні несправності, які вплинуть незначним чином на подальшу експлуатацію ЕОМ;
- y_3 – є серйозні несправності, які спотворять результати обчислень й призведуть до виходу з ладу інших блоків.

Результати втрат у відносних одиницях від зупинки ЕОМ наведено в таблиці. Вони включають витрати на перевірку й усунення несправностей, а також витрати, які пов'язані із втратами машинного часу через зупинку машини.

$F(x,y)$	y_1	y_2	y_3
x_1	-20	-22	-40
x_2	-12	-23	-43
x_3	0	-24	-55

Використаємо критерії прийняття рішень і порівняємо отримані результати.

1. Критерій Вальда:

$F(x,y)$	y_1	y_2	y_3	$\min_{j \in 1..n} a_{ij}$	Q_w
x_1	-20	-22	-40	-40	-40
x_2	-12	-23	-43	-43	
x_3	0	-24	-55	-55	

2. Критерій Лапласа:

$F(x,y)$	y_1	y_2	y_3	$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$	Q_L
x_1	-20	-22	-40	-27,3	
x_2	-12	-23	-43	-26	-26
x_3	0	-24	-55	-26,3	

3. Критерій Севіджа.

Побудуємо матрицю шкодувань (ризиків), виходячи із співвідношення

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij},$$

де $\beta_j = \max_{i=1..m} a_{ij}$.

F(x,y)	y ₁	y ₂	y ₃
x ₁	-20	-22	-40
x ₂	-12	-23	-43
x ₃	0	-24	-55
β_j	0	-22	-40

Матриця ризиків

F(x,y)	y ₁	y ₂	y ₃
x ₁	20	0	0
x ₂	12	1	3
x ₃	0	2	15

Застосуємо критерій Севіджа

F(x,y)	y ₁	y ₂	y ₃	$\max_{j=1..n} r_{ij}$	Q_s
x ₁	20	0	0	20	
x ₂	12	1	3	12	12
x ₃	0	2	15	15	

4. Критерій Гурвіца. Значення $\lambda = 0.5$

F(x,y)	y ₁	y ₂	y ₃	$\min_{j=1..n} a_{ij}$	$\max_{j=1..n} a_{ij}$	$\lambda \min_{j=1..n} a_{ij} + (1 - \lambda) \max_{j=1..n} a_{ij}$	H
x ₁	-20	-22	-40	-40	-20	-30	
x ₂	-12	-23	-43	-43	-12	-27,5	-27,5
x ₃	0	-24	-55	-55	0	-27,5	-27,5

Отже, різні критерії дають різні результати: за критерієм Вальда кращою є стратегія x₁, за критеріями Лапласа і Севіджа – стратегія x₂, а критерій Гурвіца за заданого λ не дає кращої стратегії.

Постановка задачі

1. Згідно з варіантом розглянути матрицю рішень (матрицю доходів). Ймовірності станів системи не визначені. Порівняти розв'язки, отримані при критеріях: Вальда, Лапласа, Севіджа і Гурвіця (коефіцієнт песимізму λ обрати самостійно).

2. Скласти задачу прийняття рішень в умовах невизначеності, визначивши основні альтернативні рішення та множину станів природи (системи), які можуть впливати на результат рішень.

3. Скласти звіт з роботи. Він має містити: постановку задачі, розв'язання задачі за вказаними критеріями прийняття рішень, формулювання власної задачі прийняття рішень в умовах невизначеності, висновки.

Варіанти

Варіант		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
1	x_1	15	10	0	-6	17
	x_2	3	14	8	9	2
	x_3	1	5	14	20	-3
	x_4	7	19	10	2	0
2	x_1	5	4	0	-6	7
	x_2	-3	6	3	-9	12
	x_3	10	8	17	20	-3
	x_4	12	-9	21	-2	0
3	x_1	51	-10	-10	-7	17
	x_2	-3	14	9	14	27
	x_3	16	6	-14	26	-3
	x_4	-7	20	15	9	-10
4	x_1	10	31	0	-6	-17
	x_2	-23	14	-8	9	22
	x_3	19	25	34	-20	-3
	x_4	37	18	10	22	-30
5	x_1	-15	10	-10	26	17
	x_2	32	24	-8	-9	2
	x_3	10	-5	14	20	-3
	x_4	27	-19	10	-2	10
6	x_1	21	-10	20	-6	17
	x_2	-3	14	38	-15	12
	x_3	12	-5	15	20	-3
	x_4	-7	19	-16	-3	11
7	x_1	15	10	-23	-6	17
	x_2	-3	-14	8	9	2
	x_3	1	5	-14	20	-3
	x_4	7	-19	14	1	32
8	x_1	22	9	-20	14	-17
	x_2	-3	14	-8	12	29
	x_3	-3	-6	14	21	-3
	x_4	7	19	10	2	-30
9	x_1	21	-10	-3	6	17
	x_2	12	14	-8	9	40
	x_3	-31	5	15	20	-33
	x_4	-8	19	10	4	2
10	x_1	15	10	2	-6	19
	x_2	3	15	9	9	2
	x_3	1	7	14	23	-3
	x_4	7	20	10	3	-10
11	x_1	14	-3	27	30	7
	x_2	30	0	-4	6	37
	x_3	20	11	19	6	-3
	x_4	20	22	4	25	1

12	x_1	18	35	27	13	19
	x_2	-2	16	40	38	1
	x_3	-7	27	3	4	29
	x_4	36	37	-7	15	15
13	x_1	16	-2	26	-5	1
	x_2	25	7	4	31	-4
	x_3	15	34	36	1	26
	x_4	14	24	25	8	36
14	x_1	37	10	8	7	7
	x_2	25	22	27	-6	26
	x_3	31	40	4	13	8
	x_4	-4	9	36	13	18
15	x_1	3	18	32	-1	0
	x_2	34	18	13	11	35
	x_3	8	29	13	25	2
	x_4	24	-7	33	1	11
16	x_1	18	2	39	5	39
	x_2	36	37	16	0	38
	x_3	-5	19	30	16	27
	x_4	34	1	-8	-2	20
17	x_1	-6	-6	8	36	0
	x_2	13	27	9	18	23
	x_3	-1	2	5	-8	0
	x_4	-4	34	20	-4	-1
18	x_1	34	-10	9	-2	34
	x_2	33	20	-10	22	18
	x_3	13	-1	39	14	31
	x_4	-4	23	-8	18	23
19	x_1	1	14	-7	9	7
	x_2	15	24	15	2	37
	x_3	8	29	3	32	10
	x_4	30	-8	32	9	29
20	x_1	-8	13	4	16	2
	x_2	15	6	26	37	28
	x_3	38	14	6	12	3
	x_4	4	1	-9	-6	34

Контрольні питання

1. Яку ситуацію класифікують як прийняття рішень в умовах невизначеності?
2. Яку точку зору особи, що приймає рішення в умовах невизначеності, відображає кожний з критеріїв: критерій Лапласа; критерій мінімаксу (максиміну); критерій Севіджа; критерій Гурвіца?
3. Яку інформацію містить матриця рішень (прибутків/втрат)?

Додатки

Додаток А

Робота з надбудовою «Пошук розв’язання» MS Excel

«Пошук розв’язання» – це надбудова MS Excel, яка дозволяє розв’язувати задачі математичного програмування. Для того щоб вона була доступна до використання, її потрібно активувати. Починаючи з Excel 2010, необхідно:

- 1) перейти у *Файл* → *Параметри*;
- 2) вибрати пункт *Надбудови*, а потім у полі *Керування* вибрати пункт *Надбудови Excel*;
- 3) натиснути кнопку *Перейти*;
- 4) у полі *Наявні надбудови* встановити прапорець для надбудови «Пошук розв’язання» та натиснути кнопку ОК. Якщо надбудови «Пошук розв’язання» немає в списку *Наявні надбудови*, натисніть кнопку *Огляд*, щоб знайти її;
- 5) після завантаження надбудови «Пошук розв’язання», на вкладці *Дані* в групі *Аналіз* з’явиться команда *Розв’язувач*.

Розглянемо роботу з «Пошуком розв’язань» на прикладі розв’язання задачі про мінімізацію виробничих витрат.

Задача. Є замовлення на виробництво 32 виробів А і 14 виробів Б, які можуть бути виготовлені на двох лініях L_1 і L_2 . Продуктивність лінії L_1 на виробництво виробу А становить 4 вироби на годину, а виробу Б – 2 вироби на годину, фонд робочого часу – 9,5 год. Продуктивність лінії L_2 для вибору А – 1 виріб на годину, а Б – 3 вироби на годину, фонд робочого часу – 5 год. Витрати, пов’язані з виробництвом одиниці виробу, для лінії L_1 складають відповідно 9 і 20 грн/одиночку, а для лінії L_2 – 15 і 25 грн/одиночку. Необхідно знайти оптимальний обсяг випуску виробів, що забезпечує мінімальні витрати на виконання замовлення.

Розв’язання. Спочатку необхідно записати математичну постановку задачі. Для цього спершу визначаються шукані величини, ними є обсяги випуску виробів на кожній лінії:

- x_{11} – кількість виробів А, які виготовляються на лінії L_1 ;
- x_{12} – кількість виробів А, які виготовляються на лінії L_2 ;
- x_{21} – кількість виробів Б, які виготовляються на лінії L_1 ;
- x_{22} – кількість виробів Б, які виготовляються на лінії L_2 .

Цільовою функцією є мінімізація витрат на виконання всього замовлення:

$$f(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}) = 9x_{11} + 15x_{12} + 20x_{21} + 25x_{22} \rightarrow \min.$$

У задачі є обмеження щодо замовленої кількості виробів:

- 32 вироби А: $x_{11} + x_{12} = 32$;
- 14 виробів Б: $x_{21} + x_{22} = 14$.

Крім того є обмеження на час роботи виробничих ліній для замовлення. В умові задачі прямо не заданий час, який витрачається на кожній лінії на виготовлення одного виробу, але його можна визначити з продуктивності. Тобто час на виготовлення одного виробу А на лінії L_1 складе $\frac{1}{4}$, виробу Б на $L_1 - \frac{1}{2}$, виробу А на лінії $L_2 - \frac{1}{1}$ і виробу Б на лінії $L_2 - \frac{1}{3}$. Таким чином отримаємо обмеження

$$\frac{1}{4}x_{11} + \frac{1}{2}x_{21} \leq 9.5,$$

$$\frac{1}{1}x_{12} + \frac{1}{3}x_{22} \leq 5.$$

І також необхідно пам'ятати, що кількість виробів не може бути від'ємною, тобто: $x_{ij} \geq 0$.

Сформулювавши математичну постановку задачі, можна перейти до розв'язання за допомогою надбудови «Пошук розв'язання». Передусім на аркуші Excel потрібно виділити комірки для шуканих величин, цільової функції й обмежень (рис. А.1).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Кількість виробів на лініях				Обмеження		
2			L1	L2		Замовлена кількість виробів		
3		A				=C3+D3	"="	32
4		Б				=C4+D4	"="	14
5						Час роботи ліній		
6			Витрати			=0,25*C3+0,5*C4	"<="	9,5
7		F(X)	=9*C3+15*D3+20*C4			=D3+0,33*D4	"<="	5
8								

Рисунок А.1 – Запис умови задачі в Excel

Далі переходимо до роботи з надбудовою «Пошук розв'язання». Відкриваємо вікно «Пошук розв'язання» (Solver) з вкладки Дані, група Аналіз. І в ньому у відповідні поля необхідно додати дані задачі (рис. А.2).

У полі «Оптимізувати цільову функцію» (Set Objective) вказуємо комірку, в якій записана формула з обчисленням цільової функції $F(X)$, у прикладі це комірка C7. І відмічаємо, що потрібно знайти мінімум функції.

У полі «Змінюючи комірки змінних» (By Changing Variable Cells) необхідно вказати комірки шуканих величин, у прикладі – комірки C3:D4 (рис. А.2).

У поле «Відповідно до обмежень» (Subject to the Constraints) необхідно додати усі обмеження на змінні. Для цього потрібно натиснути кнопку «Додати» (Add), і буде відкрите вікно для додавання обмежень (рис. А.3).

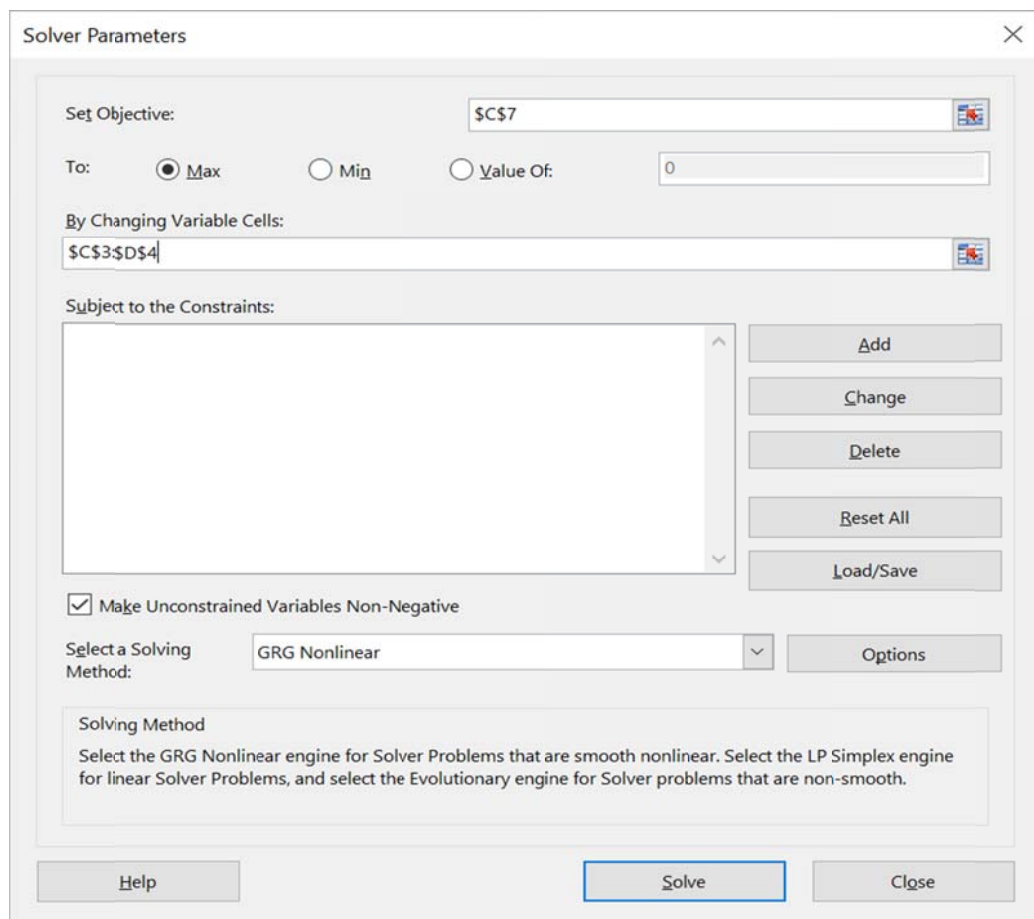


Рисунок А.2 – Вікно надбудови «Пошук розв’язання»



Рисунок А.3 – Вікно додавання обмежень

У полі «Посилання на комірки» (Cell Reference) вказуємо комірки, в яких записані ліві частини обмежень, а у полі «Обмеження» (Constraint) – праві частини. Між ними необхідно обрати потрібний знак рівності або нерівності. Приклади показані на рис. А.4, А.5.

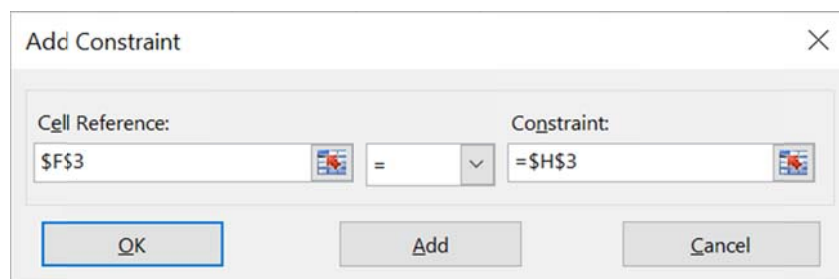


Рисунок А.4 – Додавання обмеження рівності

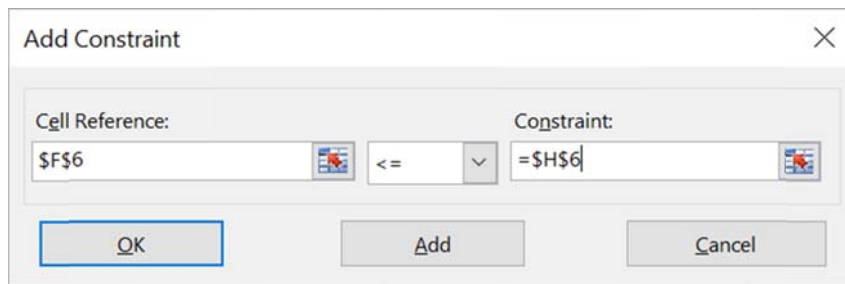


Рисунок А.5 – Додавання обмеження нерівності

Для розглядуваної задачі має вийти шість обмежень, останнє – обмеження цілочисельності, оскільки кількість виробів не може бути дробова (рис. А.6).

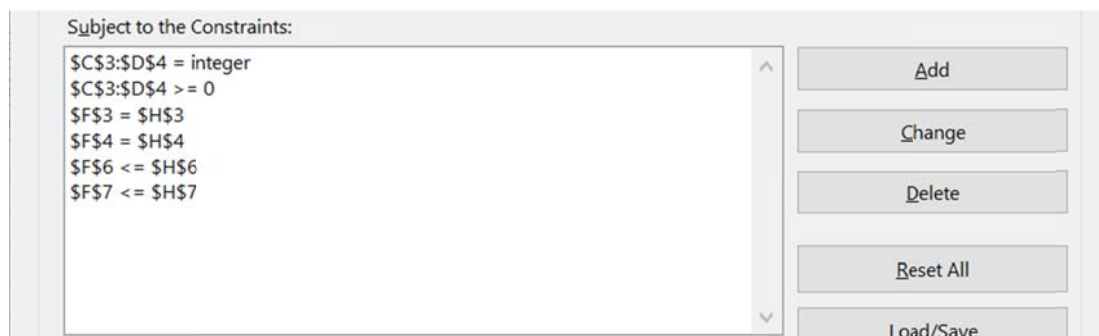


Рисунок А.6 – Множина обмежень задачі

Після додавання обмежень необхідно вибрати метод розв'язання задачі у відповідному полі. Оскільки розглядувана задача є задачею лінійного програмування, то для її розв'язання обираємо симплекс-метод. І для отримання розв'язання натискаємо «Знайти рішення» (Solve).

Якщо задача розв'язана, має з'явитися вікно (рис. А.7), в якому буде запропоновано зберегти отриманий розв'язок або відновити вихідні дані. Обираємо «Зберегти отриманий розв'язок» (Keep Solver Solution) і натискаємо ОК.

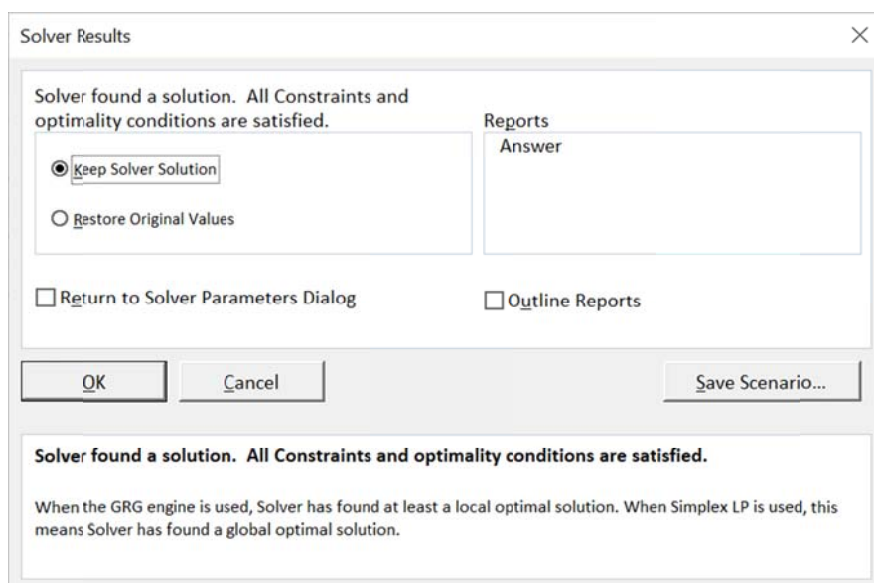


Рисунок А.7 – Вікно результатів пошуку розв'язання

На основному аркуші з'являться результати розв'язання задачі. У комірках шуканих величин, цільової функції та обмежень будуть записані отримані значення (рис. А.8).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Кількість виробів на лініях				Обмеження			
2			L1	L2		Замовлена кількість виробів			
3		A	32	0		32	"=	32	
4		B	3	11		14	"=	14	
5						Час роботи ліній			
6		Витрати				9,5	"<=	9,5	
7		F(X)	623			3,63	"<=	5	
8									

Рисунок А.8 – Результат розв'язання задачі

Отже, в результаті було отримано, що на лінії L₁ варто виробляти всі 32 вироби А і 3 вироби Б, а на лінії L₂ – 11 виробів Б. Таке розподілення виробництва дозволить отримати мінімальні витрати у розмірі 623 грн, при цьому часовий фонд виробництва не перевищений.

Робота з надбудовою TreePlan MS Excel

Надбудова TreePlan створена для побудови дерев рішень на аркуші MS Excel. Вона дозволяє створити діаграму дерева рішень і автоматизує обчислення по гілках дерева.

Після завантаження і підключення надбудови до Excel на головній панелі з'явиться окрема вкладка «Tree Plan» (рис. Б.1). Створення і редагування дерев рішень виконується за допомогою функціонала, розміщеного на вкладці.

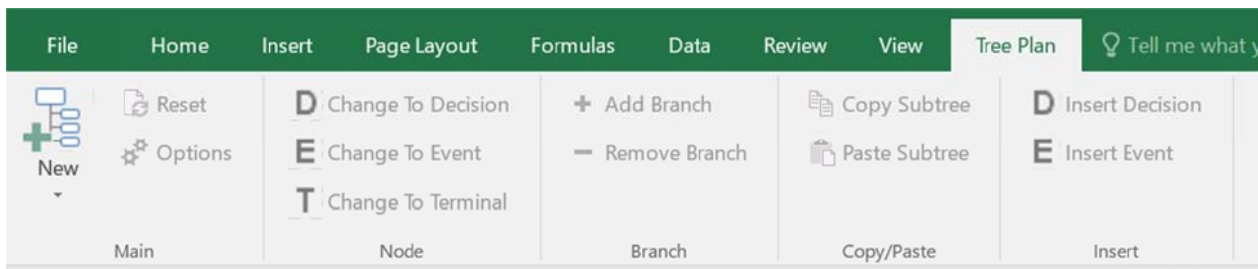


Рисунок Б.1 – Загальний вигляд вкладки «Tree Plan»

Розглянемо побудову дерева рішень на прикладі.

Задача. Фірма планує відкрити нове підприємство. Є можливість побудувати або велике підприємство, але маленьке, яке за два роки можна буде розширити за умови високого попиту на його продукцію. Розглядається питання прийняття рішень на 10-ти річний період. Фірма оцінює, що протягом цих 10-ти років ймовірність високого і низького попиту на продукцію дорівнюватиме 0.75 і 0.25 відповідно. Вартість негайного будівництва великого підприємства 5 млн грн, а маленького – 2 млн грн. Розширення підприємства через два роки коштуватиме 4,5 млн грн. Прибуток, отримуваний від функціонування виробництва протягом 10 років, наведений у табл. Б.1. Необхідно побудувати дерево рішень, беручи до уваги, що за два роки фірма може як розширити виробництво, так і не розширяти.

Таблиця Б.1

Вхідні дані для задачі

Альтернатива	Очікуваний прибуток за рік (тис. грн)	
	Високий попит	Низький попит
Велике підприємство зараз	1000	300
Маленьке підприємство зараз	250	200
Розширене підприємство за 2 роки	900	200

Отже, є дві альтернативи, які розглядаються в поточний момент, і ще дві альтернативи, які можливі для рішення «маленьке підприємство» і залежать від ситуації на ринку.

Дерева рішень мають вузли двох типів: рішення і події. Вузол рішення відображається у вигляді квадрата, а події – у вигляді кола. Особливість події в тому, що вони є ймовірнісними, що відображається на дереві.

Для розглядуваної задачі перший вузол є альтернативами рішень і їх два, тому на вкладці «Tree Plan» натискаємо «New» і вибираємо «With 2 Branches» (рис. Б.2). Будуть побудовані перші дві гілки дерева (рис. Б.3), і вершина – синій квадрат – показує, що ці гілки визначають можливі рішення.

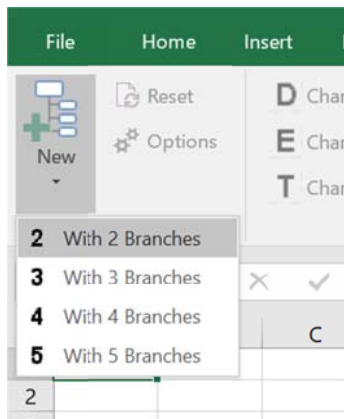


Рисунок Б.2 – Створення нового дерева

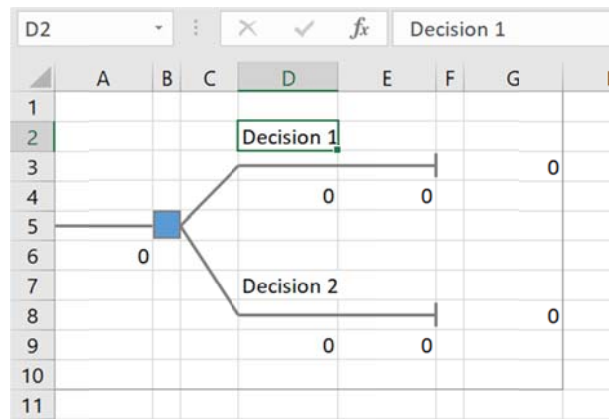


Рисунок Б. 3 – Вигляд вузла рішень

Змінюємо надписи над гілками на альтернативні рішення «Велике підприємство» і «Маленьке підприємство». Фірма розглядає дві можливі ситуації на ринку, які впливатимуть на прибуток, тому для кожної альтернативи необхідно додати вузол з двома ймовірними подіями «Великий попит» і «Низький попит». Для цього на діаграмі треба виділити комірку, в якій буде розміщений вузол, в групі Node натиснути Change To Event і обрати With 2 Branches (рис. Б.4).

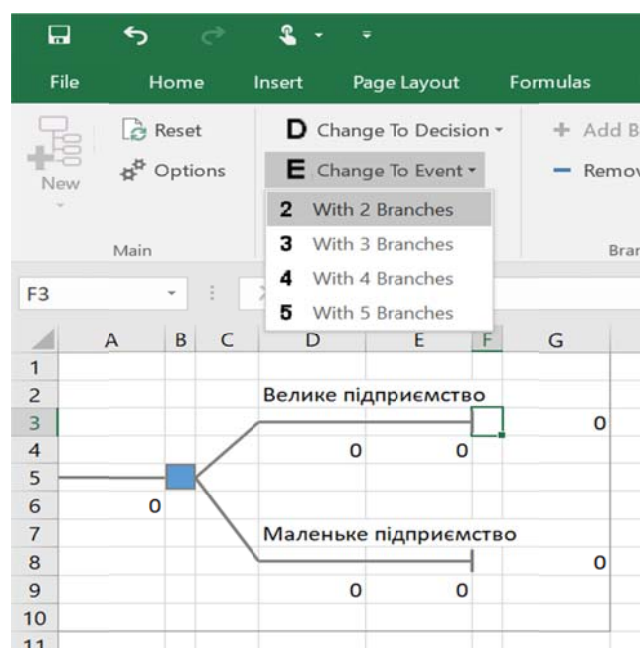
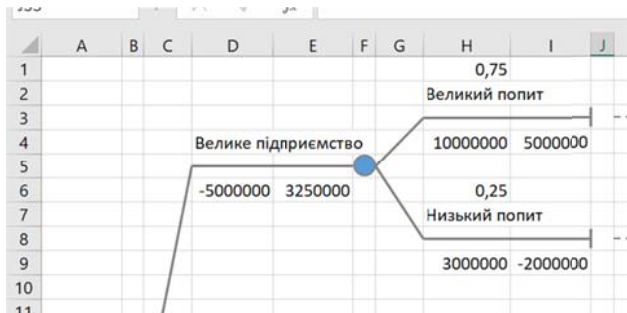
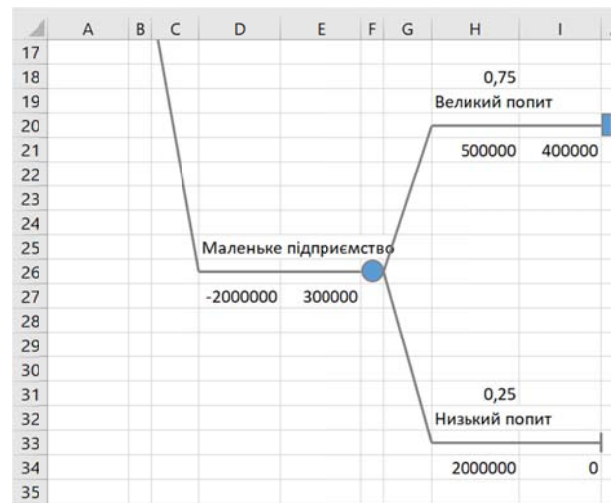


Рисунок Б.4 – Створення вузла події з двома розгалуженнями

На створених гілках дерева далі потрібно додати дані про ймовірності настання подій, можливий прибуток і витрати на побудову підприємств (рис. Б.5).



а)



б)

Рисунок Б.5 – Заповнення даних за альтернативами:

а – альтернатива «Велике підприємство»,

б – альтернатива «Маленьке підприємство»

У комірках Н1, Н6, Н18, Н31 записані ймовірності стану ринку. Сума ймовірностей на кожному вузлі події має дорівнювати 1. У комірках Н4, Н9, Н21 і Н34 записані прибутки від продажу виробленої продукції: для альтернативи «Велике підприємство» це прибуток за 10 років, а для альтернативи «Маленьке підприємство» – за 2 роки. У комірках D6 і D27 записані витрати на побудову підприємств.

Коли всі дані занесені, обчислення відбуваються автоматично. Таким чином отримано, що для альтернативи «Велике підприємство» очікуваний прибуток складає 3250000 грн.

Для альтернативи «Маленьке підприємство» за умовою задачі через два роки можливе розширення підприємства, якщо попит на продукцію буде великий. Тому гілку «Маленьке підприємство» – «Великий попит» потрібно продовжити вузлом з рішеннями «Розширене підприємство» і «Не розширяти». Для обох рішень далі додаються вузли подій – станів ринку (рис. Б.6).

Так само, як і для попередніх гілок, необхідно заповнити інформацію про ймовірності станів (комірки P11, P16, P21, P26), прибутки підприємства при кожному стану ринку (комірки P14, P19, P24, P29) та витрати на розширення підприємства (комірка L16).

У результаті отримано, що для альтернативи «Маленьке підприємство» очікуваний прибуток складає 300000 грн. Якщо подивитися на очікуваний прибуток для розширеного підприємства, який становить -200000 грн, то можна припустити, що дана альтернатива буде відкинута.

Отже, порівнюючи очікувані прибутки для двох основних альтернатив, можна дати рекомендацію щодо будівництва великого підприємства.

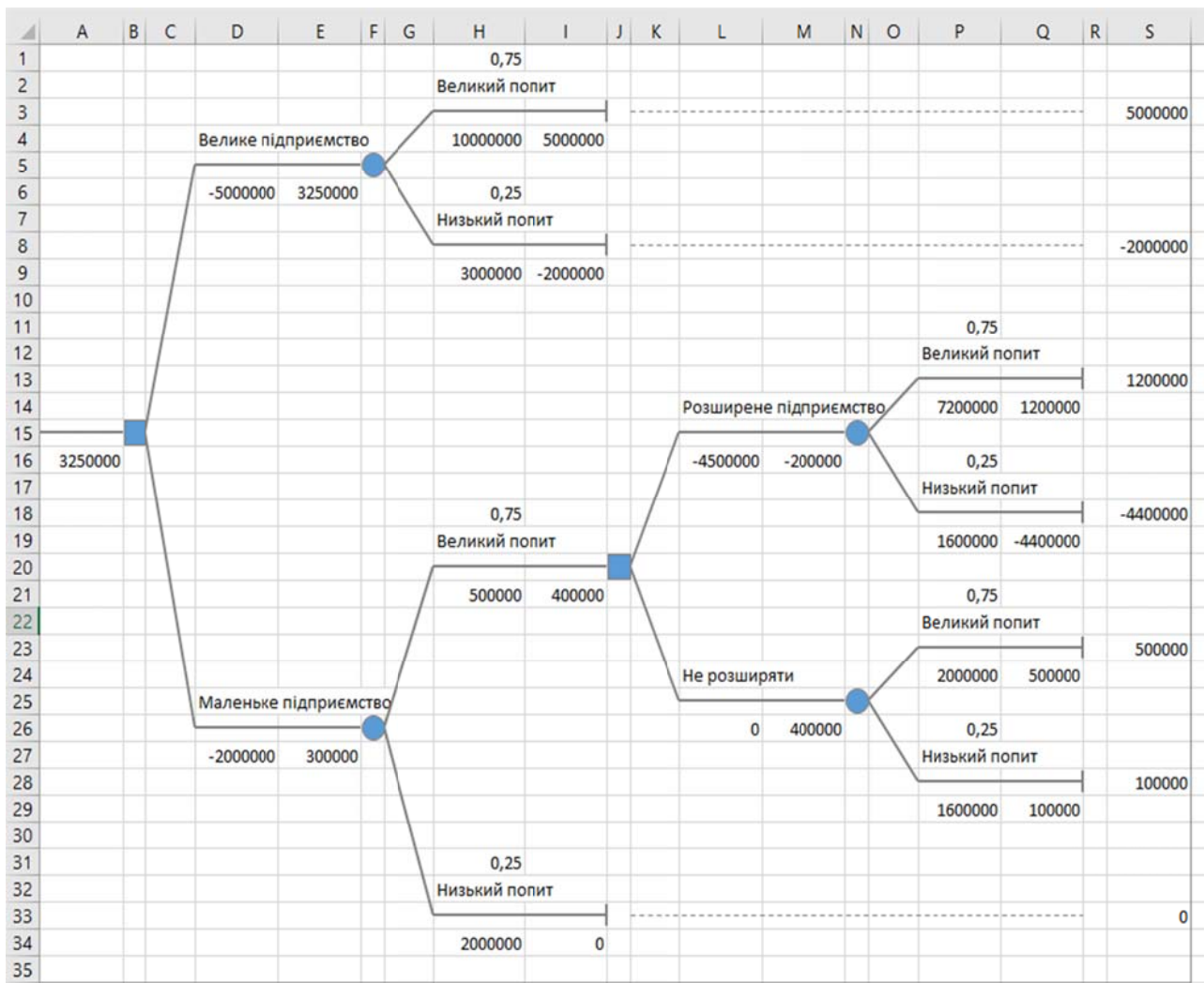


Рисунок Б.6 – Дерево рішень для задачі вибору розміру підприємства

На рис. Б.6 показане загальне дерево рішень. У стовбці S аркуша навпроти кожної гілки дерева записані можливі очікувані прибутки (втрати), які враховуються при обчисленні очікуваних прибутків альтернатив.

Побудоване дерево рішень дає візуальне подання розглядуваної задачі і спрощує її аналіз і сприйняття.

Список літератури

1. Дмитрієнко В. Д. Вступ до теорії і методів прийняття рішень : навч. посіб. / В. Д. Дмитрієнко, В. О. Кравець, С. Ю. Леонов. – Х. : НТУ "ХП", 2010. – 139 с.
2. Жалдак М. І. Основи теорії і методів оптимізації / М. І. Жалдак, Ю. В. Триус. – Черкаси : Брама-Україна, 2005. – 608 с.
3. Теорія прийняття рішень : підручник / за заг. ред. Бутка М. П. – К. : Центр учбової літератури, 2015. – 360 с.
4. Кушлик-Дивульська О. І. Основи теорії прийняття рішень : навч. посібник / О. І. Кушлик-Дивульська, Б. Р. Кушлик. – К. : НТУУ «КПІ», 2014. – 94 с.
5. Saaty T. L. Some Mathematical Concepts of the Analytic Hierarchy Process / T. L. Saaty // *Behaviormetrika*, 1991. – No.18. – P. 1–9.
6. Кульчицька Х. Б. Застосування методу аналізу ієрархій при виборі проекту в поліграфії / Х. Б. Кульчицька, Л. С. Предко // *Поліграфія і видавнича справа*. – 2018. – № 1(75). – С. 51–60.
7. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень : підручник / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. – К. : ВHV, 2009. – 448 с.
8. Дякон В. М. Моделі і методи теорії прийняття рішень / В. М. Дякон, Л. Є. Ковальов. – К. : АНФ ГРУП, 2013. – 604 с.
9. Волошин О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посібник / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – К. : Київський університет, 2010. – 336 с.
10. Peterson M. An Introduction to Decision Theory / Martin Peterson. – Cambridge University Press, 2009. – 325 p.
11. Кабаченко Д. В. Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності та ризику / Д. В. Кабаченко // *Економічний вісник*. – 2017. – № 2. – С. 107–115.
12. Бартіш М. Я. Дослідження операцій. Частина 4: Нелінійне програмування : підручник / М. Я. Бартіш, І. М. Дудзяний. – Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2011. – 208 с.
13. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування / Г. Г. Цегелик. – Львів : Світ, 1995.
14. Гвоздинський А. М. Методи оптимізації в системах прийняття рішень : навч. посібник / А. М. Гвоздинський, Н. А. Якімова, В. О. Губін. – Харків : ХНУРЕ, 2006. – 324 с.
15. Методи оптимізації : навч. посіб. до проведення лаб. і практ. робіт / О. В. Карташов, А. В. Бабкіна, Н. Ю. Ємцева, Р. А. Пудло. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 112 с.
16. Taha Hamdy A. Operations research: an introduction / Hamdy A. Taha. – Pearson Education, 2007. – 838 p.