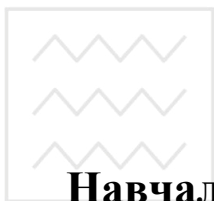




Національний університет
водного господарства
та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування

Н.Б. Кушнір, Т.В. Кузнєцова



Національний університет
водного господарства
та природокористування

Статистика
Навчально-методичний посібник
для самостійного вивчення дисципліни

Кредитно-модульна система організації навчального
процесу

Найменування галузі знань 0305
„Економіка та підприємництво”

Рівне 2008



Національний університет

УДК 330.101.52(075.8)

ББК 65.051я73

К 68

Затверджено вченою радою Національного університету водного господарства та природокористування.

Протокол № 10 від 26 жовтня 2007р.

Рецензенти:

І.Д. Лазаришина, д.е.н., професор Національного університету водного господарства та природокористування
Н.Е. Ковшун, к.е.н., доцент Національного університету водного господарства та природокористування.

Кушнір Н.Б., Кузнєцова Т.В.

К 68 **Статистика: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни /** За ред. Кушнір Н.Б., Кузнєцової Т.В. – Рівне: НУВГП, 2008. – 205с.

Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни містить типову нормативну програму нормативної навчальної дисципліни, вказівки щодо вивчення окремих тем, плани лекційних і практичних занять, тематику самостійної та індивідуальної роботи, типові вправи та задачі, тренінгову тестову програму, завдання на курсову та індивідуальну роботу та список рекомендованої літератури. Навчальний посібник може бути корисними при самостійному вивченні дисципліни в умовах кредитно-модульної організації навчального процесу.

Видання адресоване студентам економічних спеціальностей вищих навчальних закладів та слухачам системи перекваліфікації.

УДК 330.101.52(075.8)

ББК 65.051я73

© Кушнір Н.Б., Кузнєцова Т.В., 2008

© НУВГП, 2008



ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
1. ТИПОВА ПРОГРАМА НОРМАТИВНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ „СТАТИСТИКА”	6
1.1. Програмний матеріал блоків змістових модулів	6
Змістовий модуль 1. Теоретичні засади статистики як науки. Характеристика сутності і системи статистики.. ..	6
Змістовий модуль 2. Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників.....	7
Змістовий модуль 3. Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів ..	8
2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ МОДУЛІВ ТА ТЕМ ДИСЦИПЛІНИ	10
Змістовий модуль 1. Теоретичні засади статистики як науки. Характеристика сутності і системи статистики.. ..	10
Змістовий модуль 2. Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників.....	34
Змістовий модуль 3. Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів ..	62
3. ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ	107
Змістовий модуль 1. Теоретичні засади статистики як науки. Характеристика сутності і системи статистики.. ..	107
Змістовий модуль 2. Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників.....	117
Змістовий модуль 3. Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів ..	136
4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПРОТОЧНОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ.....	155
Змістовий модуль 1. Теоретичні засади статистики як науки. Характеристика сутності і системи статистики.. ..	155
Змістовий модуль 2. Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників.....	159
Змістовий модуль 3. Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів... ..	162
5. КОНТРОЛЬНА ТЕСТОВА ПРОГРАМА	166
6. ПОРЯДОК І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ	179
7. ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК.....	184
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	200



ПЕРЕДМОВА

Україна, як одна з найбільших європейських країн, стала на шлях об'єднання в Загальноєвропейський світовий простір і створення зони Європейської вищої освіти. Приєднання України до Болонського процесу передбачає впровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу (КМСОНП), яка є варіантом ECTS.

Освітня діяльність кожного вищого навчального закладу економічного профілю повинна бути спрямована на підготовку таких фахівців, які змогли б швидко адаптуватись в реальних умовах та застосувати на практиці теоретичні знання, отримані під час навчання в вузі.

Вивчення дисципліни «Статистика» дозволить студентам економічних спеціальностей ознайомитись з основними прийомами і методами оцінки масових соціально-економічних явищ і процесів, що відбуваються в суспільстві взагалі та в Україні зокрема, вивчити вітчизняний та світовий досвід у здійсненні статистичних досліджень.

Основною метою вивчення курсу «Статистика» є формування системи знань про сутність і зміст статистики як науки, тобто надання знань про методи збирання, оброблення та аналізу інформації стосовно соціально-економічних явищ і процесів.

Для досягнення основної мети необхідно вирішити наступні **завдання**:

- вивчення основних категорій, понять, систем, інструментарію та алгоритмів статистики;
- набуття практичних навичок розв'язання конкретних статистичних задач;
- ознайомлення з науковими засадами основних статистичних законів методик та методологій;
- формування вмінь творчого пошуку шляхів покращення виробничо-господарської діяльності підприємств, соціально-економічного розвитку суспільства з використанням основних показників, прийомів та методів статистики.

При викладанні навчальної дисципліни «Статистика» використовуються інформаційно-ілюстративний та проблемний методи навчання із застосуванням:

- лекцій у супроводі прозірок та мультимедійної техніки;
- відеофільмів та CDR;
- розв'язування задач та кейсів;



- складання матриць та графічних схем;
- виконання індивідуальних навчально-дослідних завдань;

В результаті вивчення дисципліни студенти повинні знати:

- основні поняття, категорії, терміни статистики та вміти їх правильно тлумачити;
- закономірності, принципи та загальні методи здійснення статистичних досліджень;
- етапи статистичної обробки первинної інформації та узагальнення отриманих результатів;
- механізми аналізу та синтезу статистичних даних та статистичних показників;
- методи вивчення взаємозв'язків між явищами, що відбуваються в суспільстві та вміти охарактеризувати отримані результати досліджень;
- способи переходу від статистичних методів дослідження до елементів факторного аналізу з метою виявлення резервів покращення результатуючих показників;
- методи оцінки сучасних проблем соціально-економічного розвитку суспільства та виробничо-господарської діяльності підприємств;
- статистичну методологію визначення наслідків впливу управлінських рішень на діяльність суб'єктів господарювання;
- особливості практичного застосування статистичних методів дослідження масових соціально-економічних явищ і процесів, що відбуваються в суспільстві.

Навчальний курс дисципліни "Статистика" розрахований на студентів, які навчаються за освітньо-кваліфікаційними програмами підготовки бакалаврів (денної, заочної форм навчання), студентів, що навчаються за інтегрованими навчальними планами, слухачів інститутів післядипломної освіти та курсів підвищення кваліфікації.



1. ТИПОВА ПРОГРАМА НОРМАТИВНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ „СТАТИСТИКА”

1.1. Програмний матеріал блоків змістових модулів

Модуль 1

Теоретичні засади статистики як науки.

Характеристика сутності і системи статистики

Тема 1. Предмет і метод статистики

Сучасне розуміння терміну „Статистика”. Склад статистики як науки. Сутність складових частин статистики. Предмет статистики. Основні поняття статистики. Методи статистики. Основні завдання статистики.

Статистична сукупність, її сутність. Шкала вимірювання. Метрична, порядкова та номінальна шкала вимірювання.

Тема 2. Статистичне спостереження

Сутність статистичного спостереження. Класифікаційні ознаки статистичного спостереження. План статистичного спостереження. Об’єкт спостереження. Одиниця спостереження. Одиниця сукупності.

Зміст суцільного статистичного спостереження. Класифікація несуцільних статистичних спостережень.

Поняття спостереження основного масиву.

Сутність вибіркового спостереження. Монографічна вибірка, її характеристика.

Тема 3. Зведення і групування статистичних даних

Поняття „зведення” і „групування”. Етапи зведення. Типологічні групування. Структурні групування. Аналітичне групування.



Методика проведення групування. Класифікація ознак. Поняття інтервалів. Правило для застосування інтервалів. Крок інтервалу та його розрахунок.

Статистична таблиця. Поняття підмета та присудка таблиці. таблиці. Правила побудови статистичних таблиць.

Статистичний графік. Основні елементи статистичного графіку. Види статистичних графіків.

Тема 4. Статистичні показники

Абсолютні величини. Відносні величини, їх класифікація.

Суть і значення середніх величин. Основні види середніх величин. Середня арифметична проста. Середня арифметична зважена. Властивості середньої арифметичної.

Види середніх: середня гармонійна, середня геометрична, середня квадратична, середня структурна, середня хронологічна та їх практичне застосування.

Модуль 2

Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників

Тема 5. Аналіз рядів розподілу

Поняття рядів розподілу. Варіанта. Частота. Ряди розподілу залежно від ознаки : атрибутивні та варіаційні. Варіаційні ряди розподілу: дискретні та інтервальні. Характеристики центру розподілу: мода і медіана.

Характеристики варіації. Розмах варіації. Середнє лінійне відхилення. Дисперсія. Середнє квадратичне відхилення. Коефіцієнт варіації: квадратичний та лінійний. Коефіцієнт осциляції. Властивості дисперсій.

Поняття теоретичної та емпіричної кривої. Симетричні та асиметричні криві розподілу. Одновершинні, двовершинні та багатoverшинні криві розподілу. Застосування коефіцієнтів



асиметрії та ексцесу для вимірювання ступеню асиметрії та гостровершинності. Моменти розподілу.

Тема 6. Аналіз інтенсивності динаміки

Поняття про ряди динаміки. Види рядів динаміки. Середній рівень ряду. Абсолютний приріст. Середній абсолютний приріст. Темп зростання. Темп приросту. Середній темп приросту або зростання.

Взаємозв'язок показників рівнів ряду динаміки. Порівняння інтенсивності двох динамічних рядів.

Тема 7. Аналіз тенденцій розвитку

Тенденція (тренд). Метод ступінчатих середніх. Метод плинних середніх. Метод середнього абсолютного приросту. Метод середнього темпу приросту. Метод аналітичного вирівнювання.

Екстраполяція. Інтерполяція. Сезонні коливання. Індекс сезонності. Узагальнюючі характеристики сезонних коливань. Оцінка структурних зрушень.

Модуль 3

Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів

Тема 8. Статистичні методи аналізу кореляційних зв'язків

Види взаємозв'язків між явищами. Функціональні, стохастичні взаємозв'язки. Кореляційна залежність. Лінійна регресія. Лінійні і нелінійні кореляційно - регресійні зв'язки. Етапи обґрунтування моделі.

Кореляційні моделі, їх групи. Етапи побудови моделі. Коефіцієнт регресії. Лінійний коефіцієнт кореляції. Метод дисперсійного аналізу. Етапи визначення тісноти зв'язку.

Загальна дисперсія. Середня з групових дисперсій. Міжгрупова дисперсія. Коефіцієнт співзалежності.



Тема 9. Вибірковий метод

Вибірковий метод. Генеральна та вибіркова сукупність.

Похибки за причинами виникнення репрезентативності.

Способи формування вибірових сукупностей: простий випадковий, механічний, районування, серійний.

Типи вибірових оцінок: точкова оцінка та інтервальна оцінка. Гранична похибка вибірки. Стандартна похибка вибірки.

Тема 10. Графічний метод. Статистичні таблиці

Статистична таблиця. Підмет таблиці. Присудок таблиці. Класифікуються таблиці. Правила побудови статистичних таблиць.

Статистичний графік. Основні елементи статистичного графіку: поле графіка, графічний образ, просторові орієнтири, масштабні орієнтири, експлікація графіка. Види статистичних графіків: стовпчикові діаграми, стрічкова діаграма, квадратні та кругові діаграми, секторні діаграми, фігурні графіки, спіральні діаграми, графіки динаміки.

Тема 11. Аналіз таблиць взаємної спряженості.

Статистична перевірка гіпотез

Непараметричні методи дослідження взаємозв'язків між ознаками.

Аналіз таблиць взаємної спряженості. Коефіцієнт Чупрова. Коефіцієнт Крамера. Коефіцієнт Пірсона. Статистична перевірка гіпотез.

Тема 12. Індекси

Поняття індексів. Індивідуальні та зведені індекси.

Агрегатні індекси. Система співзалежних індексів. Індексний факторний аналіз.

Індекси середніх величин.

Середньоарифметичні та середньо гармонійні індекси.

Територіальні індекси.



2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ МОДУЛІВ ТА ТЕМ ДИСЦИПЛІНИ

МОДУЛЬ 1

*Теоретичні засади статистики як науки.
Характеристика сутності і системи статистики*



ТЕМА 1. Предмет і метод статистики

Ключові питання:

1. *Історична довідка про виникнення статистики*
2. *Предмет статистики*
3. *Основні поняття в статистиці*

1.1. Історична довідка про виникнення статистики

Термін “**статистика**” походить від латинського слова “статус” (status), що означає “певний стан речей”, і використовувався спочатку в значенні як “сума знань про державу”. Вперше цей термін ввів німецький вчений Г. Ахенваль в 1749 році, який видав книгу про державознавство.

В наш час термін “статистика” використовується в трьох значеннях. По-перше, під статистикою розуміють особливу галузь практичної діяльності людей, яка направлена на збір, обробку і аналіз даних, що характеризують соціально-економічний розвиток країни, її регіонів, галузей економіки і окремих підприємств. По-друге, статистикою називають науку, яка займається розробкою теоретичних положень і методів, що використовуються у статистичній практиці. По-третє, статистикою часто називають статистичні дані, які подаються у звітності підприємств, організацій, галузей економіки, а також публікуються у довідниках, збірниках, пресі і які є результатом статистичної роботи.

Особливість статистики полягає у тому, що статистичні дані повідомляються в кількісній формі, тобто статистика говорить мовою цифр, які відображають суспільне життя в його різноманітності. При цьому статистику, перш за все, цікавлять ті висновки, які можна зробити на основі аналізу цифрових даних.

Статистика має стародавню історію, з появою держав виникла необхідність в статистичній практиці, тобто в зборі даних про



наявність земель, чисельність населення, його майновий стан. В II ст. до н.е. такий облік проводився в Китаї, Стародавньому Римі і Єгипті. У Стародавньому Римі був утворений перший статистичний орган - Ценз для проведення перепису вільних громадян. Перший перепис населення був здійснений в Греції в 2238 р. до н.е. З середніх віків і до наших часів збереглося зведення загального земельного перепису Англії - "Книга страшного суду".

На Русі в X-XII ст. почали збір відомостей, пов'язаних з оподаткуванням. Реформи Петра I вимагали велику кількість точних статистичних даних, тому вводиться облік цін на хліб, реєстрація міст і міського населення, зовнішньої торгівлі, здійснюється облік шлюбів, народжень і смертності, нових фабрик і заводів.

Капіталізм стимулював розвиток обліку і статистики. Поряд з простою бухгалтерією в Італії (початок XIV ст.) з'явилась система подвійних рахунків.

Статистика як наука почала розвиватися з середини XVII ст. за двома напрямками: *описовому і математичному*.

Видатними представниками описової школи державознавства були німецькі вчені Г. Конрінг і Г. Ахенваль. Першою особливую рисою описового напрямку було те, що завдання статистики зводились до опису території держави, державного устрою, населення, релігії, зовнішньої політики. По-друге, в цих роботах був відсутній аналіз закономірностей і зв'язків суспільних явищ. Тому цей напрямок був далекий від сучасного розуміння статистики.

Математичний напрямок було започатковано в Англії. Представники математичного напрямку або "політичної арифметики" висували для себе завдання виявити закономірності і взаємозв'язки економічних явищ за допомогою розрахунків. Свої висновки вони базували на числових даних. Серед них найбільш відомими були У. Петті, Ф. Гальтон, К. Пірсон, Р. Фішер. Вагомий внесок в розвиток демографії зробили У. Петті і Д. Граунт, а також вони і ввели в науковий обіг таблиці і графіки. У XVIII ст. були зроблені перші кроки до вивчення динаміки цін за допомогою індексів. Найбільш відомі роботи Дюпо і Карлі.

Фундатором теорії статистики став А. Кетле, з його іменем пов'язаний закон великих чисел.



В Росії становлення статистичної науки почалось з розвитку описового напрямку (Г.К. Кірілов, В.Н. Татіщев, М.В. Чупров, К.Ф. Герман) і пов'язано з розвитком політекономії.

Початок XX ст. характеризується інтенсивним розвитком математичної статистики і застосуванням її апарата у практичній діяльності. Питання теорії статистики знайшли своє відображення в працях всесвітньо відомих вчених С.Г. Струмліна, В.С. Немчінова, Б.С. Ястремського, А.В. Боярського.

1.2. Предмет статистики

Предметом дослідження статистики є масові явища соціально-економічного життя; вона вивчає кількісну сторону цих явищ в нерозривному поєднанні з їх якісним змістом в конкретних умовах місця і часу.

Статистика - багатогалузева наука, в якій виділені 4 складові:

1. Загальна теорія статистики - розглядає категорії статистичної науки і масові явища. Масове явище складається з певної множини елементів, істотні властивості яких є схожі.

2. Економічна статистика - розробляє систему економічних показників і методи вивчення народного господарства.

3. Галузеві статистики (промисловості, будівництва, сільського господарства тощо) – обчислюють економічні показники, що відображають особливості галузі.

4. Соціальна статистика - вивчає соціальні умови і характер праці, а також рівень життя і споживання матеріальних благ населенням.

Статистичну роботу в Україні здійснює Міністерство статистики і його органи на місцях.

Завдання статистики — це вивчення

- рівня та структури масових соціально-економічних явищ та процесів;

- взаємозв'язків масових соціально-економічних явищ і процесів;

- динаміки масових соціально-економічних явищ.

Методологічна основа статистики – це діалектичний метод, який ґрунтується на поєднанні аналізу і синтезу. На розвиток статистики впливає економічна теорія, філософія, математика, природознавчі науки.



Виділяють наступні **групи методів статистики**:

1. Статистичне спостереження (звітність і переписи).
2. Зведення і групування статистичних даних.
3. Визначення узагальнюючих характеристик.

Етапи статистичного дослідження:

1. Збір первинного статистичного матеріалу шляхом реєстрації фактів чи опитування респондентів.
2. Систематизація і групування даних.
3. Визначення узагальнюючих показників у формі відносних чи середніх величин.
4. Аналіз варіації, динаміки, взаємозалежності.

Результати подаються у формі графіків, таблиць або текстом. Статистичні методи тісно пов'язані з математикою. Спільними для них є методи обробки і оцінки даних, але різні предмети пізнання. Математична статистика вивчає явища в абстрактній формі, а статистика - в конкретних умовах.

1.3. Основні поняття в статистиці

Досвід вивчення масових явищ знаходить узагальнення у Законі великих чисел. Його суть полягає в тому, що окреме одиничне явище містить в собі елементи випадковості.

Статистичний показник - це число в сукупності з набором ознак, які характеризують обставини, до яких воно відноситься (що, де, коли, яким чином підлягає вимірюванню).

Статистичні дані - це сукупність показників, отриманих внаслідок спостереження. Вірогідність статистичних показників визначається їх адекватністю і точністю вимірювання. За способом обчислення показники бувають первинні і похідні (вторинні).

Первинні показники отримують в результаті зведення статистичних даних і мають форму абсолютних величин (наприклад, обсяг виробництва продукції за квартал).

Похідні показники обчислюються на базі первинних і мають форму середніх або відносних величин.

За ознакою часу показники поділяються на інтервальні і моментні. Вони можуть бути як первинними так і похідними.

Статистична закономірність - це повторюваність, послідовність і порядок явища. Можуть бути такі закономірності:



1. Динаміки явища (зростання або скорочення населення).
2. Структурних зрушень (зростання або скорочення частки міського населення у загальній чисельності).
3. Розподілу елементів сукупності (населення за віком, сімей за числом дітей).

Статистична сукупність - це певна множина елементів, поєднаних спільними умовами існування і розвитку. Наприклад: статистична сукупність - це студенти групи. Кожен студент - елемент сукупності, який має спільні ознаки (стать, вік, екзаменаційна оцінка, спеціальність). Кожен елемент сукупності має своє індивідуальне значення ознаки (жіноча і чоловіча стать - 2 значення; екзаменаційна оцінка - 4 значення). Коливання значень елементів сукупності називається **варіацією**.

Усі ознаки поділяються на кількісні (варіативні) та якісні (атрибутивні).

Набір властивостей явища і відповідних їм чисел називається **шкалою вимірювання**. За рівнем вимірювання, і допустимими арифметичними діями виділяють метричну, номінальну і порядкову або рангову шкали.

Метрична - звичайна числова шкала обчислення, яку використовують для вимірювання фізичних величин або результатів обчислення (наприклад, прибуток, середня заробітна плата).

Номінальна - шкала найменувань. “Оцифровка” ознак цієї шкали проводиться таким чином, щоб подібним елементам відповідало одне й те саме число, а неподібним - різне. Найчастіше використовують штучні вимірники, які приймають значення “1” або “0”.

Порядкова (рангова) - визначає не тільки подібність елементів, а й послідовність, типу “більше ніж”, “менше ніж”, “краще ніж”. Кожному пункту шкали приписується число - ранг (кількість балів) або будь-яка монотонно зростаюча функція (наприклад, -2; -1; 0; 1; 2; ...).



ТЕМА 2. Статистичне спостереження

Ключові питання:

1. *Суть статистичного спостереження*
2. *План статистичного спостереження*
3. *Форми, види та способи спостереження*

2.1. Суть статистичного спостереження.

Для характеристики окремих одиниць сукупності і явища в цілому, здійснюють статистичне спостереження. Від правильності його проведення залежать усі наступні етапи статистичної роботи, тобто зведення матеріалів спостереження, його аналіз, висновки. Дані про явища збирають як на визначений момент часу (дату), так і за певний період.

Суть статистичного спостереження полягає в планомірному, науково організованому зборі масових даних про явища і процеси суспільного життя. Його ведуть у спеціальних документах - бланках або формулярах. Одержання інформації передбачає розробку гіпотези та програми статистичного спостереження, строків проведення, порядку проведення і контролю.

2.2. План статистичного спостереження.

В плані статистичного спостереження розглядають програмно-методологічні і організаційні питання. Перед організацією статистичного спостереження необхідно визначити об'єкт і одиницю спостереження, час та строки, ознаки, які підлягають реєстрації та суб'єкт спостереження. Основною формою статистичного спостереження є **статистична звітність**. До спеціально організованих статистичних спостережень відносяться переписи, одночасний облік і спеціальні статистичні обстеження.

Програмно-методологічна частина плану статистичного спостереження включає визначення мети, об'єкта, одиниці і програми спостереження. Організаційна частина плану статистичного спостереження включає визначення місця, часу,



форми, виду та способу спостереження.

Об'єктом статистичного спостереження називається сукупність одиниць, про які необхідно зібрати відомості. Одиницею сукупності називають первинний елемент статистичної сукупності, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації і основою рахунку, що ведеться при обстеженні. Одиницею спостереження називають первинну ланку, від якої повинні бути отримані відомості в процесі спостереження.

Об'єктивним часом спостереження називається час, до якого відносяться факти, які реєструються в процесі спостереження. Суб'єктивним часом називається час, на протязі якого проводиться спостереження. Критичним моментом називається момент часу, станом на який відбувається спостереження. Об'єктивним часом може бути критичний момент, коли він характеризується моментом часу, станом на який проводиться спостереження.

2.3. Форми, види та способи статистичного спостереження

Основними формами статистичного спостереження є:

1. Статистична звітність.
2. Спеціально організовані статистичні спостереження (переписи, одноразові обліки, вибіркве спостереження).

За охопленням одиниць сукупності розрізняють:

1. Суцільне спостереження.
2. Несуцільне спостереження, яке буває таких видів:
 1. Основного масиву.
 2. Вибіркове.
 3. Монографічне.
 4. Анкетне.

При суцільному обстеженні реєстрації підлягають усі елементи статистичної сукупності, а при несуцільному - частина одиниць, яка робить вибірку репрезентативною (представницькою).

Розрізняють такі **способи спостереження**:

1. Звітний (на основі звітів).
2. Експедиційний.
3. Самореєстрація.



4. Анкетний.

5. Кореспондентський.

Суть експедиційного способу полягає, в тому, що дані від кожної одиниці спостереження одержують спеціально залучені працівники.

Суть способу самореєстрації полягає, в тому, що дані заповнюють самі опитувані.

Анкетний спосіб заснований на принципах добровільності заповнення спеціальних анкет.

Кореспондентський спосіб передбачає проведення спостереження окремими особами чи організаціями за будь-якими явищами з повідомленням результатів спостереження статистичними органами у встановлені строки.

Існують 3 **способи одержання статистичних даних**:

1. Безпосередній облік фактів.

2. Документальний.

3. Опитування респондентів.

Розрізняють такі **види спостереження**:

1. Поточне (збір даних проводять систематично або безперервно по мірі завершення).

2. Одноразове (дані збирають по мірі виникнення).

3. Періодичне (спостереження виконується заздалегідь через певні, у більшості, рівні проміжки часу).

Програма спостереження заздалегідь визначає перелік питань, які заносяться у спеціальний формуляр. Це можуть бути переписні аркуші, хронокарти, бланки обстежень тощо.

Розбіжність між даними спостережень та реальними даними називають помилками спостереження.

Розрізняють два види помилок:

1. Помилки реєстрації.

2. Помилки репрезентативності, які властиві тільки вибіркового спостереженню і виникають в результаті некоректного формування вибіркової сукупності.



ТЕМА 3. Зведення та групування статистичних даних



Ключові питання:

1. *Зведення статистичних даних*
2. *Значення і суть групування*
3. *Види групувань*
4. *Методика проведення групування*
5. *Вторинне групування*

3.1. Зведення статистичних даних

Статистичне зведення – це процес узагальнення статистичних даних і фактів. Для його організації розробляють програму, яка передбачає упорядкування даних статистичного спостереження, його класифікацію та систематизацію.

Статистичне зведення включає такі етапи:

- групування,
- підрахунок групових та загальних підсумків,
- викладення результатів зведення у вигляді таблиць.

Зведення групують в залежності від таких напрямків:

1. За способом організації розрізняють:

- Централізоване.
- Децентралізоване зведення.

2. За технікою організації розрізняють:

1. Ручне.
2. Механізоване зведення.

В основі зведення лежить метод групувань. При конструюванні статистичних показників необхідно враховувати:

1. Зміст та рівень показника (чи це підсумок чи це середня величина).
2. Об'єкт спостереження.
3. Час спостереження, одиниці виміру.
4. Спеціальні і нормативні уточнення.
5. Одиниці виміру



3.2. Значення і суть групування

Статистичним групуванням називається розподіл сукупності на групи і підгрупи за певними суттєвими ознаками. Це дозволяє вивчити зв'язок між групами, типами і формами явищ. Крім того розглядаючи зміну ознак від групи до групи можна вивчити залежність результативної ознаки від факторної, яка покладена в основу групування.

Факторна ознака - це ознака, що відображає *причину*, а ознака, що відображає *наслідок* називається **результативною**.

Варіаційними ознаками одиниць сукупності називаються ознаки, які приймають різне кількісне або якісне значення у окремих одиницях сукупності.

Наприклад, підприємство як одиниця сукупності підприємств в промисловості характеризується приналежністю до певного соціального сектора (державного або приватного); до певної галузі виробництва; має певну чисельність працівників; наявність основних засобів; вартість виробленої продукції.

Групувальна ознака – варіаційна ознака, тому групи створюються на основі варіації ознак.

За формою вираження ознаки групування бувають:

1. Атрибутивні (якісні).
2. Варіативні (кількісні).

Так, приналежність до соціального сектора, стать, освіта, спеціальність - це атрибутивна ознака. Чисельність працівників, вартість продукції, вартість фондів, сума заробітної плати – кількісні (варіаційні) ознаки, тобто вони варіюють кількісно. Таким чином, розрізняють групування за атрибутивними і за кількісними ознаками.

3.3. Види групувань

В статистиці виділяють 3 види групувань:

- типологічні,
- структурні,
- аналітичні.



В залежності від мети дослідження виділяють **первинні і вторинні групування**. Розподіл різнорідної сукупності на якісно однорідні групи в статистиці здійснюються за допомогою **типологічних групувань**. Виявлення та вивчення зв'язку і взаємозалежності між явищами проводиться за допомогою **аналітичних групувань**.

За допомогою статистичного групування вирішуються 3 основних завдання:

1. Розподіл всієї сукупності на **якісно** однорідні групи. Іншими словами – це виділення соціально-економічних типів. Вирішується це питання за допомогою **типологічного групування**.

За допомогою **типологічних групувань** виділяють найхарактерніші групи, типи явищ, з яких складається неоднорідна статистична сукупність. Визначаються істотні відмінності між ними, а також ознаки, що є спільними для всіх груп. Ці групування застосовують при вивченні розподілу підприємств за формами власності, при групуванні населення за суспільними групами (робітники, школяри), працівників за рівнем освіти, при розподілі суспільного виробництва за економічним призначенням продукції (див. табл. 3.1.).

Таблиця 3.1.

Розподіл населення України, зайнятого у народному господарстві, %

Сфера діяльності	1997	2007
Всього зайнято у н/г	100	100
у тому числі		
у галузях матеріального виробництва	80	73,8
у невиробничій сфері	20	26,2

2. **Структурні групування** характеризують розподіл якісно однорідної сукупності за певною ознакою.

За допомогою структурних групувань вивчається склад населення за віком, статтю, національністю; склад сімей за кількістю дітей і доходів, склад робітників за професією і стажем роботи; склад підприємств за кількістю працюючих, вартістю виробленої продукції її собівартістю і наявністю фондів; склад торгової мережі за розміром товарообігу (див. табл. 3.2).



Таблиця 3.2.

Розподіл населення регіону за сукупним доходом на душу населення

Середній місячний доход на душу населення	Кількість населення, тис. чол.	У відсотках до підсумку
До 100		
101-200	7,0	4,7
201-300	32,6	21,8
301-400	34,2	23,0
...	...	...
801-900	3,3	2,3
>900		
Разом:	148,7	100

Типологічні групування відрізняються від структурних лише за метою дослідження, а за формою вони повністю збігаються.

3. Виявлення та вивчення взаємозв'язку між ознаками здійснюється на основі *аналітичних* групувань (наприклад, вивчення взаємозв'язку між рівнем фаху і рівнем заробітку).

Аналітичні групування проводяться за факторною ознакою і в кожній групі визначається середня величина результативної ознаки (табл. 3.3). За наявності зв'язку між ознаками середні групові систематично збільшуються (прямий зв'язок) або зменшуються (зворотній зв'язок).

Таблиця 3.3.

Схема аналітичного групування

Межі групування за факторною ознакою (x_i)	Кількість одиниць сукупності, (f_i)	Середнє значення результативної ознаки ($\bar{y}_i$)
x_1	F_1	y_1
x_2	F_2	y_2
Разом:	$\sum f$	

Розподіл статистичних групувань на види має велике значення, так як від цього залежить вирішення головних завдань методу групувань, а саме вибір груповальної ознаки; правила утворення груп; склад системи показників, які характеризують кожну групу. Таким чином, групування в статистиці вирішують багато завдань,



однак всі вони в кінцевому рахунку зводяться до того, щоб упорядкувати первинний статистичний матеріал, розділити його за суттєвими варіаційними ознаками для подальшого аналізу. Групування за однією ознакою називається **простим**, а коли для виділення груп беруть 2 і більше ознак, то такі групування називаються **комбінаційними**.

3.4. Методика проведення групування

Першочерговим питанням теорії групувань є вибір груповальної ознаки. Групування проводяться за атрибутивними (якісними) або кількісними (варіативними) ознаками. **Для атрибутивної ознаки число груп відповідає числу її різновидів.**

Якщо ознака альтернативна, то можливі лише 2 групи.

При групуванні за кількісними ознаками визначають число груп і величину інтервалу групування (межі). Ці показники між собою пов'язані: чим більше буде створюватися груп, тим менший буде інтервал і навпаки.

При вирішенні питання щодо кількості створювальних груп, потрібно брати до уваги **розмах варіації**, який представляє собою різницю між максимальним і мінімальним значенням ознаки. Чим більший розмах варіації – тим більше може бути створено груп.

Якщо чисельність сукупності невелика, недоцільно створювати велику кількість груп, тому що не буде достатньо великого числа одиниць сукупності і характеристики не будуть типовими.

Інтервалом називається різниця між максимальним і мінімальним значенням ознаки в кожній групі. Інтервали групування можуть бути рівні і нерівні. Нерівні інтервали застосовуються, якщо ознака має нерівномірну варіацію в широких межах. Так, не можна використовувати групування магазинів за розміром товарообігу з рівними інтервалами, якщо товарообіг одних магазинів за квартал лише 3 тис. грн., а інших >10 тис. грн. В цьому випадку використовуються дрібні інтервали для малих і більш широкі – для великих підприємств.

Рівні інтервали застосовують тоді, коли ознака групування розподілена в сукупності більш-менш рівномірно. Ширину (розмір) інтервалу визначають за залежністю:



$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (3.1)$$

де h – розмір (ширина) інтервалу; $x_{\max} - x_{\min}$ – розмах варіації; n – кількість груп

Американський вчений Стреджерс встановив залежність між числом груп (n) і кількістю одиниць сукупності (N).

$$n = 1 + 3,322 \lg N \quad (3.2)$$

N	15-24	25-44	45-89	90-179	180-359	360-719	720-1439
n	5	6	7	8	9	10	11

Прикладом групування з нерівними інтервалами може бути таке групування фірм за кількістю працівників: до 10 чол.; 10-30; 30-100; 100-200; 200-500; 500 і більше. При цьому існує таке правило: **нижню межу інтервалу рахують включно, а верхню виключно, тобто ліва цифра входить в інтервал, а права – ні.** Тому фірма з чисельністю 30 чол. потрапить в групу 30-100. **Перший та останній інтервал вважаються відкритими.**

Приклад. Необхідно провести групування з рівними інтервалами за даними про середню місячну зарплату робітників. Максимальне значення – 280 грн., а мінімальне значення – 120. При цьому необхідно виділити 8 груп.

$$x_{\max} = 280 \text{ грн.}$$

$$x_{\min} = 120 \text{ грн.}$$

$$n = 8$$

$$h = x_{\max} - x_{\min} = 280 - 120 = 160 (\text{грн.})$$

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{8} = \frac{160}{8} = 20 (\text{грн.})$$

1. 120-140

4. 180-200

7. 240-260

2. 140-160

5. 200-220

8. 260-280

3. 160-180

6. 220-240

3.5. Вторинне групування

Перегрупування раніше згрупованих даних називається **вторинним групуванням**. До цього методу звертаються тоді, коли в



результаті первинного групування нечітко проявився характер розподілу вивчаємої сукупності, або необхідно співставити групування з різними інтервалами з метою їх порівняння.

Приклад. Відомо групування колгоспів за надоями молока у звітному році на 100 га сільськогосподарських угідь.

Таблиця 3.1.

Групування колгоспів за надоями молока у звітному році

№ групи	Групи колгоспів по надою молока на 100 га с/г угідь, ц	Кількість колгоспів
1	До 10	928
2	10-40	3239
3	40-100	11102
4	100-180	12698
5	180-300	9311
6	300-400	1828
7	>400	659
Разом:		39765

Необхідно виконати перегрупування даних, створивши групи з такими інтервалами: до 50; 50-100; 100-200; 200-300; понад 300.

№ групи	Групи колгоспів по надою молока на 100 га с/г угідь, ц	Кількість колгоспів
1	До 50	$928 + 3239 + \frac{10}{60} \cdot 11102 = 6017$
2	50-100	$\frac{50}{60} \cdot 11102 = 9252$
3	100-200	$12698 + \frac{20}{120} \cdot 9311 = 14250$
4	200-300	$\frac{100}{120} \cdot 9311 = 7759$
5	>300	$1828 + 659 = 3487$
Разом:		39765



ТЕМА 4. Статистичні показники

Ключові питання:

1. *Поняття про статистичні показники*
2. *Абсолютні величини*
3. *Відносні величини, їх класифікація*
4. *Суть і значення середніх величин в статистиці і способи їх обчислення*

4.1. Поняття про статистичні показники

Статистичний показник — узагальнююча характеристика соціально–економічного явища чи процесу яка поєднує якісні та кількісні сторони останнього.

Якісний зміст показника залежить від суті явища і знаходить своє відображення у його назві (народжуваність, прибутковість, фондовіддача). Кількісний бік явища визначає число та його вимірник, тобто статистичні показники виражають: що, де, коли і яким чином підлягає вимірюванню. Показники відрізняються за способом обчислення, ознакою часу та своїми функціями. Залежно від способу обчислення розрізняють первинні і похідні показники. Первинні показники визначають шляхом зведення і групування статистичних даних і мають форму абсолютних величин. Похідні показники обчислюються на базі первинних величин і мають форму середніх або відносних величин.

За ознакою часу показники поділяються на інтервальні і моментні. Інтервальні показники характеризують явище за певний проміжок часу (день, місяць, рік). Наприклад, житлові площі, які вводяться в експлуатацію протягом року. Моментні показники характеризують явище на певний момент часу. Наприклад, наявність оборотних коштів на початок року; чисельність населення станом на 01.01.2008 року.

Серед статистичних показників є взаємообернені показники, які характеризують одне і те саме явище. Прямий показник зростає із збільшенням явища, а обернений — зменшується. Наприклад, продуктивність праці це прямий показник, який зростає із збільшенням обсягу виробництва, а трудомісткість – обернений показник.



4.2. Абсолютні величини

Показники, що виражають розміри, обсяги, рівні суспільних явищ і процесів називаються **абсолютними** величинами. Абсолютні величини є основою всіх статистичних розрахунків. Вони необхідні для обліку і контролю виконання завдань, аналізу розвитку підприємства та чинників, які на нього впливають.

Абсолютні величини можуть виражатися в натуральних, умовно-натуральних, трудових і грошових одиницях виміру.

Натуральними називають абсолютні величини, які характеризують величину ознаки у фізичних мірах (наприклад, міри маси, об'єму, площі тощо).

Вартісні абсолютні величини використовують для характеристики явищ і процесів в грошовому виразі (наприклад, обсяг товарообігу, валової продукції).

Умовно-натуральні абсолютні величини необхідні для характеристики виробництва однойменної продукції, яка має специфічні споживчі властивості. В цьому випадку одна з різновидів продукції приймається в якості єдиного вимірника, а інші види приводяться до цього вимірника за допомогою відповідних коефіцієнтів перерахунку (наприклад, виробництво консервів в 1000 умовних банок).

Для характеристики витрат праці на виробництво продукції застосовують трудові одиниці виміру: людино-дні, людино-години.

Абсолютні показники характеризують стан явища на момент часу або за визначений період, однак за їх величиною не можна судити про динаміку, структуру і якісні особливості явища. Для цього існують відносні показники.

4.3. Відносні величини, їх класифікація

Показники, які виражають числові співвідношення, притаманні конкретним суспільним явищам, називаються **відносними величинами**, тобто вони потрібні для відображення кількісного співвідношення між абсолютними величинами.



Коефіцієнти і проценти найбільш зручна форма вираження відносних величин, тобто відношення чисел, при яких базисне значення приймають за одиницю або за 100%. Іноді відносні величини обчислюють в промілях. В цьому випадку відносну величину приймають не за 100, а за 1000. В промілях виражають коефіцієнти народжуваності, природного приросту, рівень здоров'я і освіти. При обчисленні відносних величин необхідно враховувати такі принципи:

1. Відносні величини повинні бути співставні в територіальному і часовому відношенні;

2. Відносні величини мають бути співставними за одиницями спостереження і за методологією обліку, розрахунку і аналізу.

Розрізняють такі **види відносних величин**:

1. Відносні величини динаміки.

2. Відносні величини виконання плану.

3. Відносні величини планового завдання.

4. Відносні величини структури.

5. Відносні величини інтенсивності.

6. Відносні величини координації.

7. Відносні величини порівняння.

Відносні величини **динаміки** виражають співвідношення рівня показника в даному періоді з рівнем цього ж показника в іншому періоді:

$$\frac{x_1}{x_0} \quad (4.1)$$

де x_0 – значення ознаки в базисному періоді; x_1 – значення ознаки в звітному періоді.

Розрізняють відносні величини динаміки базисні і відносні величини динаміки ланцюгові.

Відносні величини виконання плану виражають співвідношення між фактичним (звітним) значенням і плановим рівнем за період:

$$\frac{x_1}{x_n} \quad (4.2)$$

де x_1 – фактичний рівень показника; x_n – плановий рівень показника.

Існує певний зв'язок між відносними величинами **динаміки**,



$$\frac{x_1}{x_0} = \frac{x_1}{x_n} \cdot \frac{x_n}{x_0} \quad (4.3)$$

Відносні величини планового завдання показують, які плануються зміни показників, порівняно з базисним періодом:

$$\frac{x_n}{x_0}, \quad (4.4)$$

Відносні величини структури характеризують склад явища і показують, яку питому вагу в загальному підсумку складає кожна його частина.

Відносні величини інтенсивності характеризують співвідношення двох різнойменних показників, які знаходяться в певному взаємозв'язку.

Відносні величини координації характеризують співвідношення окремих частин явища.

Відносні величини порівняння характеризують відношення двох однойменних показників, які відносяться до різних об'єктів або територій, за один і той самий проміжок часу.

Найбільш поширеними в статистичних розрахунках є відносні величини **динаміки**, тобто **темпи росту**, які одержуються шляхом порівняння абсолютних або середніх величин звітного (поточного) року з аналогічними показниками базисного року.

4.4. Суть і значення середніх величин в статистиці і способи їх обчислення

Середня величина в статистиці - це абстрактна, узагальнююча величина, що характеризує рівень варіюючої ознаки в якісно однорідній сукупності. За допомогою середньої величини можливо охарактеризувати сукупність за кількісно варіаційною ознакою. При розрахунку середньої величини (за даними однорідної сукупності) нівелюються випадкові відхилення окремих величин явища.

Середня завжди узагальнює кількісну варіацію ознаки, за допомогою якої ми характеризується сукупність, і яка в різному степені належить всім одиницям сукупності. Таким чином, за кожною середньою приховується ряд розподілу одиниць сукупності



за якоюсь варіаційною ознакою, тобто варіаційний ряд.

Обчислення середніх величин є складовою частиною багатьох статистичних методів: групувань, вибірки, рядів динаміки, індексів, показників варіації. Середні - це база для кореляційного, регресійного та дисперсійного аналізу.

Середні, що застосовують в статистиці, належать до класу степеневих, які в узагальнюючій формі мають вигляд:

$$\bar{x} = \sqrt[z]{\frac{\sum x^z}{n}} \quad (4.5)$$

де x - це індивідуальне значення варіаційної ознаки (варіанти); z - показник ступеня середньої; n - кількість варіант.

Головною умовою вибору формули середньої є економічний зміст показника і вихідні дані.

Види середніх величин і способи їх обчислення

1. Середня арифметична - це одна з найбільш поширених середніх величин, застосовується у тих випадках, коли обсяг варіаційної ознаки для всієї сукупності є сумою індивідуальних значень її окремих елементів.

Середня арифметична проста дорівнює сумі окремих значень ознаки, поділеної на число цих значень:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (4.6)$$

Приклад. Відомі дані про виробництво продукції робітників за зміну: 1-й робітник виробив 16 одиниць продукції, 2-й - 17, 3-й - 18, 4-й - 16, 5-й - 17.

Середній випуск продукції на одного робітника дорівнює:

$$\bar{x} = (16+17+18+16+17)/5=16,8 \text{ одиниць продукції.}$$

Для незгрупованих даних розраховують середню арифметичну просту. Для згрупованих даних (які представлені у вигляді рядів розподілу) розраховують ***середню арифметичну зважену***.

Середня арифметична зважена дорівнює:



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (4.7)$$

де x_i – індивідуальне значення ознаки (варіанта); f_i – повторюваність ознаки (частота).

Приклад. Відомі дані про заробітну плату робітників-відрядників (таблиця 4. 1).

Таблиця 4.1

Дані про заробітну плату робітників-відрядників

Місячна заробітна плата, грн. (варіанта - x)	Кількість робітників (частота – f)	x•f
$x_1=1100$	$f_1=2$	2200
$x_2=1300$	$f_2=6$	780
$x_3=1600$	$f_3=16$	25600
$x_4=1900$	$f_4=12$	22800
$x_5=2200$	$f_5=14$	30800
Всього	50	89200

$$\bar{x} = (x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + x_4 \cdot f_4 + x_5 \cdot f_5) / (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5), \quad (4.8)$$

Як бачимо з розрахунків, середня залежить не тільки від значення ознаки, але й від їх частот, тобто від складу сукупності, від її структури.

Якщо в ролі частоти застосовується частка (w), то для розрахунку середньої арифметичної зваженої використовується формула:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_n w_n}{100}, \quad (4.9)$$

де w_n - вага у відсотках (частка).

Якщо кожна група розподілу має верхнє і нижнє значення варіант, то ряд вважається інтервальним з закритими або відкритими інтервалами (таблиця 4.2)



Таблиця 4.2

Групи робітників за кількістю виробленої продукції протягом зміни, шт.	Число робітників f	Середина інтервалу x	$x \cdot f$
3 – 5	10	4	40
5 – 7	30	6	180
7 – 9	40	8	320
9 – 11	15	10	150
11- 13	5	12	60
Всього	100		750

Тоді середня кількість виробленої продукції за зміну складає:

$$\bar{\sigma} = 750/100 = 7,5 \text{ штук}$$

Якщо інтервал відкритий (до 5... більше 11) величина інтервалу першої групи приймається рівною величині інтервалу наступної групи, а величина інтервалу останньої групи - величині інтервалу попередньої групи.

Властивості середньої величини:

1. Якщо зменшити (збільшити) всі варіанти в однакове число раз (k), то нова середня зменшиться (збільшиться) в таке ж число разів.

$$\frac{\sum (x_i \cdot k) \cdot f}{\sum f} = \bar{x} \cdot k \quad (4.10)$$

2. Якщо зменшити (збільшити) всі варіанти на довільне число (A), то нова середня зменшиться на таке ж довільне число:

$$\frac{\sum (x \pm A) f}{\sum f} = \bar{x} \pm A \quad (4.11)$$

3. Якщо зменшити або збільшити частоти всіх варіант на будь-яке постійне число (A), то середнє арифметичне не зміниться.

4. Сума відхилень всіх варіант від загальної середньої дорівнює нулю:

$$\sum (x - \bar{x}) = 0, \quad (4.12)$$

2. Середня гармонійна застосовується в тих випадках, коли нам



відомі не самі варіанти, а їх обернені числа. Як і середня арифметична, середня гармонійна може бути проста і зважена.

Таким чином середня гармонійна проста рахується по залежності:

$$\bar{x} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}} \quad (4.13)$$

Наприклад, бригада трактористів виробляє однакові деталі на протязі 8 годин робочого дня. Перший робітник витратив на одну деталь 12 хвилин, другий - 15 хв., третій - 14 хв., четвертий - 16 хв., п'ятий - 14 хвилин. Визначити середній час, необхідний для виготовлення однієї деталі.

Розрахунок простої арифметичної був би правильним, якщо кожен робітник виготовляв би по одній деталі, але на протязі зміни окремими робітниками виготовлялася різна кількість деталей. Середній час на виготовлення деталі дорівнює загальному часу, поділеному на кількість деталей:

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60 + 8 \cdot 60}{\frac{8 \cdot 60}{12} + \frac{8 \cdot 60}{15} + \frac{8 \cdot 60}{14} + \frac{8 \cdot 60}{16} + \frac{8 \cdot 60}{14}} = 13,3 \text{ год.}$$

Крім середньої гармонійної простої визначається **середня гармонійна зважена**:

$$\bar{x} = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_n}{\frac{1}{x_1} z_1 + \frac{1}{x_2} z_2 + \frac{1}{x_3} z_3 + \dots + \frac{1}{x_n} z_n} = \frac{\sum z}{\sum \frac{1}{x} z} \quad (4.14)$$

Деякі види середніх величин наведені в табл. 4.3.



Види середніх величин

Характеристика вихідних даних	
Індивідуальні значення	Згруповані значення
Проста	зважена
$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}}$
Середня арифметична	
$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$
Середня гармонійна	
$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum z}{\sum \frac{z}{x}}$
Середня квадратична	
$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
Середня геометрична	
$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} = \frac{\sum \ln x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum \ln xf}{\sum f}$
Середня хронологічна	
$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + x_3 + x_{n-1} + \frac{1}{2}x_n}{n-1}$	

де x_1, x_2, x_3, x_n - індивідуальні значення ознаки; f - частота; n - кількість індивідуальних величин.

Середня геометрична використовується в статистиці досить обмежено, переважно для визначення темпів росту базисних або ланцюгових величин.

Середня хронологічна застосовується переважно в бухгалтерському обліку для визначення середньорічних залишків матеріальних цінностей (за квартал, за рік).



МОДУЛЬ 2.

Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників



ТЕМА 5. Аналіз рядів розподілу

Ключові питання:

1. *Поняття рядів розподілу*
2. *Характеристики центру розподілу: мода і медіана*
3. *Показники варіацій*
4. *Дисперсійний аналіз*
5. *Прийоми аналізу варіаційних рядів*

5.1. Поняття рядів розподілу

Ряд розподілу – це упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за досліджуваною ознакою. В залежності від ознаки ряди можуть бути дискретними або інтервальними. **Дискретний ряд** – це ряд, в якому варіанти виражені **цілими числами**.

Таблиця 5.1.

Розподіл робітників за тарифними розрядами

Тарифний розряд	Кількість працівників, чол.
1	10
2	20
3	40
4	60
5	50
6	20
Разом:	200

Інтервальний ряд розподілу – ряд, в якому значення ознаки задані у вигляді інтервалів.

Таблиця 5.2.

Інтервальний ряд розподілу

1-2	30
3-4	100
5-6	70
Разом:	200

Ряд розподілу складається з двох елементів: **варіант** і **частот**.



Варіантами є окремі значення групувальної ознаки.

Частоти – числа, які показують, скільки разів повторюються окремі значення варіант. Частоти часто виражаються у вигляді коефіцієнтів або відсотків(частка). Накопичену частоту називають **кумулятивною**.

Ранжований ряд розподілу – це ряд, в якому значення ознаки розташовується в зростаючому (спадаючому) порядку і рахунок ведеться за групами.

Графічно дискретний ряд зображується у вигляді полігону, а варіаційний ряд з рівними інтервалами – у вигляді гістограми.

Ряд розподілу з нерівними інтервалами також будується у вигляді гістограми, але його побудова ґрунтується на щільності розподілу.

Щільність розподілу – кількість елементів сукупності, що припадає на одиницю ширини інтервалу групувальної ознаки.

Приклад. За кількістю учнівських місць 400 шкіл області знаходяться в інтервалі від 800-1000. Щільність розподілу складає частку від ділення:

$$400/(1000 - 800) = 2.$$

5.2. Характеристики центру розподілу: мода і медіана

До характеристики центру розподілу, крім середньої арифметичної, належить мода і медіана. Середня арифметична і середня гармонійна є узагальнюючими характеристиками сукупності за тою чи по іншою варіаційною ознакою. Мода і медіана – це допоміжні описові характеристики розподілу варіаційної ознаки.

Мода - це величина ознаки (варіанта), яка найчастіше зустрічається у даній сукупності. У варіаційному ряді модою є варіанта, яка має найбільшу частоту.

Медіаною називається варіанта, яка знаходиться в середині варіаційного ряду. Медіана поділяє ряд на дві, рівні за чисельністю, частини.

Мода і медіана, на відміну від ступеневих середніх, є конкретними характеристиками ряду розподілу, їх значення має певна варіанта у варіаційному ряді.

Мода використовується в тих випадках, коли потрібно

охарактеризувати величину ознаки, яка найчастіше повторюється. Наприклад, найбільше розповсюджений розмір заробітної плати на підприємстві, ціна на ринку, за якою була продана найбільша кількість товару, розмір взуття, який має найбільший попит серед населення.

Медіана цікава тим, що показує кількісну межу значення варіаційної ознаки, яку досягла половина членів сукупності. Наприклад, середня заробітна плата на підприємстві складає 760 грн. в місяць. Ця характеристика може бути доповнена тим, якщо виявиться, що половина працівників отримали заробітну плату 770 грн. і більше, тобто обчислюється медіана.

Мода і медіана – це типові характеристики в тих випадках, коли сукупності однорідні і великі за чисельністю.

Знаходження моди і медіани в дискретному варіаційному ряді. Знайти моду і медіану у варіаційному ряді, де значення ознаки задані певними числами, досить просто. Розглянемо розподіл сімей за числом дітей (табл. 5.3).

Таблиця 5.3.

Розподіл сімей за числом дітей

Група сімей по числу дітей	Число сімей
0	10
1	30
2	75
3	45
4	20
5	15
6	6
Разом	201

Модою буде група сімей, яка має двох дітей, тому що цьому значенню варіанти відповідає найбільше число сімей (75).

Можуть бути розподіли, коли всі варіанти зустрічаються однаково часто, в цьому випадку значення моди відсутнє або інакше всі варіанти модальні. В інших випадках, не одна, а дві варіанти можуть мати найбільші частоти. Отже, у варіаційному ряді є дві моди і розподіл буде **бімодальним**. Бімодальні розподіли вказують на якісну неоднорідність сукупності за досліджуваною ознакою.

Для того, щоб знайти медіану в дискретному варіаційному ряді,

необхідно знайти півсуму частот і до отриманого результату додати 1/2: $201/2 + 1/2 = 101$, тобто 101-ша варіанта буде такою, яка ділить упорядкований ряд на дві рівні частини. Для того, щоб це з'ясувати, необхідно накопичувати частоти, починаючи з найменшої варіанти. Сума частот першої і другої варіанти дорівнює 40 (10+30). Зрозуміло, що 101-шої варіанти тут немає. Якщо додати до 40 частоту третьої варіанти (75), то будемо мати суму 115 (40+75). Таким чином 101 варіанта відповідає третьому значенню ознаки і медіаною буде група сімей, які мають двох дітей. Якби була парна сума частот (припустимо 200), то номер медіанної варіанти дорівнював би: $200/2 + 1/2 = 100,5$. Оскільки варіант з дробовим номером не буває, медіана буде знаходитись посередині між 100 і 101 варіантами.

Розрахунок моди і медіани в інтервальному ряді. Для визначення моди спочатку знаходять модальний інтервал досліджуваного ряду (табл. 5.4).

Таблиця 5.4.

Розподіл робітників за розміром заробітної плати

Група робітників за розміром заробітної плати, грн.	Кількість робітників
1300-1400	10
1400-1500	50
1500-1600	100
1600-1700	115
1700-1800	180
1800-1900	45
Разом	500

Найбільша частота (f) відповідає інтервалу, де варіанта знаходиться в межах 1700-1800. Це й буде модальний інтервал.

Для розрахунку певного значення модальної величини ознаки, яка знаходиться в цьому інтервалі використовують залежність:

$$M_0 = x_0 + h \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})}, \quad (5.1)$$

де x_0 - нижня межа модального інтервалу (у нашому випадку 1700); h - величина модального інтервалу (100); f_m - частота модального інтервалу (180); f_{m-1} - частота інтервалу, попереднього від модального (115); f_{m+1} - частота інтервалу, наступного за модальним (45).



$$M_0 = 1700 + 100 \frac{180 - 115}{(180 - 115) + (180 - 45)} = 1732,5 \text{ грн.}$$

Для знаходження медіани в інтервальному ряді необхідно визначити медіанний інтервал кумулятивна частота якого дорівнює, або перевищує половину суми частот. Кумулятивна частота визначається шляхом поступового додавання частот, починаючи з інтервалу, який має найменше значення ознаки (табл. 5.5).

Таблиця 5.5.

Розрахунок медіани в інтервальному ряді

Група робітників за розміром заробітної плати, грн.	Кількість робітників	Кумулятивна частота
1300-1400	10	10
1400-1500	50	60
1500-1600	110	160
1600-1700	115	275
1700-1800	180	455
1800-1900	45	500
Разом	500	-

Половина суми частот дорівнює 250 (500:2). Таким чином, медіанним буде інтервал із значенням заробітної плати 1600-1700. Для попереднього інтервалу сума накопичених частот складає 160. Тому для того, щоб отримати медіану, необхідно додати ще 90 одиниць (250 - 160).

Формула для обчислення медіани інтервального ряду має вигляд:

$$M_e = x_0 + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m-1}}{f_m}, \quad (5.2)$$

де x_0 - нижня межа медіанного інтервалу (для нашого прикладу 1600); h - розмір медіанного інтервалу (100); f - сума частот ряду (500); S_{m-1} - сума накопичених частот в інтервалах, що передують медіанному (160); f_m - частота медіанного інтервалу (115).

$$M_e = 1600 + 100 \frac{\frac{500}{2} - 160}{115} = 1678,3 \text{ грн.}$$

Таким чином, у нашому прикладі мода дорівнює 1732,5 грн., а

медіана 1678,3 грн.

Квартилі і децилі. Додатково до медіани для характеристики структури варіаційного ряду розраховують *квартилі*, які ділять ряд за сумою частот на 4 рівні частини і *децилі*, які ділять ряд на 10 рівних частот. Другий квартиль дорівнює медіані, а перший і третій (Q_1 і Q_3) розраховуються аналогічно до розрахунку медіани, тільки замість медіанного інтервалу береться для першого квартиля інтервал, в якому знаходиться варіанта, що відсікає 1/4 кількості частот, а для третього квартиля – варіанта, яка відсікає 3/4 кількості частот.

$$Q_1 = x_{Q_1} + i_{Q_1} \frac{\frac{\sum f}{4} - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}, \quad (5.3)$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + i_{Q_3} \frac{\frac{3\sum f}{4} - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}, \quad (5.4)$$

На основі даних табл. 5.5. визначимо перший і третій квартилі:

$$Q_1 = 1500 + 100 \frac{\frac{500}{4} - 60}{100} = 1565 \text{ грн.}$$

Для розрахунку першого квартиля обчислюється 1/4 всіх частот: $500:4=125$. Із табл. 5.5 видно, що 125 варіанта знаходиться в інтервалі 1500-1600. Тому $x_{Q_1}=1500$. Сума накопичених частот для цього інтервалу дорівнює 60, тому $S_{Q_1-1}=60$.

$\frac{3\sum f}{4} = 500 \cdot 3/4 = 375$. 375 варіанта знаходиться в інтервалі 1700-1800. Таким чином,

$$Q_3 = 1700 + 100 \frac{\frac{3 \cdot 500}{4} - 275}{180} = 1755,5 \text{ грн.}$$

Це означає, що заробітна плата кожного четвертого робітника перевищує 1755,5 грн.



5.3. Показники варіації

Середні величини дають узагальнюючу характеристику сукупності за варіаційними ознаками і показують типовий для даних умов рівень цих ознак. Проте велике теоретичне і практичне значення має визначення відхилень від середніх величин. При цьому цікавими є не тільки крайні відхилення (кращі і гірші), а й сукупність усіх відхилень. В дисперсійному аналізі варіацією вважається відхилення індивідуальних значень від загальних. Для характеристики варіацій застосовують таку систему показників:

Розмах варіації:

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \quad (5.5)$$

В інтервальних рядах розподілу R визначають як різницю між верхньою межею останнього інтервалу і нижньою межею першого, або як різницю між середніми значеннями цих інтервалів.

Середнє арифметичне або лінійне відхилення – це середній модуль відхилень індивідуальних значень ознаки від їх середньої величини:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} \quad \text{для незгрупованих даних,} \quad (5.6)$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} \quad \text{для згрупованих даних.} \quad (5.7)$$

Коефіцієнт осциляції – відношення розмаху варіації до середньої величини ознаки:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \quad (5.8)$$

Лінійний коефіцієнт варіації визначається, як відношення середнього лінійного відхилення до середнього значення ознаки:

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \quad (5.9)$$

Однак, визначення лінійного коефіцієнта варіації, коефіцієнта осциляції та середнього лінійного відхилення недостатньо для оцінки варіації.

Основними узагальнюючими характеристиками варіації є **дисперсія і середнє квадратичне відхилення**. Ці показники застосовуються не лише для оцінки варіації ознаки, але і для виміру



зв'язку між явищами та оцінки величини похибки при вибіркового спостереженні.

Дисперсія – це середня арифметична квадратів відхилень кожного значення ознаки від середньої величини. Дисперсію також називають середнім квадратом відхилень. В залежності від вихідних даних дисперсія може визначатися за середньою арифметичною простою або зваженою.

Для незгрупованих даних розраховується **проста дисперсія**:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} \quad (5.10)$$

Для згрупованих даних розраховується **зважена дисперсія**:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} \quad (5.11)$$

Середнє квадратичне відхилення – це узагальнююча характеристика абсолютних розмірів варіації ознаки в сукупності. Визначається як корінь квадратний із дисперсії:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{- для незгрупованих даних} \quad (5.12)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} \quad \text{- для згрупованих даних} \quad (5.13)$$

Середнє квадратичне відхилення завжди виражається в тих же одиницях виміру, що і ознака (в метрах, тонах, відсотках, гектарах) і є абсолютною мірою варіації.

Якщо вихідні дані представлені у вигляді інтервального ряду, то спочатку треба визначити дискретні значення, а потім розраховувати усі показники.

Порядок розрахунку середнього квадратичного відхилення:

1. Обчислюємо середню арифметичну ряду ($\bar{O}$).
2. Відхилення кожної варіанти від середньої арифметичної: $(\tilde{O} - \bar{O})$.



3. Кожне відхилення підноситься до квадрату: $(X - \bar{X})^2$.
4. Квадрат відхилення множиться на відповідну вагу: $(X - \bar{X})^2 \cdot f$
5. Додаються всі добутки: $\Sigma(X - \bar{X})^2 \cdot f$
6. Ділиться сума добутків на суму ваги (частот):
$$\frac{\Sigma(X - \bar{X})^2 \cdot f}{\Sigma f}$$
 і отримується дисперсія.
7. З дисперсії вилучається корінь квадратний:
$$\sqrt{\frac{\Sigma(X - \bar{X})^2 \cdot f}{\Sigma f}}$$
 і отримується середнє квадратичне відхилення.

Чим менше середнє квадратичне відхилення, тим типовіша середня і тим більш однорідна сукупність. На практиці застосовують спрощений метод визначення дисперсії за залежністю:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2 \quad (5.14)$$

Тобто дисперсія ознаки дорівнює різниці між середнім квадратом значень ознаки і квадратом середньої.

Коефіцієнт варіації – є відносною мірою варіації і дозволяє порівняти ступінь варіації ознак у рядах варіації з різним рівнем середніх. Розраховується як відношення середнього квадратичного відхилення до середньої величини:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad (5.15)$$

Якщо коефіцієнт варіації **< 33%**, то така сукупність вважається **однорідною**.

Розглянемо обчислення характеристик варіації для альтернативної ознаки. Позначимо через "0" – відсутність ознаки. Частку одиниць, які мають наявність ознаки позначимо через "р", а частку одиниць, які мають відсутність ознаки – "q".

$$p + q = 1 \Rightarrow q = 1 - p \quad (5.16)$$



Тоді:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p \quad (5.17)$$

Дисперсія альтернативної ознаки (σ_p^2) дорівнює добутку частки (p) на доповнююче частки число (1 - q).

$$\sigma_p^2 = p(1 - pq), \quad (5.18)$$

Корінь квадратний σ_p^2 дасть середнє квадратичне відхилення.

Приклад обчислення показників варіації. Визначити дисперсію, середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації за такими даними:

Таблиця 5.6

Група робітників за розміром заробітної плати, грн.	Середина інтервалу, (x)	Число робітників, (f)	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
1300-1400	1350	10	-308	94864	948640
1400-1500	1450	50	-208	43264	2163200
1500-1600	1550	100	-108	11664	1166400
1600-1700	1650	115	-8	64	7360
1700-1800	1750	180	92	8464	1523520
1800-1900	1850	45	192	36864	1658880
Разом:	-	500	-	-	7468000

1. Визначаємо середню арифметичну зважену:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1350 \cdot 10 + 1450 \cdot 50 + 1550 \cdot 100 + 1650 \cdot 115 + 1750 \cdot 180 + 1850 \cdot 45}{500} = 1658,0 \text{ грн.}$$

2. Визначаємо дисперсію:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{7468000}{500} = 14936$$

3. Визначаємо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{14936} = 122,2 \text{ грн.}$$

4. Коефіцієнт варіації:



$$V = \frac{\sigma}{x} = \frac{122,2}{1658} \cdot 100 = 7,4\%$$

5. Розрахунок дисперсії за спрощеною формулою (табл. 5.2):

$$\sigma = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Таблиця 5.7

x	f	x ²	x ² f
1350	10	1822500	18225000
1450	50	2102500	105125000
1550	100	2402500	240250000
1650	115	2722500	313087500
1750	180	3062500	551250000
1850	45	3422500	154012500
Разом:	500	-	1381950000

$$\overline{x^2} = \frac{1381950000}{500} = 2763900$$

$$(\bar{x})^2 = (1658)^2 = 2748964$$

$$\sigma = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 2763900 - 2748964 = 14936$$

5.4. Дисперсійний аналіз. Правило додавання дисперсій.

Основною метою дисперсійного аналізу є виявлення на основі величини загальної дисперсії впливу окремих чинників на варіацію ознаки. Для оцінки частки варіації, зумовленої тією чи іншою ознакою, сукупність розподіляють на групи за тією ознакою, властивість якої досліджується. Це дозволяє розкласти загальну варіацію на 2 дисперсії, з яких одна частина варіації визначається впливом чинника, покладеного в основу групування, а друга – варіацією усіх чинників, крім того, що вивчається. Отже, згідно з правилом додавання дисперсій в дисперсійному аналізі визначають загальну, міжгрупову, внутрішньогрупову дисперсії.

Загальна дисперсія характеризує варіацію ознаки у статистичній сукупності в результаті впливу **всіх чинників**.



$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (5.19)$$

Міжгрупова дисперсія показує рівень відхилення групових середніх від загальної середньої, тобто характеризує вплив чинника, покладеного в основу групування.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} \quad (5.20)$$

Внутрішньогрупова дисперсія (залишкова) характеризує варіацію ознаки в середині кожної групи статистичного групування.

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i} \quad (5.21)$$

Отже, загальна дисперсія складається із суми внутрішньогрупової дисперсії і міжгрупової дисперсії.

Сутність зв'язку між ознаками характеризує **коефіцієнт детермінації**, який розраховується як відношення міжгрупової дисперсії до загальної дисперсії:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} \quad (5.22)$$

Корінь квадратний з η^2 - це емпіричне **кореляційне співвідношення**:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} \quad (5.23)$$

Кореляційне співвідношення характеризує ступінь наближення зв'язку до функціонального, тобто тісноту кореляційної залежності і коливається від 0 до 1 .

Якщо $\eta^2 = 0$, то міжгрупова дисперсія дорівнює 0.

Якщо $\eta^2 = 1$, то міжгрупова дисперсія дорівнює загальній, а середня з групових дорівнює 0. "η" може бути як додатнім так і від'ємним. Якщо факторна і результативна ознака змінюються в одному напрямку, то кореляційне співвідношення буде з знаком "+".

Правило додавання дисперсій. Загальна дисперсія дорівнює сумі середньої із групових дисперсій і міжгрупової дисперсії.



$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \partial^2 \quad (5.24)$$

Приклад 1:

Відомі дані про розподіл заробітної плати по трьом групам робітників з різним стажем роботи.

Визначити:

1. Середню заробітну плату для всієї сукупності робітників.
2. Загальну дисперсію і дисперсію заробітної плати.

Таблиця 5.8.

Дані про розподіл заробітної плати по трьом групам робітників з різним стажем роботи

Стаж роботи	Число робітників(f), або (n)	Середня зарплата $\bar{x}_i$	Середнє квадратичне відхилення, грн. (σ)
<3	10	500	12
3 – 10	15	600	10
>10	25	700	20
Σ	50		

$$\bar{x} = \frac{500 \cdot 10 + 15 \cdot 600 + 25 \cdot 700}{50} = 630 \text{ (грн.)}$$

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} + \partial^2$$

$$\overline{\sigma^2} = \frac{12^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 15 + 20^2 \cdot 25}{50} = 258,8 \text{ (грн.)}$$

$$\partial^2 = \frac{(500 - 630)^2 \cdot 10 + (600 - 630)^2 \cdot 15 + (700 - 630)^2 \cdot 25}{50} = 6100 \text{ (грн.)}$$

$$\sigma^2 = 258,8 + 6100 = 6358,8$$

$$\sigma = \sqrt{6358,8} = 79,7 \text{ (грн.)}$$

Приклад 2. Визначити дисперсію, середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації:



Розрахункова таблиця для визначення дисперсії, середнього квадратичного відхилення і коефіцієнта варіації

Групи робітників за розміром зарплати, грн.	Варіанта (середина інтервалу) x, грн.	Число робіт- ників	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$	x^2	$x^2 f$
1300-1400	1350	10	-308	94864	948640	1822500	18225000
1400-1500	1450	50	-208	43264	2163200	2102500	105125000
1500-1600	1550	100	-108	11664	1166400	2402500	240250000
1600-1700	1650	115	-8	64	7360	2722500	313087500
1700-1800	1750	180	92	8464	1523520	3062500	551250000
1800-1900	1850	45	192	36864	1658880	3422500	154012500
Разом	—	500	—	—	7468000	—	1381950000

1) Середня місячна зарплата

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{1350 \cdot 10 + 1450 \cdot 50 + 1550 \cdot 100 + 1650 \cdot 115 + 1750 \cdot 180 + 1850 \cdot 45}{500} = 1658,0 \text{ грн.}$$

2) Середній квадрат відхилень від арифметичної:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{7468000}{500} = 14936 \text{ грн.}$$

3) Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{14936} = 122,2 \text{ грн. Вибірка типова.}$$

4) Коефіцієнт варіації:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{122,2}{1658} \cdot 100 = 7,4\% < 33\%, \text{ отже, сукупність однорідна.}$$

5) Обчислимо дисперсію спрощеним методом.

$$\overline{x^2} = \frac{1381950000}{500} = 2763900$$

$$(\bar{x})^2 = (1658)^2 = 2748964$$

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 2763900 - 2748964 = 14936 \text{ грн}$$



5.5. Прийоми аналізу варіаційних рядів

У варіаційних рядах розподілу спостерігається певний зв'язок у зміні частот і варіаційних ознак.

Це зміни частот у варіаційних рядах і головним завданням статистики є визначення характеру закономірності розподілу. Для цього необхідно правильно побудувати варіаційний ряд, тобто визначити оптимальний розмір інтервалу, при якому виявляється закономірність розподілу. Закономірності розподілу відображають певні властивості розподілу.

Так, наприклад, розподіл робітників-відрядників певної професії на підприємстві за рівнем зарплати відображає виконання норм виробітку, кваліфікацію і розцінки. Крім того, на фактичний розподіл зарплати впливають і випадкові причини (хвороби, сімейні обставини). **Теоретична крива розподілу** – крива, яка відображає загальну закономірність даного типу розподілу в чистому виді, тобто за виключенням випадкових факторів.

Для дискретного ряду графічне зображення ряду розподілу здійснюється у вигляді полігона, а інтервального – у вигляді гістограми.

В статистиці найчастіше використовують нормальний ряд розподілу, який описується рівнянням:

$$y_t = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\cdot\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad (5.25)$$

де y_t – ордината кривої нормального розподілу; $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$;

$\pi = 3,1415$; $e = 2,7182$.

Для нормального розподілу мода дорівнює медіані і дорівнює середній:

$$\bar{X} = M_0 = M_e$$

Таким чином, крива нормального розподілу визначається середньою арифметичною і середнім квадратичним відхиленням. Її особливість у тому, що вона симетрична: по обидві сторони від її середини створюються дві подібні рівномірно спадаючі криві, які наближаються до осі абсцис, тому в ній середня арифметична, мода і медіана співпадають.



Крива має α точки перебігу при $t = \pm 1$, тобто при таких значеннях x , коли відхилення варіанти від середньої дорівнює середньому квадратичному відхиленню. В цих межах при нормальному розподілі зосереджено 68,3% всіх членів розподілу. Нормальний розподіл характеризується симетричністю по відношенню до точки, яка відповідає значенню середньої арифметичної. Її вершина знаходиться точно в середині кривої нормального розподілу. В асиметричному розподілі вершини кривої знаходяться не в середині, а зсунуті вліво чи вправо.

Лівосторонньою буде така асиметрія, коли ліва частина кривої довша за праву і вершина її зсунута вправо (рис. 5.1). Якщо вершина зсунута вліво і права частина кривої довше лівої, то така асиметрія називається **правосторонньою** (рис. 5.2).

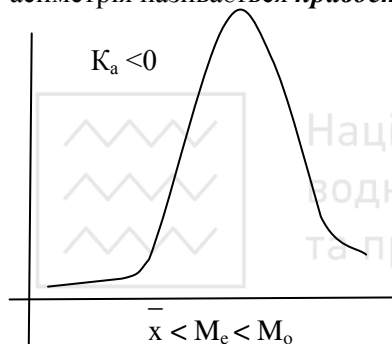


Рис. 5.1. Лівостороння асиметрія

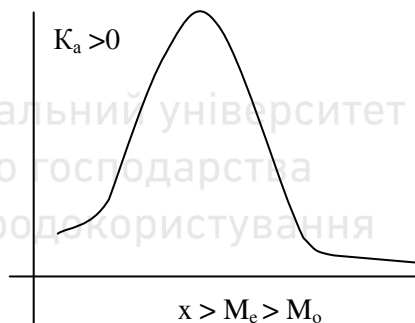


Рис. 5.2. Правостороння асиметрія

Вибір форми асиметрії здійснюється за допомогою **коефіцієнта асиметрії** (K_a), який визначається як відношення різниці між середньою ($\bar{X}$) і модою (M_0) до середньо квадратичного відхилення:

$$K_a = \frac{\bar{x} - M_0}{\sigma} \quad (5.26)$$

При симетричному розподілі

$$\bar{X} - M_0 = 0, \text{ то } K_a = 0$$

Якщо $\bar{X} > M_0$, то K_a – додатний і характеризує правосторонню



асиметрію. Якщо $X < M_0$, то K_a – від’ємний і характеризує лівосторонню асиметрію.

Критерії практичного застосування середньої:

1. **Мода** є такою характеристикою розподілу, при використанні якої у якості найбільш типової варіанти допускається найменше число помилок (відхилень), але при цьому не враховується їх величина. Таким чином, **мода мінімізує** число помилок.

2. **Медіана** задовольняє критерій мінімізації суми помилок.

3. **Середня арифметична** не є конкретною варіантою і задовольняє критерію мінімізації суми квадратів відхилень, тому дисперсія обчислюється від середньої величини.

Таким чином, коли треба врахувати не тільки величину помилок, а знайти таке рішення, щоб їх сума була мінімальною, необхідно звертатись до середньої арифметичної.



ТЕМА 6. Аналіз інтенсивності динаміки

Ключові питання:

1. **Поняття про ряди динаміки і їх види**

2. **Показники аналізу рядів динаміки**

6.1. Поняття про ряди динаміки і їх види

Процес розвитку і руху соціально-економічних явищ у часі в статистиці прийнято називати **динамікою**. Для її відображення будуються ряди динаміки.

Ряди динаміки - це ряди послідовно розставлених у хронологічному порядку показників, які характеризують розвиток явища. У ряді динаміки є два основних показники: рівень розподілу - y і показник часу - t .

При статистичному вивченні динаміки вирішуються такі завдання:

1. Визначення швидкості і інтенсивності розвитку явища за допомогою зміни рівнів ряду і середніх величин.

2. Визначення основної тенденції ряду динаміки (тренду), який дозволяє представити зміну рівнів ряду за певний проміжок часу у вигляді моделі.



3. Визначення величини коливання рівнів ряду навколо тренду; виділення сезонних і інших періодичних коливань і вимір їх глибини.

4. Порівняння у часі окремих соціально-економічних показників різних країн.

5. Застосування методів аналізу динамічних рядів для прогнозування і інтерполяції.

В залежності від способу вираження рівнів ряду (у вигляді абсолютних, відносних і середніх величин) ряди динаміки поділяють відповідно на ряди абсолютних, відносних і середніх величин. Ряди динаміки відносних і середніх величин будуються на основі рядів динаміки абсолютних величин.

Прикладом ряду динаміки абсолютних величин можуть бути статистичні дані про виробництво сталі, чавуна, нафти, продукції сільськогосподарства тощо за певну кількість років. Динамічний ряд відносних величин - це ряд, що показує, наприклад, питому вагу міського населення в загальній кількості населення за ряд років, зміну структури промислової продукції, зміну виробництва продукції на душу населення. Прикладом рядів динаміки середніх величин є дані про середню врожайність сільськогосподарських культур, середнє виробництво продукції. Ряди динаміки відносних і середніх величин використовуються в статистиці для характеристики якісних змін в економіці.

Ряди динаміки в залежності від того як відображають рівні ряду стан явища поділяються на моментні та інтервальні. **Моментний ряд** відображає стан явища на конкретну дату (рік, квартал, місяць). **Інтервальний ряд** відображає стан явища за певні періоди або проміжки часу. Інтервал моментного ряду - це проміжок часу між датами, на які наведена інформація. Прикладом інтервального ряду можуть бути дані про валовий збір зернових культур за 5-ти річний період (його рівні відносяться до річних інтервалів часу).

Прикладом моментного ряду може бути ряд динаміки, що характеризує, наприклад, стан колгоспів в області на кінець року або дати перепису населення; чисельність працівників на кінець року; вартість основних виробничих фондів станом на кінець або на початок року.

Ряди динаміки повинні відповідати таким вимогам:

1. Рівні рядів повинні бути співставлені у часі, за територіями і



об'єктами з метою запобігання впливу фактора цін на економічні показники. Ці показники виражаються в співставлених цінах.

2. Рівні рядів динаміки повинні бути однозначними за економічним змістом і мати одні одиниці виміру.

3. Необхідно дотримуватись єдиної методології розрахунку показників ряду динаміки.

6.2. Показники аналізу рядів динаміки

На прикладі динаміки виплавки сталі розглянемо визначення:

1. Абсолютного приросту, темпів росту і приросту (ланцюгових і базисних величин) і абсолютного значення 1 % приросту.

2. Середніх характеристик ряду динаміки (середнього рівня, середнього абсолютного приросту, середнього темпу росту і темпу приросту).

Розраховані показники представимо у вигляді таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

Динаміка виплавки сталі

Роки	Виплавка сталі, тис.т	Абсолютний приріст в тис.т у порівнянні з		Темпи росту в % до		Темпи приросту в % до		Абсолютне значення 1%
		поперед роком	2000р.	попереднього року	2000 р.	попереднього року	2000р.	
2000	116	-	-	-	100,0	-	-	-
2003	121	+5	+5	104,3	104,3	4,3	4,3	1,16
2004	126	+5	+10	104,1	108,6	4,1	8,6	1,21
2005	131	+5	+15	103,9	112,9	3,9	12,9	1,26
2006	136	+5	+20	103,8	117,2	3,8	17,2	1,31
2007	141	+5	+25	103,7	121,5	3,7	21,5	1,36
Разом	771	25	-	-	-	-	-	-

1. Абсолютний приріст це різниця між двома порівнюваними рівнями ряду динаміки. Він виражає абсолютну швидкість росту. Розраховується за залежністю:

$$\Delta y = y_i - y_{i-1} \quad \text{або} \quad \Delta y = y_i - y_0, \quad (6.1)$$

де y_i - рівень i -го року; y_0 - рівень базисного року.

Так, у 2005 р. абсолютний приріст виплавки сталі в порівнянні з

1994 р. склав $141:136 = 5$ тис. т., а у порівнянні з базисним 2000 р. $141:116 = 25$ тис. т.

2. Темпи росту представляють собою відношення рівнів наступного року до попереднього (ланцюгові) або базисного року.

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%, \quad (6.2)$$

Так, для 2005 р. темп росту у порівнянні з 2004 р. (ланцюговий) склав $141:136 \cdot 100\% = 103,7\%$, а порівнянно з 2000 р.: $141:116 \cdot 100\% = 121,5\%$. Темпи росту можуть бути виражені в коефіцієнтах. В такому випадку темп росту показує в скільки разів даний рівень ряду більше рівня ряду базисного року або яку частку від нього він складає.

3. Темп приросту є відношенням абсолютного приросту до попереднього або базисного рівня.

$$T_{\text{п}} = \frac{\Delta k}{y_{i-1}} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad T_{\text{п}} = \frac{\Delta k}{y_0} \cdot 100\%, \quad (6.3)$$

Темп приросту може бути обчислений як різниця між темпами росту і 100%.

$$T_{\text{пр}} = T_p - 100\% \quad (6.4)$$

Для наведених даних темп росту показує, на скільки відсотків виплавка сталі в 2005р. зросла порівняно з 2004 р.: $5/36 \cdot 100\% = 103,7\%$.

4. Абсолютне значення одного процента приросту визначається як результат ділення абсолютного приросту на відповідний темп приросту виражений у процентах.

$$|\%| = \frac{\Delta k}{T_{\text{п}}} \quad \text{або} \quad 0,01 \cdot y_{i-1} \quad (6.5)$$

У нашому прикладі для 2005р. абсолютний приріст складає $0,01 \cdot 136 = 1,36$ або $5/3,7 = 1,36$. Середнє виробництво сталі за 5 років визначається як середня арифметична проста із річних випусків сталі, тому що ряд інтервальний з рівними інтервалами.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{771}{5} = 154,2 \text{ тис. т.}$$



Таким же чином знаходимо середній абсолютний приріст:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum y}{n-1} \quad \text{або} \quad \overline{\Delta y} = \frac{y_n - y_0}{n-1} \quad (6.6)$$

Так, середньорічний абсолютний приріст сталі за 5 років дорівнює: $25/5=5$ або $141-116/5 = 5$ тис. т.

Середній темп росту визначається за формулою середньої геометричної:

$$\overline{T}_p = \sqrt[n]{T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot \dots \cdot T_n}, \quad \text{або} \quad \overline{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \quad (6.7)$$

Для нашого прикладу $T_p = 104\%$.

Середньорічний темп приросту отримаємо, якщо віднімемо від середнього темпу росту 100%:

$$\overline{T}_{np} = \overline{T}_p - 100\% \quad (6.8)$$

Для нашого прикладу $\overline{T}_{np} = 104-100=4\%$.

Якщо ряд динаміки має нерівні інтервали, то середній рівень ряду визначається за формулою:

$$\overline{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}, \quad (6.9)$$

де t - число періодів часу, на протязі яких рівень ряду не змінювався.

Для моментного ряду з інтервалами, що рівно знаходяться один від одного, середня розраховується за формулою:

$$\overline{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2} y_n}{n-1} \quad (6.10)$$

Для моментного ряду, який має різновіддалені рівні ряду, середня хронологічна визначається за формулою:

$$\overline{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2 \sum t_{n-1}} \quad (6.11)$$

Прийоми обробки рядів динаміки

При аналізі рядів динаміки виникає необхідність зімкнення динамічних рядів, тобто об'єднання двох або більше рядів, що характеризують динаміку явища. Зімкнення необхідно в тих



випадках, коли рівні ряду неспівставлені в зв'язку з територіальними і організаційними розбіжностями та зміною методології обчислення показника.

Наприклад, відомі дані, що характеризують виробництво валової продукції в регіоні в оптових цінах підприємств, тис. грн. (станом на 1 липня 1999р.).

Показники	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Рівні ряду в старих межах області	19,1	19,7	20,0	21,2				
Рівні ряду в нових межах області				22,8	23,6	24,5	26,2	28,1

Для приведення ряду динаміки до співставленого виду визначимо для 2002р. коефіцієнт співставлення рівнів двох рядів: $22,8:21,2=1,1$. Помножимо на цей коефіцієнт рівні першого ряду і отримаємо їх співставлення з рівнями другого ряду:

1999р. - $19,1 \cdot 1,1 = 21,0$ тис. грн.;

2000р. - $19,7 \cdot 1,1 = 21,7$ тис. грн.;

2001р. - $20,0 \cdot 1,1 = 22,0$ тис. грн.

Таким чином, отримали співставлений ряд динаміки групи підприємств в нових межах.

Показник	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Виробництво валової продукції	21,0	21,7	22,0	22,8	23,6	24,5	26,2	28,1

Інший спосіб зімкнення рядів динаміки полягає в тому, що рівні року, в якому відбулися зміни (в нашому прикладі 2002р.), як в старих межах так і нових, приймається за 100%, а решта показників перераховується в процентах по відношенню до цих рівнів. В результаті отримуємо зімкнений ряд.

Показник	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Валова продукція в оптових цінах підприємств в нових межах в % до 2002р.	90,1	92,9	94,3	100	103,5	107,5	114,9	123,2



ТЕМА 7. Аналіз тенденції розвитку

Ключові питання:

1. *Визначення тенденції розвитку (тренд)*
2. *Прийоми вивчення сезонних коливань*

7.1. Визначення тенденції розвитку (тренд)

Тенденція (тренд) - це напрям розвитку певного явища. При аналізі ряду динаміки виникає завдання вивчити його основну тенденцію (тренд). Це необхідно при вивченні сезонних коливань та при прогнозуванні розвитку даного явища на майбутнє.

Якщо під впливом випадкових факторів рівні ряду не виявляють чіткої тенденції розвитку, то для її виявлення (описування) застосовують спеціальні статистичні методи.

До найбільш простих методів “згладжування рядів” відносяться метод ступінчатих середніх та метод плинних середніх. Обчислення **ступінчатих середніх** проводиться за збільшеними інтервалами часу. При цьому первинні (емпіричні рівні) замінюються середніми рівнями.

Суть методу плинної середньої полягає в тому, що середні обчислюються по збільшеним інтервалам при послідовному переміщенні меж інтервалів на один інтервал. При цьому коливання ряду динаміки згладжується. Недоліком методу є те, що згладжений ряд коротше емпіричного і він лише ілюструє тенденцію, але не дає можливість кількісно її виявити.

Виявити тенденцію та кількісно її виміряти дає змогу **метод аналітичного вирівнювання**. При цьому застосовуються “трендові криві”, тобто математичні функції, за допомогою яких описується основна тенденція.

Перевага віддається тим функціям, параметри яких мають чіткий економічний зміст і означають абсолютну чи відносну швидкість розвитку, а саме:

1. Лінійні функції

$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot x \quad (7.1)$$

де параметр a_1 характеризує стабільну абсолютну швидкість.

2. Парабола другого ступеня - характеризує стабільний приріст абсолютної швидкості;



$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2. \quad (7.2)$$

3. Показникова функція:

$$Y_t = a_0 \cdot a_1^t. \quad (7.3)$$

В усіх функціях:

y_t - значення рівнів вирівняного ряду, які необхідно обчислити;

a_0, a_1, a_2 , - параметри функції; t - показники часу (дні, місяці, роки).

Розглянемо приклад згладжування ряду динаміки методом плинної середньої та ступінчатої середньої (табл. 7.1).

Середня для перших рівнів ряду дорівнює $(118+124+124)/3=122$ тис. грн. (по кварталам). Віднесемо значення середньої до лютого. Потім залишивши перший рівень (січень) і додавши четвертий рівень (квітень) розрахуємо наступну середню: $(124+124+128)/3=125$.

Використовуючи метод ступінчатих середніх, розрахуємо спочатку обсяг продукції за три місяці, а потім знайдемо середньомісячний обсяг виробництва:

$$Y_1 = (118+124+124)/3 = 122 \text{ тис. грн.}$$

$$Y_2 = (128+127+132)/3 = 129 \text{ тис. грн.}$$

Таблиця 7.1.

Дані по випуску продукції по місяцях

Місяць	Випуск продукції, тис. грн.		
	Фактичний	Методом згладжування	
		Плинної середньої	Ступінчатих середніх
січень	118	-	
лютий	124	122	
березень	124	125	122
квітень	128	125	
травень	127	129	
червень	132	132	129
липень	136	133	
серпень	131	134	
вересень	135	136	134
жовтень	141	138	
листопад	139	142	
грудень	146	-	142



Метод аналітичного вирівнювання ряду динаміки має за мету знайти плавну лінію розвитку (тренд) даного явища, яка характеризує основну тенденцію його динаміки. Вирівнювання може бути проведено за прямою або за іншою лінією, яка виражає функціональну залежність рівнів ряду динаміки від часу.

Для нашого прикладу проведемо аналітичне вирівнювання за прямою:

$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (7.4)$$

де a_0 і a_1 - параметри прямої.

Таким чином, задача зводиться до того, щоб фактичні рівні ряду (Y) замінити теоретичними рівнями (Y_t). Задачу вирішують за допомогою методу найменших квадратів. Математично це означає, що пряма, яка вирівнює ряд, повинна проходити максимально близько до фактичних рівнів ряду, а отже сума квадратів відхилень (різниця між фактичними і теоретичними рівнями) повинна бути найменшою.

Спосіб найменших квадратів дає систему двох нормальних рівнянь для знаходження параметрів a_0 і a_1 .

Ця система нормальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} 1. \quad n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum t &= \sum Y \\ 2. \quad a_0 \cdot \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 &= \sum Y \cdot t, \end{aligned} \quad (7.5)$$

де y - рівні фактичного ряду динаміки, а n - число членів ряду.

Рівні ряду динаміки є функцією від часу: $\bar{Y}_t = f(t)$. Так як в рядах динаміки значення t є показниками часу (місяці, роки), то завжди можна надати їм таке значення, щоб їх сума дорівнювала 0. В цьому випадку сума показників часу буде дорівнювати 0. Якщо маємо непарну кількість членів ряду, то показник часу середнього члену ряду приймаємо рівним 0, а по два боки від нього маємо -3; -2, -1 і 1, 2, 3.

Якщо сума t дорівнює 0, то система нормальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} \sum Y &= a_0 \cdot n \Rightarrow a_0 = \frac{\sum Y}{n}, \\ \sum Y \cdot t &= a_1 \sum t^2 \Rightarrow a_1 = \frac{\sum Y \cdot t}{\sum t^2} \end{aligned} \quad (7.6)$$



Розрахунок параметрів тренду розглянемо на прикладі.

Приклад. Відомі дані про динаміку виробництва м'яса по області за 2003-2007 рр.

Таблиця 7.2.

Дані про динаміку виробництва м'яса по області за 2003 – 2007 рр.

Роки	Виробництво м'яса тис. т, Y	t	t ²	t•y	$\bar{Y}_t$	$Y - \bar{Y}_t$	$(Y - \bar{Y}_t)^2$
2003	15,5	-2	4	-31,0	15,18	0,30	0,090
2004	15,1	-1	1	-15,1	15,31	-0,21	0,044
2005	15,2	0	0	0	15,44	-0,20	0,040
2006	15,4	1	1	15,4	15,57	-0,20	0,040
2007	16,0	2	4	32	15,70	0,30	0,09
Разом	77,2		10	1,3	77,20		0,304

$\bar{Y}_t = a_0 + a_1 t$, де t -період часу

Рік	2001	2002	2003	2004	2005
t	-2	-1	0	1	2

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n} = \frac{77,2}{5} = 15,44; \quad a_1 = \frac{\sum Y \cdot t}{\sum t^2} = \frac{1,3}{10} = 0,13$$

$\bar{Y}_t = 15,44 + 0,13 \cdot t$ - рівняння прямої (тренд),

де 0,13 означає, що середньорічний абсолютний приріст виробництва м'яса складає 0,13 тис. т, а 15,44 - це середньорічне виробництво м'яса.

Підставляючи в рівняння тренду прийняті значення t отримаємо:

$$2003р. - \bar{Y}_t = 15,44 + 0,13 \cdot (-2) = 15,18$$

$$2004р. - \bar{Y}_t = 15,44 + 0,13 \cdot (-1) = 15,31 \text{ тощо.}$$

По закінченню розрахунку основної тенденції доцільно графічно зобразити вихідні і теоретичні рівні.

Однак, якщо число рівнів ряду динаміки парне, то умовні позначення показників часу (t) доцільно представити у вигляді, наприклад:

Рік	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й
t	-5	-3	-1	1	3	5

Величину $\sum t^2$ можна визначати за формулами:

$$\text{а) при непарному числі рівнів: } \sum t^2 = \frac{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{12} \quad (7.7);$$



б) при парному числі рівнів:
$$\sum t^2 = \frac{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{3} \quad (7.8)$$

Основна тенденція (тренд) показує, як впливають систематичні фактори на рівень ряду динаміки, а коливання рівнів навколо тренда є мірою впливу залишкових факторів.

Показник коливань обчислюється за формулою середнього квадратичного відхилення:
$$\sigma = \sqrt{\frac{(y - y_t)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,304}{5}} = 0,247 \text{ тис. т} \quad V = \frac{\sigma}{a_0} = \frac{0,247}{15,44} \cdot 100 = 1,6\%$$

Вирівнювання рядів динаміки використовують для того, щоб обчислити значення відсутнього члена ряду. Ця процедура називається **інтерполяцією**. Для прогнозування економічних показників використовується **екстраполяція**. При цьому обчислюють значення рівнів за межами наявних фактичних даних. При екстраполяції виходять з припущення того, що виявлена тенденція буде зберігатись і надалі. Для проведення цієї операції потрібно лише в рівняння тренду підставити необхідне значення t згідно з продовженням вихідного ряду та розрахувати Y_t .

7.2. Прийоми вивчення сезонних коливань

Сезонними коливаннями називаються більш-менш стійкі внутрішньорічні коливання в ряді динаміки, які обумовлюються специфічними умовами виробництва або споживання даного товару. Характеризуються сезонні коливання **індексом сезонності** (I_s).

Розглянемо приклад обчислення індексу сезонності за даними про середньоденний виробіток по місяцях (табл. 7.3).

Таблиця 7.3.

Середньоденний виробіток по місяцях

Місяць	Середньоденний виробіток на 1 трактор, га			В середньому за 3 роки	Індекс сезонності, % $\bar{Y}_t / \bar{Y} \cdot 100\%$
	2005	2006	2007		
1	2	3	4	5	6
Січень	4,4	4,2	4,3	4,3	76
Лютий	4,3	4,1	4,5	4,3	76



Закінчення таблиці 7.3.

1	2	3	4	5	6
Березень	4,5	4,2	5,1	4,6	81
Квітень	6,2	5,4	6,0	5,9	105
Травень	7,0	6,8	7,1	7,0	125
Червень	6,0	6,3	6,5	6,3	112
Липень	6,3	6,0	6,3	6,2	110
Серпень	7,7	7,0	7,5	7,4	132
Вересень	7,6	7,2	7,1	7,3	130
Жовтень	6,0	5,9	6,2	6,0	107
Листопад	4,4	4,3	4,5	4,4	78
Грудень	4,3	4,1	4,2	4,2	75
Середній рівень ряду	$68,7/12=$ $=5,7$	$65,5/12=$ $=5,4$	$69,3/12=$ $=5,8$	5,6	100

Індекс сезонності дорівнює $I_c = \frac{\bar{Y}_i}{\bar{Y}} \cdot 100$

1 спосіб.

1. Для кожного місяця розраховується середній рівень ряду:

Для січня $(4,4+4,2+4,3)/3=4,3$;

Для лютого $(4,3+4,1+4,5)/3=4,3$;

Для березня $(4,5+4,2+5,1)/3=4,6$ і т.д.

2. Розраховуємо середній рівень всього ряду:
 $(5,7+5,4+5,8)/3=5,6$;

3. Середні рівні кожного місяця ($\bar{Y}_i$) співставляються з середнім рівнем ряду і виражаються в процентах. Розраховані відносні показники і будуть індексами сезонності. Так:

для січня індекс сезонності $= 4,3/5,6 \cdot 100\% = 76\%$

лютого $4,3/5,6 \cdot 100\% = 76\%$

березня $4,6/5,6 \cdot 100\% = 81\%$

2 спосіб.

Для кожного року окремо розраховуються постійні індекси сезонності, як процентне відношення рівня кожного місяця до середньомісячного за рік. Наприклад, для січня 2005р. $I_s=4,4/5,7 \cdot 100\%=77\%$; для лютого 2005р. $I_s=4,3/5,7 \cdot 100\%=75\%$; для березня 2005 р. $I_s=4,5/5,7 \cdot 100\%=79\%$ і т.д.

З місячних індексів кожного року розраховується середня арифметична, яка і приймається за середній індекс сезонності.



Результати розрахунків зводимо в таблицю 7.4.

Таблиця 7.4.

Місяць	Індекси сезонності, %			Середній індекс сезонності
	2005	2006	2007	
Січень	77	77	74	76
Лютий	75	76	77	76
Березень	79	77	88	78
Квітень	109	100	103	104
Травень	123	126	122	124
Червень	105	117	112	111
Липень	110	111	109	110
Серпень	136	130	129	132
Вересень	133	133	122	129
Жовтень	105	109	107	107
Листопад	77	80	77	78
Грудень	75	76	72	74

МОДУЛЬ 3.

*Методики розрахунку показників
статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів*

ТЕМА 8. Статистичні методи аналізу кореляційних зв'язків



Ключові питання:

1. Види взаємозв'язків між явищами
2. Кореляція і регресія
3. Визначення тісноти зв'язку
4. Дисперсійний аналіз зв'язку

8.1. Види взаємозв'язків між явищами

Усі явища та процеси, що існують в природі та суспільстві, взаємопов'язані, тому вивчення взаємозв'язків та причинних залежностей є одним з найважливіших завдань статистики. Умови і причини являють собою фактори. Ознака, що характеризує наслідок, називається *результативною*, а та, що характеризує



фактор - **факторною**.

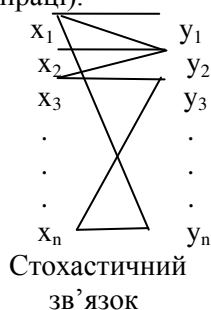
Виділяють три види взаємозв'язків - **факторні**, що вивчаються за допомогою метода групувань і теорії кореляції; **компонентні**, що вивчаються індексним методом, і **балансові** - вивчаються шляхом побудови балансів.

За допомогою балансового методу виконується аналіз зв'язків і пропорцій при утворенні ресурсів та їх використанні. Найбільш простим є баланс матеріальних ресурсів, який можна відобразити за допомогою такої балансової тотожності:

Залишок на початок + Надходження = Витрати + Залишок на кінець.

За статистичною природою зв'язки поділяють на **функціональні** та **стохастичні**. При функціональному зв'язку кожному значенню факторної ознаки **X** відповідає чітко виражене значення результативної ознаки **Y**. Тобто функціональні зв'язки характеризуються повною відповідністю між причиною і наслідком, факторною і результативною ознаками. Така залежність притаманна фізичним, хімічним явищам тощо. В суспільних процесах - це найчастіше зв'язок складових елементів розрахунку відповідних показників. Наприклад, валового збору від урожайності сільськогосподарських культур і розміру посівної площі.

При **стохастичному зв'язку** кожному значенню ознаки **X** відповідає певна множина значень ознаки **Y**, які варіюють і утворюють ряд розподілу (умовний). Стохастичний зв'язок проявляється зміною умовних розподілів (наприклад, залежність між рівнем кваліфікації та продуктивністю праці).



Підвидом стохастичної залежності є **кореляційна** залежність, коли зі зміною факторної ознаки **X** змінюються групові середні



результативної ознаки Y . Головною характеристикою кореляційного зв'язку є лінія регресії. Лінія регресії $Y(X)$ - це функція, яка зв'язує середні значення ознаки Y зі значеннями ознаки X . Залежно від форми лінії регресії розрізняють лінійні і нелінійні зв'язки.

Лінія регресії може мати різні зображення: табличне, аналітичне, графічне.

В теорії кореляції вирішуються два завдання: визначити теоретичну форму зв'язку (регресійний аналіз) і визначити тісноту зв'язку.

За своєю формою кореляційні зв'язки бувають прямі і обернені, прямолінійні і криволінійні, однофакторні і багатофакторні.

Прямі і обернені зв'язки розрізняються в залежності від напрямку зміни результативної ознаки. Якщо вона змінюється у тому ж напрямку, що і факторна ознака, то це прямий зв'язок. Так, чим вище розряд робітника, тим вище продуктивність праці - прямий зв'язок. А чим вище продуктивність праці, тим нижче собівартість продукції - обернений зв'язок.

Прямолінійні (лінійні) і криволінійні кореляційні зв'язки розрізняються в залежності від аналітичного вираження теоретичної форми зв'язку (лінійна функція, або криволінійна у вигляді параболи, гіперболи, напівлогарифмічної кривої тощо).

Якщо досліджується зв'язок між однією ознакою (фактором) і результативною ознакою, то мова йде про однофакторний зв'язок і парну кореляцію. Якщо досліджується зв'язок між кількома факторними ознаками і результативною, мова йде про множинну кореляцію і багатофакторний зв'язок.

8.2. Кореляція і регресія

Традиційні методи кореляційного аналізу дозволяють не тільки оцінити тісноту зв'язку, але і виразити цей зв'язок аналітично. Попередньо до кореляційного аналізу необхідно провести якісний, теоретичний аналіз соціально-економічного явища.

Зв'язок між двома ознаками аналітично виражається рівняннями:

$$\text{прямої: } \bar{Y}_x = a_0 + a_1 x, \quad (8.1)$$



гіперболи:
$$\overline{Y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x} \quad (8.2)$$

параболи II ступеня:
$$Y_x = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (8.3)$$

степеневій функції:
$$\overline{Y}_x = a_0x^{a_1} \quad (8.4)$$

Параметр a_0 показує осереднений вплив на результативну ознаку факторів, що не враховані.

Параметр a_1 - коефіцієнт регресії, показує, наскільки змінюється в середньому значення **результативної ознаки при збільшенні факторної ознаки на одиницю**.

На основі цього параметра обчислюються **коефіцієнти еластичності**. Коефіцієнт еластичності показує на скільки процентів змінюється результативна ознака в залежності від зміни факторної ознаки на 1%:

$$E = a_1 \frac{\overline{x}}{\overline{Y}} \quad (E = a_1 \frac{x}{Y}) \quad (8.5)$$

Для визначення параметрів рівнянь використовують метод найменших квадратів, на основі якого будується відповідна система рівнянь.

Тіснота зв'язку при **лінійній залежності** вимірюється за допомогою лінійного коефіцієнта кореляції:

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (8.5)$$

а при **криволінійній** залежності - за допомогою кореляційного співвідношення:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_{yx}^2}{\sigma_y^2}} \quad (8.6)$$

8.2.1. Розрахунок параметрів рівняння прямої

Якщо результативна ознака із збільшенням факторної ознаки рівномірно зростає чи спадає, то така залежність є **лінійною** і



виражається рівнянням прямої:

$$y = a_0 + a_1 x, \quad (8.7)$$

де y - індивідуальні значення результативної ознаки; x - індивідуальні значення факторної ознаки; a_1, a_0 - параметри рівняння прямої (рівняння регресії).

Параметри рівняння прямої визначаються шляхом розв'язання системи нормальних рівнянь, отриманих по методу найменших квадратів:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases} \quad (8.8)$$

Параметри рівняння визначаються за формулами:

$$a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (8.9)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x} \quad (8.10)$$

8.2.2. Розрахунок параметрів рівняння параболі другого ступеню

Якщо зв'язок між ознаками нелінійний і із зростанням факторної ознаки відбувається прискорене збільшення або зменшення результативної ознаки, то кореляційна залежність може бути виражена параболою другого ступеня:

$$y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2.$$

Для розрахунку параметрів рівняння складається система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum x^2 = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum x^3 = \sum xy \\ a_0 \sum x^2 + a_1 \sum x^3 + a_2 \sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases} \quad (8.11)$$

Приклад. Відомі такі дані:



Таблиця 8.1.

Дані про виробіток та стаж робітника

Номер робітника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Годинний виробіток, шт.	9	9	5	3	6	4	6	4	8	6
Стаж роботи, років	9	8	4	2	5	3	7	2	6	4

Зв'язок між стажем робітника і виробітком є криволінійним, і виражається параболою другого ступеня:

$$y_x = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (8.12)$$

Для визначення параметрів рівняння формується така розрахункова таблиця:

Таблиця 8.2.

Розрахункова таблиця для визначення параметрів рівняння

Номер п/п	Стаж роки (x)	Виробіток (y)	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y	y_x
1	9	9	81	729	6561	81	729	9,0
2	8	9	72	512	4096	72	576	8,3
3	4	5	16	64	256	20	80	5,3
4	2	3	4	8	16	6	12	3,5
5	5	6	25	125	625	30	150	6,1
6	3	4	9	27	81	12	36	4,4
7	7	6	49	343	2401	42	294	7,7
8	2	4	4	8	16	8	16	3,5
9	6	8	36	216	1296	48	288	6,9
10	4	6	16	64	256	24	96	5,3
Разом	50	60	304	2096	15604	343	2277	60

1. Підставляємо в систему нормальних рівнянь дані з таблиці:

$$1. 10a_0 + 50a_1 + 304a_2 = 60$$

$$2. 50a_0 + 304a_1 + 2096a_2 = 343$$

$$3. 304a_0 + 2096a_1 + 15604a_2 = 2277.$$

2. Домножимо перше рівняння на 5 і віднімемо перше рівняння із другого:

$$II. 50a_0 + 304a_1 + 2096a_2 = 343$$

" - "



$$\text{I. } 50a_0 + 250a_1 + 1520a_2 = 60$$

Отримаємо рівняння А:

$$54a_1 + 576a_2 = 43.$$

3. Домножимо рівняння II на 6,08 (304/50) і віднімемо його з III рівняння:

$$\text{III. } 304a_0 + 2096a_1 + 15604a_2 = 2277$$

"_"

$$\text{II. } 304a_0 + 1848,32a_1 + 12743,68a_2 = 2085,44$$

Отримаємо рівняння В:

$$247,68a_1 + 2860,32a_2 = 191,56$$

4. Рівняння А домножимо на 4,5867(247,68/54) і віднімемо з рівняння В:

$$\text{A. } 247,68a_1 + 2641,92a_2 = 197,23$$

"_"

$$\text{B. } 247,68a_1 + 2860,32a_2 = 191,56$$

Отримаємо $a_2 = -0,02596$

5. Підставляємо значення параметра a_2 у рівняння А і визначаємо параметр a_1 :

$$54a_1 + 576 \cdot (-0,02596) = 43$$

$$54a_1 = 57,9459$$

$$\hat{a}_1 = 1,07307$$

6. Підставляємо значення параметра a_1 і a_2 у рівняння I і обчислюємо параметр a_0 :

$$10a_0 + 50 \cdot 1,07307 - 304 \cdot 0,02596 = 60$$

$$10a_0 = 14,2383$$

$$\hat{a}_0 = 1,4238$$

Рівняння зв'язку має вигляд:

$$y_x = 1,42 + 1,073x - 0,026x^2$$

Підставивши в рівняння зв'язку значення ознаки фактора, розраховуємо теоретичну лінію регресії:

$$y_1 = 1,42 + 1,073 \cdot 9 - 0,026 \cdot 81 = 9,0$$

$$y_2 = 1,42 + 1,073 \cdot 8 - 0,026 \cdot 64 = 8,3$$

$$y_3 = 1,42 + 1,073 \cdot 4 - 0,026 \cdot 16 = 5,3 \quad \text{тощо.}$$



8.2.3. Розрахунок параметрів рівняння гіперболи

Якщо результативна ознака із збільшенням факторної ознаки зростає (спадає) не безкінечно, а прагне до кінцевої межі, то для аналізу такої ознаки використовується рівняння **гіперболи** виду:

$$y_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x} \quad (8.13)$$

Для визначення параметрів цього рівняння використовується система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum \frac{1}{x} = \sum y \\ a_0 \sum \frac{1}{x} + a_1 \sum \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \sum y \frac{1}{x} \end{cases} \quad (8.14)$$

Щоб визначити параметри гіперболи за методом найменших квадратів, необхідно привести його до лінійного виду.

Для цього проводимо заміну змінних $\frac{1}{x} = x_1$ і отримуємо таку систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_1 = \sum y \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 = \sum y x_1 \end{cases} \quad (8.15)$$

Приклад. По 10 магазинах області відомі такі дані:

Таблиця 8.3.

Дані про товарообіг та товарні запаси в магазинах

Товарообіг (x), тис. грн.	5	3	24	35	44	55	63	74	82	95
Товарні запаси(y), днів	18	12	8	8	8	8	7	6	8	8



1. Підставимо значення фактичних даних в систему нормальних рівнянь:

$$\begin{aligned} 10a_0 + 0,6966a_1 &= 91; \\ 0,6966a_0 + 0,1550a_1 &= 8,8631 \end{aligned}$$

2. Обчислюємо параметри рівняння:

$$a_1 = \frac{\sum yx_1 - \frac{\sum x_1 \sum y}{n}}{\sum x_1^2 - \frac{(\sum x_1)^2}{n}} = \frac{8,8631 - \frac{0,6966 \cdot 91}{10}}{0,155 - \frac{0,6966 \cdot 0,6966}{10}} = 23,7;$$

Таблиця 8.4.

Розрахункова таблиця для визначення параметрів гіперболи

Номер п/п	Товаро-обіг (x), тис.грн.	Товарні запаси (y), днів	$\frac{1}{x} = x_1$	x_1^2	yx_1	$y_x = 7,448 + 23,7 \frac{1}{x}$
1	5	18	0,2000	0,0400	3,6000	12,19
2	3	12	0,3333	0,1111	3,9996	15,35
3	24	8	0,0417	0,0017	0,3336	8,44
4	35	8	0,0008	0,0008	0,2288	8,13
5	44	8	0,0227	0,0005	0,1816	7,99
6	55	8	0,0182	0,0003	0,1456	7,88
7	63	7	0,0159	0,0002	0,1113	7,82
8	74	6	0,0135	0,0002	0,0810	7,77
9	82	8	0,0122	0,0001	0,0976	7,74
10	95	8	0,0105	0,0001	0,0840	7,69
Разом	480	91	0,6966	0,1550	8,8631	91,0

$$a_0 = \frac{\bar{y}}{10} - a_1 \frac{\bar{x}}{10} = \frac{91}{10} - 23,7 \frac{0,6966}{10} = 7,448.$$

Рівняння гіперболи буде мати вигляд:

$$y_x = 7,448 + 23,7 \frac{1}{x}.$$

8.2.4. Розрахунок параметрів степеневі функції

Степенева функція виду $y_x = a_0 x^{a_1}$ використовується в економічних дослідженнях для характеристики слабо нелінійного зв'язку між результативними і факторними ознаками. Параметр a_1



має економічний зміст. Він показує, що із збільшенням ознаки фактора на 1% результативна ознака зростає на a_1 процентів. Параметр a_1 є **коефіцієнтом еластичності**.

Для визначення параметрів степеневі функції методом найменших квадратів степеневу функцію необхідно привести до лінійного виду шляхом логарифмування:

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x \quad (8.16)$$

Для спрощення розрахунків здійснюється наступна заміна:

$$\lg y = y_1; \lg a_0 = b; \lg x = x_1.$$

Тоді в нових позначеннях рівняння має вид:

$$y_1 = b + a_1 x_1$$

Система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \sum y_1 = nb + a_1 \sum x_1 \\ \sum x y_1 = b \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 \end{cases} \quad (8.17)$$

Параметри рівняння визначаються за формулами:

$$a_1 = \frac{\overline{x_1 y_1} - \overline{x_1} \cdot \overline{y_1}}{\overline{x_1^2} - \overline{x_1}^2} \quad (8.18)$$

$$b = \overline{y_1} - a_1 \cdot \overline{x_1} \Rightarrow b = \lg a_0 \quad (8.19)$$

Система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + a_1 \sum \lg x = \sum \lg y \\ \lg a_0 \sum \lg x + a_1 \sum (\lg x)^2 = \sum \lg x \lg y \end{cases} \quad (8.20)$$

8.3. Визначення тісноти зв'язку

Підкореновий вираз кореляційного співвідношення представляє собою **коефіцієнт детермінації**:

$$D = \frac{\sigma_{yx}^2}{\sigma_y^2} \quad (8.21)$$



Коефіцієнт детермінації показує частку варіації результативної ознаки під впливом ознаки - фактора. Для спрощення розрахунків часто при визначенні тісноти кореляційного зв'язку використовується **індекс кореляції**, який визначається за формулою:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{Y-Yx}^2}{\sigma_Y^2}}. \quad (8.22)$$

де σ_{Y-Yx}^2 - характеризує варіацію результативної ознаки під впливом інших не врахованих факторів, σ_Y^2 - характеризує варіацію результативної ознаки під впливом всіх факторів.

Індекс кореляції приймає значення від 0 до 1.

Дисперсія σ_{Yx}^2 - визначається за формулою:

$$\sigma_{Yx}^2 = \frac{\sum (y_x - \bar{Y})^2}{n}. \quad (8.23)$$

Дисперсія σ_Y^2 - визначається за формулою:

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}. \quad (8.24)$$

Кореляційне відношення розраховується за формулою:

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (y_x - \bar{x})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (8.25)$$

Тоді:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (8.26)$$

Залежність між трьома і більше факторами називається **множинною** або **багатофакторною** кореляційною залежністю.

Лінійна залежність між трьома факторами виражається рівнянням:

$$\overline{y}_{12} = a_0 + a_1 x + a_2 z \quad (8.27)$$

Система нормальних рівнянь для визначення невідомих параметрів a_0, a_1, a_2 буде такою:



$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum z = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum xz = \sum xy \\ a_0 \sum z + a_1 \sum xz + a_2 \sum z^2 = \sum zy \end{cases} \quad (8.28)$$

Тіснота зв'язку між трьома факторами вимірюється за допомогою множинного коефіцієнта кореляції:

$$R = \sqrt{\frac{\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 - 2\tau_{yx} \cdot \tau_{xz} \cdot \tau_{yz}}{1 - \tau_{xz}^2}} \quad (8.29)$$

де τ_{ij} парні коефіцієнти кореляції між відповідними факторами.

ТЕМА 9. Вибіркове спостереження

Ключові питання:

1. *Поняття про вибіркве спостереження*
2. *Генеральна і вибіркве сукупність, частка і середня*
3. *Поняття про помилки вибірки*
4. *Формули середньої помилки вибірки*
5. *Розрахунок необхідної чисельності вибірки*
6. *Приклади розрахунку вибіркових статистичних показників*



9.1. Поняття про вибіркве спостереження

Вибіркове спостереження - це найбільш вдосконалений, науково-обґрунтований спосіб несущільного спостереження, при якому досліджується не вся сукупність, а лише її частина, яка відібрана за певними правилами вибірки і забезпечує отримання даних, що характеризують сукупність в цілому. Цим забезпечується репрезентативність вибіркової сукупності, тобто її властивість відтворювати всю генеральну сукупність.

Головними питаннями теорії вибіркового спостереження є:

1. Визначення границі випадкової помилки репрезентативності для різних типів вибіркових характеристик з урахуванням особливостей відбору.
2. Визначення об'єму вибірки, який забезпечує необхідну репрезентативність з урахуванням особливостей відбору.



Вибіркове спостереження використовується:

- в промисловості - для контролю якості продукції, вивчення використання роботи устаткування та робочого часу;
 - в сільському господарстві - для визначення втрат врожаю, продуктивності тварин;
 - в торгівлі - для виявлення якості товарів та попиту населення.
- Розрізняють такі види відбору: випадковий, механічний, типовий, серійний, комбінований.

Випадковий відбір - дає лотерея або жеребкування. Наприклад, грошово-речова лотерея забезпечує абсолютно рівну можливість попадання в тираж (вибірку) будь-якого номеру білета. Проте, на практиці організувати випадковий відбір складно, тому він використовується дуже рідко.

Звичайно використовується **механічний районований відбір**. Наприклад, необхідно відібрати із 1000 студентів 100. Для цього складають алфавітний список, в який включають всіх студентів (1000) і визначають інтервал, який дорівнює частці від ділення генеральної сукупності (1000) по чисельності вибіркової сукупності (100). Таким чином механічно будемо відбирати кожного 10-го студента. Інтервал при механічному відборі – це величина, що взаємообернена до відносного обсягу вибірки. Наприклад, при п'ятипроцентній вибірці інтервал дорівнює 20 ($100:5$); при двопроцентній вибірці інтервал дорівнює 50 ($100:2$).

При вибіркового спостереженні якості продукції беруть через певний інтервал виготовлені вироби (при двопроцентній вибірці обстеженню підлягає кожен 50-й, при однопроцентній - кожен 100-й).

Типова вибірка представляє собою розподіл генеральної сукупності на спеціальні групи за ознаками, які впливають на варіацію досліджуваних показників (розподіл студентів інституту за факультетами).

Серійний відбір - ця вибірка називається так тому, що проводять випадковий відбір не окремих одиниць сукупності, а цілих серій (гнізд). В середині відібраних серій проводиться суцільне обстеження всіх одиниць. Наприклад, при 10% вибіркового обстеженні якості продукції можна брати кожну десятку випущену одиницю продукції, а можна організувати вибірку так, що через кожні 9 годин на протязі одного (десятого) часу вся вироблена



продукція підлягає суцільному обстеженню. В першому випадку - це буде механічний відбір, а в другому механічний серійний відбір.

Комбінований відбір - це комбінація суцільного та вибіркового спостереження.

9.2. Генеральна і вибіркова сукупність

Вся сукупність одиниць, які підлягають обстеженню називається **генеральною сукупністю** і її чисельність позначається **N**. Частина сукупності одиниць, що підлягає вибіркового обстеженню, називається **вибірковою сукупністю** і її чисельність позначається **n**.

Завдання вибіркового спостереження - отримати правильну уяву про показники генеральної сукупності на основі вивчення вибіркової сукупності.

При вибіркового спостереженні мають справу з двома категоріями узагальнюючих показників: **часткою (долею)** і **середньою величиною**.

Частка дає характеристику сукупності за альтернативною варіаційною ознакою і обчислюється як відношення числа одиниць сукупності, що мають ознаку, яка нас цікавить, до загального числа одиниць сукупності. У вигляді альтернативної варіації можна виразити варіацію усіх атрибутивних ознак (наприклад, частка спеціалістів з вищою освітою в загальній чисельності ІТР), а також кількісно варіаційні ознаки (кількість працівників віком до 30 років серед всіх працівників).

Частка в генеральній сукупності позначається латинською буквою **p**, а у вибірковій сукупності **ω** . Задача вибіркового спостереження полягає в тому, щоб на основі визначення вибіркової частки **ω** мати правильну уяву про частку в генеральній сукупності (**p**). Наприклад, вибіркове визначення втрат при зборі врожаю сільськогосподарських культур встановлює втрати в середньому на 1 га.

Середнє значення варіаційної ознаки у всій генеральній сукупності називається **генеральною середньою** **$\bar{O}$** , а середнє



значення ознаки, що підлягає вибірковому спостереженню називається **вибірковою середньою** $\bar{X}$.

Задача вибіркового спостереження в даному випадку - на основі вибіркової середньої дати правильну уяву про генеральну середню.

9.3. Поняття про помилки вибірки

При визначенні помилки вибірки мова йде про те, щоб максимально наблизити показники вибіркової сукупності до показників генеральної сукупності і виявити допустимі граничні відхилення цих показників.

Помилка репрезентативності, або різниця між вибірковою і генеральною характеристикою (часткою та середньою), яка виникає внаслідок несущільного спостереження, в основі якого лежить випадковий відбір, розраховується як **границя ймовірної помилки**. В якості рівня гарантованої ймовірності приймається 0,954 або 0,997. Тоді границя помилки визначається величиною, що подвоєна або потроєна до середньої помилки вибірки.

В загальному виразі границя помилки

$$\Delta = t \cdot \mu, \quad (9.1)$$

де Δ - гранична помилка; t - коефіцієнт, який пов'язаний з ймовірністю, що гарантує результат (значення t при заданій ймовірності p визначається за таблицею значень $\varphi(t)$, яка розраховується як похідна за формулою Лапласа); μ - помилка;

Наприклад,

$$p = 0,954 \quad \rightarrow \Delta = 2\mu$$

$$p = 0,997 \quad \rightarrow \Delta = 3\mu$$

Величина середньої помилки вибірки μ різна для окремих видів випадкового відбору. При найбільш простій системі - випадковому повторному відборі, середня помилка визначається за такими формулами:

а) індивідуальний відбір

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (9.2)$$



де σ^2 - загальна дисперсія ознаки, n - кількість відібраних одиниць спостереження.

б) груповий (гніздовий, серійний) відбір:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}}, \quad (9.3)$$

де δ^2 - міжгрупова дисперсія; r - число відібраних груп одиниць спостереження (гнізд, серій).

В практичних розрахунках помилок репрезентативності необхідно враховувати такі положення:

1. Замість загальної дисперсії використовується відповідна вибіркова дисперсія. Так, замість загальної дисперсії частка в генеральній сукупності береться загальна дисперсія частоти у вибірковій сукупності:

$$\sigma_{\omega}^2 = \omega \cdot (1 - \omega), \quad \text{замість} \quad \sigma_p^2 = p \cdot q$$

2. У випадку безповторного відбору (а також механічного) необхідно мати на увазі поправки (K) до помилки повторної вибірки на безповторність відбору:

$$K \text{ для індивідуального відбору: } K = \sqrt{1 - \frac{n}{N}} < 1$$

$$K \text{ для серійного відбору: } K = \sqrt{1 - \frac{r}{R}} < 1$$

Звісно, що користуватись цією поправкою доцільно лише тоді, коли відносний обсяг вибірки складає помітну частину генеральної сукупності (не менше як 10%, тоді $K \leq 0,95$).

3. При районованому механічному відборі з типових груп одиниць генеральної сукупності використовується середня з групових дисперсій. Так, при індивідуальному відборі, який пропорційний числу відібраних типових груп маємо середню помилку вибірки:

$$\Delta = 2\mu = 2\sqrt{\frac{\sigma_s^2}{n_s}} = \frac{2}{n} \sqrt{\sum \sigma_i^2 n_i} \quad \text{при } P = 0,954, \quad (9.4)$$



В цій формулі σ_i^2 - групова дисперсія i - ї групи; n_i - обсяг вибірки i - ї групи.

Визначення помилок вибірових характеристик дозволяє встановити ймовірні границі знаходження відповідних генеральних показників

а) для середньої:

$$\bar{X} = \tilde{X} \pm \Delta_{\tilde{X}}, \quad (9.5)$$

де $\bar{X}$ - генеральна середня; $\tilde{X}$ - вибіркова середня; $\Delta_{\tilde{X}}$ - помилка вибіркової середньої.

б) для частки (долі):

$$p = \omega \pm \Delta_{\omega}, \quad (9.6)$$

де p - генеральна частка; ω - вибіркова частка; Δ_{ω} - помилка вибіркової частки.

Приклад. З ймовірністю 0,954 визначити границі середньої ваги пачки чаю, яка надходить в торгову мережу, якщо контрольна вибіркова перевірка дала результати:

Таблиця 9.1.

Контрольна вибіркова перевірка пачок чаю в торговій мережі

Вага, г х	Кількість пачок f	Розрахункові величини			
		x'	f'	$x'f'$	$(x')^2 f'$
48-49	20	-1	2	-2	2
49-50	50	0	3	0	0
50-51	20	+1	2	2	2
51-52	10	+2	1	2	4
Разом	100	-	10	2	8

$$x_0 = 49,5$$

1. Середня вага пачки чаю дорівнює

$$\bar{\delta} = \frac{\sum x'f'}{\sum f'} K + x_0 = \frac{2}{10} \cdot 1 + 49,5 = 49,7 \text{ гр.}$$

2. Вибіркова дисперсія пачки чаю дорівнює

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x')^2 f'}{\sum f'} - \left(\frac{\sum x'f'}{\sum f'} \right)^2 = \frac{8}{10} - \left(\frac{2}{10} \right)^2 = 0,76$$



3. Середня помилка вибіркової середньої:

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,76}{100}} = \pm 0,087 \text{ грн.}$$

4. Гранична помилка з ймовірністю 0,954:

$$\Delta = 2\mu = 2(\pm 0,087) = \pm 0,174 \text{ грн.}$$

5. Границя генеральної середньої:

$$\bar{x} = \bar{\delta} \pm \Delta_{\bar{\delta}} = 49,7 \pm 0,174 = 49,7 \pm 0,2 \text{ грн.}$$

Таким чином, з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що вага пачки чаю в середньому для всієї партії не більше як 49,9 і не менше 49,5.

Приклад. Розв'яжемо попередню задачу, якщо вибірка складає 25% генеральної сукупності.

$$K_{25\%} = \sqrt{1 - 0,25} = \sqrt{0,75} \approx 0,87$$

$$\bar{x} = 49,7 \pm 0,2 \cdot 0,87$$

Приклад. З ймовірністю 0,997 визначити помилку частки при 5% гніздовій вибірці 100 гнізд за таких умов:

- загальна дисперсія близька до тах, а емпіричне кореляційне співвідношення дорівнює 0,8.

Знайти частку (Δ_{ω}).

$$\Delta = 3\mu = 3\sqrt{\frac{\delta^2}{r}} = 3\sqrt{\frac{\sigma^2}{100}}$$

Необхідну для розрахунку міжгрупову дисперсію (δ^2) обчислюємо на основі емпіричного кореляційного співвідношення:

$$r_{pq}=0,5 \quad \eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} \quad \sigma^2 = 0,25 \quad 0,8 = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$$

$$\delta^2 = (0,8 \cdot 0,5)^2 = 0,16$$

$$\Delta_{\omega} = 3\sqrt{0,16/100} = \pm 0,12$$

Приклад. Визначити границі генеральної середньої за такими результатами типової вибірки.



Типова вибірка районів

Номер району	Відібрано одиниць	Середня величина ознаки	Дисперсія
1	600	32	400
2	300	36	900
Разом	900	-	-

1) Визначення границі середньої з ймовірністю $P = 0,954$

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm 2\mu_x = \tilde{x} \pm 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{900}}$$

2) Розрахувати необхідні характеристики:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{(32 \cdot 600 + 36 \cdot 300)}{900} = 33,3$$

3) Розрахувати середню (внутрішньогрупову) дисперсію:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{(400 \cdot 600 + 900 \cdot 300)}{9} = 566$$

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{566}{900}} = \pm 0,79$$

Таким чином, з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що генеральна середня лежить в межах: $33,3 - 1,58 \leq \bar{x} \leq 33,3 + 1,58$
 $31,72 \leq \bar{x} \leq 34,88$

$$\bar{x} = 33,3 \pm 2 \cdot 0,79$$

9.5. Розрахунок необхідної чисельності вибірки

Визначення обсягу вибірки при заданій її точності є проблема, що обернена до питання визначення помилки вибірки при даному об'ємі. Формула об'єму вибірки витікає із відповідної формули граничної помилки. Так, для індивідуального безповторного відбору формула необхідної чисельності вибірки має вид:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{t^2 \cdot \sigma^2 + N \cdot \Delta^2}, \quad (9.7)$$



де N - чисельність генеральної сукупності; σ^2 - загальна дисперсія;
 $t - 2(0,954)$ гранична ймовірність.

Для групового безповторного відбору (серійного або гніздового):

$$r = \frac{t^2 \cdot \delta^2 \cdot R}{t^2 \cdot \delta^2 + R \cdot \Delta^2}, \quad (9.8)$$

δ^2 - міжгрупова дисперсія; R - кількість серій.

Приклад. Визначити абсолютний і відносний об'єм індивідуального відбору для обстеження генеральної частки за умови, щоб помилка частки з ймовірністю 0,954 не перевищувала 0,02. Вибірка проводиться з генеральної сукупності об'ємом: а) 1000 од.; б) 100000 од. .

Для визначення необхідного обсягу вибірки використовують формулу $n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{t^2 \cdot \sigma^2 + N \cdot \Delta^2}$, в якій припускаємо, що $t=2$, а максимальна дисперсія $\sigma^2=0,25$; $N=1000$:

$$\text{а) } n = \frac{2^2 \cdot 0,25 \cdot 1000}{2^2 \cdot 0,25 + 1000 \cdot (0,02)^2} = 714 \text{ або } 71,4\%$$

$$\text{б) } n = \frac{2^2 \cdot 0,25 \cdot 100000}{2^2 \cdot 0,25 + 100000 \cdot (0,02)^2} = 2439 \text{ або } 2,44\%$$

ТЕМА 10. Графічний метод. Статистичні таблиці.



Ключові питання:

- 1. Статистична таблиця. Правила побудови статистичних таблиць**
- 2. Статистичні графіки**

10.1. Статистичні таблиці. Правила побудови статистичних таблиць

Для найбільш раціонального та наочного викладення результатів зведення і групування використовують статистичні таблиці. **Статистична таблиця** представляє собою форму найбільш раціонального наочного і систематизованого викладення



результатів зведення і обробки статистичних матеріалів; зведену якісну характеристику статистичної сукупності. Вони складаються із статистичного підмета і присудка.

Статистичним підметом називаються статистичні сукупності, які характеризуються різними показниками, тобто у підметі таблиці приводиться перелік елементів або груп явища.

Статистичним присудком називаються числові характеристики, які розташовані в колонках таблиці.

В залежності від підмета, таблиця може бути простою (здійснюється лише перелік одиниць), груповою (здійснюється групування одиниць за однією ознакою) і комбінаційною (групування одиниць за декількома ознаками).

У таблиці підмет знаходиться зліва, а присудок зверху. У підметі вказується зміст рядків, а у присудку – зміст граф. Графи, які містять підмет нумеруються великими літерами алфавіту, а графи, які містять присудок – арабськими цифрами. Якщо в присудку наведена характеристика явища на визначений момент часу або стан цього явища за визначений період, то такі таблиці називаються статистичними. Якщо присудок таблиці характеризує розвиток явища за ряд періодів, то такі таблиці називаються динамічними (статистичні щорічники).

Таблиця 10.1.

Макет статистичної таблиці:

Заголовок

(зміст, місце, час, одиниці виміру)

Підмет	Присудок				
	Вартість ОВФ млн. грн.	Обсяг продукції, млн. т	Чисельність працівників, тис. чол.		
			Всього	чоловіки	жінки
А	1	2	3	4	5
Промисловість					
Будівництво					
Разом:					

Правила технічного оформлення таблиць:

1. Таблиця має містити лише інформацію, яка безпосередньо характеризує об'єкт дослідження в статичі чи в динаміці. Розміщення підмета і присудка підпорядковано принципіві компактного та раціонального викладення матеріалу, його аналізу.



2. Назва таблиці, заголовки рядків і граф мають бути чіткими, лаконічними, без скорочень, тобто становити собою завершене ціле, яке органічно вписано в зміст тексту.

3. У верхньому і бічному заголовках подають одиниці, використовуючи скорочення, іноді для них відводиться окрема графа.

4. Рядки та графи доцільно нумерувати: графу з назвою підмета позначають літерою алфавіту, інші – номерами.

5. Інформація, що міститься в рядках (графах) таблиці, передусім групової чи комбінаційної, узагальнюється підсумковим рядком „Разом” або „У цілому за сукупністю”, який завершує статистичну таблицю; якщо підсумковий рядок розміщується зверху, то деталізація його подається за допомогою словосполучення „у тому числі” або „з них”.

6. Відсутність даних позначається відповідно до причин:

а) якщо клітинка таблиці, передусім підсумкова, не може бути заповнена, ставиться „Х”;

б) коли про явище немає відомостей, ставляться три крапки „...”;

в) відсутність інформації про явище позначається знаком „тире” (–);

г) дуже малі числа записуються (0,0) або (0,00).

7. Якщо вказується додаткова інформація, певні уточнення цифрових даних, то до таблиці додається примітка.

10.2. Статистичні графіки

Статистичний графік – це умовне відображення числових величин та їх співвідношення за допомогою геометричних фігур, ліній та інших графічних засобів.

Графіки класифікуються за такими ознаками:

1. Функціональне призначення.
2. Вид поля.
3. Форми графічного образу.
4. Система координат.

За функціональним призначенням виділяють графіки:

1. Групувань і рядів розподілу.
2. Рядів динаміки.
3. Взаємозв'язку.
4. Порівняння.

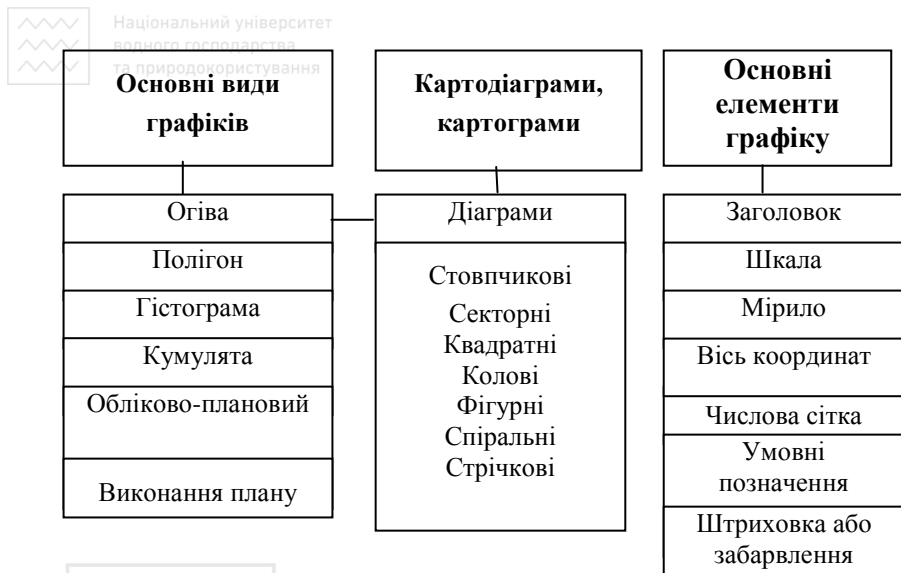


Рис. 10.1. Види статистичних графіків

За видом поля розрізняють:

1. Картограми.
2. Картодіаграми.

Графіки використовуються для висвітлення результатів аналізу. На вісь абсцис наносять значення ознаки, а на вісь ординат – частоти.

Для графічного зображення територіального розташування одиниць суспільно-економічного явища використовують картограми і картодіаграми.



ТЕМА 11. Аналіз таблиць взаємної спряженості

Ключові питання:

1. *Непараметричні методи дослідження взаємозв'язків між ознаками*
2. *Статистична перевірка гіпотез*

11.1. Непараметричні методи дослідження взаємозв'язків між ознаками

Для оцінки тісноти зв'язку використовується ряд показників, одні з яких називаються *емпіричними* або *непараметричними*, а



інші, (що виводяться строго математично) - *теоретичними*.

1. Коефіцієнт знаків (коефіцієнт Фехнера) обчислюється на основі визначення знаків відхилень варіантів двох взаємопов'язаних ознак від їх середніх величин.

Якщо число співпадінь знаків позначимо через a , число неспівпадінь - через b , а сам коефіцієнт через i , то можна записати формулу цього коефіцієнта так:

$$i = \frac{\sum a - \sum b}{\sum a + \sum b}, \quad (11.1)$$

2. Коефіцієнт кореляції рангів (коефіцієнт Спірмена) розраховується не за значеннями двох взаємопов'язаних ознак, а за їх рангами за формулою:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (11.2)$$

де d_i^2 - квадрат різниці рангів, n - число спостережень (число пар рангів).

Приклад. По 10 підприємствах відомі дані про розподіл основних фондів (факторна ознака) і випуск продукції (результативна ознака).

Таблиця 11.1.

Дані про розподіл основних фондів і випуск продукції

Розмір ОВФ, млн. грн.	4,3	5,4	3,6	6,9	3,9	4,7	4,0	6,4	5,5	6,8
Випуск продукції, тис. грн.	22,4	18,6	13,1	25,1	10,2	19,2	15,7	23,4	16,0	21,5

Розташуємо індивідуальні величини розміру основних фондів у порядку зростання (зменшення) і встановимо ранги (порядкові номери величини ознаки):

Розмір ОВФ, млн. грн.	6,9	6,8	6,4	5,5	5,4	4,7	4,3	4,0	3,9	3,6
Ранги, R_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Розташуємо індивідуальні значення випуску продукції в порядку зростання і визначимо ранги (порядкові номери) ряду:

Випуск продукції, тис. грн.	25.1	23.4	22.4	21	19.2	18.6	16.0	15.7	13.1	10.2
Ранги, R_{II}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Складаємо розрахункову таблицю для обчислення рангового коефіцієнта кореляції:

Таблиця 11.2.

Розрахункова таблиця для обчислення рангового коефіцієнта кореляції

Номер п/п	Розмір ОВФ, млн.грн	Випуск продукції, тис.грн	Ранги розміру ОВФ, R_I	Ранги випуску про-дукції, R_{II}	$d=R_{II}-R_I$	d^2
1	4,3	22,4	4	8	+4	16
2	5,4	18,6	6	5	-1	1
3	3,6	13,1	1	2	+1	1
4	6,9	25,1	10	10	0	0
5	3,9	10,2	2	1	-1	1
6	4,7	19,2	5	6	+1	1
7	4,0	15,7	3	3	0	0
8	6,4	23,4	8	9	+1	1
9	5,5	16,0	7	4	-3	9
10	6,8	21,5	9	7	-2	4
Разом					± 7	34

Коефіцієнт кореляції рангів дорівнює:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 34}{10(100 - 1)} = +0,79, \text{ (прямий тісний зв'язок)}$$

3. Для визначення тісноти зв'язку між трьома і більше ознаками обчислюється **ранговий коефіцієнт згоди** - коефіцієнт конкордації, який обчислюється за формулою:



$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}, \quad (11.3)$$

де m - кількість факторів; n - число спостережень; S - сума квадратів відхилень рангів.

4. Для визначення тісноти зв'язку двох якісних ознак, кожна з яких складається лише з двох груп, використовують **коефіцієнти асоціації і контингенції**.

Коефіцієнти обчислюються за формулами:

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc} \quad - \text{коефіцієнт асоціації}, \quad (11.4)$$

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} \quad - \text{коефіцієнт контингенції} \quad (11.5)$$

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

Коефіцієнт контингенції завжди менший за коефіцієнт асоціації. Зв'язок вважається підтвердженим, якщо $A \geq 0,5$ або $K \geq 0,3$.

Приклад. Досліджувався зв'язок між виконанням норм виробітку молодими робітниками і рівнем їх освіти.

Таблиця 11.3.

Дані про зв'язок між виконанням норм виробітку молодими робітниками і рівнем їх освіти

Групи робітників	Виконуючі норми виробітку	Не виконуючі норми виробітку	Разом
Закінчили середню школу	78	22	100
Не закінчили середню школу	32	68	100
	110	90	200

$$A = \frac{78 \cdot 68 - 22 \cdot 32}{78 \cdot 68 + 22 \cdot 32} = \frac{4600}{6008} = 0,766 \geq 0,5$$

$$K = \frac{78 \cdot 68 - 22 \cdot 32}{\sqrt{(78 + 22)(22 + 68)(78 + 32)(32 + 68)}} = \frac{5304 - 704}{\sqrt{99000000}} = 0,46 \geq 0,3$$



Зв'язок підтверджений.

5. Якщо кожна з якісних ознак складається більше як з двох груп, то для визначення тісноти зв'язку можливе застосування **коефіцієнта взаємної узгодженості Пірсона**. Цей коефіцієнт обчислюється за формулою:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}, \quad (11.6)$$

де φ^2 - коефіцієнт взаємної узгодженості.

Розрахунок коефіцієнта взаємної узгодженості здійснюється за такою схемою:

Таблиця 11.4.

Схема розрахунку коефіцієнта взаємної узгодженості

Групи ознаки A	Групи ознаки B			Разом
	B ₁	B ₂	B ₃	
A ₁	f ₁	f ₂	f ₃	n ₁
A ₂	f ₄	f ₅	f ₆	n ₂
A ₃	f ₇	f ₈	f ₉	n ₃
	m ₁	m ₂	m ₃	

Розрахунок φ проводиться так:

$$\text{по першому рядку} \quad \left(\frac{f_1^2}{m_1} + \frac{f_2^2}{m_2} + \frac{f_3^2}{m_3} \right) : n_1 = L_1, \quad (11.7)$$

$$\text{по другому рядку} \quad \left(\frac{f_4^2}{m_1} + \frac{f_5^2}{m_2} + \frac{f_6^2}{m_3} \right) : n_2 = L_2 \quad (11.8)$$

$$\text{по третьому рядку} \quad \left(\frac{f_7^2}{m_1} + \frac{f_8^2}{m_2} + \frac{f_9^2}{m_3} \right) : n_3 = L_3 \quad (11.9)$$

$$\text{Тоді } \varphi = L_1 + L_2 + L_3 - 1 = 3L_1 - 1 \quad (11.10)$$

Приклад. За допомогою коефіцієнта взаємної узгодженості Пірсона потрібно дослідити взаємозв'язок між собівартістю продукції і накладними витратами на реалізацію.



**Дані для розрахунку коефіцієнта взаємної узгодженості
Пірсона**

Накладні витрати	Собівартість						n _i	$\frac{\sum f_i^2}{m}$	L _i
	Низька		Середня		Висока				
	f_i, f_i^2	$\frac{f_i^2}{m_i}$	f_i, f_i^2	$\frac{f_i^2}{m_i}$	f_i, f_i^2	$\frac{f_i^2}{m_i}$			
Низькі	19 361	361:30 12,03	12 144	144:40 3,6	9 81	1,62	19+12+9 40	17,25	0,431
Середні	7 49	49:30 1,633	18 324	8,1	15 225	4,5	7+18+15 40	14,233	0,358
Високі	4 16	16:30 0,533	10 100	2,5	26 676	13,52	4+10+26 40	16,533	0,415
	30		40		50		40x3 120		1,204



$$C = \sqrt{\frac{0,204}{1,204}} = 0,41$$

$$\phi^2 = 1,204 - 1 = 0,204$$

Абсолютні значення непараметричних коефіцієнтів зв'язку можуть змінюватись від 0 до $|1|$. Чим ближче наближається абсолютне значення до 1, тим зв'язок міцніший.

11.2. Статистична перевірка гіпотез

Перевірка **істотності відхилень** групових середніх здійснюється за допомогою критеріїв математичної статистики.

Вона ґрунтується на порівнянні $\eta^2 (\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2})$ з **критичним** (максимально можливим, яке може виникнути випадково при відсутності кореляційного зв'язку).

Якщо фактичне значення $\eta^2 > \eta_{kp}$ критичного, то зв'язок між результативною і факторною ознаками вважається істотним.



Якщо $\eta^2 < \eta_{кр}^2 \rightarrow$ наявність кореляційного зв'язку не доведена і

зв'язок вважається **неістотним**.

Критичне значення вибирають таким чином, щоб ймовірність отриманого значення η^2 більшого за критичний (за умови відсутності зв'язку між ознаками) була достатньо мала. Таку ймовірність називають **рівнем істотності α** .

Найчастіше в статистико-економічних дослідженнях застосовують такі рівні істотності, як $\alpha=0,05$ і $\alpha=0,01$.

Макет таблиці критичних значень η^2 для рівня істотності $\alpha=0,05$ подано в таблиці 11.6.

Таблиця 11.6.

**Критичні значення η^2 і коефіцієнта детермінації
для рівня істотності $\alpha=0,05$**

K_2	K_1 (міжгруппова дисперсія)								
Середня з групових дисперсій	1	2	3	4	5	6	8	10	20
...									
16	0,219	0,312	0,378	0,429	0,477	0,507	0,564	0,609	0,740
17	0,208	0,297	0,361	0,411	0,452	0,488	0,545	0,590	0,724
18	0,197	0,283	0,345	0,394	0,435	0,470	0,527	0,573	0,709
19	0,187	0,270	0,331	0,379	0,419	0,454	0,510	0,556	0,694
20	0,179	0,259	0,318	0,364	0,404	0,432	0,495	0,540	0,680
...									

Розподіл η^2 в цих таблицях залежить від числа ступенів вільності міжгруппової (K_1) і середньої з групових (K_2) дисперсій.

В аналітичному групуванні вони обчислюються так:

$$K_1 = m - 1, \quad (11.11)$$

$$K_2 = n - m, \quad (11.12)$$



де n - кількість елементів сукупності; m - кількість груп;

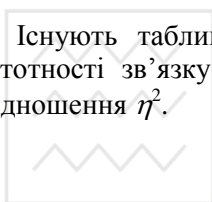
Критичне значення позначається $\eta_{1-\alpha}^2(K_1, K_2)$ [20 підприємств і 3 групи: $K_1=3-1=2$; $K_2=20-3=17$].

Критичне значення при цих ступенях вільності для рівня істотності $\alpha=0,05$ становить $\eta_{0,05}^2(2,17) = 0,297$. Тобто при відсутності зв'язку між ознаками тільки у 5 випадках із 100 η^2 перевищить 0,30 (якщо $\eta_{0,05}^2 > \eta_{\text{ед}}^2 \rightarrow$ істотний кореляційний зв'язок).

Для перевірки істотності зв'язку використовують також функціонально пов'язану з η^2 характеристику **F - критерію** (критерій Фішера), який обчислюється за формулами:

$$F = \frac{\eta^2 \cdot K_2}{1 - \eta^2 \cdot K_1}, \text{ або } F = \frac{\delta^2 \cdot K_2}{\sigma^2 \cdot K_1}.$$

Існують таблиці критичних значень F -критерію. Перевірку істотності зв'язку здійснюють аналогічно, як для кореляційного відношення η^2 .



водного господарства
та природокористування

ТЕМА 12. Індекси



Ключові питання:

1. *Визначення індексу і сфера його застосування*
2. *Класифікація індексів*
3. *Індекси індивідуальні і загальні*
4. *Середній арифметичний і середній гармонійний індекси*
5. *Ряди індексів з постійною і змінною базою порівняння*
6. *Індекси фіксованого і змінного складу*
7. *Індекси конкретних економічних явищ*
8. *Взаємозв'язок індексів*

12.1. Визначення індексу і сфера його застосування

Індекси представляють собою показники, які дозволяють аналізувати зміну явища у часі, просторі, а також оцінювати ступінь



виконання плану. В широкому розумінні "індекс" – це показник, проте в економічній статистиці він набуває специфічного значення.

Індекс – це особлива відносна величина, за допомогою якої можна вимірювати неспівставлені явища, а також проводити оцінку впливу окремих факторів, що формують складне соціально-економічне явище.

Більшість сукупностей, які мають місце в соціально-економічній статистиці, складаються з елементів, які підлягають сумуванню (динаміка посівних площ, заробітної плати тощо). Якщо в сукупностях елементи виступають у натурально-речовій формі, неможливо додавати до тонн бавовника тонни рису, нафти, заліза. Однак, виникає потреба знати узагальнену характеристику загального обсягу виробленої продукції, щоб виявити її динаміку. В цьому випадку використовують індекси фізичного обсягу виробленої (проданої) продукції.

Коли виникає потреба дати зведену характеристику зміни загального рівня цін розраховуються індекси цін. До загальних індексів відносяться індекси собівартості продукції, індекси продуктивності праці, індекси урожайності сільськогосподарських культур.

Таким чином, сфера застосування економічних індексів – це порівняльна характеристика сукупностей, що складаються з елементів, які неможливо додавати. В цьому випадку індекси виступають як показники динаміки.

Індекси можуть використовуватись також для порівняння фактичного стану з планом, і тоді вони виступають як **індекси виконання плану**. Індекси можуть застосовуватись також і для порівняння рівня виробництва, рівня цін, рівня продуктивності праці і урожайності в різних країнах або областях. Індекси, що обчислюються для просторового порівняння, називаються **територіальними індексами**.

12.2. Класифікація індексів

Індекси класифікуються за трьома ознаками: за характером досліджуваних об'єктів, що вивчаються; за ступенем охоплення елементів сукупності і за методикою розрахунку загальних індексів.



За характером досліджуваних об'єктів розділяють індекси об'ємних та індекси якісних показників.

До першої групи належать індекси фізичного обсягу промислової продукції, фізичного обсягу сільськогосподарської продукції, фізичного обсягу роздрібного товарообороту, національного доходу. В усіх цих індексах кількість оцінюється в однакових співставних цінах.

До другої групи індексів якісних показників відносяться індекси цін (роздрібних, оптових, відпускних), індекси собівартості виробленої продукції, індекси продуктивності праці (в промисловості і сільському господарстві), індекси урожайності. Всі ці індекси визначаються на базі незмінної кількості продукції.

З точки зору ступеню охоплення елементів сукупності індекси поділяють на загальні, групові і індивідуальні.

12.3. Індекси індивідуальні і загальні

Індивідуальний індекс - це результат порівняння двох показників, які відносяться до однорідного об'єкту (наприклад, цін певного товару, обсягів його реалізації, кількості виробленої продукції у звітному і базисному періодах). Так, для отримання індивідуального індекса цін (i_p) – необхідно ціну одиниці цього товару в звітному періоді – (P_1) – віднести до ціни цього товару у базисному періоді – (P_0). Тоді:

$$i_p = \frac{P_1}{P_0} \quad (12.1)$$

Загальні індекси виражають співвідношення між складними соціально-економічними явищами, які складаються або з неспівставлених елементів, або з окремих частин цих явищ. В першому випадку отримуємо загальний індекс, а в другому – груповий (субіндекс).

Загальні індекси позначаються буквою I, їх застосування є подальшим розвитком методу середніх величин.

Загальний або агрегатний індекс складається з: 1) індексуємої величини, тобто величини, зміна якої характеризується за допомогою індексу, характер зміни якої визначаємо і 2) вимірника, який називається вагою (часткою). Величину показника, що

приймається за вагу індексу, використовуємо для співвиміру безпосередньо неспівставлених величин. Для обчислення агрегатних індексів необхідно привести їх складові до співставлення. Наприклад, для оцінки зміни обсягу різнорідної продукції в двох порівнюваних періодах необхідно використовувати однакові ціни, а для оцінки зміни цін на групу товарів необхідно співставлявати однакові об'єми цих товарів.

Агрегатний індекс собівартості:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}, \quad (12.2)$$

де z – індексована величина (собівартість), q – вага (кількість продукції в поточному році).

Специфіка індексного методу полягає в приведенні елементів складного явища (індексуємих величин і ваги) до співставленого вигляду. **Вага (частка) береться однаковою в чисельнику і знаменнику.** Розглянемо загальний індекс цін, який визначається за формулою:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad (12.3)$$

З цієї формули видно, що індексуєма величина – ціна (p), а вагою виступає обсяг продукції звітного року (q_1). В чисельнику індексу – вартісний показник реального товарообігу звітного періоду, а в знаменнику – показник умовного товарообігу звітного періоду в цінах базисного періоду.

Різниця між знаменником і чисельником індексу цін означає суму економії (або перевитрат) покупців від зниження (або збільшення) цін.

На рівень цін конкретної групи товарів здійснюють вплив як індивідуальні ціни їх окремих видів товарів, так і обсяги їх продаж. Застосування розглянутої формули дозволяє визначити лише зміну індивідуальних цін, без врахування впливу обсягу продаж на середню зміну ціни.

Загальний індекс фізичного обсягу товарообігу має вигляд:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (12.4)$$



$$\text{або } I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \quad (12.5)$$

де індексуєма величина – кількість товарів у натуральному виразі, вагою виступають ціни. Його застосування дає можливість оцінити вплив фізичного обсягу продаж при збереженні цін незмінними.

В зведеному (загальному) **індексі вартості товарообігу** співставляються товарообіги звітного і базисного періодів:

$$I_{qp} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}, \quad (12.6)$$

За його допомогою можна визначити ступінь зміни товарообігу як в результаті зміни індивідуальних цін на товари, так і в результаті зміни фізичного обсягу їх продаж.

Приклад. Відомі дані про продаж овочів:

Таблиця 12.1.

Дані про продаж овочів на колгоспному ринку

Назва товару	Червень		Серпень	
	Ціна за 1 кг, грн.(p_0)	Обсяг про- дажу, ц (q_0)	Ціна за 1 кг, грн.(p_1)	Обсяг про- дажу, ц (q_1)
Огірки	2,6	141	1,2	210
Помідори	5,5	52	1,6	173
Морква	1,5	31	0,7	116

Для розрахунку індивідуальних індексів цін необхідно ціну 1 кг кожного товару в серпні віднести до ціни 1 кг цього ж товару в червні. Для огірків індивідуальний індекс цін складає:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{1,2}{2,6} = 0,461, \text{ або } 46,1\%.$$

Це означає, що ціна знизилась на 53,9% (100-46,1).

Індивідуальний індекс фізичного обсягу реалізації огірків:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{210}{141} = 1,49, \text{ або } 149\%.$$

Приріст фізичного приросту продажу огірків склав 49% (149-100).

Індекс вартості товарообігу огірків склав:



$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = \frac{1,2 \cdot 210}{2,6 \cdot 141} = \frac{252}{366,6} = 0,687, \text{ або } 68,7\%,$$

Тобто вартість товарообігу зменшилась на 31,3% (100-68,7).

Збільшення фізичного обсягу реалізації на 49% суттєво не вплинуло на величину товарообігу. Для оцінки середньої зміни цін на овочі обчислюємо загальний індекс цін:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1,2 \cdot 210 + 1,6 \cdot 173 + 0,7 \cdot 116}{2,6 \cdot 210 + 5,5 \cdot 173 + 1,5 \cdot 116} = \frac{610}{1671} = 0,365, \text{ або } 36,5\%$$

Цей результат означає, що ціни в середньому знизились на 63,5% (100-36,5). Розмір економії від зниження цін становить:

$$E = \sum p_0 q_1 - \sum p_1 q_1 = 1671 \cdot 100 - 610 \cdot 100 = 106100 \text{ грн.}$$

(чисельник і знаменник домножуємо на 100, тому що ціни вказані за 1 кг, а обсяг продажів – в центнерах).

Індекс фізичного обсягу реалізації для досліджуваної групи овочів:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{210 \cdot 2,6 + 173 \cdot 5,5 + 116 \cdot 1,5}{141 \cdot 2,6 + 52 \cdot 5,5 + 31 \cdot 1,5} = \frac{1671}{699} = 2,391, \text{ або } 239,1\%.$$

Фізичний обсяг реалізації овочів зріс в 2,391 рази (239,1/100), або на 139,1% (239,1-100).

Індекс вартості товарообігу складає:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{610}{699} = 0,873, \text{ або } 87,3\%.$$

Це означає, що в результаті зміни цін на окремі види товарів і обсягів продажу вартість товарообігу зменшилась на 12,7%, або на 69900-610000=8900 грн.

Методика побудови загального (агрегатного) індексу собівартості одиниці продукції (I_z), індексу фізичного обсягу продукції (I_q) і індексу затрат на виробництво (I_{zq}) аналогічно до попередньо розглянутих індексів:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \text{ — індекс собівартості одиниці продукції,} \quad (12.7)$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} \text{ — індекс фізичного обсягу,} \quad (12.8)$$



$$I_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} \text{ — індекс затрат на виробництво,} \quad (12.9)$$

де z_0 і z_1 – собівартість продукції базисного і звітного періодів, q_0 і q_1 – обсяг виробленої продукції в базисному і звітному періодах.

Дещо інакше будується індекс продуктивності праці, який представляє собою співвідношення між продуктивністю праці в звітному і базисному періодах, або виражений показниками затрат часу на одиницю продукції (трудомісткість).

В першому випадку індивідуальний індекс має вид:

$$i_w = \frac{w_1}{w_2} = \frac{q_1}{T_1} \div \frac{q_0}{T_0}, \quad (12.10)$$

де w – виробництво продукції за одиницю часу (виробіток); q – обсяг виробленої продукції, T – загальні затрати часу на цю продукцію.

Якщо виготовляється різноманітна продукція, цей індекс визначається за формулою:

$$i_w = \frac{q_1 p}{T_1} \div \frac{q_0 p}{T_0}, \quad (12.11)$$

де p – співставні (порівняльні) ціни.

У випадку, якщо продуктивність праці виражається показниками затрат праці на одиницю продукції, індивідуальний індекс продуктивності праці будується таким чином:

$$i_w = \frac{t_1}{t_0} = \frac{T_1}{q_1} \div \frac{T_0}{q_0}, \quad (12.12)$$

де t – затрати праці на одиницю продукції. Індивідуальні індекси продуктивності праці, обчислені двома способами, мають однакове значення:

$$\frac{q_1}{T_1} \div \frac{q_0}{T_0} = \frac{T_1}{q_1} \div \frac{T_0}{q_0}, \quad (12.13)$$

У відповідності з принципами побудови індивідуальних індексів будуються і **загальні індекси** продуктивності праці:

- по виробітку:



$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \div \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}, \quad (12.14)$$

- по затратах часу на одиницю продукції:

$$r_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}, \quad (12.15)$$

При побудові **загальних агрегатних індексів** дотримуються таких правил:

а) для індексів якісних показників (цін, собівартості, продуктивності праці, урожайності) вага приймається на рівні звітного періоду:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad (12.16)$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}; \quad (12.17)$$

$$I_q = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}; \quad (12.18)$$

$$I_y = \frac{\sum Y_1 \Pi_1}{\sum Y_0 \Pi_1}. \quad (12.19)$$

б) для індексів об'ємних показників (фізичний обсяг реалізації, обсяг виробленої продукції, посівна площа) – вага береться на рівні базисного періоду:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad (12.20)$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}; \quad (12.21)$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}; \quad (12.22)$$



$$I_{\pi} = \frac{\sum \pi_1 y_0}{\sum \pi_0 y_0}. \quad (12.23)$$

12.4. Середній арифметичний і середній гармонійний індекси

Загальний (агрегатний) індекс може бути перетворений у середній арифметичний і середній гармонійний індекси.

Середній арифметичний індекс фізичного обсягу реалізації може бути отриманий із агрегатного шляхом заміни q_1 на добуток $i_q \cdot q_0$. Ця можливість випливає із формули індивідуального індексу: $i_q = q_1 / q_0$.

Таким чином:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Цей зведений індекс представляє собою середню арифметичну із індивідуальних індексів, яка зважена по вартості продукції, або товарообігу звітного періоду.

Загальний середній арифметичний індекс фізичного обсягу реалізації застосовується в тому випадку, коли відомі індивідуальні індекси вартості товарообігу базисного періоду.

Приклад. Розрахувати індекс фізичного обсягу реалізації:

Таблиця 12.2.

Розрахунок індивідуальних індексів

Назва товару	Товарообіг, тис. грн.		Індивідуальні індекси	
	Базисного періоду $q_0 p_0$	Звітного періоду $q_1 p_1$	Фізичного обсягу реалізації i_q	Цін, i_p
А	1,2	1,3	0,96	0,83
Б	2,3	2,2	1,01	0,97
В	2,7	2,9	1,12	1,03

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,152 + 2,323 + 3,024}{1,2 + 2,3 + 2,7} = 1,048, \text{ або } 104,8\%.$$

Фізичний обсяг розглядаємої групи товарів зріс на 4,8%.

Середній арифметичний індекс цін формується на основі агрегатного шляхом заміни p_1 на рівне йому значення $i_p p_0$:



$$I_p = \frac{\sum i_p p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}, \quad (12.24)$$

Для отримання середнього гармонійного індексу, індексуєма величина в знаменнику агрегатного індексу замінюється індексуємою величиною іншого періоду, помножену на величину, обернену до індивідуального індексу. Так, у агрегатному індексі цін

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \text{ замінюється } p_0 \text{ на рівний йому добуток } p_1 \frac{1}{i_p} \text{ (на основі}$$

$i_p = \frac{p_1}{p_0}$), в результаті чого маємо:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1 q_1} - \text{середній гармонійний індекс цін.}$$

Цей індекс представляє собою середню гармонійну із індивідуальних індексів, яка зважена по вартості товарообігу поточного періоду.

12.5. Ряди індексів з постійною і змінною базою порівняння

В деяких задачах необхідно визначити зміну економічного явища за ряд послідовних періодів (місяців, років). В цьому випадку розраховуються індекси з постійною і змінною базою порівняння (базисні і ланцюгові). Вага загальних (агрегатних) базисних і ланцюгових індексів береться або постійною (однаковою для всіх індексів), або змінною, яка буде змінюватися від індексу до індексу.

Так, наприклад, **базисні індекси цін з постійною вагою** за три періоди мають вигляд (вид):

$$I_{pIII/I} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \quad (12.25)$$

$$I_{zIII/I} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_0 q_0}. \quad (12.26)$$

Ланцюгові індекси цін з постійною вагою мають вид:



$$I_{pII/I} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}; \quad (12.27)$$

$$I_{pIII/II} = \frac{\sum p_2 q_0}{\sum p_1 q_0}. \quad (12.28)$$

Базисні індекси із змінною вагою:

$$I_{pII/I} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad (12.29)$$

$$I_{pIII/II} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}. \quad (12.30)$$

Ланцюгові індекси із змінною вагою:

$$I_{pII/I} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \quad (12.31)$$

$$I_{pIII/II} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}. \quad (12.32)$$

Постійна вага використовується при побудові ланцюгових і базисних індексів фізичного обсягу продукції та інших об'ємних показників. Із змінною вагою обчислюються індекси якісних показників (ціни, собівартості тощо). Ланцюгові індекси можна перемножити і отримаємо відповідний базисний індекс. Із базисних індексів можна отримати ланцюгові шляхом ділення кожного наступного базисного індексу на попередній.

12.6. Індекси фіксованого і змінного складу. Індекс структурних зрушень (індекс середніх величин)

Середнє значення показника здійснюється під впливом як зміни значення ознаки, так і зміна ваги. Якщо в чисельнику і знаменнику загального індексу вага фіксується на рівні одного періоду, то він називається **індексом фіксованого складу**.

Індекс фіксованого складу визначається за формулою:



$$I_{p_{ф.с.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad (12.33)$$

Індекс змінного складу представляє співвідношення середніх рівнів досліджуваного явища. Якщо індекс постійного (фіксованого складу) показує середню зміну лише однієї індексуємої величини, то індекс змінного складу характеризує загальну зміну середньої як в результаті зміни індивідуальних значень індексуємої величини, так і в результаті зміни структури сукупності (ваги).

Індекс цін змінного складу визначається по формулі:

$$I_{p_{з.с.}} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}. \quad (12.34)$$

Аналогічно знаходиться і індекс собівартості змінного складу:

$$I_{z_{з.с.}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} \quad (12.35)$$

Для відображення впливу змін в структурі вивчаємої сукупності на динаміку вивчаємого явища визначається **індекс структури** (структурних зрушень), величина якого дорівнює частці від ділення індексу змінного складу на індекс постійного складу:

$$I_{стр.} = I_{с.з.} \div I_{ф.с.} \quad (12.37)$$

Приклад. За відомими даними необхідно обчислити вплив структурних зрушень на зміну середньої собівартості двох однотипних виробів:

Таблиця 12.3.

Дані про витрати та виробництво товарів

Назва товару	Собівартість, грн.		Вироблено, тис. грн.	
	Базисний період, z_0	Звітний період, z_1	Базисний період, q_0	Звітний період, q_1
1	2,3	2,1	91,5	137,8
2	1,9	2,1	170,3	101,6

Розрахуємо індекс собівартості **змінного складу**:



$$I_{z_{p/c}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{289,38 + 213,36}{239,4} \div \frac{210,45 + 323,57}{261,8} =$$

$$= \frac{502,74}{239,4} \div \frac{531,02}{261,8} = 2,1 \div 2,04 = 1,029$$

Під впливом зміни індивідуальних собівартостей і структурних зрушень у виробництві даних виробів середня собівартість збільшилася на 2,9% (102,9-100)

Індекс собівартості **фіксованого складу**:

$$I_{z_{\phi.c.}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{502,74}{316,94 + 193,09} = \frac{502,74}{509,98} = 0,986, \text{ або } 98,6\%$$

Під впливом зміни індивідуальних собівартостей середня собівартість знизилася на 1,4% (100-98,6).

Індекс структурних зрушень:

$$I_{z_{стр.}} = I_{z_{с.}} \div I_{z_{\phi.c.}} = 1,029 \div 0,986 = 1,044, \text{ або } 104,4\%.$$

Це означає, що внаслідок зміни структура виробленої продукції собівартість збільшилася на 4,4%.

Приклад. Необхідно оцінити вплив зміни структури посівних площ на зміну урожайності культур за такими даними.

Таблиця 12.4.

Дані про виробництво та собівартість зернових культур

Зернові культури	Собівартість, грн.		Вироблено, тис. грн.	
	Попередній рік	Поточний рік	Попередній рік	Поточний рік
Жито	2,6	7,5	28	20
Пшениця	7,4	2,5	20	20,5

Індекс урожайності **змінного складу**:

$$I_{y.z.c.} = \frac{\sum y_1 P_1}{\sum P_1} \div \frac{\sum y_0 P_0}{\sum P_0} = \frac{217,5 + 51,25}{7,5 + 2,5} \div \frac{72,8 + 148}{2,6 + 7,4} = 26,88 \div 22,08 = 1,217$$

Це означає, що в результаті росту урожайності зернових культур і зміни структури посівів урожайність зросла на 21,7%.

Індекс урожайності **фіксованого складу**:



$$I_{y.f.c.} = \frac{\sum Y_1 \Pi_1}{\sum Y_0 \Pi_1} = \frac{268,8}{210 + 50} = 1,034.$$

Індекс зміни структури:

$$I_{y.cnp.} = I_{y.z.c.} \div I_{y.f.c.} = 1,217 \div 1,034 = 1,177, \text{ або } 117,7\%.$$

Це означає, що внаслідок зміни структури посівів жита і пшениці урожайність зросла на 17,7%.

12.7. Індекси конкретних економічних явищ

До індексів конкретних економічних явищ, крім індексів фізичного обсягу продукції, цін, собівартості, відноситься також **індекс продуктивності праці**.

Індекс продуктивності праці може бути побудований двома способами:

- 1) по виробництву продукції за одиницю часу (за виробіком)
- 2) за затратами часу на одиницю продукції.

I. За виробітком:

індивідуальний індекс продуктивності праці –

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1}{T_1} \div \frac{q_0}{T_0}, \quad (12.38)$$

де q_1 і q_0 – кількість виробленої продукції; T_1 і T_0 – час, витрачений на виробництво продукції.

Загальний індекс продуктивності праці:

$$I_w = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \div \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0}, \quad (12.39)$$

II. За затратами праці:

індивідуальний індекс –

$$i_w = \frac{t_0}{t_1} = \frac{T_0}{q_0} \div \frac{T_1}{q_1}, \quad (12.40)$$

де t – затрати часу на одиницю продукції.

Величини діляться в оберненому порядку, тому що між продуктивністю праці і затратами часу на одиницю існує обернений зв'язок.

Зведений індекс:



$$I_w = \frac{\sum T_0 q_1}{\sum T_1 q_1}, \quad (12.41)$$

12.8. Взаємозв'язок індексів

Взаємозв'язок індексів конкретних економічних явищ обумовлені взаємозв'язками відображаємих ними явищ. Так, **товарообіг** (pq) є добутком ціни (p) на кількість реалізованої продукції (q). Звідси

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q \text{ та } I_{pq} = I_p \cdot I_q, \quad (12.42)$$

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (12.43)$$

Аналогічно

$$i_{zq} = i_z \cdot i_q \text{ та } I_{zq} = I_z \cdot I_q, \quad (12.44)$$

тобто індекс витрат на виробництво може бути отриманий як добуток індекса собівартості на індекс фізичного обсягу виробленої продукції.

Індекс валового збору сільськогосподарських культур (I_{yn}) можна отримати через індекс урожайності (I_y) та індекс посівних площ (I_n):

$$I_{yn} = I_y \cdot I_n; \quad \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_0} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum y_0 \Pi_1} \cdot \frac{\sum \Pi_1}{\sum \Pi_0} \quad (12.45)$$

Взаємозв'язок економічних індексів дозволяє здійснювати оцінку ролі окремих факторів у зміні досліджуваного явища.

Добуток індексу фізичного обсягу продукції на індекс оптових цін дорівнює індексу вартості продукції.

Індекс продуктивності праці, помножений на індекс загальних витрат робочого часу, дорівнює індексу фізичного обсягу продукції:

$$I_w \cdot I_T = I_q; \quad \left(\frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} \div \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0} \right) \times \frac{\sum T_1}{\sum T_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} \quad (12.46)$$

Отже, використовуючи взаємозв'язок індексів, можна отримати одні індекси на основі інших.



Так, якщо товарообіг по групі товарів зріс в 1,2 рази, а ціни знизилися в середньому на 10%, то фізичний обсяг товарообігу зріс на 33% ($1,2:0,9=1,33$).

Або ріст товарообігу на 20% здійснився за рахунок збільшення його фізичного обсягу на 33% і зниження цін на 10%.

Приклад. Відомі такі дані

Таблиця 12.5

Позначення	Показник	Базисний період	Звітний період	Індивідуальний індекс
q	Обсяг виробленої продукції, млн. грн.	3,0	3,2	1,067 (3,2:3,0)
T	Чисельність робітників, чол.	1800	1830	1,017
W	Продуктивність праці, грн.	1667	1749	1,049

Взаємозв'язок між наведеними у таблиці факторами має вигляд:

$$q = w \cdot T$$

Обсяг виробленої продукції (q) зріс на

$$\Delta = 3,2 - 3,0 = 0,2 \text{ млн. грн., або на } 6,7\% \left(\frac{0,2}{3,0} \times 100 \right)$$

Це відбулося як в наслідок зміни чисельності робітників, так і продуктивності праці.

В результаті збільшення чисельності робітників при колишньому рівні продуктивності праці обсяг виробленої продукції зріс на 1,7%, тобто на:

$$\Delta q_T = T_1 w_0 - T_0 w_0 = w_0 (T_1 - T_0) = w_0 \Delta T = 1667(1830 - 1800) = 50000 \text{ грн., або } 0,05 \text{ млн. грн.}$$

В результаті підвищення продуктивності праці при колишньому рівні чисельності робітників обсяг виробленої продукції зріс на 4,9%, або на

$$\begin{aligned} \Delta q_w &= T_1 w_1 - T_1 w_0 = T_1 (w_1 - w_0) = T_1 \Delta w \\ &= 1830 \cdot (1749 - 1667) = 0,15 \text{ млн. грн.} \end{aligned}$$

Сума впливу двох факторів на зміну обсягу виробленої продукції (0,05+0,15) співпадає з загальним відхиленням обсягу у звітному періоді порівняно з базисним (3,2-3,0).



3. ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1. Теоретичні засади статистики як науки. Характеристика сутності і системи статистики



Практичне заняття 1. Предмет і метод статистики

Питання, які розглядаються на занятті:

1. В яких значеннях може використовуватися термін “статистика” ?
2. До якого періоду відноситься становлення статистики як науки ?
3. Що є предметом статистики як суспільної науки ?
4. Які науки є теоретичною основою статистики ?
5. В чому полягає зв'язок статистики, з одного боку, та політичної економії, планування, обліку, економічного аналізу - з іншого ?
6. Основні завдання статистики.
7. Що являється універсальним методом статистики як науки ?
8. Якими специфічними методами та прийомами володіє статистика ?
9. Назвіть галузі статистичної науки. Дайте їх коротку характеристику.
10. В чому полягає єдність системи обліку і які види обліку входять в цю систему ?
11. Дайте характеристику організаційної структури органів статистики в Україні.
12. Які відмінності в організації статистики в Україні та її організації в інших країнах ?



Практичне заняття 2. Статистичне спостереження

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Які основні етапи статистичного спостереження ?



2. В чому полягає суть та завдання статистичного спостереження ?

3. Які використовуються найважливіші організаційні форми статистичного спостереження ? Яка з них на Україні є основною ? Які існують види звітності ?

4. Як статистичні спостереження класифікують за часом реєстрації ?

5. Які Ви знаєте види статистичного спостереження за повнотою охоплення одиниць сукупності ?

6. Несуцільне спостереження і його види.

7. Класифікація статистичного спостереження за способом реєстрації даних.

8. Що складає програмно-методологічну частину плану статистичного спостереження ?

9. Що таке об'єкт, одиниця спостереження, одиниця сукупності?

10. Програма спостереження. Правила її складання.

11. Що входить в організаційну частину плану статистичного спостереження ?

12. Що таке критичний момент, об'єктивний і суб'єктивний час ?

13. Які бувають види помилок статистичного спостереження ? В чому їх відмінності та особливості ?

14. В чому суть арифметичного і логічного контролю матеріалів спостереження ?



Практичне заняття 3.

Зведення і групування статистичних даних

3.1. Питання, які розглядаються на занятті:

1. В чому полягає суть другого етапу статистичного дослідження ?

2. Що таке зведення та які його види ?

3. Групування як основний елемент зведення ?

4. Що таке групувальні ознаки ? Які існують їх види ?

5. Наведіть приклад групування за кількісною ознакою.

6. Наведіть приклад групування за якісною ознакою.

7. Які групування називають структурними та аналітичними ? Наведіть приклади.



8. Що являють собою відкриті і закриті, рівні і нерівні інтервали?

9. Як визначити величину інтервалу при створенні груп з рівними інтервалами?

10. Яке групування називається вторинним і в яких випадках виникає необхідність його використання?

11. Які способи отримання нових груп на основі вже існуючих?

3.2. Контрольні вправи :

Вправа №1

Визначити, до яких групувальних ознак належать:

– види виробленої продукції промислових підприємств (чавун, прокат);

– товарообіг магазину;

– вік людини, соціальне походження, кількість дітей у сім'ї, освіта;

– чисельність робітників дільниці, заробітна плата робітників;

– розмір посівної площі колгоспу, урожайність;

– встановлений термін навчання у ВУЗі;

– сімейний стан.

Вправа №2

Відомі такі дані про роботу 24 заводів однієї з галузей промисловості (табл. 1).

Таблиця 1.

Номер п/п	Середньорічна вартість ОВФ, млн. грн.	Середньорічна кількість робітників, чол.	Виробництво продукції, млн. грн.	Виконання плану, %
1	3,0	360	3,2	103,1
2	7,0	380	9,6	120,0
3	2,0	220	1,5	109,5
4	3,9	460	4,2	104,5
5	3,3	395	6,4	104,8
6	2,8	280	2,8	94,3
7	6,5	580	9,4	108,1
8	6,6	200	11,9	125,0
9	2,0	270	2,5	101,4
10	4,7	340	3,5	102,4
11	2,7	200	2,3	108,5
12	3,3	250	1,3	102,1



Закінчення таблиці 1

13	3,0	310	1,4	112,7
14	3,1	410	3,0	92,0
15	3,1	635	2,5	108,0
16	3,5	400	7,9	111,1
17	3,1	310	3,6	96,6
18	5,6	450	8,0	114,1
19	3,5	300	2,5	108,0
20	4,0	350	2,8	107,0
21	1,0	330	1,6	100,7
22	7,0	260	12,9	118,0
23	4,5	435	5,6	111,9
24	4,9	505	4,4	104,7
Разом:	94,1	8630	114,8	-

Необхідно виконати такі розрахунки :

1. Побудувати ряд розподілу заводів за розміром основних фондів, утворивши 5 груп.
2. За кожною групою визначити:
 - кількість заводів;
 - вартість ОВФ;
 - питому вагу групи в % до підсумку.
3. Зробити висновки.

Розв'язок

$$h = (7,0 - 1,0) / 5 = 1,2$$

№	Групи заводів за ОВФ, млн. грн	Заводи		ОВФ		Чисельність роб-ків		Валова продукція	
		к-сть	%	млн. грн.	%	чол.	%	млн. грн.	%
1	1,0-2,2	3	12,5	5,0	5,3	820	9,5	5,6	4,8
2	2,2-3,4	9	37,5	27,4	29,1	3150	36,5	26,5	23,1
3	3,4-4,6	5	20,8	19,4	20,6	1945	22,5	23,0	20,1
4	4,6-5,8	3	12,5	15,2	16,2	1295	15,0	15,9	13,9
5	5,8-7,0	4	16,7	27,1	28,8	1420	16,5	43,8	38,1
Разом		24	100	94,1	100	8630	100	114,8	100

Вправа №3

Відомі дані про розподіл фермерських господарств за кількістю дворів (домогосподарств) (табл. 2.):



(вторинне групування) Таблиця 2

1-ий район			2-ий район		
Номер п/п	Групи господарств за кількістю дворів	в % до підсумку	Номер п/п	Групи господарств за кількістю дворів	в % до підсумку
1	до 100	4,3	1	До 50	1,0
2	100-200	18,4	2	50-70	1,0
3	200-300	19,5	3	70-100	2,0
4	300-500	28,1	4	100-150	10,0
5	Більше 500	29,7	5	150-250	18,0
			6	250-400	21,0
			7	400-500	23,0
			8	Більше 500	24,0

Необхідно провести перегрупування господарств 2-го району, утворивши 5 груп з такими ж інтервалами, як і в 1-у районі.

Результати вторинного групування оформити у вигляді таблиці.

Розв'язок

№	Групи господарств за кількістю дворів	Питома вага господарств, %		Примітка
		1 район	2 район	
1	До 100	4,3	4,0	1+1+2
2	100-200	18,4	19,0	$10+50/100*18=19$
3	200-300	19,5	16,0	$9+50/150*21=16$
4	300-500	28,1	37,0	$14+100/100*23=37$
5	>500	29,7	24,0	24
	Разом	100	100	-



Практичне заняття 4. Статистичні показники

ЗАНЯТТЯ 1. Абсолютні та відносні величини

Питання, які розглядаються на занятті

1. Які показники називаються узагальнюючими ? Види узагальнюючих показників.
2. Що характеризують абсолютні величини ? Види абсолютних величин.
3. Назвіть одиниці вимірювання абсолютних величин.



4. В чому суть обліку в натуральному, умовно-натуральному, трудовому і вартісному виразі ?

5. Які величини в статистиці називаються відносними ?

6. В яких одиницях вимірювання можуть виражатися відносні величини ?

7. Які є види відносних величин ?

8. Дайте визначення відносних величин виконання плану, планового завдання, структури, інтенсивності, координації, порівняння, динаміки. Наведіть приклади.

9. Який взаємозв'язок між відносними величинами планового завдання, виконання плану і динаміки ?

Контрольні справи :

Вправа № 1

За даними табл. 1 про віковий склад населення регіону обчислити відносні величини, які б характеризували :

1. Динаміку чисельності населення;
2. Його структуру за віком у кожному році і структурні зрушення.

Співвідношення працездатного населення з чисельністю допрацездатного і старшого від працездатного віку.

Таблиця 1

Вікова група, років	1998	2008
0-14	192,4	211,6
15-59	469,9	586,8
60 і старше	77,7	163,6
РАЗОМ:	740	962

Розв'язок

Вікова група, років	Відносні величини					
	динаміки	структури		структурних зрушень	координації	
		1985	2005		1985	2005
0 -14	110,0	26,0	22,0	-4,0	40,9	36,1
15-59	124,9	63,5	61,0	-2,5	100	100
60 і старше	210,6	10,5	17,5	+6,5	16,5	27,9
Разом	130,0	100	100	0	-	-



Вправа №2

Планом на 2008 р. передбачено зниження собівартості виробу А на 1,5 гр. од. при рівні собівартості 75,0 гр. од. Фактично в 2008 р. собівартість цього виробу складала 73,44 гр. од.

Визначити: відносну величину виконання плану по зниженню собівартості виробу А в 1998 р.

Розв'язок

$$X_{\text{пл}} = 1,5 \text{ грн}; X_{\text{ф}} = 75,0 - 73,44 = 1,56 \text{ грн};$$

$$\text{ВВВП} = 1,56 / 1,5 * 100 = 104,0\%$$

Вправа №3

Приріст випуску продукції галузі за планом повинен був скласти 7,5 % Фактично ріст випуску продукції склав 109,5%

Визначити: відносну величину виконання плану галуззю по випуску продукції.

Розв'язок

$$X_{\text{пл}} = 1 + 0,075 = 1,075; X_{\text{ф}} = 1,095;$$

$$\text{ВВВП} = 1,095 / 1,075 * 100 = 101,9\%$$

Вправа №4

Відомі такі дані по району:

кількість дітей які народились за рік складає 1701 чол.;

середньорічна чисельність населення - 94980 чол.

Визначити: відносну величину інтенсивності, яка характеризує народжуваність дітей.

Розв'язок

$$\text{ВВІ} = 1701 / 94980 * 1000 = 18 \text{ пром.}$$

На 1000 чоловік населення 18 немовлят.

Тестові завдання:

1. Абсолютні величини можуть виражатися в одиницях вимірювання: а) кілограмах, метрах, штуках, тонах, гектарах; б) коефіцієнтах, відсотках, проміле. Відносні величини виражаються в одиницях вимірювання: в) кілограмах, метрах, штуках, тонах, гектарах; г) коефіцієнтах, відсотках, проміле.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

2. Відносні величини виконання плану визначаються як: а) відношення планового завдання на майбутній період до фактично



досягнутого рівня, який є базовим для плану; б) відношення фактично досягнутого рівня до планового завдання за цей же період часу. Відносні величини планового завдання визначається як: в) відношення планового завдання на майбутній період до фактично досягнутого рівня, який є базовим для плану; г) відношення фактично досягнутого рівня до планового завдання за цей же період часу.

Відповіді: 1) а, в; 2) б, в 3) а, г; 4) б, г.

3. а) Посівні площі в регіоні у 2007 році в порівнянні з 2006 роком зменшились на 34,9 тис. га; б) капітальні вкладення в житлове будівництво у 2007 році по відношенню до 1997 року склали 65%; в) обидві відповіді правильні. Вкажіть відносні величини динаміки.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) - .

4. а) Чисельність чоловіків до всього населення області на 01.01.2008 року склала 46,4%; б) кількість жінок на цю ж дату була більшою від кількості чоловіків на 36 тис. чоловік; в) обидві відповіді правильні. Вказати відносні величини структури.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -.

5. а) На 01.01.2008 року питома вага корів в поголів'ї великої рогатої худоби в господарстві склала 71,1 %; б) у господарстві на кожні 100 корів приходить 20 телят у віці до 1 року; в) обидві відповіді правильні. Вказати відносні величини координації.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -.

6. а) На 1000 робітників заводу припадає 126 інженерно-технічних працівників та службовців; б) у 2007 році на 1000 чоловік регіону припадало 9 чоловік померлих; в) обидві відповіді правильні. Вказати відносні величини інтенсивності.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -.

7. а) У 2005 році в Угорщині було випущено 41,1 млн. пар шкіряного взуття, в Україні – 85,4; б) у 2007 році смертність населення в Болгарії склала порівняно зі смертністю в Польщі 113%; в) обидві відповіді правильні. Вказати відносні величини порівняння.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -.

8. Планом передбачалось підвищення продуктивності праці на 5%, фактично вона підвищилась на 3%.

Визначити виконання плану з росту продуктивності праці.



Відповіді: 1) 101,9%; 2) 167%; 3) 60%; 4) 98,1%.

9. Врожайність цукрового буряка у 2006 році у господарстві склала 250 ц/га. Планом на 2007 рік передбачалось зібрати 275 ц/га, фактично зібрано 300 ц/га.

Визначити відносну величину планового завдання.

Відповіді: 1) 120%; 2) 83,3%; 3) 90,9%; 4) 110%.

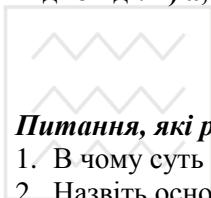
10. Випущено продукції (тис. грн.)

Номер підприємства	I квартал 2007 року	II квартал 2007 року
1	5	7
2	20	21
Разом	25	28

Відносні величини динаміки: а) 4,00 і 3,00; б) 1,40; 1,05 і 1,12.

Відносні величини структури: в) 0,20; 0,80 і 0,25; 0,75; г) 0,71; 0,95 і 0,89.

Відповіді: 1) а, в; 2) б, в; 3) а, г; 4) б, г.



ЗАНЯТТЯ 2: Середні величини.

Національний університет
водного господарства

Питання, які розглядаються на занятті:

1. В чому суть середньої величини як статистичного показника?
2. Назвіть основні види середніх величин.
3. Середня арифметична. Її види та основні властивості.
4. Середня гармонійна, її види. В яких випадках використовують середню гармонійну?
5. Що являють собою середні: геометрична, квадратична, хронологічна?
6. Як обчислюється середня арифметична інтервального ряду?
7. Придумайте та розв'яжіть задачі на визначення середньої ціни, середнього процента виконання плану, середньої питомої ваги бракованої продукції по заводу.
8. Що таке мода та медіана?
9. Визначення моди і медіани в дискретному та інтервальному рядах розподілу.

Контрольні вправи:

Вправа №1

Урожайність і посівна площа зернових господарства характеризується такими даними:



Культура	Урожайність, ц/га	Посівна площа, га
Пшениця	26,4	1020
Жито	14,2	210
Ячмінь	15,6	170

Визначити середню урожайність зернових культур по господарству.

Розв'язок

Частота	Варіанта
1020	26,4
210	14,2
170	15,6

$$Y \times S = B_3;$$



Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i};$$

$$\bar{x} = \frac{26,4 \times 1020 + 14,2 \times 210 + 15,6 \times 170}{1020 + 210 + 170} = 23,20.$$

Вправа №2

Обчислити середній процент виконання плану обсягу реалізації продукції трьох заводів разом за таких умов:

Завод	Фактичний обсяг реалізації, млн. гр. од.	Виконання плану, %
1	620	103
2	480	98,6
3	860	101,0

Розв'язок

$$\bar{x}_{пл} = \frac{x_1}{BBBП} \times 100\%;$$

$$BBBП = \frac{x_1}{x_{пл}} \times 100\%;$$

$$x_{пл} = \frac{x_1}{BBBП};$$



$$\bar{x} = \frac{\sum \omega_i}{\sum \frac{\omega_i}{x_i}} = \frac{620 + 480 + 800}{\frac{620}{1,03} + \frac{480}{0,99} + \frac{800}{1,01}} = 1,01 \quad \text{або} \quad 101\%.$$

Вправа 3.

Витрати виробництва та собівартість одиниці продукції однакового типу по 3-х заводах характеризується такими даними:

№ заводу	Витрати виробництва, млн. грн.	Собівартість одиниці продукції
1	200	20,5
2	460	23,6
3	110	22,0

Визначити середню собівартість продукції.

Розв'язок

$$\frac{B}{C} = Q : \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\omega_i}{x_i}} = \frac{200 + 460 + 110}{\frac{200}{20,5} + \frac{460}{23,6} + \frac{110}{22}} = \frac{770}{34,24} = 22,5 (\text{грн/год});$$

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2. Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників



Практичне заняття 5.

Показники варіації та характеристики форм розподілу

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Що таке варіація і від чого залежать її розміри.
2. Перерахуйте та охарактеризуйте абсолютні показники варіації. Як вони обчислюються.
3. В яких одиницях виміру виражаються абсолютні показники варіації.
4. Охарактеризуйте відносні показники варіації. Одиниці виміру відносних показників варіації.
5. Основні властивості дисперсії.



6. Спрощений метод визначення дисперсії.

7. Дисперсія альтернативної ознаки.

8. Що показує міжгрупова і внутрішньогрупова дисперсія? За якими формулами вони визначаються?

9. В чому полягає правило додавання дисперсій і яке його практичне використання?

Контрольні вправи:

Вправа №1

Вік робітників однієї бригади будівельників становить 28, 30, 31, 46, 47, 48, 50 років.

Визначити:

- розмах варіації в коефіцієнт осциляції;
- середнє лінійне відхилення і лінійний коефіцієнт варіації.

Розв'язок

$$R = x_{\max} - x_{\min}; \quad V_R = \frac{R}{x};$$

$$R = 50 - 28 = 22; \quad V_R = \frac{22}{40} = 0,55 \quad \text{або} \quad 55\%;$$

$$\bar{a} = \frac{\Sigma(x - \bar{x})}{n} = \frac{12 + 10 + 9 + 6 + 7 + 8 + 10}{7} = 9 \text{ р.};$$

$$V_a = \frac{\bar{a}}{x} \times 100 = \frac{9}{40} \times 100 = 22,5\%;$$

В середньому вік кожного члена бригади коливався в межах ± 9 років від середньої величини.

Вправа №2

Відомі дані про продуктивність праці 50-ти робітників.

Вироблено продукції за зміну, шт.	Число робітників
8	7
9	10
10	15
11	12
12	6
РАЗОМ:	50

Визначити: середнє лінійне відхилення, лінійний коефіцієнт



Розв'язок

$$V_a = \frac{\alpha}{\bar{x}} \times 100; \quad \bar{a} = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f};$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{56 + 90 + 150 + 132 + 72}{50} = 10(\text{ум.});$$

$$\bar{a} = \frac{14 + 10 + 0 + 12 + 12}{50} = \frac{48}{50} = 0,96;$$

$$V_a = \frac{0,96}{10} \times 100 = 9,6\%;$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{74}{50} = 1,48; \quad \sigma = 1,22(\text{ум.});$$

$$V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}} = \frac{12,2}{10} = 12,2\%;$$

Вправа №3

Відомі дані про трудомісткість виготовлення деталей.

Затрати часу на виготовлення 1 деталі, хв.	До 5	5-7	7-9	9-11	РАЗОМ:
Кількість виготовлених деталей	20	65	10	5	100

Визначити: дисперсію традиційним та спрощеним методом

Розв'язок

Затрати часу, хв.	f	x	$x \cdot f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$x^2 \cdot f^2$	x^2	$(x - \bar{x})^2 f$
До 5								
5 – 7	20	4	80	-2	16	320	4	80
7 – 9	65	6	390	0	36	2340	0	0
9 – 11	10	8	80	2	64	640	4	40
	5	10	50	4	100	500	16	80
Разом	100		600			3800		200

Розраховуємо дисперсію традиційним та спрощеним методом



$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f};$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_0} = \frac{600}{100} = 6 \text{ хв.} - \text{середні затрати}$$

часу для виготовлення 1-ї деталі.

$$\sigma^2 = \frac{200}{100} = 2; \quad \sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x})^2;$$

$$\bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{\sum f} = \frac{3800}{100} = 38;$$

$$\sigma^2 = 38 - 36 = 2$$

Вправа №4

Розподіл посівної площі господарства за врожайністю пшениці подано в таблиці:

Урожай- ність ц/га	Господар- ство, га	x	$x \cdot f$	S	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 f$
14 – 16	100	15	1500	100	-3,4	11,56	1156
16 – 18	300	17	5100	400	-1,4	1,96	588
18 – 20	400	19	7600	800	0,6	0,36	144
20 - 22	200	21	4200	1000	2,6	6,76	1352
Разом	1000		18400				3240

Визначити:

- 1) Моду і медіану урожайності.
- 2) Коефіцієнт варіації, асиметрії і експесу.

Розв'язок

$$M_0 = x_{M_0} + h \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})};$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f} = \frac{18400}{1000} = 18,4 (\text{ц/га});$$

$$M_0 = 18 + 2 \frac{400 - 300}{(400 - 300) + (400 - 200)} = 18,67 \approx 19 (\text{ц/га});$$



$$M_e = x_{Me} + h \frac{\frac{\Sigma f}{f_{Me}} - S_{M_{e-1}}}{f_{Me}} = 18 + 2 \frac{500 - 400}{400} = 18,5 (\text{ц/га});$$

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100; \quad \sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{\bar{x}})^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{3240}{1000} = 3,24; \quad \sigma = 1,8;$$

$$A_3 = \frac{M_3}{\sigma^3}; \quad \mu_3 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^3 f}{\Sigma f}; \quad V_\sigma = \frac{1,8}{18} \times 100 = 10;$$

1. Середня урожайність по господарствах – 18, 4 ц/га. На найбільшій кількості площ врожайність – 18,7 ц/га.

2. З половини площ зібрано менше, ніж 18,5 ц/га, з половини – більше 18,5 ц/га.

$$E = \frac{M_4}{\sigma^4}; \quad M_4 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^4 f}{\Sigma f} = 25;$$

$$E = \frac{25}{3,4^2} = 2,16 - \text{коефіцієнт експесу.}$$

Вправа №5

Відомі дані про годинну продуктивність праці ткачів 2-х бригад:

Бригада 4 станка		Бригада 3 станка	
Табельний №	Вир. тканин за 1 год.	Табельний №	Вир. тканин за 1 год.
1	18	1	13
2	19	2	14
3	22	3	15
4	20	4	16
5	24	5	17
6	23	6	17
Разом			

Визначити:

1) Групові середні та дисперсії продуктивності праці по кожній бригаді.

2) Міжгрупову дисперсію.

3) Загальну дисперсію за правилом додавання.

Розв'язок

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{18 + 19 + 22 + 20 + 24 + 23}{6} = 21 (\text{м/год});$$



$$\sigma_1^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{9+4+1+1+9+4}{6} = 4,7;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{13+14+15+16+17+15}{6} = 15(\text{м/год});$$

$$\sigma_2^2 = \frac{4+1+0+1+4+0}{6} = 1,7;$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\Sigma \sigma_i^2 f}{\Sigma f} = \frac{4,7 \times 6 + 1,7 \times 6}{12} = 3,2;$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x})^2 f}{\Sigma f} = \frac{(21-18)^2 \times 6 + (15-18)^2 \times 6}{12} = 9;$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f}{\Sigma f} = \frac{21 \times 6 + 15 \times 6}{12} = 18(\text{м/год});$$

$$\sigma^2 = (\bar{\sigma})^2 + \sigma^2 = 3,2 + 9 = 12,2.$$

Вправа №6.

Відомі дані про розподіл робітників цеху за розрядом та годинною продуктивністю праці.

Визначити: коефіцієнт детермінації та кореляційне відношення і визначити ступінь зв'язку між цими ознаками.

Розв'язок

Розряд	Продуктивність праці шт./год.			
	8	9	10	11
1	7	3	4	0
2	6	4	3	0
3	5	2	4	0
4	0	2	7	4
5	0	0	9	11
6	0	0	11	12

По кожній з груп треба визначити середнє значення продуктивності праці (2-ї ознаки) і її дисперсію по кожній з 6-ти груп за розрядом.

$$y = \frac{\Sigma y \cdot f}{\Sigma f}; \quad \sigma^2 = \frac{\Sigma (y - \bar{y})^2 f}{\Sigma f};$$



$$\bar{y}_1 = \frac{8 \times 7 + 9 \times 3 + 10 \times 4 + 0}{7 + 3 + 4} = 9(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{(8-9)^2 \times 7 + (9-9)^2 \times 3 + (10-9)^2 \times 4 + (11-9)^2 \times 0}{7 + 3 + 4} = 0,79;$$

$$\bar{y}_2 = \frac{8 \times 6 + 9 \times 4 + 10 \times 3 + 11 \times 0}{6 + 4 + 3} \approx 9(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{6 + 0 + 3 + 0}{6 + 4 + 3} \approx 0,69;$$

$$\bar{y}_3 = \frac{8 \times 5 + 9 \times 2 + 10 \times 4 + 0}{5 + 2 + 4} \approx 9(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{5 + 0 + 4 + 0}{11} \approx 0,82;$$

$$\bar{y}_4 = \frac{8 \times 0 + 9 \times 2 + 10 \times 7 + 11 \times 4}{2 + 7 + 4} \approx 10(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{0 + 2 + 0 + 4}{13} \approx 0,46;$$

$$\bar{y}_5 = \frac{10 \times 9 + 11 \times 11}{20} \approx 11(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{0 + 0 + 9 + 0}{20} \approx 0,45;$$

$$\bar{y}_6 = \frac{10 \times 11 + 11 \times 12}{23} \approx 11(um / год);$$

$$\sigma^2 = \frac{0 + 0 + 11 + 0}{23} \approx 0,48.$$

2. Знайдемо середню з групових дисперсій:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma \cdot f_i}{\sum f}; \quad \sum f_i = \sum f_{ji};$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{0,79 + 14 + 0,69 + 13 + 0,82 \times 11 + 0,46 \times 13 + 0,45 \times 20 + 0,48 \times 23}{14 + 13 + 11 + 13 + 20 + 23} = 0,59.$$

3. Розраховуємо міжгрупову дисперсію:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (\bar{y}_j - \bar{y})^2 \cdot f_i}{\sum f_j}; \quad \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i \times f_i}{\sum f_i};$$



$$\bar{y} = \frac{9 \times 14 + 9 \times 13 + 9 \times 11 + 10 \times 13 + 11 \times 20 + 11 \times 23}{14 + 13 + 11 + 13 + 20 + 23} = 10(\text{um / год});$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{14 + 13 + 11 + 0 + 20 + (11 - 10)^2 \times 23}{94} = 0,86;$$

4. Визначити загальну дисперсію:

$$\sigma^2 = \sigma^2 + \bar{\sigma}^2 = 0,86 + 0,59 = 1,45.$$

5. Визначити коефіцієнт дисперсії:

$$\Delta = \frac{\sigma^2}{S^2} = \frac{0,86}{1,45} \approx 0,59.$$

6. Обчислюємо кореляційне відношення:

$$\eta = \sqrt{\Delta}; \quad \eta = \sqrt{0,59} = 0,77.$$

Це означає, що годинна продуктивність праці цеху на 77% залежить від розряду робітників, тобто від їх кваліфікації і на 23% від інших факторів.

Вправа №7

Відомі дані про розподіл робітників підприємства за стажем:

Стаж роботи, роки	До 5	5-10	10-15	15-20	20-25	Більше 25	Разом:
К-сть робітників	35	30	10	11	9	5	100

Визначити: середній стаж роботи робітників підприємства.

Розв'язок

Стаж, роки	Кількість робітників, чол..	x	$\bar{x}$
До 5	35	2,5	87,5
5-10	30	7,5	22,5
10-15	10	12,5	125
15-20	11	17,5	192,5
20-25	9	22,5	202,5
> 25	5	27,5	137,5
Разом		100	970



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}; \quad x = \frac{970}{100} = 9,7 \approx 10 \text{ років}.$$

Вправа №8

Розподіл проданого взуття за розмірами має такі значення:

1. Розмір взуття	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45 і >
2. Кількість пар, % до підсумку	-	1	6	8	22	30	20	11	1	1

Визначити моду.

Задача №9

Розподіл підприємств за чисельністю промислово-виробничого персоналу характеризується такими показниками:

Групи підприємств по кількості робітників, осіб	Кількість підприємств	Групи підприємств по кількості робітників, осіб	Кількість підприємств
100-200	1	500-600	19
200-300	3	600-700	15
300-400	7	700-800	5
400-500	30	РАЗОМ:	80

Визначити моду.

Розв'язок

$$M_0 = x_{M_0} + h \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} = 400 + 100 \frac{30-7}{(30-7) + (30-19)} = 400 + 100 \frac{23}{23+11} = 468 \text{ (чол.)}$$

Найбільша кількість підприємств має чисельність персоналу 468 чол.

Вправа №10

Стаж п'яти робітників складає: 2, 4, 7, 8, 10 років.

Визначити медіану.

Вправа №11

В бригаді шість робітників стаж роботи яких відповідно складає:

**Визначити медіану.****Вправа №12**

Відомі дані про кількість та заробітну плату робітників магазину.

Місячна з/пл, гр. од.	Число робітників, осіб	Сума накопичених частот
1	2	3
200	2	2
300	6	8
320	12	20
370	16	-
400	4	-
РАЗОМ:	40	-

Визначити медіану заробітної плати робітників.Розв'язок:

Медіана – 320 гр. од.

У половини підприємств робітники мають зарплату вище 320 гр. од., а у іншої - до 320 гр. од.

Вправа №13

Визначити медіану в інтервальному варіаційному ряду.

Групи підприємств по кількості робітників, осіб	Число підприємств	Сума накопичених частот
100-200	1	1
200-300	3	4
300-400	7	11
400-500	30	41
500-600	19	-
600-700	15	-
700-800	5	-
РАЗОМ:	80	-

Розв'язок:

$$M_e = x_{Me} + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{M_e-1}}{f_{m_e}} = 400 + 100 \frac{40 - 11}{30} = 496 (\text{гр. од.}).$$



Половина підприємств має більше 394 осіб, а половина менше 394 осіб.

Вправа №14.

Відомі дані про обстеження потоку покупців за день роботи універмагу:

Години роботи	Кількість покупців у %	Накопичена частота, S	Середина інтервалу
До 11	8	8	10
11-13	11	19	12
13-15	13	32	14
15-17	17	49	16
17-19	31	80	18
Після 19	20	100	20
Разом:	100	-	-

Визначити: середню, моду та медіану, встановити характер розподілу.

$$M_0 = 17 + 2 \frac{31 - 17}{(31 - 17) + (31 - 20)} = 18 \text{ год } 6 \text{ хв.}$$

$$M_e = 17 + 2 \frac{50 - 49}{31} = 17 \text{ (год)};$$

$$\bar{x} = \frac{80 + 228 + 448 + 784 + 1440 + 2000}{100} = 16 \text{ год } 15 \text{ хв.}$$

В середньому покупці приходять в 16 год. 15 хв. Половина приходить до 17:00, а половина – після 17:00 год.

$$\bar{x} < M_0 < M_e.$$

Характер розподілу – лівосторонній, оскільки в другій половині дня більшість покупців завершують робочий день.



Практичне заняття 6.

Аналіз інтенсивності динаміки

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Які існують види і типи рядів динаміки ? Які їх властивості і в чому полягає їх відмінність.
2. Які основні вимоги до побудови рядів динаміки ?



3. Які існують методи аналізу динамічних рядів? В чому їх суть?
4. Які основні показники використовуються для аналізу динамічних рядів?
5. Як обчислюються середні рівні моментного та інтервального рядів?
6. Як обчислюються: абсолютний приріст, темп росту, темп приросту, абсолютне значення одного процента приросту?
7. Як обчислюються середні показники аналізу рядів динаміки (середній рівень ряду, середній абсолютний приріст, середній темп росту, середній темп приросту)?
8. Які Ви знаєте методи перетворення динамічних рядів?

Контрольні вправи :**Вправа № 1**

Відомі дані про валовий збір овочів за 5-ть років.:

Роки	Валовий збір, тис.т.
2003	7,6
2004	9,1
2005	7,8
2006	8,4
2007	9,6

Визначити: середній рівень даного ряду.

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}; \quad \bar{y} = \frac{7,6 + 9,1 + 7,8 + 8,4 + 9,6}{5} = 8,5 (\text{тис.} / \text{т.});$$

В середньому щороку валовий збір становить 8,5 тис. т.

Вправа №2.

Відомі дані про товарні запаси у роздрібній мережі.

Визначити: величину середньо квадратичного запасу:

1.01 – 64,1 млн. грн.

1.04 – 57,8 млн. грн.

1.07 – 60,0 млн. грн.

1.10 – 63,2 млн. грн.

31.12 – 72,3 млн. грн.

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2} y_n}{n-1};$$
$$\bar{y} = \frac{\frac{64,1}{2} + 57,8 + 60 + 63,2 + \frac{72,3}{2}}{4} = 62,3 (\text{млн. грн.}).$$

Середньо квартальна величина запасу становить 62,3 млн. грн..

Вправа №3.

За січень відбулися такі зміни в списковому складі робітників



Складало по списку	1.01 – 842 чол.
Вибуло	5.01 – 4 чол.
Прийнято	12.01 – 5 чол. 26.01 – 2 чол.

Визначити середньоспискову чисельність робітників за січень

1.01 - 5.01	842	4 дні
5.01 - 12.01	838	7 днів
12.01 - 26.01	843	14 днів
26.01 - 31.01	845	6 днів

$$\bar{y} = \frac{\sum y \times t}{\sum t} = \frac{842 \times 4 + 838 \times 7 + 843 \times 14 + 845 \times 6}{31} = 842;$$

Вправа №4.

Випуск продукції підприємством по кварталах року характеризується такими даними:

1-й квартал – збільшився на 5%;

2-й квартал – зменшився на 3,5% (порівняно з 1-м кварталом);

3-й квартал - зменшився на 1% (порівняно з 2-м кварталом);

4-й квартал - зменшився на 2,5% (порівняно з 3-м кварталом);

Розрахувати: на скільки відсотків в середньому змінювався випуск продукції по кварталах року.

Розв'язок

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100; \quad \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_{p1} \times T_{p2} \dots T_{pn}};$$

$$\bar{T}_p = \sqrt[4]{1,05 \times 1,035 \times 0,99 \times 1,025} \approx 1,02 \quad \text{або} \quad 102\%;$$

Вправа №5.

Планом технологічного розвитку на 2008 – 2013 р.р., передбачено збільшення виробництва продукції у співставних цінах в 1,3 рази. Необхідно визначити на скільки процентів має збільшуватись випуск продукції щороку.

Розв'язок



$$T_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} = \sqrt[4]{1,3} = 1,07 \quad \text{або} \quad 7\%.$$

Вправа №6

Продукція промисловості України у порівняльних цінах характеризується такими даними за 5-ть років (млн. грн.):

2003р. – 1400; 2006р. – 1440;

2004р. – 1620; 2007р. – 1320.

2005р. – 1540;

Визначити:

- 1) Абсолютні прирости (ланцюгові і базові).
- 2) Темпи росту (ланцюгові і базові).
- 3) Темпи приросту (ланцюгові і базові).
- 4) Абсолютне значення 1% приросту.
- 5) Середні характеристики динаміки ряду.

Розв'язок

№	Показники	2003	2004	2005	2006	2007
1	Випуск продукції, млн. грн.	1400	1620	1540	1440	1320
2	Абсолютний приріст					
	млн.. грн..					
	ланцюговий	-	220	-80	-100	-120
	базовий	-	220	140	40	-80
3	Темп росту, %					
	ланцюговий	-	115,7	95,1	93,5	91,7
	базовий	-	115,7	110	102,9	94,3
4	Темп приросту,					
	ланцюговий	-	+15,7	-4,9	-6,5	-8,3
	базовий	-	+15,7	10	2,9	-5,7
5	Абсолютне значення 1% приросту, млн. грн.	-	14	16,2	15,4	14,4

Розв'язок

$$\Delta y = y_s - y_{s-1}; \quad \Delta y = y_s - y_0;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{7320}{5} = 1464 \text{ (млн.грн.)};$$

$$\Delta \bar{y} = \frac{1320 - 1400}{4} = \frac{-80}{4} = 20 \text{ (млн.грн.)};$$



$$\bar{T}_p = n \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} = 4 \sqrt[4]{\frac{1320}{1400}} = \sqrt[4]{0,943} = 0,985;$$

$$\bar{T}_{np} = \bar{T} - 100 = 98,5 - 100 = -1,5\%.$$

В середньому за досліджувану п'ятирічку випуск промислової продукції скорочувався з року в рік на 20 млн. грн. або на 15%.

Тестові завдання

1. Ряд динаміки характеризує: а) структуру сукупності за будь-якою ознакою; б) зміну характеристики сукупності у часі. Рівень ряду динаміки це: в) певне значення варіюючої ознаки у сукупності; г) величина показника на визначену дату чи за визначений період.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

2. Моментним рядом динаміки є: а) питома вага міського населення у загальній чисельності населення на початок кожного року; б) кількість побудованих квартир по роках.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) -.

3. Інтервальним рядом динаміки є: а) розподіл робітників за затратами праці на одну деталь; б) продуктивність праці на промисловому підприємстві за кожен місяць року.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) -.

4. Середній рівень інтервального ряду динаміки визначається як: 1) середня арифметична; 2) середня гармонійна; 3) середня хронологічна; 4) середня геометрична.

Відповіді: 1; 2; 3; 4.

5. Середній рівень ряду динаміки обраховується як середня арифметична проста у наступних рядах динаміки: а) виробництво електроенергії по роках; б) залишки основних будівельних матеріалів на початок кожного місяця.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) -.

6. Чисельність робітників цеху на початок кожного місяця склала:

I	II	III	IV	V	VI	VII
280	284	280	300	302	304	320

Визначити середньомісячну чисельність робітників у цеху на перше півріччя.

Відповіді: 1) 345; 2) 295; 3) 201,5; 4) 291,6.



Практичне заняття 7.

Аналіз тенденції розвитку

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Метод ступінчастих середніх.
2. Метод плинних середніх.
3. Метод аналітичного вирівнювання динамічних рядів.

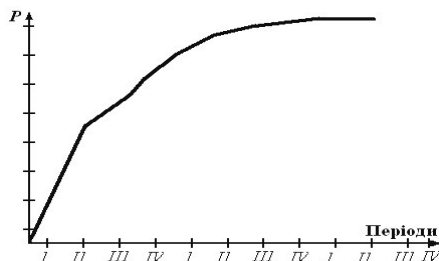
Вправа №1

Відомі дані про комісійну торгівлю продуктами в співставних цінах на ринку міста (тис. грн.).

Вирівняти динаміку ряду методами ступінчастих та плинних середніх, результати зобразити графічно.

Розв'язок

Період		Значення тис. грн..	Метод ступінчастих середніх	Метод плинних середніх
2003	1	247	313	---
	2	298		304
	3	366		335
	4	341		376
2004	1	420	428	401
	2	441		438
	3	453		431
	4	399		426
2005	1	426	454	425
	2	449		452
	3	482		464
	4	460		----





Відомі дані про випуск продукції промисловості в співставних цінах (млн. грн.). Вирівняти ряд по прямій, зробити прогноз на 2009 р., підтвердити достовірність прогнозу і межі прогнозу з ймовірністю 0,999.

Розв'язок

Роки	Випуск продукції, тис. грн.	t	yt	t^2	y_t	$y - y_t$	$(y - y_t)^2$
1999	221	-4	-884	16	219	2	4
2000	235	-3	-705	9	247	-6	36
2001	272	-2	-544	4	263	9	81
2002	285	-1	-285	1	285	0	0
2003	304	0	0	0	307	-3	9
2004	320	1	320	1	329	-9	81
2005	360	2	720	4	351	9	81
2006	371	3	1113	9	373	-2	4
2007	395	4	1580	16	395	0	0
Разом:	2763		1315	60	2763		296

$$y = a_0 + a_1 \cdot t; \quad \sum t = 0;$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{t} = 307 \text{ (тис.. грн.)};$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{1315}{60} = 22 \text{ (тис.. грн.)};$$

$$y = 307 + 22 \cdot t;$$

$$y = 307 + 22 \cdot 6 = 439.$$

При збереженні існуючої тенденції розрахунку випуск продукції легкої промисловості в 2009 році становитиме 439 тис. грн.

Для оцінки достовірності прогнозу слід оцінити на скільки фактичні значення ряду відрізняються від теоретичних. Для цього розраховуємо дисперсію (σ^2).

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - y_t)^2}{n} = \frac{296}{9} = 32,9; \quad \sigma = 5,7;$$



$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{a_0} \times 100; \quad V_{\sigma} = \frac{5,7}{307} \times 100 = 1,86\% .$$

В менше 33%, отже, прогноз і тренд достовірний.

Середньоквадратичне відхилення показує середні відхилення прогнозованих значень.

Визначаємо граничні межі прогнозу з ймовірністю 0,954.

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n}} = 5,7; \quad t = 2;$$
$$439 \pm 2 \cdot 5,7;$$
$$439 \pm 11,4 .$$

З ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що обсяг випуску продукції легкої промисловості в 2009 році становитиме від 427,6 тис. грн. до 450,4 тис. грн.

Вправа №3

Відомі дані про середню кількість працюючих в колективі. Визначити індекс сезонності 2 способами та зробити висновки.

Місяць року	2005	2006	2007
$\bar{y}$	349	333	330
1	280	260	257
2	275	265	268
3	293	273	285
4	352	295	327
5	355	360	339
6	370	385	396
7	385	380	370
8	389	369	357
9	400	393	380
10	420	397	378
11	365	330	321
12	300	293	287
Разом:	4184	4000	3965



Розв'язок

Місяць року	$\bar{y}$	$I_c, \%$	2005	2006	2007
1	266	78,9	80,2	78,1	77,9
2	269	79,8	78,8	79,6	81,2
3	284	84,3	83,9	82,0	86,3
4	325	96,4	100,8	88,6	99,0
5	351	104,2	101,7	108,1	102,7
6	384	113,9	106,0	115,6	120,0
7	378	112,2	110,3	114,1	112,1
8	372	110,4	111,5	110,8	108,2
9	391	116,0	114,6	118,0	115,2
10	398	118,1	120,3	119,2	114,5
11	339	100,6	104,6	99,0	97,3
12	293	86,9	185,9	88,0	87,0

$$\bar{y} = \frac{280 + 260 + 257}{3} = 266 ; \quad \bar{y}_{2003} = \frac{4184}{12} = 349;$$
$$\bar{y}_p = \frac{4184 + 4000 + 3965}{36} = 337 \text{ (чол.)}; \quad \bar{y}_{2005} = 333; \quad \bar{y}_{2006} = 330;$$
$$I = \frac{266}{337} \times 100 = 78,9.$$

Аналіз сезонності показує, що протягом зимових місяців спискова чисельність працівників в господарстві в середньому менша за середньорічну на 15 – 20%, а в літньо – осінній період більша на 10 – 18%.

Вправа №4

Споживання продуктів харчування характеризується даними (л на 1 душу населення).

Роки	Олія	t	at	t^2	a_t	$y - y_t$	$(y - y_t)^2$
1	11,6	-3	-34,8	9	11,6	-0,27	0,0729
2	11,2	-1	-11,2	1	11,33	0,14	0,0196
3	10,6	1	10,6	1	11,79	-0,19	0,0361
4	10,0	3	30,0	9	10,52	-0,52	0,2704
	43,40	0	-5,4	20			

Вирівняти ряд за прямою, спрогнозувати споживання на 5 років і підтвердити достовірність прогнозу.



$$y = a_0 + a_1 t;$$

$$a_1 = \frac{\sum at}{\sum t^2} = \frac{-5,4}{20} = -0,27;$$

$$y = 10,85 - 0,27 \times 5 = 9,5; \quad \bar{y} = a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{43,4}{4} = 10,85.$$

При збереженні існуючої тенденції споживання олії на 5 рік становитиме 9,5 л.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - y_t)^2}{n} = \frac{0,399}{4} = 0,099; \quad \sigma = 0,32;$$

$$V_s = \frac{\sigma}{y} \times 100 = \frac{0,32}{10,85} \times 100 = 2,9\%.$$

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3. *Методики розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів*



Практичне заняття 10. **Статистичні методи аналізу кореляційних зв'язків**

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Що таке кореляційний зв'язок і його відмінності від функціонального? Наведіть приклади.
2. Які існують види зв'язку за напрямом? Наведіть приклади.
3. Який зв'язок називається прямолінійним і криволінійним? Як вони виражаються математично.
4. Які методи використовуються для встановлення і вимірювання зв'язку між явищами? В чому полягає їх суть?
5. Які задачі вирішує кореляційний аналіз?
6. Система яких нормальних рівнянь вирішується методом найменших квадратів для знаходження параметрів лінійного кореляційного управління?
7. Як знаходиться лінійний коефіцієнт кореляції, індекс кореляції? В яких випадках вони використовуються?
8. Яких значень може набувати коефіцієнт кореляції, індекс кореляції?
9. Які задачі вирішуються за допомогою множинної кореляції?



10. За допомогою яких показників визначають тісноту зв'язку для множинної кореляції?

11. Як визначається коефіцієнт кореляції знаків і коефіцієнт кореляції рангів?

12. В яких випадках використовують коефіцієнт асоціації і коефіцієнт взаємної спряженості? Як вони визначаються?

Контрольні вправи:

Вправа №1.

Відомі такі дані по 10-ти підприємствах:

Номер підприємства	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Енергоозброєність праці 1 – го працівника, Квт	2	5	3	7	2	6	4	9	8	4
Випуск продукції на 1 працівника, тис. гр. од.	3	6	4	6	4	8	6	9	9	5

Залежність між енергоозброєністю праці і продуктивністю праці - лінійна і виражається рівнянням прямої.

$$y_x = a_0 + a_1 x$$

Визначити:

1. Параметри лінійного рівняння регресії.
2. Наскільки в середньому збільшиться виробіток при збільшенні енергоозброєності праці на одиницю.
3. Оцінити тісноту зв'язку між ознаками.
4. Графічно відобразити емпіричну і теоретичну залежність.

Розв'язок

№ підприємства	Енергоозброєність праці 1-го працівника, кВт	Випуск продукції 1 працівника тис. грн.
1	2	3
2	5	6
3	3	4



4	7	6
5	2	4
6	6	8
7	4	6
8	9	9
9	8	9
10	4	5

x	y	xy	x^2	y_x	$y_x - y$	$(y - \bar{y})^2$
1	3	6	4	3,6	5,76	9
2	6	30	25	6	0	0
3	4	12	9	4,4	2,56	4
4	6	42	49	7,6	2,56	0
5	4	8	4	3,6	5,76	4
6	8	48	36	6,8	0,64	4
7	6	24	16	5,2	0,64	0
8	9	81	81	9,2	10,24	9
9	9	72	64	8,4	5,76	9
10	5	20	16	5,2	0,61	1
50	60	343	304	60	34,56	40

$$y_x = a_0 + a_1 x; \quad a_1 = \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x} - (\bar{x})^2}; \quad a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x};$$

$$\bar{x}\bar{y} = \frac{343}{10} = 34,3; \quad \bar{x}^2 = 30,4;$$

$$a_1 = \frac{34,3 - 5 \cdot 6}{30,4 - 5^2} = 0,8 \text{ тис. грн.. / кВт};$$

$$a_0 = 6 - 0,8 \cdot 5 = 2 \text{ тис. грн..};$$

$$y_x = 2 + 0,8x; \quad x = \frac{50}{10} = 5; \quad \bar{y} = \frac{60}{10} = 6.$$

При збільшенні енергоозброєності на 1 кВт, продуктивність праці зросте на 800 грн.



При нульовій енергоозброєності продуктивність праці становитиме 2000 грн.

Перевіримо тісноту зв'язку за допомогою кореляційного відношення.

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum (y_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}; \quad y_x = a_0 + a_1 x = 2 + 0,8x;$$

$$\eta = \sqrt{\frac{34,56}{40}} = 0,93; \quad R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = 1 - \frac{5,76}{40} = 0,93;$$

$$r = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}} = \frac{43}{\sqrt{54 \cdot 40}} = 0,93.$$

$y - y_x^2$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
0,36	3	$-3 \cdot (-3) = 9$
0	0	$0 \cdot 0 = 0$
0,16	4	$-2 \cdot (-2) = 4$
2,56	4	$2 \cdot 0 = 0$
0,16	9	$-3 \cdot (-2) = 6$
1,44	1	$1 \cdot 2 = 2$
0,64	1	$-1 \cdot 0 = 0$
0,04	16	$4 \cdot 3 = 12$
0,36	9	$3 \cdot 3 = 9$
0,04	1	$-1 \cdot (-1) = 1$

Зв'язок між ознаками дуже тісний і лінійний, зв'язок прямий, бо $r > 0$.

Підтвердити істотність зв'язку при допустимому F – критерію, при рівні значимості $\alpha = 0,05$.

$$F = \frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \times \frac{K_2}{K_1} = \frac{0,86}{1 - 0,86} \times \frac{7}{2} = 21,5;$$

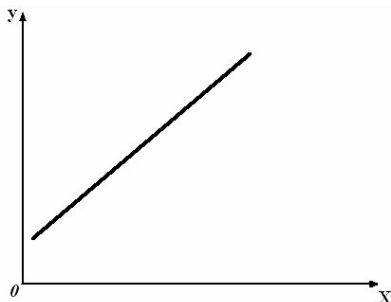
Кількість ступенів вільності $m = 3$.



$$K_2 = n - m - 10 - 3 = 7;$$

$$K_1 = m - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Зв'язок істотний. Це означає, що лише в 5-ти випадках зі 100 співпадання коливань у факторних і результативних ознаках є випадковими.



Вправа №2

По господарству відомі дані про внесення добрив у ґрунт та урожайність на 60 ділянках. Встановити тісноту зв'язку між урожайністю і ступенем внесення добрив за допомогою коефіцієнта асоціації та контингенції.

Ступінь внесення добрив	Урожайність	
	Низька	Висока
Високий	6 c	28 d
Низький	16 a	10 b

$$h = \frac{ad - bc}{cd + bc} = \frac{60 - 448}{60 + 448} = +0,79;$$

$$K = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+d)(a+c)(c+d)}} = \frac{448 - 60}{\sqrt{26 \times 38 \times 22 \times 34}} = \frac{388}{860} = 0,45 > 0,3.$$

Отже зв'язок прямий.



Практичне заняття 9. Вибіркове спостереження

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Що таке вибіркове спостереження ? Які причини вимушеної появи помилок при вибіркового спостереженні ?
2. Що розуміється під генеральною і вибірковою сукупністю ? Їх позначення.
3. Що таке генеральна і вибірка середня ? Як вони позначаються.
4. Генеральна і вибірка частка. Їх визначення і позначення.
5. Перерахуйте та охарактеризуйте основні види відбору.
6. Схеми відбору, їх коротка характеристика.
7. Які помилки виникають при вибіркового спостереженні ?
8. Як визначається середня помилка вибірки для середньої і частки при різних видах відбору при повторному та безповторному відборі ?
9. Що таке коефіцієнт довіри і від чого залежить його величина?
10. За якими формулами визначається максимальна помилка вибірки для середньої і частки при повторному та безповторному відборі ?
11. Коли і як виникає питання про визначення необхідної величини вибірки ?
12. За якими формулами визначається необхідна величина вибірки при повторному та безповторному відборі ?
13. Наведіть приклади використання статистичного спостереження в українській статистиці.

Контрольні вправи:

Вправа №1.

Методом випадкового повторення вибірки було взято для перевірки на вагу 200 шт. деталей. В результаті була встановлена середня вага деталей – 30 г., при середньоквадратичному відхиленні – 4 г. З ймовірністю 0,954 необхідно визначити, в яких межах коливається середня вага для генеральної сукупності.



Розв'язок:

$$\Delta \bar{x} = t \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \times \sqrt{\frac{16}{200}} = 0,57 \text{ (г.)};$$

σ^2 - середньоквадратичне відхилення;

$$\bar{x} = 30 \pm 0,57; \quad 29,43 \leq x \leq 30,57.$$

Висновок: середня вага деталі коливається в межах від 29,43 до 30,57 г.

Вправа №2

Вміст жиру у 15 партіях молока був таким:

Вміст жиру у %	Кількість партій
2,8	3
2,9	4
3,0	5
3,4	3

На основі цих даних обчислити:

- 1) Середній вміст жиру в молоці.
- 2) Середньоквадратичне відхилення і дисперсію вмісту жиру.
- 3) З ймовірністю 0,954 граничну помилку вибірки та інтервал, в якому знаходиться середній вміст жиру в молоці.

Розв'язок:

- 1) Знаходимо середній вміст жиру в молоці.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2,8 \times 3 + 2,9 \times 4 + 3 \times 5 + 3,4 \times 3}{15} = 3,0\%.$$

- 2) Визначаємо дисперсію.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{(-0,2) \times 3 + 0,1^2 \times 3 + 0,1^2 \times 4 + 0,4^2 \times 3}{15} = \frac{0,02 + 0,03 + 0,04 + 0,48}{15} = 0,04.$$

$$\sigma = 0,2;$$

- 3) Формула для вибіркової середньої:

$$\Delta \bar{x} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \sqrt{\frac{0,04}{15}} = 0,1\%;$$

$$2,9 \leq \bar{x} \leq 3,1.$$



Отже, жирність молока коливається від 2,9% до 3,1%.

Вправа №3.

В районі мешкає 2500 сімей. Для визначення середньої кількості дітей в сім'ї була проведена 2% без повторна вибірка сімей. В результаті обстеження отримали такі дані.

Кількість дітей в сім'ї	Кількість сімей
0	10
1	20
2	12
3	4
4	2
5 і більше	2

Необхідно з ймовірністю 0,997 **визначити** межі, в яких знаходиться середня кількість дітей в сім'ї по району.

Розв'язок:

Середня сукупність дітей по вибірковій сукупності:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{0 \times 10 + 1 \times 20 + 2 \times 12 + 3 \times 4 + 4 \times 2 + 5 \times 2}{50} = \frac{84}{50} = 1,5 \text{ (дітей);}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{\sum f} = \frac{(-1,5)^2 \times 10 + (-0,5)^2 \times 20 + 0,5^2 \times 12 + 1,5^2 \times 4 + 2,5^2 \times 2 + 3,5^2 \times 2}{50} = 1,53;$$

Визначаємо граничну помилку для середньої.

$$\Delta \bar{x} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} - (1 - \frac{n}{N})} = 3 \sqrt{\frac{1,53}{50} (1 - 0,02)} = 0,5;$$

Тоді середня кількість дітей буде коливатися $1 \leq \bar{x} \leq 2$.

Вправа №4

Для встановлення частки стандарту кавунів взято 10 проб по 60 кг. із 10 автомобілів вантажопідйомністю 5 т кожний. Виявлено, що стандарт за формою і розмірами було 80%. Визначити з ймовірністю 0,954 границі в яких знаходиться частка стандартної продукції всієї партії кавунів.

Розв'язок:

1) Беремо граничну помилку для частки при безповоротному відборі.



$$\Delta\omega = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

$$\omega = 0,8;$$

$$n = 600 \text{ кг}$$

$$N = 5000 \times 10 = 50000 \text{ кг}$$

$$t = 2; \quad \Delta\omega = 2\sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{600}\left(1 - \frac{600}{50000}\right)} = 0,03 \text{ або } 3\%;$$

2) Частка стандарту кавунів в машинах коливається від 77% до 83%.

$$77 \leq P \leq 83.$$

Вправа №5.

При вибіркового спостереженні 3% виробів з партії готової продукції одержані такі дані про вміст вологи у виробках:

% вмісту вологи	Кількість виробів	Середина інтервалу
До 15	8	14
15 – 17	23	16
17 – 19	35	18
19 – 21	20	20
21 - 23	13	22

Визначити:

- 1) Середній % вологості у вибірці.
- 2) Дисперсію вологості.
- 3) З ймовірністю 0,997 граничну помилку вибірки для середньої вологості всієї партії виробів.
- 4) З ймовірністю 0,954 – межі, в яких коливається частка стандарту продукції з вологоємністю до 15%.

Розв'язок:

$$\bar{x} = \frac{22 \times 13 + 20 \times 20 + 18 \times 35 + 16 \times 23 + 14 \times 8}{99} = 18\%;$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{16 \times 18 + 4 \times 23 + 0 + 80 + 16 \times 13}{99} = \frac{508}{99} = 5\%;$$



$$\Delta \bar{x} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} - (1 - \frac{n}{N})} = 3 \sqrt{\frac{5}{99} - (0,03)} = 0,66;$$

$17,34 \leq \bar{x} \leq 18,66\%$ - коливається середня вологість виробів.

$$\omega = \frac{n}{N} = \frac{8 + 23 + 35}{99} = 0,67;$$

$$\Delta \omega = t \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n} (1 - \frac{n}{N})} = 2 \sqrt{\frac{0,67 \cdot (1-0,67)}{99} \cdot (1-0,03)} = 0,09$$

або 9 %;

Частка в стандартній вибірці – 0,67%.

Частка стандарту продукції у всій партії коливається від 58% до 76%.

Вправа №6

Визначити, скільки потрібно відібрати магазинів типу «Продтовари» для того, щоб розрахувати середньорічну кількість покупців на 1 магазин при граничній помилці вибірки 99,7%, щоб гранична помилка репрезентативності була не більше 25 чол., при середньому квадратичному відхиленні рівному 75 покупців.

$$n = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta_{\bar{x}}^2} = \frac{75^2 \times 9}{25^2} = 3^2 \times 9 = 81;$$

$$\sigma = 75; \quad t = 3; \quad \Delta \bar{x} = 25.$$

Отже, 81 – магазин потрібно відібрати, щоб провести спостереження з заданою точністю.

Вправа №7

З 12000 сімей робітників, службовців та селян треба відібрати сім'ї для вибіркового обстеження середньої кількості членів сім'ї з точністю 99,7%, граничною помилкою вибірки 0,5 чол. та дисперсією, що складала, згідно з попередніми дослідженнями 10.

Розв'язок:

$$n = \frac{\sigma^2 t^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}; \quad n = \frac{\sigma^2 t^2 N}{\Delta_{\bar{x}}^2 N + \sigma^2 t^2} = \frac{10 \times 9 \times 12000}{0,25 \times 12000 + 10 \times 9} = 350;$$

$$\sigma^2 = 10; \quad t = 3; \quad \Delta_{\bar{x}} = 0,5; \quad N = 12000.$$

350 – сімей потрібно відібрати для вибіркового спостереження.



Вправа №8

На основу вибіркового спостереження з 600 робітників однієї з галузей промисловості встановлено, що питома вага жінок складає 40% робітників. Визначити з якою ймовірністю можна стверджувати що при визначенні частки жінок, зайнятих в цій галузі допущена помилка, яка не перевищує 5%.

$$n = \frac{\omega \cdot (1 - \omega) \cdot t^2}{\Delta^2_{\omega}}; \quad t = \sqrt{\frac{n \Delta^2_{\omega}}{\omega(1 - \omega)}} = 2,5.$$

Тестові завдання:

1. Суть вибіркового спостереження полягає в тому, що досліджується деяка частина сукупності з метою отримання узагальнюючих показників: а) по сукупності, що досліджується; б) по всій генеральній сукупності. При формуванні вибіркової сукупності дотримання принципу випадковості відбору: в) обов'язкове; г) не обов'язкове.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

2. а) Проведено хронометраж роботи робітників бригади з метою визначення затрат часу цими робітниками на виготовлення деталі. б) Проведено обстеження робітників двох бригад цеху (всього бригад у цеху 26) з метою визначення втрат робочого часу у цеху. Вибірковим спостереженням є: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) - ;

Відповіді: 1; 2; 3; 4.

3. При вибіркового спостереженні рівня освіти металургів виявилось, що 60% з них має середню і середню спеціальну освіту. Помилка вибірки при $t=2$ дорівнює 4%. На основі цього можна стверджувати, що частка металургів із середньою спеціальною освітою з ймовірністю 0,954: 1) 64%; 2) більше 64%; 3) менше 56%; 4) не менше 56% і не більше 64%.

Відповіді: 1; 2; 3; 4.

4. За якою формулою визначається гранична помилка вибіркової середньої при випадковому повторному відборі:

$$1) \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}; 2) \sqrt{\frac{pq}{n}}; 3) t \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}; 4) t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}.$$

Відповіді: 1; 2; 3; 4.



5. За якою формулою визначається гранична помилка вибірки для середньої при типовому безповторному відборі:

1) $t\sqrt{\frac{\delta^2}{s}}$; 2) $t\sqrt{\frac{\delta^2}{s}\left(1-\frac{s}{S}\right)}$; 3) $t\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$; 4) $t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$;

Відповіді: 1; 2; 3; 4.

6. За даними вибіркового обстеження 30 підприємств (20%-ий відбір) середня тривалість обороту дебіторської заборгованості 70 днів при середньоквадратичному відхиленні 10 днів. Визначити граничну похибку вибірки для середньої тривалості обороту з ймовірністю 0,954.

Відповіді: 1) 3,26; 2) 1,63; 3) 3,64; 4) 3,33.



Практичне заняття 10.

Індекси

Питання, які розглядаються на занятті:

1. Що називається індексом? Які задачі вирішуються за допомогою індексів?
2. Які індекси називаються індивідуальними, загальними і як вони будуються?
3. Що називається індексованою величиною? Вагою?
4. Поясніть логіку побудови індексів якісних показників на прикладі індексу цін.
5. Поясніть логіку побудови індексів кількісних показників на прикладі індексу фізичного обсягу продукції.
6. Як обчислюються базисні та ланцюгові індекси? Який існує між ними зв'язок?
7. Що таке система взаємопов'язаних індексів? В яких випадках її використовують?
8. Який взаємозв'язок індексів цін, фізичного обсягу продукції і товарообігу.
9. Який взаємозв'язок індексів собівартості, фізичного обсягу і витрат виробництва?
10. Як визначити за допомогою індексів вплив факторів на зміну досліджуваного складного явища?



11. Що називається індексами фіксованого і змінного складу, структурних зрушень? Який між ними взаємозв'язок?
12. Поясніть логіку побудови індексу цін змінного складу?
13. Як обчислюється індекс структурних зрушень?

Контрольні справи:

Вправа №1

Про зміни в реалізації верхнього одягу в комерційному магазині за 2 місяці свідчать дані таблиці.

Вид товару	Ціна, грн.		Кількість реалізованого товару	
	Баз. рік	Звіт. рік	Баз. рік	Звіт. рік
Чоловіче пальто	622	730	50	60
Жіноче пальто	826	1038	45	30

Визначити:

- 1) Загальні індекси цін фізичного обсягу та товарообороту.
- 2) Показати взаємозв'язок загальних індексів.
- 3) Обчислити абсолютний приріст товарообороту в цілому і за рахунок кожного фактору.

$$I_p = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_1} = \frac{730 \times 60 + 1038 \times 30}{622 \times 60 + 826 \times 30} = \frac{74940}{62100} = 1,207 \text{ або } 120,7\%.$$

За місяць ціни зросли на 20,7%.

$$I_q = \frac{\sum q_1 \times p_0}{\sum q_0 \times p_0} = \frac{60 \times 622 + 30 \times 826}{50 \times 622 + 45 \times 826} = \frac{62100}{68270} = 0,91 \text{ або } 91\%.$$

Кількість проданих пальто зменшилася на 9%.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_0} = \frac{60 \times 730 + 30 \times 1038}{60 \times 622 + 45 \times 826} = \frac{74940}{68270} = 1,097 \text{ або } 109,7\%.$$

Товарооборот зріс на 9,7%.

$$I_{pq} = I_p \times I_q = 1,207 \times 0,91 = 1,098;$$

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 74940 - 68270 = 6670 \text{ (грн.)};$$

Загальне зростання товарообороту під впливом двох факторів становить 6670 грн.

$$\Delta_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 74940 - 62100 = 12840 \text{ (грн.)};$$



За рахунок зростання цін товарооборот збільшився на 12840 грн.

$$\Delta_q = \sum q_2 p_0 - \sum q_0 p_0 = 62100 - 68270 = -6170 \text{ (грн.)};$$

За рахунок зменшення обсягів продажу товарооборот зменшився на 6170 грн.

Вправа №2

Динаміку витрат праці на підприємстві, що виробляє столову білизну подано в таблиці.

Визначити:

1) Загальні індекси обсягу витрат праці на виробництво продукції, трудомісткості, продуктивності праці та обсягу виробленої продукції.

2) Перевірити зв'язок між індексами.

3) Абсолютний приріст сумарних витрат праці всього і в тому числі за рахунок трудомісткості та обсягу виготовленої продукції.

Назва продукції	Витрати праці за квартал		Індивідуальні індекси	
	Баз.	Поточ.	Трудомісткості	Обсягу
	$t_0 \times q_0$	$t_1 \times q_1$	i_t	i_q
Скатертини	400	520	1,25	1,04
Рушники	110	100	1,00	0,909
Серветки	59	78	1,20	1,10
Разом:	569	698		

$$I_{iq} = I_t \times I_q = \frac{\sum t_1 \times q_1}{\sum t_0 \times q_0} = \frac{698}{569} = 1,227 \text{ або } 1227\%.$$

Загальний обсяг витрат праці на підприємстві зріс на 22,7% за квартал.

$$I_t = \frac{\sum t_1 \times q_1}{\sum t_0 \times q_1} = \frac{\sum t_1 \times q_1}{\sum \frac{t_1 \times q_1}{i_t}} = \frac{\sum t_1 \times q_1}{1} \times \frac{i_t}{\sum t_1 \times q_1} = \frac{698}{\frac{520}{1,25} + \frac{100}{1,00} + \frac{78}{1,20}} = \frac{698}{581} = 1,201$$

або 120,1;

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}; \quad t_0 = \frac{t_1}{i_t}.$$



Трудомісткість продукції за квартал збільшилась на 20,1%.

$$I_{\frac{1}{t} \text{ (шт)}} = \frac{1}{I_t} = \frac{1}{1,201} = 0,833 \quad \text{або} \quad 83,3\%.$$

Продуктивність праці зменшилась на 16,7%.

$$I_q = \frac{\sum q_1 \times t_0}{\sum q_0 \times t_0} = \frac{\sum q_0 \times t_0 \times i_q}{\sum q_i \times t_0} = \frac{1,04 \times 400 + 0,909 \times 110 + 1,1 \times 59}{569} = 1,021$$

або 102,1%;

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad q_1 = q_0 \times i_q.$$

Обсяг виготовленої продукції на підприємстві зріс на 2,1%.

$$I_{tq} = I_t \times I_q = 1,201 \times 1,021 = 1,226.$$

Абсолютну зміну праці за квартал визначаємо як різницю між чисельником і знаменником загального індексу витрат праці:

$$\Delta p q = \sum t_1 \times q_1 - \sum t_0 \times q_0 = 698 - 569 = 129 \text{ (люд/год.)}.$$

Сумарні витрати праці збільшились за квартал на 129 тис. люд/год., зокрема за рахунок трудомісткості:

$$\Delta t = \sum q_1 \times t_1 - \sum q_1 \times t_0 = 698 - 581 = 117 \text{ (люд/год.)};$$

$$\Delta q = \sum q_1 \times t_0 - \sum q_0 \times t_0 = 581 - 569 = 12 \text{ тис. (люд/год.)}.$$

Вправа №3

За даними таблиці **обчислити** індекси середніх витрат матеріалу змінного і фіксованого складу і структурних зрушень. Перевірити зв'язок між індексами і зробити висновки.

Технологія розкрою матеріалу	Витрати матеріал. на 1 виріб		Кількість виготовлених виробів	
	Базовий рік	Звітний рік	Базовий рік	Звітний рік
	x_0	x_1	f_0	f_1
Традиційна	0,8	0,6	45	20
Удосконалена	0,5	0,5	12	36
Разом:			57	56



$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f};$$

$$I_{\text{зс}} = \frac{\sum x_1 \times f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 \times f_0}{\sum f_0} = \frac{0,6 \times 20 + 0,5 \times 36}{56} \div \frac{0,8 \times 45 + 0,5 \times 12}{57} = 0,727$$

або 72,7%.

Середня матеріаломісткість зменшилася на 27,3%.

Зміна середньої матеріаломісткості за рахунок зміни індивідуальних значень матеріаломісткості по окремим технологіям визначається за допомогою індексу фіксованого складу.

$$I_{\text{фс}} = \frac{\sum x_i \times f_1}{\sum f_i} \div \frac{\sum x_0 \times f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 \times f_1}{\sum x_0 \times f_1} = \frac{0,6 \times 20 + 0,5 \times 36}{0,8 \times 20 + 0,5 \times 36} = \frac{30}{34} = 0,882$$

або 88,2%;

За рахунок зміни матеріаломісткості по окремим технологіям, середня матеріаломісткість зменшилася на 11,8%.

Зміна середньої матеріаломісткості за рахунок перерозподілу виробів між технологіями, розраховується за допомогою індексу структурних зрушень.

$$I_{\text{сз}} = \frac{\sum x_0 \times f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 \times f_0}{\sum f_0} = \frac{0,8 \times 20 + 0,5 \times 36}{56} \div \frac{0,8 \times 45 + 0,5 \times 12}{57} = 0,824$$

або 82,4%;

За рахунок перерозподілу виробів між технологіями на користь удосконаленої середня матеріаломісткість на 1 виріб зменшилася на 17,6%.

Робимо перевірку:

$$I_{\text{зс}} = I_{\text{ф}} \times I_{\text{сз}} = 0,882 \times 0,824 = 0,727.$$

Вправа №4.

Обчислити індивідуальні індекси урожайності та посівних площ за базовою та ланцюговою системами, перевірити їх зв'язок:

- Загальні індекси посівних площ з постійним суміжником, користуючись базовим рівнянням 2003 року;
- Загальні індекси урожайності зі змінними вагами.

Дані для розрахунку наведено в таблиці:



Технічні культури	Посівна площа тис. га.					Урожайність Ц/га				
	Базовий		Звітний			Базовий			Звітний	
	2003	2004	2005	2006	2007	2003	2004	2005	2006	2007
Цукровий буряк	1,67	1,66	1,63	1,6	1,56	258	253	319	275	233
Соняшник	1,54	1,59	1,62	1,64	1,61	17,6	17,5	17,7	16,6	15,2

Цукровий буряк

Рік	Індивідуальні індекси			
	Посівна площа		Урожайність	
	Базисні	Ланцюгові	Базисні	Ланцюгові
2004	0,994	0,994	0,981	0,981
2005	0,98	0,976	1,236	1,261
2006	0,968	0,982	1,065	0,862
2007	0,934	0,975	0,903	0,847
		0,934		0,903

$$i_q = \frac{q_1}{q_0};$$

Соняшник

Рік	Індивідуальні індекси			
	Посівна площа		Урожайність	
	Базисні	Ланцюгові	Базисні	Ланцюгові
2004	1,032	1,032	0,994	0,994
2005	1,052	1,019	1,006	1,011
2006	1,065	1,012	0,943	0,938
2007	1,045	0,981	0,864	0,916
		1,044		0,863

$$I_q = \frac{\sum q_1 \times p_0}{\sum q_0 \times p_0}; \quad I_p = \frac{\sum p_1 \times q_1}{\sum p_0 \times q_1};$$

Для загальних індексів кількісного параметру в динаміці значення кількісного параметру в знаменнику береться на рівні базового року, або періоду і вага незмінна на рівні базового року.

$$I_{q2004} = \frac{1,66 \times 258 + 1,59 \times 17,6}{1,67 \times 258 + 1,54 \times 17,6} = 0,996;$$



$$I_{q2005} = \frac{1,63 \times 258 + 1,62 \times 17,6}{1,67 \times 258 + 1,54 \times 17,6} = 0,981;$$

$$I_{q2006} = \frac{1,6 \times 258 + 1,64 \times 17,6}{1,67 \times 258 + 1,54 \times 17,6} = 0,964;$$

$$I_{q2007} = \frac{1,56 \times 258 + 1,61 \times 17,6}{1,67 \times 258 + 1,54 \times 17,6} = 0,941;$$

В порівнянні з 2003 роком, розміри посівних площ зменшувалися з кожним роком.

При аналізі (розрахунку) загальних індексів якісних показників за ряд років, величина в знаменнику береться на рівні попереднього періоду, а вага змінна на рівні звітного періоду.

$$I_{p2004} = \frac{253 \times 1,66 + 17,5 \times 1,59}{258 \times 1,66 + 17,6 \times 1,59} = 0,982;$$

$$I_{p2005} = \frac{319 \times 1,69 + 17,7 \times 1,62}{253 \times 1,63 + 17,5 \times 1,62} = 1,245;$$

$$I_{p2006} = \frac{275 \times 1,6 + 16,6 \times 1,64}{319 \times 1,6 + 17,7 \times 1,64} = 0,866;$$

$$I_{p2007} = \frac{233 \times 1,56 + 15,2 \times 1,61}{275 \times 1,56 + 16,6 \times 1,61} = 0,851.$$

Вправа №5.

Відомі такі дані про ціни та кількість проданих продуктів на ринках міста:

Продукти	Продано, кг		Середня ціна, грн	
	Базисний період	Звітний період	Базисний період	Звітний період
картопля	4000	4500	0,6	0,7
бурак червоний	1040	1600	1,2	1,0
цибуля	100	600	0.80	0,70

Визначте загальний індекс фізичного обсягу товарообороту у діючих цінах.

Тестові завдання:

1. Індеси використовуються в аналізі для: а) вивчення динаміки суспільних явищ; б) порівняння рівнів економічного явища в межах різних територій.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) - .



2. Загальний індекс являє собою результат порівняння у часі і просторі суспільного явища, яке складається із елементів: а) співрозмірних; б) неспіврозмірних.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б; 4) -.

3. Індекс трудоемності дорівнює 0,8. Як змінилась продуктивність праці у звітному періоді в порівнянні з базисним ?

Відповіді: 1) знизилась на 20%; 2) знизилась на 0,8; 3) підвищилась на 20%; 4) підвищилась на 25%.

4. Абсолютне збільшення (зменшення) загальних витрат на виробництво одного виду продукції у звітному періоді в порівнянні з базисним зазвичай визначається зміною собівартості одиниці продукції: а) $q_1(z_1 - z_0)$; б) $q_0(z_1 - z_0)$; зміною фізичного обсягу продукції: в) $z_1(q_1 - q_0)$; г) $z_0(q_1 - q_0)$.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, в; 4) б, г.

5. Вкажіть, який з індексів є загальним індексом цін:

$$\text{а) } I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}; \quad \text{б) } I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}; \quad \text{в) } I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -;

6. Вкажіть, який з індексів є середньогармонійним зваженим індексом цін, тотожним агрегатній формі:

$$\text{а) } I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}; \quad \text{б) } I = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum \frac{p_0 q_0}{i_p}}; \quad \text{в) } I = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -;

7. Індeksuємою величиною в індексі фізичного обсягу реалізації є: а) ціна одиниці виробу; б) кількість реалізованих товарів; в) собівартість одиниці продукції.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) в; 4) -;



4. ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПОТОЧНОГО МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

Поточний модульний контроль № 1.

Теоретичні засади статистики як науки.

Характеристика сутності і системи статистики

1. Дати визначення поняття:

«Аналітичне групування»

2. Дати відповіді на тестові питання:

1. Сутність статистичного спостереження полягає:

1) у планомірному, науково організованому зборі масових даних про суспільно – економічні явища та процеси;

2) в статистичній обробці цифрових даних;

3) обидві відповіді вірні.

2. В плані статистичного спостереження розглядають:

1) послідовність проведення статистичного спостереження;

2) програмно – методологічні та організаційні питання;

3) обидві відповіді вірні.

3. Програмно – методологічна частина плану спостереження включає визначення:

1) місця, часу, форми, виду, способу спостереження;

2) мети, об'єкта, одиниці і програми спостереження;

3) обидві відповіді вірні.

4. Об'єктом спостереження в статистиці називається:

1) сукупність одиниць, про які мають бути зібрані необхідні дані;

2) первинна ланка сукупності, від якої мають бути отримані дані в процесі спостереження;

3) первинний елемент сукупності, що є носієм ознак, які підлягають реєстрації.

5. Суб'єктивним часом спостереження називають:

1) час, до якого відносяться зареєстровані в процесі спостереження факти;

2) час, протягом якого проводиться спостереження;

3) обидві відповіді вірні.

6. Абсолютні величини можуть виражатися в одиницях вимірювання: а) натуральних та умовно – натуральних; б) трудових та грошових.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б .



7. Види абсолютних величин: а) індивідуальні, сумарні; б) виконання плану, планового завдання, структури, координації, динаміки, інтенсивності, порівняння. Види відносних величин: в) індивідуальні, сумарні; г) виконання плану, планового завдання, структури, координації, динаміки, інтенсивності, порівняння.

Відповіді: 1) а, в; 2) а, г; 3) б, г.

8. а) Виробництво побутових холодильників збільшилось в 2000 р. порівняно з 1990 р. у 10,3 рази; б) питома вага сільського населення у загальній чисельності населення України склало на 1.01.1986 року 60%.

Вкажіть відносні величини динаміки.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б.

9. У господарстві “Світанок” в 2007 році урожайність зернових склала 28,2 ц/га, а у 2006 році - 30 ц/га. Планом на 2007 рік передбачалось збільшення урожайності на 4%.

Визначити виконання господарством плану з підвищення урожайності.

Відповіді: 1) 90,38%; 2) 110,63%; 3) 97,76%.

10. Випуск продукції по заводу у 2007 році склав 4 млн. грн. Планом на 2008 р. передбачалось випустити продукції на 5 млн. грн.

Визначити відносну величину планового завдання.

Відповіді: 1) 80%; 2) 110%; 3) 125%.

11. а) У 1995 році пенсіонери складали 17 % всього населення; б) питома вага свинини в загальному виробництві м'яса у 1995 році склала 37,6 %.

Вкажіть відносні величини структури.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б.

12. а) 38% усієї посівної площі колгоспу засіяно пшеницею, 15% - цукровим буряком; б) в колгоспі на 100 га посівів пшениці припадає 6,5 га цукрових буряків.

Вкажіть відносні величини координації.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б.

13. а) В Україні у 1996 році на 10000 людей припадало 9 закладів громадського харчування; б) у 1990 році 78,1 % всього населення країни належали до робітників та службовців.

Вкажіть відносні величини інтенсивності.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б.



14. а) У 1913 році в Росії було випущено промислової продукції у 12,5 разів менше, ніж у США; б) у 1974 році на душу населення в СРСР було випущено 457 кг цементу, в США – 382 кг.

Вкажіть відносні величини порівняння.

Відповіді: 1) а; 2) б; 3) а, б.

15. Якщо всі індивідуальні значення ознаки зменшити на 20 одиниць, то середня: 1) зменшиться на 20; 2) зменшиться у 20 разів; 3) не зміниться.

Відповіді: 1, 2, 3.

16. Модою в ряді розподілу є: 1) найбільша частота; 2) варіанта, яка найчастіше зустрічається; 3) варіанта, що ділить впорядкований ряд значень на дві рівні частини.

Відповіді: 1, 2, 3.

17. Розподіл пасажирів за кількістю тролейбусних зупинок від місця проживання до місця роботи:

Кількість зупинок	1	2	3	4	5	6	7 і більше	Разом
Кількість пасажирів, людей	40	100	200	250	400	610	500	2000

Мода у цьому ряді розподілу: 1) 610; 2) 6; 3) 7.

Відповіді: 1, 2, 3.

18. Якщо залишити всі індивідуальні значення ознаки дискретного ряду розподілу без зміни, а їх частоти зменшити у 4 рази, то медіана: 1) зменшиться у чотири рази; 2) не зміниться; 3) зміну передбачити неможливо.

Відповіді: 1, 2, 3.

19. Розподіл сімей за кількістю дітей:

Кількість дітей	0	1	2	3	4	5	6 і більше	Разом
Кількість сімей	6	28	22	19	13	5	7	100

Медіана у цьому ряді розподілу: 1) 3; 2) 19; 3) 2.

Відповіді: 1, 2, 3.

20. По трьох підприємствах тресту, що випускають однакові вироби, за звітний період отримано такі дані:

Номер підприємства	Собівартість одного виробу, грн.	Загальні затрати на виробництво, тис. грн.
1	5,1	5,1
2	7,0	15,4
3	6,5	11,7
Разом		32,2



Визначить середню собівартість одного виробу.

Відповіді: 1) 6,2; 2) 6,75; 3) 6,44.

3. Розв'язати вправи:

Вправа 1.

Відомі такі дані про виробництво валової продукції на промисловому підприємстві (тис. грн.)

Місяць	План	Фактично
Січень	90	100
Лютий	106	110

Визначити відносну величину планового завдання.

Відповідь: а) 117,7; б) 106,0; в) 94,3.

Вправа 2.

Відомі такі дані про роботу 15 продовольчих магазинів за рік:

№ п/п	Товарооборот, млн. грн.	Середньоспискова чисельність працівників, чол.	Прибуток, млн. грн.	Витрати обігу, млн. грн.
1	1.1	36	16.0	54.1
2	2.7	69	61.0	146.2
3	2.2	51	29.2	131.0
4	0.9	22	20.8	37.1
5	1.8	55	19.2	123.3
6	3.3	61	92.8	150.6
7	2.4	46	56.0	117.0
8	1.3	37	60.4	78.0
9	7.4	151	192.4	297.0
10	3.0	56	68.0	124.8
11	0.5	21	15.2	31.2
12	0.9	24	26.1	44.2
13	1.0	19	33.9	35.9
14	1.1	29	24.1	54.1
15	0.8	20	19.9	45.8

За допомогою метода групувань необхідно виявити характер залежності між зміною товарообороту і прибутком.

1. За факторною ознакою створити 4 групи підприємств з рівними інтервалами.

2. По кожній групі визначити: а) число підприємств; б) розмір товарообороту; в) прибуток.

3. Зробити висновки.



Поточний модульний контроль № 2

Статистичні методи дослідження варіації та динаміки показників

1. „Дати визначення поняття: „Властивості дисперсії”

2. Дати відповіді на тестові питання:

1. При знаходженні середніх коефіцієнтів або темпів росту динаміки вивчаємого явища застосовується:

- а) середня геометрична;
- б) середня арифметична;
- в) середня гармонійна.

2. Різниця між двома порівнюваними рівнями ряду, яка характеризує абсолютну швидкість росту це –

- а) темп росту;
- б) темп приросту;
- в) середній темп росту;
- г) абсолютний приріст.

3. Для інтервального ряду з рівними інтервалами середня визначається за формулою:

- а) середньої арифметичної простої;
- б) середньої хронологічної;
- в) середньої арифметичної зваженої;
- г) середньої геометричної.

4. Для моментного ряду з інтервалами, що рівно знаходяться один від одного середній рівень ряду розраховується за формулою:

- а) середньої арифметичної простої;
- б) середньої арифметичної зваженої;
- в) середньої хронологічної;
- г) середньої квадратичної.

5. Відношення абсолютного приросту до попереднього або базисного року є:

- а) темп приросту;
- б) темп росту;
- в) абсолютне значення приросту.

6. Середнє квадратичне відхилення може вимірюватись:

- а) лише в метрах;
- б) лише у відсотках;



в) і в метрах, і у відсотках.

7.Різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки це:

- а) лінійне відхилення;
- б) розмах варіації;
- в) коефіцієнт осциляції.

8.Загальна дисперсія ознаки поділяється на дві дисперсії:

- а) групову, міжгрупову.
- б) рівне, нерівну.
- в) відкриту, закриту.

9.До основних характеристика ряду розподілу не належить:

- а) мода; б) дисперсія; в) медіана.

10. Середній рівень ряду динаміки вираховується як середня арифметична проста в наступних рядах динаміки:

- а) виробництво електроенергії по роках;
- б) залишки основних будівельних матеріалів на початок кожного місяця;
- в) обидві відповіді правильні.

11. Інтервальним рядом динаміки є:

- а) парк тракторів у фермерському господарстві на кінець кожного року;
- б) постачання мінеральних добрив фермерському господарству по рокам.
- в) обидві відповіді правильні.

12. Якщо всі значення ознаки зменшити в 10 разів, то дисперсія:

- а) не зміниться;
- б) зменшиться в 10 разів;
- в) зменшиться в 100 разів.

13.Для вирівнювання ряду динаміки, що характеризує зміну кількості машин в автопарку, використана пряма $y = a_0 + a_1 \cdot t$. Параметр “ a_1 ” характеризує:

- а) середньорічний абсолютний приріст;
- б) середньорічний темп росту;
- в) середній рівень ряду.

14. Середнє лінійне відхилення являє собою: а) відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої; б) абсолютне



відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої; в) квадрат відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої.

15. Дисперсія - це: а) середнє відхилення індивідуальних значень ознаки від середньої; б) середній квадрат цих відхилень; в) сума абсолютних значень цих відхилень.

16. За якою формулою визначається коефіцієнт варіації:

$$\text{а) } \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100, \% ; \quad \text{б) } \frac{R}{\bar{X}} \times 100, \% ; \quad \text{в) } \frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f} .$$

17. Значення медіани збігається із значенням середньої: а) у симетричному розподілі; б) в асиметричному розподілі; в) зміні медіани передбачити не можливо.

18. Медіана в ряду розподілу — це: а) найбільша частота; б) найпоширеніше значення ознаки; в) значення ознаки, яке ділить ряд навпіл.

19. Правило складання дисперсій полягає в тому, що загальна дисперсія дорівнює:

а) сумі групових дисперсій; б) сумі міжгрупової та середньої з групових дисперсій; в) міжгрупова дисперсія дорівнює сумі міжгрупових дисперсій.

20. Ряд динаміки може складатись: а) із абсолютних сумарних величин; б) із відносних та середніх величин; в) обидві відповіді правильні.

21. Моментним рядом динаміки є: а) випуск продукції на підприємстві за кожен день місяця; б) залишки товарів на складі за даними щорічних інвентаризацій; в) обидві відповіді правильні.

22. Інтервальним рядом динаміки є: а) кількість впроваджених у виробництво винаходів по роках; б) вартість основних виробничих фондів у промисловості на початок кожного року; в) обидві відповіді правильні.

23. Середній рівень моментного ряду обчислюється як середня арифметична зважена при: а) рівних інтервалах між датами; б) нерівних інтервалах між датами; в) обидві відповіді правильні.

24. Базисний темп росту рівний: а) сумі ланцюгових темпів росту; б) добутку ланцюгових темпів росту; в) обидві відповіді правильні.



25. Темп росту виробництва чавуну в Україні показує: а) на скільки млн.. т збільшилося виробництво чавуну; б) на скільки відсотків збільшилося виробництво чавуну; в) в скільки разів збільшилося виробництво чавуну.

3. Розв'язати вправи:

Вправа 1

За два роки (2005-2006 рр.) валовий дохід фермерських господарств країни збільшився на 7,1%. Темп приросту в 2005 р. склав 2%. Визначити темп приросту валового доходу за 2006 р.

а) 5,1%; б) 9,1%; в) 3,55%; г) 5%

Вправа 2

Відомі дані про динаміку товарообороту в магазинах області (млн. грн.):

2000	2001	2002	2003	2004	2005
29,7	31,3	33,3	34,4	35,6	37,5

Визначити : абсолютні прирости (базисні і ланцюгові); темпи росту та приросту: базисні і ланцюгові; абсолютне значення 1% приросту; середній темп росту та приріст.

Поточний модульний контроль № 3

Методика розрахунку показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ та процесів

1. Дати визначення поняття: „Кореляція”

2. Дати відповіді на тестові питання:

1. За якою формулою обчислюється необхідна чисельність вибірки для частки при безповторному випадковому відборі:

$$\text{а) } \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}; \quad \text{б) } \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_x^2}; \quad \text{в) } \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_x^2 N + t^2 w(1-w)}.$$

2. Згідно даних вибіркового обстеження норм виробітку на підприємстві $\tilde{X}=123\%$ при $\mu=1\%$. На основі цього з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що середній процент виконання норм виробітку:

а) не більше 125% і не менше 121%;

б) не менше 121%;

в) не більше 121% і не менше 125%.



3. Який із видів відбору забезпечує найкращу репрезентативність вибірки:

- а) випадковий; б) механічний; в) серійний.

4. Якщо при $\alpha = 0,05$ критичне значення $\eta^2 = 0,5$, це означає, що:

а) в 95 вибірках із 100 може бути отримане значення η^2 , яке не перевищує 0,5; б) в 95 вибірках із 100 може бути отримане значення η^2 , яке перевищує 0,5; в) кореляційне співвідношення в аналітичному групуванні дорівнює 0,5.

5. Обчисленні наступні значення параметрів рівняння регресії між кваліфікацією (розряд) і заробітною платою (грн.) $Y = 3 - 9 \cdot X$. Явно помилково обчислені параметри:

- а) “ a_0 ”; б) “ a_1 ”; в) “ a_0 ” і “ a_1 ”.

6. Обчислено рівняння регресії між зростанням надоїв молока у корів (кг) та споживанням концентрованих кормів (кг): $Y = 5 + 0,5 \cdot X$. Це означає, що при збільшенні споживання кормів на 1 кг надої підвищуються в середньому на :

- а) 5%; б) 5,5 кг; в) 0,5 кг.

7. Якщо в системі індексів вагою виступає кількісний показник, то його прийнято фіксувати на рівні: а) базисного періоду; б) звітного періоду; в) взагалі неможливо зафіксувати.

8. Вкажіть, який з індексів є загальним індексом трудомісткості:

а) $I = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}$; б) $I = \frac{\sum q_1 t_0}{\sum q_0 t_0}$; в) $I = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_1}$.

9. Абсолютне збільшення (зменшення) товарообігу по реалізації певного виду продукції у звітному періоді у порівнянні з базисним за рахунок зміни фізичного обсягу визначається як:

- а) $p_1(q_1 - q_0)$; б) $q_0(p_1 - p_0)$; в) $p_0(q_1 - q_0)$.

10. Вкажіть, який з індексів є середньоарифметичним зваженим індексом фізичного обсягу продукції, тотожним агрегатній формі:

а) $I = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum \frac{p_0 q_0}{i_p}}$; б) $I = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$; в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_q}}$.



11. Індекс продуктивності праці дорівнює 1,13. Як змінилась продуктивність праці у звітному періоді порівняно з базисним: а) підвищилась на 13%; б) знизилась на 13%; в) підвищилась на 1,13%.

12. До індексів відносяться показники, які характеризують: а) ступінь виконання плану з випуску валової продукції; б) співвідношення валової продукції і середньорічної вартості основних фондів у 2007 році на заводі; в) обидві відповіді вірні.

13. Індивідуальний індекс являє собою результат порівняння двох одноіменних величин, які відносяться до:

а) різних періодів часу; б) до різних територій; в) обидві відповіді вірні.

14. За якою формулою визначається середня помилка вибірки для середньої при серійному безповторному відборі:

$$\text{а) } t \sqrt{\frac{\delta^2}{s}}; \text{ б) } t \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}; \text{ в) } \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \left(1 - \frac{s}{S}\right)}.$$

15. За даними вибіркового обстеження 30 підприємств середня тривалість обороту дебіторської заборгованості 70 днів при середньоквадратичному відхиленні 10 днів. Визначити граничну похибку вибірки для середньої тривалості обороту з ймовірністю 0,954.

Відповіді: а) 3,26; б) 1,63; в) 3,65.

16. Визначити обсяг вибірки із загального поголів'я 3000 корів. Встановлено, що помилка частки з ймовірністю 0,954 не повинна перевищувати 3% при питомій вазі породистих корів у 80%. Відбір безповторний.

Відповіді: а) 711; б) 900; в) 575.

17. Генеральною сукупністю називається: 1) частина одиниць сукупності, яка підлягає вибіркового спостереженню; 2) вся сукупність одиниць. Вибірковою сукупністю називається: 3) частина генеральної сукупності, що попала у вибірку; 4) частина одиниць усієї сукупності, для якої характерна суттєва ознака.

Відповіді: а) 1, 3; б) 1,4; в) 2, 3.

18. Проведено обстеження: 1) восьми їдалень, об'єднаних в трест, з метою вивчення санітарного стану цих їдалень; 2) шести гастрономів із 40, переведених на самообслуговування, з метою визначення ефективності впровадження самообслуговування у продовольчих магазинах міста. Вибірковим спостереженням є: а) 1; б) 2; в) 1, 2.



19. Які значення може приймати індекс кореляції: а) може бути лише більше 0; б) від -1 до +1; в) від 0 до 1.

20. Якщо при $\alpha = 0,01$ критичне значення $\eta^2 = 0,5$, це означає, що: а) в 99 вибірках із 100 може бути отримане значення η^2 яке не перевищує 0,5; б) в 99 вибірках із 100 може бути отримане значення η^2 яке перевищує 0,5; в) кореляційне співвідношення в аналітичному групуванні дорівнює 0,5.

3. Розв'язати вправи:

Вправа №1

Відомі наступні дані про обсяг виробленої продукції:

Назва товару	Обсяг виробленої продукції, тис. шт.		Собівартість одиниці продукції, грн.	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
А	3,0	3,2	1,0	1,1
В	5,0	6,0	0,8	0,7

Визначити загальні індекси витрат на виробництво продукції та собівартості.

а) 114,3%

б) 110,3%

в) 96,5%

Вправа №2

Використовуючи дані про роботу 12 заводів однієї з галузей промисловості оцінити тісноту між ознаками за допомогою індексу кореляції. Зробити висновки.

Номер п/п	Середньорічна кількість робітників, чол.	Виконання плану, %
1	360	103,1
2	380	120,0
3	220	109,5
4	460	104,5
5	395	104,8
6	280	94,3
7	580	108,1
8	200	125,0
9	270	101,4
10	340	102,4
11	200	108,5
12	250	102,1



5. КОНТРОЛЬНА ТЕСТОВА ПРОГРАМА

Тестова частина: визначити єдину правильну відповідь на кожне з наступних питань.

1. Програмою спостереження є:

- а) перелік робіт, які слід здійснити;
- б) перелік питань, на які слід одержати відповіді;
- в) перелік відповідей, одержаних в результаті спостереження.

2. За ступенем охоплення одиниць обстеження бувають:

- а) вибіркове, обстеження основного масиву;
- б) монографічне обстеження, анкетне спостереження;
- в) суцільне та несукільне.

3. Вторинне групування може здійснюватись:

- а) методом укрупнення інтервалів;
- б) методом дольового перегрупування;
- в) методом укрупнення інтервалів і методом дольового перегрупування.

4. Види групувань в залежності від мети (завдання) дослідження бувають:

- а) прості, комбінаційні;
- б) первинні і вторинні;
- в) типологічні, аналітичні, структурні.

5. Вкажіть відносні величини структури:

- а) виробництво меблів за рік зросло в 2,8 рази;
- б) будівельно-монтажні роботи складають 60% всіх капітальних вкладень в економіку України;
- в) взуттєва фабрика на кожні 2000 пар взуття виробляє 285 пар дитячого.

6. За даними про середню собівартість одноіменних виробів, які виготовляються підприємствами об'єднання "Альфа", і різній питомій вазі цих підприємств в загальному виробництві вказаних виробів, необхідно визначити середню собівартість виробу по об'єднанню в цілому. Яку формулу розрахунку середньої слід застосувати:

- а) арифметичної зваженої;
- б) гармонійної простої;
- в) гармонійної зваженої.

7. Якщо частоти всіх значень ознаки збільшити в 7 разів, то середня:



- а) збільшиться;
- б) зменшиться;
- в) не зміниться.

8. Значення медіани збігається зі значенням середньої:

- а) у симетричному розподілі;
- б) в асиметричному розподілі;
- в) зміну медіани передбачити неможливо.

9. Дисперсію можна визначити:

- а) лише для кількісної ознаки;
- б) для кількісної та альтернативної ознаки;
- в) лише для альтернативної ознаки.

10. Якщо всі значення ознаки зменшити в 10 разів, то дисперсія:

- а) не зміниться;
- б) зменшиться в 10 разів;
- в) зменшиться в 100 разів.

11. З якою метою обчислюються показники варіації:

- а) для оцінки рівня однорідності сукупності;
- б) для визначення середнього значення ознаки в сукупності;
- в) для знаходження центрального члена ранжованого ряду.

12. Якщо $\eta^2 = 0$, то це означає:

- а) міжгрупова дисперсія дорівнює нулю;
- б) зв'язок функціональний;
- в) значення варіант в межах груп однакові.

13. При правосторонній асиметрії:

- а) $M_o < \bar{X}$; б) $M_e > \bar{X}$; в) $\bar{X} < M_o$.

14. За якою формулою визначається середнє квадратичне відхилення:

- а) $\sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}}$; б) $\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$; в) $\sqrt{qr}$.

15. За якою формулою визначається середня помилка вибіркової середньої при випадковому безповторному відборі:

- а) $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$; б) $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; в) $t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$.

16. Згідно даних вибіркового обстеження норм виробітку на підприємстві $\tilde{X} = 165\%$ при $\mu = 1\%$. На основі цього з



ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що середній процент виконання норм виробітку:

- а) не більше 167% і не менше 163%;
- б) не менше 167%;
- в) не більше 163% і не менше 167%.

17. Який із видів відбору забезпечує найкращу репрезентативність вибірки:

- а) випадковий; б) механічний; в) серійний.

18. Коефіцієнт детермінації показує:

а) частку варіації результативної ознаки під впливом варіації ознаки-фактора;

б) частку варіації факторної ознаки за рахунок результативної;

в) тісноту зв'язку між результативною і факторною ознаками.

19. При наявності прямого лінійного функціонального зв'язку коефіцієнт Фехнера:

а) обов'язково дорівнює 1;

б) більше 1;

в) менше 1.

20. Обчисленні наступні значення параметрів рівняння регресії між стажем роботи (років) X і заробітною платою (грн.) Y $Y = 5 - 6 \cdot X$. Явно помилково визначені параметри:

а) "а";

б) "в";

в) "а" і "в".

21. Фактичне значення F -критерію, обчислене за аналітичним групуванням, дорівнює 5,9. Критичне значення F для рівня істотності 0,05 дорівнює 5,5. Це дозволяє зробити висновок, що:

а) зв'язок суттєвий;

б) зв'язок відсутній;

в) групування побудоване неправильно.

22. Обчислено рівняння регресії між річною продуктивністю праці (тис. грн) X та заробітною платою (грн.) Y : $Y = 10 + 70 \cdot X$. Це означає, що:

а) якщо продуктивність праці дорівнює 1000 грн., то заробітна плата повинна дорівнювати 70 грн.;

б) якщо продуктивність праці не змінюється, то заробітна плата складає 80 грн.;



в) якщо продуктивність праці збільшиться на 1000 грн., то заробітна плата зросте на 70 грн.

23. Якщо в системі індексів вагою виступає кількісний показник, то його прийнято фіксувати на рівні:

- а) базисного періоду;
- б) звітнього періоду;
- в) взагалі неможливо зафіксувати.

24. Вкажіть, який з індексів є загальним індексом цін:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$; б) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$; в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$.

25. Абсолютне збільшення (зменшення) товарообігу у звітному періоді у порівнянні з базисним за рахунок зміни ціни визначається як:

а) $q_1(p_1 - p_0)$; б) $q_0(p_1 - p_0)$; в) $p_0(q_1 - q_0)$.

26. Вкажіть, який з індексів є середньоарифметичним зваженим індексом фізичного обсягу продукції, тотожним агрегатній формі:

а) $I = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum \frac{p_0 q_0}{i_q}}$; б) $I = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$; в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_q}}$.

27. Індекс продуктивності праці дорівнює 1,25. Як змінилась продуктивність праці у звітному періоді порівняно з базисним:

- а) підвищилась на 25%;
- б) знизилась на 25%;
- в) підвищилась на 1,25%.

28. Об'єктом статистичного спостереження є:

- а) сукупність явищ, що підлягають обстеженню;
- б) сукупність елементів, що підлягають обстеженню;
- в) первинний елемент, від якого одержують інформацію.

29. За часом реєстрації даних розрізняють наступні види спостереження:

- а) поточне, періодичне, одноразове;
- б) одноденне, декадне, місячне, річне;
- в) спостереження, яке відноситься до критичного моменту.

30. За організаційними формами розрізняють спостереження:

- а) поточне (безперервне), періодичне, одноразове;



- б) суцільне, вибіркове, основного масиву, монографічне;
- в) звітність, спеціально організоване спостереження.

31. Розподіл робітників цеху за ступенем виконання норм виробітку в залежності від стажу роботи – це групування:

- а) структурне;
- б) аналітичне;
- в) типологічне.

32. Атрибутивним рядом розподілу підприємств є:

- а) розподіл за формою власності;
- б) розподіл за питомою вагою експортної продукції;
- в) розподіл за рівнем заробітної плати робітників.

33. Вкажіть відносні величини координації:

- а) 18% всієї посівної площі колгоспу засіяно пшеницею;
- б) посівна площа озимої пшениці по всіх категоріям господарств зросла за рік на 28%;
- в) в колгоспі на кожні 100 га посівної площі пшениці припадає 6,5 га цукрового буряка.

34. За даними про собівартість 1 ц молока і загальних затратах на його виробництво в кожному з сільськогосподарських підприємств району, слід визначити середню собівартість одного центнера молока в районі. Яку формулу розрахунку середньої слід використовувати:

- а) арифметичну зважену;
- б) гармонійну просту;
- в) гармонійну зважену.

35. Якщо частоти всіх значень ознаки збільшити в 7 разів, то середня:

- а) збільшиться;
- б) зменшиться;
- в) не зміниться.

36. Якщо всі частоти дискретного ряду розподілу зменшити в три рази, а індивідуальні значення ознаки залишити без зміни, то мода:

- а) зменшиться на 3;
- б) зменшиться в 3 рази;
- в) не зміниться.

37. Дисперсія - це:

- а) середнє відхилення індивідуальних значень ознаки від



середньої;

- б) середній квадрат цих відхилень;
- в) сума абсолютних значень цих відхилень.

38. За якою формулою визначається коефіцієнт варіації:

- а) $\frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100, \%$;
- б) $\frac{R}{\bar{X}} \times 100, \%$;
- в) $\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$.

39. Якщо всі значення ознаки зменшити в 10 разів, то дисперсія:

- а) зменшиться в 10 разів;
- б) не зміниться;
- в) зменшиться в 100 разів.

40. З якою метою обчислюються показники варіації:

- а) для оцінки рівня однорідності сукупності;
- б) для визначення середнього значення ознаки в сукупності;
- в) для знаходження центрального члена ранжованого ряду.

41. При правосторонній асиметрії:

- а) $M_o < \bar{X}$;
- б) $M_e > \bar{X}$;
- в) $\bar{X} < M_o$.

42. За якою формулою обчислюється необхідна чисельність вибірки для середньої при безповторному випадковому відборі:

- а) $\frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$;
- б) $\frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_x^2}$;
- в) $\frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$.

43. При вибіркового контролю якості жіночих пальто, що надійшли на базу з фабрики, виявився 1% браку. Помилка вибірки при $t = 2$ дорівнює 0,04%. На основі цього з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що частка бракованих пальто:

- а) дорівнює 0,04%;
- б) дорівнює 1,04%;
- в) не більше 1,04%.

44. Коефіцієнт взаємної спряженості використовують для оцінки щільності зв'язку між ознаками, якщо:

- а) обидві ознаки атрибутивні;
- б) лише факторна ознака атрибутивна;
- в) лише результативна ознака атрибутивна.

45. Коефіцієнт детермінації показує:

- а) частку варіації результативної ознаки під впливом варіації ознаки-фактора;



- б) частку варіації факторної ознаки за рахунок результативної;
в) тісноту зв'язку між результативними і факторними ознаками.

46. Які значення може приймати коефіцієнт кореляції:

- а) від -1 до +1;
б) може бути лише більше 0;
в) приймати значення від 0 до 1.

47. Обчислено рівняння регресії між річною продуктивністю праці (тис. грн.) X та заробітною платою (грн.) Y : $Y = 10 + 70 \cdot X$. Це означає, що:

- а) якщо продуктивність праці дорівнює 1000 грн., то заробітна плата повинна дорівнювати 70 грн.;
б) якщо продуктивність праці не міняється, то заробітна плата складає 80 грн.;
в) якщо продуктивність праці збільшиться на 1000 грн., то заробітна плата зросте на 70 грн.

48. Обчислені наступні значення параметрів рівняння регресії між стажем роботи (років) і заробітною платою (грн.) $Y = 5 - 6 \cdot X$. Явно помилково обчислені параметри:

- а) "а";
б) "в";
в) "а" і "в"

49. Вкажіть, який з індексів є загальним індексом собівартості:

- а) $I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$; б) $I = \frac{\sum q_0 z_0}{\sum q_1 z_0}$; в) $I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$.

50. В загальному індексі товарообігу (I_{qp}) фіксується показник:

- а) якісний;
б) кількісний;
в) жоден з показників не фіксується

51. Індекс трудомісткості дорівнює 0,8. Як змінилась продуктивність праці у звітному періоді порівняно з базисним:

- а) знизилась на 20%;
б) знизилась на 0,8;
в) підвищилась на 20%.

52. Одиницею статистичного спостереження є:

- а) первинний елемент, ознаки якого реєструються;



б) первинна одиниця сукупності, від якої одержують інформацію;

в) статистичний реєстр (звіт, анкета, облікова картка).

53. Проведено обстеження продуктивності праці шахтарів на великих шахтах, які добувають більш як 75% усього вугілля в басейні. За способом охоплення одиниць сукупності спостереження є:

а) суцільним;

б) вибіркоvim;

в) обстеженням основного масиву.

54. Статистичним групуванням називають:

а) розмежування сукупності на групи і підгрупи за певними ознаками;

б) збір статистичних даних за певними об'єктами, групами;

в) розмежування сукупності на групи і підгрупи за атрибутивною ознакою з чітко визначеними вимогами та умовами віднесення елементів до тієї чи іншої групи.

55. Виявити взаємозв'язок між ознаками можна за допомогою групування:

а) типологічного;

б) структурного;

в) аналітичного.

56. Вкажіть відносні величини динаміки:

а) продукція хімічного комбінату зросла в 1,7 рази;

б) в галузях матеріального виробництва працює 75,7% всього населення країни;

в) на 100 робітників з відрядною оплатою праці припадає 38 з почасовою.

57. Відомі щорічні коефіцієнти росту, які характеризують зміну явища по відношенню до попереднього року за 20-річний період. Яку середню потрібно використовувати для визначення середнього коефіцієнту росту:

а) гармонійну;

б) геометричну;

в) квадратичну.

58. Якщо всі індивідуальні значення ознаки збільшити на 5 одиниць, то середня:

а) зменшиться в 5 разів;

б) збільшиться на 5;



в) зміну середньої передбачити неможливо.

59. Для визначення середнього значення ознаки, індивідуальні значення якої виражені оберненими показниками, слід застосувати формулу середньої:

- а) гармонійної;
- б) арифметичної;
- в) геометричної.

60. Медіана в ряду розподілу — це:

- а) найбільша частота;
- б) найпоширеніше значення ознаки;
- в) значення ознаки, яке ділить ряд навпіл.

61. Правило складання дисперсій полягає в тому, що загальна дисперсія дорівнює:

- а) сумі групових дисперсій;
- б) сумі міжгрупової та середньої з групових дисперсій;
- в) міжгрупова дисперсія дорівнює сумі міжгрупових дисперсій.

62. За якою формулою визначається дисперсія альтернативної ознаки:

- а) qp ;
- б) $\sqrt{qp}$;
- в) $\overline{X^2} - (\overline{X})^2$.

63. Для порівняння варіації двох ознак доцільно використовувати:

- а) дисперсію;
- б) середнє квадратичне відхилення;
- в) коефіцієнт варіації.

64. При лівосторонній асиметрії:

- а) $M_e > M_o$;
- б) $\overline{X} < M_o$;
- в) $M_o < \overline{X}$.

65. Згідно даних вибіркового обстеження норм виробітку на підприємстві $\tilde{X} = 165\%$ при $\mu = 1\%$. На основі цього з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що середній процент виконання норм виробітку:

- а) не більше 167% і не менше 163%;
- б) не менше 167%;
- в) не більше 163% і не менше 167%.

66. Якщо при $\alpha = 0,05$ критичне значення $\eta^2 = 0,5$, це означає, що:



а) в 95 вибірках зі 100 може бути отримане значення η^2 , яке не перевищує 0,5;

б) в 95 вибірках зі 100 може бути отримане значення η^2 , яке перевищує 0,5;

в) кореляційне співвідношення в аналітичному групуванні дорівнює 0,5.

67. Кореляційне відношення — це:

а) частка міжгрупової дисперсії у залишковій (внутрігруповій);

б) частка міжгрупової дисперсії у загальній;

в) частка залишкової (внутрігрупової) дисперсії у загальній.

68. Фактичне значення F -критерію, обчислене за аналітичним групуванням, дорівнює 5,9. Критичне значення F для рівня істотності 0,05 дорівнює 5,5. Це дозволяє зробити висновок, що:

а) зв'язок суттєвий;

б) зв'язок відсутній;

в) групування побудоване неправильно.

69. Обчислені наступні значення параметрів лінійного рівняння регресії між вагою поросят (кг) і та їх віком (тижнів) $Y = 130 - X$. Явно помилково обчислені параметри:

а) “а”;

б) “в”;

в) “а” і “в”

70. Які значення може приймати індекс кореляції:

а) може бути лише більше 0;

б) від -1 до +1;

в) від 0 до 1.

71. Для вирівнювання ряду динаміки, що характеризує виробництво хімічних волокон, використана показникова крива: $y = a_0 \cdot a_1^t$. Параметр a_1 характеризує:

а) середньорічний абсолютний приріст;

б) середньорічний темп росту;

в) середньорічний темп приросту.

72. Вкажіть, який з індексів є загальним індексом товарообігу:

$$\text{а) } I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}; \quad \text{б) } I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_1 q_1}; \quad \text{в) } I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$



73. У загальному індексі фізичного обсягу (I_q) фіксується:

- а) якісний показник;
- б) кількісний показник;
- в) жоден з показників не фіксується.

74. Абсолютне збільшення (зменшення) загальних витрат на виробництво одного виду продукції у звітному періоді порівняно з базисним визначається зміною собівартості одиниці продукції як:

- а) $q_1(z_1 - z_0)$; б) $q_0(z_1 - z_0)$; в) $z_1(q_1 - q_0)$;

75. Вкажіть, який з індексів є середньогармонійним зваженим індексом цін, тожним агрегатній формі:

- а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$; б) $I = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum \frac{p_0 q_0}{i_p}}$; в) $I = \frac{\sum i_p p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$.

76. Об'єктивним часом спостереження є:

- а) час, до якого відносяться дані спостереження;
- б) час, протягом якого здійснюється реєстрація даних;
- в) момент часу, станом на який здійснюється реєстрація даних.

77. Облік явок і неявок на роботу за ступенем охоплення одиниць сукупності є спостереженням:

- а) суцільним;
- б) вибіркоким;
- в) монографічним.

78. Зведення статистичних даних включає такі етапи:

- а) контроль первинних фактичних даних;
- б) групування та підрахунок підсумків;
- в) групування, підрахунок підсумків і викладення результатів зведення у формі таблиць;

79. Атрибутивним рядом розподілу є:

- а) розподіл вантажообороту за видами транспорту;
- б) розподіл електростанцій за потужністю;
- в) розподіл магазинів за величиною товарообігу.

80. Вкажіть відносні величини порівняння:

- а) продукція першого сорту становить 85% всієї виробленої продукції;
- б) число лікарів на 10000 чоловік населення складає 31,6;



в) виробництво бавовняних тканин в Україні по відношенню до рівня Польщі становить 127%.

81. За даними про урожайність з одного гектара і валовий збір озимої пшениці в кожній з трьох бригад фермерського господарства необхідно визначити середню урожайність озимої пшениці по колгоспу в цілому. Якого виду середню слід використати:

- а) геометричну;
- б) гармонійну;
- в) квадратичну.

82. Для визначення загальної середньої із групових середніх (питома вага груп різна) слід застосувати формулу:

- а) арифметичної простої;
- б) арифметичної зваженої;
- в) гармонійної простої.

83. Якщо всі індивідуальні значення ознаки зменшити на 20 одиниць, то середня:

- а) зменшиться на 20;
- б) зменшиться в 20 разів;
- в) не зміниться.

84. Який зі способів визначення дисперсії є спрощеним:

- а) $\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{\sum f}$;
- б) $\frac{\sum (X - \bar{X})^2 f}{n}$;
- в) $\bar{X}^2 - (\bar{X})^2$.

85. Якщо всі значення ознаки збільшити на певну величину, то дисперсія:

- а) збільшиться на таку саму величину;
- б) зменшиться на таку саму величину;
- в) не зміниться.

86. Якщо кореляційне співвідношення дорівнює одиниці, то:

- а) розбіжності між груповими середніми відсутні;
- б) розбіжності між варіантами всередині груп відсутні; зв'язок функціональний;
- в) зв'язок відсутній.

87. Коефіцієнт варіації можна розрахувати на основі:

- а) середнього квадратичного відхилення;
- б) середнього лінійного відхилення;
- в) варіаційного розмаху.



88. Середній розмір чоловічого взуття $\bar{X} = 41$, $M_o = 41$,

$M_e = 41$. Розподіл чоловіків за розміром взуття:

- а) симетричний;
- б) асиметричний з лівосторонньою асиметрією;
- в) висновок зробити неможливо.

89. За якою формулою обчислюється гранична помилка вибіркової середньої при випадковому повторному відборі:

- а) $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$;
- б) $t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$;
- в) $2t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$.

90. Який із видів відбору забезпечує найкращу репрезентативність вибірки:

- а) випадковий;
- б) механічний;
- в) серійний.

91. Коефіцієнт еластичності характеризує:

а) на скільки процентів збільшується результативна ознака (Y) при збільшенні факторної (X) на 1%;

б) на скільки процентів збільшиться факторна ознака при збільшенні результативної на 1%;

в) форму і тісноту зв'язку.

92. Для оцінки щільності зв'язку між альтернативними ознаками можна використати:

- а) коефіцієнт взаємної спряженості;
- б) коефіцієнт асоціації;
- в) коефіцієнт рангової кореляції Спірмена.

93. Обчислено рівняння регресії між собівартістю одиниці продукції (грн) та розміром накладних витрат (грн.):

$Y = 10 + 0,05 \cdot X$. Це означає, що по мірі зростання накладних витрат на 1 грн. собівартість одиниці продукції підвищується на:

- а) 5%;
- б) 10, 05 грн.;
- в) 5 коп.



6. ПОРЯДОК І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ

Основними завданнями контролю знань з дисципліни “Статистика” є оцінювання засвоєння ними теоретичних знань і навичок, набутих під час навчання. При цьому, контрольні заходи мають:

- 1) стимулювати систематичну самостійну роботу над навчальним матеріалом;
- 2) забезпечити закріплення та реалізацію набутих теоретичних знань при виконанні практичних завдань на базах виробничої практики (за місцем роботи);
- 3) прищепити навички відповідального ставлення до своїх обов’язків, самостійного цілеспрямованого пошуку потрібної інформації, чіткої організації свого робочого дня.

Згідно з навчальним планом з дисципліни „Статистика” передбачена форма підсумкового контролю – екзамен. Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою.

Шкала оцінювання в КМСОНП та ECTS

- 90-100 балів – „відмінно” (A);
- 82-89 балів – „дуже добре” (B);
- 74-81 балів – „добре” (C);
- 64-73 балів – „задовільно” (D);
- 60-63 балів – „достатньо” (E);
- 35-59 балів – „незадовільно” з можливістю повторного складання (FX);
- 1-34 балів – „незадовільно” з обов’язковим повторним курсом (F).

Поточний контроль знань студентів

Система поточного контролю студентів передбачає оцінювання їх за двома основними напрямками:

- а) перевірка теоретичних знань;
- б) перевірка виконання індивідуальних практичних завдань.

Оцінювання рівня засвоєння теоретичних знань в залежності від вибору викладача може проводитись в одній з альтернативних



форм:

- за результатами звітів про вивчення відповідних тем дисципліни або написання рефератів згідно з тематичним планом;
- за підсумками комп'ютерного тестування;
- під час проведення усної співбесіди керівника курсу зі студентом, в процесі якої студент дає відповіді на питання з різних тем дисципліни.

Для студентів заочної форми навчання перевірка теоретичних знань може відбуватися за модульними завданнями, що виконуються в аудиторії під контролем викладача або з використанням комп'ютерного тестування.

Оцінювання рівня набутих практичних навичок здійснюється за результатами виконання та захисту індивідуальних практичних завдань, що виконуються студентами на базі матеріалів виробництва (за місцем роботи, або за місцем проходження практики). Такі завдання включаються до навчально-методичних посібників для самостійного вивчення дисципліни, розмішуються на сайті університету або видаються безпосередньо студентам.

Підсумковий контроль знань студентів

Формою підсумкового контролю знань студентів з дисципліни “Статистика” є іспит з урахуванням поточної успішності студентів. Іспит проводиться у письмовій формі. Екзаменаційні білет містить 4 завдання.

Перелік та зміст екзаменаційних завдань:

Блок теоретичних завдань

1. Теоретичне питання - 10 балів
2. Тестові завдання (30 тестів: 0,5 балів за правильну відповідь) - 15 балів

Блок практичних завдань

3. Задача 5 балів
 4. Задача підвищеного рівня складності 10 балів
- Максимальна оцінка результатів іспиту 40 балів



Оцінка рівня знань при складанні іспитів

Оцінка «відмінно»	Студент має систематичні та глибокі знання учбового матеріалу, вміє без помилок виконувати практичні завдання, які передбачені програмою курсу, засвоїв основну й ознайомився з додатковою літературою, викладає матеріал у логічній послідовності, робить узагальнення і висновки, наводить практичні приклади у контексті тематичного теоретичного матеріалу.
Оцінка «добре»	Студент повністю засвоїв учбовий матеріал, знає основну літературу, вміє виконувати практичні завдання, викладає матеріал у логічній послідовності, робить певні узагальнення і висновки, але не наводить практичних прикладів у контексті тематичного теоретичного матеріалу або допускає незначні помилки у формуванні термінів, категорій, невеликі арифметичні помилки у розрахунках при вирішенні практичних завдань.
Оцінка «задовільно»	Студент засвоїв матеріал не у повному обсязі, дає неповну відповідь на поставлені теоретичні питання, допускається грубих помилок у розрахунках при розв'язанні практичного завдання.
Оцінка «незадовільно»	Студент не засвоїв учбовий матеріал, дає неправильні відповіді на поставлені теоретичні питання, не вміє або неправильно виконує розрахунки при розв'язанні практичних завдань.



**Національний університет водного господарства та
природокористування**

**Найменування галузі знань 0305 „Економіка і підприємництво”
Напрям підготовки: 6030504 «Економіка підприємства»,
6030509 „Облік і аудит”**

Дисципліна: Статистика

Вид контролю: підсумковий контроль

Комплексна контрольна робота №1

I. Теоретична частина:

1. Дати повну відповідь на питання:
Предмет і метод статистики
2. Визначити єдину правильну відповідь на кожне з 30
тестових завдань.

II. Практична частина:

1. Розв'язати задачу 1

За наведеними даними про попит на взуття для молодших
школярів **визначте** окремо для хлопчиків і дівчаток модальне та
медіанне значення розміру взуття.

Розмір	Продано пар взуття	
	Для дівчаток	Для хлопчиків
18	22	-
18,5	33	12
19	20	18
19,5	18	20
20	6	34
20,5	1	16
Разом	100	100

**2. Розв'язати задачу 2**

Динаміка виробництва прокату чорних металів характеризується даними:

Прокат	Обсяг виробництва, тис.т		Собівартість виробництва, грн.	
	Базовий період	Поточний період	Базовий період	Поточний період
Середньокатаний	40	44	550	500
Тонкоккатаний	25	35	380	360

Визначити абсолютну зміну витрат виробництва в цілому і за рахунок зміни собівартості.

Затверджено на засіданні кафедри економіки підприємства
Протокол № _____ від _____ 200__ року
Зав. кафедри : _____ (_____)





7. ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

Абсолютне значення одного відсотка приросту — це одна сота частина базового рівня показника або відношення абсолютного приросту до відповідного темпу приросту.

Абсолютний показник — це показник у формі абсолютної величини, яка відображає фізичні властивості, часові та вартісні характеристики соціально-економічних процесів та явищ.

Абсолютний приріст — це показник ряду динаміки, який показує, на скільки одиниць змінився поточний рівень показника порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

Абсолютним прискоренням приросту у статистиці називають різницю між наступним та попереднім абсолютними приростами, яка показує, на скільки дана швидкість більша (менша), ніж попередня.

Агрегатний індекс — складний відносний показник, який характеризує середню зміну соціально-економічного явища, що досліджується з декількох видів одиниць (однорідних або неоднорідних).

Аналітичне вирівнювання — це найбільш досконалий прийом виявлення основної тенденції динаміки, що здійснюється за допомогою математичної формули, яка відображає загальну тенденцію ряду.

Аналітичні групування — це групування, що дають змогу виявити наявність взаємозв'язку між явищами, що вивчаються, та їхніми ознаками.

Анкетне обстеження — це обстеження певної частини одиниць сукупності внаслідок неповного повернення від респондентів заповнених реєстраційних формулярів (анкет).

Арифметичний контроль — це прямий чи побічний перерахунок зареєстрованих даних.

Асиметричний розподіл — вершина розподілу зміщена. Вона виникає внаслідок обмеженої варіації в одному напрямі або під впливом домінуючої причини розвитку, яка приводить до зміщення центру розподілу.

Атрибутивний ряд розподілу — ряд розподілу, який будується за атрибутивною ознакою.

Багатомірне групування — це складне групування, якщо воно



проводиться за кількома ознаками одночасно.

Багатоступенева вибірка — це вибірка, за якої з генеральної сукупності спочатку вибираються збільшені групи, потім — дрібні і так доти не будуть відібрані ті одиниці, які підлягають спостереженню.

Багатофазна вибірка передбачає збереження постійної одиниці добору на всіх етапах його проведення. При цьому одиниці, які було відібрано на кожній стадії, підлягають обстеженню. На кожній наступній стадії добору програма обстеження розширюється.

Багатофакторні дисперсійні комплекси - методи вимірювання зв'язку результативної ознаки з двома і більше факторними ознаками і перевірки його істотності. Для цього використовують **аналітичні групування**, які дають змогу аналізувати залежність результативної ознаки від кожного з факторів за фіксованих значень інших.

Базовий рівень показника — це рівень, з яким здійснюють порівняння або це рівень періоду, прийнятого за базу порівняння.

Безповторний добір — це спосіб формування вибірки, за якого одиниця, що потрапила у вибірку, не повертається в сукупність, з якої здійснюється подальший добір.

Безпосередній облік фактів або безпосереднє спостереження — реєстратори шляхом безпосереднього замірювання, зваження, рахування або перевірки роботи встановлюють факт, який підлягає реєстрації, і на цій підставі роблять запис у формулярі спостереження.

Вага — це число елементів сукупності з однаковими варіантами.

Вага індексу — величина, яка використовується з метою сумірності індексованих величин.

Варіанти — окремі значення ознаки, яких вона набуває у варіаційному ряду розподілу, тобто конкретні значення ознаки, що варіює.

Варіаційний ряд розподілу — ряд розподілу, який будується за кількісною ознакою.

Варіація — коливання значення ознаки окремих одиниць сукупності.

Варіація — коливання, різноманітність, змінюваність значення ознаки окремих одиниць сукупності явищ.

Вартісні одиниці вимірювання — це одиниці вимірювання, які



дають грошову оцінку соціально-економічним явищам та процесам.

Величина інтервалу (інтервальна різниця) – це різниця між верхньою та нижньою межами інтервалу.

Верхня межа інтервалу – це максимальне значення ознаки в інтервалі.

Вибіркова сукупність — це сукупність одиниць, які вибрані для обстеження.

Вибіркова частка — це питома вага одиниць, які мають певну ознаку у вибірковій сукупності.

Вибіркове спостереження — це несущільне спостереження, за якого статистичному дослідженню підлягають одиниці сукупності, що вивчаються і вибираються випадковим способом.

Вибіркове спостереження — це обстеження, під час якого реєструється деяка частина одиниць сукупності, відібрана у випадковому порядку.

Випадкові похибки — це наслідок випадковості вибору елементів для дослідження і пов'язаних з цим розбіжностей між структурами вибіркової та генеральної сукупностей щодо ознак, які вивчаються.

Відкриті інтервали – це інтервали, які мають тільки одну межу: верхня – у першого; нижня – в останнього.

Відносна похибка показує, на скільки відсотків вибірка оцінка може відхилитися від параметра генеральної сукупності.

Відносна стандартна похибка середньої — це коефіцієнт варіації вибірових середніх.

Відносне прискорення — це відношення абсолютного прискорення до абсолютного приросту, прийнятого за базу, або це темп приросту абсолютного приросту. Розраховується тільки у випадку, якщо абсолютний приріст, що прийнятий за базу порівняння, додатне число.

Відносний показник — показник у формі відносної величини — це результат порівняння одного абсолютного показника з іншим; характеризує співвідношення між кількісними характеристиками процесів і явищ, що вивчаються, або кількісне співвідношення різноименних чи однойменних показників.

Відносний показник виконання плану — показник, який показує, на скільки відсотків фактично перевиконано чи недовиконано планове завдання у звітному періоді.



Відносний показник динаміки (темп зростання) — показник, який характеризує, у скільки разів або на скільки відсотків змінився рівень показника за звітний період порівняно з базовим або попереднім періодом.

Відносний показник інтенсивності — це показник, який характеризує ступінь поширення одного явища в середовищі іншого.

Відносний показник координації — це показник, який характеризує співвідношення окремих частин між собою.

Відносний показник планового завдання — показник, який вказує, на скільки відсотків або у скільки разів планом передбачається змінити рівень показника, що вивчається, у звітному періоді порівняно з попереднім періодом.

Відносний показник порівняння — показник, який характеризує міру співвідношення однойменних показників за один час, але за різними об'єктами дослідження.

Відносний показник структури — показник, що показує, який відсоток становить окрема частина сукупності відносно сукупності в цілому.

Відносні показники варіації — це коефіцієнт варіації лінійний та квадратичний, коефіцієнт осциляції.

Генеральна сукупність — це сукупність одиниць, з яких вибирають елементи для обстеження.

Гранична похибка вибірки — це максимально можлива похибка для взятої ймовірності яка визначає розмір помилки залежно від того, з якою ймовірністю вона знаходиться.

Групова статистична таблиця — це таблиця, підметом якої є групування одиниць сукупності за однією (кількісною чи атрибутивною) ознакою.

Груповий добір передбачає формування вибіркової сукупності на основі добору груп одиниць з генеральної сукупності.

Дефлятор — це коефіцієнт, який переводить значення вартісного показника за звітний період у вартісні вимірювачі базового періоду.

Децилі — варіанти, які поділяють ранжируваний ряд на десять рівних частин.

Дискретний варіаційний ряд — розподіл одиниць сукупності за дискретною ознакою.

Дисперсія — це середній квадрат відхилень індивідуальних



значень ознаки від їхньої середньої величини.

Документальний облік, чи документальний спосіб спостереження - базою для такого спостереження як джерела статистичної інформації є різного роду документи, як правило, облікового характеру.

Експедиційний спосіб — це реєстрація фактів спеціально підготовленими обліковцями з одночасною перевіркою точності реєстрації.

Експес розподілу — це ступінь зосередженості елементів сукупності навколо центра розподілу.

Еліпс розсіювання — це розміщення незгрупованого матеріалу в системі координат з відкладенням значень причини на осі абсцис, а значень наслідку — на осі ординат.

Емпіричне кореляційне відношення — це корінь квадратний з коефіцієнта детермінації.

Завдання статистичного дослідження — отримання узагальнюючих показників та виявлення закономірностей соціально-економічних явищ і процесів у конкретних умовах місця та часу.

Загальні об'ємні показники — це абсолютні показники, які характеризують обсяг ознаки або обсяг сукупності як у цілому щодо об'єкта, який вивчається, так і щодо будь-якої його частини; ці показники отримують шляхом зведення та групування індивідуальних абсолютних показників.

Закономірність — повторюваність, послідовність і порядок змін в явищах.

Закриті інтервали — це такі інтервали, які мають і нижню, і верхню межу.

Зведений (загальний) індекс — показник, що характеризує динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумовуванню в часі, просторі чи порівняно з планом.

Звітна одиниця — суб'єкт, від якого надходить інформація про одиницю спостереження.

Звітність — це основна форма статистичного спостереження, за допомогою якої статистичні органи у визначений термін одержують від підприємств, установ, організацій необхідні дані у формі звітних документів, що встановлені законодавством, підтверджені підписами осіб, відповідальних за достовірність і своєчасність цієї інформації.



Зображення лінії регресії можуть бути різні: табличне, аналітичне, графічне.

Індекс — це відносний показник, що характеризує зміну рівня будь-якого явища чи процесу в часі, просторі чи порівняно з планом, нормою, стандартом.

Індекс змінного складу — індекс, який відображає відношення середніх рівнів якісного показника, що належать до різних періодів часу.

Індекс постійного (фіксованого) складу — це індекс, який визначено з вагами, зафіксованими на рівні звітного періоду і який показує зміну середнього рівня якісного показника за рахунок змін індексованої величини щодо окремої одиниці сукупності.

Індекс структурних зрушень — це індекс, який показує вплив змін у структурі явища, що вивчається, на динаміку середнього рівня цього явища.

Індексована величина (показник) — це ознака, зміна якої досліджується.

Індивідуальний добір передбачає формування вибіркової сукупності на основі добору окремих одиниць генеральної сукупності.

Індивідуальні абсолютні показники — показники, які отримують в процесі статистичного спостереження як результат замірювання, зваження, підрахунку та оцінки зацікавленої кількісної ознаки.

Індивідуальні індекси — відносні показники, які характеризують зміну в динаміці або відображають співвідношення в просторі, якогось одного виду одиниць явища.

Інтегральні комплексні оцінки — це комбінування показників верхніх щаблів ієрархічної структури системи статистичних показників.

Інтервал — це значення ознаки, що варіює і лежить у певних межах. Кожний інтервал має свою величину, верхню і нижню межу чи хоч одну з них.

Інтервальна оцінка, тобто довірчий інтервал — це інтервал значень параметра, розрахований за даними вибірки для певної ймовірності. Чим він менший, тим точніша вибіркова оцінка.

Інтервальний варіаційний ряд — ряд, який зображає поточну варіацію ознаки. Якщо інтервали упродовж усього ряду зберігають



одну і ту ж величину, то вони називаються рівними, а варіаційний ряд — рядом з рівними інтервалами.

Інтервальний ряд динаміки — це числовий ряд динаміки, який характеризує зміни в часі розмірів суспільних явищ, рівні яких подано за певний період часу.

Інтерполяція — розрахунок приблизних рівнів, які знаходяться в середині ряду динаміки, але з яких-небудь причин невідомі. **Екстраполяція** — визначення рівнів за межами ряду, що досліджується, тобто продовження ряду на основі виявленої закономірності рівнів за певний термін часу.

Квадратичний коефіцієнт варіації — це відсоткове відношення середнього квадратичного відхилення до середньої величини ознаки.

Квартилі — це варіанти, які поділяють ранжирувану сукупність на чотири рівновеликі частини.

Класифікація у статистиці — це систематизований розподіл явищ та об'єктів за певними групами, класами, розрядами на підставі їхнього збігу або різниці. Основою класифікації, як правило, є якісна ознака. У сучасній статистичній практиці розрізняють економічні та соціальні класифікації, які об'єднуються загальним терміном **статистичні класифікації**.

Коефіцієнт детермінації — це відношення міжгрупової дисперсії до загальної:

Коефіцієнт осциляції — це відсоткове відношення розміру варіації до середньої величини ознаки.

Комбінаційна статистична таблиця — це таблиця, підметом якої є групування одиниць сукупності одночасно за двома і більше ознаками.

Комбінаційне групування — це складне групування, в основі якого послідовно скомбіновано дві і більше ознак.

Кореляційна залежність є підвидом стохастичної залежності: зі зміною факторної ознаки x змінюються групові середні результативної ознаки y , тобто замість умовних розподілів порівнюються середні значення цих розподілів.

Кореспондентський спосіб — це реєстрація фактів про явища та процеси на місцях їх виникнення спеціально підготовленими особами та надсилання результатів до відповідних інстанцій.

Критерієм однорідності сукупності вважається квадратичний



коефіцієнт варіації ($V < 0,33$).

Критичне значення кореляційного відношення η^2_k — це максимальне можливе значення η^2 , яке може виникнути випадково за відсутності кореляційного зв'язку.

Критичний момент спостереження — день, година, на яку має бути проведено реєстрацію ознак щодо кожної одиниці сукупності, що досліджується, тобто це момент часу реєстрації даних.

Лат — термін часу відставання одного явища від іншого, пов'язаного з ним.

Лінійний коефіцієнт варіації — це відсоткове відношення середнього лінійного відхилення до середньої величини ознаки.

Лінія регресії — це головна характеристика кореляційного зв'язку. Лінія регресії y на x — це функція, яка зв'язує середні значення ознаки y зі значенням ознаки x . Залежно від форми лінії регресії розрізняють **лінійний** і **нелінійний зв'язки**.

Логічний контроль — це перевірка сумісності даних, яка полягає в порівнянні взаємозалежних ознак (наприклад, вік респондента та його професія).

Макет таблиці — це сукупність горизонтальних рядків і вертикальних граф таблиці без наведення числових даних.

Мала вибірка — це вибіркове спостереження, чисельність одиниць якого не перевищує 20.

Медіана — у статистиці це значення ознаки у тієї одиниці сукупності, яка знаходиться в середині упорядкованого ряду, тобто це варіанта, яка знаходиться в середині упорядкованого варіаційного ряду і поділяє його на дві рівні частини.

Мета спостереження — одержання достовірної інформації для виявлення закономірностей розвитку явищ і процесів. Кінцевою метою спостереження є підготовка управлінських рішень та вжиття відповідних заходів.

Метод аналітичного групування полягає в тому, що всі елементи вихідної інформації групуються за факторною ознакою x , далі в кожній групі обчислюються середні значення результативної ознаки y .

Метод збільшення інтервалів — один із найбільш простих прийомів виявлення тенденції розвитку — збільшення періодів часу, до яких належать рівні динамічного ряду. При збільшенні інтервалів кількість членів ряду динаміки змінюється. У такому



випадку випадає з поля зору рух рівнів ряду від року до року, а з'являються характерні особливості виявленої тенденції.

Метод плинних (ковзних) середніх — один із прийомів виявлення тенденції розвитку явища чи процесу. Зміна ряду динаміки за допомогою плинної (ковзної) середньої полягає в тому, що обчислюється середній рівень спочатку на основі певної кількості перших за рахунком рівнів ряду, далі — на основі тієї ж кількості рівнів, але починаючи з другого за рахунком рівня, потім — з третього рівня і т. д. Таким чином, використовуючи цей прийом, ніби "плинемо" за динамічним рядом від його початку до кінця, кожен раз відкидаючи один з рівнів на початку і додаючи наступний.

Механічна вибірка — це вибірка, за якої добір одиниць здійснюється механічно через певний інтервал. Суть її полягає в тому, що усю (генеральну) сукупність ділять на рівні частини відповідно до обраної ознаки і з кожної такої частини обстежують одну одиницю. За цього способу добору вивчають певне число одиниць сукупності через визначений інтервал (5%, 10% тощо).

Міжгрупова варіація — це результат впливу фактора, який покладено в основу групування, **внутрішньогрупова** — інших факторів, окрім групувального.

Міра асиметрії — це відносне відхилення, яке характеризує напрям і міру скісності в середині розподілу: за правосторонньої асиметрії $A > 0$, за лівосторонньої — $A < 0$.

Мода — у статистиці це значення ознаки (варіанти), що найчастіше зустрічається в сукупності.

Моментний ряд динаміки — це числовий ряд, який характеризує зміни в часі розмірів суспільних явищ, рівні яких подано на певний момент часу.

Моніторинг — це спеціально організоване систематичне спостереження за станом певного середовища.

Монографічне обстеження — це ретельне обстеження одиниць сукупності з метою їх досконалого вивчення.

Несуцільне спостереження — спостереження, за якого дослідженню підлягає лише окрема частина досліджуваної сукупності.

Нижня межа інтервалу — це мінімальне значення ознаки і інтервалі.

Об'єкт спостереження — це статистична сукупність, в якій



відбуваються соціально-економічні явища і процеси, що досліджуються.

Обстеження основного масиву — це обстеження переважної частини одиниць сукупності, що відіграють визначальну роль у характеристиці об'єкта спостереження.

Одиниця спостереження — складовий (первинний) елемент об'єкта, що є носієм ознак, які підлягають реєстрації.

Одиниця статистичної сукупності — це кожний окремо взятий елемент даної чисельності, якому притаманні певні ознаки.

Однорідні сукупності — це сукупності, елементи яких мають спільні властивості та належать до одного типу, класу.

Опитування — спосіб спостереження, за якого інформацію отримують зі слів респондентів, як правило, несучільне спостереження.

Основна тенденція (тренд) — це достатньо стійка зміна рівня явища в часі, більш-менш вільна від випадкових коливань. Основну тенденцію можна подати аналітично — у вигляді рівняння (моделі) тренда або графічно.

Перепис — спеціально організоване спостереження, яке, як правило, повторюється через рівні інтервали часу з метою отримання даних про чисельність, склад та стан об'єкта статистичного спостереження щодо ряду ознак на певну дату, тобто суспільне або вибіркове спостереження масових явищ з метою визначення їхнього розміру та складу станом на певну дату.

Період (строк або термін) спостереження — суб'єктивний час, протягом якого відбувається заповнення статистичних формулярів, тобто протягом якого реєструються дані.

Періодичне спостереження — спостереження, за якого реєстрація фактів відбувається за певний інтервал часу (декаду, місяць, квартал, півріччя, рік).

Підмет таблиці — це об'єкт дослідження: перелік елементів сукупності, їх групи, окремі територіальні одиниці або часові інтервали.

Показники варіації — це показники, які визначають міру варіації (коливання) окремих значень ознаки від середньої величини.

Поточне спостереження — спостереження, за якого зміни, які відбуваються з явищем чи процесом, що вивчається, фіксуються відразу, як тільки вони відбулися.



Поточний або порівнюваний рівень показника — це рівень, який порівнюють з попереднім чи базовим.

Правило розкладання (декомпозиції) варіації: для статистичної сукупності, яка згрупована за певною ознакою, можливо визначити три види дисперсій: загальну (a^2), внутрішньогрупову (a^2) та міжгрупову (b^2). **Загальна дисперсія** характеризує варіацію усіх одиниць сукупності від загальної середньої, тобто варіацію ознаки навколо загальної середньої, **внутрішньогрупові** — варіацію ознаки у групах від групової середньої, а **міжгрупова** — варіацію групових середніх від загальної середньої.

Предмет статистики — кількісна сторона якісно визначених масових соціально-економічних явищ та процесів, які відображаються за допомогою статистичних показників.

Прийом "зімкнення рядів динаміки" використовують з метою приведення рівнів ряду динаміки до порівнянного вигляду, придатного до аналізу.

Присудок таблиці — це показники, що характеризують підмет як об'єкт дослідження.

Програма спостереження — це перелік запитань (або ознак), які підлягають реєстрації в процесі спостереження.

Проста статистична таблиця — це таблиця, підметом якої є перелік об'єктів, елементів сукупності.

Просте групування — це групування одиниць сукупності за однією ознакою.

Простий випадковий добір — це вибірка, за якої добір одиниць (або груп одиниць) для обстеження здійснюється з генеральної сукупності не передбачено, а випадково.

Прямі зв'язки — це зв'язки, за яких зі зростанням значень ознаки-фактора результативна ознака також збільшується, і навпаки: при зменшенні ознаки-фактора результативна ознака також зменшується, тобто направленість зміни результативної ознаки збігається з направленістю зміни ознаки-фактора.

Ранги — порядкові номери одиниць сукупності, упорядковані за зростанням значень ознаки.

Реєстр населення — це поіменний перелік жителів певного регіону, який регулярно переглядається.

Реєстр підприємств та організацій — це перелік суб'єктів усіх видів економічної діяльності із зазначенням їхніх реквізитів та



Реєстраційне спостереження — форма поточного спостереження за процесами, що відбуваються упродовж тривалого часу, мають фіксований початок, стадію розвитку та фіксований кінець.

Рівень істотності — це така ймовірність, за якої ймовірність отримання значення η^2 , більшого від критичного (за умови відсутності зв'язку між ознаками), була б достатньо малою.

Рівень ряду — це конкретне значення відповідних статистичних показників. Рівні ряду динаміки обов'язково мають бути порівняльними за методологією обчислення показника, територією, тривалістю періоду, одиницями вимірювання та ін.

Рівень ряду динаміки — абсолютна (відносна, середня) величина кожного члена динамічного ряду.

Рівняння регресії показує типове в певних умовах співвідношення між розмірами ознаки-фактора і результативної ознаки, тоді як рівняння функціонального зв'язку справедливе лише для кожного окремого випадку.

Розмах варіації — це різниця між максимальним та мінімальним значеннями ознаки, яка варіює.

Розшарований (районований) добір — це спосіб формування з урахуванням структури генеральної сукупності; він передбачає її попередню структуризацію і незалежний добір елементів у кожній складовій.

Ряд розподілу — це упорядкований розподіл одиниць сукупності на групи за певною ознакою, яка варіює.

Ряди динаміки — це розміщені в часі значення явища, тобто послідовність чисел, які характеризують зміни розмірів суспільних явищ у часі.

Самореєстрація — факти фіксують самі респонденти після попереднього інструктажу з боку реєстраторів-обліковців.

Середнє квадратичне відхилення — це корінь квадратний з дисперсії.

Середнє лінійне відхилення — це середня арифметична з абсолютних значень відхилень варіант ознаки від їхньої середньої.

Середній або середньорічний абсолютний приріст — це показник ряду динаміки, який показує на скільки одиниць у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період змінювався рівень показника, що аналізується.



Середній або середньорічний темп зростання — це показник ряду динаміки, який показує у скільки разів у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період змінювався рівень показника, що аналізується.

Середній або середньорічний темп приросту — це показник ряду динаміки, який показує *на скільки відсотків у середньому за одиницю часу (щорічно) за певний період* змінювався рівень показника, що аналізується.

Середній індекс — це індекс, який визначено як середню величину з індивідуальних індексів.

Середній рівень динамічного ряду — середня, обчислена на основі рівнів динамічного ряду.

Середня арифметична зважена використовується у випадках, коли окремі значення ознаки, за якою розраховується середня величина, можуть повторюватись по кілька разів, тобто в тих випадках, коли розрахунок здійснюється за згрупованими даними.

Середня арифметична проста використовується в тих випадках, коли розрахунок здійснюється за не згрупованими даними.

Середня величина — це узагальнююча характеристика сукупності однотипних явищ за ознакою, що варіює, тобто це узагальнюючий показник, який характеризує типовий рівень ознаки, що варіює, в розрахунку на одиницю однорідної сукупності.

Середня гармонічна — розраховується з відносних значень усередненої ознаки і за формою може бути простою і зваженою.

Середня інтервального ряду — розраховується за формулою середньої арифметичної простої. Середня арифметична зважена з усередненим рівнем, тобто середня модифікована, використовується для моментного ряду, коли даних недостатньо та інтервали між наданими моментами часу нерівні.

Середня хронологічна моментного ряду — розраховується як сума всіх рівнів ряду, поділеного на число членів ряду без одного, причому перший і останній члени ряду беруться у половинному розмірі за умови, що даних моментного ряду недостатньо, але інтервали між поданими моментами часу рівні.

Серійний добір передбачає вивчення не окремих одиниць сукупності, а їх серій або гнізд.

Симетричний розподіл — рівновіддалені від центра значення ознаки мають однакові частоти.



Система базисних індексів — ряд послідовно визначених індексів одного й того ж явища з постійною базою порівняння.

Система індексів — ряд послідовно побудованих індексів.

Система індексів з постійними вагами — це система зведених індексів одного й того ж явища, які обчислені з вагами, що не змінюються при переході від одного індексу до другого.

Система індексів зі змінними вагами — це система зведених індексів одного й того ж явища, які обчислені з вагами, що послідовно змінюються від одного індексу до другого.

Система ланцюгових індексів — ряд індексів одного й того ж явища, які визначаються базою порівняння зі зміною від індексу.

Система показників — це сукупність взаємопов'язаних показників, які відображають стан та розвиток масових соціально-економічних явищ з різних боків.

Система статистичних показників — це сукупність взаємопов'язаних показників, що має однорівневу чи багаторівневу структуру; має на меті розв'язання конкретного статистичного завдання.

Складне групування — це групування за двома і більше ознаками.

Спеціальні обстеження — це несучільні спостереження окремих масових явищ згідно з певною тематикою, що виходить за межі звітності. Можуть бути періодичними або одноразовими.

Стандартна (середня) похибка вибірки є середнім квадратичним відхиленням вибірових оцінок від значення параметра в генеральній сукупності та характеризує середню величину можливих відхилень вибіркової і генеральної середньої.

Статистика — це суспільна наука, яка вивчає кількісну сторону якісно визначених масових соціально-економічних явищ та процесів, їх структуру та розподіл, розміщення в просторі, рух у часі, досліджує діючі кількісні залежності, тенденції та закономірності в конкретних умовах місця та часу.

Статистична закономірність — форма виявлення причинного зв'язку який знаходить відображення в послідовності, регулярності, повторюваності подій з достатньо високим ступенем імовірності, якщо причини, що породжують подію, не змінюються або змінюються незначно.

Статистична методологія — система спеціальних прийомів і методів статистики, спрямованих на вивчення кількісних зако-



номірностей, що виявляються у структурі, динаміці та взаємозв'язках соціально - економічних явищ. Вона ґрунтується на загальнофілософських (діалектична логіка) і загальнонаукових (порівняння, аналіз, синтез) принципах.

Статистична сукупність — це безліч одиниць, яким властиві масовість, однорідність, певна цілісність, взаємозалежність станів окремих одиниць та наявність варіацій.

Статистична таблиця – це форма найбільш раціонального, наочного та систематизованого викладення результатів зведення і групування матеріалів статистичного спостереження.

Статистичне спостереження — це спланований, систематичний і науково організований збір масових даних про різноманітні суспільно-економічні явища та процеси.

Статистичний інструментарій — це набір статистичних формулярів, а також інструкцій і роз'яснень щодо проведення статистичного спостереження, реєстрації даних.

Статистичний показник — це кількісна характеристика соціально-економічних явищ та процесів в умовах якісного визначення, тобто це міра якісного і кількісного відображення певної властивості соціально-економічного явища чи процесу.

Статистичний реєстр — список або перелік одиниць певного об'єкта спостереження із зазначенням необхідних ознак, який складається та оновлюється під час постійного відстежування.

Статистичний формуляр — це обліковий документ єдиного зразка, що містить програму і результати спостереження.

Статистичне групування — це основна ланка статистичного зведення, тобто поділ одиниць сукупності на групи, однорідні за певними ознаками.

Статистичні дані — це масові системні кількісні характеристики соціально-економічних явищ і процесів.

Стохастичний зв'язок виявляється зміною умовних розподілів, тобто за цього зв'язку кожному значенню ознаки x відповідає певна множина значень ознаки y , які варіюють і утворюють ряд розподілу.

Структурне групування — це групування, за якого відбувається розподіл однорідної сукупності на групи, що характеризують її структуру за певною ознакою, яка варіює (змінюється).

Суцільне спостереження — спостереження, за якого інформа-



цію отримують про всі одиниці досліджуваної сукупності.

Темп зростання або коефіцієнт зростання — це характеристика ряду динаміки, який показує у скільки разів змінився поточний рівень показника, порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

Темп приросту — це показник ряду динаміки, який показує на скільки відсотків змінився поточний (порівнюваний) рівень аналізованого показника порівняно з рівнем попереднього або базового періоду.

Теорія статистики — це наука про найбільш загальні принципи, правила та закони кількісного висвітлення соціально-економічних явищ.

Типологічне групування — це розподіл якісно неоднорідної сукупності на класи, соціально-економічні типи, однорідні групи згідно з правилами наукового групування.

Точкова оцінка — це значення параметра за даними вибірки: вибіркова середня та вибіркова частка.

Факторні ознаки — це групування одиниць сукупності за однією і більше ознаками.

Функціональний зв'язок між явищами характеризується повною відповідністю між причиною і наслідком, факторною і результативною ознакою, тобто за цього зв'язку кожному можливому значенню факторної ознаки x відповідає чітко визначене значення результативної ознаки y .

Центром тяжіння будь-якої статистичної сукупності є типовий рівень ознаки, узагальнююча характеристика всього розмаїття її індивідуальних значень.

Частка — це частота, яка наведена відносною величиною у формі коефіцієнта чи відсотка суми.

Частоти — це чисельності окремих варіант кожної групи варіаційного ряду, тобто числа, що показують як часто зустрічаються ті чи інші варіанти ряду розподілу. Сума усіх частот варіаційного ряду називається його обсягом.



РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Закон України "Про державну статистику" від 17.09.1992 № 2614-ХІІ // Відомості Верховної Ради. – 1992. – N 43. – с.608
2. Бек В.Л. Теорія статистики: Навч. посібник.-К.: ТОВ „Центр учбової літератури”, 2002.-288 с.
3. Вашків П. Г., Сторожук В. П. Статистика промисловості. К.: Ін-т системних досліджень, 1993. 262 с.
4. Вашків П. Г. Та ін. Статистика підприємництва: Навч. Посібник./П.Г. Вашків, П.І. Пастер, В.П. Сторожук, Є.І. Ткач; за ред. П.Г. Вашківа, В.П. Сторожка. – К.: Слобожанщина, 1999. – 600 с.
5. Гетало А.В., Борух В.О. Економічна статистика: Навч. посібник.-К.: ТОВ „УВПУ „Екс Об”, 2002.-214 с
6. Головач А.В., Єріна А.М., Козирев О.В. та ін. Статистика. Збірник задач: Навчальний посібник.-К.:Вища школа,1994.-448с.
7. Головач А.В., Єріна А.М., Козырев О.В. Статистика: Підручник.-К.: Вища школа, 1993.-464 с
8. Гончарук А.Г. Основи статистики: Навч. посібник.-К.: ТОВ „Центр учбової літератури”, 2004.-148 с
9. Гордійчук А. С., Стахів О. А. Економіка підприємства. - Навчальний посібник.- Рівне, РДТУ, 1999.
10. Гусаров В.М. Теория статистики: Учебное пособие.-М.: Аудит, ЮНИТИ, 1998.-247 с.
11. Економічна статистика: Навч. посібник. /За заг. ред. Р. М. Моторіна. — К.: КНЕУ 2005
12. Єріна А.М., Мазуренко О.К, Пальян З.О. Економічна статистика: Практикум. - К.: ТОВ „УВПУ „Екс Об”, 2002. - 232с.
13. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики: Практикум. - К., Тов-во “Знання”,1997. - 325с
14. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування : Навч. Посібник. – К: КНЕУ, 2001. – 170 с.
15. Завінська Г.П. Економіка праці: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2003. – 300 с.
16. Захожий В. Статистика труда и занятости. К. : МАУП, 2000. – 80 с.
17. Ковальова А.М. Фінанси промислового підприємства : Підручник К, Вища школа,



18. Кулинич О.І. Економічна статистика: Навчальний посібник.- Хмельницький: Поділля, 2000.-286 с.
19. Курс социально-экономической статистики: Учебник для вузов / Под ред. Проф. М.Г.Назарова.-М.-2000.-771с.
20. Лугинин О.Е., Кравцова Л.В., Белоусова СВ. Статистика в рыночной экономике: Учебное пособие.-Херсон: МИБ, 2001.-228 с.
21. Лугинин О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. К., Центр навчальної літератури, 2005. - 580 с.
22. Мазуренко В.П. Статистика: Навч.-метод. посіб. для самостійного вивчення дисципліни. - К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006. -315с.
23. Мармоза А.І. Теорія статистики: Навч. посібник.-К.: Ельга, Ніка-Центр, 2003.-392 с.
24. Мармоза А.Т. Статистика сільського господарства. Навч.посіб. Рекомендовано МАПУ. – Т. 2007. – ст. 69
25. Овчарук Р.Ю. Теорія статистики: Навч.посібник.-К.: Вікар, 2003.-204 с.
26. Основи статистики сільського господарства: Навч. посібник. — К.: КНЕУ. 2002 рік
27. Особливості статистичного аналізу діяльності основних галузей матеріального виробництва і обігу суспільного продукту: Навч.посібник/За ред.О.В.Козирева.-К.: НМК ВО,1991.
28. Рогожин П. Економіка будівельних організацій. К.: Скарби, 2001. – 448 с.
29. Рождественська Л. Г. Статистика ринку товарів і послуг: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2001.
30. Салин В.Н., Медведев В.Г., Кудряшова С.И., Шпаковская Е.П. Макроэкономическая статистика. -М.: Дело, 2000. -336 с.
31. Социальная статистика: Учебник/Под ред. И.И.Елисеевой. - М.:Фис, 1997.- 416с.
32. Соціально-економічна статистика: Навч. Посібник - К.: НМК ВО,1992.
33. Статистика підприємництва: Навч. посібник / За ред. П.Г.Валікова, В.П.Сторожука. - К.: Слобожанщина, 1999.-574с.
34. Статистика промышленности: Учебник / В.Е.Адамов, Э.В.Вергилис, Э.М. Воронина и др./ Под ред. В.Е.Адамова.-М.: Финансы и статистика, 1987.-456 с.



35. Статистика рынка товаров и услуг: Учебник/И.К.Беляевский, Г.Д.Кулагина, А.В.Коротков и др.; под ред. И.К.Беляевского. -М.: Финансы и статистика, 1995. -432 с.
36. Статистика./ С. С. Герасименко та ін.; -К.:КНЕУ, 2000.-196 с.
37. Статистика: Збірник задач: Навч. посібник / А.В. Головач, А.М.Єріна, О.В.Козирев та ін.; За ред. А.В. Головача.-К.:Вища школа, 1994.-384 с.
38. Статистика: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / А.М.Єріна, Р.М.Моторін, А.В. Головач та ін.-К.:КНЕУ, 2002.-448 с.
39. Статистика: Підручник / С.С.Герасименко А.В. Головач, А.М.Єріна та ін./ За наук. ред. С.С.Герасименка.-2-ге вид., перероб. і доп.-К.: КНЕУ, 2000.-460 с.
40. Статистика: Підручник/А.В.Головач, А.М.Єріна, О.В.Козирев та ін.: -К.: Вища шк., 1993.-623с.
41. Статистика: Учебник для вузов / Сиденко А.В.-М, 2000. - 464с.
42. Столярова Г. С., Огай М. Ю. Соціальна статистика: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. — К.: КНЕУ, 2003. — 195 с.
43. Тарасенко Н.В. Економічний аналіз діяльності промислового підприємства. - Львів: АБІ НБУ, 2000 - 485с.
44. Удотова Л. Ф. Соціальна статистика: Підручник. — К.: КНЕУ, 2002. — 376 с.
45. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посібник.-К.:Вікар, 2003.-623 с.
46. Фещур Р.В., Барвінський А.Ф., Кічор В.П. Статистика: теоретичні засади і прикладні аспекти. -Львів: "Інтелект-Захід", 2001. -276 с.
47. Чекотовський Е. Основи статистики сільського господарства: навчальний посібник. – К.: КНЕУ, 2001. – 432 с.
48. Шеремет Л.Д. Фінанси підприємств: Підручник. - М: Фінанси і статистика, 1997 р.
49. www.ukrstat.gov.ua – офіційний сайт Державного комітету статистики України



Національний університет
водного господарства
та природокористування

Навчальне видання

Ніна Борисівна Кушнір
Тетяна Володимирівна Кузнецова

СТАТИСТИКА

Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення
дисципліни

Комп'ютерний набір та верстка

Сіпайло Л.Г.

Підписано до друку 26.10.2007р. Формат 60х84 1/16.
Папір друкарський №1. Гарнітура Times. Друк різнографічний.
Ум.-друк. арк. 11,9. Обл.-вид.арк.12,5.
Тираж 350 прим. Зам. № 793.

*Редакційно-видавничий центр
Національного університету
водного господарства та природокористування
33028, м. Рівне, вул. Соборна, 11*

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої
продукції РВ № 31 від 26.04.2005 р.*