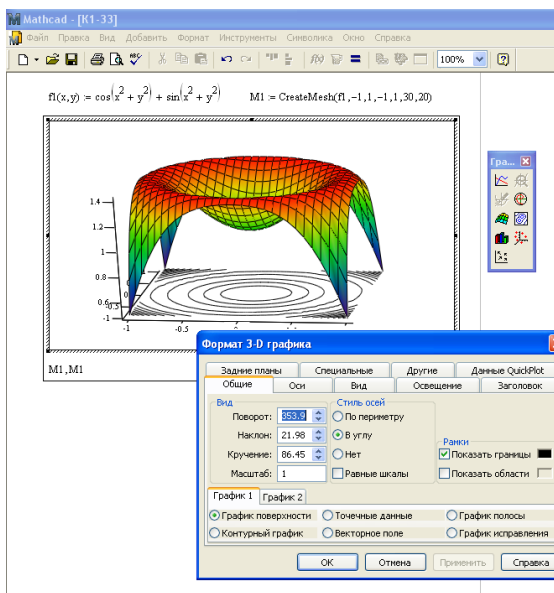


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

*Кафедра вищої математики,
інформатики та математичних
методів в економіці*

Дзись В.Г., Левчук О.В., Новицька Л.І., Смілянець О.Г., Бубновська І.А.

ДОВІДНИК. ПРОГРАМУВАННЯ В MATHCAD



Вінниця 2015

Рецензенти:

Стасенко В.А., кандидат фізико-математичних наук,
професор кафедри фізики та фотоніки, завідувач кафедри
фізики та фотоніки ВНТУ

Матвійчук В.А., доктор технічних наук, професор,
завідувач кафедри енергетичних систем, технології та
автоматизації в АПК ВНАУ.

Дзісь В. Г., Левчук О.В., Новицька Л.І. , Смілянець О.Г.,
Бубновська І.А. Довідник . Програмування в Mathcad . –
Вінниця. Видавничий центр ВНАУ 2015.– 187 с.

Затверджено науково-методичною комісією
Вінницького національного аграрного університету
протокол № 10 від 28 червня 2015 року

Розробка містить довідниковий матеріал із системи Mathcad.
Призначено для самостійної роботи при виконанні лабораторних,
розрахункових, курсових та дипломних робіт студентами ФМСТ
ВНАУ

Дзісь В. Г., Левчук О.В., Новицька Л.І., Смілянець О.Г.,
Бубновська І.А. 2015

Зміст

Вступ.....	5
1.Особливості використання системи MathCad.....	8
1.1. Інтерфейс Mathcad.....	8
1.1.1. Елементи робочого вікна, панелі інструментів, меню.....	8
1.1.2. Редактори системи Mathcad.....	12
1.2.Обчислення в MathCAD.....	13
1.2.1. Математичні вирази.....	13
1.2.2. Типи даних.....	13
1.2.3. Панель математичних операторів.....	16
1.2.4. Арифметичні оператори.....	18
1.2.5. Дискретні аргументи.....	19
1.2.6. Функції.....	19
1.2.7. Оператори та функції для роботи з матрицями.....	24
1.2.8. Оператори математичного аналізу.....	30
1.2.9. Символьні перетворення та обчислення.....	33
1.2.10.Операції з комплексними числами в Mathcad.....	38
1.3. Побудова графіків.....	39
1.3.1. Графічні можливості Mathcad.....	39
1.3.2. 2D -графіки.....	41
1.3.2.1.Структура графічної області Декартового графіка на площині.....	41
1.3.2.2. Побудова 2D – графіків.....	42
1.3.2.3.Форматування 2D–графіків.....	44
1.3.2.4. Побудова графіків у полярній системі координат.....	49
1.3.3. Побудова тривимірних графіків.....	50
1.3.4. Побудова кількох 3D графіків в одній системі координат...	55
1.3.5. Анімація графіків.....	57
2.Розв’язання в рівнянь і їх систем Mathcad.....	58
2.1. Розв’язування рівнянь.....	58
3.2.Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.....	62
2.3 Нелінійні системи рівнянь.....	63
2.4.Розв’язування диференціальних рівнянь та їх систем.....	64
2.5.Розв’язування оптимізаційних задач.....	71

3.Апроксимація та регресія в Mathcad.....	78
3.1. Задачі регресійного аналізу.....	78
3.2.Лінійна регресія.....	79
3.3.Нелінійна регресія	81
3.4. Лінійна регресія загального вигляду.....	90
3.5. Лінійна комбінація довільних функцій.....	93
3.6. Функції для апроксимації та регресії Mathcad.....	93
3.7. Згладжування експериментальних даних.....	100
3.8. Інтерполяція сплайнами.....	102
3.9. Екстраполяція експериментальних даних.....	102
4.Програмування в Mathcad.....	105
4.1.Алгоритми.....	105
4.2.Програмування в тексті документу	109
4.3. Програмування в в програмних блоках.....	132
4.3.1. Мова програмування MathCAD.....	132
4.3.2. Розробка програм.....	135
4.3.2.1. Програми з оператором умовного переходу if	137
4.3.2.2. Програми з оператором завдання циклу з фіксованим числом переходів for.....	138
4.3.2.3. Програми з оператором циклу із передумовою Otherwise.....	142
4.3.2.4. Програми з оператором завдання циклу з умовою while.....	142
4.3.2.5. Програми з операторами break, continue, return.....	143
4.4. Підпрограми.....	145
4.5. Рекурсивні та ітераційні алгоритми.....	147
4.6.Комбіновані документи Mathcad.модульне програмування....	150
Література.....	153
Додаток А Системні змінні.....	156
Додаток Б Оператори системи Mathcad.....	157
Додаток В. Повідомлення про помилки.....	159

Вступ

Однією з основних областей застосування ПК є математичні і науково-технічні розрахунки. Складні обчислювальні задачі, що виникають при моделюванні екологічних і технологічних процесів, можна розбити на ряд елементарних: робота з матрицями та векторами, обчислення похідних та інтегралів, розв'язання рівнянь, розв'язання диференціальних рівнянь і т.д. Для задач таких класів уже розроблені методи розв'язку, створені математичні системи, які доступні для вивчення студентам молодших курсів ВНЗ.

Ціль довідника – навчити студентів користуватися найпростішими методами обчислень з використанням сучасних інформаційних технологій. Найбільш придатною для цієї мети є одна із самих потужних і ефективних математичних систем - MathCAD, що займає особливе місце серед таких систем (Matlab, Maple, Mathematica і ін.).

MathCAD є математичним редактором, що дозволяє проводити різноманітні наукові й інженерні розрахунки, починаючи від елементарної арифметики й закінчуючи складними реалізаціями чисельних методів. Користувачі MathCAD - це студенти, учні, інженери, різноманітні технічні фахівці, економісти. Завдяки простоті застосування, наочності математичних дій, великій бібліотеці убудованих функцій і чисельних методів, можливості символьних обчислень, а також чудовому апарату подання результатів (графіки самих різних типів, потужних засобів підготовки друкованих документів і Web-Сторінок), MathCAD став найбільш популярним математичним пакетом. MathCAD, на відміну від більшості інших сучасних математичних пакетів, побудований відповідно до принципу WYSIWYG ("What You See Is What You Get" - "що Ви бачите, то й отримаєте"). Це означає, що, вносячи зміни, користувач негайно бачить їхні результати й у будь-який момент може роздрукувати документ. Математичні розрахунки з пакетом за екраном комп'ютера практично збігаються з розрахунками на папері з однією лише різницею - вони більш ефективні. Переваги MATHCAD полягає в тому, що він не тільки дозволяє провести необхідні розрахунки, але й оформити свою роботу за допомогою графіків, малюнків, таблиць і математичних формул.

Математичний пакет Mathcad працює під операційною системою Windows. Робоче вікно Mathcad подібне до робочого вікна Word. Це дозволяє досить швидко освоїти роботу на комп'ютері не

підготовленому користувачу, реалізовувати різноманітні складні математичні моделі не вникаючи у тонкощі програмування на традиційних мовах програмування (Pascal, Basic, C та ін.). Він є досить гнучкою і універсальною системою для користувачів, які працюють в області техніки та природничих наук. Основні переваги системи Mathcad над іншими системами:

- Використовується загально прийнята форма запису математичних символів, операцій, формул та графіків.
- Не існує прихованої інформації, все показується на екрані, результати виводу на друк мають такий вигляд, як і на екрані дисплею.
- Для введення простих математичних виразів достатньо їх просто надрукувати на робочому листу системи . Запис рівнянь спрощується спеціальними інструментами, для цього передбачено палітри, які містять різні математичні оператори, є можливість переносити готові формули і цілі фрагменти з Електронних книг Mathcad.
- Mathcad дає можливість будувати графіки, обчислювати похідні та інтеграли або оперувати з іншими математичними виразами заповнивши для цього лише вільні поля у пропонованих шаблонах (спеціальних бланках).
- Обчислювальні алгоритми мають модульну структуру
- В Mathcad вбудовано власну мову програмування..
- Численні алгоритми Mathcad використовують стандартні і добре вивчені надійні методи.
- Mathcad має свої довідникові системи з детальним описом всіх тем. Довідники дають можливість вивчити будь яку тему, вони оснащені різноманітними ілюстративними матеріалами.
- Набір стандартних процедур та програм, які найчастіше використовуються в Mathcad оформлено у вигляді набору легко доступних документів - шпаргалок (QuickSheet). Для розв'язування багатьох конкретних задач в шпаргалках можливо знайти відповідну заготовку і перенести її у свій робочий документ.
- Mathcad має власні Електронні Книги, які містять різноманітну інформацію. В них можливо знайти велику

кількість корисних формул, констант і графіків, які досить просто переносяться у робочий документ.

- Виконує обчислення у числовій (результат обчислень число) та символьній формі (результат обчислень аналітичний вираз).

Отже система MathCAD – це могутнє й у той же час просте універсальне середовище для розв’язання задач у різних галузях науки і техніки, фінансів і економіки, фізики і екології, математики і статистики. MathCAD залишається єдиною системою, у якій опис розв’язання математичних задач задається за допомогою звичайних математичних формул і символів. MathCAD дозволяє виконувати як чисельні обчислення, так і символьні перетворення, має надзвичайно розвинуті графічні засоби.

Існує кілька версій Mathcad: Mathcad-6, Mathcad-7, Mathcad-8, Mathcad-2000, Mathcad-2001, Mathcad-11, Mathcad-12, Mathcad-13, Mathcad-14, Mathcad-14. Найчастіше використовують Mathcad-15.

1.Основи роботи в MathCad

1.1. Інтерфейс Mathcad

1.1.1. Елементи робочого вікна, панелі інструментів, меню.

Запуск системи Mathcad. Помістити курсор мишки на піктограму Mathcad, натиснути два рази ліву кнопку мишки. З'явиться заставка Mathcad, після відкриття вікна Mathcad (рис.1.1). Вікно системи Mathcad має декілька стандартних елементів Windows. Одні з них постійно присутні на екрані, інші можна викликати за бажанням користувача. Розглянемо призначення цих елементів.

Рядок заголовка. Верхній рядок екрана є рядком заголовка, стандартної для Windows. В ньому виведено ім'я програми (в даному випадку Mathcad-15). Крім цього, в рядку заголовка є чотири кнопки: одна з лівого краю три – з правого. Ліва кнопка – це кнопка виклику керуючого меню Керуюче меню є типовим для будь-якого вікна **Windows**. Перша з правих кнопок згортає вікно до піктограми, друга – відновлює нормальний розмір вікна, третя – закриває вікно.

Рядок меню Mathcad-15. Під рядком заголовка у вікні розміщується рядок меню, який містить такі пункти (у дужках вказано відповідні пункти Mathcad-2001) :

Файл – робота з робочими документами (файлами)

Правка – редагування документів;

Вид – перегляд документів;

Добавить (Вставка) – вставка в документ малюнків, діаграм, поточної дати і часу, формул та інших об'єктів;

Формат – форматування документів та результатів обчислень (встановлення шрифтів, параметрів абзацу, і.т.п.);

Інструменти (Математика) – встановлює режим роботи, задає параметри, і т. д.).

Символика (Символи) – управління процесом обчислень в символній формі;

Окно – робота з вікнами документів;

Справка (?) – довідкова інформація Mathcad.

Кожний пункт меню має відповідне підменю. Для відкриття меню слід встановивши курсор миші на потрібному пункті меню і натиснути ліву кнопку. В підменю потрібний пункт може бути

вибрано або за допомогою миші (встановити курсор миші на потрібний пункт і натиснути ліву кнопку), або за допомогою клавіатури (клавішами вертикального переміщення курсору вибрати потрібний пункт і натиснути клавішу [Enter]). Деякі пункти підменю праворуч від назви пункту містять у собі позначення комбінації клавіш, за допомогою яких можна вибрати відповідний пункт підменю.

При виборі пункту підменю в нижньому рядку екрана роз'яснюється його призначення.

Слід зазначити, що назви деяких пунктів підменю мають сірий колір. Це означає, що такі пункти в даний момент недоступні (наприклад, не можна вирізати об'єкти з чистого документа).

Користувач має змогу відмітити останню введену команду,

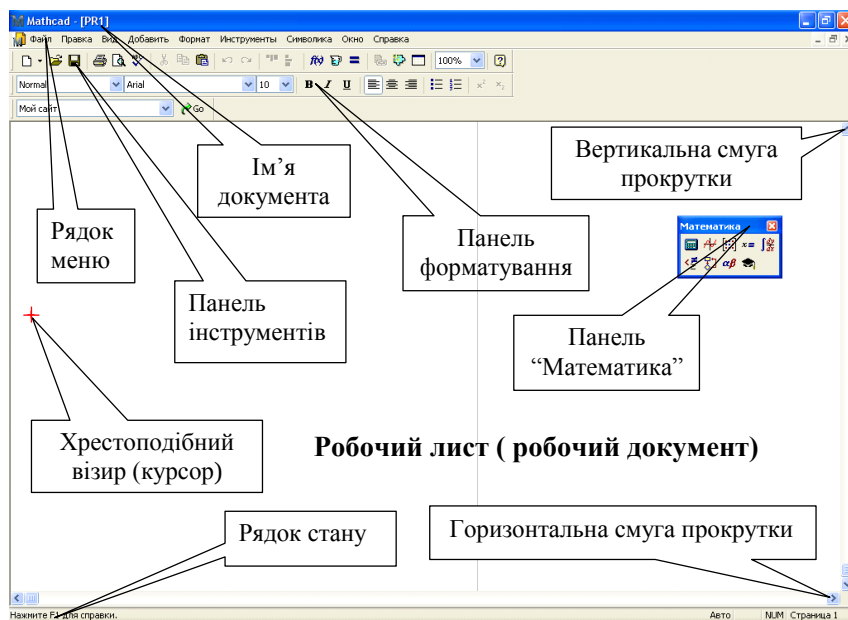


Рис.1.1 Елементи вікна Mathcad-15.

виконавши команду **Правка/Отменить**.

Панелі інструментів. Під рядком меню розміщуються звичайно панелі інструментів. Панелі інструментів – це рядок кнопок (клавіш), при натискуванні на які виконується певна дія. Для натискування кнопки слід клацнути “мишею” по цій кнопці. При фіксації курсору миші на кнопці під нею з'являється її назва, а в рядку стану – коротка

довідка про призначення кнопки. Кнопки дублюють відповідні команди меню, які найчастіше застосовуються. Однак користуватись кнопками панелі значно швидше і зручніше ніж командами меню.

Нижче панелі інструментів знаходиться панель для форматування документа, яка дає можливість змінювати тип шрифту, його розмір, інтервал між рядками і т. д.

Робочий документ (робочий лист) MathCAD працює з документами. Документ - це чистий аркуш паперу, на якому можна розміщати блоки трьох основних типів: математичні вирази, текстові фрагменти і графічні області. Робочий документ Mathcad (рис.1.2) необмежений розміри по вертикалі та горизонталі. Робочий документ система MathCAD читає зліва направо та зверху вниз, тому розташування математичних блоків та графічних областей у документі має принципове значення, оскільки математичні вирази та дії сприймаються процесором в такому-ж порядку зліва направо і зверху вниз.

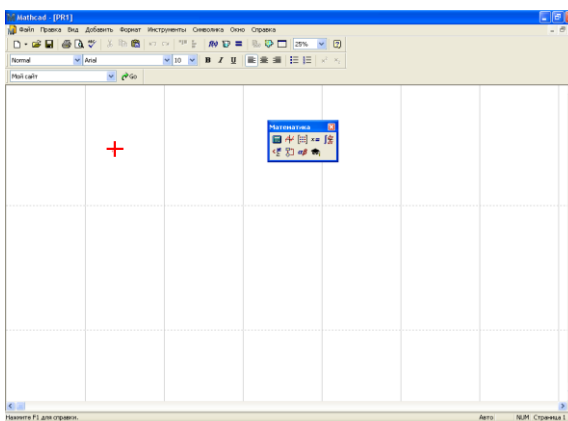


Рис.1.2. Робочий документ

Створення нового та завантаження старого (який був раніше створений і записаний на диск) документа. Для створення нового документа слід натиснути на панелі інструментів кнопку



Новый. Появиться “чистый” документ під іменем United-1. Якщо потрібно завантажити (відкрити) старий документ, який зберігається

на диску, то необхідно натиснути кнопку , після чого появиться діалогове вікно (рис. 1.3), в якому необхідно знайти робочий документ

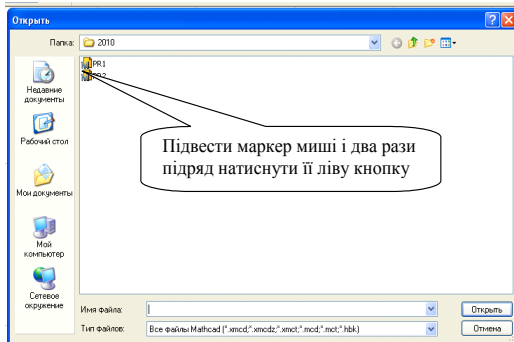


Рис.1.3. Завантаження документа

(наприклад **PR2. mcd**) на магнітному носії на відповідному диску у відповідній папці з певним ім'ям та відкрити його (послідовність дій показано на рис. 1.3).

Збереження документа на магнітному носії. Для збереження документа в каталозі на магнітному диску слід виконати команду **Файл / Сохранить**. Якщо документ новий і ця команда виконується

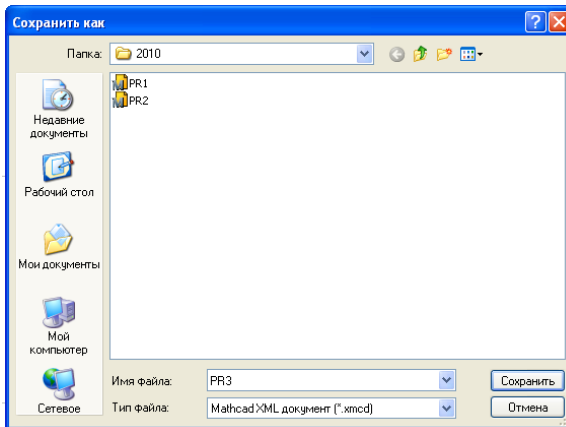


Рис.1.4. Збереження документа

для нього вперше, то відкривається вікно діалогу **Сохранение документа** (рис.1.4).Потрібно вказати дисковод, папку та присвоїти документу ім'я під яким він буде збережений (документ в Mathcad 15 має розширення **xmcd**). Якщо необхідно зберегти документ під новим іменем або у новій папці чи у іншому форматі (Mathcad 11, Mathcad 12, і т. д.), то потрібно виконати команду **Файл / Сохранить как**. При

цьому відкривається діалогове вікно **Сохранение документа**, і всі дії користувача аналогічні діям при збереженні нового документа.

1.1.2. Редактори системи Mathcad

Система Mathcad інтегрує в собі три редактори: формульний, текстовий і графічний

Робота з редактором формул. Щоб запустити формульний редактор досить встановити курсор мишки в будь-якому вільному місці вікна редагування і клацнути лівою клавішею. З'явиться візир в вигляді маленького червоного хрестика (рис.1.5). Його можна переміщувати клавішами переміщення курсору. Візир не слід плутати з курсором миші, який має вигляд жирної похилої стрілки.

Візир вказує місце, з якого можна розпочинати набір формул обчислювальних блоків. Клацнувши лівою клавішею миші, візир встановлюється на місце, вказане стрілкою курсору миші. В залежності від місця положення візир може змінювати свою форму. Так в математичній області (за умовчанням будь-яку частину робочого документу Mathcad сприймає як математичну) візир перетворюється в синій прямий кут, який вказує місце набору формули чи іншого математичного виразу, а сама область в якій набирається окремий математичний об'єкт виділяється чорною прямокутною рамкою без маркерів. Елементи математичного об'єкта послідовно набираються на місці комірки в синім куту (рис. 1.5). Набраний математичний

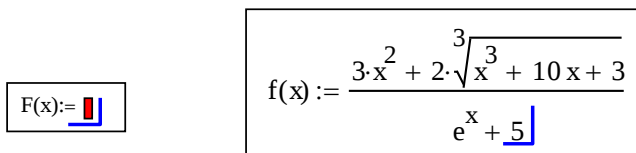

$$f(x) := \frac{3x^2 + 2\sqrt{x^3 + 10x + 3}}{e^x + 5}$$

Рис. 1.5

вираз (формула) повинен знаходитися в межах однієї рамки.

Робота з редактором тексту. Текстовий редактор дозволяє задавати текстові коментарі. Вони роблять документ з формулами і графіками більш зрозумілим. В найпростішому випадку для введення текстового редактору достатньо ввести символ ` (одиначна лапка), або з меню

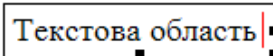


Рис.1.6

“Вставка” вибрати команду **“Область текста”**. В прямокутник, який з’явився (рис.1.6), можна починати вводити текст. В текстовому блоці візир має вид червоної вертикальної лінії і відмічає місце введення (у математичній області візир синій). Якщо текст необхідно набрати на українській або російській мові, то необхідно, щоб шрифт мав розширення **Сyr**, тобто підтримував кирилицю. Текст редагується загально визнаними засобами (подібними до засобів Word) – переміщенням в місця введення клавішами, керування курсором, установкою режимів вставки і заміщення символів (Insert), стиранням (Delete і Backspace), виділенням, копіюванням в буфер, вставкою із буфера і т.д..

1.2.Обчислення в MathCAD

1.2.1. Математичні вирази

До основних елементів математичних виразів MathCAD відносяться *типи даних, оператори, функції і керуючі структури.*

Оператори - елементи MathCAD, за допомогою яких можна створювати математичні вирази. До них, наприклад, відносяться символи арифметичних операцій, знаки обчислення сум, добутків, похідної, інтегралу і т.д.

Операнд – число чи вираз, на яке діє оператор. Наприклад, у виразі $\sqrt{13}+10$ вираз $\sqrt{13}$ і число 10 операнди оператора плюс (+), а число 13 операнд оператора корінь квадратний ($\sqrt{}$). Після визначення *операндів* оператори стають блоками, що виконуються у документі, наприклад $\sqrt{13}+10=13.606$.

1.2.2. Типи даних

До *типів даних* відносяться числові константи, звичайні і системні змінні, масиви (вектори і матриці) і дані файлового типу.

Імена констант, змінних, функцій і інших об’єктів в MathCAD називають – *ідентифікаторами.*

Індефікатори практично можуть мати довільну довжину. Вони можуть включати такі символи:

- великі та малі латинські та грецькі літери, а також великі та малі літери будь якого алфавіту (українського, російського, німецького і т.д., але їх використання не завжди доцільне і як правило викликає незначні незручності при виконанні обчислень);
- цифри від 0 до 9;
- символ (знак) штрих (`);
- знак підкреслювання (_);
- символ процента (%);
- символ нескінченності (∞);
- Mathcad розрізняє в іменах символи верхнього та нижнього регістрів, тип шрифту.

Індефікатори системи Mathcad не можуть включати пропуски або будь - які інші символи, які не перераховані в попередньому пункті. На індефікатори накладено такі обмеження:

- ім'я змінної не може починатися із цифри, знака підкреслювання, знака штриха, символів процента та нескінченності;
- всі символи в імені повинні бути надруковані шрифтом однієї гарнітури та розміру. Це обмеження не поширюється на появу в іменах змінних грецьких літер.

Деякі імена використовуються у Mathcad для вбудованих функцій, математичних констант та системних змінних, якщо їх перевизначити, то це приведе до перейменування вбудованих значень (наприклад: в Mathcad вбудовано математичну константу $\pi=3.14$, якщо π присвоїмо значення $\pi:=5,9$ то вбудована константа буде перевизначена.

Константами називають пойменовані об'єкти, що зберігають деякі значення, що не можуть бути змінені в процесі виконання обчислень.

Змінні є пойменованими об'єктами, що мають деяке значення, що може змінюватися по ходу виконання обчислень. У системі **Mathcad** тип змінної визначається її значенням - змінні можуть бути числовими, рядковими, символьними і т.д. Тому тип змінної наперед не задається.

У MathCAD міститься невелика група особливих об'єктів, які не можна віднести ні до класу констант, ні до класу змінних, значення яких визначені одразу після запуску програми. Їх вірніше вважати **системними змінними**, що мають визначені системою початкові

значення (див. Додаток 1). Зміну значень системних змінних роблять у вкладці **Вбудовані змінні** діалогового вікна **Math Options** команди **Математика** $\Rightarrow$ **Опції**, або безпосередньо задають у робочому документі.

Звичайні змінні відрізняються від системних тим, що вони повинні бути попередньо *визначені* користувачем, тобто їм необхідно принаймні один раз *присвоїти значення*.

Оператори – елементи мови, які означають деяку математичну дію у вигляді символу. Кожний оператор діє на одне або кілька чисел (змінну, функцію), які називаються операндами. В першому випадку оператор називається унарним (транспортування матриці, зміна знака числа), в другому бінарним (додавання, ділення). Після того, як вказано операнди (аргументи відповідних операторів) оператори є програмними блоками, які в Mathcad виконуються безпосередньо.

Оператори присвоєння:

$\equiv$ – оператор глобального присвоєння (клавіша $\sim$ на клавіатурі);

$:=$ – оператор локального присвоєння (комбінація клавіш Shift +; викликається одночасним натисканням клавіш: [Shift] та [:] (українська літера *ж* на клавіатурі)), тоді як символ $=$ відведений для виводу значення константи, результату обчислень чи змінної;

$\leftarrow$ – оператор локального присвоєння для програмних блоків (комбінація клавіш **Ctrl** + **.**).

MathCAD прочитує весь документ двічі зліва направо і зверху вниз. При першому проході виконуються всі дії, запропоновані глобальним оператором присвоєння ($\equiv$), а при другому – виконуються дії, запропоновані звичайним оператором присвоєння ($:=$).

Якщо індефікатору присвоюється початкове значення за допомогою оператора звичайного присвоєння $:=$, то таке присвоєння називається *локальним*. До цього (лівіше і вище) значення індефікатора, в робочому документі не визначено і його не можна використовувати в обчислювальних блоках (Приклад 1, рис.1).

Оператор локального присвоєння $\leftarrow$ використовується лише у програмних блоках.

Оператори виведення та знаки рівності:

$=$ – знак дорівнює, виводить значення констант, змінних та результати обчислень у числовій формі;

$\rightarrow$ – символний знак рівності (комбінація клавіш **Ctrl** + **.**), виводить результати символних перетворень;

■ – жирний знак рівності (знак рівності булівської алгебри), що використовується, наприклад, як оператор наближеної рівності при розв’язку систем рівнянь у обчислювальному блоці Given.

Управління обчисленнями. У меню **Math** об’єднані команди керування обчислювальним процесом, що дозволяють змінювати режими перерахунку документа.

Переривання обчислень. При завданні складних обчислень робота системи може тривати занадто довго. При потребі для відміни обчислень потрібно натиснути клавішу **Esc**. Mathcad виведе повідомлення про переривання обчислень і невелике вікно, за допомогою якого ви повинні або підтвердити переривання процесу обчислень, або продовжити його.

Після переривання можна відновити роботу, натиснувши клавішу **F9** або кнопку із зображенням жирного знака дорівнює «**=**».

1.2.3. Панель математичних операторів

Найважливішим елементом Mathcad є панель математичних операторів – основний інструмент системи Mathcad. Вона містить дев’ять кнопок при допомозі яких можна відкривати дев’ять палітр з піктограмами різноманітних математичних операторів. На рис.1.7 показано призначення кнопок панелі **Математика** та розкрито її зміст. Для переміщення панелей в будь-яке місце робочого вікна необхідно, встановивши курсор миші в заголовок панелі і утримуючи

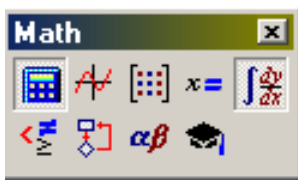


Рис. 1.7

нажатою лівою клавішею миші, перемістити панель в необхідне місце.

Підготовка обчислювальних блоків Mathcad полегшується завдяки виведенню шаблонів при визначенні того чи іншого оператора. Для цього, існують панелі з набором шаблонів різних математичних символів (цифр, знаків арифметичних операцій, матриць, знаків інтегралів, похідних і т.д.) (рис.1.7). Набори шаблонів

таких математичних символів в Mathcad називають палітрами. Якщо при запуску системи Mathcad панель палітр математичних символів відсутня, то її необхідно встановити за допомогою активізації опції **Math Pallete (Математика)** в підменю **Tolbats (Панели инструментов)** меню **View (Вид)**.

Палітри математичних символів і операторів системи Mathcad показано на рис.1.8. Для встановлення їх за допомогою необхідного шаблону достатньо помістити курсор в бажане місце вікна редагування і активізувати піктограму потрібного шаблону, встановивши на нього курсор миші, натискаючи її ліву клавішу.

Застосування палітр для виведення шаблонів математичних знаків дуже зручно, оскільки немає необхідності запам'ятовувати різноманітні комбінації клавіш, які використовуються для введення спеціальних математичних символів. Повний перелік арифметичних операторів і комбінацій клавіш, які застосовують для їх введення, а також для введення операндів подано в додатку 1. Перелік влаштованих (внутрішніх) функцій Mathcad подано в додатку 2.

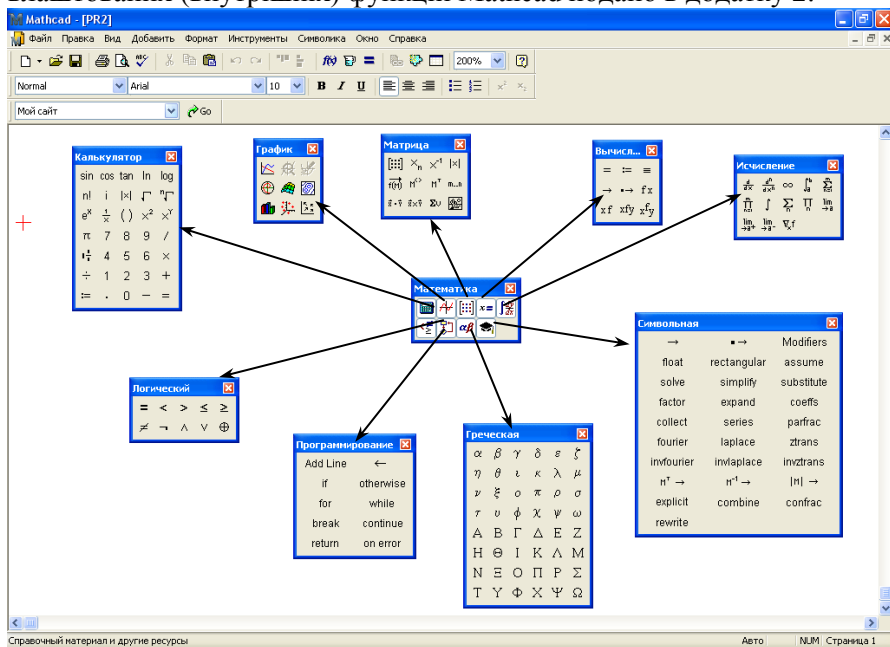


Рис.1.8. Панель математичних операторів

Оператори і функції використовуються для створення математичних

виразів – формул, які можуть обчислюватись в чисельному або символічному вигляді. Можливість аналітичного перетворення математичних виразів – важлива нова риса системи Mathcad.

1.2.4. Арифметичні оператори.

Арифметичні оператори, які означають основні арифметичні дії (додавання, ділення, піднесення до степеня, добування кореня і т. д.) вводяться з клавіатури або палітри Calculator (рис.1.7) панелі **Math (Математика)** (рис.1.8). З цієї палітри можна вибрати також найпростіші функції та різноманітні комбінації операторів (піднесення експоненти до степеня і т. д.)

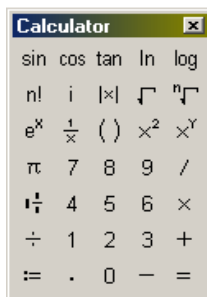


Рис. 1.8

Для того щоб визначити змінну, достатньо ввести ім'я змінної і присвоїти їй деяке значення, для цього існує оператор присвоєння “:=”, обов’язково між множниками ставити знак множення у вигляді крапки “.”. Наприклад:

$$a := 9, \quad b := \frac{3 \cdot a - 4}{2 \cdot a^2 + 5}.$$

1.2.5. Дискретні аргументи

Дискретні аргументи (ранжировані змінні) - особливий клас змінних, які у пакеті MathCAD мають ряд фіксованих значень, у вигляді чисел, що змінюються від початкового значення x_p до кінцевого x_k з наперед визначеним кроком Δx .

$$x := x_p, x_p + \Delta x \dots x_k$$

де x – ім'я змінної, x_p – її початкове значення, x_k – кінцеве значення, $\dots$ – символ „двокрапка” (він задає інтервал зміни ранжированої змінної, вводиться клавішею ;). Δx – крок зміни ранжированої змінної (якщо $x_k > x_p$ то він повинний бути додатнім, а якщо $x_k < x_p$, то від’ємним. Якщо крок зміни ранжированої змінної Δx складає ± 1 , то її спрощено задають так: $x := x_p \dots x_k$.

Дискретні аргументи значно розширюють можливості MathCAD, дозволяючи виконувати багаторазові обчислення чи цикли

з повторними обчисленнями, формувати вектори і матриці.

1.2.6. Функції

Функція – вираз, відповідно до якого проводяться деякі обчислення з *аргументами* і визначається його числове значення.

Слід особливо зазначити різницю між *аргументами* і *параметрами* функції. Змінні, зазначені в дужках після імені функції, є її *аргументами* і замінюються при обчисленні функції значеннями з дужок. Змінні в правій частині визначення функції, не зазначені дужках у лівій частині, є *параметрами* і повинні задаватися до визначення функції

Головною ознакою функції є *повернення значення*, тобто функція у відповідь на звернення до неї по імені з вказівкою її аргументів повинна повернути своє значення.

Функції в MathCAD можуть бути *вбудовані* (див. Додаток 3), тобто завчасно введені розроблювачами, і *визначені користувачем* (функції, які визначає сам користувач будемо називати функціями користувача).

Для визначення функції необхідно записати її ім'я в дужках вказати її аргумент (або її аргументи, якщо функція кількох змінних) ввести знак присвоєння ($:=$) і записати аналітичний вираз функції (табл.1.1), отже, у Mathcad функція має такий формат:

ім'я функції (її аргумент) := аналітичний вираз функції.

Таблиця 1.1

Приклади функцій користувача

Математичний запис функції.	Запис функції у Mathcad
$f(x) = 3x^2$	$f(x) := 3 \cdot x^2$
$f(x, y) = \sqrt{\frac{x(x+3)}{y+5}} - 2xy$	$f(x, y) := \sqrt{\frac{x \cdot (x+3)}{y+5}} - 2 \cdot x \cdot y$
$f(x, y) = \cos(x+y) \operatorname{tg} \frac{x}{y}$	$f(x, y) := \cos(x+y) \cdot \tan\left(\frac{x}{y}\right)$
$f(x) = \begin{cases} x^2 + 10, & \text{якщо } x \leq 10 \\ x^2 - 10, & \text{якщо } x > 10 \end{cases}$	$f(x) := \begin{cases} x^2 + 10 & \text{if } x \leq 10 \\ x^2 - 10 & \text{otherwise} \end{cases}$

Щоб обчислити деякий математичний вираз, який може складатися зі змінних, операторів та функції застосовують оператор чисельного виводу “ $=$ ”. Він виводить результат роботи

обчислювального

процесора

Mathcad:

$$a := 9 \quad a + \sqrt{a} = 12 \quad f(x) := \frac{\sin(x)}{2 \cdot a + \frac{x}{3}} \quad f(10) = -0.026,$$

де a – параметр, x – аргумент функції.

Якщо змінити значення будь-якої величини, то Mathcad одразу перерахує всі вирази, які залежать від неї.

Система Mathcad має досить велику бібліотеку вбудованих функцій, тобто функцій визначених у самій системі і готових до негайного використання. Якщо звернутися до них по імені та вказати їх аргумент (або аргументи, якщо це функція кількох змінних) то вони вертають значення цієї функції, яке може бути: числом, символом, матрицею або вектором. Інколи їх імена дещо відрізняються від стандартного математичного позначення, наприклад: $\arctg(x)$ в **Mathcad** позначається через $\operatorname{atan}(x)$. Для вставки вбудованої функції у робочий документ існує три способи:

1. Вибрати пункт меню **Вставка** $\Rightarrow$ **Функція**.
2. Натиснути комбінацію клавіш **Ctrl + E**.

3. Натиснути кнопку (клацнути по кнопці) .

Найзручніше вбудовані функції вводити третім способом. Для

цього потрібно натиснути кнопку  на панелі меню, після чого з'явиться вікно зі списком функцій (рис.1.10). Вони виділені в окремі тематичні розділи. Вибираємо відповідний розділ, наприклад тригонометричні, встановлюємо маркер мишки на ім'я вибраної функції наприклад $\tan$ та натискаємо на ліву кнопку мишки – у робочому документі на місце хрестоподібного курсору виводиться синтактична форма запису функції (шаблон функції) з чистими полями для введення

аргументів. Аргумент тригонометричних функцій повинен бути *вираженням в радіанах* (табл. 1.2-1.3). Додаткову інформацію про функції їх формат та приклади їх практичного використання можна дістати натиснувши у вікні функцій клавішу  довідника системи (рис.1.10).

Таблиця 1.1

Тригонометричні функції

$\sin(z)$	– синус
$\csc(z)$	– косеканс
$\cos(z)$	– косинус
$\sec(z)$	– секанс
$\tan(z)$	– тангенс
$\cot(z)$	– котангенс

Таблиця 1.2

Гіперболічні функції

$\sinh(z)$	– гіперболічний синус
$\tanh(z)$	– гіперболічний тангенс
$\operatorname{csch}(z)$	– гіперболічний косеканс
$\cosh(z)$	– гіперболічний косинус
$\operatorname{sech}(z)$	– гіперболічний секанс
$\operatorname{coth}(z)$	– гіперболічний котангенс

Таблиця 1.3

Обернені тригонометричні функції

$\operatorname{Asin}(z)$	– обернений тригонометричний синус
$\operatorname{acos}(z)$	– обернений тригонометричний косинус
$\operatorname{atan}(z)$	– обернений тригонометричний тангенс

1.2.7. Оператори та функції для роботи з матрицями

В системі Mathcad можна оперувати не тільки з окремими числами, або скалярами, а також і з масивами чисел такими, як вектори та матриці.

Масив - сукупність, що має унікальне ім'я, кінцевого числа числових чи символьних елементів, впорядкованих деяким чином і що мають визначені адреси. У пакеті MathCAD використовуються масиви двох найбільш розповсюджених типів:

- одновимірні (вектори);
- двовимірні (матриці).

Матриця це таблиця чисел розмірністю $n \times m$ (де n – число стрічок, m – число стовпців), кожне з яких має свої індекси i, j (i – номер стрічки (рядка), j – стовпчика). *Індексом* називають порядковий номер елемента матриці. Він слугує його адресою. Індеси можуть мати тільки цілочисельні значення. Змінні які мають свої порядкові номери, індекси, називають індексованими змінними, і вони є елементами матриці. Номер першого рядка (стовпчика) матриці або першої компоненти вектора зберігається в Mathcad в системній змінній ORIGIN. При умовчуванні координати векторів, стовпці і рядки матриці нумеруються, починаючи з нуля, тобто $ORIGIN := 0$. Якщо індексацію елементів масиву потрібно розпочати з якогось іншого значення наприклад n , то перед початком роботи з масивами потрібно перевизначити системне значення змінної ORIGIN (присвоїти значення $ORIGIN := n$).

Вектори є окремим випадком матриць розмірності $n \times 1$, тому для них справедливі всі ті операції, що і для матриць, якщо не оговорені обмеження.

Вектори і матриці можна задавати різними способами (рис.1.11):

- за допомогою команди **Вставка** $\Rightarrow$ **Матриця**, чи комбінації клавіш **Ctrl + M**, чи клавіші  панелі **Матриця**, задавши у вікні, що з'явиться число стрічок та число стовпців матриці та заповнивши порожні комірки шаблону матриці для не занадто великих масивів (Приклад 1, рис. 1.11);

- з використанням дискретного аргументу, коли має місце деяка явна залежність для обчислення елементів через їхні

Найзручніше виконувати операції з матрицями за допомогою панелі інструментів “Matrix”. Вона містить 12 кнопок (рис. 1.12), за якими закріплені матричні операції:

 – шаблон матриці;

$\times_n$ – елемент матриці;

$|\times|$ – визначник матриці

$\times^{-1}$ – обернена матриця;

M^T – транспортування матриці;

$M^{<>}$ – виділення стовпчика матриці;

$m..n$ – задає діапазон дискретної величини;

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ – скалярний добуток векторів;

$\vec{a} \times \vec{b}$ – векторний добуток векторів;

$\sum U$ – сума елементів вектора;

 – зображення матриці.



Рис. 1.12

Для обчислення визначника матриці необхідно натиснути клавішу на панелі матриці з символом визначника , записати шаблон - ім'я матриці та натиснути знак дорівнює. На екрані одразу з'явиться результат виконаних операцій.

Щоб обчислити обернену матрицю до даної, необхідно натиснути кнопку $\times^{-1}$ на панелі “Matrix” поставити знак звичайного дорівнює “=” або символічного “ $\rightarrow$ ”. Знаходження оберненої матриці можливо у випадку, коли матриця квадратна і її визначник не дорівнює 0:

Щоб дістатися до окремих елементів матриці, використовується *оператор нижнього індексу* $\times_n$ з панелі “Matrix” або натискаємо клавішу [] клавіатури. Наприклад, щоб вивести елемент матриці, який знаходиться у першому рядку та третьому стовпчику, потрібно набрати $M_{1,2}$ і натиснути “=”. На аркуші з'явиться $M_{1,2} = 9$.

ORIGIN:= 0

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 6 & -1 \\ -4 & 7 & 9 \\ 3 & 8 & -2 \end{pmatrix} \quad |M| = \blacksquare \quad M^{-1} \rightarrow$$

$$M^{-1} = \blacksquare$$

Кнопка $M^{\langle \rangle}$ виводить на екран стовпчик під тим номером, який вказаний в дужках. Це дає можливість розділяти матрицю на окремі стовпці чи рядки, замінювати їх та формувати з них нові матриці:

$$\begin{aligned} A &:= \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 3 & 11 & 17 \\ 2 & 3 & 9 \end{pmatrix} & B &:= \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 7 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} & X &:= A^{\langle 0 \rangle} & X &= \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} & Y &:= B^{\langle 1 \rangle} & Y &= \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} \\ B^{\langle 1 \rangle} &:= X & B &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ D^{\langle 0 \rangle} &:= Y & D^{\langle 1 \rangle} &:= A^{\langle 2 \rangle} & D^{\langle 2 \rangle} &:= A^{\langle 1 \rangle} & D^{\langle 3 \rangle} &:= B^{\langle 0 \rangle} & D &= \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 1 \\ 7 & 17 & 11 & 5 \\ 2 & 9 & 3 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Елементи рядка матриці виводяться на екран аналогічно, тільки спочатку необхідно транспонувати матрицю за допомогою кнопки M^T .

Транспонуванням називають операцію, яка переводить матрицю розмірності $m \times n$ в матрицю розмірності $n \times m$, при цьому стовпці даної матриці міняються місцями з рядками, а рядки з стовпцями:

Щоб дістатися до окремих елементів матриці, використовується *оператор нижнього індексу* X_n з панелі “Matrix” або одночасно натискаємо клавіші клавіатури Shift [. Наприклад, щоб знайти елемент матриці, який знаходиться у першому рядку та третьому стовпчику, потрібно набрати $M_{1,2}$ і натиснути “=”. На аркуші з’явиться

$M_{1,2} = 9$. Змінні які мають свої порядкові номери, індекси, називають індексованими змінними, і вони є елементами матриці. Номер першого рядка (стовпчика) матриці або першої компоненти вектора зберігається в Mathcad в змінній **ORIGIN**. При умовчужанні координати векторів, стовпці і рядки матриці нумеруються, починаючи з нуля, тобто **ORIGIN** := 0. Якщо індексацію елементів масиву потрібно розпочати з якогось іншого значення наприклад n , то перед початком роботи з масивами потрібно перевизначити системне значення змінної **ORIGIN** (присвоїти значення **ORIGIN** := n).

Кнопка  виводить на екран стовпчик під тим номером, який вказаний в дужках. Елементи рядка матриці виводяться на екран аналогічно, тільки спочатку необхідно транспонувати матрицю за допомогою кнопки M^T . Транспонуванням називають операцію, яка переводить матрицю розмірності $n \times m$ в матрицю розмірності $m \times n$, при цьому стовпці даної матриці міняються місцями з рядками, а рядки з стовпцями:



призначений для проведення однотипної операції над всіма

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 0 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 9 & 2 & 4 \\ 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

елементами масиву одночасно :

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 0 & 2 & 8 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \xrightarrow{\sqrt{}} \sqrt{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2.646 \\ 0 & 1.414 & 2.828 \\ 1.732 & 2 & 2.236 \end{pmatrix}$$

Оператори скалярного та векторного добутку векторів дають можливість виконувати відповідні операції над векторами:

$$\begin{aligned}
 a &:= \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} & b &:= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} & d &:= \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 a \cdot b &= 26 & a \times b &= \begin{pmatrix} 27 \\ -17 \\ -16 \end{pmatrix} & (a \times d) \cdot b &= 46 \\
 & & & & (a \times b) \cdot d &= -46 \\
 & & & & (b \times a) \cdot d &= 46
 \end{aligned}$$

Якщо необхідно додати певне число рядків (стовпчиків) у матриці, то потрібно виділити елемент матриці, після якого слід додати цей фрагмент, відкрити діалогове вікно “Матриці”, вказати відповідно число рядків (стовпчиків), які потрібно додати у матрицю та натиснути клавішу “Додати”. Аналогічно проводиться вилучення рядків або стовпчиків.

Таблиця 1.4

Функції Mathcad для роботи з матрицями та векторами.

№	Функція	Результат
1	rows(A)	Число рядків матриці A
2	cols(A)	Число стовпців матриці A
3	argument(A,B)	Об'єднує матриці A і B з однаковим числом рядків (справа біля стовпців матриці A дописує стовпці матриці B).
4	stack(A,B)	Об'єднує матриці A і B з однаковим числом стовпців (нижче рядків матриці A дописує рядки матриці B).
5	length(A)	Число компонент (розмірність) вектора.
6	last(A)	Індекс останнього елемента вектора.
7	max(A)	Максимальний за значенням елемент матриці A
8	min(A)	Мінімальний за значенням елемент матриці A
9	rank(A)	Ранг матриці A
10	tr(M)	Сума діагональних елементів квадратної матриці M
11	eigentity (n)	Створює одиничну квадратну матрицю розміром n×n
12	csort (A, i)	Впорядковує елементи i-го стовпчика в порядку зростання
13	rsort (A, i)	Впорядковує елементи i-го рядка в порядку зростання

Меню символічних операцій з матрицями **Matrix** містить три функції : транспортування (Transpose), інверсію (Invert), обчислення визначника матриці (Determinant). Щоб виконати яку-небудь операцію з матрицею через меню , потрібно виділити матрицю і клацнути в меню по стрічці операції.

1.2.8. Оператори математичного аналізу.

В панель **Math** вбудовано палітру інструментів **Calculus** (клавіша ), яка містить оператори та функції математичного аналізу. Вони дають можливість знаходити границі $\lim$, обчислювати суми Σ , добутки Π та виконувати основні операції математичного аналізу - диференціювання та інтегрування функцій (рис.1.13).

При натисканні будь-якої з кнопок на робочому аркуші з'являється символ відповідної математичної дії, забезпечений одною або декількома комірками. Комірка для символу – чорний прямокутник, комірка для оператора – чорна прямокутна рамка.

Після вводу обчислювального оператора є можливість обчислити його значення у числовій ("=") або символійній формі ("→"). Приклади використання деяких операторів математичного аналізу приведені на рис. 1.14.

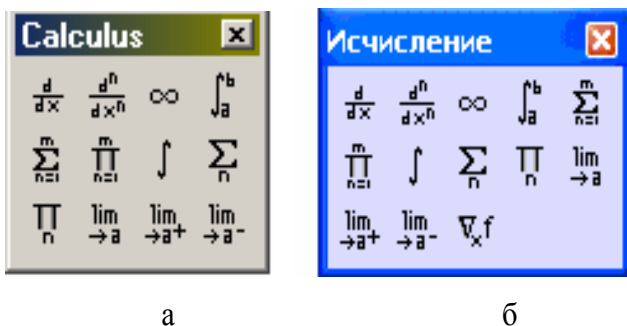


Рис. 1.13. Панелі операторів математичного аналізу: а) Mathcad-2001, б) Mathcad-14 Rus

$$q(x) := x \cdot e^{-0.2 \cdot x} \qquad f(x, y, z) := x^2 \cdot (y + 3)^3 \cdot \sqrt{z} \qquad <== \text{Задано функції}$$

$$q'(x) := \frac{d}{dx} q(x) \rightarrow e^{-0.2 \cdot x} + -0.2 \cdot x \cdot e^{-0.2 \cdot x} \qquad q'(2) = 0.402 \qquad <== \text{Похідні}$$

$$q''(x) := \frac{d^2}{dx^2} q(x) \rightarrow -0.4 \cdot e^{-0.2 \cdot x} + 0.04 \cdot x \cdot e^{-0.2 \cdot x} \qquad q''(2) = -0.215$$

$$\int q(x) \, dx \rightarrow e^{-0.2 \cdot x} \cdot (-5.0 \cdot x - 25.0) \qquad \int_1^2 q(x) \, dx = 1.101 \qquad <== \text{Інтеграли}$$

$$\int_a^b q(x) \, dx \rightarrow \int_a^b x \cdot e^{-0.2 \cdot x} \, dx \rightarrow e^{-0.2 \cdot b} \cdot (-5.0 \cdot b - 25.0) - e^{-0.2 \cdot a} \cdot (-5.0 \cdot a - 25.0)$$

$$X := (1.2 \ 2.1 \ 3 \ 5 \ 5.5 \ 6 \ 7.1 \ 9.0 \ 9.3 \ 10.1) \quad <== \text{Задано матрицю } X \quad X := X^T \quad <== \text{Транспоновано матрицю}$$

$$\sum_{i=1}^{rows(X)-1} X_i = 58.3 \quad \sum_{i=1}^5 X_i = 19.5 \quad \prod_{i=0}^{rows(X)-1} X_i = 7.487 \times 10^6 \quad \prod_{i=2}^5 X_i = 495 \qquad <== \text{Суми, Добутки}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 99x^3 - 10}{3x^5 - 666x + 99} \rightarrow \frac{1}{3} \qquad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{2+x-2} \rightarrow \infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-2} \rightarrow -\infty \qquad <== \text{Границі}$$

$$\nabla_x f(x, y, z) \rightarrow 2 \cdot x \cdot \sqrt{z} \cdot (y + 3)^3 \qquad \nabla_y f(x, y, z) \rightarrow 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt{z} \cdot (y + 3)^2 \qquad \nabla_z f(x, y, z) \rightarrow \frac{x^2 \cdot (y + 3)^3}{2 \cdot \sqrt{z}} \qquad <== \text{Градiєнт}$$

Рис. 1.14

Обчислення виразів. Розглянемо приклади виконання деяких обчислень в Mathcad (рис.1.15). Для обчислення значення $9!$ Необхідно відкрити панель Calculator. Помістити хрестоподібний візир у відповідному місці робочого документа та натиснути на панелі кнопку з символом

На

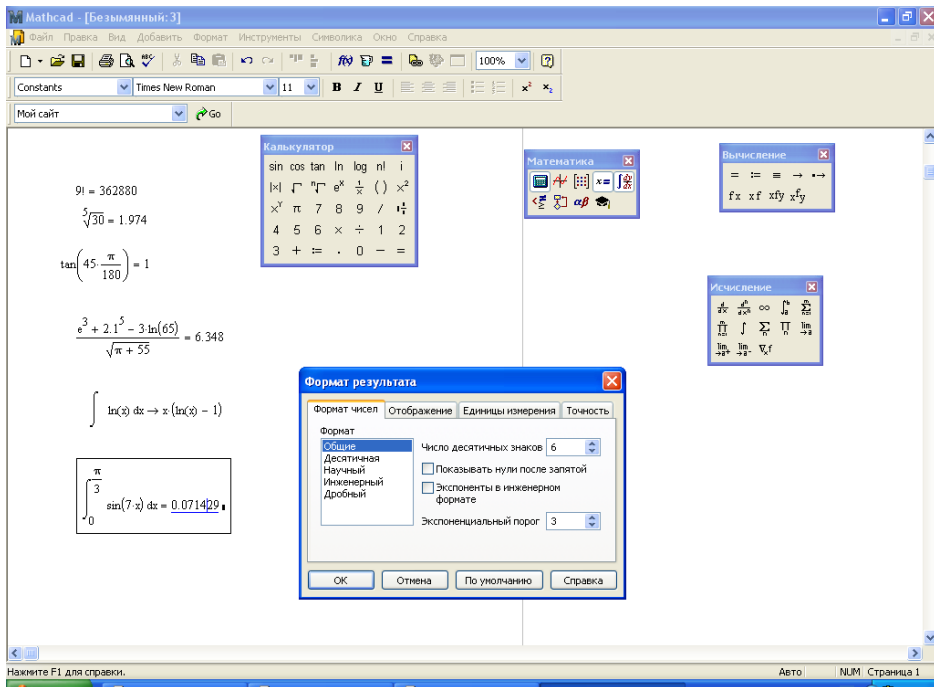


Рис. 1.15

місці хрестоподібного візира появиться шаблон факторіала $n!$ з коміркою для запису значення числа, факторіал якого потрібно обчислити. У комірку записуємо значення 9 та натискаємо знак дорівнює, отримаємо результат обчислень (рис.1.15). Аналогічно можна обчислити інші функції. Зауважимо, що аргументи тригонометричних функцій повинні бути задані в радіанах.

Обчислимо значення деяких означених інтегралів. Для цього необхідно спочатку вивести панель операцій вищої математики **Calculus** (Матаналіз). Потім необхідно встановити візир в те місце екрану, куди виводиться шаблон, і на панелі активізувати піктограму із

зображенням знаку визначеного інтеграла. В склад шаблону входить декілька позицій для введення окремих даних. Вони мають вигляд невеликих чорних квадратиків. В шаблоні інтеграла їх чотири: для введення нижньої границі інтеграла, верхньої границі інтеграла, для введення підінтегральної функції та визначення імені змінної інтегрування. Детально розглянемо процедуру обчислення визначеного

інтеграла. $\int_0^{\pi/3} \sin(7 \cdot x) dx$ (рис.1.15). Для введення даних необхідно

вказати курсором миші на необхідний шаблон даних і, клацнувши її лівою клавішею для фіксації місця введення, ввести дані. Для введення підінтегральної функції в наведеному прикладі необхідно виконати такі дії:

- підвести курсор миші під місце вводу знака інтеграла і клацнути лівою клавішею для фіксації початку вводу;
- на панелі панель операцій вищої математики **Calculus** (**Исчисление**) натискуємо клавішу з оператором означеного інтеграла;
- активізуємо комірку для вводу підінтегральної функції та натискуємо кнопку зі знаком синуса на палітрі ;
- активізувати кнопку зі знаком квадратного кореня на палітрі **Calculator**;
- провести введення аргументу синуса;
- ввести змінну інтегрування;
- ввести межі інтегрування;
- встановити знак рівності після запису інтеграла.

Mathcad виконує обчислення, крім обчислень в яких використовують чисельні методи (розв'язування рівнянь та їх систем і т.д.) з точністю до 17 знаків після коми, але на дисплей за умовчанням виводить лише результат з трьома знаками після коми. Формат результату можна змінити. Для цього виділяємо отримане значення і натискуємо два рази ліву кнопку мишки. На екрані появляється панель для форматування результату, яка дає можливість змінюємо число знаків після коми, форму представлення числа і т.д. (рис.1.15).

1.2.9. Символьні перетворення та обчислення.

Поряд із обчисленнями у числовій формі Mathcad має можливість символьного (аналітичного) обчислення значення виразу (яке

проводиться за допомогою символічного процесора - системи штучного інтелекту, вбудованої в Mathcad). Найпростіший засіб таких обчислень – це оператор символічного виводу “ $\rightarrow$ ”, який знаходиться на палітрі **Symbolic** (клавіша для запуску символічного процесора знаходиться на панелі **Math**). Він використовується в для знаходження похідної функції, неозначеного інтеграла, виконання різноманітних перетворень (розклад виразу на множники, зведення дробів до спільного знаменника й т. д.) замість знака дорівнює.

Операції, які відносяться до роботи символічного процесора, містяться в підменю **Symbolic** головного меню.

Для того, щоб виконувались обчислення в символічній формі, процесору необхідно вказати, над яким виразом дії повинні виконуватись, тобто необхідно виділити вираз. Для деяких операцій необхідно не тільки вказати вираз, але й виділити змінну, відносно якої виконується символічна операція. Сам вираз в такому випадку не виділяється.

Символічні операції розбиті на п'ять характерних груп.

Операції з виділеними виразами

Evaluate– перетворення виразів з обиранням виду перетворень із підменю:

Symbolically– виконати символічне обчислення виразу;

Floating Point– виконати арифметичні операції в виразі з результатом в формі з плаваючою комою;

Copmlex– виконати обчислення з поданням операцій в комплексній формі;

Simplify– спростити виділений вираз виконанням таких простих операцій, як зведення подібних доданків, зведення до загального знаменника, виконання основних тригонометричних тотожностей і т.д. Операція найбільш ефективна для спрощення алгебраїчних виразів;

Expand– розкрити вираз (під цим терміном розуміють математичне перетворення над виразами які містять степені та добутки на більш прості для аналізу, наприклад суми). На відміну від операції спрощення ця операція більш ефективна ;

Factor – розкласти число або вираз на множники. За своїми функціями ця операція протилежна до **Expand** ;

Collect – зібрати доданки, подібні виділеному виразу;

Polynomial Coefficient– знайти коефіцієнти полінома за заданою змінною, які наближають вираз, в якому ця змінна використана.

Операції з виділеними змінними

Solve – знайти значення виділеної змінної, при яких значення виразу, що її містить, дорівнює нулю;

Substitute – замінити вказану змінну на іншу;

Differentiate – диференціювати вираз, що містить виділену змінну, по відношенню до цієї змінної;

Integrate – інтегрувати вираз, що містить виділену змінну, по відношенню до цієї змінної;

Expand to Series... – знайти декілька членів розкладання виразу в ряд Тейлора відносно виділеної змінної;

Convert to Partial Fraction – розкласти на прості дробу вираз, який розглядається як раціональний дріб відносно виділеної змінної.

Операції перетворення

Вони представлені позицією підменю **Transform**, яка має своє підменю з такими операціями:

Fourier Transform – виконати пряме перетворення Фур'є відносно виділеної змінної;

Inverse Fourier Transform – виконати обернене перетворення Фур'є відносно виділеної змінної;

Laplace Transform – виконати пряме перетворення Лапласа відносно виділеної змінної (результатом є функція відносно змінної s);

Inverse Laplace Transform – виконати обернене перетворення Лапласа відносно виділеної змінної (результатом є функція від змінної t);

Z Transform – обчислити пряме Z – перетворення виразу відносно виділеної змінної (результатом є функція від змінної z);

Inverse Z Transform – обчислити обернене Z -перетворення відносно виділеної змінної (результатом є функція від змінної n).

Виконання символьних операцій. Символьні операції можуть виконуватись двома способами:

- безпосередньо в командному режимі (використовуючи вищеописані операції в позиції **Symbolic** головного меню);

- за допомогою оператора символьних операцій $\rightarrow$ і операцій, які подані в палітрі символьних обчислень.

В першому випадку отриманий результат може бути розміщений праворуч від основного виразу, під ним чи замість нього. Це не завжди зручно, оскільки не зрозуміло, яка саме символьна

операція була виконана. В той же час, діючи в командному режимі, не потрібні ніякі допоміжні дії.

Найпростіше символічні операції виконувати другим способом (див. рис 1.15, лістинг 1.1). Виконання символічних операцій за допомогою одного із операторів панелі „Символьні обчислення” символічного знака дорівнює $\rightarrow$ (звичайний знак символічного дорівнює) або $\blacksquare \rightarrow$ (знак символічного дорівнює з префіксом, на місце префікса вставляється одна із команд) має свої переваги, порівняно з першим способом:

- можна задавати операції з рядом різних опцій і організовувати деревоподібну структуру символічних операцій;
- можна використовувати операції над виразами з функціями користувача;
- можна застосовувати деякі функції, яких немає в командному режимі.

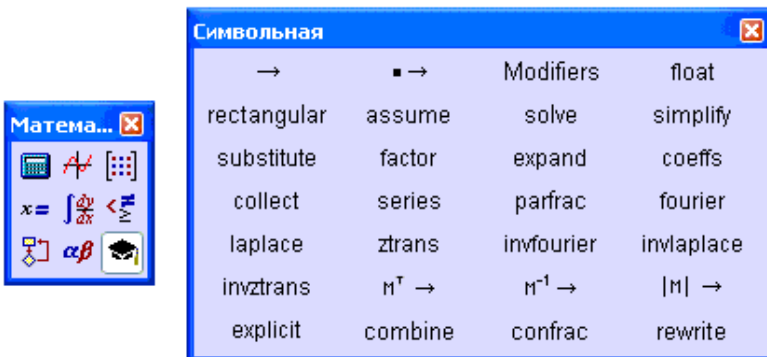


Рис. 1.15 Символьні оператори

Символьні перетворення

1. Обчислити значення виразу: а), б) в символьній та в) чисельній формах:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \quad \frac{\frac{3}{5} + 5}{\frac{1}{10} + 3} \rightarrow \frac{56}{31} & \text{б)} \quad \frac{0.6 + 5}{0.1 + 3} \rightarrow 1.8064516129032258065 & \text{в)} \quad \frac{\frac{3}{5} + 5}{\frac{1}{10} + 3} = 1.806 \end{array}$$

2. Розкрити вирази:

$$\text{а)} \quad (x-2)^7 \text{ expand} \rightarrow x^7 - 14x^6 + 84x^5 - 280x^4 + 560x^3 - 672x^2 + 448x - 128$$

$$\text{б)} \quad \sin(3x) + \cos(2x) \text{ expand} \rightarrow 3 \cdot \cos(x)^2 \cdot \sin(x) + \cos(x)^2 - \sin(x)^3 - \sin(x)^2$$

3. Звести до спільного знаменника:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{3x-1}{x^2+x+1} \text{ expand} \rightarrow \frac{3x}{x^2+x+1} - \frac{1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1}$$

4. Перемножити:

$$(x-1)^3 \cdot (x+2)^2 \text{ expand} \rightarrow x^5 + x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x - 4$$

5. Розкласти на множники:

$$\text{а)} \quad x^5 - 1 \text{ factor} \rightarrow (x-1) \cdot (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad \text{б)} \quad 330 \text{ factor} \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\text{в)} \quad x^4 - 11x^3 + 45x^2 - 81x + 54 \text{ factor} \rightarrow (x-2) \cdot (x-3)^3$$

6. Спростити вираз:

$$\frac{x^5 + 4x^4 + x^3 - 10x^2 - 4x + 8}{x^5 + x^4 - 5x^3 - x^2 + 8x - 4} \text{ simplify} \rightarrow \frac{3}{x-1} + 1$$

7. Розкласти вираз на прості дробі:

$$\frac{(2x^4 + 2x^2 + x^3 + 2 + 2x)}{(x^4 + x^2 - x^3 - 1)} \text{ convert, parfrac, x} \rightarrow \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x^3 + x + 1} + 2$$

8. Перейти до іншої змінної:

$$x^3 + \ln(x) - 3 \cdot x \text{ substitute, } x = t^2 - 1 \rightarrow \ln(t^2 - 1) - 3 \cdot t^4 + t^6 + 2$$

9. Розв'язати рівняння:

$$x + \sqrt{x} - 1 = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}$$

10. Розкласти функцію у ряд Тейлора:

$$e^x \Big|_5^{\text{series}} \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24}$$

1.2.10. Операції з комплексними числами в MathCAD

В MathCAD уявну одиницю визначають через i або j . Для того, щоб ввести в уявну одиницю, варто набрати на клавіатурі $<1><i>$ (у робочому документі буде відображений символ i , MathCAD при такому способі введення сприймає даний символ як уявну одиницю), або ввести з панелі «Калькулятор» символ i , або ввести: $i := \sqrt{-1}$.

Комплексні числа записують в MathCAD у загальноприйнятій математичній нотації. Це означає, що вираз $z=a+b \cdot i$, де a й b – дійсні числа, сприймається як комплексне число, дійсна частина якого дорівнює a , а уявна – b .

В MathCAD можна визначати комплексні числа в алгебраїчній, тригонометричній і показниковій формі; однак при символічних обчисленнях (за допомогою знака символічних перетворень (або ключового слова complex) комплексне число однаково відображається в алгебраїчній формі.

Для обчислень із комплексними числами в MathCAD визначені всі арифметичні операції, а також специфічні для комплексної змінної операції:

- $\text{Re}(z)$ – дійсна частина комплексного числа z ;
- $\text{Im}(z)$ – уявна частина комплексного числа z ;
- $\text{arg}(z)$ – головне значення аргументу комплексного числа z ;
- $|Z|$ – модуль $\sqrt{a^2+b^2}$ комплексного числа Z (панель

«Калькулятор», оператор $|X|$;

- $\bar{Z} = a-b$ – число, комплексно спряжене до числа $z=a+b \cdot i$.

В MathCAD можна обчислювати значення елементарних функцій, як дійсного, так і комплексного аргументу.

1.3. Побудова графіків

1.3.1. Графічні можливості Mathcad

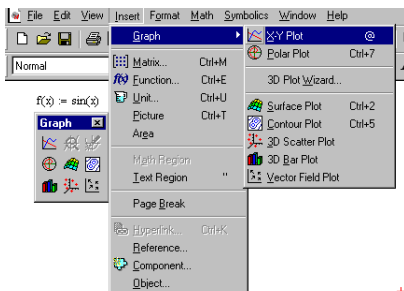
Одним із цікавих і ефективних застосувань математичних пакетів є використання їхніх графічних можливостей при розв'язанні різних задач: для візуалізації результатів досліджень, графічної інтерпретації даних і т.д.

Графічні області в Mathcad поділяються на три основних типи - двовимірні графіки, тривимірні графіки й імпортовані графічні образи. Двовимірні і тривимірні графіки будуються самим MathCAD на підставі оброблених даних.

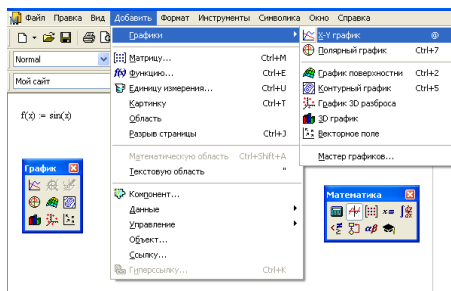
У пакеті *Mathcad* представлений великий набір інструментів для реалізації графічних методів в математиці. Графіки в *Mathcad* є універсальними й легкими у використанні. Пакет дозволяє будувати графіки різних типів: графіки в декартових координатах, графіки в полярних координатах, будувати поверхні, лінії рівня, карти векторних полів, тривимірні гістограми, точкові графіки. Осі графіків можуть мати лінійний або логарифмічний масштаб. На графіки може бути нанесена координатна сітка, є можливість визначати координати точок на графіку, збільшувати або зменшувати окремі фрагменти графіка. Починаючи з шостої версії Mathcad має можливість створювати анімаційні графіки.

Для створення графіків у системі *Mathcad* є програмний графічний процесор. Основну увагу при його розробці було приділено забезпеченню простоти побудови графіків та їх модифікацій за допомогою відповідних опцій.

Для побудови графіків використовуються шаблони. Їхній перелік містить підменю **Graph** у позиції **Insert** головного меню. Більшість параметрів графічного процесора, необхідних для побудови графіків, за замовчуванням задається автоматично. Тому для початкової побудови того або іншого виду досить задати тип графіка. У підменю **Graph** міститься список із семи основних типів графіків (рис. 1.17).



а)



б)

Рис. 1.17. Вибір шаблона для побудови графіка:
а) Mathcad 2001, б) Mathcad 14 Rus

Основні можливості головного меню дублюються кнопками швидкого керування на панелі **Графіки** (Рис. 1.18). Клацанням по потрібній кнопці цієї панелі в робочий документ можна вставити шаблон графіка відповідного типу.



Рис.1.18 -Панель "Графіки"

Перелік шаблонів для побудови графіків:

Графіки на площині (2D-графіки)		
	X-Y Plot	шаблон двовимірного графіка в декартовій системі координат;
	Polar Plot	шаблон графіка в полярних координатах;
Графіки в просторі (3D-графіки)		
	Surface Plot	шаблон для побудови тривимірного графіка;
	Contour Plot	шаблон для контурного графіка поверхні;
	3D Scatter Plot	шаблон для побудови точкового графіка у тривимірному просторі;
	3D Bar Chart	шаблон для зображення у вигляді сукупності стовпчиків у тривимірному просторі;
	Vector Field Plot	шаблон для графіка векторного поля на площині.

Графіки будь-якого виду, як будь-які об'єкти документа, можна виділяти, заносити в буфер обміну, викликати їх звітти й переносити в будь-яке нове місце документа. Їх можна й просто перетаскувати з місця на місце курсором миші, а також розтягувати по горизонталі, по вертикалі й по діагоналі, чіпляючись за спеціальні маркери виділених графіків курсором миші.

Порядок дій при побудові всіх графіків однаковий. Після вибору шаблону побудови графіка, у робочому документі відкривається шаблон для побудови графіка з полями для запису, які заповнити для побудови графіка. Коли графік визначений (заповнені всі позначені позиції), те для побудови графіка при автоматичному режимі обчислень досить клацнути мишею поза полем графіка.

1.3.2. 2D– графіки

1.3.2.1. Структура графічної області Декартового графіка на площині

Графічна область Mathcad це дві вкладені рамки(рис.1.19).. Зовнішня рамка , яка містить три маркери зміни розмірів, є границею

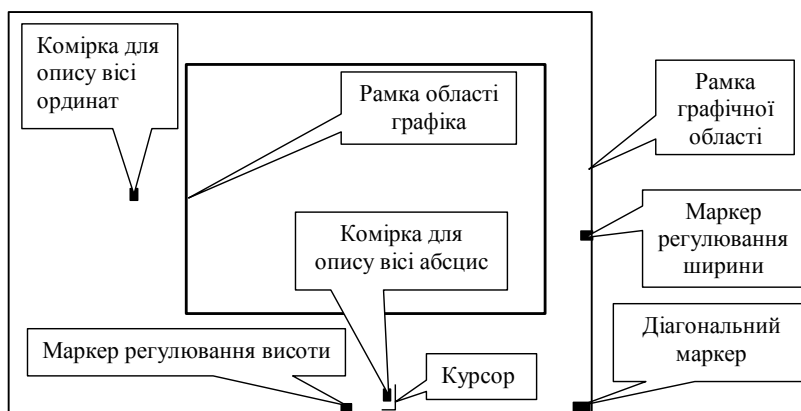


Рис.1.19-Структура графічної області в Mathcad.

графічної області та служить для зміни розмірів та переміщення графіка. Сам графік міститься всередині меншої рамки, із зовні якої є комірки (поля). Ці комірки призначені для введення формул та опису координатних осей Координатні осі графіка можуть мати вигляд рамки (обмежена область), осі можуть перетинатися в центрі, а при необхідності їх можна взагалі і не показувати.

1.3.2.2. Побудова 2D-графіків

Для побудови графіка в Декартові системі координат необхідно:

1. Ввести вираз, що описує деяку функцію;
2. Ввести область визначення функції;
3. Вивести шаблон **X-Y Plot** за допомогою меню або з панелі **Graph**;
4. Заповнити дві позначені для уведення позиції, у першу ввести із клавіатури ім'я функції $-f(x)$, а в другу - її аргумент $-x$ (рис. 2);
5. Натиснути ліву кнопку мишки поза графіком.

$$f(x) := 0.1x + 3 \cdot \sin(x) - 2 \cdot \cos(2 \cdot x)$$

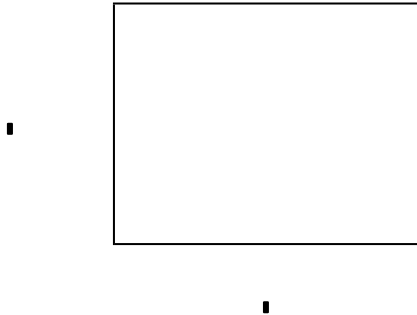


Рис. 1.20. Шаблон двомірного графіка в Декартові системі координат

Після виконання пунктів 3 і 4 буде отриманий графік, показаний на рис. 3. Більшість параметрів графічного процесора, необхідних для побудови графіка, за замовчуванням задається автоматично. По замовчанні графік будується на інтервалі від -10 до $+10$.

$$f(x) := 0.1 \cdot x + 3 \sin(x) - 2 \cdot \cos(2x)$$

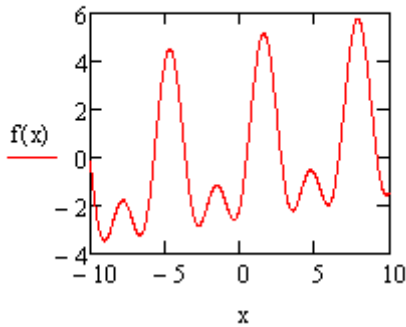


Рис. 1.21. Графік побудований автоматично

Для побудови двовимірного графіка у Декартові системі координат на довільному інтервалі зміни аргументу необхідно:

- задати інтервал зміни аргументу функції $x := x_{\min}, x_{\min} + \Delta x..x_{\max}$,
- де $x_{\min}$ – початкове значення аргументу, Δx – крок зміни аргументу, $x_{\max}$ – значення аргументу в кінці інтервалу;
- ввести вираз, який описує функцію $f(x)$;
- вивести шаблон **X-Y Plot**;
- ввести ім'я змінної x по вісі ox ;
- ввести ім'я функції $f(x)$ по вісі oy ;
- клацнути лівою кнопкою миші за межами області графіка;
- відформувувати графік.

Для побудови кількох графіків на одному шаблоні, для розділення функцій використовуються коми (рис. 1.22). Виділяється функція (рис. 1.22а), ставиться кома, коми не видно але появляється нова комірка для введення імені другої функції (рис. 1.22б), записується ім'я функції в нову комірку (рис. 1.22 в). В одній системі координат у Mathcad 2001 можна побудувати 16, а у Mathcad 14 – 32 різноманітних графіків. Якщо аргументи всіх функцій графіків однакові і змінюються в одних і тих-же межах то в поле введення аргументу достатньо ввести лише один аргумент, але якщо принаймні один із аргументів інший або змінюється в іншому інтервалі, то необхідно через коми ввести послідовно аргументи всіх функцій (рис. 1.23).

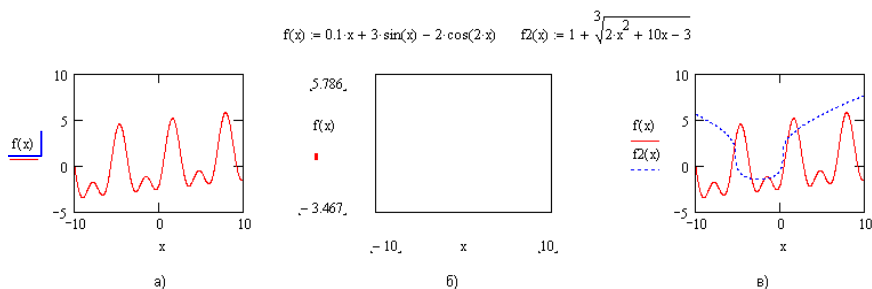
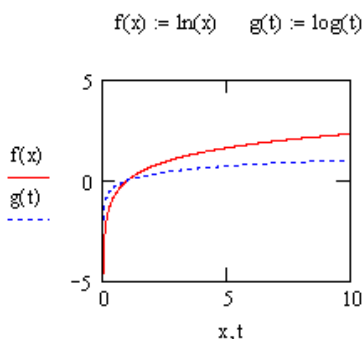


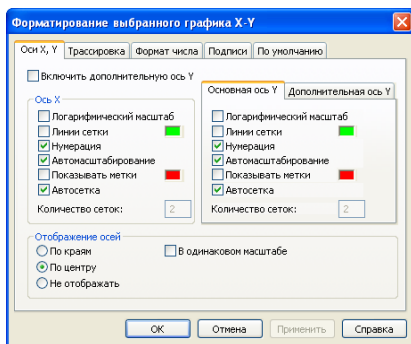
Рис. 1.22



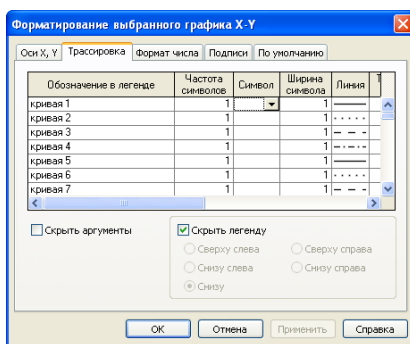
Дуже часто параметри, задані за замовчуванням, не влаштовують користувача. Тому наступним етапом побудови графіка є форматування графіка.

1.3.2.3.Форматування 2D- графіків

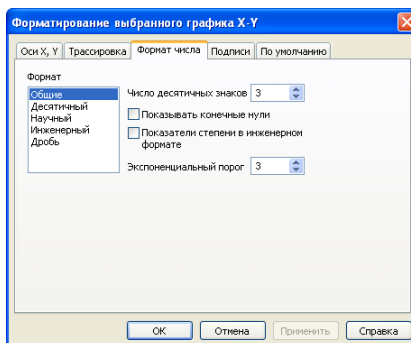
Щоб змінити прийняті за замовчуванням параметри графіка необхідно клацнути два рази у області графіка лівою кнопкою мишки. З'явиться діалогове вікно форматування двовимірному графіка. В цьому вікні містяться п'ять вкладок, які дозволяють змінювати основні параметри графіка (рис.1.24).



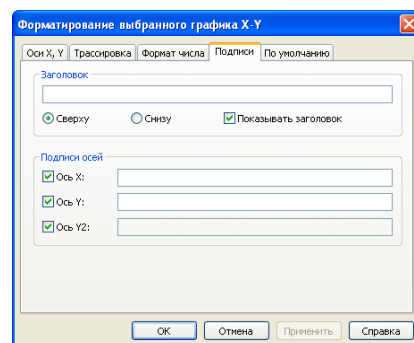
а)



б)



в)



г)

Рис. 1. 24. Вкладки панели форматирования графика

Оси X-Y—установка параметров осей графиков (рис. 1.24а);

Трассировки - установка параметров линий графиков (рис. 1.24б);

Формат числа – установка формата числовых величин графика (рис. 1.24в);

Подписи - установка титульного напису та напису по осях X та Y (рис. 1.24г);

По умолчанию - возвращение к стандартным установкам.

Вкладка **Оси X-Y (X-Y Axes)** (рис. 1.25) позволяет установить логарифмический масштаб (**Log Spase**), форму осей, вывести масштабную сетку (**Grid Lines**), задать вывод числовых данных по осям (**Numbered**), задать автоматическое масштабирование

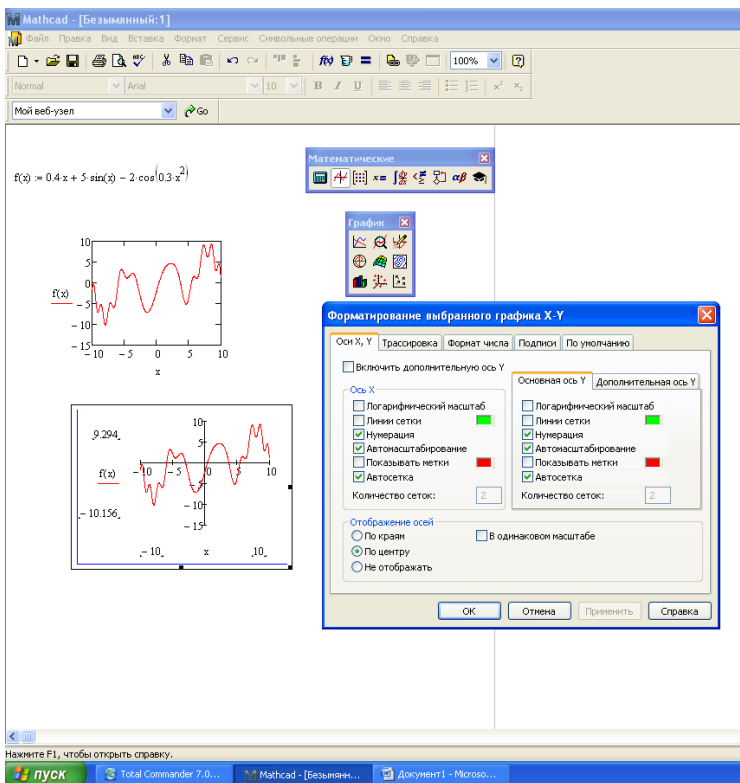


Рис.1.25. Вікно форматування двовірних графіків Mathcad-14 (вкладка **Оси X,Y**)

(**Autoscal**), показати маркери (**Show Markers**) і задати автоматичне з'ясування числа ліній масштабної сітки (**Auto Grid**). Все це проробляється окремо для осей **X** та **Y**.

Вкладка **Трассировки (Traces)** (рис. 1.26) виводить перелік кривих, які можуть бути на графіку. Для кожної з кривих можливо встановити мітку – символ (symbol label), вид лінії (line), тип лінії (type), колір(color), товщину лінії (weighth). Можна також встановити опцію показу чи приховування аргументів осей (hide augments) та показу чи приховування легенди (hide legend).

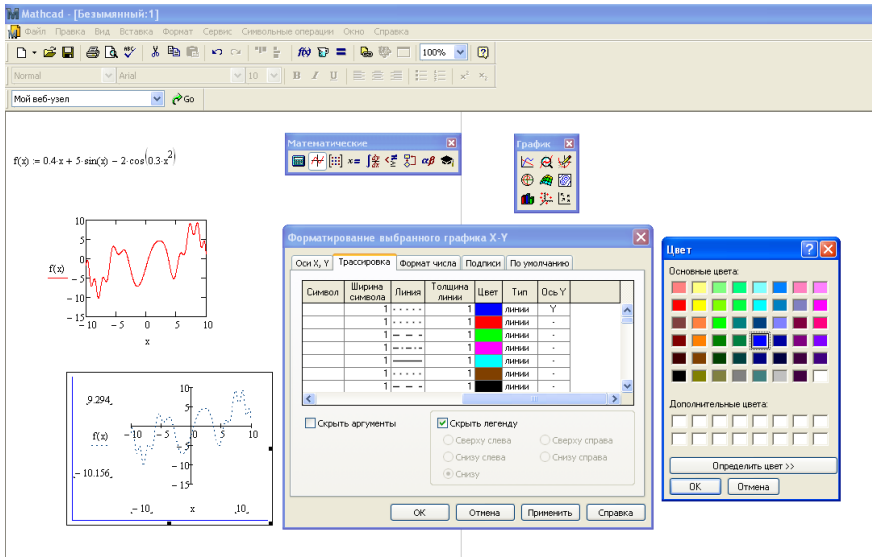


Рис.1.26. Вікно форматування двовірних графіків Mathcad-14 (вкладка Трассировки)

При дослідженні графіків деяких функцій виникає потреба проглянути малу ділянку графіка. Команда **Format-graph-Zoom** (є також відповідна кнопка на панелі **Графики**) виводить вікно, за допомогою якого можна розтягнути будь-яку ділянку графіка. Для того, щоб скористатися цим вікном, потрібно мати виділений графік функції. Переміщення мишки з натиснутою лівою клавішею призводить до появи на графіку прямокутника із пунктирних ліній, яким і потрібно відмітити область перегляду графіка. При цьому у вікні перегляду відображаються мінімальне і максимальне значення X та Y, які і визначають область перегляду. Кнопки **Zoom**, **Unzoom** та **Full View** дозволяють продивитись виділену ділянку графіка зняти виділення та задати повну область перегляду. Виділена ділянка графіка відображується в усьому вікні (в збільшеному вигляді). При цьому графік функції стає більш наглядним

Є можливість також визначати координати окремих точок графіка (рис.1.2.7):

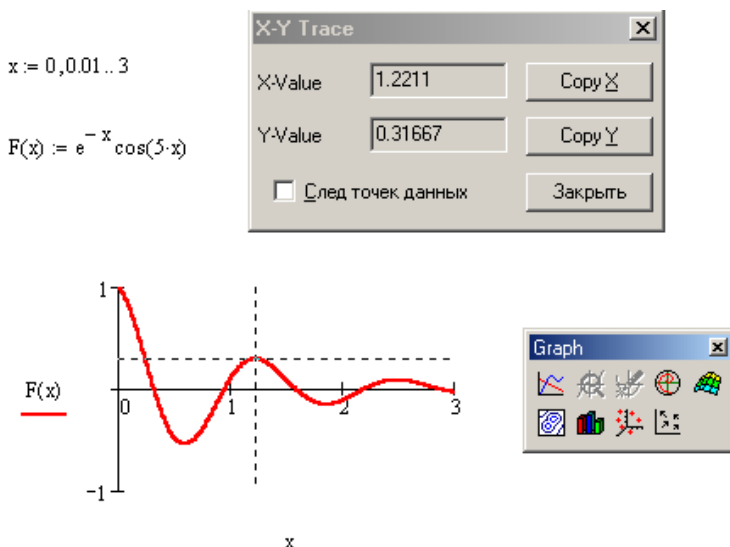


Рис.1.27. Визначення координат точок графіка

Якщо викликати вкладку **Graph – Format – Traces**, то з'явиться вікно **X-Y Trace**, при переміщенні в області графіку курсору мишки (з натиснутою кнопкою) в полях X-Value й Y-Value, діалогового вікна відображаються координати точки, на яку вказує курсор. Координати точки можна скопіювати в буфер обміну, або присвоїти якійсь змінній за допомогою кнопок **Сору X** та **Сору Y**.

Параметричний графік. Для побудови графіка параметрично заданої функції у Mathcad потрібно (рис.1.27) :

- задати значення параметрично заданої функції ;
- викликати шаблон побудови звичайного 2D графіка;
- записати ім'я функції $y(t)$ в шаблон по осі OY;
- записати ім'я функції $x(t)$ в шаблон по осі OX;
- відвести маркер мишки за межі графіка та натиснути ліву клавішу мишки
- відформатувати отриманий графік.

$$y(t) := 3 \cdot \sin(2 \cdot t)$$

$$x(t) := 2 \cdot \cos(3t)$$

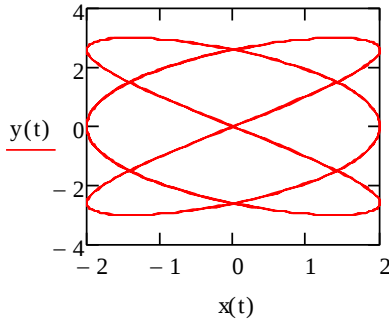


Рис. 2.27 - Параметричний графік.

1.3.2.4. Побудова графіків у полярній системі координат.

В полярній системі координат кожна точка задається кутом φ та модулем радіус-вектора $R(\beta)$. Перед побудовою полярного графіка потрібно задати зміну кута нахилу радіус-вектора у заданих межах та задати функцію $R = R(\beta)$. Після виведення шаблону треба ввести ім'я аргументу β на місці мітки внизу і ім'я функції на місці мітки зліва, а також вказати нижню межу зміни довжини радіус-вектора у мітці знизу і верхню межу в мітці справа зверху (рис. 1.28).

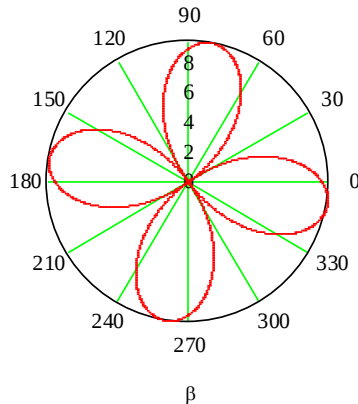


Рис. 1.28- Полярний графік.

1.3.3. Побудова тривимірних графіків

Тривимірні графіки (3D-графіки) відображають функцію двох змінних вигляду $Z = Z(x, y)$. У Mathcad 3D- графіки можна будувати 3 способами:

І. **Автоматична швидка побудова.** Задаємо значення функції двох змінних. Викликаємо шаблон 3D- графіка. Вписуємо ім'я без її аргументів у шаблон, відводимо візор миші за межі області графіка, натискаємо ліву кнопку миші, отримуємо графік (рис. 1.29), інтервали зміни аргументів функції система визначає сама без втручання користувача.

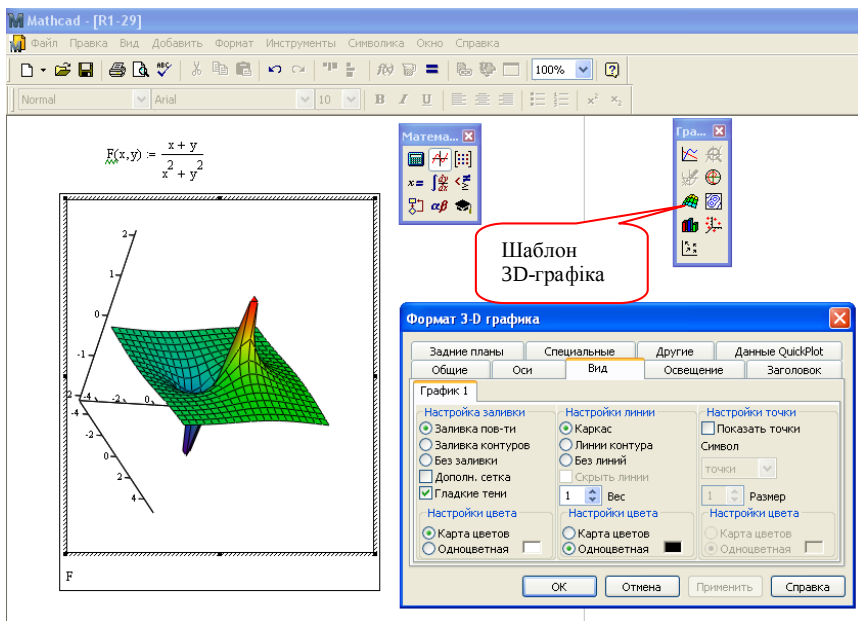


Рис. 1.29

Наглядність представлення поверхні у тривимірному просторі залежить від багатьох факторів: масштабу побудов; кутів повороту фігури відносно осей; використання алгоритму видалення ліній, які знаходяться на задньому плані; використання заливки та інших.

Реалістичність зображень на плоскому малюнку поверхні тіл у тривимірному просторі залежить здебільшого від кутів огляду. Для

обертання будь-якої тривимірної фігури достатньо виділити її зображення та, натиснувши і втримуючи ліву клавішу миші, почати переміщувати мишу по поверхні стола. Фігура почне обертатись. Такий рух фігури в просторі дає можливість, практично без зусиль, підібрати найоптимальніше положення фігури в просторі, при якому найбільш чітко видно просторові особливості фігури, наприклад: піки, заглибини, отвори, пелюстки. Можна використати неперервний рух фігури в вибраному напрямку. Для цього потрібно почати обертання мишкою, але при натиснутій клавіші Shift. Після чого відпустити клавішу Shift і клавішу мишки, фігура продовжить оберт у заданому напрямку. Для того, щоб зупинити рух, достатньо клацнути мишкою всередині графіка.

Щоб викликати панель форматування тримірного графіка потрібно два рази клацнути лівою кнопкою миші в його області та відформатувати графік (рис.1.29).

II. Побудова за значенням матриці аплікат поверхні. Для побудови в *Mathcad* графіка функції двох змінних необхідно попередньо обчислити значення функції на прямокутній сітці, тобто побудувати матрицю аплікат поверхні функції. Треба задати функцію двох змінних $f(x, y)$, визначити кількість вузлів прямокутної сітки $n_x \times n_y$ для змінних x, y , задати діапазон зміни цілих індексів i, j вузлів сітки X_i, Y_j та обчислити значення аплікат поверхні (рис.1.30) для заданої функції.

III. Побудова графіків за допомогою вбудованих функцій *CreateMesh* і *Create Space*. При побудові тривимірних графіків у ранніх версіях MathCAD поверхню потрібно було визначити математично (Рис.1.30.). У версіях MathCAD -2000 і вище застосовують функції *CreateMesh*.і *CreateSpace*

CreateMesh($F, x_0, x_1, y_0, y_1, xgrid, ygrid, fmap$) Створює матрицю аплікат поверхні з сіткою, визначеною функцією F . x_0, x_1, y_0, y_1 – діапазон зміни змінних, $xgrid, ygrid$ – розміри сітки змінних, $fmap$ – функція відображення. Усі параметри, за винятком F , - факультативні. Функція *CreateMesh* за замовчуванням створює сітку на поверхні з діапазоном зміни змінних від -5 до 5 і із сіткою 20×20 точок.

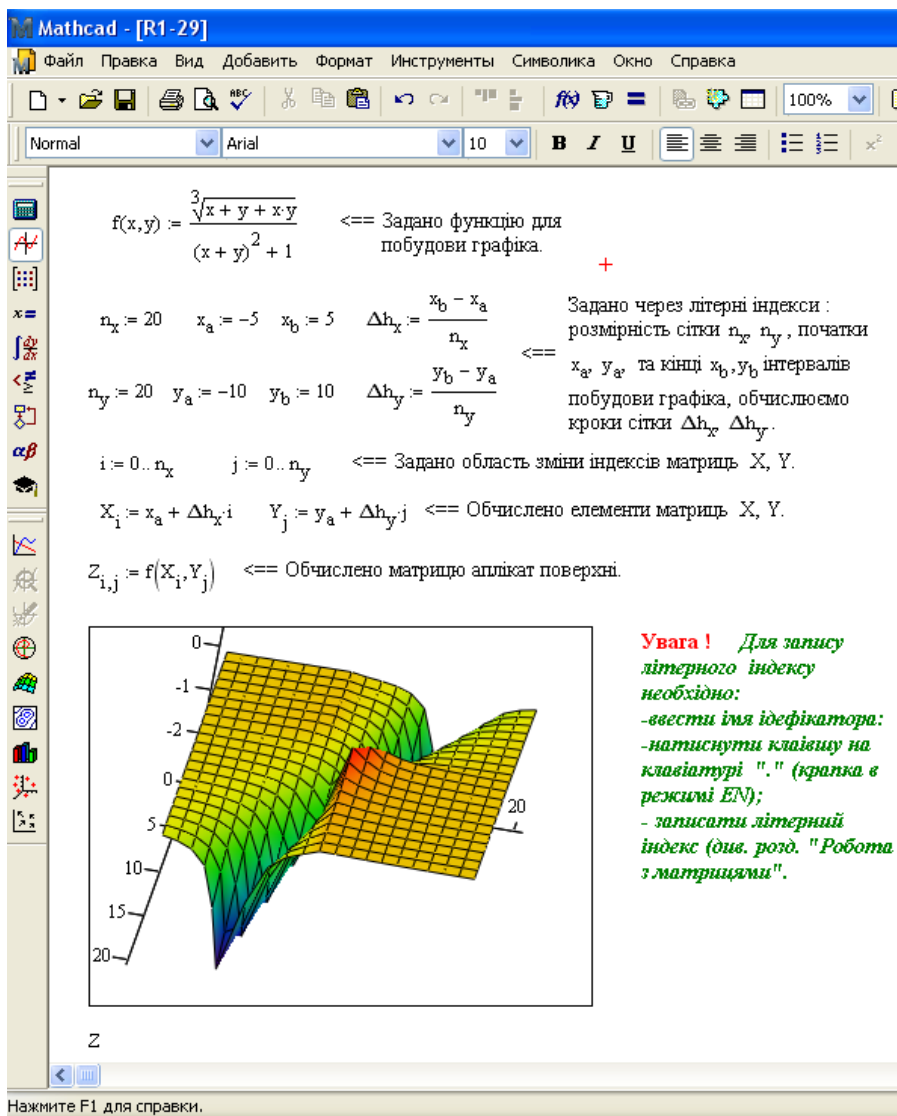
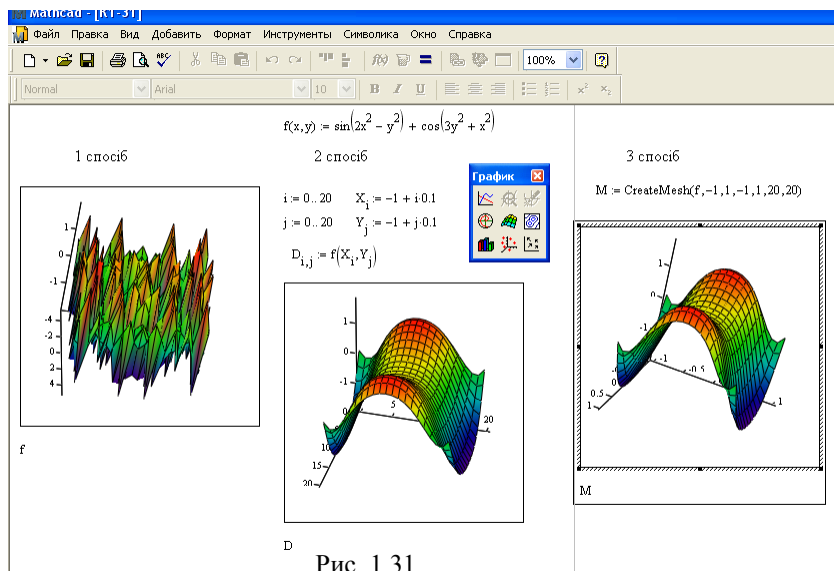


Рис. 1.30

Приклад використання функції *CreateMesh* для побудови 3D-графіків наведений на рис. 1.31, спосіб 3. На рис. 1.31 побудована поверхня функції різними способами, з однаковим форматуванням, видно. Що графік побудований першим способом відрізняється від графіків побудованих другим і третім способами, це пояснюється тим що інтервали побудови та крок сітки у них різні.



CreateSpace (F , t0, t1, tgrid, fmap) Повертає вкладений масив трьох векторів, що представляють x-, y-, і z- координати просторової кривої, визначеною функцією F, t0 і t1 – діапазон зміни змінної, tgrid – розмір сітки змінної, fmap – функція відображення. Усі параметри, за винятком F, - факультативні.

Функцію *CreateSpace* застосовують для побудови точкового графіка у просторі. Такий графік створюється операцією **Вставка** $\Rightarrow$ **Графік** $\Rightarrow$ **3D Точковий**, причому поверхня задається параметрично – за допомогою трьох матриць (X, Y, Z) (рис. 1.32, спосіб 2), а не

однієї, як у прикладі на рис. 1.31. Для визначення вихідних даних для такого виду графіків використовується функція *CreateSpace* (рис. 1.31, спосіб 1).

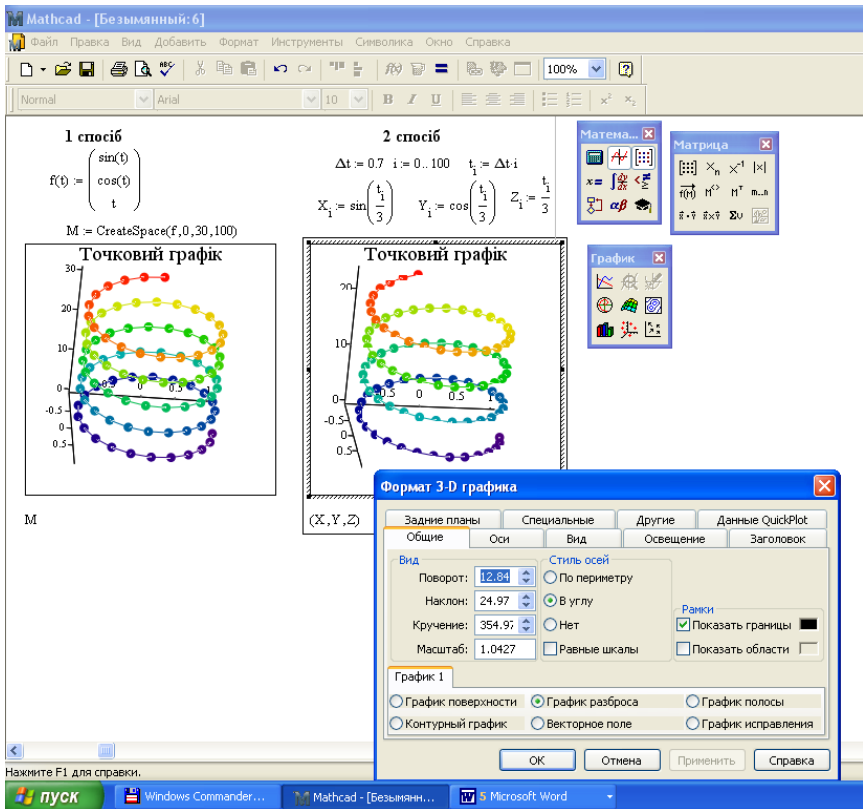


Рис. 1.32

1.3.4. Побудова кількох 3D- графіків в одній системі координат

Особливий інтерес являє собою можливість побудови на одному графіку ряду різних фігур чи поверхонь з автоматичним обліком їхнього взаємного перетинання. Для цього треба роздільно задати матриці відповідних поверхонь і після виводу шаблону 3D-графіки перелічити ці матриці під ним з використанням як роздільника - коми (рис. 1.33, рис. 1.34).

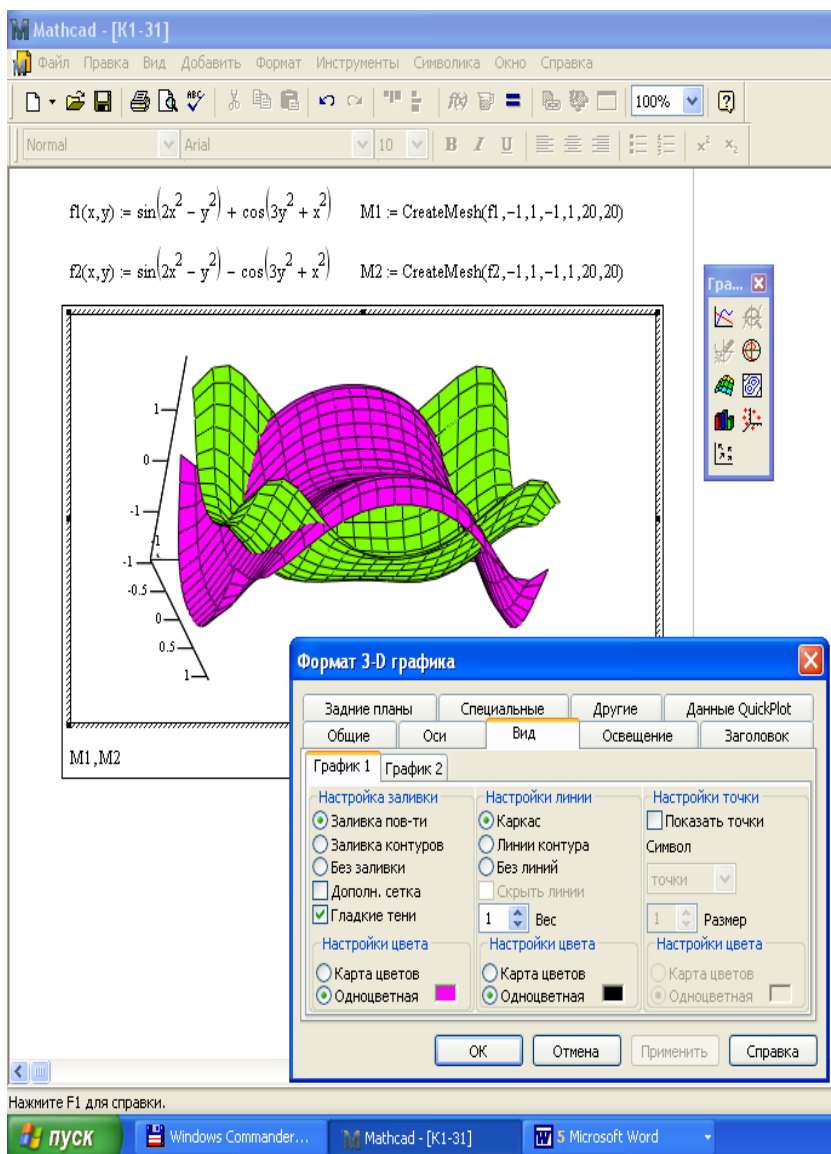


Рис.1.33. Перетин поверхонь

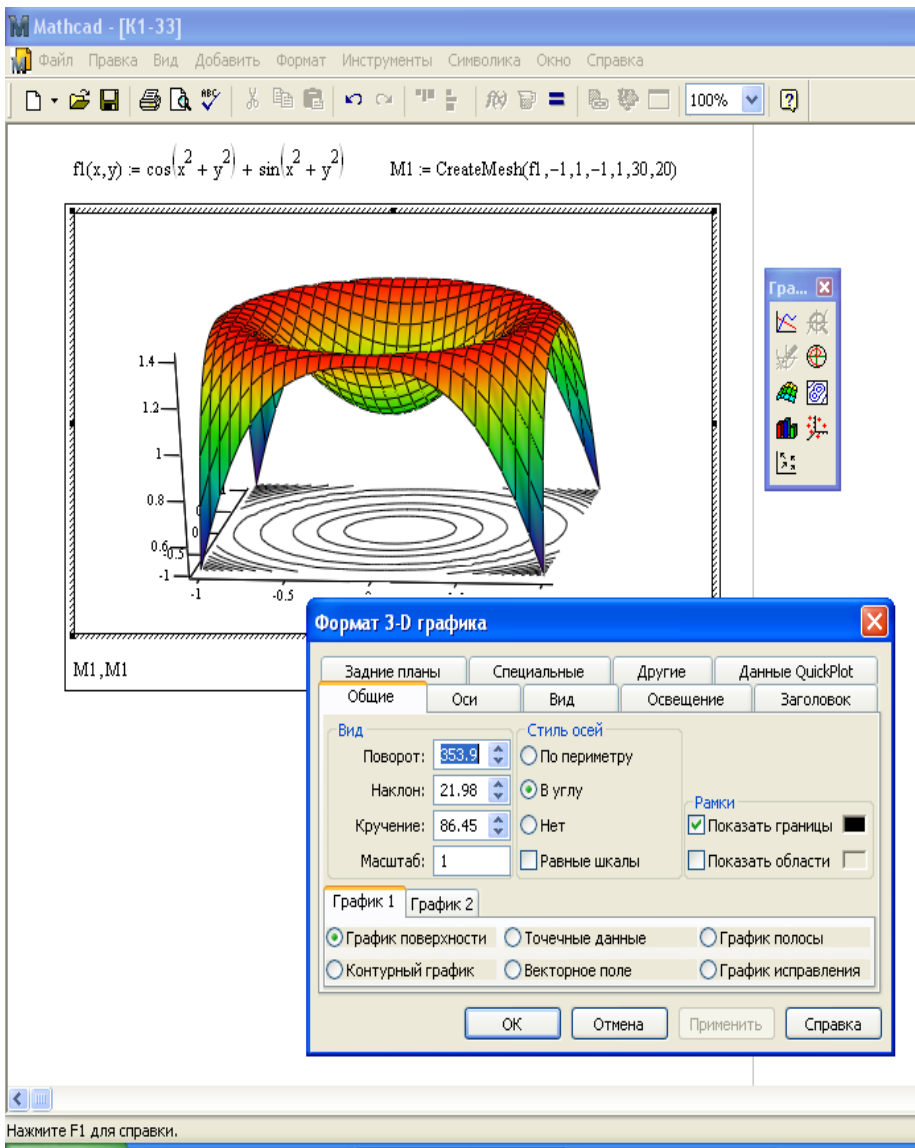


Рис. 1.34. Поверхня та її контурний графік

1.3.5. Анімація графіків

Принцип анімації достатньо простий .В системі є вбудована змінна FRAME, яка приймає цілочисельні значення, по замовчуванню від 0 до 9 з кроком 1. Будь-яка функція, графік якої планується спостерігати, має бути функцією цієї змінної, що являється по-суті номером текучого кадру. Діапазон змінної FRAME задається в діалоговому вікні **Анімація (Animate)**.

При створенні анімаційних графіків всі кадри будуються з однаковими координатами кутів, а значить, з однаковими розмірами та положенням на екрані. Їх зміна із заданою швидкістю (по вмовчуванню 0 кадрів в секунду) і створює “живе” зображення. Анімація здійснюється шляхом перегляду створеної послідовності кадрів за допомогою спеціального програвача.

Для отримання такої послідовності необхідно клацнути по пункту **Вид(View)** головного меню, а потім по пункту **Анімація (Animate)** у падаючому меню. В діалоговому вікні **Анімація** можна задати три основних параметра анімації : початкове значення змінної FRAME, її кінцеве значення та швидкість зміни кадрів. Потім шаблон графіка потрібно виділити пунктирним прямокутником, та клацнути по кнопці **Анімація**, якщо виділеної області немає, то ця клавіша буде неактивною. Якщо все зроблено правильно, почнеться процес створення анімаційних кадрів. При цьому кадри будуть з’являтися в зоні перегляду вікна **Анімація**, поряд можна спостерігати зміну значення змінної FRAME за допомогою клавіші **Параметри (Options)** можна обрати тип та програму стиснення відеофайлів. З’явиться діалогове вікно **Compressor Options**.

По закінченні створення серії кадрів анімаційного відео ролика з’явиться програвач анімаційних кадрів. За допомогою якого можна проглянути зміну графіка в часі.

З допомогою кнопки **Сохранить как (Save As)** можна визвати діалогове вікно **Save Animations** та знайти папку у якій буде поміщено ролик. Запис буде виконуватись із розширенням **.avi** , яке прийняте для файлів відеосистеми **Microsoft Video for Windows**

2. Розв'язання в рівнянь та систем рівнянь в Mathcad

2.1. Розв'язування рівнянь

В Mathcad рівняння можна розв'язувати у символійній та числовій формах.

Розв'язування рівнянь у символійній формі Для розв'язування рівняння у символійній формі необхідно:

- записати рівняння через „ жирний знак дорівнює”
- виділити голубим слідом курсору змінну відносно якої потрібно розв'язати рівняння (рис.2.1).

- вибрати команду **Solve (Решить)** із підменю **Variable (Переменные)** меню **Symbolics (Символы)** в результаті на екрані появиться або розв'язок рівняння, або повідомлення про неоднозначність розв'язку (рис.2.1).

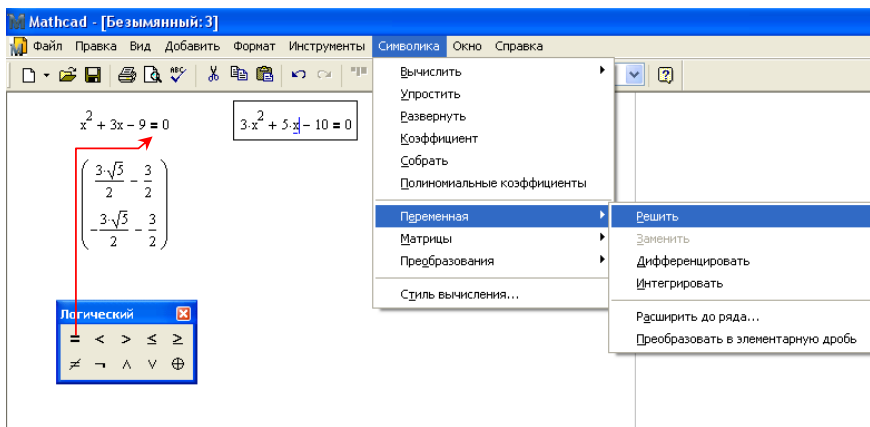


Рис. 2.1. Розв'язування рівнянь у символійній за допомогою команд меню „Символика”

Для символічного розв'язування рівняння можливо також скористатися панеллю інструментів **Symbolic (Символы)**. На ній натискаємо кнопку **“Solve”** та записуємо шаблон рівняння (рівняння записуємо через “логічний” знак дорівнює $\blacksquare = \blacksquare$) та змінну відносно якої потрібно це рівняння розв'язати (рис.2.2)

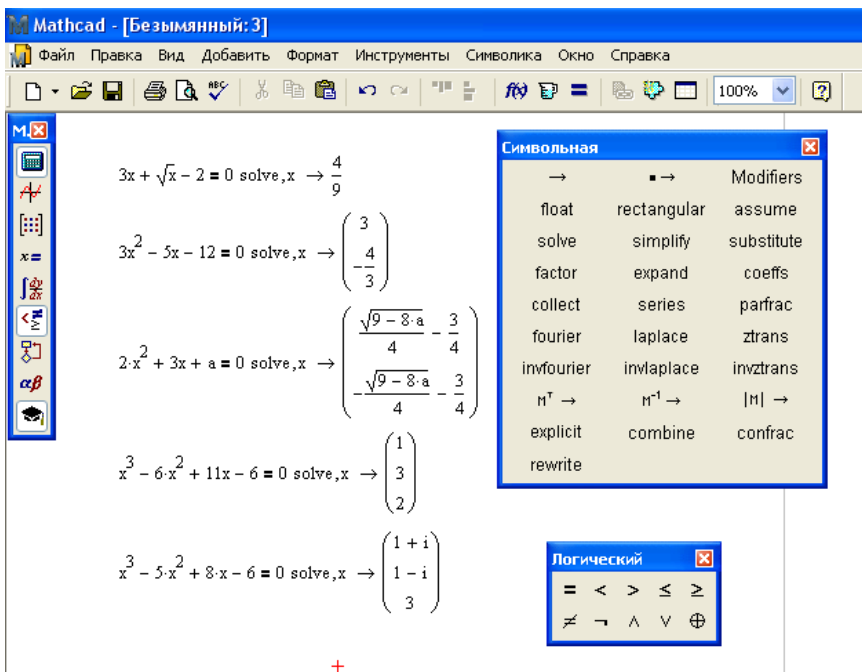


Рис.2.2. Розв'язування рівнянь в символьній формі

Розв'язування рівнянь чисельними методами. Для розв'язування рівнянь чисельними методами в **Mathcad** вбудовано дві функції: **polyroots** і **root**. Вони мають такий формат

polyroots (V) – видає дійсні і комплексні корені поліномів, де **V** – матриця-вектор коефіцієнтів полінома, нульовий рядочок якої записано вільний член полінома, у перший – коефіцієнт при невідомій у першій степені при x^1 , у другий коефіцієнт при x^2 і т. д. (рис.2.3).

root(f(var), var, [a, b]) видає var значення при якому функції $f(\text{var})=0$, $[a, b]$ інтервал нв якому знаходиться корінь рівняння., якщо інтервал не вказано, то потрібно задати початкове наближення кореня var і функція набуває формату **root(f(var), var)**, тут обчислюється

корінь, який знаходиться найближче до його початкового наближення. Якщо рівняння має комплексний корінь, то початкове наближення кореня задають комплексним числом.

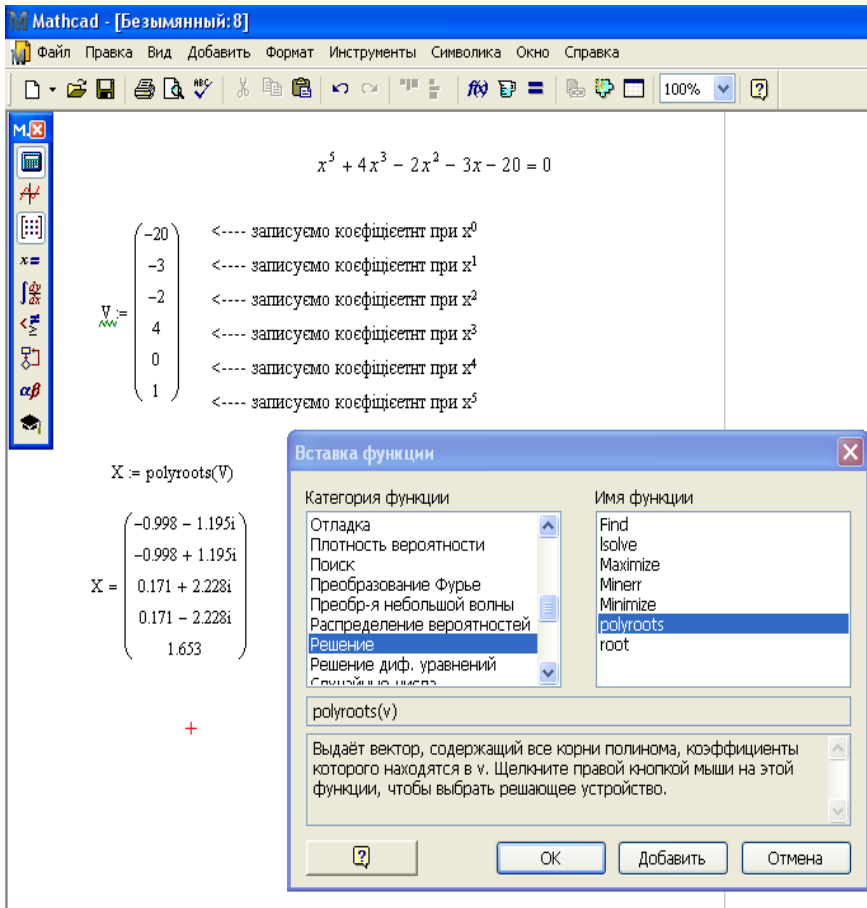


Рис. 2.3

Приклад 2.1. Нехай потрібно знати розв'язок рівняння $x^2 + 2x - 3\sqrt{x} = 10$. Для цього:

1. Будемо графік функції $f(x) = x^2 + 2x - 3\sqrt{x} - 10$.

2. Візуально визначаємо точки перетину кривої $Y = f(x)$ віссю ОХ, які будуть наближеними значеннями коренів рівняння.
3. Задаємо необхідну точність обчислень (TOL, CTOL)
4. Уточняємо отримані корені до заданої точності за допомогою функції **root** (рис.2.4).

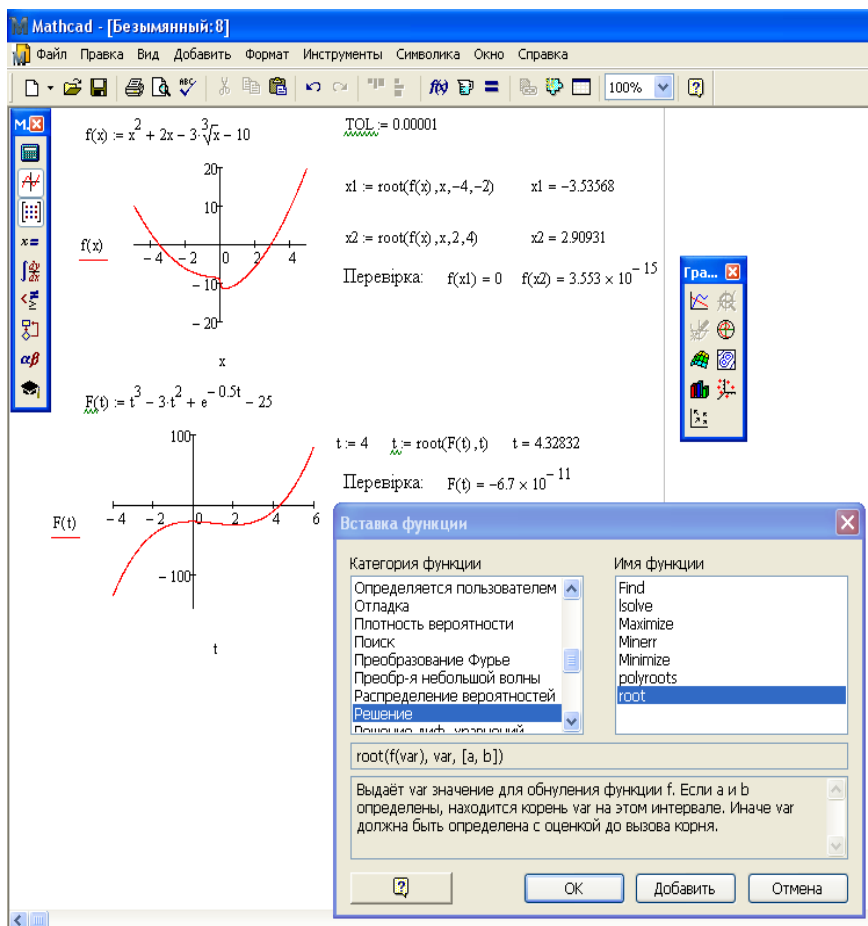


Рис.2.4

2.2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Система алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називається лінійною, якщо вона може бути записана у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3j}x_j + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots = \dots , \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{in}x_n = b_i \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots = \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nj}x_j + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right.$$

де $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$ – невідомі, a_{ij} – коефіцієнти при невідомих, b_i – вільні члени (праві частини рівнянь).

Оператори та функції системи Mathcad функції дають можливість розв’язувати значне число задач лінійної алгебри. Для розв’язування СЛАР в Mathcad найзручніше застосувати матричний метод.

Наприклад, якщо задана матриця коефіцієнтів при невідомих **A** та вектор вільних членів **B** для системи лінійних рівнянь $A \cdot X = B$, то вектор розв’язку системи рівнянь **X** можна записати у матричному вигляді через обернену матрицю $X := A^{-1} \cdot B$ (рис.2.5)

Для розв’язку СЛАР також в системі Mathcad, вбудована функція **lsolve (A, B)**, яка повертає вектор **X** для СЛАР при заданій матриці коефіцієнтів **A** і вектора вільних членів **B**. Якщо система складається з **n** рівнянь, то розмірність вектора **B** повинна бути **n**, а розмірність матриці **A** – **n × n** (рис.2.5)

Знайти корені СЛАР
з точністю до 0.000001

$$\begin{cases} 3x_1 - 14x_2 + 5x_3 = \frac{1}{2} \\ -6x_1 + \frac{7}{2}x_2 + 3x_3 = 4 \\ -3x_1 + 7x_2 - 9x_3 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Записуємо в матрицю A коефіцієнти при невідомих, а в матрицю B - вільні члени рівняння.

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -14 & 5 \\ -6 & \frac{7}{2} & 3 \\ -3 & 7 & -9 \end{pmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{2}\right) \\ 4 \\ \frac{-5}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Обчислюємо головний} \\ \text{визначник СЛАР} \\ \text{(визначник матриці } A) : \\ |A| = 567 \end{array}$$

Оскільки $|A| \neq 0$, то для розв'язування СЛАР можна застосувати метод оберненої матриці.

Знайдемо корені СЛАР.

$$\text{Чисельний метод: } X := A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} -0.3333333 \\ 0.1428571 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Перевірка: } A \cdot X = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 4 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.5

2.3. Нелінійні системи рівнянь.

Для розв'язування систем нелінійних рівнянь в Mathcad використовується спеціальний обчислювальний блок, що відкривається службовим словом – директивою **Given**. Систему рівнянь розв'язуємо за такою процедурою:

– задаємо точність обчислень;

- задаємо початкові наближення коренів;
- записуємо директиву **Given**;
- записуємо рівняння системи;
- записуємо вираз з функціями **Find** або **Minerr** для знаходження розв'язку системи;
- перевіряємо розв'язок системи рівнянь (рис.2.6).

У блоці **Given** використовується одна двох функцій:

Find ($v_1, v_2, \dots, v_n$) – повертає значення однієї або ряду змінних для точного розв'язку.

Minerr ($v_1, v_2, \dots, v_n$) – повертає значення одної або ряду змінних для наближеного значення.

Перша функція використовується, коли рішення реально існує (хоча не є аналітичним). Друга функція намагається знайти максимальне наближення навіть до неіснуючого розв'язку шляхом мінімізації середньоквадратичної похибки розв'язку.

При використанні функції **Minerr** для розв'язання систем нелінійних рівнянь потрібно обов'язково передбачити перевірку розв'язку. Бувають випадки, коли рішення можуть виявитися помилковими, частіш за все із-за того, що із декількох коренів система пропонує нереальний корінь. Потрібно якомога точніше вказувати початкове наближення кореня.

Функції **Find** та **Minerr** дуже чутливі до форми запису рівнянь у спеціальному обчислювальному блоці **Given**, якщо функції дають не реальний розв'язок системи, або взагалі не працюють, то потрібно спростити рівняння, або записати їх у іншій формі. Для знаходження початкового наближення коренів, для систем, які складаються із двох рівнянь, рекомендується використати графічний метод (графічний метод також можливо застосувати для оцінки початкового наближення коренів для систем із трьох рівнянь).

Задаємо точність обчислень та початкові наближення першої пари коренів системи рівнянь

$$\text{TOL} := 1 \cdot 10^{-6} \quad \text{STOL} := 1 \cdot 10^{-6} \quad x1 := -2 \quad y1 := 2.8$$

Відкриваємо блок Given. В блоці Given записуємо рівняння системи через булівський знак рівності. Знаходимо першу пару коренів системи рівнянь.

Given

$$x1^2 + 3 \cdot y1^2 = 25.5 \quad -3 \cdot e^{-0.3 \cdot x1} + y1^2 = 2.5$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Find}(x1, y1) \quad \begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.7154477 \\ 2.742094 \end{pmatrix}$$

Перевірка: $x1^2 + 3 \cdot y1^2 = 25.4999999 \quad -3 \cdot e^{-0.3 \cdot x1} + y1^2 = 2.50000003$

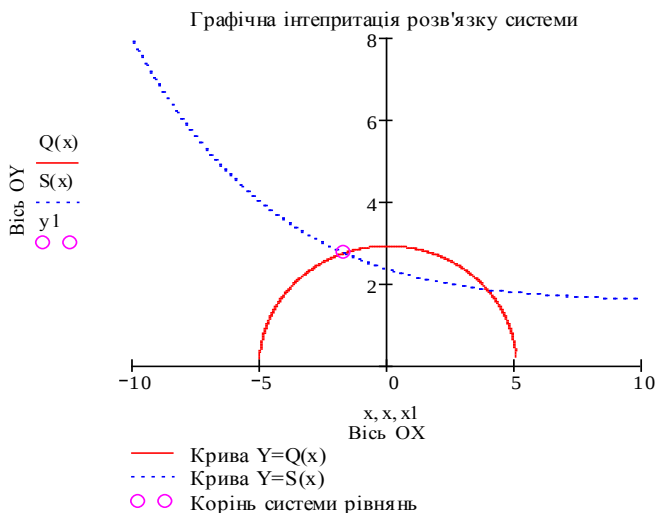


Рис.2.6. Розв'язування систем рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 25.5 \\ -3e^{-0.3x} + y^2 = 2.5 \end{cases}$$

2.4. Розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем

В системі Mathcad є можливість розв'язування крім звичайних рівнянь та їх систем розв'язувати диференціальні рівняння та їх системи у символьній і числовій формах. Символьні методи розв'язування рівнянь нажаль обмежені, але досить розвинуті чисельні методи для розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем типу задачі Коші.

В Mathcad вбудовано понад 30 різноманітних функцій для розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем чисельними методами. Найчастіше із них використовують:

rkfixed(y, x1, x2, n, D) – розв'язування задачі на відрізьку методом Рунге-Кутти з постійним кроком;

Rkadapt(y, x1, x2, n, D) – розв'язування задачі на відрізьку методом Рунге-Кутти з автоматичним вибором кроку;

rkadapt(y, x1, x2, acc, n, D, kmax, save) – розв'язування задачі в заданій точці методом Рунге-Кутти з автоматичним вибором кроку;

Bulstoer(y, x1, x2, n, D) – розв'язування задачі на відрізьку методом Булірша-Штера;

bulstoer(y, x1, x2, acc, n, D, kmax, save) – розв'язування задачі в заданій точці методом Булірша-Штера. :

де: **D(x,y)** правої частини рівняння, що містить вирази для похідних де; **y**–вектор початкових умов **Y₀**; **x₁, x₂** – початкова і кінцева точки відрізьку інтегрування системи; для функцій, що обчислюють розв'язки в заданій точці, **n**– число вузлів на відрізьку **[x₁, x₂]**; при розв'язуванні задачі на відрізьку результат містить **n+1** рядок; **D** – ім'я вектор-функції **D(x,y)** правої частини (містить вирази для похідних; **acc** – параметр, контролюючий похибку розв'язування при автоматичному виборі кроку інтегрування ; **kmax** – максимальне число вузлів сітки, в яких може бути обчислене розв'язування задачі на відрізьку, максимальне число рядків в результаті; **save** – найменше допустиме значення кроку нерівномірної сітки.

odesolve(x, x2 [n]) – розв’язування задачі Коші і крайової задачі для диференціальних рівнянь, використовується в блоці Given; де y –вектор початкових умов Y_0 ; x_1, x_2 – початкова і кінцева точки відрізка інтегрування; n – число вузлів на відрізку $[x_1, x_2]$; при розв’язуванні задачі на відрізку результат містить $n+1$ рядок .

Результати роботи функції – матриці, формат яких залежить від типу задачі, наприклад, для диференціальних рівнянь *першого порядку* ,їх перший стовпець містить координати вузлів сітки X_i , другий стовпець – обчислені наближені значення розв'язку Y_i .

Приклади розв’язування рівнянь та їх систем наведено на рисунках 2.7–2-11.

$f(y,t) := 2 \cdot y \cdot t^2 - \frac{1.3 \cdot t}{y}$	<=== Права частина рівняння	$t0 := 0$	<=== Початкові умови
		$y0 := 1$	
Given		$t1 := 1.5$	<=== Кінцева точка інтервалу
$y'(t) = f(y(t),t)$	<=== Записано диферінціальне рівняння		
$y(t0) = y0$	<=== Задано значення функції на початку інтервалу		
$y := \text{Odesolve}(t,t1)$			

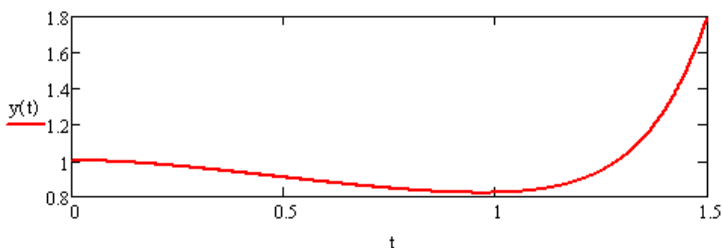


Рис.2.7. Розв’язування диференціального рівняння

$$y' = \frac{t}{y} + 2 \cdot y \cdot t \text{ при } y(0) = 1$$

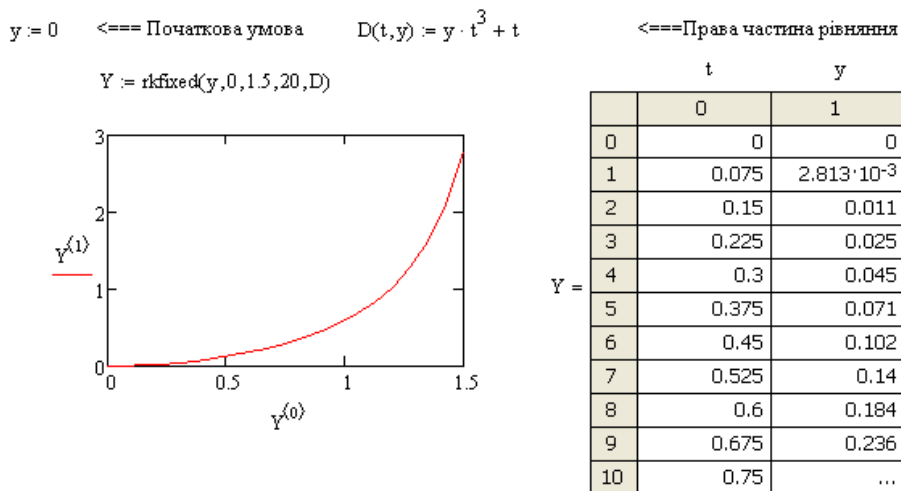


Рис.2.8. Розв'язування диференціального рівняння

$$y' = y \cdot t^3 + t \text{ при } y(0) = 0$$

Given

$$2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} y(t) + 2y(t) \cdot t - t = 0 \quad y(0) = 1 \quad y(5) = 2 \quad y := \text{Odesolve}(t, 5)$$

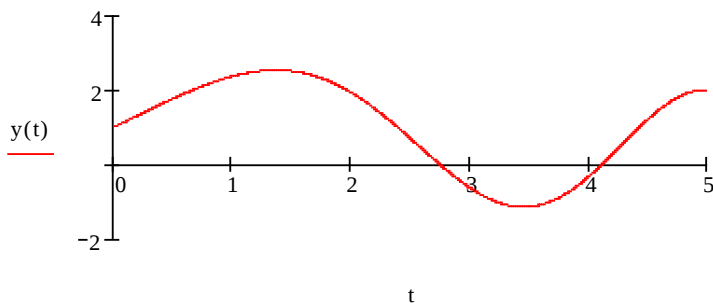


Рис. 2.9. Розв'язування диференціального рівняння другого порядку

$$2 \cdot y'' + 2 \cdot y \cdot t - t = 0 \text{ з крайовими умовами}$$

$$a := \begin{pmatrix} 0.16 & 0.03 & 0.21 \\ 0.15 & 0.7 & 0.05 \\ 0.3 & 0.03 & 0.030 \end{pmatrix} \quad \text{<=== Матриця коефіцієнтів системи рівнянь}$$

$$N := 1000 \quad t1 := 0 \quad t2 := 5$$

Розв'язування системи диференціальних рівнянь методом Рунге-Кутти (функція rkfixed).

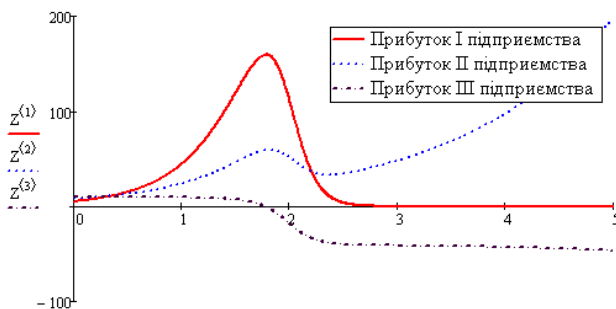
Розв'язок Z - матриця розмірності $N \times 4$. В її перший стовпець $Z^{(0)}$ записано час t, а другий $Z^{(1)}$, третій $Z^{(2)}$ та четвертий $Z^{(3)}$ значення функцій Y_0 , Y_1 , Y_2 що відповідають моментам часу t.

$$\text{Вектор початкових умов: } Y := \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{<=== I підприємство} \\ \text{<=== II підприємство} \\ \text{<=== III підприємство} \end{array}$$

$$D(t, Y) := \begin{pmatrix} a_{0,0} \cdot Y_0 - a_{0,1} \cdot Y_1 + a_{0,2} \cdot Y_0 \cdot Y_2 \\ -a_{1,0} \cdot Y_0 + a_{1,1} \cdot Y_1 + a_{1,2} \cdot Y_0 \cdot Y_2 \\ -a_{2,0} \cdot Y_0 - a_{2,1} \cdot Y_1 + a_{2,2} \cdot Y_2 \cdot Y_0 \end{pmatrix}$$

Вектор D(t,Y), - містить ліві
<=== частини (значення похідних)
системи диференціальних рівнянь

$$Z := \text{rkfixed}(Y, t1, t2, N - 1, D)$$



	t	Y_0	Y_1	Y_2
Z =	0	0	5	8
	1	$5.005 \cdot 10^{-3}$	5.056	8.037
	2	0.01	5.112	8.074
	3	0.015	5.169	8.111
	4	0.02	5.226	8.149
	5	0.025	5.285	8.187
	6	0.03	5.343	8.225
	7	0.035	5.403	8.263
	8	0.04	5.463	8.302
	9	0.045	5.524	8.34
	10	0.05	5.585	8.379

Рис. 2. 10. Розв'язування системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} y'_0 = 0.16y_0 - 0.03y_1 + 0.21y_0y_2 \\ y'_1 = -0.15y_0 - 0.7y_1 + 0.05y_0y_2 \\ y'_2 = -0.3y_0 - 0.03y_1 + 0.03y_0y_2 \end{cases} \text{ при } \begin{cases} y_0(0) = 5 \\ y_1(0) = 8 \\ y_2(0) = 10 \end{cases}$$

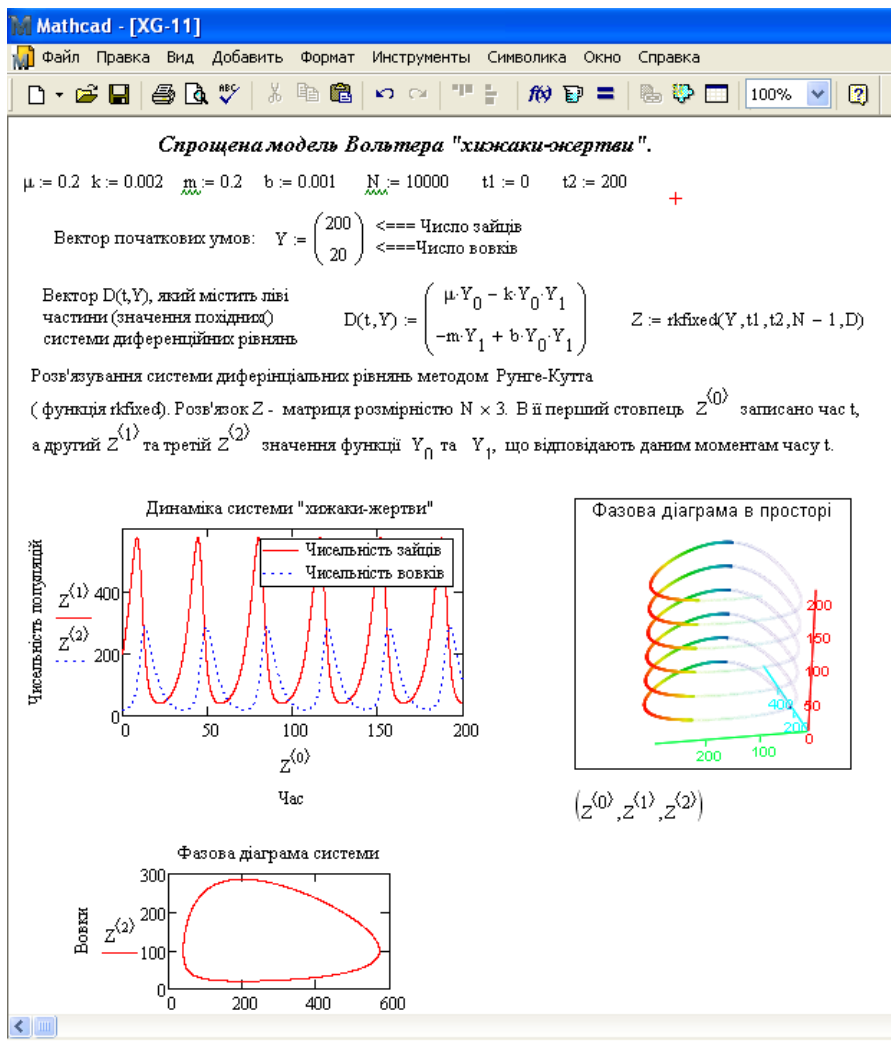


Рис. 2.11. Розв'язування системи диференціальних рівнянь, що описує еволюцію системи типу „Хижаки-

жертви” (модель Вольтера):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \mu_0 x - k \cdot xy \\ \frac{dy}{dt} = -m y + b \cdot xy \end{cases}$$

2.5. Оптимізаційні задачі

Для розв'язування оптимізаційних задач (задачі математичного програмування, розподілу р однорідних та неоднорідних ресурсів, масового обслуговування) у Mathcad вбудовано дві функції **minimize** і **maximize**. Перша знаходить мінімальне значення, друга – максимальне. Функції мають формат:

minimize(f,x,y),

maximize(f,x,y),

де **f** – ім'я функції, **x,y** – аргументи функції.

Функції **minimize** і **maximize** використовуються в блоці **Given**.

Блок **Given** має таку структуру :

- визначаємо цільову функцію;
- задаємо початкові наближення параметрів;
- відкриваємо блок **Given**;
- Записуємо обмеження, що накладаються на цільову функцію через знаки булівської алгебри;
- Записуємо вираз з функціями **minimize** або **maximize** для знаходження оптимального значення аргументів оптимізаційної задачі (в обчислювальному блоці **Given** функції **minimize** або **maximize** можна тільки один раз) ;
- визначаємо оптимальне значення функції.

Приклад 2.2. Задача лінійного програмування для функції двох змінних. Знайти максимальне значення цільової функції

$$z = 7x + 5y$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} 5x + 9y \leq 60 \\ 11x + 3y \leq 86 \\ 9x + 7y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Задача лінійного математичного програмування для функції двох змінних

$$f(x,y) := 7 \cdot x + 4 \cdot y$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Given

$$5 \cdot x + 9 \cdot y \leq 135$$

$$11 \cdot x + 4 \cdot y \leq 106$$

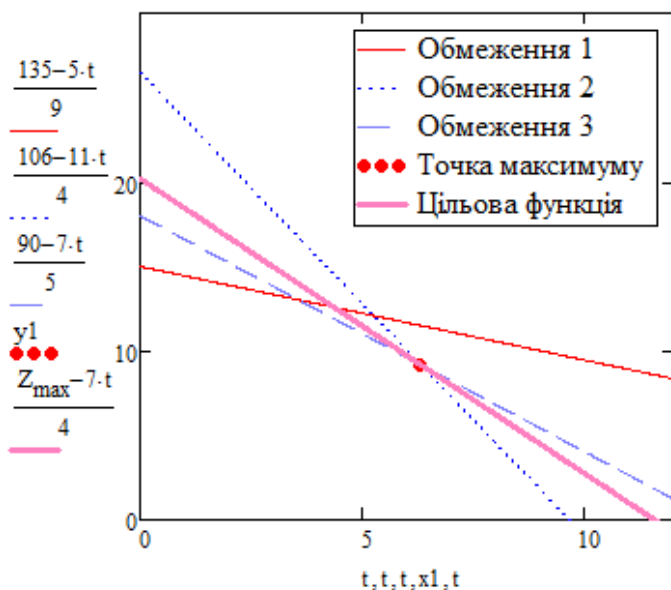
$$7 \cdot x + 5 \cdot y \leq 90$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x, y) = \begin{pmatrix} 6.296 \\ 9.185 \end{pmatrix} \quad Z_{\max} := f(x1, y1) = 80.815$$

Многокуник розв'язків



Приклад 2.3. Задача лінійного математичного програмування для функції трьох змінних. Знайти максимальне та мінімальне значення цільової функції

$$f(x, y, z) = 11x + 8y + 4z$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} 0.3x + 2y + z \leq 90 \\ 2x - 0.5y + 0.2z \leq 70 \\ 7x + y - 7z \leq 63 \\ x + y + 0.3z \geq 3 \\ 2x + y + 1.3z \geq 5 \\ x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad z \geq 0 \end{cases}$$

Лістинг 2.2.

Задача лінійного математичного програмування для функції трьох змінних

`f(x,y,z) := 11 · x + 8 · y + 4z <==` Задано цільову функцію

`x := 1   y := 1   z := 1 <==` Задано початкові наближення

Максимальне значення функції
Given

$$0.3x + 2y + z \leq 90 \quad 2x - 0.5y + 0.2z \leq 70$$

$$7x + y - 5z \leq 63 \quad x + y + 0.3z \geq 3 \quad <== \text{Задано обмеження}$$

$$2x + y + 1.3z \geq 5 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0 \quad z \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x, y, z) = \begin{pmatrix} 35.657 \\ 19.083 \\ 41.137 \end{pmatrix} <== \text{Координати максимуму}$$

$$F_{\max} := f(x1, y1, z1) = 709.44 \quad <== \text{Максимальне значення функції}$$

Продовження лістингу 2.2.

Мінімальне значення функції

Given

$$0.3x + 2y + z \leq 90 \quad 2x - 0.5y + 0.2z \leq 70$$

$$7x + y - 5z \leq 63 \quad x + y + 0.3z \geq 3 \quad \Leftarrow \text{Задано обмеження}$$

$$2x + y + 1.3z \geq 5 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0 \quad z \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \\ z2 \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f, x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.4 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Leftarrow \text{Координати мінімуму}$$

$$F_{\min} := f(x2, y2, z2) = 27.2 \quad \Leftarrow \text{Мінімальне значення функції}$$

Приклад 2.4. Задача нелінійного програмування. Знайти максимальне та мінімальне значення цільової функції

$$f(x, y, z) = \frac{x + 3y + 2z}{xy - z - x}$$

при обмеженнях:

$$\begin{cases} -2x + 3y + z \leq 20 \\ 3x - 4y + 5z \leq 90 \\ x^2 + y^2 - 5z \leq 180 \\ 0.5x + y + z \geq 3 \\ x^2 + y + 3z \geq 9 \\ x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad z \geq 0 \end{cases}$$

Задача нелінійного математичного програмування

$$f(x,y,z) := \frac{x + 3 \cdot y + 2 \cdot z}{x \cdot y - z - x} \quad <== \text{Задано цільову функцію}$$

$$x := 2 \quad y := 3 \quad z := 1 \quad <== \text{Задано початкові наближення}$$

Максимальне значення функції

Given

$$-2x + 3y + z \leq 20 \quad 3x - 4y + 5z \leq 90$$

$$x^2 + y^2 - 5z \leq 180 \quad 0.5x + y + z \geq 3 \quad <== \text{Задано обмеження}$$

$$x^2 + y + 3z \geq 9 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0 \quad z \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x, y, z) = \begin{pmatrix} 1.807 \\ 1.737 \\ 1.332 \end{pmatrix} \quad <== \text{Координати максимуму}$$

$$F_{\max} := f(x1, y1, z1) = 5455839.653 \quad <== \text{Максимальне значення функції}$$

Мінімальне значення функції

Given

$$-2x + 3y + z \leq 20 \quad 3x - 4y + 5z \leq 90$$

$$x^2 + y^2 - 5z \leq 180 \quad 0.5x + y + z \geq 3 \quad <== \text{Задано обмеження}$$

$$x^2 + y + 3z \geq 9 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0 \quad z \geq 0$$

$$\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \\ z2 \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f, x, y, z) = \begin{pmatrix} 10.544 \\ 8.295 \\ 0 \end{pmatrix} \quad <== \text{Координати мінімуму}$$

$$F_{\min} := f(x2, y2, z2) = 0.461 \quad <== \text{Мінімальне значення функції}$$

Приклад 2.5. Транспортна задача. Із двох складів необхідно розвести товари у три магазини. Відома наявність товарів на складах, потреби магазинів, вартість перевезення товарів.

Склад №	Наяв- ність товару, т	Мага- зин №	Потреби товару, т	Вартість перевезення 1 т товару, грн			
		1		Магазин Склад	1	2	3
1	40	2	32	1	15	19	23
2	30	3	18	2	27	24	29

Лістинг 2.4

Транспортна задача

ORIGIN := 1

$$q := \begin{pmatrix} 15 & 19 & 23 \\ 16 & 24 & 22 \end{pmatrix} \quad <== \text{Матриця вартості перевезень}$$

$$f(x) := \sum_{i=1}^{\text{rows}(q)} \sum_{j=1}^{\text{cols}(q)} (q_{i,j} \cdot x_{i,j}) \quad <== \text{Задано цільову функцію}$$

$$x := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad <== \text{Задано початкові наближення}$$

Given

$$x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} = 40 \quad x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} = 30 \quad <== \text{Наявність товарів на складах}$$

$$x_{1,1} + x_{2,1} = 20 \quad x_{1,2} + x_{2,2} = 32 \quad x_{1,3} + x_{2,3} = 18 \quad <== \text{Потреби магазинів}$$

$$x \geq 0 \quad <== \text{Нижня межа}$$

$$x := \text{Minimize}(f, x) = \begin{pmatrix} 8 & 32 & 0 \\ 12 & 0 & 18 \end{pmatrix} \quad <== \text{Координати мінімуму}$$

$$F_{\min} := f(x) = 1.316 \times 10^3 \quad <== \text{Мінімальне значення вартості перевезень}$$

Приклад 2.6. Безумовна оптимізації функції. Для функції:

$$f(x, y) = \frac{4x + 3y + \ln(x^2 + y^2 + 5)}{0.2x^2 + 0.3y^2 + 0.3}$$

зайти максимальне та мінімальне значення.

Безумовна оптимізація не накладає обмежень на область визначення функції.

$$f(x, y) := \frac{4x + 3 \cdot y + \ln(x^2 + y^2 + 5)}{0.2x^2 + 0.3 \cdot y^2 + 0.3} \quad \Leftarrow \text{Задано функцію}$$



f

$$x0' := -2 \quad y0' := -1 \quad \Leftarrow \text{Початкові наближення}$$

Given

$$\begin{pmatrix} x1 \\ y1 \end{pmatrix} := \text{Minimize}(f, x0', y0') = \begin{pmatrix} -1.337 \\ -0.69 \end{pmatrix} \quad \Leftarrow \text{Координати мінімуму}$$

$$F_{\min} := f(x1, y1) = -6.791 \quad \Leftarrow \text{Мінімальне значення функції}$$

$$x0'' := 1 \quad y0'' := 1 \quad \Leftarrow \text{Початкові наближення}$$

Given

$$\begin{pmatrix} x2 \\ y2 \end{pmatrix} := \text{Maximize}(f, x0'', y0'') = \begin{pmatrix} 0.827 \\ 0.404 \end{pmatrix} \quad \Leftarrow \text{Координати максимуму}$$

$$F_{\max} := f(x2, y2) = 12.941 \quad \Leftarrow \text{Максимальне значення функції}$$

Рис.2.12. Безумовна оптимізація функції

3. Апроксимація та регресія в Mathcad

3.1. Задачі регресійного аналізу

Апроксимація показників з врахуванням їх статистичних параметрів відноситься до задач *регресійного аналізу*. Задачею регресійного аналізу є підбір математичних формул та визначення їх параметрів для експериментальних даних (показників) які мають похибки.

Математична постановка задачі регресії полягає в наступному. Для залежної змінної Y та незалежної змінної X , що задані на множині точок y_k і x_k відображають дійсні значення $Y(x_i)$ з випадковою похибкою u_i , розподіленої, як правило, за нормальним законом. По сукупності значень y_i потрібно підібрати таку функцію $f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m)$, щоб вона $Y(x)$ описувала б з мінімальною похибкою. Звідси випливає умова наближення:

$$Y_i = f(x_i, a_0, a_1, \dots, a) + u_i \dots \quad (3.1)$$

Функцію $f(x_k, a_0, a_1, \dots, a_m)$ називають регресією величини Y на величину x . Регресійний аналіз передбачає завдання виду функції $f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m)$ і визначення чисельних значень параметрів $a_0, a_1, \dots, a_n$, які забезпечують найменшу похибку наближення до множини значень Y_i .

Залежність (3.1) формально описує зв'язок між даними величинами x та y , тому її називають емпіричною, а формулу яка описує цю залежність в математичній статистиці називають рівнянням регресії. В залежності від типу функції $y = f(x)$ розрізняють лінійну та нелінійну регресію. Очевидно, якщо $y = f(x)$ описується лінійною функцією $f(x) = a + b \cdot x$, то регресію називають лінійною, а якщо $f(x)$ – будь-яка нелінійна функція, то регресію називають нелінійною. Якщо рівняння регресії містить лише одну незалежну змінну, то таку регресію називають одномірною, або однофакторною, а якщо декілька, то багатомірною, або багатфакторною

Найчастіше для визначення невідомих параметрів регресійних моделей використовують *метод найменших квадратів* (МНК). МНК ґрунтується на тому, що значення параметрів $a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m$ будуть

найбільш імовірними тоді, коли сума квадратів відхилень експериментальних значень від лінії регресії

$$\delta = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m)]^2, \quad (3.2)$$

буде мінімальною. При цьому значення випадкових відхилень $u_i = y_i - f(x_i, a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m)$ повинні бути розподілені за нормальним законом. У виразі (3.2) невідомі параметри $a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m$ вважаємо незалежними змінними. Умовою мінімуму функції багатьох змінних буде рівність нулю частинних похідних першого порядку. З умови мінімуму отримаємо систему m рівнянь з такою ж самою кількістю невідомих та розв'язуємо її відносно невідомих значень параметрів:

[illegible]

де m – кількість невідомих параметрів, n – число пар значень x, y .
Отриману нами систему рівнянь (3.3) називають системою нормальних рівнянь. Найкращою буде та залежність, для якої сума квадратів відхилень – найменша. Види регресії звичайно називаються по типу апроксимуючих функцій: лінійна, поліноміальна, експонентна, логарифмічна й т.п.

3.2.Лінійна регресія.

Найпростіший спосіб апроксимації МНК довільних даних за допомогою полінома першого ступеня, тобто функції вигляду $y = a + b \cdot x$. З урахуванням дискретності даних по точках цільова функція має вигляд:

$$\varphi(x_i, y_i, a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + b \cdot x_i)]^2 \quad (3.4)$$

Диференціюємо цільову функцію по аргументах a , b , прирівнюємо отримані рівняння до нуля, отримуємо систему нормальних рівнянь для лінійної залежності $y = a + b \cdot x$:

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \end{cases} \quad (3.5)$$

Розв'язуємо систему нормальних рівнянь. Отримані значення коефіцієнтів використовуємо в рівнянні регресії $y = a + b \cdot x$. За аналогічною методикою обчислюються коефіцієнти й будь-які інші види регресії відрізняючись тільки громіздкістю відповідних математичних перетворень. У Mathcad системи нормальних рівнянь зручно розв'язувати методом оберненої матриці або вбудованою функцією **lsolve**.

Для лінійної залежності відносно міру тісноти зв'язку між факторами y і x характеризує коефіцієнт кореляції (у Mathcad для обчислення коефіцієнта кореляції вбудовано функцію **corr(x,y)**)

$$r_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.6)$$

де $\bar{x}$, $\bar{y}$ – середні значення.

Коефіцієнт кореляції може набувати значень: $-1 \leq r \leq 1$. Коефіцієнт кореляції $r > 0$, якщо кутовий коефіцієнт прямої додатний ($b > 0$) і $r < 0$, якщо кутовий коефіцієнт прямої від'ємний ($b < 0$). Модуль коефіцієнта кореляції $|r| = 1$, якщо всі точки лежать на прямій і $|r| < 1$, якщо точки розсіюються навколо прямої (рис.3.1). При $|r| \approx 0.7 \div 1$ зв'язок між незалежною змінною X та залежною змінною Y можна формально описати лінійною емпіричною залежністю, але це

ще не означає, що вони дійсно між собою пов'язані функціональною лінійною залежністю. Для нелінійної залежності коефіцієнт кореляції не може бути повноцінним критерієм міри тісноти зв'язку між залежною та незалежною змінною, наприклад, для точок X, Y які лежать на колі (рис.3.1), незважаючи на те, що зв'язок між ними описується залежністю $y^2 + x^2 = R^2$, коефіцієнт кореляції $r_{xy} = 0$. Коефіцієнт кореляції $r_{Y,YR}$, обчислений для експериментальних значень Y та отриманих за рівнянням регресії YR як для лінійної так і для нелінійної функції, характеризує якість обраної функції, якщо тип функції підібрано вдало, то $r_{Y,YR} \sim 1$.

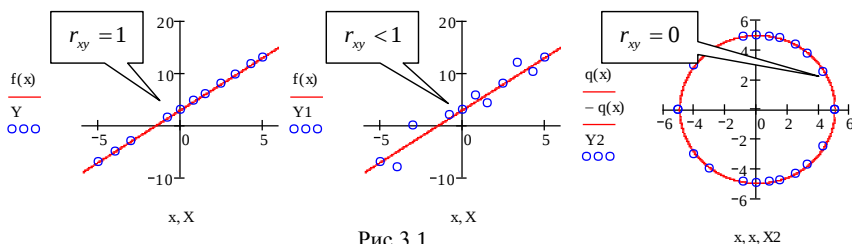


Рис.3.1

Важливими характеристиками рівняння регресії є відносна середня арифметична похибка ε (її приводять у відсотках) та абсолютна середня квадратична похибка s :

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - YR_i}{Y_i} \right| \cdot 100, \quad (3.6)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - YR_i)^2}. \quad (3.7)$$

3.3. Нелінійна регресія

Процедуру визначення типу рівняння регресії, як правило здійснюють у три етапи:

- 1) вибір загального вигляду функції $y = f(x)$, яка найкраще відображала б залежність;

- 2) знаходження числових значень невідомих параметрів рівняння регресії на основі табличних даних (x_i, y_i) .
- 3) статистичний аналіз отриманої рівняння регресії.

За браком часу обмежимося лише двома першими етапами, оскільки питання останнього етапу виходить за межі нашого короткого довідника (див. курс “Математична статистика”, розділ “Кореляційно–регресійний аналіз”).

Не існує загального методу, який давав би можливість вибрати вигляд функції $y = f(x)$, яка найкраще передавала б характер залежності для будь-якого роду досліджень. Проте можна висловити кілька рекомендацій, які значною мірою полегшують вибір вигляду функції. Насамперед експериментальні табличні дані x_i, y_i потрібно нанести на координатну сітку з рівномірними шкалами і накреслити графік, або побудувати точковий графік у Mathcad.

Для знаходження характеру залежності $y = f(x)$

побудований графік порівнюють з графіками найпростіших функцій. При цьому може трапитись, що побудований графік буде подібний до кількох графіків, вигляд функцій яких різний. Інколи трапляються випадки, коли побудована емпірична формула $y = f(x)$ досить добре передає залежність між x_i і y_i , а типовий графік функції $y = f(x)$ зовсім не подібний до експериментальної кривої. Це може бути тоді, коли експериментальна крива і типовий графік залежності побудовані для різних масштабів, або для різних інтервалів зміни аргументу.

Для побудови емпіричної формули потрібно вибирати функцію по можливості найбільш простого вигляду і, що дуже важливо, число невідомих параметрів залежності повинно бути незначним (2-3).

Методи визначення параметрів залежностей. Після вибору виду функції для побудови емпіричної формули, потрібно знайти числові значення невідомих її параметрів. Параметри емпіричних формул визначають методом вибраних точок, методом середніх, методом найменших квадратів, а для визначення невідомих параметрів складних емпіричних залежностей часто використовують різноманітні чисельні оптимізаційні методи (метод Гауса-Зейделя, градієнтного спуску, золотого перетину).

Метод вибраних точок (МВТ). На координатну сітку наносять відповідні експериментальні точки $M_i(x_i, y_i)$ і проводять плавну

криву, яка найбільш близько проходить біля цих точок. Для побудови емпіричної формули за виглядом отриманої кривої вибирають тип функцій

$$y = f(x, a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m).$$

На кривій вибирають таку кількість точок, яка дорівнює числу невідомих параметрів емпіричної залежності. При цьому вибрані точки не обов'язково повинні бути вузловими (вузлові точки – точки які співпадають експериментальними точками $M_i(x_i, y_i)$). Вони можуть бути вибраними також між вузлами на лінії регресії, але бажано, щоб вони були по можливості рівномірно розподіленими на кривій. Знаходять координати вибраних точок. Складають систему рівнянь. Розв'язуючи систему з m рівнянь знаходять невідомі параметри емпіричної залежності.

Зазначимо, що метод вибраних точок включає в себе геометричні побудови, зумовлені певною ступеню вільності. Тому цей метод відшукування параметрів емпіричної формули досить неточний. Його застосовують тільки для грубих попередніх оцінок значень параметрів.

Приклад:3.1. Підібрати емпіричну формулу $y = F(x)$ для експериментальних даних (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1

X	1	1.5	3	4	6.5	10	11	12.5
Y	27	17.5	11.7	8.0	6.9	4.4	4.2	4

Розв'язок: Будуємо точковий графік (рис. 3.2). З'єднуємо

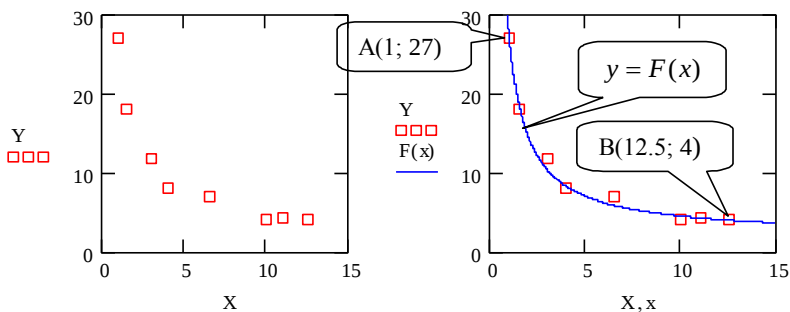


Рис. 3.2

експериментальні точки плавною кривою, яка проходить якомога ближче до експериментальних точок. Отримаємо графік функції $y = F(x)$, аналітичний вигляд якої нам поки невідомий. Аналізуючи графіки функцій, орієнтовно для опису поведінки експериментальних точок обираємо функцію:

$$F(x) = a + b/x$$

На графіку (рис. 3.2) для визначення невідомих параметрів оберемо точки з координатами $A(1; 27)$, $B(12,5; 4)$ та складемо систему рівнянь

$$\begin{cases} 27 = a + b/1 \\ 4 = a + b/12.5 \end{cases}$$

Розв'язавши систему рівнянь відносно невідомих параметрів a та b маємо $a = 2$, $b = 25$. Отже, формально, зв'язок між експериментальними даним таблиці 3.1 описується емпіричною залежністю

$$F(x) = 2 + \frac{25}{x}, \quad (3.8)$$

Метод найменших квадратів (МНК). В МНК спочатку вибирають вид функції для побудови емпіричної формули МНК ґрунтується на тому, що значення параметрів $a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m$ будуть найбільш імовірними тоді, коли сума квадратів відхилень експериментальних значень від лінії регресії

$$\delta = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m)]^2, \quad (3.9)$$

буде мінімальною. При цьому значення випадкових відхилень $u_i = y_i - f(x_i, a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m)$ повинні підлягати закону нормального розподілу. У виразі (3.9) невідомі параметри $a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, \dots, a_m$ вважаємо незалежними змінними. Умовою мінімуму функції багатьох змінних буде рівність нулю частинних похідних першого порядку. З умови мінімуму дістаємо систему m рівнянь з такою ж самою кількістю невідомих

(3.10)

Отриману нами систему рівнянь (3.10) називають системою нормальних рівнянь. Системи нормальних рівнянь можна отримати для будь-яких нелінійних залежностей (табл. 3.2) Найкращою буде та емпірична залежність, для якої сума квадратів відхилень буде найменшою.

Системи нормальних рівнянь для визначення параметрів емпіричних залежностей (індекси біля символів суми у системах рівнянь змінюються від 1 до n).

85

1	2	3
2	$y = a + b/x$	$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} \end{cases}$
3	$y = \frac{1}{a + bx}$	$\begin{cases} a \sum y_i^2 + b \sum x_i y_i^2 = \sum y_i \\ a \sum x_i y_i^2 + b \sum x_i^2 y_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases}$
4	$y = \frac{x}{a + bx}$	$\begin{cases} a \sum y_i^2 + b \sum x_i y_i^2 = \sum x_i y_i \\ a \sum x_i y_i^2 + b \sum x_i^2 y_i^2 = \sum x_i^2 y_i \end{cases}$
5	$y = \frac{a}{b + x}$	$\begin{cases} na - b \sum y_i = \sum x_i y_i \\ a \sum y_i - b \sum y_i^2 = \sum x_i y_i^2 \end{cases}$
6	$y = \frac{ax}{b + x}$	$\begin{cases} a \sum x_i^2 - b \sum x_i y_i = \sum x_i^2 y_i \\ a \sum x_i y_i - b \sum y_i^2 = \sum x_i y_i^2 \end{cases}$
7	$y = \frac{ax^2}{b + x}$	$\begin{cases} a \sum x_i^4 - b \sum x_i^2 y_i = \sum x_i^3 y_i \\ a \sum x_i^2 y_i - b \sum y_i^2 = \sum x_i y_i^2 \end{cases}$
8	$y = ab^x$	$\begin{cases} n \ln a + \ln b \sum x_i = \sum \ln y_i \\ \ln a \sum x_i + \ln b \sum x_i^2 = \sum x_i \ln y_i \\ y_i \neq 0 \end{cases}$
9	$y = ae^{bx}$	$\begin{cases} n \ln a + b \sum x_i = \sum \ln y_i \\ \ln a \sum x_i + b \sum (x_i)^2 = \sum x_i \ln y_i \\ y_i \neq 0 \end{cases}$

1	2	3
10	$y = \frac{1}{a + b \cdot e^{-x}}$	$\begin{cases} n a + b \sum \exp(-x_i) = \sum \frac{1}{y_i} \\ a \sum \exp(-x_i) + b \sum \exp(-2x_i) = \sum \frac{\exp(-x_i)}{y_i} \\ y_i \neq 0 \end{cases}$
11	$y = a + b \ln x$	$\begin{cases} n a + b \sum \ln x_i = \sum y_i \\ a \sum \ln x_i + b \sum (\ln x_i)^2 = \sum y_i \cdot \ln x_i \\ x_i \neq 0 \end{cases}$
11	$y = a + b \ln x$	$\begin{cases} n a + b \sum \ln x_i = \sum y_i \\ a \sum \ln x_i + b \sum (\ln x_i)^2 = \sum y_i \cdot \ln x_i \\ x_i \neq 0 \end{cases}$
12	$y = ax^b$	$\begin{cases} n \ln a + b \sum \ln x_i = \sum \ln y_i \\ \ln a \sum \ln x_i + b \sum (\ln x_i)^2 = \sum \ln x_i \cdot \ln y_i \\ x_i \neq 0, y_i \neq 0 \end{cases}$
13	$y = a \exp\left(\frac{b}{x}\right)$	$\begin{cases} n \ln a + b \sum (1/x_i) = \sum \ln y_i \\ \ln a \sum 1/x_i + b \sum (1/x_i)^2 = \sum (\ln y_i / x_i) \end{cases}$
14	$y = a + bx^2$	$\begin{cases} n a + \sum x_i^2 = \sum y_i \\ a \sum x_i^2 + b \sum x_i^4 = \sum (x_i^2 y_i) \end{cases}$
15	$y = a + bx^3$	$\begin{cases} n a + \sum x_i^3 = \sum y_i \\ a \sum x_i^3 + b \sum x_i^6 = \sum (x_i^3 y_i) \end{cases}$

1	2	3
16	$z = a + bx + cy$	$\begin{cases} n \cdot a + b \sum_{i=1}^n x_i + c \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n z_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n x_i z_i \\ a \sum_{i=1}^n y_i + b \sum_{i=1}^n x_i y_i + c \sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i z_i \end{cases}$

Приклад 3.2. Знайти параметри нелінійної залежності
 $y = a + b/x$ для таблиці значень X,Y:

X	1	3	5	6	8	10	15	16	21	25	26	27
Y	11	4.1	3.1	2.1	1.8	1.3	1.2	1.1	1	0.9	0.8	0.7

Розв'язок: Аналогічно, як і для лінійної залежності, для нелінійного випадку маємо

$$\varphi(x_i, y_i, a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + b/x_i)]^2. \quad (3.11)$$

Знайдемо частинні похідні по a та b від цільової функції (3.11)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a + b/x_i)] \\ \frac{\partial \varphi}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n \left[(y_i - (a + b/x_i)) \frac{1}{x_i} \right]. \end{aligned}$$

Прирівняємо частинні похідні до нуля, отримаємо систему нормальних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} + b \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i} \end{cases}. \quad (3.12)$$

Знайдемо розв'язок системи (3.12) використовуючи матричні засоби системи Mathcad (рис. 3.3). Обчислення відповідних сум проведемо безпосередньо у матрицях M і V через оператор суми панелі „Матаналіз”.

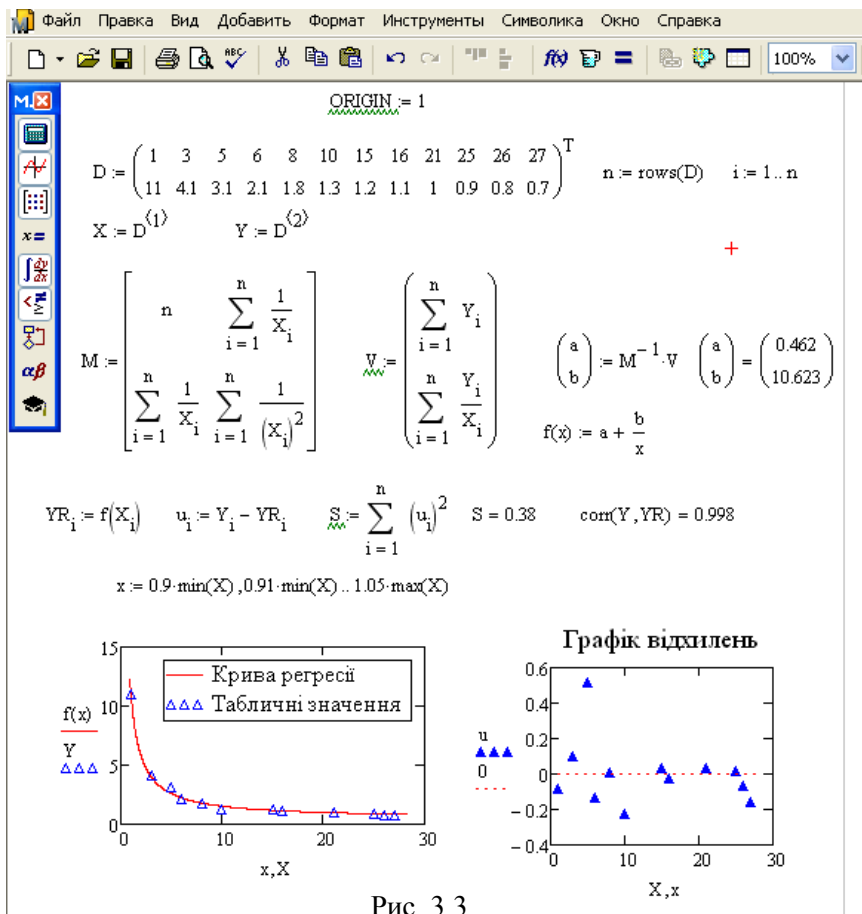


Рис. 3.3

записують значення першої пояснювальної змінної – X_1 , в третій – X_2 і т. д.

Метод найменших квадратів у матричній формі застосовують лише для лінійних залежностей. Якщо залежність не лінійна, то її потрібно привести до лінійної. Розглянемо нелінійну функцію Куба-Дугласа: $y = a \cdot x_1^b \cdot x_2^c$.

Про логарифмуємо її $\ln y = \ln a + b \ln x_1 + c \ln x_2$.

$$Y = \ln y,$$

Введемо нові змінні : $X_1 = \ln x_1$, .

$$X_2 = \ln x_2$$

Отримаємо лінійну залежність $Y = A + bX_1 + cX_2$ до якої можна застосувати метод найменших квадратів у матричній формі.

Приклад застосування методу найменших квадратів у матричній формі для лінійної залежності $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$

та масиву значень (табл.3.3) дано на рисунку 3.4.

Таблиця 3.3

x_1	2	5	8	6	7	5	2	1	1.2	1.5	8
x_2	0.5	0.7	1	5.3	0.6	0.8	1.6	2.4	3.2	6	7.2
x_3	1.3	1.2	1.4	1.8	1.9	2.3	2.7	1.7	3.6	1.6	2.6
y	8	11.2	12.6	12	11.5	13.4	9.9	9.5	13.9	11.9	15.9

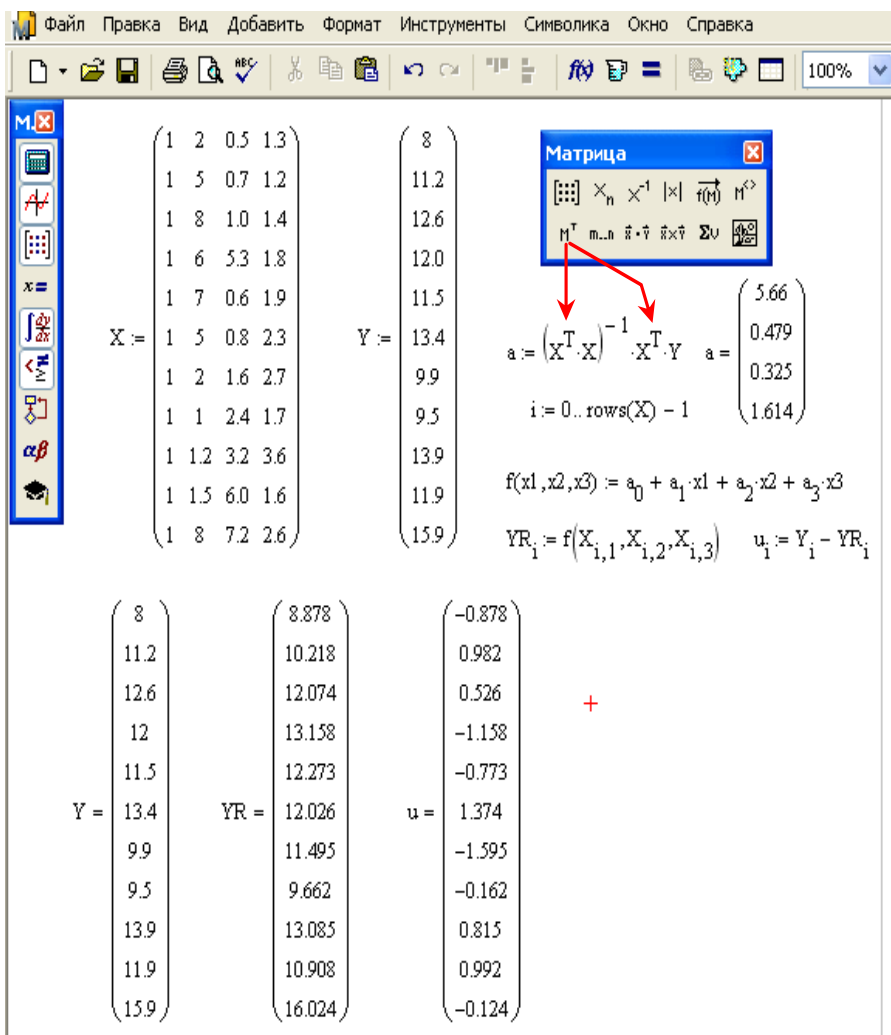


Рис. 3.4

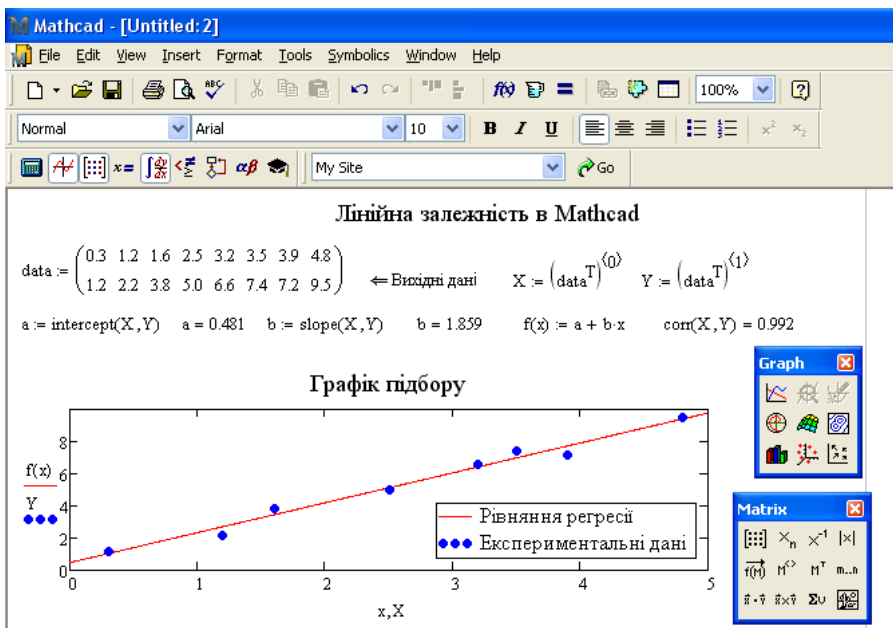


Рис. 3.5. Лінійна регресія в Mathcad

Функція $\text{interp}(S, X, Y, x..)$ реалізує обчислення за формулою:

$$f(x) = k_0 + k_1 \cdot x^1 + k_2 \cdot x^2 + \dots + k_n \cdot x^n \equiv \sum_i k_i x^i.$$

Значення коефіцієнтів k_i можуть бути зчитані з вектора S функцією:

$$- \text{submatrix}(S, 3, \text{length}(S), 0, 0).$$

На рис. 3.6 наведений приклад поліноміальної регресії з використанням поліномів 1, 3, 4 і 5-го порядку для моделювання динаміки обсягів реалізованої пшениці аграрним підприємством. Ступінь полінома звичайно встановлюють не більше 4-6 з послідовним підвищенням ступеня, контролюючи середнє квадратичне відхилення функції апроксимації від фактичних даних. Неважко помітити, що в міру підвищення ступеня полінома функція апроксимації наближається до фактичних даних, а при ступені полінома, рівної кількості пар значень даних мінус 1, взагалі перетворюється у функцію інтерполяції даних, що не відповідає задачам регресії. Поліноми старших степенів при невеликому об'ємі вибірки зазнають значних осциляцій і в більшості випадків непридатні для прогнозування.

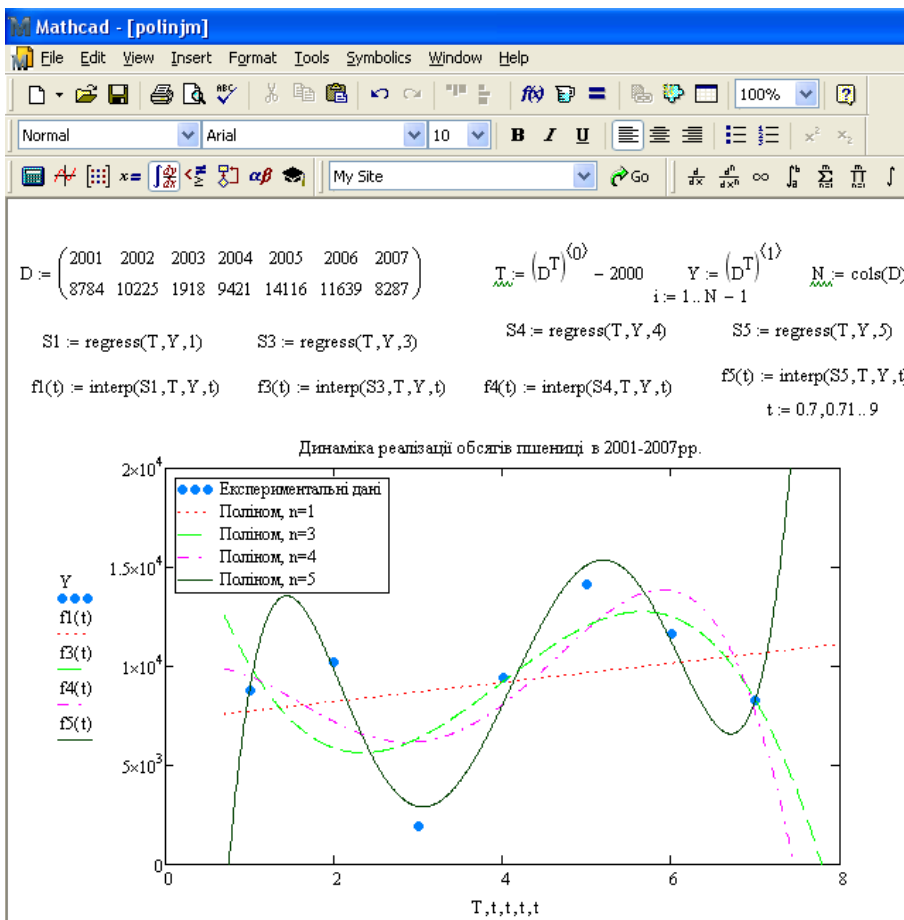


Рис. 3.6. Одномірна поліноміальна регресія

Зональна регресія (регресія відрізками поліномів) [6, с. 592]

Функція `regress` по всій сукупності точок створює один апроксимуючий поліном. При більших координатних інтервалах з більшою кількістю відліків і досить складній динаміці зміни даних рекомендується застосовувати послідовну локальну регресію відрізками поліномів малих ступенів. В Mathcad це виконується відрізками поліномів другого ступеня функцією `loess(X, Y, span)`, яка формує спеціальний вектор `S` для функції `interp(S, X, Y, x)`. Аргумент `span > 0` у цій функції (порядку 0.1-2) визначає розмір локальної області де формується поліном й підбирається з урахуванням характеру даних і необхідного ступеня

їхнього згладжування (чим більше span, тим більше ступінь згладжування даних). На рисунку 3.7 наведений приклад виконання зональної регресії. Обчислення виконані для двох значень span з визначенням середнього квадратичного відхилення до базової кривої. При моделюванні яких-небудь випадкових процесів по мінімуму середнього квадратичного відхилення може визначатися оптимальне значення параметра span. Зональна регресія непридатна для прогнозу, оскільки може працювати лише в інтервалі експериментальних значень.

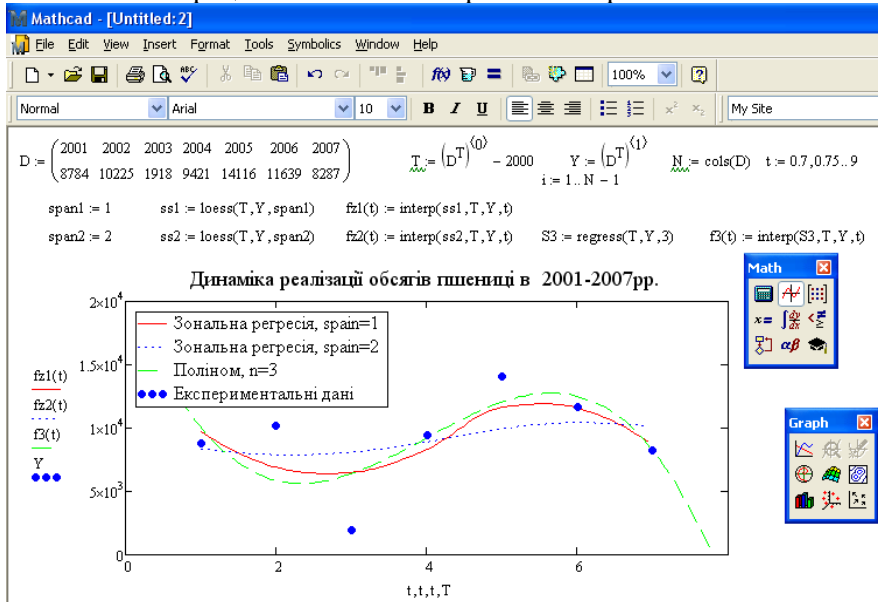


Рис. 3.7. Зональна регресія

Лінійна комбінація довільних функцій. В Mathcad вбудовано універсальну функцію для регресії у вигляді зваженої суми функцій $f_n(x)$:

$$f(x, K_n) = K_1 f_1(x) + K_2 f_2(x) + \dots + K_n f_n(x),$$

при цьому самі функції $f_n(x)$ можуть бути довільного типу, у тому числі нелінійного і не містити невідомих коефіцієнтів. З одного боку, це різко підвищує можливості аналітичного відображення функцій регресії. Але, з іншого боку, це жадає від користувача певних навичок апроксимації експериментальних даних комбінаціями досить простих функцій.

Реалізується регресія для лінійної комбінації функції по векторах X , Y і F в Mathcad функцією $\text{linfit}(X, Y, F)$, яка обчислює значення коефіцієнтів K_n . Вектор F повинен містити матричний запис

функцій $f_n(x)$. Координати x_k у векторі X можуть бути будь-якими, але розташованими в порядку зростання значень x . Приклад виконання регресії наведений на рис. 3.4. Числові параметри функцій підбиралися по мінімуму середнього квадратичного відхилення. За теоремою Гауса-Маркова.

середнє квадратичне $\sigma_{\hat{e}\hat{e}}$ відхилення рівняння регресії підбраного для лінійної комбінації функцій буде меншим ніж при підборі окремими рівняння регресії окремими функція цієї комбінації. Ця властивість відкриває широкі можливості для прогнозування лінійної комбінації функцій для прогнозування. На відміну від поліномів є можливість включати у комбінацію довільний набір функцій і тим самим позбутися значних осциляцій. Недоліки методу – лінійна комбінація функцій не підлягає лінеаризації, що створює додаткові проблеми при статистичному аналізі рівняння регресії та визначення значимості його коефіцієнтів.

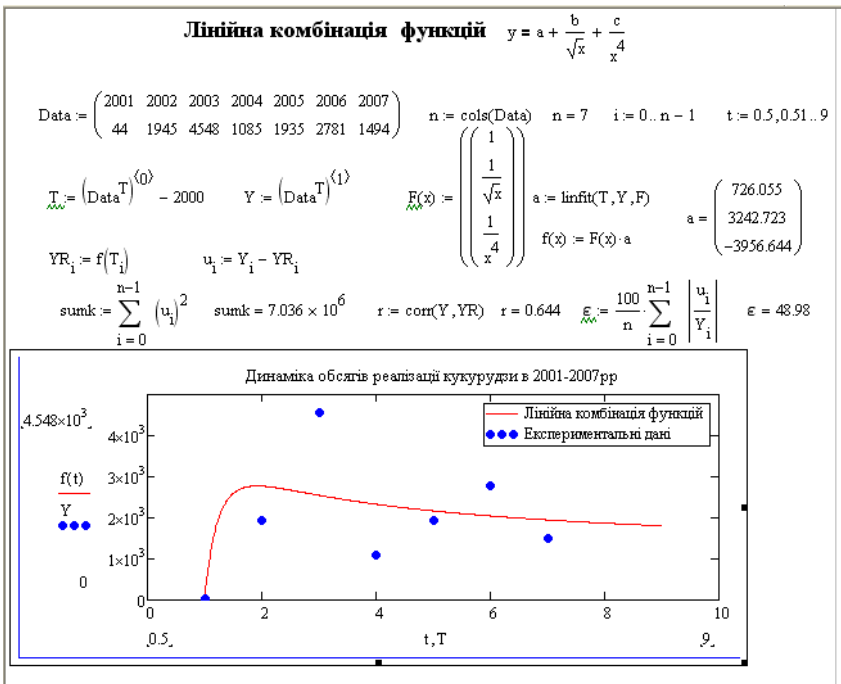


Рис. 3.8. Лінійна комбінація функцій.

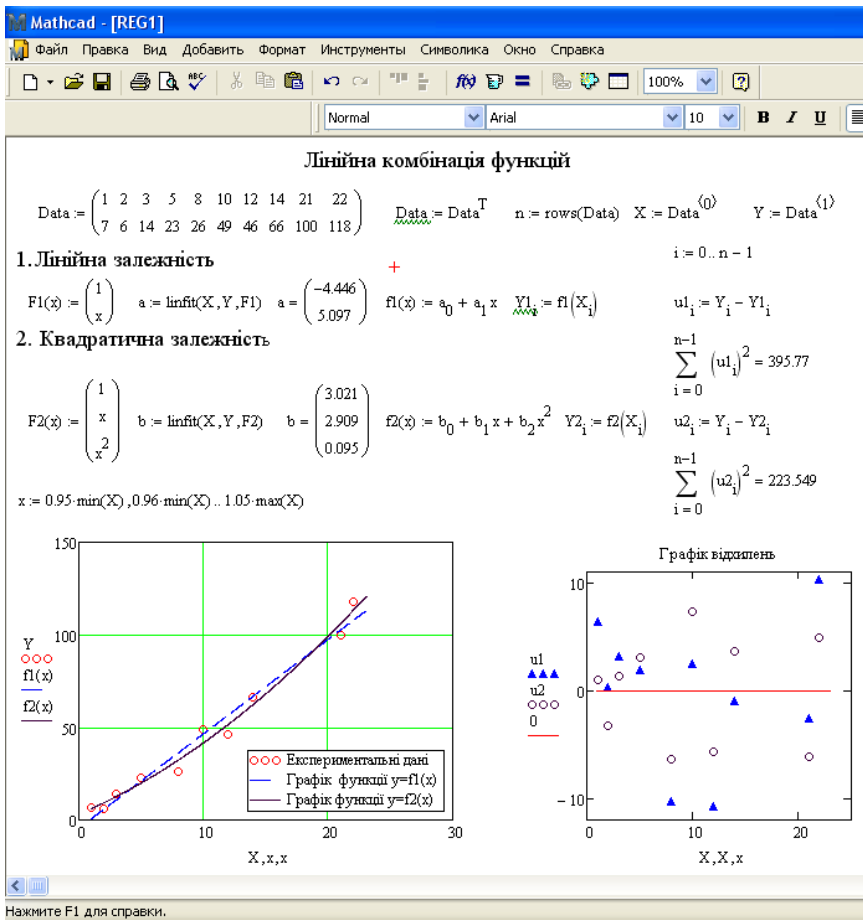


Рис. 3.9. Лінійна комбінація функцій. Апроксимація функціями:

$$f1(x) := a_0 + a_1 x; \quad f2(x) := b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

Регресія загального типу. Другий вид нелінійної регресії реалізується вбудованою функцією $\text{genfit}(X, Y, S, F)$ [30, с.242, 6, с.603], шляхом визначення невідомих параметрів k_i нелінійної комбінації функції, причому невідомі коефіцієнти можуть бути вбудовані у функції. У вектор F записуються у символьних формах функція регресії та її похідні по параметрах k_i . Вектор S містить початкові наближення невідомих коефіцієнтів k_i для розв'язування системи нелінійних систем рівнянь ітераційним методом. Приклад використання методу наведений

на рис. 3.10.

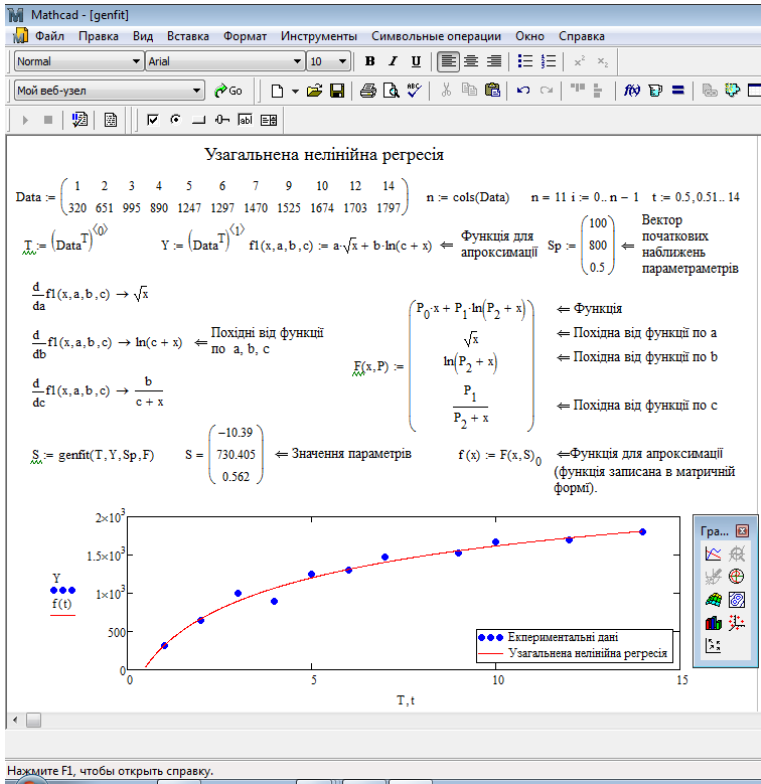


Рис. 3.10. Регресія загального типу

Типові функції регресії в Mathcad. Для простих типових формул апроксимації передбачений ряд функцій регресії, у яких параметри функцій підбираються програмою Mathcad самостійно. До них відносяться функції:

- $\text{exrfit}(X, Y, S)$ – повертає вектор, що містить коефіцієнти a , b і c експонентної функції $y(x) = a \cdot \exp(b \cdot x) + c$. В вектор S вводяться початкові наближення значень коефіцієнтів a , b і c . Загальний вигляд кривої, при різних значеннях коефіцієнтів, показано на рис. 3.7, а;
- $\text{lgsfit}(X, Y, S)$ – те ж, для функції $y(x) = a / (1 + c \cdot \exp(b \cdot x))$ (рис. 3.11, б)
- $\text{pwrfit}(X, Y, S)$ – те ж, для функції $y(x) = a \cdot x^b + c$ (рис. 3.11, в);

– $\text{sinfit}(X,Y,S)$ – те ж, для функції $y(x) = a \cdot \sin(x+b)+c$. Підбирає коефіцієнти для синусоїдальної функції ;

– $\text{logfit}(X,Y)$ – те ж, для функції $y(x)=a \cdot \ln(x+b)+c$, початкове наближення параметрів (рис. 3.11, г);

– $\text{medfit}(X,Y)$ – те ж, для функції $y(x) = a+b \cdot x$.

– $\text{gsfit}(X,Y,S)$ – те ж, для логістичної функції

$$y(x) = \frac{a_0}{1 + a_1 \cdot e^{-a_2 \cdot x}}, \text{ (рис. 3.12).}$$

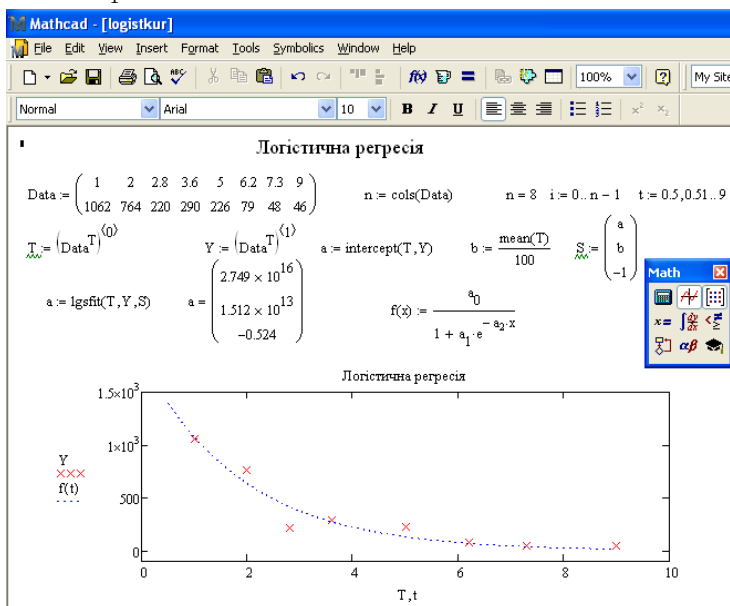


Рис. 3.12. Логістична регресія

3.7. Згладжування результатів експерименту.

По своїй природі згладжування, також можна вважати частинним випадком регресії без визначення в символічній формі її функції. В Mathcad для згладжування вбудовано функції:

– $\text{supsmooth}(X,Y)$ – обчислює вектор згладжених даних Y з використанням лінійного згладжування методом найменших квадратів по k - найближчих значень показників з адаптивним вибором значення k та урахуванням динаміки їх зміни. Значення показників у векторі X повинні бути розміщені в порядку зростання.

–ksmooth(X,Y,b) – обчислює вектор згладжених даних за розподілом Гаусса. Параметр b задає ширину вікна згладжування й повинен бути в кілька разів більшим інтервалу між сусідніми значеннями аргументу;

–medsmooth(Y,b) - обчислює вектор згладжених даних за методом ковзкої медіани із шириною вікна b, що повинне бути непарним числом.

Зіставлення методів згладжування наведено на рис. 3.13. Як можна бачити на цьому малюнку, якість згладжування функціями supsmooth(X,Y) і ksmooth(X,Y,b) практично ідентична (при відповідному виборі параметра b). Медіанний метод уступає по своїх можливостях двом іншим. Можна помітити також, що на кінцевих точках інтервалу завдання показники якості згладжування погіршуються, особливо в медіанному методі, що взагалі не може виконувати свої функції на кінцевих інтервалах довжиною b/2.

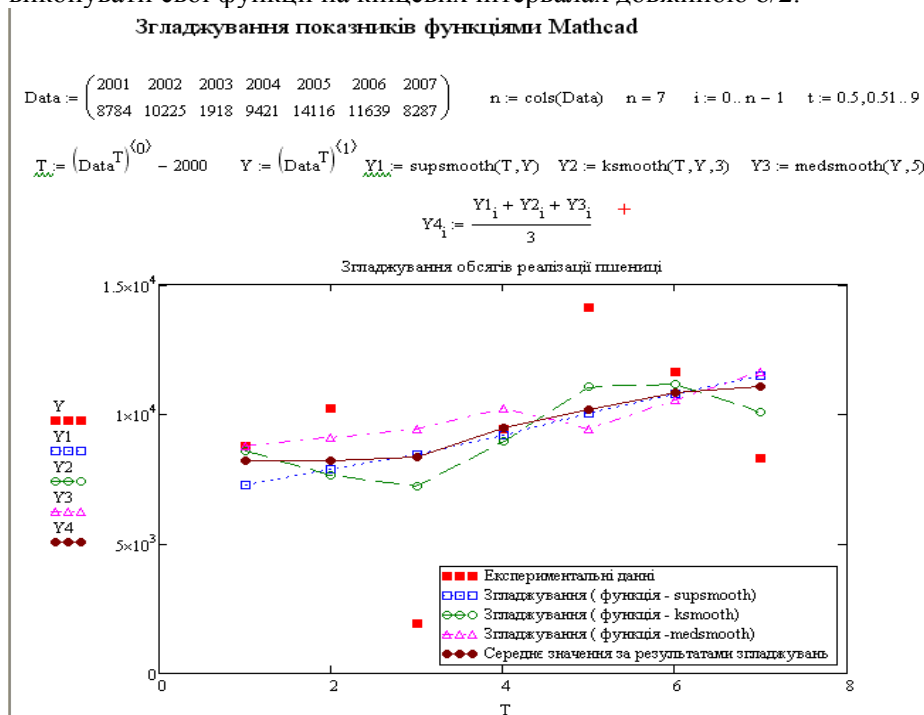


Рис. 3.13.

3.8. Інтерполяція сплайнами

Суть сплайн – інтерполяції полягає в тому, що будується нерозривна плавна крива із поліномів низьких порядків у яких перші і другі похідні також неперервні. Найчастіше в якості інтерполюючого полінома використовують кубічну параболу, тому такі сплайни називають кубічними.

В Mathcad для інтерполяції даних кубічними сплайнами вбудовано функцію **interp(s, x, y, t)**, де **s**–вектор який містить значення других похідних сплайна в експериментальних точках, **x, y**– вектори з координатами цих точок, **t**- змінна від якої буде залежати створювана функція.

Для побудови сплайнів у Mathcad вбудовано функції:

–**lspline(vx, vy)**. Видає вектор коефіцієнтів кубічного сплайна з лінійними продовженням за межами вузлових точок, для незалежної змінної у векторі **vx** і залежної в **vy**. Цей вектор стає першим параметром функції **interp**;

–**pspline(vx, vy)**. Видає вектор коефіцієнтів кубічного сплайна. Інтерполяційна крива після вузлових точок буде продовжена параболою для незалежної змінної у векторі **vx** і залежної в **vy**. Цей вектор стає першим параметром функції **interp**;

– **cspline(vx, vy)**. Видає вектор коефіцієнтів кубічного сплайна. Інтерполяційна крива після вузлових точок буде продовжена кубічною параболою для незалежної змінної у векторі **vx** і залежної в **vy**. Цей вектор стає першим параметром функції **interp**;

Функції **lspline(vx, vy)**, **pspline(vx, vy)** і **cspline(vx, vy)** можна безпосередньо вписувати у функцію **interp(s, x, y, t)** Приклад інтерполяції сплайнами показано на рис.3.14 із якого видно, що в межах експериментальних даних інтерполюючі криві практично накладаються і розходяться за межами масиву даних.

3.9. Екстраполяція експериментальних даних.

Для екстраполяції (прогнозу) в Mathcad вбудовано функцію – **predict(Y,m,k)**,

де **Y**– вектор рівномірно розподілених експериментальних даних, **m** – кількість послідовних елементів вектора **Y**, за якими будується прогноз (екстраполяція), **k** – кількість елементів вектора прогнозу.

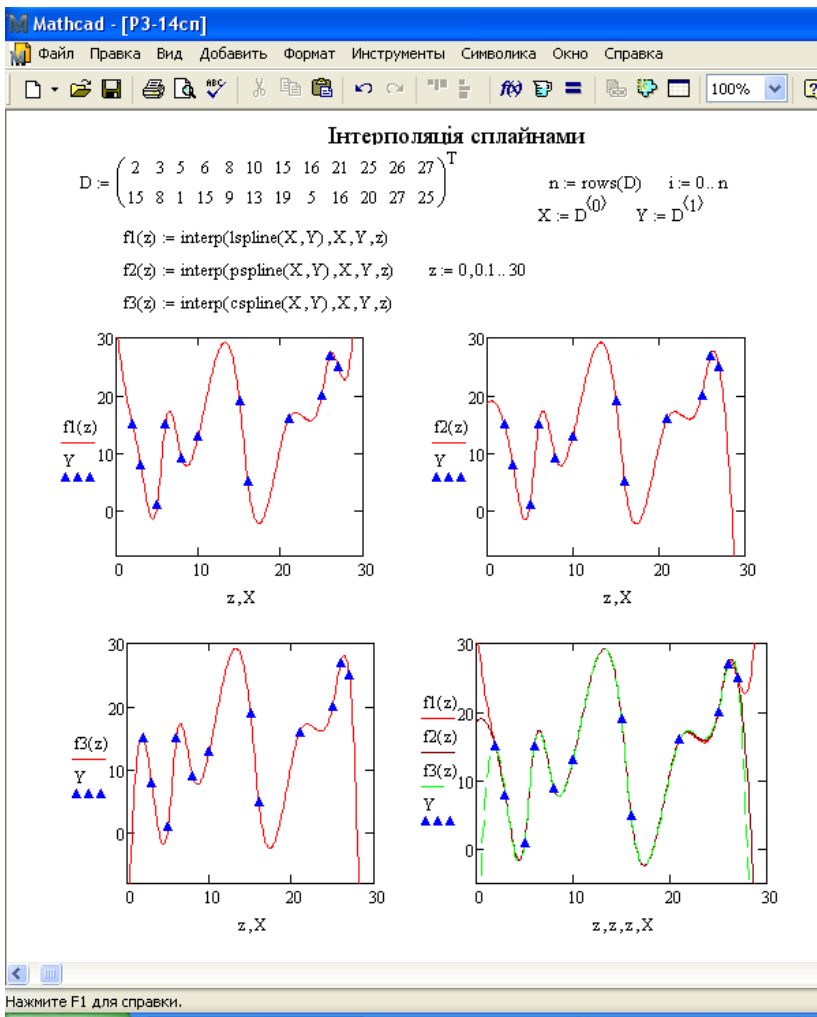


Рис. 3.14

В функцію predict вбудовано лінійний алгоритм прогнозу поведінки функції, який враховує розподіл показників вздовж всього інтервалу. Значень аргументу для роботи функції не потрібно, оскільки за визначенням функція використовує послідовно розміщені дані з постійним кроком між ними.

Функція дає можливість оцінити прогнозні значення показника Y

за межами його експериментальних значень (по зростанню координат x). Точність прогнозу залежить від об'єму вибірки, форми кривої якою описується вибірка, та величини інтервалу прогнозування. Помилка прогнозу збільшується в міру віддалення від заданих даних, інтервал задовільного прогнозу вперед складає 10-20% від основного інтервалу вибірки, тобто при співвідношенні $\frac{n}{m} \approx 0.1 \dots 0.2$. Функцію predict

рекомендується використовувати при об'ємі вибірки $m > 15$, аналогічні характеристики мають функції для прогнозу вбудовані в Excel (ковзка середня, експонента).

Приклад використання функції predict наведений на рис. 3.15.

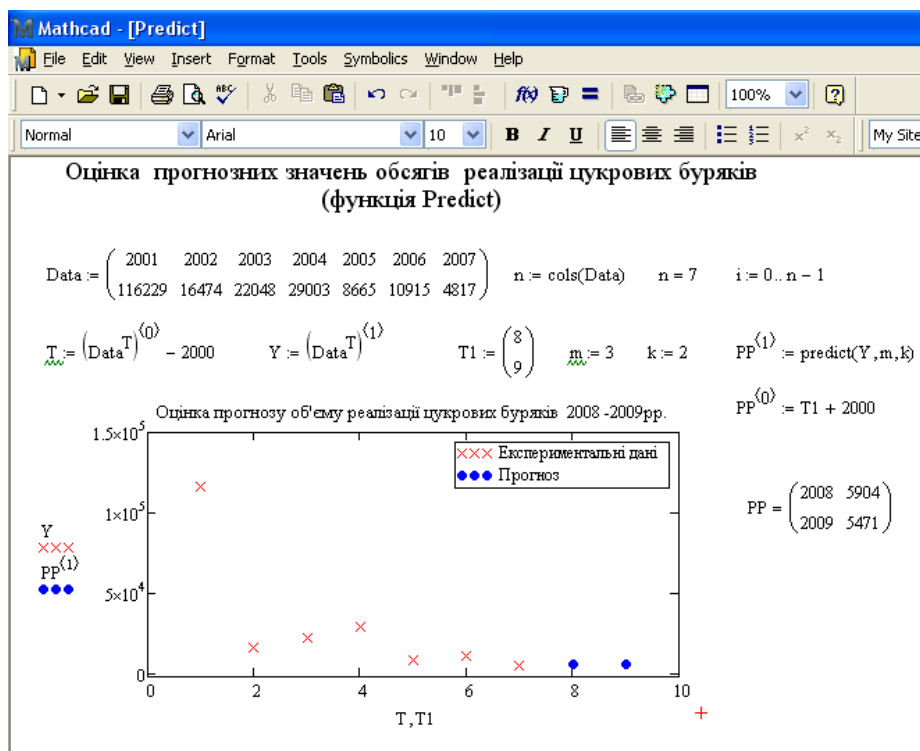


Рис. 3.15. Прогноз вбудованою функцією системи Mathcad – Predict

4. Програмування в Mathcad

Реалізувати будь-який обчислювальний алгоритм в пакеті системи MathCAD можна трьома способами:

- *програмуванням в тексті документу;*
- *в програмному блоці (програмі-функції);*
- *комбіноване програмування (комбінація програмування в тексті документу та програмних блоках, реалізує модульне моделювання)*

Програмування в Mathcad досить просте, прозоре і зрозуміле, воно дає можливість легко засвоїти основні поняття алгоритмів сучасних мов програмування,

При розробці програм для розв'язування наукових та інженерних задач можна виділити такі основні етапи:

- постановка задачі;
- побудова математичної моделі задачі;
- вибір або розробка методу;
- розробка алгоритму відповідно до обраного методу;
- складання (написання) програми;
- налагодження програми;
- тестування програми;
- виконання програми.

4.1. Алгоритми

Алгоритмом називається наперед задана скінченна послідовність чітких дій, виконання яких приводить до досягнення поставленої мети, або розв'язання задачі певного типу.

Властивості алгоритмів:

:-Зрозумілість. В алгоритмі повинні бути лише операції, які знайомі виконавцеві. При цьому виконавцем алгоритму може бути: людина, комп'ютер, робот тощо.

- ***Масовість.*** За допомогою розробленого алгоритму повинен розв'язуватися цілий клас подібних задач.

-*Однозначність*. Будь-який алгоритм повинен бути описаний так, щоб при його виконанні у виконавця не виникало двозначних вказівок.

-*Скінченність*. Роботи алгоритму повинна здійснюється за скінченну кількість кроків.

-*Дискретність*. Алгоритм повинен складатися з окремих завершених послідовних операцій..

-*Ефективність*. Алгоритм повинен забезпечувати розв'язання поставленої задачі за мінімальний час з мінімальними витратами оперативної пам'яті.

Способи представлення алгоритмів. Алгоритми можуть бути представлені: у вигляді таблиці, описані як система словесних правил (лексикографічний або словесно-покроковий спосіб запису алгоритму), представлені алгоритмічною мовою у вигляді послідовності операторів , або з допомогою графічного зображення у формі блок-схем. Найчастіше використовують графічний спосіб подання алгоритму через його простоту, наочність і зручність.

Блок-схема алгоритму – це графічне представлення логічної структури алгоритму, де кожний етап обробки інформації зображується у вигляді геометричних фігур (блоків).

Зображення блоків у алгоритмі, їх розміри, товщина ліній, кут нахилу ліній тощо, регламентуються Державним стандартом "Схеми алгоритмів, програм, даних і систем", : 19.701-90 (ISO 5807-85). Кожен алгоритм має початок та кінець. Кожна команда алгоритму представляється у вигляді стандартних геометричних фігур (табл.4.1). Блок-схеми потрібно виконувати за допомогою олівця та лінійки або у графічному редакторі дотримуючись встановлених стандартів.

Графічні символи з'єднуються лініями потоку інформації. Основний напрям потоку іде згори вниз і зліва направо (стрілки напрямку на лініях потоку можуть не вказуватися). В інших випадках зазначення стрілок є обов'язковим. Лінії з'єднання мають підходити до середини символу і можуть бути горизонтальними або вертикальними. . Вхідна або вихідна лінія може бути лише одна (винятки – символи перевірки логічних умов і підготовка).

Всередині блоку записується текст, який дає детальне покрокове пояснення конкретних операцій

У геометричних фігур блоків стандартом рекомендовано такі розміри:

$A = 10, 15, 20 \text{ мм};$

$B = 1,5A$ (допускається встановлювати $B = 2A$).

Усі символи в схемі алгоритму повинні бути пронумеровані і мати однакові розміри A і B . При необхідності збільшення розмірів символів допускається збільшення розміру A на число, кратне 5.

При виконанні схем алгоритмів необхідно витримувати мінімальну відстань між паралельними лініями потоку інформації – 3 мм і 5 мм – між іншими символами.

Для побудови блок-схеми алгоритмів у Word вбудовано набір шаблонів (рис.4.1).

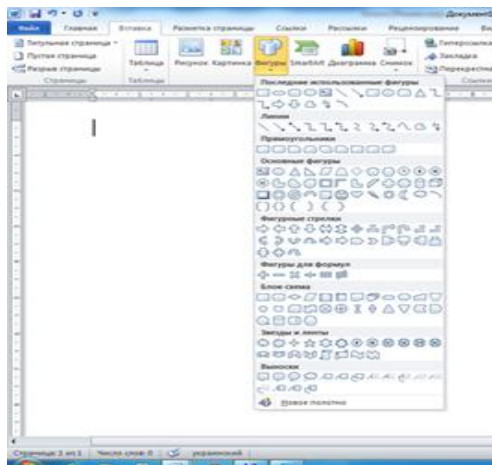


Рис. 4.1

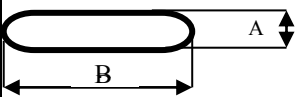
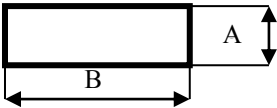
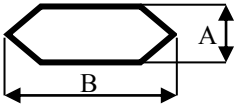
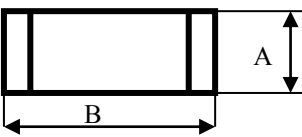
У кожен блок може входити не менше однієї лінії, з блоку ж (окрім логічного) може виходити лише одна лінія потоку . З логічного блоку завжди виходять дві лінії потоку: одна у випадку виконання умови, інша - при її невиконанні. Бажано, щоб лінії потоку не перетинались.

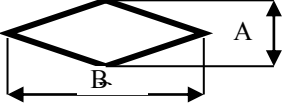
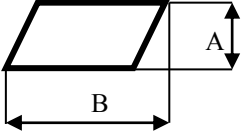
Можна виділити чотири основних види **обчислювальних алгоритмів**(рис.4.2)

- **лінійний (послідовний)**, в якому всі команди виконуються послідовно в порядку їх запису;

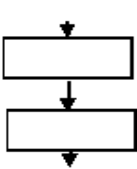
Таблиця 4.1.

Умовні графічні позначення блоків, для розробки
блок-схем алгоритмів

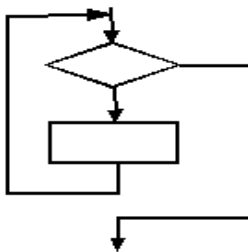
Графічне зображення	Назва символу Дія, яка виконується
1	2
	<i>Термінатор</i> Початок, кінець, переривання процесу обробки або виконання програми
	<i>Процес</i> Виконання операції, в результаті якої змінюється значення, форма подання або розміщення даних
	<i>Підготовка (заголовок циклу)</i> Виконання операцій, що змінюють команди, або групи команд, що змінюють програму
	<i>Визначений процес (підпрограма)</i> Використання раніше створених або окремо написаних алгоритмів або програм

1	2
	<i>Рішення.</i> Вибір напрямку виконання алгоритму або програми в залежності від деяких змінних умов
	<i>Дані.</i> Перетворення даних до вигляду (форми), який придатний для обробки (введення) чи відтворення результатів обробки (виведення) на ЕОМ

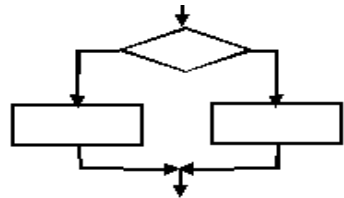
- **з розгалуженням**, в якому в залежності від деякої умови виконуються ті чи інші команди;
- **циклічний**, в якому деякі команди повторюються;
- **комбінований**, який включає лінійний, розгалужений та циклічний.



Послідовний



Циклічний



Розгалужений

Рис.4.2. Основні типи обчислювальних алгоритмів

На практиці найчастіше використовуються комбіновані алгоритми.

Класичним розгалуженим алгоритмом є алгоритм розв'язку квадратного рівняння. Його наводять практично у всіх підручниках.

Для квадратного рівняння:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Корені рівняння визначаються за формулою:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Квадратний корінь із від'ємного числа, як правило ЕОМ, обчислити не може (але це успішно може виконати Mathcad), тому для комплексних коренів окремо обчислюється дійсна частина А і уявна частина В комплексного кореня.

$$x_{1,2} = A \pm B \cdot i \quad ,$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Алгоритм описується математичною моделлю:

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, & \text{якщо } D = b^2 - 4ac \geq 0 \\ A = \frac{-b}{2a}; \quad B = \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a}, & \text{якщо } D = b^2 - 4ac < 0 \end{cases}$$

Такий обчислювальний алгоритм має дві гілки. У першій гілці, при виконанні умови $D \geq 0$, обчислюються дійсні x_1 і x_2 , а у другій гілці, при $D < 0$, – коефіцієнти А, В відповідно дійсної та уявної частини комплексного кореня.

Блок-схема алгоритму наведено на рис. 4.3. В алгоритмі використовуються блоки :

- початок ;
- введення;
- процес;
- розв'язання (вибір);
- виведення;
- кінець.

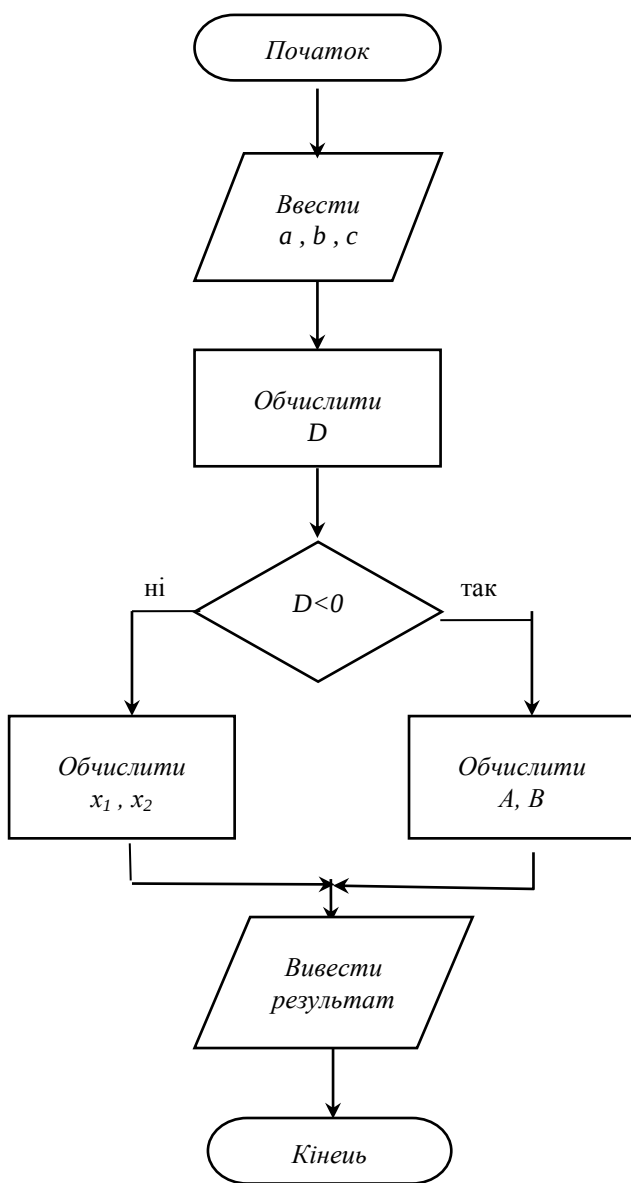


Рис.4.3. Алгоритм розв'язку квадратного рівняння

4.2. Програмування в тексті документу

При програмуванні в тексті документу відповідні оператори, функції, графічні об'єкти та коментарі записуються у певній послідовності в документ MathCAD. Очевидно, що програмування в тексті документу дає можливість реалізувати тільки лінійні та розгалужені алгоритми.

Приклад 4.1. Для таблиці даних

x	1.1	2.3	3.4	3.6	2.7	3.2	4.4	3.1	0.8	1.9	0.6	4.8
y	3.3	6.6	8.0	8.7	6.4	8.1	10.2	8.4	3.3	5.6	3.4	10.0

розробити програму – документ в системі MathCAD для:

а) знаходження коефіцієнта кореляції;

б) визначення параметрів рівняння лінійної регресії
 $Y = a + bX$;

в) побудувати графік залежності.

Розглянемо послідовність дій в системі MathCAD при розробці програми.

1. Системній змінній ORIGIN присвоюємо значення 1. Табличні значення X та Y записуємо у вигляді матриці D , яка містить 2 стрічки та 12 стовпців. Упорядковуємо матрицю по мірі зростання незалежної змінної X

2. Транспонуємо матрицю D і визначаємо за допомогою вбудованої функції “rows” число стрічок n , задаємо область зміни індексів матриці. Виділяємо з матриці D незалежну змінну X та залежну Y .

3. Обчислюємо середні значення елементів матриць.

4. Обчислюємо коефіцієнт кореляції та будуємо точковий графік функції $Y_i = f(X_i)$, (рис. 4.3).

6. Коефіцієнт кореляції близький до 1, точки розміщені поблизу прямої, тому залежність між X та Y можна описати лінійною функцією $y = a + bx$.

7. Для знаходження невідомих параметрів лінійної залежності a та b розв'яжемо систему нормальних рівнянь

$$\begin{cases} na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \end{cases}$$

методом оберненої матриці.

8. У матрицю M запишемо коефіцієнти при невідомих, а у матрицю V - стовпець вільних членів. У MathCAD в матриці M та V можна записувати безпосередньо відповідні суми (рис.4.4).

9. Записуємо лінійну функцію через визначені параметри.

10. Задаємо інтервал зміни індексів X і Y , обчислюємо теоретичне значення YT , відхилення u експериментальних значень від теоретичних.

11. Обчислюємо суму відхилень s та суму квадратів відхилень σ експериментальних значень від теоретичних.

12. Формуємо підсумкову матрицю D , в яку записуємо результати обчислень та матрицю-заголовок Z , об'єднуємо матриці Z та D за допомогою вбудованої функції `stack`

13. Задаємо область побудови графіка, будуємо графік теоретичної прямої та експериментальних значень. Будуємо графік відхилень експериментальних точок від теоретичної прямої.

Кінцевий документ MathCAD з розв'язком поставленої задачі приведено на лістингу 4.1: .

Лістинг 4.1

ORIGIN := 1
~~~~~

Табличні значення  $X$  та  $Y$  записуємо у матрицю  $D$ , та упорядковуємо по мірі зростання незалежної змінної  $X$ :

$$D := \begin{pmatrix} 1.1 & 2.3 & 3.4 & 3.6 & 2.7 & 3.2 & 4.4 & 3.1 & 0.8 & 1.9 & 0.6 & 4.8 \\ 3.3 & 6.6 & 8.0 & 8.7 & 6.4 & 8.1 & 10.2 & 8.4 & 3.3 & 5.6 & 3.4 & 10.0 \end{pmatrix} \quad D := \text{rsort}(D, 1)$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.8 & 1.1 & 1.9 & 2.3 & 2.7 & 3.1 & 3.2 & 3.4 & 3.6 & 4.4 & 4.8 \\ 3.4 & 3.3 & 3.3 & 5.6 & 6.6 & 6.4 & 8.4 & 8.1 & 8 & 8.7 & 10.2 & 10 \end{pmatrix}$$

Транспонуємо матрицю  $D$  і визначаємо за допомогою вбудованої функції “rows” число стрічок  $n$ , задаємо область зміни індексів матриці. Виділяємо з матриці  $D$  незалежну змінну  $X$  та залежну  $Y$ :

$$\underline{\underline{D}} := D^T \quad n := \text{rows}(D) \quad n = 12 \quad i := 1..n \quad X := D^{(1)} \quad Y := D^{(2)}$$

Обчислюємо середні значення елементів матриць  $X$  та  $Y$ , оцінюємо коефіцієнт кореляції між ними:

$$X_c := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n X_i \quad X_c = 2.658 \quad Y_c := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i \quad Y_c = 6.833$$

$$r_{xy} := \frac{\sum_{i=1}^n [(X_i - X_c) \cdot (Y_i - Y_c)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [(X_i - X_c)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_c)^2]}} \quad r_{xy} = 0.983$$

$$\text{corr}(X, Y) = 0.983$$

Для знаходження невідомих параметрів лінійної залежності  $a$  та  $b$  розв'яжемо систему нормальних рівнянь методом оберненої матриці. У матрицю  $M$  запишемо коефіцієнти при невідомих, а у матрицю  $V$  - стовпець вільних членів:

$$M := \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{V}} := \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n (X_i \cdot Y_i) \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} := M^{-1} \cdot V \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.032 \\ 1.806 \end{pmatrix}$$

Обчислюємо теоретичне значення  $YT$ , відхилення  $u$  експериментальних значень від теоретичних.

Обчислюємо суму квадратів відхилень  $\sigma$  експериментальних значень від теоретичних:

$$f(x) := a + b \cdot x \quad YT_i := f(X_i) \quad u_i := Y_i - YT_i \quad \sigma := \sum_{i=1}^n (u_i)^2 = 2.35$$

Формуємо підсумкову матрицю  $D$ , в яку записуємо результати обчислень та матрицю-заголовок  $Z$ , об'єднуємо матриці  $Z$  та  $D$  за допомогою вбудованої функції `stack`:

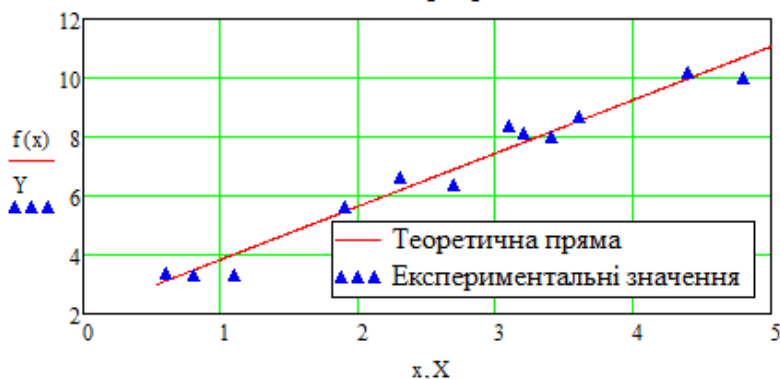
$$D^{(3)} := YT \quad D^{(4)} := u \quad Z := ("X" \ "Y" \ "YT" \ "u") \quad D := \text{stack}(Z, D)$$

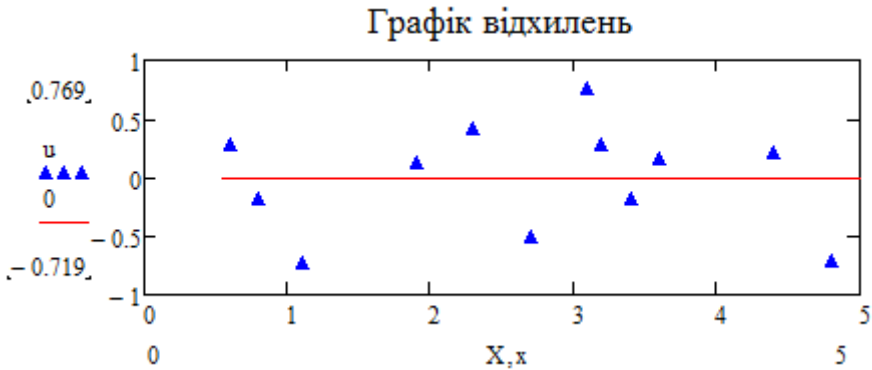
$$D^T = \begin{pmatrix} "X" & 0.6 & 0.8 & 1.1 & 1.9 & 2.3 & 2.7 & 3.1 & 3.2 & 3.4 & 3.6 & 4.4 & 4.8 \\ "Y" & 3.4 & 3.3 & 3.3 & 5.6 & 6.6 & 6.4 & 8.4 & 8.1 & 8 & 8.7 & 10.2 & 10 \\ "YT" & 3.12 & 3.48 & 4.02 & 5.46 & 6.19 & 6.91 & 7.63 & 7.81 & 8.17 & 8.53 & 9.98 & 10.7 \\ "u" & 0.28 & -0.18 & -0.72 & 0.14 & 0.41 & -0.51 & 0.77 & 0.29 & -0.17 & 0.17 & 0.22 & -0.7 \end{pmatrix}$$

Задаємо область побудови графіка, будуємо графік теоретичної прямої та експериментальних значень. Будуємо графік відхилень експериментальних точок від теоретичної прямої:

$$x := 0.9 \cdot \min(X), 0.91 \cdot \min(X) .. 1.1 \cdot \max(X)$$

### Лінійна регресія





**Приклад 4.2.** Для нерозгалуженого кола змінного струму (рис.4.3) розробити програму - документ для визначення: повного  $Z$ , активного  $R$ , реактивного ( $X_L$ ,  $X_C$ , опорів  $X$ ), зсуву фаз між струмом та напругою, напруги на елементах електричного кола, повної, активної та реактивної потужності, побудови векторної діаграми струму та напруг, графіка фазових співвідношень між струмом та напругою, визначення резонансної частоти  $\nu_{рез}$ , побудови резонансних кривих для діапазону робочих частот  $0.05\nu_{рез} \leq \nu \leq 5\nu_{рез}$ .

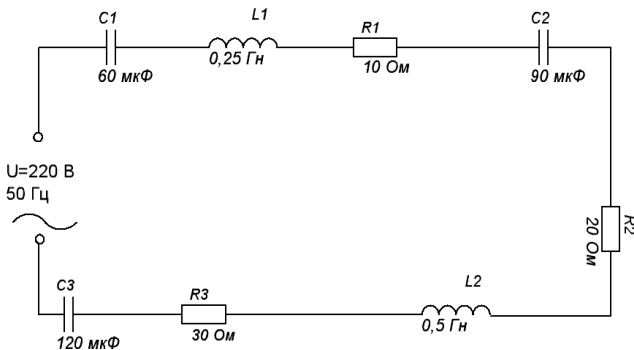


Рис. 4.3.

Розв'язок поставленої задачі засобами системи Mathcad наведено на лістингу 4.2, розроблена програма дає можливість розраховувати довільні нерозгалужені кола змінного струму.

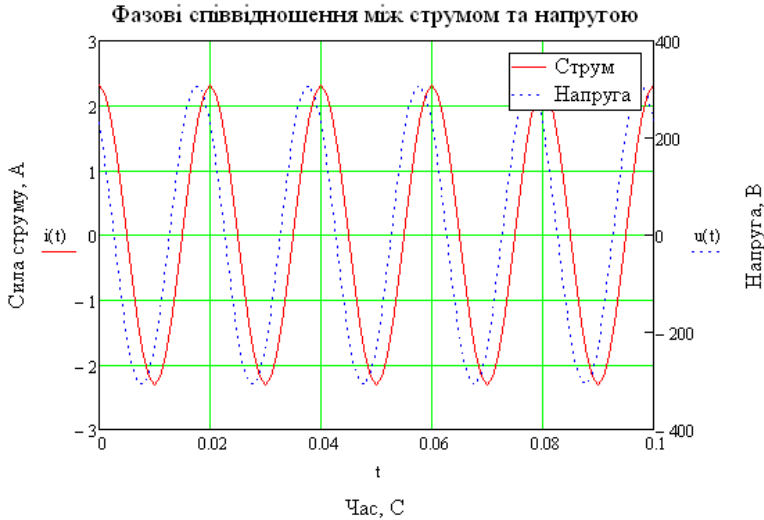
|                                                                   |                                                                                                              |                                                                  |                          |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Вхідні дані:                                                      | $\text{ORIGIN} := 1$                                                                                         |                                                                  |                          |
| $R_{\Sigma\Sigma} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$ | $C_{\Sigma\Sigma} = \begin{pmatrix} 60 \cdot 10^{-6} \\ 90 \cdot 10^{-6} \\ 120 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix}$ | $L_{\Sigma\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.5 \end{pmatrix}$   | $f := 50 \quad U := 220$ |
| Загальний активний опір, Ом:                                      | $R_{\Sigma\Sigma} := \sum R$                                                                                 | $R_{\Sigma\Sigma} = 60$                                          |                          |
| Реактивний опір котушок індуктивності, Ом:                        | $X_L := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$                                                                         | $X_L = \begin{pmatrix} 78.54 \\ 157.08 \end{pmatrix}$            |                          |
| Загальний реактивний опір котушок індуктивності, Ом:              | $X_{L\Sigma\Sigma} := \sum X_L$                                                                              | $X_{L\Sigma\Sigma} = 235.619$                                    |                          |
| Реактивний опір конденсаторів, Ом:                                | $X_C := \left( \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \right)$                                                       | $X_C = \begin{pmatrix} 53.052 \\ 35.368 \\ 26.526 \end{pmatrix}$ |                          |
| Загальний реактивний опір конденсаторів, Ом:                      | $X_{C\Sigma\Sigma} := \sum X_C$                                                                              | $X_{C\Sigma\Sigma} = 114.945$                                    |                          |
| Загальний реактивний опір кола, Ом:                               | $X := (X_{L\Sigma\Sigma} - X_{C\Sigma\Sigma})$                                                               | $X = 120.674$                                                    |                          |
| Повний опір кола, Ом:                                             | $Z := \sqrt{R_{\Sigma\Sigma}^2 + (X_{L\Sigma\Sigma} - X_{C\Sigma\Sigma})^2}$                                 | $Z = 134.767$                                                    |                          |
| Сила струму в електричному колі, А:                               | $I := \frac{U}{Z}$                                                                                           | $I = 1.632$                                                      |                          |
| Напруги на активних опорах, В:                                    | $U_R := I \cdot R$                                                                                           | $U_R = \begin{pmatrix} 16.324 \\ 32.649 \\ 48.973 \end{pmatrix}$ |                          |
| Напруги на котушках індуктивності, В:                             | $U_L := I \cdot X_L$                                                                                         | $U_L = \begin{pmatrix} 128.212 \\ 256.423 \end{pmatrix}$         |                          |
| Напруги на конденсаторах, В:                                      | $U_C := I \cdot X_C$                                                                                         | $U_C = \begin{pmatrix} 86.604 \\ 57.736 \\ 43.302 \end{pmatrix}$ |                          |
| Зсув фаз між струмом та напругою, град:                           | $\phi := \frac{180}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{R_{\Sigma\Sigma}}{Z}\right)$                               | $\phi = 63.563$                                                  |                          |
| Активна потужність, Вт:                                           | $P := U \cdot I \cdot \cos\left(\phi \cdot \frac{\pi}{180}\right)$                                           | $P = 159.892$                                                    |                          |
| Реактивна потужність, ВАР:                                        | $Q := U \cdot I \cdot \sin\left(\phi \cdot \frac{\pi}{180}\right)$                                           | $Q = 321.581$                                                    |                          |
| Повна потужність, ВА:                                             | $S_{\Sigma\Sigma} := U \cdot I$                                                                              | $S = 359.137$                                                    |                          |

## Продовження лістингу 4.2

Амплітудні значення струму та напруги:  $I_0 := \sqrt{2} \cdot I$      $I_0 = 2.309$      $U_0 := \sqrt{2} \cdot U$      $U_0 = 311.127$

Миттєві значення струму та напруги:  $i(t) := I_0 \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$      $u(t) := U_0 \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$

Проміжок часу для побудови графіка, с:  $t := 0, 0.001 \dots 0.1$



### Побудова векторної діаграми струму та напруг

У матриці записано координати початків та кінців векторів напруги (струму)

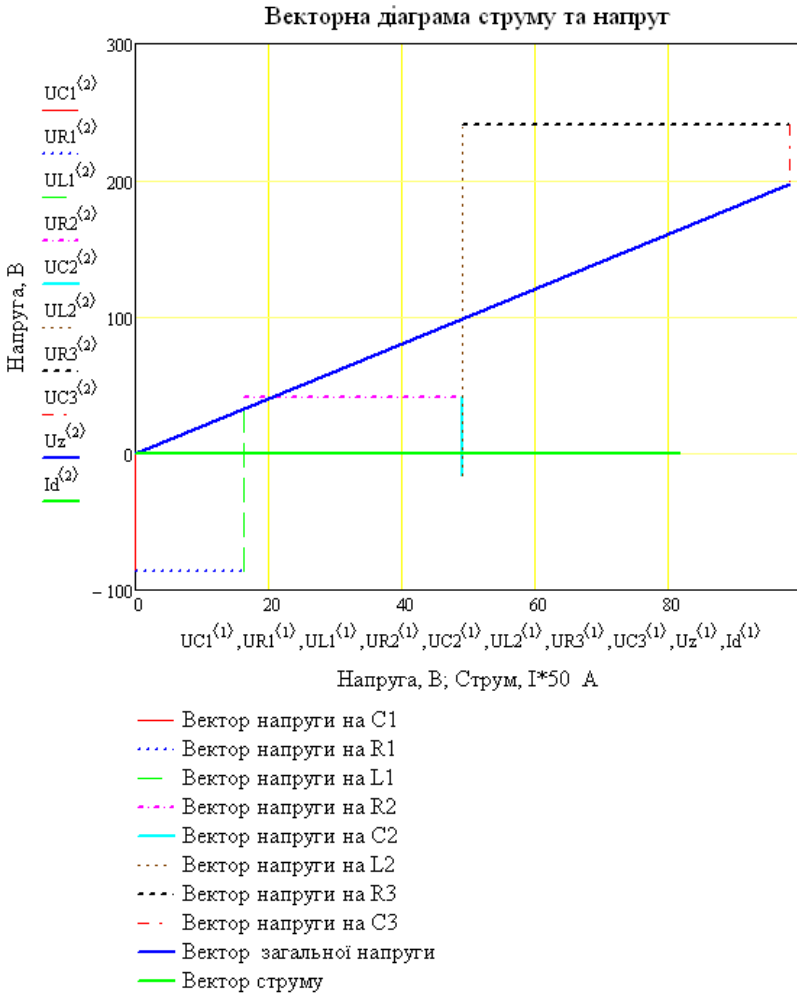
$$UC1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -UC_1 \end{pmatrix} \quad UR1 := \begin{pmatrix} 0 & -UC_1 \\ UR_1 & -UC_1 \end{pmatrix} \quad UL1 := \begin{pmatrix} UR_1 & -UC_1 \\ UR_1 & UL_1 - UC_1 \end{pmatrix}$$

$$UR2 := \begin{pmatrix} UR_1 & UL_1 - UC_1 \\ UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 \end{pmatrix} \quad UC2 := \begin{pmatrix} UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 \\ UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 - UC_2 \end{pmatrix}$$

$$UL2 := \begin{pmatrix} UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 - UC_2 \\ UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 - UC_2 + UL_2 \end{pmatrix} \quad UR3 := \begin{pmatrix} UR_1 + UR_2 & UL_1 - UC_1 - UC_2 + UL_2 \\ UR_1 + UR_2 + UR_3 & UL_1 - UC_1 - UC_2 + UL_2 \end{pmatrix}$$

$$UC3 := \begin{pmatrix} UR_1 + UR_2 + UR_3 & UL_1 - UC_1 - UC_2 + UL_2 \\ UR_1 + UR_2 + UR_3 & UL_1 - UC_1 - UC_2 + UL_2 - UC_3 \end{pmatrix}$$

$$U_z := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ U_{R_1} + U_{R_2} + U_{R_3} & U_{L_1} - U_{C_1} - U_{C_2} + U_{L_2} - U_{C_3} \end{pmatrix} \quad Id := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 50 \cdot I & 0 \end{pmatrix}$$



Примітка: Стрілки над векторами поставити у редакторі текстів WORD

## Продовження лістингу 4.2

### Дослідження частотних характеристик електричного кола

#### Побудова резонансної кривої

Функція для обчислення сили струму в електричному колі в залежності від частоти  $\nu$

$$I(\nu) := \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \left[ 2 \cdot \pi \nu (L_1 + L_2) - \left[ \frac{1}{2 \cdot \pi \nu} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \right] \right]^2}}$$

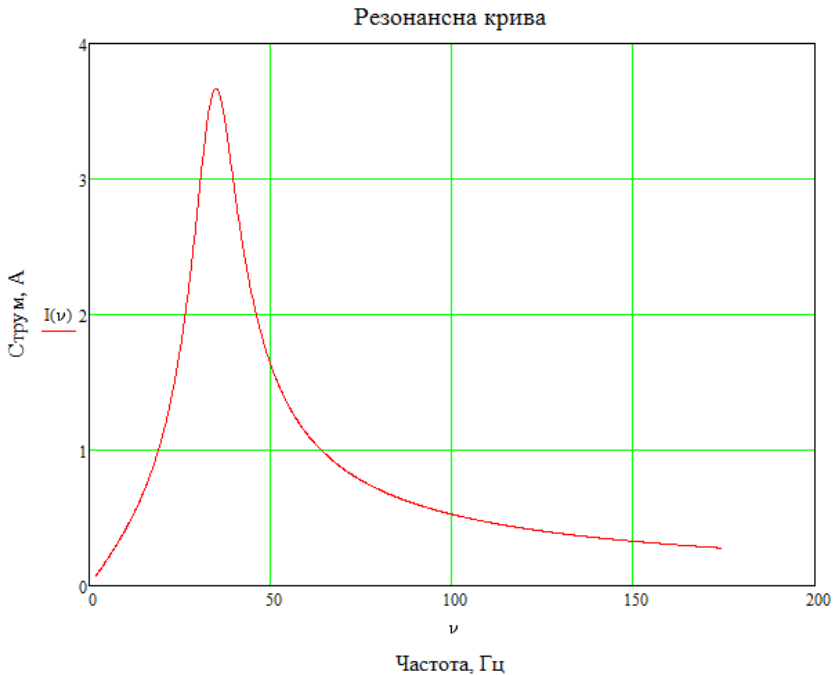
Резонансна частота  $\nu_p$ , Гц

$$2 \cdot \pi \nu_p (L_1 + L_2) - \left[ \frac{1}{2 \cdot \pi \nu_p} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \right] = 0 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} -34.922869872609996491 \\ 34.922869872609996491 \end{pmatrix}$$

$$\nu_p := 34.92$$

Інтервал робочих частот для побудови резонансної кривої:

$$\nu := 0.05 \cdot \nu_p, 0.05 \cdot \nu_p + 0.1 \dots 5 \cdot \nu_p$$



**Приклад 4. 3.** Для розгалуженого кола змінного струму ( рис. 4.4) знайти: активний  $R$ , реактивні (індуктивний  $X_L$ , ємнісний  $X_C$  та реактивний  $X$ ), зсув фаз між струмом та напругою, напруги та струми на елементах електричного кола, повну, активну та реактивну потужності. Побудувати резонансну криву.

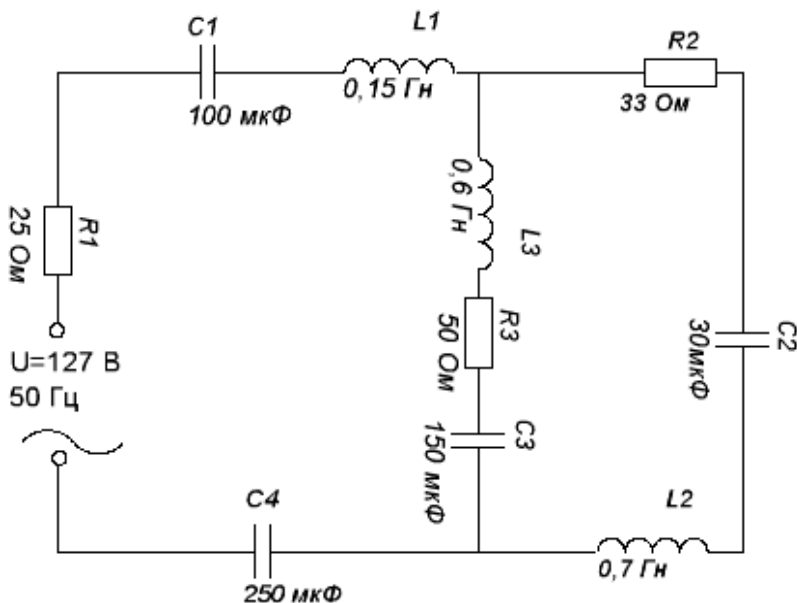


Рис. 4.4.

Програму-документ системи Mathcad для розв'язок задачі наведено на лістингу 4.3. Розгалудженні кола змінного струму мають різноманітні конфігурації, які описуються різними математичними моделями, тому для кожного типу розгалуженого кола потрібно індивідуально розробляти програму

**Вхідні дані:**  $\text{ORIGIN} := 1$

$$\begin{aligned} \text{Активні опори, Ом: } \underline{\underline{R}} &:= \begin{pmatrix} 25 \\ 33 \\ 50 \end{pmatrix} & \text{Конденсатори, Ф: } \underline{\underline{C}} &:= \begin{pmatrix} 100 \cdot 10^{-6} \\ 30 \cdot 10^{-6} \\ 150 \cdot 10^{-6} \\ 250 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} \\ \text{Котушки індуктивності, Гн: } \underline{\underline{L}} &:= \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0.7 \\ 0.6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Напруга, В:  $U_0 := 127$  Частота, Гц:  $f := 50$

**Розв'язок задачі:**

Задаємо уявну одиницю:  $j := \sqrt{-1}$

Реактивний опір індуктивності, Ом:

$$X_L := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad X_L = \begin{pmatrix} 47.124 \\ 219.911 \\ 188.496 \end{pmatrix}$$

Реактивні опори конденсаторів, Ом:

$$X_C := \left( \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \right) \quad X_C = \begin{pmatrix} 31.831 \\ 106.103 \\ 21.221 \\ 12.732 \end{pmatrix}$$

Комплексні опори гілок:

$$Z'_1 := R_1 + (X_{L1} - X_{C1} - X_{C4})j = 25 + 2.561j$$

$$Z'_2 := R_2 + (X_{L2} - X_{C2})j = 33 + 113.808j$$

$$Z'_3 := R_3 + (X_{L3} - X_{C3})j = 50 + 167.275j$$

Комплексний опір розгалуженої частини:

$$Z'_{POZ} := \frac{Z'_2 \cdot Z'_3}{Z'_2 + Z'_3} = 19.884 + 67.729j$$

Комплексний опір всього кола:

$$Z_Z := Z'_1 + Z'_{POZ} = 44.884 + 70.29j$$

Активна складова повного опору кола:

$$R_{\Pi} := \text{Re}(Z_Z) = 44.884$$

Реактивна складова повного опору кола:

$$X_{\Pi} := \text{Im}(Z_Z) = 70.29$$

Модуль повного опору:

$$Z := |Z_Z| = 83.398$$

### Продовження лістингу 4.3

Струм у нерозгалудженій частині кола, A:

Комплексне значення струму: 
$$I_1' := \frac{U_0}{Z_1'} = 0.82 - 1.283j$$

Модуль струму:

$$I_1 := |I_1'| = 1.523$$

Напруга на нерозгалудженій частині кола:

Комплексне значення напруги

$$U_1' := I_1' \cdot Z_1' = 23.775 - 29.988j$$

Модуль напруги

$$U_1 := |U_1'| = 38.27$$

Напруга на розгалудженій частині кола, B:

Комплексне значення напруги:

$$U_{POZ}' := I_1' \cdot Z_{POZ}' = (103.225 + 29.988j)$$

Модуль напруги:

$$U_{POZ}' := |U_{POZ}'| = 107.492$$

Струм у розгалудженій частині кола, A:

Комплексне значення струму: 
$$I_2' := \frac{U_{POZ}'}{Z_2'} = (0.486 - 0.766j)$$

$$I_3' := \frac{U_{POZ}'}{Z_3'} = (0.334 - 0.517j)$$

Модуль струму:

$$I_2 := |I_2'| = 0.907$$

$$I_3 := |I_3'| = 0.616$$

Зсув фаз між струмом та напругою,  $\varphi$  (град):

$$\varphi := \frac{180}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{R_{\pi}}{Z}\right) = 57.44$$

Активна потужність, Вт:

$$P := U_0 \cdot I_1 \cdot \cos\left(\varphi \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad P = 104.084$$

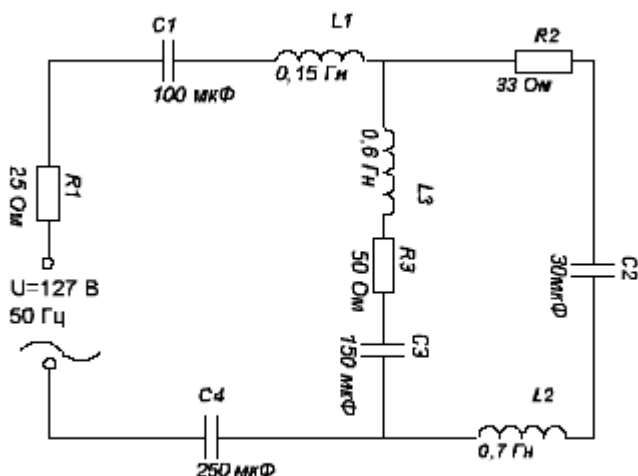
Реактивна потужність, ВАР:

$$Q := U_0 \cdot I_1 \cdot \sin\left(\varphi \cdot \frac{\pi}{180}\right) \quad Q = 163.001$$

Повна потужність, ВА:

$$S := U_0 \cdot I_1 \quad S = 193.398$$

## Побудова резонансної кривої



$$\begin{pmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 100 \\ 30 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \quad \begin{pmatrix} R1 \\ R2 \\ R3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 25 \\ 33 \\ 50 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.15 \\ 0.7 \\ 0.6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} i := \sqrt{-1} \\ U := 127 \end{matrix}$$

Задаємо комплексні опори гілок електричного кола як функції частоти  $\nu$ :

$$Z1(\nu) := R1 + i \cdot \left[ 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L1 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu} \cdot \left( \frac{1}{C2} + \frac{1}{C4} \right) \right]$$

$$Z2(\nu) := R2 + i \cdot \left( 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L2 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C2} \right)$$

$$Z3(\nu) := R3 + i \cdot \left( 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot L3 - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C3} \right)$$

Комплексний опір розгалуженої частини електричного кола описується функцією:

$$ZR(\nu) := \frac{Z2(\nu) \cdot Z3(\nu)}{Z2(\nu) + Z3(\nu)}$$

Комплексний опір всього електричного кола описується функцією:

$$Z(\nu) := Z1(\nu) + ZR(\nu)$$

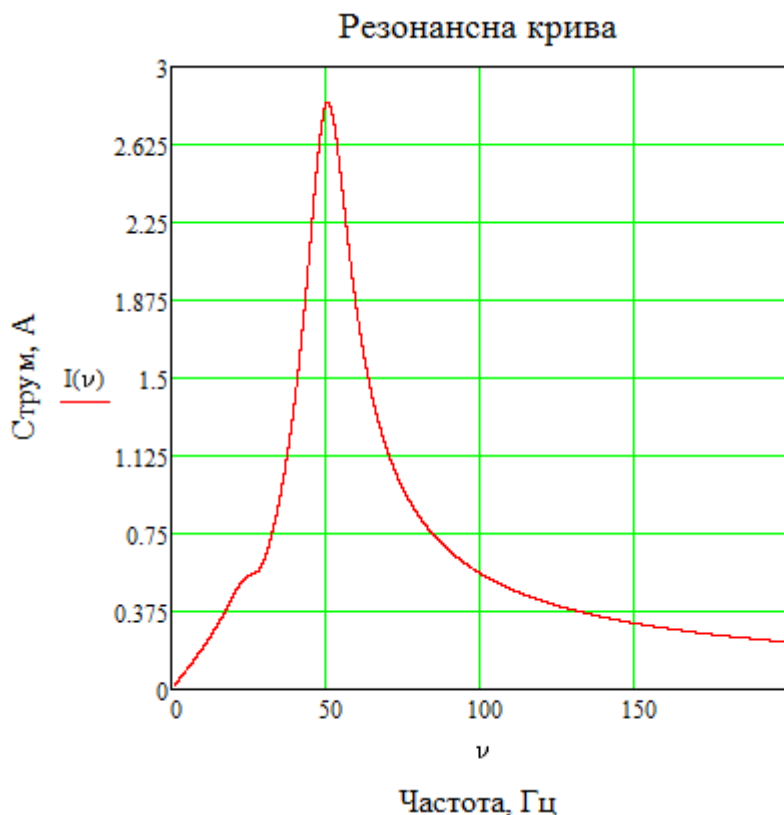
Модуль сили електричного струму у колі визначається функцією:

$$I(\nu) := \left| \frac{U}{Z(\nu)} \right|$$

Задаємо інтервал зміни частоти струму:

$$\nu := 1..200$$

Будуємо резонансну криву:



**Приклад 4.4.** Розробити *програму-документ* Mathcad для розрахунку к.к.д термодинамічного циклу *Трінклера* та побудови PV і TS - діаграм циклу. Вхідні дані:  $P_1, T_1, \nu, \varepsilon, \lambda, \rho$ , робоче тіло доатомний ідеальний газ (ступень вільності молекули  $i=5$ )

**Розробка математичної моделі задачі:**

**Цикл Трінклера** (рис.4.5) складається з двох адіабат (1-2, 4-5), двох ізохор (2-3, 5-1) та ізобари (3-4). Теплота підводиться у ізохоричному (2-3) та ізобаричному (3-4) процесах, а відводиться у ізохоричному процесі (5-1). Характерними для циклу Трінклера є: ступінь стиску  $\varepsilon = V_1/V_2$ , ступінь підвищення тиску  $\lambda = P_3/P_2$ , ступінь попереднього розширення  $\rho = V_4/V_3$ .

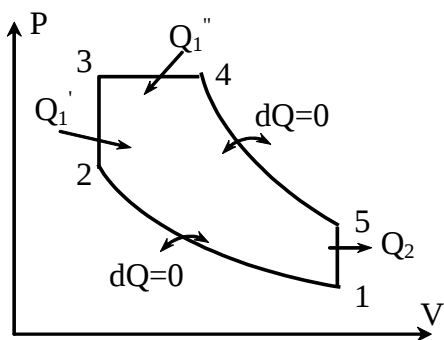


Рис.4.5. PV-діаграма циклу Трінклера

Термічний ККД теплового двигуна  $\eta = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$ . Для циклу

Трінклера:  $Q_1 = Q_1^I + Q_1^{II} = Q_{23} + Q_{34}$   $Q_2 = Q_{51}$ ,

Оскільки процеси 2-3 і 5-1 ізохорні, а 3-4 ізобарний, то

$$Q_1 = \nu \frac{i}{2} R(T_3 - T_2) + \nu \frac{i+2}{2} R(T_4 - T_3)$$

$$Q_2 = \nu \frac{i}{2} R(T_1 - T_5)$$

Виразимо температуру газу в вузлових точках циклу 2,3,4,5 через

його початкову температуру  $T_1$ :

Для адіабатного процесу стиску 1-2:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \epsilon^{\lambda-1} T_1$$

де  $\gamma = \frac{i+2}{i}$  - показник адіабати, при  $i = 5$ ,  $\gamma = 4$

Для ізохорного процесу 2-3:

$$T_3 = \frac{P_3}{P_2} T_2 = \lambda T_2 = \lambda \epsilon^{\lambda-1} T_1$$

Для ізобарного процесу 3-4:

$$T_4 = \frac{V_4}{V_3} T_3 = \lambda \rho \epsilon^{\lambda-1} T_1$$

Для адіабатного процесу розширення 4-5, враховуючи, що  $V_1 = V_5$  і  $V_2 = V_3$  маємо:

$$T_5 = \left( \frac{V_4}{V_5} \right)^{\gamma-1} ;$$

$$T_4 = \left( \frac{V_4}{V_2} \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} /$$

$$T_4 = \left( \frac{V_4}{V_3} \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} ;$$

$$T_4 = \rho^{\gamma-1} \epsilon^{\frac{1}{\gamma-1}} T_4 = \lambda \rho^{\gamma} T_1$$

Із одержаних рівнянь після нескладних перетворень маємо:

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{i(\lambda \rho^{\gamma} - 1)}{i(\lambda \epsilon^{\gamma-1} - \epsilon^{\lambda-1}) + (i+2)(\lambda \rho \epsilon^{\lambda-1} - \lambda \epsilon^{\gamma-1})} = \\ &= 1 - \frac{\lambda \rho^{\gamma} - 1}{(\lambda - 1) + \gamma \lambda (\rho - 1)} \cdot \frac{1}{\epsilon^{\gamma-1}} \end{aligned}$$

Знайдемо зміну ентропії процесах циклу Трінклера:

$$\Delta S_{12} = 0 \quad \Delta S_{45} = 0$$

$$\Delta S_{23} = \nu \frac{i}{2} R \ln \frac{T_3}{T_2},$$

$$\Delta S_{34} = \nu \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_4}{T_3},$$

$$\Delta S_{51} = \nu \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_1}{T_5}.$$

Розроблену програму для розв'язку поставленої задачі  
нанедано на лістингу 4.4

*Лістинг 4.4.*

Розрахунок та побудова PV та TS-діаграм циклу Трінклера

**Вхідні дані:** Початковий тиск (МПа):  $P1 := 0.1$  Початкова температура (К):  $T1 := 270$

Ступінь стиску робочого тіла  $\varepsilon := 3.5$  Ступінь підвищення тиску 1:  $\lambda := 1.4$

Ступінь попереднього розширення  $\rho := 2.4$

**Константи:** Число моль газу  $\nu := 1$  Газова стала [Дж/(моль К)]  $R := 8.31$

Число степеней вільності молекул газу  $i := 5$  Показник адіабати  $\gamma := \frac{i+2}{i}$

Переведемо значення величини тиску P1 в систему СІ:  $P1 := P1 \cdot 10^6$

Знайдемо значення параметрів в вузлових точках циклу ( $V$  - м<sup>3</sup>, P - Па, T - К, Q - Дж):

$$V1 := \frac{\nu \cdot R \cdot T1}{P1} \quad V1 = 0.022 \quad V2 := \frac{V1}{\varepsilon} \quad V2 = 6.411 \times 10^{-3}$$

$$T2 := \varepsilon^{\gamma-1} \cdot T1 \quad P2 := P1 \cdot \left( \frac{V1}{V2} \right)^{\gamma} \quad T2 = 445.647 \quad P2 = 5.777 \times 10^5$$

$$V3 := V2 \quad P3 := \lambda \cdot P2 \quad T3 := \lambda \cdot T2 \quad V3 = 6.411 \times 10^{-3} \quad T3 = 623.906 \quad P3 = 8.088 \times 10^5$$

$$V4 := \rho \cdot V3 \quad P4 := P3 \quad T4 := \lambda \cdot \rho \cdot \varepsilon^{\gamma-1} T1 \quad V4 = 0.015 \quad T4 = 1.497 \times 10^3 \quad P4 = 8.088 \times 10^5$$

$$V5 := V1 \quad V5 = 0.022 \quad P5 := P4 \cdot \left( \frac{V4}{V5} \right)^{\gamma} \quad P5 = 4.769 \times 10^5$$

$$T5 := \lambda \cdot \rho^{\gamma} T1 \quad T5 = 1.288 \times 10^3$$

Продовження лістингу 4.4.

Знайдемо підведену Q1, відведену Q2 теплоти та корисну роботу циклу Трінклера :

$$Q1 := v \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T3 - T2) + v \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot (T4 - T3) \quad Q1 = 2.911 \times 10^4$$

$$Q2 := v \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot (T5 - T1) \quad Q2 = 2.114 \times 10^4$$

$$A := Q1 - Q2 \quad A = 7.967 \times 10^3$$

Обчислимо коефіцієнт корисної дії циклу  $\eta := \frac{A}{Q1} \quad \eta = 0.274$

$$\text{або} \quad \eta := 1 - \frac{\lambda \cdot \rho^\gamma - 1}{(\lambda - 1) + \gamma \cdot \lambda \cdot (\rho - 1)} \cdot \frac{1}{e^{\gamma-1}} \quad \eta = 0.274$$

Знайдемо зміну ентропії в складових процесах циклу Трінклера (Дж/К):

$$\Delta S12 := 0 \quad \Delta S23 := v \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T3}{T2}\right) \quad \Delta S23 = 6.99 \quad \Delta S34 := v \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T4}{T3}\right)$$

$$\Delta S45 := 0 \quad \Delta S51 := v \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T1}{T5}\right) \quad \Delta S51 = -45.435 \quad \Delta S34 = 25.46'$$

Побудуємо в масштабі PV-діаграму циклу Трінклера:

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad j1 := 1..200$$

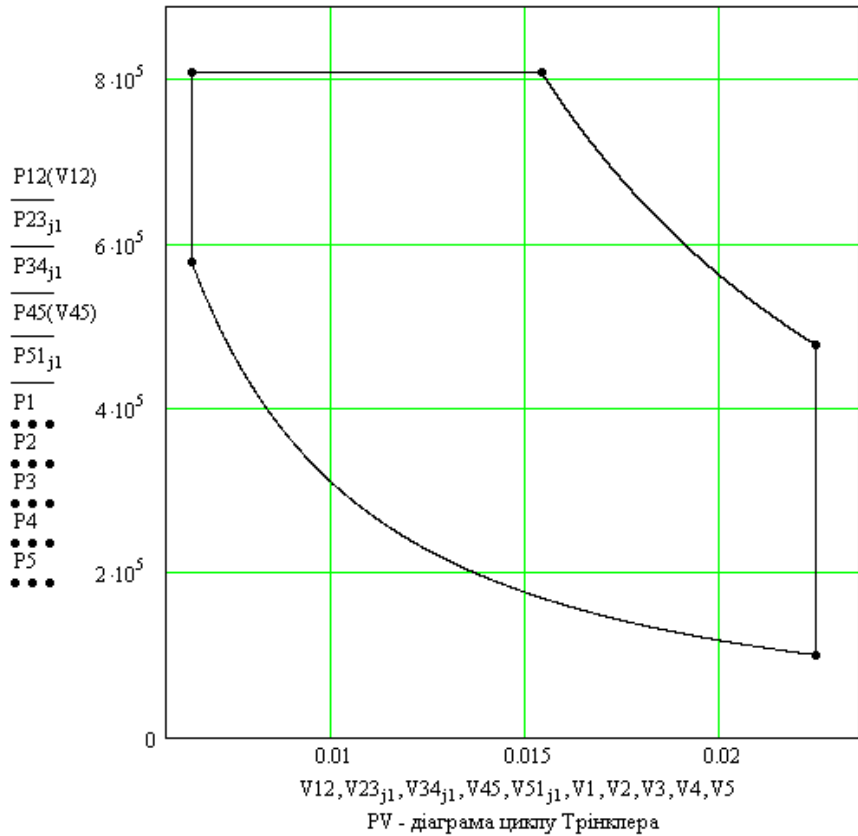
$$V12 := V1, V1 - 0.000001..V2 \quad P12(V12) := P1 \cdot \left(\frac{V1}{V12}\right)^\gamma$$

$$h1 := \frac{(P3 - P2)}{200} \quad V23_{j1} := \frac{V2 \cdot j1}{j1} \quad P23_{j1} := P2 + h1 \cdot j1$$

$$h2 := \frac{V4 - V3}{200} \quad V34_{j1} := V3 + h2 \cdot j1 \quad P34_{j1} := \frac{P3 \cdot j1}{j1}$$

$$V45 := V4, V4 + 0.0000001..V5 \quad P45(V45) := P4 \cdot \left(\frac{V4}{V45}\right)^\gamma$$

$$h3 := \frac{P1 - P5}{200} \quad P51_{j1} := P5 + h3 \cdot j1 \quad V51_{j1} := \frac{V1 \cdot j1}{j1}$$



Побудуємо в масштабі TS - діаграму циклу Трінклера:

$$T_{12} := T_1..T_2$$

$$S_{12}(T_{12}) := 0$$

$$T_{23} := T_2..T_3$$

$$S_{23}(T_{23}) := v \cdot \left( \frac{i}{2} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{T_{23}}{T_2} \right) \right)$$

$$T_{34} := T_3..T_4$$

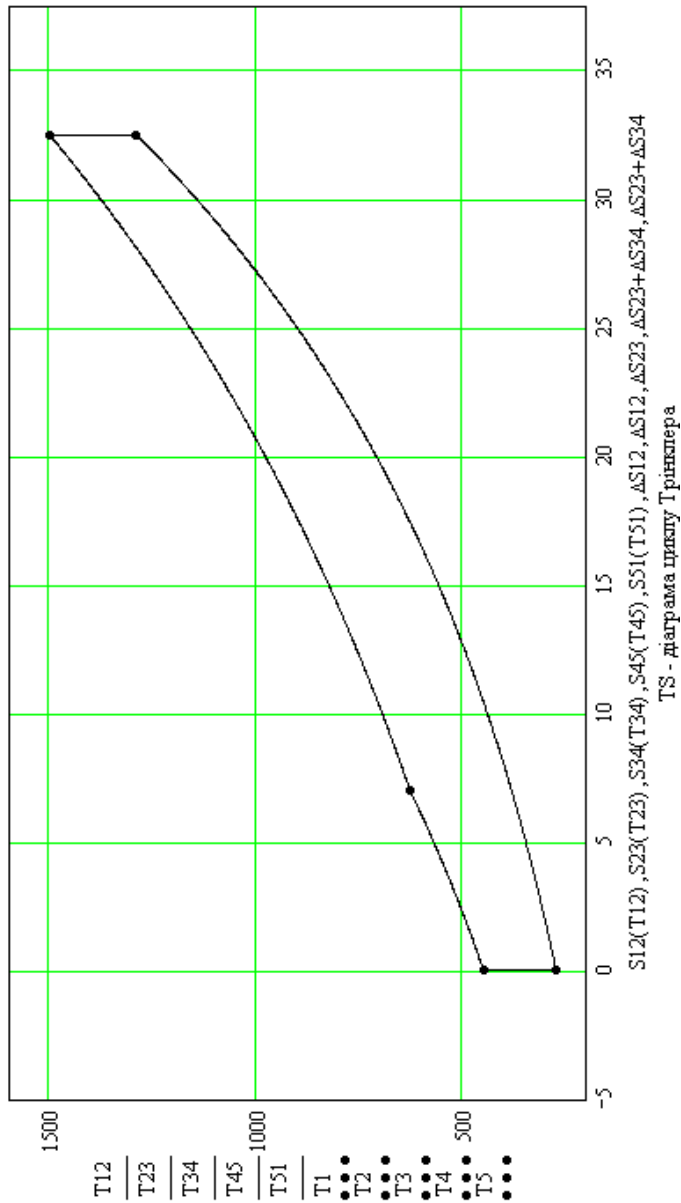
$$S_{34}(T_{34}) := \left( v \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{T_{34}}{T_3} \right) \right) + \Delta S_{23}$$

$$T_{45} := T_4..T_5$$

$$S_{45}(T_{45}) := \Delta S_{23} + \Delta S_{34}$$

$$T_{51} := T_5..T_1$$

$$S_{51}(T_{51}) := \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + v \cdot \left( \frac{i}{2} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{T_{51}}{T_5} \right) \right)$$



### 4.3. Програмування в програмних блоках

Для розробки програмних блоків у Mathcad вбудовано власну мову програмування. Відповідні оператори, функції, використовуючи у так званих програмних-блоках, які містять конструкції, подібні конструкціям таких мов програмування як FORTRAN, PASCAL, C. На відміну від програмування в тексті документу програмний блок може містити оператори локального присвоювання, оператори циклів, оператори умовних переходів.

Програми-функції дозволяють значно розширити обчислювальні можливості системи Mathcad при проведенні інженерних та наукових розрахунків, які неможливо розв'язати, використовуючи тільки оператори та функції системи MathCAD.

#### 4.3.1. Мова програмування MathCAD

У **Mathcad** вбудовано не дуже потужну, але досить елегантну власну мову програмування. Це мова більш високого рівня, ніж Бейсик і Паскаль, вона дозволяє розробляти **об'єктно – орієнтовані** програмні блоки.

З одного боку, вона дає можливість користувачеві ефективно застосовувати програмні блоки у документах MathCAD, а з іншої, простота мови програмування дозволяє швидко її освоїти користувачу який немає навиків у програмуванні. Незважаючи на невелике число операторів (їх всього 10), мова програмування MathCAD дозволяє вирішувати всілякі, у тому числі й досить складні обчислювальні задачі різноманітного характеру.

Нерідко записати формулу, що має ту або іншу внутрішню математичну структуру (наприклад, логічні вирази, циклічні алгоритми), в один рядок не вдається. Призначення програмних модулів саме й полягає у визначенні виразів, змінних і функцій у кілька рядків, часто із застосуванням специфічних програмних операторів.

Програмування в Mathcad має свої особливості:

- при програмуванні в програмі використовують **локальні змінні**, дія яких поширюється тільки на програмний блок, а не поширюється на весь документ у цілому, частиною якого є програмний блок;
- можливість застосування циклів і умовних операторів;
- простота створення функцій і змінних, потребуючих декількох простих кроків;
- можливість перехоплення помилок у програмних блоках. Детально розглянемо їх практичне застосування у наступному параграфі).

Для вставки програмного блоку в документ системи MathCAD вбудовано панель інструментів **Programming** (Програмування), яку можна викликати на екран натисканням кнопки **Programming** на панелі Math (Математика), як показано на рис. 4.6, 4.7). Панель програмування містить 10 кнопок. Більшість кнопок цієї панелі виконано у вигляді текстового представлення операторів програмування, тому їхній зміст зрозумілий.

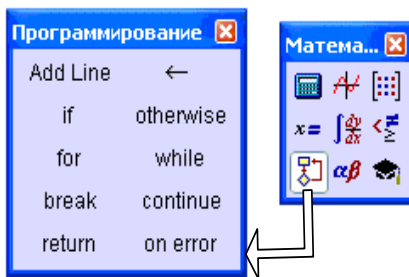


Рис. 4.6

**Add Line** – створює, а при необхідності розширює жирну вертикальну лінію області програмного блока з правої сторони в шаблонах записуються коди програмного блока (текст програми), а з лівої ім'я програмного блока з аргументами

← – символ локального присвоєння, його дія поширюється тільки на програмний блок;

**if** – оператор умовного переходу;

**otherwise** – оператор циклу із передумовою;

**for** – оператор завдання циклу з фіксованим числом переходів;

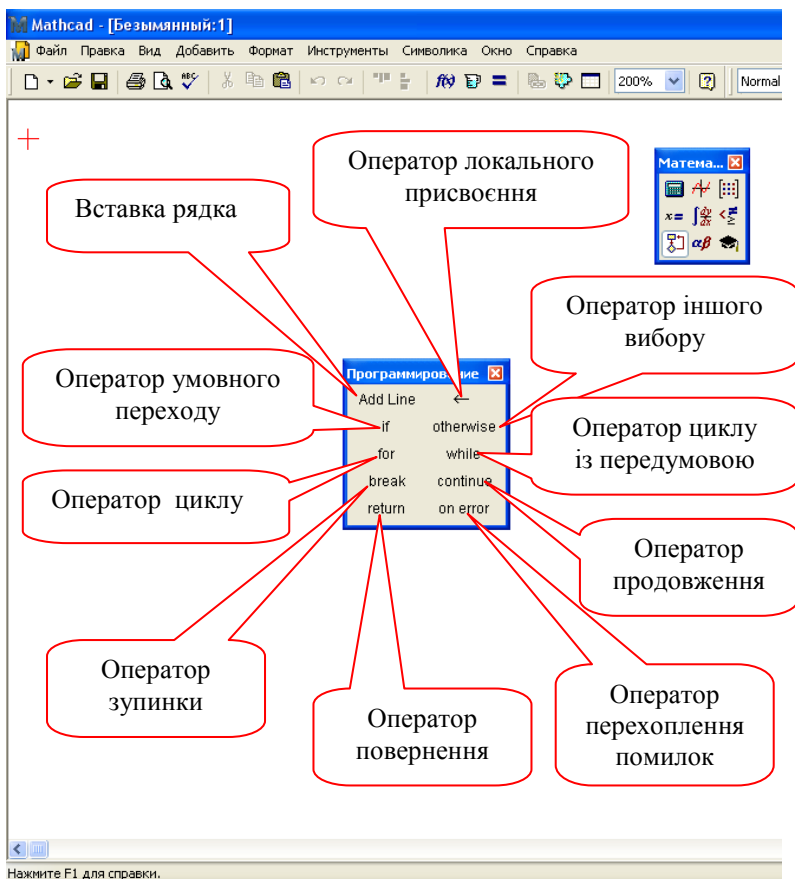


Рис. 4.7. Оператори програмування

**while** – оператор завдання циклу з умовою;

**break** – оператор зупинки програми. Найчастіше його використовують з оператором умовного переходу **if** і операторами циклів **for** і **while**;

**continue** – оператор продовження. Використовується для продовження роботи програми після зупинки. Найчастіше він використовується з операторами **for** і **while**; для повернення в точку зупинки та продовження виконання програми;

**return** – оператор повернення; перериває виконання програми і повертає значення операнда, який стоїть за ним;



1. Ввести ліву частину виразу (у прикладі це ім'я функції  $f(x)$ ,  $x$  – аргумент);
  2. Викликати на екран панель інструментів **Programming**
  3. Натисніть на цій панелі кнопку **Add Line** (Добавить строку).
- Появиться шаблон програмного модуля для запису тексту програми (рис.4.8);

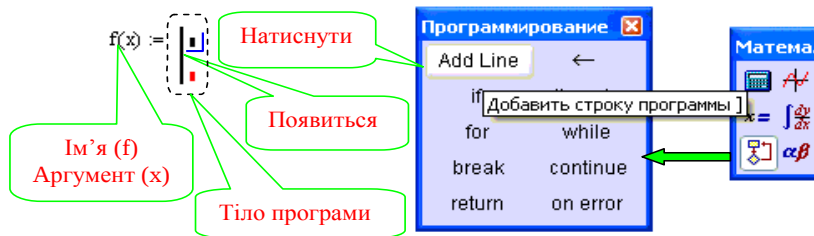


Рис.4.8. Початок створення програмного модуля

4. Якщо приблизно відомо, скільки рядків буде містити текст програми, можна створити потрібну кількість ліній повторним натисканням кнопки **Add Line** відповідне число раз (на рис. 4.9 показаний результат трикратного натискання). Більшість програм містить більше ніж два рядки, тому краще заздалегідь створити блок із 4-7 рядків. Програмний блок також можна створити у середині уже відкритого програмного блока. Для цього потрібно ввести будь-який оператор програмування, наприклад *for* :

5. У комірки шаблону ввести бажаний алгоритм використовуючи програмні оператори. В кожну комірку шаблону вводиться окремий рядок програми. Не вводити із клавіатури простим набором літер імена програмних операторів у програмному блоці. Для їх вставки можна застосовувати тільки сполучення клавіш, які наведені в тексті спливаючої підказки або оператори панелі **Programming**.

6. Результати обчислень зберігаються в останнім рядку програмного блока, тому програма виводить значення того виразу, який знаходиться в останнім рядку програмного блока. Ним може

бути число, текстове повідомлення, матриця, субматриця, аналітичний вираз.

Після того як програмний модуль повністю визначений, і жодна комірка не залишилася порожньою, функція може використовуватися як у чисельних, так і в символьних розрахунках. Якщо програмний блок може працювати автономно, то для виведення результатів для виведення результатів його роботи достатньо поставити звичайний знак дорівнює, а якщо програмний блок потребує введення аргументу або аргументів, то потрібно присвоїти програмному блоку ім'я і у дужках його вказати аргумент, або аргументи.

#### 4.3.2.1. Програми з оператором умовного переходу **if**

Оператор умовного переходу **if** аналогічний оператору умовного переходу в мовах Бейсик і Паскаль, наприклад, вираз  $A \leftarrow B \text{ if } C > 10$  означає, що, якщо  $C > 10$ , то  $A$  присвоюється значення  $B$ .

Приклад програми з використанням оператора *if* для обчислення модуля числа та результати її роботи наведено на рис. 4.10 (спочатку необхідно ввести оператор *if* в тілі програмного блоку крок 1, а потім заповнити вільні комірки оператора крок 2)

Крок 1:

```
MODUL(a) := | x ← a
              | ■ if ■
              | ■
```

Крок 2:

$$\text{MODUL}(a) := \begin{cases} x \leftarrow a \\ x \leftarrow -a \text{ if } a < 0 \\ x \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \text{MODUL}(-7) = 7 & \text{MODUL}(-3.5) = 3.5 \\ \text{MODUL}(8.5) = 8.5 & \text{MODUL}(2.368 - 3.599) = 1.231 \end{array}$$

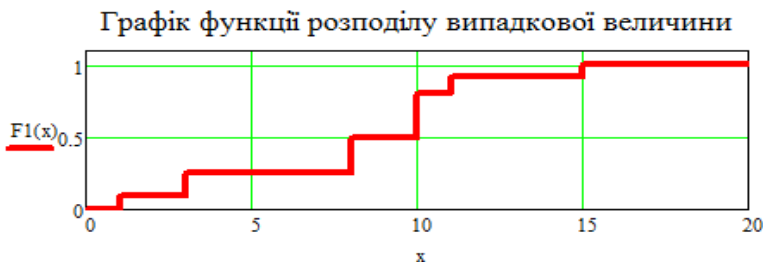
Рис. 4.10

**Приклад 4.2.** Побувати графік функцій розподілу випадкової величини X:

|   |     |      |      |     |      |      |
|---|-----|------|------|-----|------|------|
| X | 1   | 3    | 8    | 10  | 11   | 15   |
| P | 0.1 | 0.15 | 0.25 | 0.3 | 0.12 | 0.08 |

$$D := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 10 & 11 & 15 \\ 0.1 & 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.12 & 0.08 \end{pmatrix}$$

$$F1(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } -\infty < x \leq D_{0,0} \\ D_{1,0} & \text{if } D_{0,0} < x \leq D_{0,1} \\ (D_{1,0} + D_{1,1}) & \text{if } D_{0,1} < x \leq D_{0,2} \\ (D_{1,0} + D_{1,1} + D_{1,2}) & \text{if } D_{0,2} < x \leq D_{0,3} \\ (D_{1,0} + D_{1,1} + D_{1,2} + D_{1,3}) & \text{if } D_{0,3} < x \leq D_{0,4} \\ (D_{1,0} + D_{1,1} + D_{1,2} + D_{1,3} + D_{1,4}) & \text{if } D_{0,4} < x \leq D_{0,5} \\ 1 & \text{if } D_{0,5} \leq x < \infty \end{cases}$$



#### 4.3.2.2. Програми з оператором оператор завдання циклу з фіксованим числом переходів for

Оператор циклу for задає цикл коли заздалегідь відомо, скільки циклів необхідно виконати у програмі. Кількість циклів задається декількома способами (рис. 4.11). На рисунку 4.11a змінна

циклу  $i$  набуває цілих значень з кроком 1. Тут вона одночасно є індексом у іншій змінній циклу (Змінна  $i$  набуває значень від 0 до 5 з кроком 1. Іншій змінній  $x_i$  присвоюється значення  $x_i = i^2 + 1$ .) Змінну циклу можна задати також через вектор (рис. 4.11б), або через дискретну змінну з наперед визначеним кроком (рис. 4.11в), або через коми записати значення змінної циклу (рис. 4.11г).

$$\begin{array}{cc}
 \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..5 \\ x_i \leftarrow i^2 + 1 \\ x \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 10 \\ 17 \\ 26 \end{pmatrix} & V0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} & \left| \begin{array}{l} \text{for } x \in V0 \\ V1_1 \leftarrow x^2 \\ i \leftarrow i + 1 \\ V1 \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 1 \\ 25 \\ 81 \end{pmatrix} \\
 \text{a)} & & \text{б)} \\
 \left| \begin{array}{l} \text{for } y \in 0, 0.1, 1.1, 0 \\ s \leftarrow s + e^y \\ s \end{array} \right. = 19.056 & & \left| \begin{array}{l} \text{for } x \in 2, 2.3, 2.8, 3.0 \\ s \leftarrow s + \sqrt[3]{x} \\ s \end{array} \right. = 5.432 \\
 \text{в)} & & \text{г)}
 \end{array}$$

Рис. 4.11

**Приклад 4.3.** Знайти суму перших десяти натуральних чисел. До початку циклу варто присвоїти сумі  $s$  нульове значення. Тому, що

число циклів відомо, використовуємо оператор FOR.

$$\begin{array}{cc}
 f(N) := \left| \begin{array}{l} S \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ S \leftarrow S + i \\ S \end{array} \right. & \begin{array}{l} f(10) = 55 \\ f(44) = 990 \end{array}
 \end{array}$$

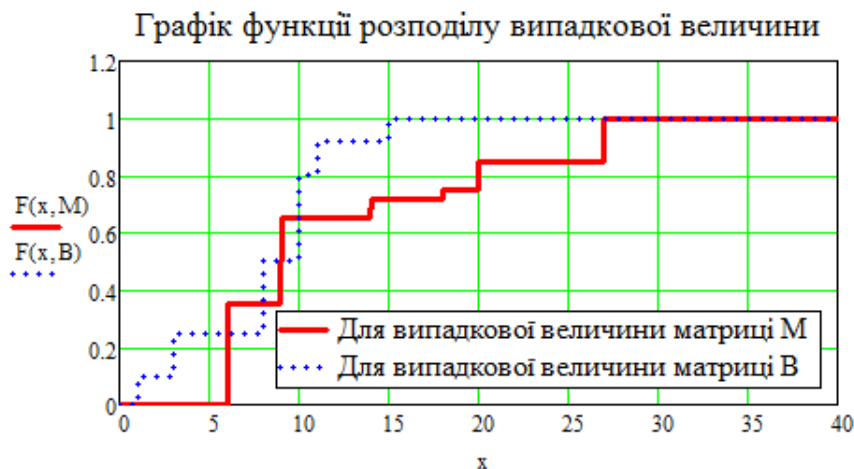
**Приклад 4.4.** Розробити програму для побудови графіка функцій розподілу випадкової величини.

У прикладі 4.2 розподіл випадкової дискретної величини задано таблично (матриця D). Якщо таблиця розподілу наперед невідома, то

програма набуде вигляду ( використовуємо комбінацію циклу « *for* » з умовним оператором переходу « *if* »).

$$F(x,D) := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow \text{cols}(D) \\ \text{for } j \in 1..n-1 \\ \quad 0 \text{ if } x \leq D_{0,0} \\ \quad \sum_{i=0}^{j-1} D_{1,i} \text{ if } j < n \wedge D_{0,j-1} < x \leq D_{0,j} \\ \quad \sum_{i=0}^j D_{1,i} \text{ if } D_{0,n-1} \leq x < \infty \end{array} \right|$$

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 9 & 14 & 18 & 20 & 27 \\ 0.05 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.07 & 0.03 & 0.1 & 0.15 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 10 & 11 & 15 \\ 0.1 & 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.12 & 0.08 \end{pmatrix}$$



**Приклад 4.5.** Програма для табуляції значень функції її першої та другої похідних ( програма має два цикли: зовнішній по  $i$  внутрішній —  $j$ , індексація елементів матриці  $D$  у внутрішньому циклі штучно зменшена на одиницю для запису заголовка таблиці):

$$\begin{array}{l}
\text{PO}(f, D) := \left| \begin{array}{l}
q'(x) \leftarrow \frac{d}{dx} f(x) \\
q''(x) \leftarrow \frac{d^2}{dx^2} f(x) \\
n \leftarrow \text{rows}(D) \\
(p_{0,0} \ p_{0,1} \ p_{0,2}) \leftarrow ("x" \ q'(x) \ q''(x)) \\
\text{for } i \in 1..n \\
\quad \text{for } j \in 0..2 \\
\quad \quad \left| \begin{array}{l}
p_{i,0} \leftarrow D_{i-1} \\
p_{i,1} \leftarrow q'(D_{i-1}) \\
p_{i,2} \leftarrow q''(D_{i-1})
\end{array} \right. \\
\end{array} \right| \\
\text{p}
\end{array}$$

$$X := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 9 \\ 10 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$f1(x) := x \cdot e^{x-5}$$

$$\text{PO}(f1, X) = \begin{pmatrix} "x" & "q'(x)" & "q''(x)" \\ 1 & 0.04 & 0.05 \\ 5 & 6 & 7 \\ 9 & 545.98 & 600.58 \\ 10 & 1.63 \times 10^3 & 1.78 \times 10^3 \\ 12 & 1.43 \times 10^4 & 1.54 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$f2(x) := x \cdot \sin(2x) \cdot \cos(3x)$$

$$\text{PO}(f2, X) = \begin{pmatrix} "x" & "q'(x)" & "q''(x)" \\ 1 & -0.46 & 13.29 \\ 5 & 12.09 & 10.55 \\ 9 & 16.14 & -90.33 \\ 10 & 28.46 & 35.74 \\ 12 & -33.52 & 36.9 \end{pmatrix}$$

### 4.3.2.3. Програми з оператором циклу із передумовою **otherwise**

Оператор циклу із передумовою **otherwise**, як правило, використовують з оператором **if**. Він дає можливість зробити вибір (аналог **ELSE** у Бейсіку й Паскалі):

$$\left| \begin{array}{l} y \leftarrow 0 \text{ if } a < 1 \\ x \leftarrow b \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

Якщо  $a < 1$ , то у присвоюється значення  $0$ , у противному випадку  $x$  присвоюється значення  $b$ .

### 4.3.2.4. Програми з оператором завдання циклу з умовою **while**

Оператор завдання циклу з умовою **while** використовується у випадку, якщо ми заздалегідь не знаємо, скільки циклів нам необхідно виконати для розв'язання задачі. Оператор має формат : **while** (логічна умова) оператори, які повинні виконуватися

Приклад програми для знаходження найменшого цілого додатного числа  $n$  для якого  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \geq \text{sum}$  і значення цієї суми  $\text{sum}$ , де  $\text{sum}$  – додатне ціле число.

$$f(\text{sum}) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ n \leftarrow 0 \\ \text{while } s < \text{sum} \\ \quad \left| \begin{array}{l} s \leftarrow s + n^2 \\ v \leftarrow \left( \begin{array}{l} \text{"Сума=" } s \\ \text{"Число=" } n \end{array} \right) \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right. \\ v \end{array} \right.$$

$$f(140) = \left( \begin{array}{ll} \text{"Сума="} & 140 \\ \text{"Число="} & 7 \end{array} \right)$$

$$f(2155) = \left( \begin{array}{ll} \text{"Сума="} & 2470 \\ \text{"Число="} & 19 \end{array} \right)$$

Цикл **while** виконується до тих пір поки  $s < \text{sum}$ , якщо  $s \geq \text{sum}$ , то цикл завершується і виводиться значення суми та

значення числа  $n$ . Вони зберігаються у матриці  $V$ . У першому стовпці матриці  $V$  програмного блоку записано текстові коментарі, а у другому імена змінних  $s$  і  $n$  значення яких потрібно вивести.

#### 4.3.2.5. Програми з операторами **break**, **continue**, **return**

Оператор зупинки програми **break** використовується для виходу із циклу або зупинки програми при виконанні певної умови та виведення значення або повідомлення. Він найчастіше використовується одночасно з оператором **if** або з оператором помилки **On Error**

Оператор продовження **continue** служить для продовження виконання обчислень. Якщо алгоритм містить декілька умов, зокрема виконання однієї із них викликає помилку при виконанні решти умов. В такому випадку потрібно при виконанні операцій першої умови перейти до розгляду значення наступної змінної циклу.

**Приклад 4.6.** Обчислити суму натуральних послідовних чисел  $N$ , які не діляться на 7:

$$\text{SUMAN}(N) := \begin{array}{|l} S \leftarrow 0 \\ \text{for } n \in 0..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{continue if } \text{trunc}\left(\frac{n}{7}\right) = \frac{n}{7} \\ S \leftarrow S + n \end{array} \right. \\ S \end{array}$$

**Коротка довідка:**  
Функція  $\text{trunc}(Y)$  - повертає цілу частину числа  $Y$

$$\text{SUMAN}(97) = 4116$$

$$\text{SUMAN}(140) = 8400$$

Оператор **return** дає можливість перервати роботу програми і вивести значення при якому виконується наперед задана умова. Як правило він використовується при опису дій алгоритму при

помилкових ситуаціях, зацикленні програми. Він найчастіше використовується одночасно з оператором **if**.

**Приклад 4.7.** Обчислити значення функції

$$y = \sqrt{x^3 - 3x^2 - 10x + 1}$$

```
f1(x) :=  $\left\{ \begin{array}{l} u \leftarrow x^3 - 3x^2 - 10x + 1 \\ \text{return "Під знаком корення від'ємне число } u < 0" \text{ if } u < 0 \\ Z \leftarrow \sqrt{u} \\ Z \end{array} \right.$ 
```

$$f1(7) = 11.269$$

$$f1(1) = \text{"Під знаком корення від'ємне число } u < 0\text{"}$$

**Приклад 4.8.** Обчислити значення функції

$$y = \sqrt{x - \ln(x^2 - 5x) - 5}$$

```
f2(x) :=  $\left\{ \begin{array}{l} u \leftarrow x - \ln(x^2 - 5x) - 5 \\ \text{return "Під знаком логарифма від'ємне число або 0" if } x^2 - 5x \leq 0 \\ \text{return "Під знаком корення від'ємне число } u < 0" \text{ if } u < 0 \\ Z \leftarrow \sqrt{u} \\ Z \end{array} \right.$ 
```

$$f2(1) = \text{"Під знаком логарифма від'ємне число або 0"}$$

$$f2(6) = \text{"Під знаком корення від'ємне число } u < 0\text{"}$$

$$f2(11) = 1.345$$

*Вказівка:* Спочатку перевіряємо область визначення внутрішньої функції, тобто  $\ln(x^2 - 5x)$ , а потім зовнішньої  $\sqrt{x - \ln(x^2 - 5x) - 5}$ .

**Приклад 4.9.** Програми (приклад 4.2 і 4.3) виконують обчислення формально. При цьому передбачено, що таблиці є істинними розподілами випадкових дискретних величин при цьому сума ймовірностей  $\sum_i^n P_i = 1$ , якщо умова порушується, то програма повинна виводити повідомлення про помилку:

```

F(x,D) := | n ← cols(D)
           | SUM ←  $\sum (D^T)^{<1>}$ 
           | return ("Помилка: Сума ймовірностей не рівна 1, Σ=" SUM) if SUM ≠ 1
           | for j ∈ 1..n - 1
           |   0 if x ≤ D0,0
           |    $\sum_{i=0}^{j-1} D_{1,i}$  if j < n ∧ D0,j-1 < x ≤ D0,j
           |    $\sum_{i=0}^j D_{1,i}$  if D0,n-1 ≤ x < ∞

```

$$M := \begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 & 9 & 14 & 18 & 20 & 27 \\ 0.05 & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.07 & 0.03 & 0.1 & 0.15 \end{pmatrix} \quad V1 := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 & 10 & 11 & 15 \\ 0.05 & 0.15 & 0.25 & 0.3 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

F(8,V1) = ("Помилка: Сума ймовірностей не рівна 1, Σ=" 1.65)

F(8,M) = 0.35

#### 4.4. Підпрограми

Програми це вирази які складаються з окремих операторів. Якщо у програмі є набір операторів у окремих програмних блоках, які реалізують певний алгоритм і дозволяють звернення до неї з різних частин загальної програми, такі блоки є підпрограмами.

Розробимо програму обчислення дійсного кореня рівняння методом дотичних (метод Ньютона).

**Метод дотичних (метод Ньютона).** Даний метод застосовується в тому випадку, коли функція  $y = f(x)$  має в інтервалі  $[a, b]$  неперервні першу і другу похідні, причому в цьому інтервалі похідні зберігають свої знаки. Алгоритм методу дотичних має вигляд:

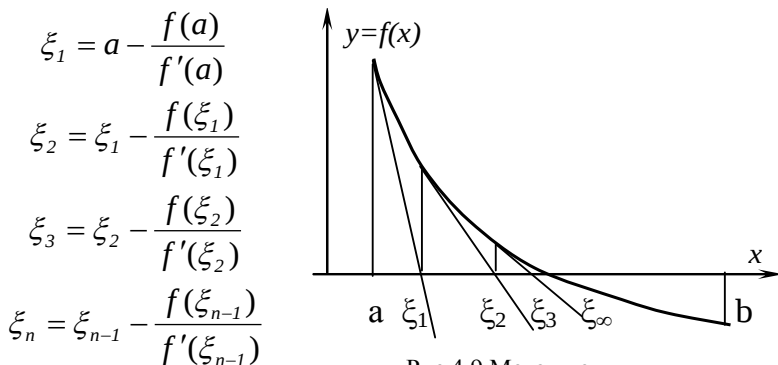


Рис.4.9 Метод дотичних

Похибка  $n$ -го

наближення кореня буде меншою ніж  $\Delta = |\xi_n - \xi_{n-1}|$ , отже  $\xi_n$  з точністю до  $\Delta$  буде наближеним значенням кореня рівняння  $f(x) = 0$ .

```

MDOT(q, x0, Δ) :=
  q'(t) ← d/dt q(t)
  X ← x0 - q(x0)/q'(x0)
  while |x0 - X| > Δ
    x0 ← X
    X ← x0 - q(x0)/q'(x0)
  X

```

q – імя функції,  
 x0 – початкове наближення корення  
 Δ – точність корення  
 для рівняння:  $x^3 - 5x - 25 = 0$   
 функція q(x) має вигляд:  $q(x) := x^3 - 5x - 25$

Тестування роботи програми:

$$f1(x) := 2x^2 - 3x - 10 \quad \xi_1 := \text{MDOT}(f1, 2, 0.001) = 3.108 \quad f1(\xi_1) = 2.798 \times 10^{-7}$$

$$f2(x) := x\sqrt{x+5} - 8 \quad \xi_2 := \text{MDOT}(f2, 2, 0.001) = 2.855 \quad f2(\xi_2) = 1.112 \times 10^{-9}$$

$$\xi_2 := \text{MDOT}(f2, 2, 0.00005) = 2.855 \quad f2(\xi_2) = 0$$

У наведеній програмі перша та друга стрічки використовуються циклі з оператором **while** як підпрограми.

#### 4.5. Рекурсивні та ітераційні алгоритми

Рекурсією називається такий спосіб організації виконання обчислень або обробки даних, при якому програма (чи функція) викликає сама себе безпосередньо, або із інших програм (функцій).

**Приклад 4.10.** Обчислення факторіалу:

$$\text{FAKTOR}(n) := \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \\ n \cdot \text{FAKTOR}(n - 1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Тестування програми:

$$\begin{array}{lll} \text{FAKTOR}(0) = 1 & \text{FAKTOR}(1) = 1 & \text{FAKTOR}(3) = 6 \\ \text{FAKTOR}(6) = 720 & \text{FAKTOR}(12) = 479001600 & \end{array}$$

Рекурсивні алгоритми використовують ефективні у невеликих і не складних програмах. Незважаючи на простоту і наочність рекурсивних алгоритмів їх ефективність менша ніж циклічних у великих і складних програмах.

Ітерацією називається такий спосіб організації виконання обчислень або обробки даних, при якому деякі дії повторюються багато раз, не приводячи при цьому до рекурсивних обчислень.

Розрізняють два тип ітераційних циклів:

- цикли з відомим числом повторень ( їх називають регулярними, або арифметичними) , умовою закінчення яких є досягнення параметром циклу свого кінцевого значення;
- цикли з невідомим наперед числом повторень. У таких циклах умова повторення або закінчення циклу задається по деякому проміжному або кінцевому результату, наприклад, поки не буде досягнута необхідна точність обчислень.

При практичній реалізації ітераційних обчислювальних процесів в програмах повинно забезпечуватися обов'язкове виконання збіжності ітераційного процесу, тобто умови виходу з циклу.

Ітераційні цикли часто використовуються у чисельних методах (інтегрування, розв'язування рівнянь, систем рівнянь), обчислення суми нескінченних збіжних числових рядів. Тут критерієм завершення циклу є досягнення заданої наперед точності обчислень, а у випадку коли задану точність досягнути не вдається – граничним числом ітерацій.

В алгоритмах, що реалізують ітераційні обчислювальні процеси, неприпустимим є використання блоків модифікації, тому що відсутня керуюча змінна – параметр циклу.

**Приклад 4.11.** Обчислення факторіала натурального числа при допомозі циклічного регуляторного (арифметичного) алгоритму.

```
factorial(n) :=  $\left\{ \begin{array}{l} z \leftarrow 1 \\ \text{for } k \in 0..n \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} z \leftarrow 1 \text{ if } k = 0 \\ z \leftarrow z \cdot k \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ z \end{array} \right.$ 
```

$\text{factorial}(0) = 1$        $\text{factorial}(4) = 24$        $\text{factorial}(10) = 3628800$

**Приклад 4.12.** Обчислення дійсних коренів рівняння методом простих ітерацій.

Суть методу: Нехай задано неперервну функцію  $y = f(x)$ . Потрібно знайти дійсні корені рівняння

$$f(x) = 0. \quad (4.1)$$

Рівняння 4.1, шляхом еквівалентних перетворень зведемо до вигляду:

$$x = \varphi(x). \quad (4.2)$$

Відокремимо корені рівняння, виберемо початкове наближення з  $x_0 \in [a, b]$ , обчислимо перше наближення кореня рівняння (4.1)  $x_1 = \varphi(x_0)$ . Наступні наближення кореня обчислюються за формулою:  $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ . Похибка  $(n + 1)$  – го наближення кореня  $\varepsilon \leq |x_n - x_{n-1}|$ , ітераційний процес збігається до точного розв'язку, якщо  $|\varphi'(x_0)| < 1$ .

$Ss := "|\varphi'(\xi_0)| > 1$ , Перевизначте  $\varphi(x)$ , або виберіть інше початкове наближення"

```

iteraz( $\varphi, \xi_0, \Delta$ ) :=  $\left\{ \begin{array}{l} q'(t) \leftarrow \frac{d}{dt} \varphi(t) \\ B \leftarrow Ss \text{ if } |q'(\xi_0)| \geq 1 \\ \text{otherwise} \\ \quad i \leftarrow 0 \\ \quad \xi \leftarrow \varphi(\xi_0) \\ \quad \text{while } (|\xi - \xi_0| > \Delta) \\ \quad \quad \xi_0 \leftarrow \xi \\ \quad \quad \xi \leftarrow \varphi(\xi_0) \\ \quad \quad i \leftarrow i + 1 \\ \quad \quad \varepsilon \leftarrow |\xi - \xi_0| \\ B \leftarrow \begin{pmatrix} \text{"Корінь"} & \text{"Точність"} & \text{"Число ітерацій"} \\ \xi & \varepsilon & i \end{pmatrix} \end{array} \right.$ 

```

### Тестування програми

Для рівняння  $2 \cdot x^3 - 21x^2 - 33x + 25 = 0$  маємо:

$$f(x) := 2 \cdot x^3 - 21x^2 - 33x + 25 \qquad \varphi(x) := \frac{(2 \cdot x^3 - 21x^2 + 25)}{33}$$

$$\text{iteraz}(\varphi, 0, 0.01) = \begin{pmatrix} \text{"Корінь"} & \text{"Точність"} & \text{"Число ітерацій"} \\ 0.568 & 8.095 \times 10^{-3} & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{iteraz}(\varphi, 0.5, 0.0001) = \begin{pmatrix} \text{"Корінь"} & \text{"Точність"} & \text{"Число ітерацій"} \\ 0.5652 & 9.2359 \times 10^{-5} & 17 \end{pmatrix}$$

$\text{iteraz}(\varphi, 9, 0.1) = "|\varphi'(\xi_0)| > 1$ , Перевизначте  $\varphi(x)$ , або виберіть інше початкове наближення"

$$\varphi_1(x) := \sqrt[3]{\frac{21 \cdot x^2 + 33 \cdot x - 25}{2}}$$

$$\text{iteraz}(\varphi_1, 9, 0.01) = \begin{pmatrix} \text{"Корінь"} & \text{"Точність"} & \text{"Число ітерацій"} \\ 11.79 & 7.49 \times 10^{-3} & 11 \end{pmatrix}$$

$$\text{iteraz}(\varphi_1, 9, 0.001) = \begin{pmatrix} \text{"Корінь"} & \text{"Точність"} & \text{"Число ітерацій"} \\ 11.8064 & 7.5744 \times 10^{-4} & 16 \end{pmatrix}$$

#### **4.6. Комбіновані документи Mathcad. Модульне програмування**

Найчастіше для виконання обчислень в Mathcad використовують комбіновані робочі листи (комбіновані документи). Вони органічно поєднують програмування в тексті документу та програмних блоках. В таких документах реалізовано принцип модульного програмування. **Модульне програмування покладено о основу роботи системи Mathcad.** Суть модульного програмування:

- обчислювальні процеси реалізуються у вигляді окремих програмних одиниць - модулів;
- можливістю звертатися до цих модулів в інших програм з передачею даних, необхідних для виконання обчислювального процесу.

Модульне програмування в пакеті Mathcad можна реалізовано двома методами :

- модульне програмування в межах одного документа Mathcad;
- модульне програмування в межах декількох документах Mathcad.

Модульне програмування в межах одного документа Mathcad характеризується тим, що :

- для реалізації простих обчислень використовуються локальні функції, а більш складних - програми - функції;
- опис локальних функцій, програм-функцій і звернення до них знаходяться в межах одного документа, тобто зберігаються в одному файлі.

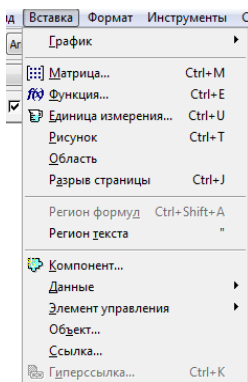
При цьому часто всередині одного програмного блока проводяться виклики локальних функцій, вбудованих функцій системи Mathcad та інших програмних блоків даного документа.

Модульне програмування в межах декількох документів Mathcad відрізняється від модульного програмування в межах одного документа Mathcad тим, що локальні функції, програмні блоки (програми функції), константи , масиви викликаються із

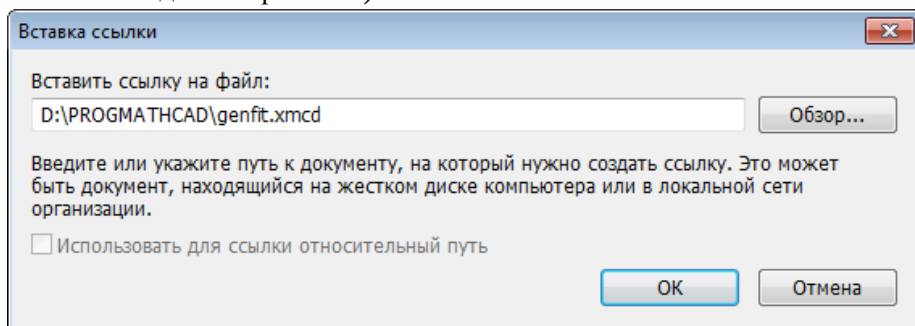
інших документів Mathcad через посилання на файл, який поточний документ перетворює в такий, ніби в якому прописані всі індекси та програмні блоки документа на який проводиться посилання.

Модульне програмування в межах кількох документів реалізується через команду **Reference (Ссылка)** меню **Insert (Вставка)**. Щоб вставити посилання на інший документ необхідно:

1. Вибрати **Ссылка** в меню діалогового вікна **Вставка**



2. Натисніть кнопку "Обзор", знайдіть і виділіть файл або введіть повний шлях або адресу в Інтернеті (URL) до файла (робочий документ під іменем genfit.xmcd наведено на рис.3.10):



3. Натисніть кнопку «OK»

4. Після виконання цих кроків у робочому документі з'явиться оператор **Reference (Ссылка)**, який дає можливість

використовувати всі функції та константи документа genfit.xmcd у новоствореному документі (рис.4.10). У новому документі імена нововведених констант, функцій та програмних блоків не повинні дублювати функції на які проводиться посилання. При дублюванні імен індекаторів вони перевизначаються. Якщо раніше визначений індекатор у Mathcad перевизначено, то система виділяє його хвилястою зеленою лінією (рис. 4.10, функція  $f(x)$  ).

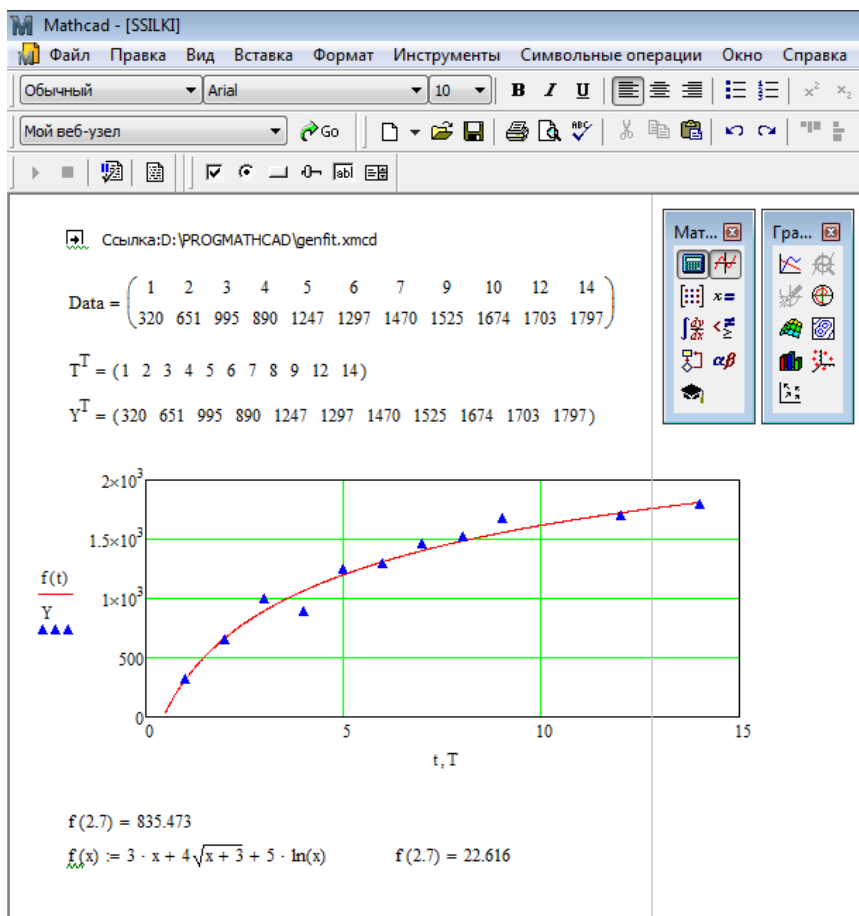


Рис.4.10

## Література

1. Лисенко В.П., Болбот І.М. Комп'ютери та комп'ютерні технології: навч. Посіб. Ч.1. Програмування в математичному пакеті Mathcad.– К.: Аграрна освіта, 2010, –229с. –
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт ; пер с англ. – М. : Мир, 1989. – 360 с
3. . Очков В.Ф. Mathcad 12 для студентов и инженеров. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2005
4. Тадевосян Р.Г., Денисюк В.О., Мусієнко О.Л., Інформатика та комп'ютерна техніка. Програмування. Технологія і засоби. Навчальний посібник, Частина 2, – Вінниця: ОЦ ВДАУ, 2007. – 273 с.
5. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках: Бейсик, Фортран, Паскаль., Томск, МП «Раско», 1991, 272 с.
6. Глазырин А. С., Ляпунов Д. Ю., Слащёв И. В., Ляпушкин С. В. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности. Ч. 1: Учебное пособие / Под общ. ред. А. С. Глазырина. – Томск: Изд. ТПУ, 2007. – 200 с.
7. Тадевосян Р. Г., Яцковська Р. О. Інформатика. Алгоритмічний підхід: монографія / Р. Г. Тадевосян, Р. О. Яцковська. — Вінниця : ВНАУ, 2010. — 210с
8. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест и др. – М. : ИД "Вильямс", 2011. – 1296 с. : ил.
- 9 Очков В.Ф. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов.– Петербург: БХВ – Петербург 2007.– 698с.
- 10 Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel.– СПб.: БХВ-Петербург, 2003.–464 с.
11. Демирчян К.С., Бутырин П.А. «Моделирование и машинный расчет электрических цепей». – М.: ВШ., 1988. – 335 с.
12. Фриск В.В. Основы теории цепей. Расчет цепей и моделирование с помощью пакета компьютерной математики MATHCAD. – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. -88с
13. Кирьянов Д.В.–Самоучитель. Mathcad-11. “БХВ Петербург
14. М. Херхагель, Х. Партоль. MATHCAD-2000. Полное руководство. К, 2000. -412с.

15. Гурский Д.А.. Вычисления в Mathcad.–Мн.: Новое знание, 2003,– 814с.
16. Техніка обчислень і алгоритмізація / І. Ф. Следзінський, А. М. Ломакович, Ю. С. Рамський та ін. – К. : Вища шк., 1991. – 199 с.
17. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD. Математический практикум для инженеров и экономистов: учеб. Пособие – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
- 18.Дзісь В.Г., Левчук О.В.,Новицька Л.І. Довідник з Mathcad для студентів інженерних спеціальностей ВНЗ. Вінниця. ВНАУ. 2011,- 114с.
- 19.Кирьянов Д. В.Самоучитель Mathcad И. - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 560 с [с.185-201]
- 20.Черняк А. А., Новиков В. А., Мельников О. И., Кузнецов А. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 496 с: ил
- 21.М.Херхагель, Х.Партоль. MATCAD-2000. Полное руководство. К,2000.412с.
- 22 . Войскобойников Ю. Е., Очков В. Ф. Программирование и решение задач в пакете MathCad: Учеб. пособие. – Новосибирск: НГАСУ, 2002. – 136 с
23. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro. - М.: ДМК Пресс, 2001. - 576 с. Internet. М.: Изд-во Нолидж. 1998.352 с.
- 24.Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD7.0 в математике, физике и в. Мотигін В.В., Дудатьєв А.В. Чисельні методи в інженерних дослідженнях. Частина 2. Чисельні методи в електронних таблицях. Лабораторний практикум – Вінниця: ВНТУ, 2005. – 94с
- 25.Застосування засобів MathCAD 2000 для моделювання задач лазерної та оптоелектронної техніки. Лабораторний практикум: Навчальний посібник/ Н.І. Заболотна, Т.Б. Мартинюк, В.В. Шолота.– Вінниця: ВДТУ, 1998.– 71 с.
26. MathCAD PLUS 6.0. Финансовые, инженерные и научные расчёты в среде Windows 95. Пер. с англ. – М.: Информационно-издательский дом «Фи-линь», 1996
27. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в MathCAD. Учебный курс.- СПб.: Питер, 2003.-448с.
- 28.Коссак О., Туманова О., Коссак О. Методи наближених обчислень. Навч. Посібн. – Львів. БаК. 2003 – 168с.

29. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука, 1980, 832с.
30. Пулькин В.С. Вычислительная математика. М., Просвещение.-1982. 300 с.
31. Ноздрин И.Н., Степаненко И.М., Костюк Л.К. Прикладные задачи по высшей математике. К., Вища школа., 1977, 175с.
32. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики., М., Наука, 1980, 664с.
33. Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики. К., Наукова думка, 1970, 790 с.
34. Левчук. О.В., Дзісь В.Г., Новицька Л.І. Вища математика з використанням Mathcad: Частина І: Довідник для вузів – Вінниця: ВНАУ, 2013. 90 с.
35. Яровая О.В. Патокина А.В. Численные методы с использованием математических пакетов MathCAD, MATLAB. Учеб. пособие по лаб. практикуму.-Харьков: ХАИ, 2008.-87с.
36. Катренко А.В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації: навчальний посібник.-Львів: Новий світ –2000". 2003–424 с
37. Наконечний С.І., Терещук Т.О., Романюк Т.П. Економетрія. Підручник. –Вид 3-тє, доп. та перероб. – К.:КНЕУ2004. –520с.

## Додаток А

### Таблиця А1

#### Системні змінні

В таблиці наведені системні змінні і константи Mathcad та їх значеннями за замовчуванням.

|                  |                                                                                                                                                                                          |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\pi = 3.14159$  | Число $\pi$ . Щоб надрукувати натисніть [Ctrl-P]                                                                                                                                         |
| $e = 2.71828$    | Основа натурального логарифма                                                                                                                                                            |
| $\infty$         | Нескінченність ( $10^{307}$ ). Щоб надрукувати, натисніть [Ctrl-Z]                                                                                                                       |
| %                | Відсоток..                                                                                                                                                                               |
| i                | Уявна одиниця                                                                                                                                                                            |
| j                | Уявна одиниця                                                                                                                                                                            |
| $TOL = 10^{-3}$  | Припустима похибка при різних алгоритмах апроксимації (інтегрування, розв'язок рівнянь). Змінити значення системної змінної TOL можна за допомогою команди <b>Математика⇒Параметри</b> . |
| $CTOL = 10^{-3}$ | Установлює точність обмежень у блоці розв'язку, щоб розв'язок був припустимим.                                                                                                           |
| ORIGIN = 0       | Визначає індекс першого елемента векторів і матриць.                                                                                                                                     |
| FRAME = 0        | Використовується як лічильник при створенні анімацій.                                                                                                                                    |
| PRNPRECISION = 4 | Число значущих цифр.                                                                                                                                                                     |
| PRNCOLWIDTH = 8  | Число позицій для числа.                                                                                                                                                                 |

## Додаток Б

Таблиця Б1

### Оператори

У таблиці використовуються наступні позначення:  $X$  і  $Y$  - змінні чи вираз будь-якого типу;  $x$  і  $y$  - дійсні числа;  $z$  і  $w$  - дійсні чи комплексні числа;  $m$  і  $n$  - цілі числа;  $A$  і  $B$  - масиви (вектори чи матриці);  $i$  - дискретний аргумент;  $t$  - будь-яка змінна;  $f$  - будь-яка функція.

| Оператор      | Клавіші           | Призначення оператора                            |
|---------------|-------------------|--------------------------------------------------|
| 1             | 2                 | 3                                                |
| $X := Y$      | $X : Y$           | Локальне присвоєння $X$ значення $Y$             |
| $X \equiv Y$  | $X \sim Y$        | Глобальне присвоєння $X$ значення $Y$            |
| $X =$         | $X =$             | Виведення значення $X$                           |
| $X + Y$       | $X + Y$           | Додавання $X$ з $Y$                              |
| $X$<br>$+ Y$  | $X$ [Ctrl][↵] $Y$ | Те ж, що і додавання. Перенос чисто косметичний. |
| $X - Y$       | $X - Y$           | Вирахування з $X$ значення $Y$                   |
| $X \cdot Y$   | $X * Y$           | Множення $X$ на $Y$                              |
| $\frac{X}{z}$ | $X / z$           | Ділення $X$ на $z$                               |
| $z^w$         | $z \wedge w$      | Зведення $z$ у ступінь $w$                       |
| $\sqrt{z}$    | $z \setminus$     | Обчислення квадратного кореня з $z$              |
| $\sqrt[n]{z}$ | $n$ [Ctrl] \ $z$  | Обчислення кореня $n$ -ої ступеня з $z$          |
| $n !$         | $n !$             | Обчислення факторіала                            |

Продовження таблиці Б1

| 1                       | 2                              | 3                                                             |
|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| $B_n$                   | $B [ n$                        | Введення нижнього індексу $n$                                 |
| $A_{n,m}$               | $A [ n , m$                    | Введення подвійного індексу                                   |
| $A^{<n>}$               | $A [\text{Ctrl}]6 n$           | Введення верхнього індексу                                    |
| $\sum_{i=m}^n X$        | $[\text{Ctrl}][\text{Shift}]4$ | Підсумовування $X$ по $i = m, m + 1, \dots n$                 |
| $\sum_i X$              | \$                             | Підсумовування $X$ по дискретному аргументу $i$               |
| $\prod_{i=m}^n X$       | $[\text{Ctrl}][\text{Shift}]3$ | Перемноження $X$ по $i = m, m + 1, \dots n$                   |
| $\prod_i X$             | #                              | Перемноження $X$ по дискретному аргументі $i$                 |
| $\sum_i X$              | \$                             | Підсумовування $X$ по дискретному аргументі $i$               |
| $\int_a^b f(t)dt$       | &                              | Обчислення визначеного інтеграла $f(t)$ на інтервалі $[a, b]$ |
| $\frac{d}{dt} f(t)$     | ?                              | Обчислення похідної $f(t)$ по $t$                             |
| $\frac{d^n}{dt^n} f(t)$ | $[\text{Ctrl}]?$               | Обчислення похідної $n$ -го порядку функції $f(t)$ по $t$     |
| (▪)                     | ‘                              | Введення пари круглих дужок із шаблоном                       |
| $x > y$                 | $x > y$                        | Більше ніж                                                    |
| $x < y$                 | $x < y$                        | Менше ніж                                                     |
| $x \geq y$              | $x [\text{Ctrl}]0 y$           | Більше або дорівнює                                           |

## Повідомлення про помилки

| Помилка                                                          | Переклад                                                    | Вірогідна причина                                                                                   | Можливі шляхи усунення                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Чисельні обчислення                                              |                                                             |                                                                                                     |                                                                                                                   |
| 1                                                                | 2                                                           | 3                                                                                                   | 4                                                                                                                 |
| A "Find" or "Minerr" must be preceded by a matching "Given"      | Find або Minerr повинні передувати ключовим словом Given    | Ця помилка виділяє функцію Find або Minerr при їх неузгодженості з блоком Given                     | Кожен обчислювальний блок, який закінчується функцією Find або Minerr, повинен починатися з ключового слова Given |
| All evaluations resulted in either an error or a complex re-suit | Обчислення приводять до помилки або комплексного результату | Mathcad не може накреслити деякі точки, тому що не існує дійсних значень для їх нанесення на графік | Це повідомлення може з'явитися, якщо є помилка або всі значення комплексні                                        |
| Arguments in function definitions must be names                  | Аргументи у визначеннях функції мають бути іменами          | Виділене визначення функції містить неправильний перелік аргументів                                 | У списку аргументів мають бути правильно поійменовані змінні або список імен необхідно відокремити комами         |

| 1                                                                     | 2                                                                    | 3                                                                                                                | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| At least one limit must be infinity                                   | Принаймні одна межа має бути нескінченною                            | Коли для інтеграції вибраний алгоритм нескінченної межі, то принаймні одна з меж інтеграла має бути нескінченним | Тип нескінченності вводиться натисненням поєднання клавіш <Ctrl>+<Shift>+<Z><br>Для зміни алгоритму, що використовує нескінченну межу, або для обчислення якого-небудь іншого інтеграла клацніть на інтегралі правою кнопкою миші і змініте алгоритм за допомогою контекстного меню |
| Can only evaluate an nth order derivative when $n = 0, 1, \dots, 5$ . | Можна обчислити n-й порядок похідної, тільки коли $n=0, 1, \dots, 5$ | Порядок похідної має бути одним з наступних чисел: 0, 1, 2, ..., 5                                               | Якщо ви хочете порахувати похідну вищого порядку, то робіть це за допомогою символного диференціювання                                                                                                                                                                              |
| Can't evaluate this function when its argument less than              | Неможливо обчислити цю функцію, коли її аргумент менше або дорівнює  | Помилка може полягати у використанні непозитивних даних на графіках, побудованих в                               | Негативні числа і нуль не можуть бути розташовані на логарифмічних осях. Змініте тип осей графіка або побудуйте його для інших значень                                                                                                                                              |

| 1                                        | 2                                           | 3                                                    | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| or equal to zero                         | нулю                                        | логарифміч<br>ному<br>масштабі                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Can't converge to a solution             | Не сходиться до рішення                     | Чисельний метод розходиться (не може знайти рішення) | <p>Переконастися, що операція не застосовується до функції в області безпосередньої близькості точки її сингулярності (ділення на нуль).</p> <p>Спробуйте поміняти параметри чисельного методу ЗДР (наприклад, початкове наближення). Спробуйте збільшити константу TOL, тобто здійснити пошук рішення з гіршою погрешністю.</p> <p>Спробуйте поміняти чисельний алгоритм, якщо це можливо (викликавши контекстне меню натисненням на місці помилки правої кнопки миші)</p> |
| Can't define the same variable more than | Неможливо визначити ту ж саму змінну більше | Ви намагаєтесь обчислити одну і                      | <p>Приклад подібної помилки: якщо ви створюєте вектор з лівою стороною <math>a : = i</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                   | 2                                                                       | 3                                                                                                                                                               | 4                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| once in the same expression                                         | одного разу в одному і тому ж виразі                                    | ту ж змінну двічі в одному виразі                                                                                                                               | використовуєте це ж ім'я справа, то отримаєте помилку                                                                                               |
| Can't determine what units the result of this operation should have | Неможливо визначити, в яких одиницях слід бути результату цієї операції | Ви звели вираз, що містить одиниці вимірювання, в ступінь, що є змінною в якихось межах або вектором. В результаті неможливого визначити розмірність результату | Якщо вираз включає одиниці вимірювань, то можна підносити його тільки до дійсного фіксованого ступеня                                               |
| Can't divide by zero                                                | Ділення на нуль неможливе                                               | Десь в програмі або усередині чисельного методу виникло ділення на нуль                                                                                         | Знайдіть місце ділення на нуль і усунете його.<br><br>Спробуйте поміняти параметри чисельного методу, константи точності або сам чисельний алгоритм |

Продовження таблиці VI

| 1                                                 | 2                                                          | 3                                                                        | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Could not find a solution                         | Неможливо знайти рішення                                   | Чисельний метод розходиться (не може знайти рішення)                     | Див. "Can't converge to a solution"                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Can't find the data file you're trying to use     | Неможливо знайти файл, який ви намагаєтесь використовувати | Неможливо знайти файл даних або інший тип файлу, до якого ви звертаєтесь | Упевніться, що такий файл існує у вказаному місці                                                                                                                                                                                                                                              |
| Can't have anything with units or dimensions here | Тут немає нічого в одиницях вимірювань або в розмірностях  | Цей вираз використовує одиниці вимірювань десь, де вони не дозволені     | Одиниці вимірювань не дозволені:<br><ul style="list-style-type: none"> <li>• у аргументах більшості функцій;</li> <li>• у експонентах;</li> <li>• у верхніх і нижніх індексах.</li> </ul> Для того, щоб використовувати виразу з одиницями вимірювань, спочатку переведіть цей вираз в UnitsOf |

| 1                                                                                                                 | 2                                                                                                                                       | 3                                                                                     | 4                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Can't have more than one array in a contour plot                                                                  | Не можна мати більш за один масив в контурному графіку                                                                                  | Ви вводите більш за один масив в местозаполнитель контурного або поверхневого графіка | Можна мати тільки один масив в даному местозаполнителе, оскільки графіки можуть видавати лише одну поверхню водночасу            |
| Can't perform this operation on the entire array at once. Try using "vectorize" to perform it element by element. | Неможливо представити цю операцію в цілому масиві відразу. Спробуйте використовувати векторизацію, щоб представити елемент за елементом | Наприклад, можна побачити це повідомлення при спробі розділити один вектор на інший   | Для того, щоб застосовувати функцію або оператора до кожного елементу вектора або матриці, використовуйте оператора векторизації |
| Can't plot this many points                                                                                       | Неможливо накреслити графік з такою великою кількістю точок                                                                             | Спроба побудови графіка з числом точок, що перевершує можливе                         | Спробуйте зробити число точок менше, ніж 150 000                                                                                 |

| 1                                                         | 2                                                                           | 3                                                                                                                   | 4                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Can't put a "!=" inside a solve block.                    | Не можна поміщати "!=" всередину обчислювального блоку                      | Усередині обчислювального блоку не повинно бути формулювання привласнення. Він повинен містити тільки булеві вирази | Використовуйте панель з булевими операторами                                                                                                                                                                                           |
| Can't raise an expression having units to a complex power | Не можна підносити до комплексного ступеня вираз, що має одиниці вимірювань | Цей вираз містить одиниці вимірювань, а ви підносите його до комплексного ступеня                                   | Вираз з одиницями вимірювань можна підносити тільки до дійсного ступеня. Для того, щоб підносити до комплексного ступеня вираз з одиницями вимірювань, спочатку переведіть цей вираз в SIUnitsOf — одиниці вимірювань будуть скасовані |

| 1                                               | 2                                                     | 3                                                                                               | 4                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Can't solve a system having this many equations | Неможливо вирішити систему, що має так багато рівнянь | Mathcad не здатний вирішити систему                                                             | Див. визначення терміну "обчислювальний блок " у роділі « системи рівнянь»                                                                                                                                                               |
| Can't understand something in this data file    | Неможливе щось зрозуміти у файлі даних                | Файл, до якого ви намагаєтеся дістати доступ при допомозі READ або READ* має дефект             | Файл має бути ASCII-текстом. Всі рядки файлу повинні мати той же номер значень, що використовується в READ*. Якщо файл має необхідний формат, а це повідомлення продовжує з'являтися, спробуйте видалити будь-яку частину тексту з файлу |
| Can't understand the name of this function      | Неможливо зрозуміти ім'я цієї функції                 | Таке повідомлення може з'явитися, якщо як ім'я функції використовується, наприклад, число 6 (x) | Вираз повинен відповідати вимогам, що пред'являються в Mathcad до написання імен функцій                                                                                                                                                 |

Продовження таблиці В1

| 1                                                       | 2                                                                    | 3                                                                                            | 4                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Can't understand the way this range variable is defined | Неможливо зрозуміти визначення ранжируваної змінної                  | Визначення ранжируваної змінної невірне                                                      | Вводячи область визначення ранжируваної змінної, необхідно використовувати один з наступних видів:<br>• $Rvar := n1 \dots n2$<br>• $Rvar := n1, n2 \dots n3$ |
| Can't understand this number                            | Неможливо зрозуміти це число                                         | Цей вираз містить символ або десяткову крапку там, де це недозволено                         | Ви побачите цю помилку, наприклад, якщо випадково запишете число так: ".452."                                                                                |
| Can't use a range variable in a solve block.            | Неможливо використовувати ранжирувану змінну в обчислювальному блоці | Ця помилка з'явиться, якщо використовувати область визначення змінної в невідповідному місці | Розробіть алгоритм, що не допускає застосування ранжируваної змінної в обчислювальному блоці                                                                 |
| Cannot evaluate this accurately at one or               | Неможливо точно обчислити одне або більш за значення                 | Ця помилка з'являється, якщо спробувати обчислити функцію для                                | Перевірте область визначення функції                                                                                                                         |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                                       | 2                                                                                              | 3                                                                                                                             | 4                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| more of the values you specified                                                        |                                                                                                | аргументу, що знаходиться за межами точної області визначення функції                                                         |                                    |
| Cross product is defined only for vectors having exactly three elements                 | Векторний твір визначається тільки для векторів, що мають точний три елементи                  | Можливо, зроблена спроба обчислити векторний добуток для векторів, що мають не три, а інша кількість елементів                | Див. визначення векторного добутку |
| Can't evaluate this expression. It may have resulted in an overflow or an infinite loop | Неможливо обчислити цей вираз. Це може бути результатом переповнювання або нескінченних циклів | Це функціональне визначення може містити дуже багато вкладені функції. Або функція може бути константою в нескінченних циклах | Перевірте декілька ітерацій циклу  |
| Degree of the polynomial must be between 1 and 99.                                      | Ступінь полінома повинен знаходитися в межах між 1 і 99                                        | Вектор, задіяний у функції пошуку коріння полінома, повинен містити, принаймні, 2 і не більше 99 елементів                    |                                    |

| 1                                    | 2                                       | 3                                                                              | 4                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensions must be > 4               | Розмірність має бути > 4                | Ця матриця повинна мати, принаймні, 4 ряди і 4 стовпці                         |                                                                                                                                                   |
| End of file                          | Кінець файлу                            | Ви намагаєтеся прочитати більше значень у файлі даних, ніж там є               | Наприклад, якщо файл даних має 10 значень, а записаний вираз $i := 1 \dots 100$ $xi := \text{READ}^*(\text{file})$ , то з'явиться це повідомлення |
| End points cannot be the same        | Кінцеві точки не можуть бути однаковими | Це повідомлення з'являється при некоректному вирішенні диференціальних рівнянь | Кінцеві точки інтервалу, на якому обчислюватиметься рішення, мають бути різні                                                                     |
| Equation too large                   | Рівняння дуже громіздке                 | Це вираз дуже складний для обчислення                                          | Розбийте вираз на декілька простих                                                                                                                |
| Floating point error                 | Помилка обчислень з плаваючою крапкою   | Функція обчислюється в точці, в якій це заборонено                             |                                                                                                                                                   |
| Found a singularity while evaluating | Знайдена сингулярність при обчисленні.  | Обчислюється функція або виконується операція з                                | Наприклад, це повідомлення виникне при спробі ділення                                                                                             |

Продовження таблиці В1

| 1                                                   | 2                                                                | 3                                                                    | 4                                                                                                 |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| this expression. You may be dividing by zero        | цього виразу<br>Можливо, ви ділите на нуль                       | неприпустимим значенням                                              | на нуль або звернення сингулярної матриці; розберіться, де це відбувається                        |
| Found a number with a magnitude greater than 1ГГ307 | Знайдено число, що перевищує значення 10307                      |                                                                      | Спробуйте поміняти параметри чисельного алгоритму або сам алгоритм                                |
| Illegal context. Press <F1> for help                | Неприпустимий контекст.<br>Натисніть <F1>, щоб отримати допомогу | Часто зустрічається при синтаксичних помилках                        | Перевірте синтаксис і порядок розташування формул в документі                                     |
| llegal dimensions                                   | Неприпустимі розмірності                                         | Матриця, на яку ви посилаєтесь, не має достатньо рядків або стовпців | Введіть ім'я матриці з клавіатури і натисніть знак "=", щоб перевірити число її рядків і стовпців |
| Live symbols not available                          | Символьні обчислення непридатні                                  |                                                                      |                                                                                                   |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                    | 2                                                                     | 3                                                                                    | 4                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Must be <=<br><=10000                                | Значення має<br>бути <=10000                                          |                                                                                      |                                                                                                                                        |
| Must be >=<br>>=10 <sup>-16</sup>                    | Значення має<br>бути >= 10 <sup>16</sup>                              |                                                                                      |                                                                                                                                        |
| Must be<br>string                                    | Функція або<br>оператор має<br>бути строковим<br>аргументом           |                                                                                      |                                                                                                                                        |
| Must be<br>function                                  | Аргумент має<br>мати функцією                                         |                                                                                      |                                                                                                                                        |
| Must be<br>increasing                                | Елементи<br>вектора мають<br>бути розміщені<br>в порядку<br>зростання |                                                                                      | Введіть з<br>клавіатури ім'я<br>вектора і знак<br>"=", щоб<br>перевірити його<br>значення                                              |
| Must be less<br>than the<br>number of<br>data points | Має бути менше,<br>ніж число точок<br>даних                           | Цей аргумент<br>повинен бути<br>менши, ніж<br>число точок<br>наявних даних           |                                                                                                                                        |
| Must be<br>positive                                  | Має бути<br>позитивним                                                | Неможливо<br>обчислити<br>функцію, коли її<br>значення менше<br>або дорівнює<br>нулю | Це повідомлен-<br>ня може стосу-<br>ватися побудови<br>Х-У або поляр-<br>них графіків з<br>логарифмічними<br>осями. Негативні<br>числа |

Продовження таблиці B1

| 1                   | 2                         | 3                                                                                                            | 4                                                                                                                                  |
|---------------------|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                     |                           |                                                                                                              | або нуль не можуть розташовува-тися на логарифмічних осях                                                                          |
| Must be real        | Має бути дійсним          | Це значення має бути дійсним. Його уявна частина має бути нулем                                              | Прикладом таких виразів можуть служити нижній і верхній індекси, вирішення диференціальних рівнянь, кути                           |
| Must be real scalar | Має бути дійсним скаляром | Це значення не має бути комплексним або уявним                                                               |                                                                                                                                    |
| Must be real vector | Має бути дійсним вектором | Цей вектор не може мати комплексних або уявних елементів. Він має також бути вектором -столбцом, а не рядком |                                                                                                                                    |
| Must be square      | Має бути квадратною       | Ця помилка виділяє неквадратну матрицю в тій операції або функції, в якій їй слід бути квадратною            | Наприклад, матриця має бути квадратною при зверненні, зведенні її в ступінь, або у функціях $\text{eigenvals}$ і $\text{eigenvec}$ |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                    | 2                                     | 3                                                | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| No solution found                    | Не знайдено рішення                   |                                                  | <p>Якщо ви використовуєте вбудовані функції, то клацніть лівою кнопкою миші на імені функції і натисніть клавішу &lt;F1&gt; для того, щоб бути упевненим в коректності використання функції. Проте рішення може просто не існувати.</p> <p>Див. також повідомлення "Can't converge to a solution"</p> |
| Not enough memory for this operation | Для цієї операції недостатньо пам'яті | Не вистачає пам'яті, щоб завершити це обчислення | <p>Спробуйте звільнити трохи пам'яті шляхом зменшення масиву або матриці (Matticad витрачає близько 8 байт пам'яті на кожен елемент матриці) або видалення яких-небудь великих побітових відображень, масивів, матриць</p>                                                                            |

| 1                                                              | 2                                                     | 3                                                                         | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Singular matrix                                                | Сингулярна матриця                                    | Ця матриця не може бути ні сингулярною, ні близькою до сингулярності      | Матриця називається сингулярною, якщо її визначник дорівнює нулю. Матриця близька до сингулярної, якщо вона має високе число обумовленості (див. розділ 9)                                                                                                                                                            |
| The expression to the left of the equal sign cannot be defined | Вираз зліва від знаку рівності не може бути визначене | У лівій частині знаходиться щось, що не є допустимим визначуваним виразом | У лівій частині можна розмістити одне з наступних визначень: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ім'я змінної;</li> <li>• ім'я змінної з верхнім або нижнім індексом;</li> <li>• явний вектор або матрицю;</li> <li>• ім'я функції з аргументами <math>f(x,y)</math>.</li> </ul> Будь-які інші вираз недопустимі |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                              | 2                                                     | 3                                                                                                                                                                                                                              | 4                                                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| The number of rows and/or columns in these arrays do not match | Число рядів і/або стовпців в цих масивах не узгоджене | Спроба провести матричні або векторні операції над масивами, розміри яких не збігаються                                                                                                                                        | Наприклад, складання двох матриць різного розміру неприпустимо. Матричне множення вимагає, щоб число стовпців першої матриці збігалось з числом рядків другої |
| he units in this expression do not match                       | Розмірності в цьому виразі не узгоджені               | Це повідомлення з'явиться, якщо складаються два елементи різної розмірності, або створена матриця, елементи якої мають різну розмірність, або ви намагаєтеся вирішити систему рівнянь для невідомих змінних різної розмірності | Перевірте використання розмірних змінних                                                                                                                      |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                | 2                                                      | 3                                    | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| There is an extra comma in this expression                       | У виразі зайва кома                                    |                                      | <p>Коми повинні використовуватися для того, щоб відокремлювати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• аргументи у функції;</li> <li>• перші два елементи області у визначенні інтервалу;</li> <li>• вирази в графіці;</li> <li>• елементи у вхідній таблиці;</li> <li>• нижні індекси в матриці.</li> </ul> <p>Будь-які інші застосування коми приводять до помилки. Наприклад, запис 5,000 невірний, а запис 5 000 - вірна</p> |
| This expression is incomplete. You must fill in the placeholders | Вираз неповний. Необхідно додати данів ввільні комірки | Не заповнені вказані комірки функції | Необхідно дописати числа або вирази у вказані комірки функції                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| This expression is incomplete. You must                          | Вираз неповний. Необхідно вставити                     | Не заповнені комірки функції         | Це могло відбутися при видаленні оператора; перевірте                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                     | 2                                                  | 3                                                                          | 4                                                                                                                                                                                |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| provide an operator                                                   | оператора                                          | оператора або порожній простір між двома операндами                        | правильність введення виразу                                                                                                                                                     |
| This function has too many arguments                                  | Функція має дуже багато аргументи                  | Виділений вираз містить функцію з числом аргументів великим, ніж потрібний | Перевірте правильність застосування функції                                                                                                                                      |
| This function is undefined at one or more of the points you specified | Функція не визначена для однієї або більш за точки | Спроба обчислення оператора або функції з невідповідними значеннями        | Наприклад, обчислення $-3! + \ln(0)$ — приведе до помилки, оскільки факторіал не визначений для негативного числа, а логарифм для нуля                                           |
| This function needs more arguments                                    | Функції не вистачає аргументів                     | Виділений вираз містить функцію з меншим, ніж потрібний, числом аргументів | Для вбудованих функцій клацніть лівою кнопкою миші на імені функції і скористайтеся підказкою <F1>, щоб перевірити правильність числа і типу аргументів. Для функції користувача |

| 1                                                                                   | 2                                                                                         | 3                              | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                     |                                                                                           |                                | перевірте її визначення                                                                                                                                                                                                                                                                |
| This operation can only be performed on a function                                  | Операція може застосовуватися тільки для функцій                                          | Цей аргумент має бути функцією | Для вбудованих функцій клацніть лівою кнопкою миші на імені функції і скористайтеся підказкою <F1 >                                                                                                                                                                                    |
| This operation can only be performed on an array. It can't be performed on a number | Операція може застосовуватися тільки для масивів. Вона не може бути використана для чисел |                                | Наприклад, це повідомлення з'явиться, якщо змінна верхнього індексу визначена як скаляр. Оскільки змінна верхнього індексу є стовпцем матриці, то її слід визначати як вектор. Для поверхневих або контурних графіків масив даних повинен мати, принаймні один, два ряди і два стовпці |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                    | 2                                                                      | 3                                                                                                                                                               | 4 |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| This operation can only be performed on a number or an array         | Операція може застосовуватися тільки для чисел або масивів             | Використовувана функція або оператор вимагають уявлення у вигляді константи, матриці або вектора                                                                |   |
| This operation can only be performed on a string                     | Ця операція може застосовуватися тільки для рядків                     | Використовувана функція або оператор вимагають уявлення у вигляді рядка. Наприклад, строкові функції зазвичай вимагають, принаймні, одного строкового аргументу |   |
| This subscript is too large                                          | Нижній індекс дуже великий                                             | Спроба використовувати верхній або нижній індекс, який перевищує обмеження                                                                                      |   |
| This value must be a matrix                                          | Значення має бути матрицею                                             | Спроба провести матричну операцію не над матрицею                                                                                                               |   |
| This value must be a vector. It can be neither a matrix nor a scalar | Значення має бути вектором. Воно не може бути ні матрицею, ні скаляром | Це повідомлення маркує матрицю або скаляр в операціях, які вимагають вектора (матриці стовпця). Наприклад, підсумовування елементів вектора                     |   |
| This value must be an integer greater than 1                         | Значення має бути цілим числом, що перевершує одиницю                  | Значення має бути $> 1$                                                                                                                                         |   |

| 1                                              | 2                                               | 3                                                                                                                                                                                  | 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| This variable or function is not defined above | Змінна або функція не визначена вище            | Ім'я невизначеної функції буде помічено червоним кольором                                                                                                                          | Упевніться, що ця функція або змінна визначена вище. Це повідомлення з'явиться, якщо змінна некоректно використовується в глобальному визначенні. Ця помилка часто свідчить про те, що інше рівняння вище в документі є помилкою. В цьому випадку всі вирази, що використовують вираз з помилкою, будуть помічені червоним кольором |
| Underflow                                      | Втрата значущості (зникнення значущих розрядів) | Із-за обмежень, властивих представленню чисел на комп'ютері, числа, які дуже малі, не можуть бути представлені. Це повідомлення з'являється, коли вираз включає таке число. Іноді, |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

Продовження таблиці В1

| 1                                                                          | 2                                                                                    | 3                                                                                                                 | 4                                                                                                           |
|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                            |                                                                                      | особливо в склад-них обчисленнях, проміжний результат буде дуже малий, і вся розрядна сітка заповниться нулями    |                                                                                                             |
| Value of subscript or superscript is too big (or too small) for this array | Значення нижнього або верхнього індексу дуже велике (або дуже мало) для цього масиву | Цей вираз використовує нижній або верхній індекс, який відноситься до неіснуючого елементу масиву                 |                                                                                                             |
| This is not a scalar. Press <F1> for help                                  | Це не скаляр. Натисніть клавішу <F1>, щоб отримати допомогу                          | Використаний вектор або вираз з інтервалами, або якийсь інший тип виразу, де потрібне застосування скаляра        |                                                                                                             |
| You have one solve block inside another. Every "Given" must have"          | Один обчислюваль-ний блок міститься усередині іншого. Кожному ключовому              | Вказано два ключові слова Given підряд без Find або Minerr посередині. Обчислювальний блок не може мати усередині | Як альтернатива можна задати функцію в термінах одного обчислювального блоку і використовувати її усередині |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                                                                              | 2                                                                                                 | 3                                                                                                             | 4                                                                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a matching "Find" or "Minerr                                                                   | слову Given повинно зіставлятися Find або Minerr                                                  | себе іншого обчислювального блоку                                                                             | іншого обчислювального блоку. У багатьох випадках це дає той же самий ефект                                                                                                           |
| You interrupted calculation. To resume, click here and choose "Calculate" from the "Math" menu | Обчислення перервані. Для того, щоб продовжити, клацніть тут і виберіть пункт Calculate меню Math |                                                                                                               | Обчислення перервані натисненням клавіші <Esc>. Для того, щоб перерахувати виділене рівняння, наведіть на нього курсор і скористайтеся меню Math / Calculate (Математика / Обчислити) |
| <b>Символьні обчислення</b>                                                                    |                                                                                                   |                                                                                                               |                                                                                                                                                                                       |
| Argument too large (Integer too large in context, Object too large)                            | Аргумент дуже великий                                                                             | Звичайно це результат обчислення виразу з плаваючою крапкою із значенням більшим, ніж близько 10x10 мільярдів |                                                                                                                                                                                       |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                         | 2                                     | 3                                                                                             | 4                                          |
|-------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Discarding large result                   | Скидання великого результату          | Відповідь дуже велика для відображення його в математичній області, що відформатована         | Можна розмістити відповідь в буфері обміну |
| Expecting array or list                   | Очікується масив або список           | Оператори в спрощуваному або обчислюваному виразі вимагають векторних або матричних операндів |                                            |
| Expression contains nonsymbolic operators | Вираз містить несимвольних операторів | Застосована символічна операція до виразу, що містить комірки оператора або змінної           |                                            |
| Floats not handled                        | З плаваючою комою не підтримується    | Команда Factor була застосована до виразу з десятковим числом                                 |                                            |

*Продовження таблиці В1*

| 1                                       | 2                                | 3                                                                  | 4                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Illegal function syntax                 | Неприпустимий синтаксис функції  | Символьний процесор не може інтерпретувати вираз, подібний (f) (X) |                                                                                                                                         |
| Integer too large/<br>Integer too small | Ціле число дуже велике/дуже мале | Це число дуже велике/мале для роботи з ним                         | Якщо ви працюєте з вбудованими функціями, то клацніть лівою кнопкою миші на імені функції і викличте підказку за допомогою клавіші <F1> |
| Invalid format                          | Неприпустимий формат             | Аргументи цієї функції можуть бути некоректні                      | Якщо ви працюєте з вбудованими функціями, то клацніть лівою кнопкою миші на імені функції і викличте підказку за допомогою клавіші <P1> |

| 1                            | 2                      | 3                                                                                                                                                   | 4                                                                                                                                                                                         |
|------------------------------|------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Invalid arguments            | Неприпустимі аргументи | Символьний процесор не може виконати необхідну операцію для даних аргументів                                                                        | Це повідомлення з'явиться, якщо, наприклад, застосувати скалярну функцію до масиву без використання оператора векторизації і вибрати команду Symbolics / Simplify (Символіка / Спростити) |
| Invalid range                | Неприпустимий інтервал | Для пошуку чисельного вирішення рівняння символьний процесор намагається обчислити одну зі своїх вбудованих функцій за межами області її визначення |                                                                                                                                                                                           |
| No answer found; stack limit | Відповіді не знайдено  | Символьний процесор досяг межі                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                           |

*Продовження таблиці В1*

| 1                        | 2                               | 3                                                                                                                                                                                     | 4 |
|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| reached                  |                                 | своїх можливостей без обчислення або спрощення, яке зажадав користувач                                                                                                                |   |
| No answer found          | Відповіді не знайдено           | Символьний процесор не зміг знайти точного вирішення рівняння                                                                                                                         |   |
| No closed form found for | Не знайдено замкнутої форми для | Символьний процесор не зміг знайти інтеграл, або суму, або добуток в замкнутій формі                                                                                                  |   |
| Syntax error             | Синтаксична помилка             | Зазвичай результат застосування символьної операції в невідповідних або некоректних виразах. Символьні обчислення виразів з розмірностями також приведуть до появи цього повідомлення |   |

Укладачі:

Дзись Віктор Григорович,  
Левчук Олена Володимірівна  
Новицька Людмила Іванівна  
Смілянець Олена Генадіївна  
Бубновська Ірина Анатоліївна

Довідник. Програмування в Mathcad.

Видання здійснюється в авторській редакції

Підписано до друку \_\_\_\_\_. Формат А5 (148,5х210 мм).

Ум.-друк. арк. \_\_\_\_\_. Тираж \_\_\_\_ прим. Зам. № \_\_\_\_\_.

Видавничий центр  
Вінницького національного аграрного університету  
21008, Вінниця, вул. Сонячна, 3