

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДНІПРОВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Божуха Л.М.,
Жульковський О.О.,
Жульковська І.І.

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ»
для здобувачів вищої освіти освітньо-професійної програми
другого (магістерського) рівня
із спеціальності 121 – «Інженерія програмного забезпечення»

Затверджено редакційно-видавничою
секцією науково-методичної ради ДДТУ
протокол № 7 від 20.09.2018р.

Кам'янське
2018

*Розповсюдження і тиражування без офіційного дозволу Дніпровського державного технічного університету **заборонено***

Конспект лекцій з дисципліни «Математичні методи прийняття рішень» для здобувачів вищої освіти освітньо-професійної програми другого (магістерського) рівня зі спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення» / Укл.: Л.М.Божуха, О.О.Жульковський, І.І.Жульковська. – Кам'янське: ДДТУ, 2018. – 149с.

Укладачі:

канд. фіз.-мат. наук, доцент
канд. техн. наук, доцент
канд. техн. наук, доцент

**Божуха Л.М.,
Жульковський О.О.,
Жульковська І.І.**

Рецензент:

завідувач кафедри прикладної математики
доктор технічних наук, професор

Самохвалов С.Є.

Відповідальний за випуск: зав. кафедри програмного забезпечення систем Шумейко О.О.

Затверджено на засіданні кафедри програмного забезпечення систем
(протокол №8 від 07 вересня 2018р.)

Коротка анотація видання. Містить основні теоретичні відомості про математичні методи прийняття рішень, що сприяє подальшому самостійному поглибленню знань та навичок студентів у застосування методів теорії прийняття рішень.

Змістовий модуль 1. Аналіз даних як складова частина прийняття рішень

Тема 1. Аналіз даних як складова частина прийняття рішень

Випадкова величина – це величина, значення якої залежить від випадку, тобто від елементарної події ω . Таким чином, випадкова величина – це функція, певна на просторі елементарних подій Ω . Приклади випадкових величин: кількість гербів, що випали при незалежному киданні двох монет; число, що випало на верхній грані грального кубика; число дефектних одиниць продукції серед перевірених.

Визначення випадкової величини X як функції від елементарної події ω , тобто функції $X: \Omega \rightarrow H$, що відображає простір елементарних подій Ω у деяку множину H , здавалося б, містить у собі протиріччя. Про що мова йде – про величину або про функції? Справа в тому, що спостерігається завжди лише т.зв. «реалізація випадкової величини», тобто її значення, що відповідає саме тому елементарному результату досвіду (елементарній події), що здійснилося в конкретній реальній ситуації. Тобто спостерігається саме «величина». А функція від елементарної події – це теоретичне поняття, основа імовірнісної моделі реального явища або процесу.

Відзначимо, що елементи H – це не обов'язково числа. Ними можуть бути й послідовності чисел (вектора), і функції, і математичні об'єкти іншої природи, зокрема, нечисловий (упорядкування й інші бінарні відносини, множини, нечіткі множини й ін.) [2]. Однак найбільше часто розглядаються імовірнісні моделі, у яких елементи H – числа, тобто $H = R^l$. У деяких випадках звичайно використовують терміни «випадковий вектор», «випадкова множина», «випадкове впорядкування», «випадковий елемент» й ін.

Розглянемо випадкову величину із числовими значеннями. Часто виявляється корисним зв'язати із цією функцією число – її «середнє значення» або, як говорять, «середню величину», «показник центральної тенденції». З ряду причин, деякі з яких будуть ясні з подальшого, у якості «середнього значення» звичайно використовують математичне очікування.

Визначення 3. Математичним очікуванням випадкової величини X називається число

$$M(X) = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega)P(\omega),$$

тобто математичне очікування випадкової величини – це зважена сума значень випадкової величини з вагами, рівними ймовірностям відповідних елементарних подій.

Приклад 6. Обчислимо математичне очікування числа, що випало на верхній грані грального кубика. Безпосередньо з визначення 3 треба, що

$$M(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5.$$

Твердження 2. Нехай випадкова величина X приймає значення $x_1, x_2, \dots, x_m$. Тоді справедлива рівність

$$M(X) = \sum_{1 \leq i \leq m} x_i P(X = x_i),$$

тобто математичне очікування випадкової величини – це зважена сума значень випадкової величини з вагами, рівними ймовірностям того, що випадкова величина приймає певні значення.

Поняття математичного очікування в ймовірнісно-статистичній теорії відповідає поняттю центра ваги в механіці. Помістимо в крапки $x_1, x_2, \dots, x_m$ на числовій осі маси $P(X=x_1), P(X=x_2), \dots, P(X=x_m)$ відповідно. Тоді рівність (5) показує, що центр ваги цієї системи матеріальних крапок збігається з математичним очікуванням, що показує природність визначення 3.

Твердження 3. Нехай X – випадкова величина, $M(X)$ – її математичне очікування, a – деяке число. Тоді 1) $M(a)=a$; 2) $M(X-M(X))=0$; 3) $M[(X-M(X))^2] = M[(X-M(X))^2] + (a-M(X))^2$.

Твердження 5. Нехай X і B – випадкові величини, певні на тому самому просторі елементарних подій, a й b – деякі числа. Тоді $M(a+b)=a(X)+b(Y)$.

Отримані результати постійно використовуються в техніко-економічному аналізі, при оцінці хазайновитой-господарчої-фінансово-господарської діяльності підприємства, при переході від однієї валюти до іншої в зовнішньоекономічних розрахунках, у технічній-нормативно-технічній документації й ін. Розглянуті результати дозволяють застосовувати ті самі розрахункові формули при різних параметрах масштабу й зрушення.

Незалежність випадкових величин – одне з базових понять теорії ймовірностей, що лежить в основі практичних всіх ймовірнісно-статистичних методів прийняття рішень.

Визначення 4. Випадкові величини X і B , певні на тому самому просторі елементарних подій, називаються незалежними, якщо для будь-яких чисел a й b незалежні події $\{X=a\}$ й $\{Y=b\}$.

Твердження 6. Якщо випадкові величини X і B незалежні, a й b – деякі числа, то випадкові величини $X+a$ й $Y+b$ також незалежні.

Дійсно, події $\{X+a=z\}$ й $\{Y+b=d\}$ збігаються з подіями $\{X=z-a\}$ й $\{Y=d-b\}$ відповідно, а тому незалежні.

Приклад. Випадкові величини, певні за результатами різних випробувань у схемі незалежних випробувань, самі незалежні. Це впливає з того, що події, за допомогою яких визначається незалежність випадкових величин, визначаються за результатами різних випробувань, а тому незалежні по визначенню незалежних випробувань.

У ймовірнісно-статистичних методах прийняття рішень постійно використовується наступний факт: якщо X і B – незалежні випадкові величини, $f(X)$ і $g(Y)$ – випадкові величини, отримані з X і B за допомогою деяких функцій f й g , те $f(X)$ і $g(Y)$ – також незалежні випадкові величини. Наприклад, якщо X і B незалежні, те X^2 й $2B+3$ незалежні, $\log$ й $\log Y$ незалежні. Доказ розглянутого факту – тема однієї з контрольних задач наприкінці глави.

Переважаюча більшість ймовірнісно-статистичних моделей, використовуваних на практиці, ґрунтується на понятті незалежних випадкових величин. Так, результати спостережень, вимірів, випробувань, аналізів, досвідів звичайно

моделюються незалежними випадковими величинами. Часто вважають, що спостереження проводяться відповідно до схеми незалежних випробувань. Наприклад, результати хазайновитої-господарчої-фінансово-господарської діяльності підприємств, вироблення робітників, результати (дані) вимірів контролюваного параметра у виробів, відібраних у вибірку при статистичному регулюванні технологічного процесу, відповіді споживачів при маркетинговому опитуванні й інші типи даних, використовуваних при прийнятті рішень, звичайно розглядаються як незалежні випадкові величини, вектора або елементи. Причина такої популярності поняття незалежності випадкових величин полягає в тому, що до теперішнього часу теорія просунута істотно далі для незалежних випадкових величин, чим для залежних.

Дисперсія випадкової величини. Математичне очікування показує, навколо якої крапки групуються значення випадкової величини. Необхідно також уміти виміряти мінливість випадкової величини щодо математичного очікування. Вище показано, що $M[(X-a)^2]$ досягає мінімуму по a при $a = M(X)$. Тому за показник мінливості випадкової величини природно взяти саме $M[(X-M(X))^2]$.

Визначення 5. Дисперсією випадкової величини X називається число $\sigma^2 = D(X) = M[(X - M(X))^2]$.

Установимо ряд властивостей дисперсії випадкової величини, постійно використовуваних у ймовірностно-статистичних методах прийняття рішень.

Твердження 8. Нехай X – випадкова величина, a й b – деякі числа, $Y = a + b$. Тоді $D(Y) = a^2 D(X)$.

Твердження 9. Якщо випадкові величини X і B незалежні, то дисперсія їхньої суми $X+Y$ дорівнює сумі дисперсій: $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$.

Твердження 10. Нехай $X_1, X_2, \dots, X_k$ – попарно незалежні випадкові величини (тобто X_i й X_j незалежні, якщо $i \neq j$). Нехай Y_k – їхня сума, $Y_k = X_1 + X_2 + \dots + X_k$. Тоді математичне очікування суми дорівнює сумі математичних очікувань що складають, $M(Y_k) = M(X_1) + M(X_2) + \dots + M(X_k)$, дисперсія суми дорівнює сумі дисперсій що складають, $D(Y_k) = D(X_1) + D(X_2) + \dots + D(X_k)$.

Співвідношення, сформульовані у твердженні 10, є основними при вивченні вибірових характеристик, оскільки результати спостережень або вимірів, включені у вибірку, звичайно розглядаються в математичній статистиці, теорії прийняття рішень й економетриці як реалізації незалежних випадкових величин.

Для будь-якого набору числових випадкових величин (не тільки незалежних) математичне очікування їхньої суми дорівнює сумі їхніх математичних очікувань. Це твердження є узагальненням твердження 5. Строгий доказ легко проводиться методом математичної індукції.

Випадкова величина $B = X_1 + X_2 + \dots + X_k$ називається біноміальною. Ясно, що $0 \leq B \leq k$ при всіх можливих ісходах досвідів. Щоб знайти розподіл B , тобто ймовірності $P(B = a)$ при $a = 0, 1, \dots, k$, досить знати p – ймовірність настання розглянутої події в кожному з досвідів. Дійсно, випадкова подія $B = a$ здійснюється тоді й тільки тоді, коли подія A настає рівно при a випробуваннях. Якщо відомі номери всіх цих випробувань (тобто номери в послідовності випробувань), то ймовірність одночасного здійснення в a досвідах події A і в $k-a$ дос-

відах протилежного йому – це ймовірність добутку k незалежних подій. Ймовірність добутку дорівнює добутку ймовірностей, тобто $p^a(1-p)^{k-a}$. Скількима способами можна задати номери a випробувань із k ? Це $\binom{k}{a}$ – число сполучень із k елементів по a , розглянуте в комбінаториці. Як відомо,

$$\binom{k}{a} = \frac{k!}{a!(k-a)!},$$

де символом $k!$ позначено добуток всіх натуральних чисел від 1 до k , тобто $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$ (додатково приймають, що $0! = 1$). Із сказаного випливає, що біноміальний розподіл, тобто розподіл біноміальної випадкової величини, має вигляд

$$P(B = a) = \binom{k}{a} p^a (1-p)^{k-a}.$$

Назва «біноміальний розподіл» засноване на тім, що $P(B = a)$ є членом з номером $(a+1)$ у розкладанні по біному Ньютона

$$(A+C)^k = \sum_{0 \leq j \leq k} \binom{k}{j} A^{k-j} C^j,$$

якщо покласти $A = 1-p$, $C = p$. Тоді при $j = a$ одержимо

$$\binom{k}{j} A^{k-j} C^j = P(B = a).$$

Для числа сполучень із k елементів по a , крім $\binom{k}{a}$, використовують позначення C_k^a .

Із твердження 10, що для випадкової величини B , що має біноміальний розподіл, математичний очікування й дисперсія виражаються формулами

$$M(B) = kp, \quad D(B) = kp(1-p),$$

оскільки B є сумою k незалежних випадкових величин з однаковими математичними очікуваннями й дисперсіями, знайденими в прикладі 9.

Вибірка та вибірові розподіли. Звернемося тепер до важливого статистичного методу – вибірки. Термін сукупність означає загальну групу людей або предметів, з яким пов'язано статистичне дослідження. Термін вибірка означає деяку групу, відібрану з сукупності. Ми будемо використовувати термін параметр, щоб позначити характеристику сукупності, і термін статистика, щоб позначити відповідну характеристику вибірки. Наприклад якщо ми будемо розглядати в якості сукупності членів Асоціації сертифікованих бухгалтерів Великобританії (ACCA), то середня зароблена плата дійсного члена ACCA буде параметром сукупності. Але якщо ми зробимо вибірку 100 членів те їх середня зароблена плата буде вибірковою статистикою. Метою статистичного дослідження може бути вимір параметра сукупності, наприклад такого як середній зріст професійного бухгалтера Великобританії або ж розміри прибутків робочих ручної праці в сталеливарній промисловості Франції. Або ж метою може бути перевірка довіри до тверджень відносно сукупності, наприклад, довіри до твердження, що насильство на телевізійному

екрані призводить до зростання насильства в суспільстві або до інших таких же суджень.

Використання даних отриманих по вибірках, неминує приводить нас в область статистичного виводу з огляду на те, що виникає необхідність отримати укладення відносно сукупності за даними вибірки. Що говорить нам вибіркова статистика відносно параметра сукупності або що дозволяє нам укласти випадковості вибірки відносно істинної характеристики сукупності? Як середній зріст, визначений по вибірці професійних бухгалтерів співвідноситься з середнім зростом усіх професійних бухгалтерів? Якщо у вибірці дорослих переважають бігаючі підтюпцем, чи можемо ми вважати біг підтюпцем поширеним явищем в усій сукупності? По вибірці, відібраній відповідним чином, можна оцінити параметри сукупності, можна використовувати вибіркові дані для випробування припущень відносно характеристик сукупності.

Статистичний вивід є великою і важливою областю статистики у якій розглядається уся інформація, що збирається по вибірці, для того, щоб зробити укладення відносно деяких характеристик сукупності.

Наприклад, аудитор може перевірити вибіркові дані про угоди компанії і, якщо відібрані документи задовольняють усім вимогам, він робить висновок, що документи про усі угоди компанії правильно оформлені. Аудитор використовує вибірку для свого укладення тому що вона дешевша, її можна швидше провести і, отже, вона більше реалістична, ніж перевірка усіх документів про угоди компанії.

Переваги використання вибірки, ніж сукупності, полягають в наступному.

1. Практичність. Сукупність може бути дуже великою, практично нескінченною. Отже, може бути фізично неможливо охопити спостереженням усю сукупність.

2. Виграш в часі. Якщо необхідно отримати дані швидко, то може бути недостатньо часу, щоб охопити усю сукупність. Наприклад, якщо ми займаємося перевіркою якості товарів масового виробництва, то не можна зволікати з перевіркою.

3. Витрати. Витрати на збір даних по усій сукупності можуть тат нестерпно високі. У вищенаведеному випадку перевірка кожного виробу масового виробництва (наприклад, кожного цвяха) буде невиправдано дорогою.

4. Помилки. Якщо дані збираються по великій сукупності, то умовою проведення спостереження стає включення в роботу великого числа людей, і ризик здійснення помилок багаторазово зростає.

5. Випробування, пов'язані зі знищенням. Спостереження може включати знищення випробовуваного зразка. У такому разі очевидно, що небажано мати справу з усією сукупністю. Наприклад, виробник вирішив зробити перевірку тривалості роботи певного типу батарей. Він проводить випробування декількох батарей, для того, щоб зробити висновок відносно усіх батарей.

Переваги використання сукупності в порівнянні з вибіркою полягають в наступному:

1. Малі сукупності. Якщо сукупність мала, так що будь-яка узятя з неї вибірка буде більше відносно об'єму сукупності те в цьому випадку витрати і точ-

ність даних при охопленні сукупності будуть прийнятніші, ніж при вибірці, для якої вони істотно не відрізнятимуться.

2. Точність. Якщо істотне те, що інформація, отримана в результаті спостережень, була б абсолютно точною те статистичний вивід з вибірових даних може бути ненадійним. Наприклад, для магазину необхідно точно знати, скільки грошей було окрім каси впродовж року. Для власника не має сенсу реєструвати виручку за дні, вибрані цього року. Проблема помилок залишається в цьому випадку, але ці помилки швидше будуть арифметичними, а не помилками статистичних оцінок.

Надзвичайно важливо, щоб одиниці вибірки відбиралися так, щоб вибірка була б репрезентативною і давала правильне уявлення про сукупність, наскільки це дозволяють наявні гроші і час. Помилково сформована вибірка дасть спотворене уявлення про сукупність. Є декілька методів проведення відбору. Ці методи можуть бути розділені на дві категорії - випадкова вибірка і не випадкова вибірка.

Статистичний вивід може бути застосований тільки у тому випадку, якщо вибірка спланована як випадкова. Випадковий відбір означає, що кожен член сукупності має рівний шанс потрапити у вибірку. Якщо сукупність містить групи одиниць з характеристиками, що відрізняються, які мають значення для дослідника, то тоді випадковий відбір повинен забезпечити показність у вибірці одиниць кожної з цих груп. Чим більше група, тим більше ймовірно що її члени будуть відібрані і, отже, будуть представлені у вибірці.

Таким чином розмір групи пов'язаний з вірогідністю того, що її члени потраплять у вибірку, тому випадковий відбір призводить до вибірки, яка представляє генеральну сукупність.

Перший крок в роботі випадкової вибірки з кінцевої сукупності полягає в тому щоб встановити підстави проведення вибірки. Це - список усіх членів сукупності. У ким може не вказуватися повна назва ("ім'я") перераховуваних одиниць, вони мають бути помічені так, щоб можна було їх ідентифікувати. Кожному членові сукупності може бути присвоєний номер, після чого може бути використаний який-небудь метод випадкового відбору номерів, потім відібрані номери ідентифікуються. Показність вибірки залежить від якості основи для формування вибірки. Важливо щоб підстави проведення вибірки мали наступних властивостей:

1. Повнота - в основу для проведення вибірки мають бути включені усі одиниці сукупності. Неповнота може привести до дефектів вибірки, особливо, якщо одиниці, які не потрапили у вибірку, належали до якої-небудь особливої групи одиниць сукупності.

2. Точність - інформація про кожну одиницю має бути точною і не дублювати одиниці.

Складання списку одиниць сукупності не слід плутати з переписом усіх одиниць. Мета основи для проведення вибірки полягає тільки в тому щоб забезпечити можливість ідентифікації одиниць. Необхідні дані потім будуть отримані тільки від відібраних одиниць. Випадкова вибірка може бути призведена вручну, наприклад, витягуванням куль з сумки або по таблиці випадкових

чисел. Іншим методом може бути використання комп'ютера, який генерує випадкові числа. Останні потім використовуються для формування вибірки, яка називається простою випадковою вибіркою.

Одна з цілей вибірки полягає в тому, щоб отримати оцінки різних параметрів, такі, як середня, стандартне відхилення або доля певних одиниць. Для оцінки невідомих значень цих параметрів використовуються вибіркові статистики. Нам треба знати як статистики можуть бути використані якнайкраще для оцінювання і яка надійність оцінок, отриманих таким чином.

Припустимо, що вибірка, знайдена як проста випадкова вибірка зроблена багато разів. Хоча кожного разу робиться випадковий відбір конкретне результати розрізняються. Велике значення мають імовірнісні розподіли вибіркових статистики, які ми використовуємо. Це розподілу когуд бути сконструйовані в принципі так, як було описано вище.

Ми зробили вибірку об'єму n одиниць з сукупності об'єму N . Для цієї вибірки ми визначимо значення статистики, що відповідає тому параметру, в оцінці якого ми зацікавлені.

Зробимо другу вибірку того ж розміру і визначимо ту ж статистику, що і раніше. Швидше за все чисельні значення статистики в двох вибірках будуть різними. Якщо ми потім зробимо третю і четверту вибірки того ж розміру, то отримаємо ще одні значення статистики. Проте якщо ми продовжуватимемо робити подальші вибірки те деякі значення статистики повторюватимуться. Продовжуючи робити усі можливі вибірки розміром n одиниць з нашої сукупності, в результаті ми зможемо побудувати частотний розподіл для отриманих значень статистики. Відповідний відносний частотний розподіл є імовірнісним розподілом статистики. Цей частотний розподіл вибіркової статистики називається вибірковим розподілом.

Наприклад, якщо ми зробимо усі можливі вибірки розміром $n = 5$ одиниць з сукупності 50 одиниць, то матимемо 2118760 різних вибірок. (Це обчислюється як число комбінацій, тому що нас не цікавить порядок, в якому робиться відбір).

Статистичні висновки: оцінювання та випробування гіпотез. Інформація, отримана по простій випадковій вибірці, зробленій з нормальної генеральної сукупності, використовується для висновку про середнє значення або долі початкової генеральної сукупності. Довірчий інтервал з вірогідністю 95% дозволяє нам бути на 95% упевненими, що параметр генеральної сукупності лежить в межах довірчого інтервалу, відповідно. У 5% випадків ми можемо помилятися, і параметр лежить поза інтервалом. $(1 - \alpha)$ 100% довірчі інтервали розраховуються по наступній формулі (використовуваний стандартне z і t - вибіркові розподіли, приведені в таблицях) :

1. Довірчий інтервал для генеральної середньої при відомому середньоквадратичному відхиленні:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

2. Довірчий інтервал для генеральної середньої відомому середньоквадратичному відхиленню:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \frac{s}{\sqrt{(n-1)}} \quad \text{или} \quad \bar{x} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

Відповідно до центральної граничної теореми ця формула також застосовна у разі ненормальної генеральної сукупності при об'ємі вибірки $n \geq 30$.

3. Довірчий інтервал для генеральної долі p , коли $np \geq 5$ і $n(1-p) \geq 5$:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

На основі цих формул може бути розрахований об'єм вибірки n , потрібний для побудови довірчого інтервалу певної ширини; також може бути знайдений рівень значущості. Рішення цих завдань припускає, що середньоквадратичному відхиленню відоме або ми можемо оцінити її за допомогою s або p з первинної вибірки.

Відповідно до правил фасувальна машина має бути встановлена так, щоб при розфасовці кожен пакет в середньому мав певну вагу. Виробник розуміє, що з моменту установки машини середня наповнюваність пакету навряд чи залишиться постійною - цілком вірогідні зміни у вазі розфасовок. Відхилення від норми зростатимуть у міру зносу машини. Для збереження контролю над процесом розфасовки може бути узятя вибірка сукупності фасовки і визначена середня наповнюваність. Одним з напрямів аналізу є використання вибірковою середньою для побудови довірчого інтервалу для генеральної середньої наповнюваності.

Можна також використовувати випробування гіпотез для оцінки того, чи задовольняє виробника робота машини. В цьому випадку виробник дотримується думки або гіпотези про середню достатню кількість. Тоді він використовує середню вибірки як основа для підтвердження або не підтвердження його думки. На підставі вибірки виробник вирішує, наскільки ця думка або гіпотеза вірна.

Для оцінки доказів вибірки ми повинні формулювати наші гіпотези так, щоб можна було використовувати відомий імовірнісний розподіл. Така початкова гіпотеза називається нульовою гіпотезою і позначається H_0 . Нульова гіпотеза завжди формулюється для затвердження того, що вибірка статистика узгоджується з прийнятим параметром генеральної сукупності. Сформулювавши нульову гіпотезу, ми досліджуємо вибірку для того, щоб побачити, чи узгоджується вона з цією гіпотезою. Помітимо що для забезпечення як можна більшої об'єктивності важливо, щоб гіпотеза формулювалася до того, як збираються дані. Увесь спектр можливих результатів, зазвичай підрозділяється на три категорії:

- 1) доказ узгоджується з нульовою гіпотезою;
- 2) доказ не узгоджується з нульовою гіпотезою;
- 3) доказ є непереконливим, тому вимагається більше даних для ухвалення рішення.

Якщо результат відповідає категорії 1, то рішенням буде прийняття нульової гіпотези як найбільш вірною. Передбачається, що відмінність між вели-

чиною вибіркової статистики і параметром генеральної сукупності пояснюється випадковою варіацією властивою вибіркового дослідженню. Якщо результат відповідає категорії 2, то рішенням буде відхилення нульової гіпотези, як, ймовірно, невірною. Передбачається що відмінність між вибірковою статистикою і параметром генеральної сукупності ке пояснюється випадковою вибірковою варіацією. В цьому випадку прийнято застосовувати альтернативну гіпотезу. Випробування гіпотез не включає доказ узгодження вибірки з альтеративной гіпотезою. При застосуванні альтернативної гіпотези, ми можемо припустити, оскільки нульова гіпотеза виявилася неприйнятною що взамін нульової гіпотези слід використовувати альтернативну гіпотезу. Ми не приводимо який-небудь статистичний доказ правильності нашого припущення.

Альтернативна гіпотеза зазвичай позначається H_1 , як і H_0 , вона повинна тат сформульована самому початку дослідження.

Наприклад, машина виготовляє металеві диски. Вона встановлена так, що середній діаметр дисків дорівнює 2,0 см Вибірка з партії дисків показала середній діаметр, рівний 2,3 см Питання полягає в тому, чи правильно все ще налагоджена машина?

Нульова гіпотеза припускає, що машина налагоджена все ще правильно і вибірка середня узгоджується з вибіркою узятою з нормальної генеральної сукупності з середнім значенням, рівним 2,0 см Якщо при випробуванні гіпотези ми виявляємо, що ці вибірки не узгоджуються з нульовою гіпотезою, то тоді ми повинні вирішити, яке приймемо альтернативне укладення. Альтернативною гіпотезою може бути просто припущення, що середнє значення генеральної сукупності не дорівнює 2,0 см, а також альтернативною гіпотезою може бути припущення, що генеральна середня більше, ніж 2,0 см. Альтернативна гіпотеза визначає точні умови випробування нульової гіпотези.

Якщо результат відноситься до категорії 3, то ніяке рішення не може тат прийнято до тих пір, поки не буде отримано більше за даних, і випробування гіпотези буде наведено знову. Проте слід зазначити що розмежування цих трьох категорій проводиться на суб'єктивній основі особою, що приймає рішення. Який би результат не був отриманий, ми ніколи не можемо ясно (на 100%) довести або спростувати нульову гіпотезу. Усе, що ми можемо зробити, це або визнати те що нульова гіпотеза майже напевно вірна, або, що правильність нульової гіпотези маловірогідна.

В принципі ми можемо випробовувати значущість будь-якої статистики, що має будь-який ймовірнісний розподіл. Проте зазвичай ми стикаємося з декількома стандартними випадками. Вибіркова статистика - середня, доля і дисперсія підкоряються або нормальному, або t F або χ^2 -розподілом.

1. Перевірка на основі нормального розподілу. Цей критерій використовується для випробування середнього значення вибірки ($\bar{x}$) по відношенню до середнього значення генеральної сукупності. Такий критерій застосовується при будь-якій величині вибіркової сукупності (n), коли дисперсія генеральної сукупності (сигма квадрат) відома. Крім того, якщо ми хочемо тестувати вибірковою долю p , то можна використовувати нормальний розподіл якщо величина

вибірки велика, $np > 5$ і $n(1-p) > 5$, оскільки в цьому випадку нормальний розподіл дає хороше наближення до біномного розподілу.

2. t - критерій. Використовується для випробування гіпотези про середнє значення при

будь-якій величині вибіркової сукупності при невідомій генеральній дисперсії. Для великих вибірок t - розподіл наближається до нормального розподілу.

3. F - критерій. Використовується для порівняння генеральних дисперсій. Розмір вибірки може бути будь-яким за умови, що вибірка узята з нормальної генеральної сукупності.

4. Критерій χ^2 -квадрат. Це непараметричний критерій, тобто значення вибіркової статистики не потрібно. Цей Критерій заснований на частоті появ значень випадкових змінних. Може бути використаний для випробування гіпотези про зв'язок між характеристиками або про згоду спостережуваного частотного розподілу з деяким стандартним розподілом.

Статистичний контроль якості. Якість - найбільш важлива характеристика будь-якого бізнесу, яка має бути в центрі уваги усіх працівників безвідносно до їх службового стану. Контроль якості - найбільш важливий елемент досягнення якості і може розглядатися на двох рівнях. На нижчому рівні для управління якістю в цілях зменшення числа бракованих виробів використовуються статистичні методи. На більш високому рівні якість можна розглядати як стиль роботи усієї компанії по відношенню до постачальників вироблюваній продукції і до замовників. Одна з основних тез лідерів руху за якість полягає в тому, що застосування статистичних методів на початковому рівні має дуже невеликий ефект, якщо не підкріплюється відповідним стилем роботи організації в цілому. Якість повинна стати невід'ємною частиною будь-якої організації.

Тому абсолютно необхідно зрозуміти, що статистичні методи контролю якості повинні застосовуватися за наявності відповідних загальних умов. Ці умови були описані на початку 50-х років доктором У. Е. Демингом одним з перших фахівців в області контролю якості. Пан Деминг стверджував, що замовники можуть отримати більше, ніж просто задоволення від постачання продукції; вони повинні отримати таке задоволення від неї, що питання про наступне замовлення у них просто не викликати сумнівів. Для того, щоб цього досягти компанія повинна запропонувати замовникові товари найвищої якості за розумною ціною. Пан Деминг підкреслював, що вказані цілі не є несумісними. Поліпшення якості зовсім не означає збільшення ціни товару. Насправді поліпшення якості призводить до зниження витрат, оскільки число товарів, які доведеться віднести до браку або піддати переробці, помітно знижується. Крім того, зважаючи на підвищення продуктивності зменшується число збоїв у виробничому процесі.

Для підвищення якості продукції необхідно знати, які вимоги замовника. Отже, складовою частиною циклу якості повинні стати обстеження споживачів.

При розробці способів підвищення якості продукції важливо щоб адміністрація підприємства брала до уваги, що велику частину проблем можна вирішити, змінивши систему управління в цілому. І тільки рішення невеликого чис-

ла проблем залежить від зусиль окремих робітників або від устаткування - на завданні загальних умов для виробництва високоякісної продукції не одноразово підкреслювалася провідними експертами в області контролю якості.

- поліпшення якості продукції
- зниження витрат
- підвищення продуктивності
- збільшення об'ємів продажів за допомогою реалізації
- продукції вищої якості за нижчими цінами
- розширення бізнесу і збільшення числа робочих місць

Статистичні методи сприяють досягненню компанією цілей підвищення якості, проте за відсутності загального настрою і відповідної системи управління ці методи виявляються неефективними.

Можна зупинитися на двох основних аспектах проблеми контролю якості : способи визначення міри відповідності деякого технологічного процесу специфікації якості (іншими словами, які можливості контролю технологічного процесу); методи управління технологічним процесом, які дозволять зберегти досягнутий рівень якості і контролювати сам процес.

Тимчасові ряди та прогнозування. Значення деякої змінної (наприклад, об'єми продажів) змінюються в часі під впливом цілого ряду чинників. Якщо, приміром, деяка компанія пропонує на ринку новий вид продукції, то з часом об'єми продажів цієї продукції зростають. Загальна зміна значень змінної в часі називається трендом і позначається через T . В прикладах, які будуть розглянуті нижче, тренд є лінійним. Це означає, що модель тренду легко побудувати, використовуючи для розрахунку пар) прямої якнайкраще апроксимуючий цей тренд, метод регресії. Потім ця модель може використовуватися для прогнозування майбутніх значень тренду. Насправді тренд в чистому вигляді або не існує, наприклад при коливанні значень попиту навколо деякої фіксованої величини, або у більшості випадків він є нелінійним.

Метод ковзаючого середнього, викладений нижче, можна використовувати для виділення з моделі, що містить сезонну компоненту. Цей метод дозволяє вирівнювати тренд фактичних значень через згладжування сезонних коливань. Проте тренди отримані з використанням методу ковзаючого середнього, як правило, не використовуються для прогнозування майбутніх значень, оскільки процес їх отримання припускає високий рівень невизначеності. У більшості випадків значення змінних характеризують не лише тренд. Часто вони схильні до циклічних коливань. Якщо ці коливання повторяються впродовж невеликого проміжку часу, то вони називаються сезонною варіацією. Коливання що повторюються в проміжку тривалішого проміжку часу, називаються циклічною варіацією. Моделі, що містять сезонну компоненту засновані на традиційному понятті сезону, проте у більше за широкому сенсі термін "сезон" в прогнозуванні застосований до будь-яких систематичних коливань.

Наприклад, при вивченні товарообігу протягом тижня під терміном "сезон" мається на увазі 1 день. При дослідженні транспортних потоків дня або протягом тижня також може використовуватися модель з сезонною компонентою. Будь-які коливання відносно тренду побудовані по річних значеннях де-

Таблиця 2.1. Дискретні випадкові величини

Експеримент со случайным исходом	Случайная величина	Значение случайной величины
(а) Бросание монеты 2 раза и регистрация числа выпавших «решек»	Число «решек»	0, 1, 2
(б) Бросание игральной кости один раз и регистрация результата со случайным исходом	Выпавшее число	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
(в) Отбор 5 образцов из партии товаров и регистрация числа бракованных образцов	Число бракованных образцов	0, 1, 2, 3, 4, 5
(г) Регистрация числа дорожных происшествий на определенном участке дороги в течение недели	Число дорожных происшествий за неделю	0, 1, 2, 3, ...
(д) Регистрация спроса на машины	Число заказов на машины в течение дня	0, 1, 2, 3, ...
(е) Количество проданных за день тортов, (если их всего изготавливается пять)	Количество проданных тортов	0, 1, 2, 3, 4, 5

якого показника, можна описати у вигляді моделі з циклічною компонентою. Не розглядатимемо приклади з циклічним чинником. Цей чинник можна виявити тільки за даними за тривалі проміжки часу в 10, 15 або 20 років проте в даному випадку коливання значень тренду можуть бути викликані дією загально-економічних чинників.

Наявність подібних циклічних чинників можна легко виявити в даних за 1960-75гг. У цей період було розроблено безліч методів прогнозування проте згодом тенденції загально-економічного розвитку зазнали значні зміни. Зупинимося детальніше на моделюванні коротших проміжків часу і не враховуватимемо дію циклічної компоненти.

Остання передумова нашої моделі також виходить з методу лінійної регресії. Вона пов'язана зі значенням помилки, або залишку, тобто тій частині значення спостереження, яку не можна пояснити за допомогою побудованої моделі. Величину помилок можна використовувати в качестве заходи міри відповідності моделі початковим даним. Зазвичай застосовують два види таких заходів. Це середнє абсолютне відхилення

$$MAD = \frac{\sum | \text{Фактические значения} - \text{Прогнозные значения} |}{n} = \frac{\sum |E_t|}{n},$$

$$MSE = \frac{\sum (E_t)^2}{n},$$

и середньоквадратична похибка

яка є відношенням суми квадратів помилок до загального числа спостережень. Остання з вказаних заходів різко зростає за наявності високих помилок.

В процесі аналізу тимчасового ряду ми намагаємося визначити усі наявні чинники і побудувати модель яка відповідним чином відбивала б їх.

Ймовірнісні розподіли дискретної випадкової величини. Якщо значення результатів експерименту цілочисельні, то вони є дискретними величинами. Позначимо випадкову величину R , а її значення - r , звідси з таблиці (е) кількість проданих за день тортів : $r = 0$ або 1 або 2 або 3 або 4 або 5.

Розглянемо приклад з перевіркою 10 накладних. Існує 1 результатів експерименту

Число правильних накладних є дискретною випадковою величиною. Коли ми збираємося зробити експеримент, заздалегідь невідомо, який результат з одинадцяти можливих матиме місце, проте можна прорахувати вірогідність

Таблиця 2.2. Число правильних накладних

Номер исхода	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Число правильных накладных	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число неправильных накладных	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

кожного з них.

Якщо прийняти за R експеримент, що складається з дискретних випадкових величин, то набір ймовірностей, що відповідає кожному з результатів експерименту, буде називається ймовірнісним розподілом цього R. Вірогідність того що дискретна випадкова величина набуде якогось значення r , позначається так: $P(R = r)$.

а) Експеримент: двічі кидаємо монету і реєструємо число "решок".

Можливі результати: {OO, PO, OP, PP}.

Значення дискретної випадкової величини: $r = 0, 1, 2$.

Вірогідність: $P(R = r) = \{1/4, 2/4, 1/4\}$.

б) Експеримент: гральна кістка кинута один раз, реєструємо випавши окуляри.

Можливі результати: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Значення дискретної випадкової величини: $r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Вірогідність: $P(R = r) = \{1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6, 1/6\}$.

в) Експеримент: експерт по інвестиціях наступним чином оцінює вірогідність здобування прибули на інвестиції:

Можливі результати (тис. ф. ст.): 1, 2, 3, 4, 5.

Значення дискретної випадкової величини: $r = 1, 2, 3, 4, 5$.

Вірогідність: $P(R = r) = \{0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0,0\}$.

У наведених вище прикладах ймовірнісні розподіли були представлені списком вірогідностей, що незручно при великих експериментах. Оскільки існує зв'язок між складаючими ймовірнісного розподілу, то її можна виразити математичною функцією: -

У прикладі 2.1 (а): $P(R = r) = \left(\frac{1}{4}\right)^r$, $r = 0, 1, 2$;

У прикладі 2.1 (б): $P(R = r) = \frac{1}{6}$, $r = 1, 2, \dots, 6$;

У прикладі 2.1 (в): $P(R = r) = 0,1$ (5-г) $r = 1, 2, \dots, 5$.

У злучав необхідності кожен елемент розподілу може бути вчислений по цих формулам. Кожного разу, коли це можливо, розподіл вірогідності дискретної випадкової величини виражається математичною функцією $f(r)$, де $P(R = r) = f(r)$.

Приклад 2. Розподіл дискретної випадкової величини може так представлено у вигляді лінійного графіку.

а) Для прикладу 1 а), в якому двічі кидається монета, ймовірнісний розподіл може бути проілюстровано на малюнку.

Кількість автомобілів, проданих протягом одного дня (дані за місяць)

Колличество проданных за день автомобилей	Колличество дней	Расчет	
r	f	fr	fr^2
0	5	0	0
1	4	4	4
2	8	16	32
3	4	12	36
4	6	24	96
5	3	15	75
Всего	30	71	243

Середня кількість машин, проданих в день:

$$\bar{r} = \frac{\sum fr}{\sum f} = \frac{(5 \times 0) + (4 \times 1) + (8 \times 2) + (4 \times 3) + (6 \times 4) + (3 \times 5)}{5 + 4 + 8 + 4 + 6 + 3}$$

$$\bar{r} = \frac{71}{30} = 2,37$$

машин в день.

Вірогідність - це відносна частота появи кожного значення дискретної випадкової величини. Середнє значення і стандартне відхилення можна знайти за допомогою ймовірнісного розподілу і за допомогою частотного розподілу. В цьому випадку використовується відносна частота (вірогідність), яка замінює частоту. Для ймовірнісного розподілу

$$\text{Среднее значение} = \frac{\sum r P(r)}{\sum P(r)} = \frac{(0 \times 5/30) + (1 \times 4/30) + (2 \times 8/30) + (3 \times 4/30) + (4 \times 6/30) + (5 \times 3/30)}{1} = 2,37$$

машин в день.

$$\text{Дисперсия} = \frac{\sum r^2 P(r)}{\sum P(r)} - \left(\frac{\sum r P(r)}{\sum P(r)} \right)^2 = \frac{243/30}{1} - 2,37^2 = 2,50$$

Середнє значення, засноване на ймовірнісному розподілі, називається звичай математичним очікуванням (за умови багатократного проведення експерименту). Математичне очікування дискретної випадкової величини позначається $E(r)$

Біноміальний розподіл.

Біномний розподіл можна проілюструвати наступним прикладом. Гральна кістка кинута чотири рази. Нас цікавлять результати з "шестіркою", отже, "успіх", якщо випало "шість", інакше - "невдача". Вірогідність першого - 1/6, другого - 5/6.

Для ілюстрації вірогідності інших результатів скористаємося схемою:

$$P(0 \text{ "шестерок" при четырех бросках}) = \left(\frac{1}{6}\right)^0 \times \left(\frac{5}{6}\right)^4 \times 1 = \frac{625}{1296}$$

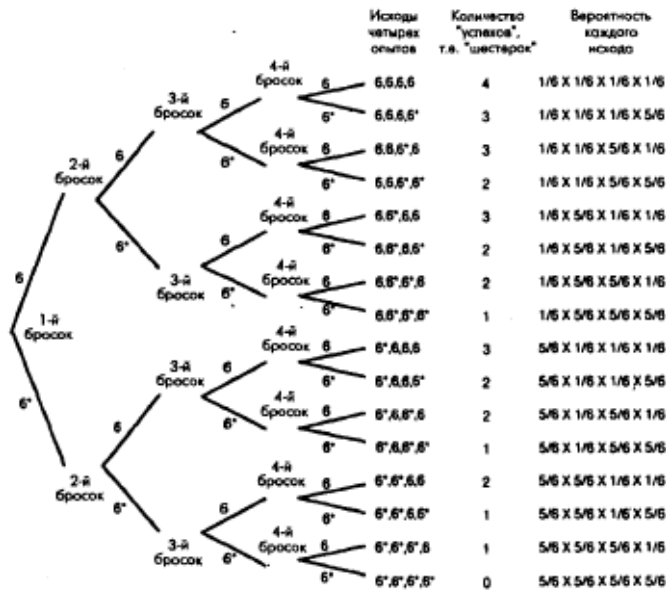
$$P(1 \text{ "шестерка" при четырех бросках}) = \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times 4 = \frac{500}{1296}$$

$$P(2 \text{ "шестерки" при четырех бросках}) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times 6 = \frac{150}{1296}$$

$$P(3 \text{ "шестерки" при четырех бросках}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^1 \times 4 = \frac{20}{1296}$$

$$P(4 \text{ "шестерки" при четырех бросках}) = \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{1}{1296}$$

$$\text{Полная вероятность} = \frac{1296}{1296} = 1.$$



Звідси можна вивести формулу, що описує вірогідність появи "шестірки" при чотирьох кидках:

Важливі характеристики цього біномного експерименту :

1. Усі чотири досліди абсолютно ідентичні.
2. Результати досвіду один від одного не залежать.
3. Для кожного досвіду можливі два результати: 6 і не 6 - "успіх" і "невдача".

4. Для кожного досвіду вірогідність "успіху" однакова - $1/6$.

Ці характеристики є необхідною умовою біномного розподілу.

У будь-якому експерименті, де для n ідентичних, незалежних дослідів з двома можливими результатами ("успіх" і "невдача") вірогідність "успіху" одна і та ж, вірогідність g "успіхів" в дослідіх рівна:

P (вірогідність g "успіхів") $\times$ (вірогідність $(1-g)$ "невдач") $\times$ (число способів якими це може бути зроблено)

$$P(r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r q^{n-r} \quad r = 0, 1, 2, \dots, n,$$

де p - вірогідність "успіху" в черговому досвіді;

q - вірогідність "невдачі" $p + q = 1$.

Розподіл Пуассона. Наприклад, реєструється кількість дорожніх подій за тиждень на певній ділянці дороги. Це число є випадковою величиною, яка може приймати значення : 0, 1, 2, 3, ... (верхньої межі немає). Число дорожніх подій може бути яким завгодно великим. Якщо розглянути який-небудь короткий часовий проміжок протягом тижня, скажемо хвилину, то подія або станеться на його протязі, або немає. Вірогідність дорожньої події впродовж окремо взятої хвилини дуже мала, і приблизно така ж вона для усіх хвилин.

Розподіл вірогідності числа подій описується формулою:

$$P(r \text{ проишествий в неделю}) = \frac{m^r e^{-m}}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

де m - середня кількість подій за тиждень на певній ділянці дороги;

e - константа, рівна 2,718...

Характерні особливості даних, для яких якнайкраще підходить розподілення Пуассона, наступні:

1. Кожен малий інтервал часу може рассматриваться як досвід, результатом якого є одно з двох : або проишествие ("успіх"), або його відсутність ("невдача"). Інтервали такі малі, що може бути тільки один "успіх" в одному інтервалі вірогідності котрого мала і незмінна.

2. Число "успіхів" в одному великому інтервалі не залежить від їх числа в іншому, тобто "успіхи" безладно розкидані по часових проміжках.

3. Середнє число "успіхів" постійне протягом всього часу.

Загальна формула розподілу ймовірностей Пуассона :

$$P(r \text{ "успехов" на заданном интервале}) = \frac{m^r e^{-m}}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

де m - середнє число "успіхів" на одиницю.

Розподіл неперервної випадкової величини. У попередніх параграфах цієї глави ми розглянули імовірнісний розподіл дискретної випадкової величини. Інші розділи присвячені рівномірному і нормальному розподілу безперервних випадкових величин. Якщо в ході експерименту усі значення випадкової величини виявляються на певній замкнутій ділянці і можуть приймати в ній будь-які значення, то означає ми маємо справу з безперервною випадковою величиною. Безперервна випадкова величина має специфіку в розподілі вірогідності.

Наприклад, якщо виміряти об'єми вироблюваних заводом пластмасових пляшок для соку, які мають дорівнювати 200 мл, то отримані цифри виявляться на якомусь певному інтервалі, допустимо від 190 до 210 мл. В даному випадку безперервна випадкова величина матиме необмежену безліч значень в цих межах. Отримаємо функцію розподілу вірогідності для безперервної випадкової величини. Припустимо, ми маємо безперервну випадкову величину X , яка набуває значення x в інтервалі X_1 і X_2 , для якого функція вірогідності є безперервною те функція розподілу безперервної випадкової величини рівна $f(x)$, $X_j < x < X_2$.

Графік функції розподілу безперервної випадкової величини є крива, на відміну від лінійної діаграми для розподілу дискретної випадкової величини.

Прогнозування за адитивною моделлю. Прогнозування за моделлю з мультипликативною компонентою.

Часовий ряд – це сукупність значень будь-якого показника за декілька послідовних моментів (періодів) часу. Кожен рівень часового ряду формується під впливом великої кількості факторів, які умовно можна поділити на 3 групи: 1) фактори, що формують тенденцію ряду; 2) фактори, що формують циклічні коливання ряду; 3) випадкові фактори. При різних сполученнях цих факторів залежність рівнів ряду від часу може приймати різні форми. По-перше,

більшість часових рядів економічних показників мають тенденцію, що характеризує сукупну довгочасну дію множини факторів на динаміку показника, що вивчається. Швидше за все, ці фактори, взяті окремо, можуть спричиняти різноспрямовану дію на показник, що досліджується. Однак у сукупності вони формують його зростаючу та спадну тенденцію. На рис., а показано компоненту гіпотетичного часового ряду, що містить зростаючу тенденцію. По-друге, для показника, що вивчається, можуть бути характерні циклічні коливання. Ці коливання можуть носити сезонний характер, оскільки економічна діяльність ряду галузей залежить від часу року (ціни на сільськогосподарську продукцію, ціни на відпочинок на курорті). При наявності великих масивів даних за тривалі проміжки часу можна виявити циклічні коливання, пов'язані із загальною динамікою кон'юнктури ринку, а також з фазою бізнес-циклу, в якій знаходиться економіка країни (рис., б – містить тільки сезонну компоненту). Деякі часові ряди не містять тенденції та циклічну компоненту, а кожен наступний їх рівень утворюється як сума середнього рівня ряду і деякої (додатної або від'ємної) випадкової компоненти. Приклад ряду, що містить тільки випадкову компоненту, наведений на рис., в. Очевидно, що реальні дані не відповідають повністю жодній з описаних вище моделей. Частіше за все, вони містять усі три компоненти. Кожен їх рівень формується під впливом тенденції, сезонних коливань і випадкової компоненти. У більшості випадків фактичний рівень часового ряду можна представити як суму або добуток Трендової, циклічної та випадкової компонент. Модель, у якій часовий ряд представлений як сума перерахованих компонент, називається адитивною моделлю часового ряду. Модель, в якій часовий ряд представлений як добуток перерахованих компонент, називається мультиплікативною моделлю.

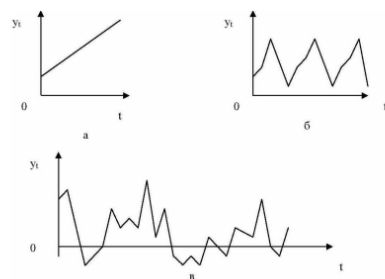


Рис. 5.1. Основні компоненти тимчасового ряду:
а – зростаюча тенденція; б – сезонна компонента; в – випадкова компонента

Основні компоненти тимчасового ряду: а – зростаюча тенденція; б – сезонна компонента; в – випадкова компонента. Модель, у якій часовий ряд представлений як сума перерахованих компонент, називається адитивною моделлю часового ряду. Модель, у якій часовий ряд представлений як добуток перерахованих компонент, називається мультиплікативною моделлю. Основна задача економетричного дослідження окремого часового ряду – виявлення і

надання кількісного вираження кожній з перерахованих вище компонент, з тим, щоб використовувати отриману інформацію для прогнозування майбутніх значень ряду або при побудові моделей взаємозв'язку двох або більше часових рядів.

Тема 2. Методологічні основи процесів прийняття рішень

Спочатку розберемо трохи спрощений приклад задачі прийняття рішень при керуванні організацією, а потім введемо основні поняття теорії прийняття рішень.

Приклад задачі прийняття рішення. Рада директорів фірми "Російські автомобілі" повинна прийняти важливе рішення. Який зразок запускати в серію - маленького верткого "Nissan" або представницького "Lada"? Відрізняються ці типи автомобілів насамперед витратою бензину на 100 км пробігу - "Lada" більше, важче, а тому й бензину йому треба більше, ніж "Алеше". Зате "Lada" набагато солідніше й у нього можна більше вмістити. При дешевому бензині споживачі зволіють "Lada", при дорогому - "Nissan". Майбутня ціна бензину невідома, це - фактор ризику для фірми "Російські автомобілі".

Отже, кожний із двох варіантів рішення має плюси й мінуси. Для ухвалення рішення явно не вистачає наступної кількісної інформації:

- наскільки ймовірна до моменту виходу продукції на ринок низька ціна бензину й наскільки - висока;

- які будуть фінансові результати роботи фірми при різних варіантах сполучення ціни бензину й типу автомобіля, що випускає, (а таких сполучень чотири: низькі ціни бензину - автомобіль "Nissan", низька ціна бензину - автомобіль "Lada", висока ціна бензину - автомобіль "Nissan", висока ціна бензину - автомобіль "Lada")

Таблиця 1. Прибуток фірми "Російські автомобілі" при випуску автомобілів двох типів (млн. руб.)

Ціна бензину	Тип "Nissan"	Тип "Lada"
Низька (60 %)	750	1000
Висока (40 %)	500	200

На ці питання генеральний директор фірми заздалегідь доручив відповіді відповідним фахівцям. Перед початком засідання члени Ради директорів одержують потрібні для ухвалення рішення кількісні дані, зведені в табл.1.

На засіданні Ради директорів почалася дискусія.

- Думаю, треба одержати максимум у найгіршому випадку, - сказав обережний Воробйов. - А гірше всього буде при високій ціні бензину, прибуток фірми в порівнянні з випадком низькою його ціни зменшується при будь-якому нашому рішенні. Випускаючи "Nissan", заробимо 500 мільйонів, а "Lada" - 200 мільйонів. Виходить, треба випускати "Nissan" - і як мінімум 500 мільйонів нам забезпечені.

- Не можна бути таким песимістом, - заявив гарячий Лебедєв. - Швидше за все, ціна бензину буде низькою (за це - 60 шансів з 100), а високою - лише як виключення. Треба бути оптимістами - виходити з того, що все піде, як ми хочемо, ціна бензину буде низькою. Тоді, випускаючи "Lada", одержимо мільярд у бюджет фірми.

- На мій погляд, і песиміст Воробйов, і оптиміст Лебедєв обговорюють крайні випадки - саму гіршу ситуацію й найкращу. А треба підходити системно, обговорити ситуацію з усіх боків, урахувати обидві можливості, - почав свій виступ докладний Чибисов, що колись вивчав теорію ймовірностей. - Розглянемо спочатку перший варіант - випуск "Nissan". Ми одержимо 750 мільйонів в 60% випадків (при низькій ціні бензину) і 500 мільйонів в 40% випадків (при високій його ціні), виходить, у середньому $750 \times 0,6 + 500 \times 0,4 = 450 + 200 = 650$ мільйонів. А для варіанта "Nissan" аналогічний розрахунок дає $1000 \times 0,6 + 200 \times 0,4 = 600 + 80 = 680$ мільйонів, тобто більше. Значить треба випускати "Lada".

- Попередній оратор міркує так, нібито ми будемо вибирати тип автомобіля на кожному засіданні Ради директорів, та й всі дані в табл.1 років сто не зміняться, - вступив у дискусію економіст Куликов. - Але нам має бути прийняти рішення тільки один раз, і зробити це треба так, щоб потім не жалітися про впущені можливості. Якщо ми вирішимо випускати "Lada", а до моменту виходу на ринок ціна бензину виявиться високою, то одержимо 200 мільйонів замість 500 мільйонів при рішенні, що відповідає майбутній ціні бензину. Виходить, упущена вигода складе $500 - 200 = 300$ мільйонів. При випуску "Nissan" у випадку низької ціни бензину упущена вигода складе $1000 - 750 = 250$ мільйонів, тобто буде менше. Виходить, треба випускати "Nissan".

- Підведемо підсумки, - сказав головуючий Медведєв. - Виступили четверо, кожен привів переконливі доводи на користь того або іншого рішення, кожен виходив з тієї або іншої теоретичної концепції. При цьому за випуск "Nissan" виступили Воробйов і Куликов, а за випуск "Nissan" - Лебедєв і Чибисов. Будемо голосувати.

Результати голосування - 15 членів Ради директорів за випуск "Nissan", 8 (в основному більше обережні представники старшого покоління) - за випуск "Nissan". Більшістю голосів рішення прийняте - фірми "Російські автомобілі" буде випускати "Lada" (див. також із приводу розглянутого приклада главу 8 книги [1]).

Експертні оцінки - один з методів прийняття рішень. Які висновки може витягти менеджер з ходу засідання Ради директорів фірми "Російські автомобілі"? Критерії ухвалення рішення, висунуті чотирма що виступали, суперечили один одному, два з них приводили до висновку про вигідність випуску автомобіля "Nissan", а два - "Lada". І Рада директорів вирішив питання голосуванням. При цьому кожен, що голосували, інтуїтивно оцінював переваги й недоліки варіантів. Тобто виступав як експерт, а вся Рада в цілому - як експертна комісія. По-англійському expert - це фахівець, у російській мові ці два слова мають трохи різний зміст: під експертом звичайно розуміють досить досвідченого висо-

кокваліфікованого фахівця, що вміє використати свою інтуїцію для прийняття рішень.

Голосування - один з методів експертних оцінок. Голосування - один з методів ухвалення рішення комісією експертів. Організація голосування, зокрема, на зборах акціонерів, має свої підводні камені. Багато чого залежить від регламенту (тобто правил проведення) голосування. Наприклад, традиційним є прийняття рішень по більшості голосів: приймається те із двох конкуруючих рішень, за яке подані принаймні 50% голосів і ще один голос. А от від якого числа відраховувати 50% - від присутніх або від облікового складу? Кожний з варіантів має свої переваги й недоліки.

Якщо від присутніх - то одне із двох рішень буде майже напевно прийняте (виключення - коли голосу розділяться точно нарівно). Однак ті, хто не був на зборах, можуть бути незадоволені. Якщо виходити з облікового складу, то виникає проблема якби на засідання. При слабкій явці рішення присутніми повинні прийматися майже одногосно, отже, у ряді випадків жодне з конкуруючих рішень не буде прийнято. А якщо прийде менше 50% від затвердженого облікового складу, то прийняття рішень стане взагалі неможливим. Перераховані складності збільшуються, якщо регламентом передбачена кваліфікована більшість - $2/3$ і ще один голосів.

Ще одна проблема - як бути з тими, хто утримався? Чи зараховувати їх до тих, хто голосував "за" або до , хто голосував "проти"? Розглянемо умовний приклад - результат голосування по трьох кандидатурах у Раду директорів (табл.2). Найбільш активним і результативним менеджером є І.І. Іванов. У нього найбільше прихильників, але й найбільше супротивників. Його суперник П.П. Петров менше себе виявив, у нього менше й прихильників, і супротивників. Третій - С.С. Сидоров - нікому не відомий, і щодо його кандидатури всі учасники голосування втрималися.

Таблиця 2. Результати голосування при виборах у Раду директорів

Кандидатура	За	Проти	Утрималися
Іванов І. І.	200	100	100
Петров П. П.	150	50	200
Сидоров С. С.	0	0	400

Нехай треба вибрати одну людину в Раду директорів. Якщо голова засідання запитує: "Хто за?", то проходить І.І. Іванов. Якщо він, бачачи утому залу від обговорення попередніх питань, запитує: "Хто проти?", то обирають "темну конячку" С.С. Сидорова, оскільки активні супротивники інших менеджерів "вибивають" їх зі змагання. При виборі двох членів Ради директорів питання "Хто за?" приводить до виборів І.І. Іванова й П.П. Петрова, а питання: "Хто проти?" - до виборів С.С. Сидорова й П.П. Петрова. Тому, бажаючи позбутися від І.І. Іванова, голова може при виборах ставити питання так: "Хто проти?".

Неважко бачити, що питання: "Хто за?" автоматично відносить всіх тих, хто втримався до супротивників даного кандидата, а питання "Хто проти?" - до

прихильників. Успіх нікому не відомого С.С. Сидорова зв'язаний саме із цим - він не нажив собі ворогів.

Теорія й практика експертних оцінок - розвинена наукова й практична дисципліна з більшим числом підходів, ідей, алгоритмів, теорем і способів їхнього практичного використання. Докладніше про неї піде розмова в одній з наступних глав. Однак необхідно підкреслити - *менеджер відповідає за прийняття рішень і не має права перекласти відповідальність на фахівців.*

Основні поняття теорії прийняття рішень. Всім досвідченим керівникам добре відомо, що один з найбільш ефективних інтелектуальних інструментів менеджера - це теорія прийняття рішень. Докладно розібраний приклад вибору типу автомобіля для запуску в серію наочно демонструють ряд основних понять теорії прийняття рішень.

Хто приймає рішення? Рішення про вибір того або іншого типу автомобіля для запуску в серію приймав Рада директорів фірми "Російські автомобілі" більшістю голосів. Однак у підготовці рішення брали участь й інших людей - фахівці, що підготували інформацію, наведену в табл.1.

У теорії прийняття рішень є спеціальний термін - Особа, Що Приймає Рішення, скорочено ОПР. Це той, на кому лежить відповідальність за ухвалення рішення, той, хто підписує наказ або інший документ, у якому виражене рішення. Звичайно це генеральний директор або голова правління фірми, командир військової частини, мер міста й т.п., словом - відповідальний працівник. Але іноді діє колективний ОПР, як у випадку з Радою директорів фірми "Російські автомобілі" або Державною Думою Російської Федерації.

Проект рішення готують фахівці, як говорять, "апарат ОПР", часто разом зі співробітниками інших організацій. Якщо ОПР довіряє своїм помічникам, то може навіть не читати текст, а просто підписати його. Але відповідальність однаково лежить на ОПР, а не на тих, хто брав участь у підготовці рішення.

При практичній роботі важливо чітко відокремлювати етап дискусій, коли розглядаються різні варіанти рішення, від етапу ухвалення рішення, після якого треба рішення виконувати, а не обговорювати.

Порядок підготовки рішення (регламент). Часті конфлікти між менеджерами із приводу сфер відповідальності - хто за що відповідає, хто які рішення приймає. Тому дуже важливі регламенти, що визначають порядок роботи. Недарма будь-які збори прийняті починати із твердження головуючого, секретаря й повістки засідання, а роботу будь-якого підприємства або суспільного об'єднання - із твердження його уставу. Вплив регламенту на результати прийняття рішень показано вище під час обговорення процедур голосування.

Мета. Кожне рішення спрямоване на досягнення однієї або декількох цілей. Наприклад, Рада директорів фірми "Російські автомобілі" бажав:

- продовжувати виконувати місію фірми, тобто випуск автомобілів;
- одержати максимальний можливий прибуток (в умовах невизначеності майбутніх цін на бензин).

Ці дві мети можна досягти одночасно. Однак так буває не завжди.

Наприклад, що часто зустрічається формулювання "максимум прибутку при мінімумі витрат" внутрішньо суперечлива. Мінімум витрат дорівнює 0, коли робота не проводиться, але й прибуток тоді теж дорівнює 0. Якщо ж прибуток великий, то й витрати великі, оскільки й те, і інше пов'язане з обсягом виробництва. Можна або максимізувати прибуток при фіксованих витратах, або мінімізувати витрати при заданому прибутку, але неможливо домогтися "максимуму прибутку при мінімумі витрат".

Однієї й тієї ж мети можна, як правило, домогтися різними способами. Наприклад, місія фірми "Російські автомобілі" буде здійснюватися й при випуску машин типу "Nissan", і при випуску "Nissan".

Ресурси. Кожне рішення припускає використання тих або інших ресурсів. Так, Рада директорів фірми "Російські автомобілі" виходить із існування виробництва (системи підприємств), що дозволяє випускати автомобілі типу "Nissan" і типу "Lada". Якби такого виробництва не було, то й дискусія в Раді директорів не мала б сенсу. Звичайно, можна було б спочатку обговорити питання про будівництво заводів, про посиленості таких витрат для фірми...

Крім того, передбачається, що у фірми досить фінансових засобів, матеріальних і кадрових ресурсів для масового випуску автомобілів і того, і іншого типу. Адже треба спочатку підготувати виробництво й працівників, закупити сировини й комплектуючих виробів, зробити й реалізувати продукцію. І тільки потім дістати прибуток (як різниця між доходами й витратами).

У повсякденному житті ми найчастіше приймаємо рішення, купуючи товари й послуги. І отут зовсім ясно, що таке ресурси - це кількість грошей у нашому гаманці.

При практичній роботі над проектом рішення важливо увесь час повторювати: "Чого ми хочемо досягти? Які ресурси ми готові використати для цього?"

Ризики й невизначеності. Чому четверо членів, що виступали, Ради директорів розійшлися в думках? Зокрема, тому що вони по-різному оцінювали ризик підвищення цін на бензин, вплив цього ризику на успішність досягнення мети.

Багато рішень приймаються в умовах ризику, тобто при можливій небезпеці втрат. Зв'язано це з різноманітними невизначеностями, що оточують нас. Крім негативних (небажаних) несподіванок бувають позитивні - ми називаємо їх удачами. Менеджери намагаються застрахуватися від втрат і не пропустити удачу.

Внутрішньо суперечливе формулювання: "Максимум прибутку й мінімум ризику". Звичайно при зростанні прибутку зростає й ризик - можливість багато чого або все втратити.

Повернемося до табл. 1. Невизначеність не тільки в тім, буде ціна на бензин високої або низької. *Невизначеності - у всіх числах таблиці.* Шанси низької ціни на бензин оцінені в 60%. Цей прогноз, мабуть, не може бути абсолютно точним. Замість 60 % варто було б поставити, скажімо, $(60 \pm 3) \%$. Тим більше містять непереборні неточності дані про передбачуваний прибуток. Адже для того, щоб її розрахувати, необхідно:

- оцінити витрати на підготовку виробництва й випуск продукції (це можна зробити досить точно, особливо при відсутності інфляції);

- оцінити число майбутніх покупок залежно від ціни й установити оптимальну ціну, що забезпечує максимальний прибуток (відділу маркетингу зробити це досить важко, хоча б тому, що проміжним етапом є прогноз соціально-економічного розвитку країни, з якого випливають фінансові можливості й переваги споживачів, розміри податків і зборів й ін.).

У результаті замість 1000 у таблиці повинне стояти, скажемо, 1000 ± 200 . Отже, міркування чотирьох членів Ради директорів, що опираються на числа з табл.1, строго говорячи, некоректні. Реальні числа - інші, хоча й досить близькі. Необхідно вивчити стійкість висновків стосовно припустимих відхилень вихідних даних, а також стосовно малих змін передумов використовуваної математичної моделі. Мова йде про загально інженерну ідею - будь-яке вимірювання проводиться з деякою погрешністю, і цю погрешність необхідно вказувати.

Критерії оцінки рішення. Згадайте ще раз дискусію в Раді директорів фірми "Російські автомобілі". Кожний із тих, що виступали використав свій критерій для вибору найкращого варіанта рішення.

Воробйов пропонував виходити з найгіршого випадку високої ціни бензину. Фактично він розглядав зовнішній (для фірми) світ як ворога, що всіляко буде намагатися зменшити прибуток фірми. І в умовах твердої протидії з боку зовнішнього світу він пропонував вибрати найбільш вигідний варіант рішення - випуск "Nissan". Підхід Воробйова гарний при розгляді зовсім безкомпромісного протистояння двох супротивників, що мають протилежні інтереси, наприклад, двох армій воюючих між собою держав. Існує математизована наука - т.наз. *теорія ігор*, - у якій розглядаються методи оптимальної поведінки в умовах антагоністичного або іншого конфлікту. У дискусії про вибір типу автомобіля для запуску в серію позиція Воробйова - це позиція крайнього песиміста, оскільки немає підстав уважати зовнішній світ активним свідомим супротивником фірми. Відзначимо також, що найбільш поганий випадок, на який орієнтується теорія ігор, зустрічається порівняно рідко (згідно табл.1 - в 40% випадків).

Підхід оптиміста Лебедева прямо протилежний підходу Воробйова. Пропонується виходити із самого сприятливого збігу обставин. Зовнішній світ для Лебедева - друг, а не ворог. І треба сказати, що для такої позиції є підстави - низька ціна на бензин у півтора рази ймовірніше високої. З погляду теорії планування пропозиція Лебедева можна було б взяти за основу, додавши можливості корекції плану у випадку несприятливих обставин, а саме, підвищення ціни на бензин. І тут ми натрапляємо на неповноту дискусії в Раді директорів - ніхто не розглянув можливість підготовки виробничої програми "подвійного призначення". Виконання такої програми забезпечувало б гнучкість керування - при низькій ціні на бензин був би налагоджений випуск "Nissan", а при високій - "Nissan". Зокрема, таку гнучкість забезпечувало б підвищення стандартизації автомашин фірми, використання в них тих самих вузлів і деталей, застосування для їхнього виготовлення тих самих технологічних процесів.

Із чисто логічної точки зору оптимізм Лебедева не менш і не більше виправданий, чим песимізм Воробйова. Люди взагалі й менеджери зокрема ді-

ляться на два типи - оптимістів і песимістів. Особливо чітке розходження проявляється при вкладенні капіталу, оскільки, як правило, збільшення прибутку пов'язане зі збільшенням ризику. Одні люди віддадуть перевагу твердому доходу (так ще й застрахуються), відмовившись від звабних, але ризикованих пропозицій. Інший тип людей - оптимісти й авантюристи, вони впевнені, що їм поведе. Такі люди сподіваються розбагатіти, граючи в лотерею.

Треба мати на увазі, що на людину виграш або програш однієї й тієї ж суми можуть зробити зовсім різний вплив. Виграш приносить радість (але не щастя), у той час як програш може означати руйнування, повний крах, тобто нещастя. Недарма в мікроекономічній теорії корисності розглядають парадоксальне поняття - корисність грошей - і дійдуть висновку, що корисність дорівнює логарифму наявної суми [2].

Повернемося до Ради директорів фірми "Російські автомобілі". Зовсім з інших позицій, чим Воробйов і Лебедев, підійшов до справи Чибисов. Його підхід фактично припускає, що прийдеться багато разів ухвалювати рішення щодо аналогічних питань. От він і розраховує середній дохід, виходячи з того, що в 60% випадків ціна бензину буде низкою, а в 40% випадків - високою. Такий підхід цілком обґрунтований, коли вибір технічної політики проводиться щотижня або щодня. Наприклад, до нього міг би вдатися менеджер, що проектує свій ресторан - чи орієнтуватися на відкриті столики з видом на мальовничі околиці або замкнути в чотирьох стінах, відгородившись від дощу. Якщо події відбуваються багато разів, то для прийняття рішень природно використати методи сучасної прикладної статистики, наприклад, як це роблять, наприклад, при статистичному контролі якості продукції й сертифікації. Тоді оцінка математичного очікування доходу, проведена Чибисовим, цілком коректна.

Однак Рада директорів фірми "Російські автомобілі" вирішує питання про одним-єдиний вибір. Тому 60% й 40% - це не ймовірності як межі частот, що звичайно передбачається при застосуванні теорії ймовірностей, це шанси низкою й високою ціною бензину (іноді вживають термін "суб'єктивні ймовірності"). Ці шанси корисні, щоб в одному критерії звести разом песимістичний й оптимістичний підходи.

Четвертий оратор, Куліков, вводить в обговорення новий критерій - "упущена вигода". Зверніть увагу - середній дохід, розрахований Чибисовим, більше при випуску "Nissan". А упущена вигода, навпаки, менше при випуску "Nissan". Ці два критерії в цьому випадку суперечать один одному.

Кожному менеджеру доводиться вирішувати, який із критеріїв для нього важливіше. У цьому йому може допомогти теорія корисності, добре розроблена в економіці (зокрема, т.зв. "маржинальна корисність" у теорії поведінки споживачів й ін.) і маюча розвинутий математичний апарат.

Математико-комп'ютерна підтримка ухвалення рішення. У цей час менеджер може використати при ухваленні рішення різні комп'ютерні й математичні засоби. У пам'яті комп'ютерів тримають масу інформації, організовану за допомогою баз даних й інших програмних продуктів, що дозволяють оперативно нею користуватися. Економіко-математичні й економетричні моделі дозволяють прораховувати наслідки тих або інших рішень, прогнозувати розвиток по-

дій. Методи експертних оцінок, про які вже йшла мова вище, також досить математизовані й використовують комп'ютери.

Найбільше часто використовуються оптимізаційні моделі прийняття рішень. Їхній загальний вид такий:

$$F(X) \rightarrow \max \\ X \in A$$

Тут X - параметр, що менеджер може вибирати (керуючий параметр). Він може мати різну природу - число, вектор, множина й т.п. Ціль менеджера - максимізувати цільову функцію $F(X)$, вибравши відповідний X . При цьому менеджер повинен урахувати обмеження $X \in A$ на можливі значення керуючого параметра X - цей параметр повинен лежати в множині A . Ряд прикладів оптимізаційних задач розглянутий нижче.

Сучасний етап розвитку теорії прийняття рішень

Теорія прийняття рішень - наука, що швидко розвивається. Задачі, якими вона займається, породжені практикою управлінських рішень на різних рівнях - від окремого підрозділу або малого підприємства до держав і міжнародних організацій. Розглянемо тільки кілька проблем, що активно обговорюються на сучасному етапі розвитку теорії прийняття рішень. Це - системний підхід при прийнятті рішень, сучасні методи прийняття рішень і проблема горизонту планування.

Системний підхід при прийнятті рішень. Під час обговорення проблем прийняття рішень часто говорять про системний підхід, систему, системний аналіз. Мова йдеться про те, що треба розглядати проблему в цілому, а не "висмикувати" для обговорення яку-небудь одну рису, хоча й важливу. Так, при масовому житловому будівництві можна "висмикнути" рису - вартість квадратного метра в будинку. Тоді найбільш дешеві будинки - п'ятиповерхівки. Якщо ж глянути системно, урахувати вартість транспортних й інженерних комунікацій (підводячи електроенергію, воду, тепло й ін.), то оптимальне рішення вже інше - дев'ятиповерхові будинки.

Так, наприклад, менеджер банку, відповідальний за поширення пластикових карт, може зосередитися на рекламі. Тим часом йому від системи "банк - власники карт" краще перейти до системи "банк - керівники організацій - власники карт". Домовленість із керівником установи, що дали в підсумку наказ виплачувати заробітну плату за допомогою пластикових карт, дасть нашому менеджеру набагато більший приріст чисельності власників карт, чим постійна дорога реклама. Його помилка складалася в неправильному виділенні системи, з якої він повинен працювати.

Менеджер банку буде не прав, оцінюючи роботу підрозділів банку в поточних рублях. Обов'язково треба враховувати інфляцію. Інакше ми зіштовхуємося з парадоксальними явищами, коли реальна ставка плати за кредит негативний; або ж - карбованцевий оборот росте, банк нібито процвітає, а після переходу до порівнянних цін шляхом ділення на індекс інфляції стає ясно, що справи банку погані.

Різних визначень поняття «система» - десятки. Загальним у них є те, що про систему говорять як про множину, між елементами якого є зв'язки. Ціліс-

ність системи і її "відокремленість" від навколишнього світу забезпечуються тим, що взаємозв'язку усередині системи істотно сильніше, ніж зв'язок якогонебудь її елемента з будь-яким елементом, що лежать всі системи. По визначенню дійсного члена Російської академії наук Н.Н.Моїсєєва: "Системний аналіз - це дисципліна, що займається проблемами прийняття рішень в умовах, коли вибір альтернативи вимагає аналізу складної інформації різної фізичної природи".

Сучасні методи прийняття рішень. Крім згаданих або коротко розглянутих вище методів, насамперед експертних, при прийнятті рішень застосовують весь арсенал методів сучасної прикладної математики. Вони використовуються для оцінки ситуації й прогнозування при виборі цілей, для генерування множини можливих варіантів рішень і вибору з них найкращого.

Насамперед треба назвати всілякі методи оптимізації (математичного програмування). Для боротьби із багатокритеріальністю використовують різні методи згортки критеріїв, а також інтерактивної комп'ютерної системи, що дозволяють виробляти рішення в процесі діалогу людини й ЕОМ. Застосовують імітаційне моделювання, що базується на комп'ютерних системах, що відповідають на питання: "Що буде, якщо...?", метод статистичних випробувань (Монте-Карло), моделі надійності й масового обслуговування. Часто необхідні статистичні (економетричні) методи, зокрема, методи вибірових обстежень. При прийнятті рішень застосовують як ймовірно-статистичні моделі, так і методи аналізу даних.

Особливої уваги заслуговують проблеми невизначеності й ризику, зв'язаних як із природою, так і з поведінкою людей. Розроблено різні способи опису невизначеностей: імовірнісні моделі, теорія нечіткості, інтервальна математика. Для опису конфліктів (конкуренції) корисна теорія ігор. Для структуризації ризиків використовують дерева причин і наслідків (діаграми типу "риб'ячий кістяк"). Менеджерові важливо враховувати постійні й аварійні екологічні ризики. Плата за ризик і різні форми страхування також постійно повинні бути в його полі зору.

Необхідно підкреслити, що досить корисно й різні прості прийоми прийняття рішень. Наприклад, при порівнянні двох можливих місць роботи досить допомагає таблиця із трьох стовпців. У левому з них перераховані характеристики робочого місця: заробіток, тривалість робочого часу, час у дорозі від будинку до роботи, надійність підприємства, можливості для професійного росту, характеристики робочого місця й безпосереднього начальства й ін. А в двох інших стовпцях - оцінки цих характеристик, в "натуральних" показниках або у відсотках від максимуму. Іноді при погляді на подібну таблицю все відразу стає ясно. Але можна обчислити значення узагальненого показника, увівши вагарні коефіцієнти й склавши зважені оцінки уздовж стовпців. Не менш корисно зобразити на папері можливі варіанти рішення, що має бути прийняти, а також можливі реакції осіб й організацій на ті або інші варіанти рішення, а потім і можливі відповіді на ці реакції. Корисні таблиці доводів "за" й "проти" й ін.

Проблема горизонту планування. У багатьох ситуаціях тривалість проекту не визначений або обрив планування інвестора не охоплює всю тривалість

реалізації проекту до етапу утилізації. У таких випадках важливо вивчити вплив горизонту планування на прийнятті рішення.

Розглянемо умовний приклад. Припустимо, я є власником заводу. Якщо горизонт мого планування - 1 місяць, то найбільший грошовий дохід я одержу, продавши підприємство. Якщо ж планую на рік, то я спочатку понесу витрати, закупивши сировину й оплативши працю робітників, і тільки потім, продавши продукцію, дістану прибуток. Якщо я планую на 10 років, то піду на великі витрати, закупивши ліцензії й нове обладнання, з метою збільшення доходу в подальші роки. При плануванні на 30 років має сенс вкласти засобу в створення й розвиток власного науково-дослідного центра, і т.д.

Таким чином, популярне твердження "фірма працює заради максимізації прибутку" не має точного змісту. За який період максимізувати прибуток - за місяць, рік, 10 або 30 років? Від горизонту планування залежать прийняті рішення. Розуміючи це, ряд західних економістів відмовляються розглядати фірми як інструменти для добування прибутку, воліють дивитися на них як на живих істот, що намагаються забезпечити своє існування й розвиток.

Як ми вже відзначали, в останні роки все більшу популярність одержує т.зв. контролінг - сучасна концепція системного керування організацією, в основі якої лежить прагнення забезпечити її довгострокове ефективне існування. У конкретних прикладних роботах успіх досягається при комбінованому застосуванні різних методів. Для підготовки рішень створюються аналітичні центри й "ситуаційні кімнати", що дозволяють з'єднувати людську інтуїцію й комп'ютерні розрахунки. Усе ширше використовуються інформаційні технології підтримки прийняття рішень, насамперед у контролінгу.

Задача прийняття розв'язків (ПР) виникає, коли є присутнім кілька варіантів дій (альтернатив) для досягнення заданого або бажаного результату. При цьому потрібно вибрати найкращу в певному змісті альтернативу.

Загальну постановку задачі прийняття розв'язків, що розуміється нами як задача вибору з деякої множини, можна сформулювати в такий спосіб.

Нехай X - множина альтернатив, Y - множина можливих наслідків (сходів, результатів) (X і Y , загалом кажучи, — довільні абстрактні множини.) Передбачається існування причинного зв'язку між вибором деякої альтернативи $x_i \in X$ й настанням відповідного результату $y_i \in Y$. Крім того, передбачається наявність механізму оцінки якості такого вибору — звичайно оцінюється якість результату. У деяких випадках доцільно вважатися, що ми маємо можливість безпосередньо оцінювати якість альтернативи x_i , і множина исходів по суті випадає з розгляду. Потрібно вибрати найкращу альтернативу, для якої відповідний результат має найкращу оцінку якості.

Задачу ПР можна проілюструвати за допомогою мал. 1.1.



Рис. 1.1. Задача принятия решений

Перейдемо до аналізу сформульованої задачі ПР.

Перший важливий момент полягає у визначенні характеру зв'язки альтернатив з сходами. Як ми бачили із прикладів, цей зв'язок може бути *детермінованою* (або, як часто говорять, детермінованою).

У цьому випадку існує однозначне відображення

$$X \xrightarrow{\varphi} Y,$$

тобто реалізується функція $y = \varphi(x)$, $x \in X$, $y \in Y$ (мал. 1.2):

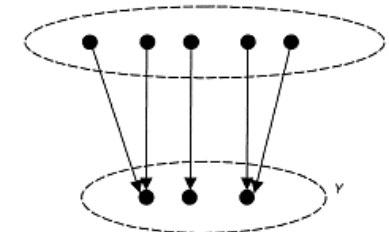


Рис. 1.2. Детерминированная связь

Ця ж зв'язок може мати імовірнісний характер, коли вибір x визначає деяку щільність розподілу ймовірностей на множині Y (іноді говорять, що з кожним x зв'язана деяка лотерея). У цьому випадку вибір x , уже не гарантує настання певного результату y_i , а сама задача ПР називається задачею ПР в умовах ризику (мал. 1.3).

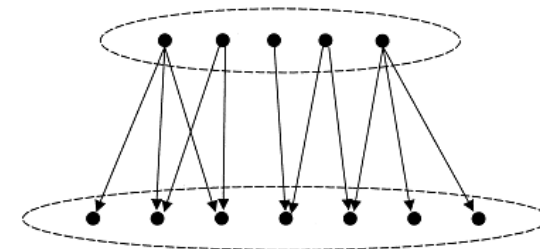


Рис. 1.3. Вероятностная связь

Графи, представлені на мал. 1.2 і 1.3, називаються графами зв'язків альтернатив з сходами.

Граф, представлений на мал. 1.3, є "зваженим": кожна стрілка характеризується вагою, тобто числом P_{ij} — імовірністю настання результату y_j при виборі альтернативи x_i (У загальному випадку, як було сказано, задається відповідна щільність розподілу). Очевидно,

$$\forall i: \sum_j P_{ij} = 1.$$

Той же мал. 1.3 ілюструє третій вид зв'язку альтернатив з сходами, реалізований у задачах ПР в умовах повної невизначеності. При цьому передбачається, що інформація імовірнісного характеру відсутня (стрілки на графі не мають ваг).

Як ми бачили, невизначеність при виборі й при реалізації зв'язку альтернатив з сходами може мати й інший, можливо більш складний характер (див. "дилему укладеного" у Введенні), але ми поки обмежимося зазначеними трьома випадками, які можуть бути проілюстровані також мал. 1.4.

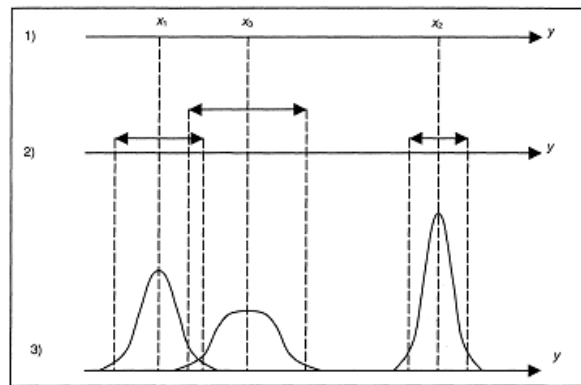


Рис. 1.4. Связь альтернатив с исходами при разных типах неопределенности

При цьому випадку 1 на мал. 1.4 відповідає ПР в умовах визначеності: крапками на осі в позначені сходи, відповідні до вибору альтернатив x_1, x_2, x_3 (три альтернативи й три певні результати). Випадок 2 характеризує задачу ПР в умовах невизначеності: після вибору кожної з альтернатив x_1, x_2 або x_3 може бути зазначений лише інтервал розташування відповідного результату в. Випадок 3 відбиває ситуацію вибору в умовах ризику. Показані графіки відповідних щільностей розподілу ймовірностей настання події в залежності від вибору альтернативи x_1, x_2 або x_3 .

Помітимо, що в кожному з розглянутих випадків може додатково бути присутнім свій механізм оцінки якості результату, не зв'язаний безпосередньо з механізмом появи в по заданому x . (Тут передбачається, що числами в закодовані відповідні сходи, які можуть оцінюватися різним образом, наприклад, по декільком числовим критеріям, див. далі).

Другий важливий момент у спільному завданні ПР полягає у вивченні (завданні) системи переваг особи, що ухвалює розв'язок (ЛПР). Суттєво, що другий момент, по суті, ніяк не пов'язаний з першим, і різні способи завдання системи переваг можуть бути реалізовані для кожного виду зв'язку альтернатив з сходами.

У деякому змісті найпростіша ситуація виникає, коли кожний результат, y можна оцінити конкретним речовинним числом відповідно до деякого заданого відображення

$$f: Y \rightarrow R.$$

У цьому випадку порівняння сходів зводиться до порівняння відповідних їм чисел, наприклад, результат y_i може вважатися більш кращим, чому y_j , якщо $f(y_i) > f(y_j)$ (задача максимізації). Сходи еквівалентні, якщо $f(y_i) = f(y_j)$. Для порівняння самих сходів уживаються вираження

$$y_i \succ y_j, \quad y_i \approx y_j.$$

Така функція f називається цільовою функцією, критеріальною функцією, функцією критерію оптимальності або навіть просто критерієм оптимальності. Остання назва не цілком коректна, тому що критерій оптимальності — це, загалом кажучи, деяке правило, що дозволяє відрізнити "оптимальні" розв'язки (сходи) від "неоптимальних" і порівнювати сходи між собою. У цьому випадку це правило пов'язане із завданням цільової функції f . Як відомо з математики, однозначне відображення довільної множини на множину речовинних чисел називається функціоналом. Тому цільові функції ми часто будемо називати цільовими функціоналами.

Якщо припустити, що зв'язок між множиною альтернатив і множиною сходів детерміністський:

$$y = \varphi(x),$$

то функція f , задана на множині F , трансформується в деяку функцію J , задану на, що X є суперпозицією φ й f :

$$J: X \rightarrow R, \quad J = f \circ \varphi.$$

У цьому випадку задача вибору оптимального результату зводиться до задачі вибору оптимальної альтернативи на множині X вирішується безпосередньо методами теорії оптимізації.

Більш реалістичної часто виявляється ситуація, коли на відміну від попереднього випадку "якість" або "корисність" результату в оцінюється не одним числом $f(y)$, а декількома. Інакше кажучи, передбачається, що існує кілька показників якості розв'язку (критеріїв), описуваних функціями

$$f_k: Y \rightarrow R, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

причому кожному із приватних цільових функцій f_i потрібно максимізувати. Зрозуміло, що у випадку багатокритеріальних оцінок сходів виникають суттєво більш складні математичні моделі ситуації вибору, чому в однокритеріальному випадку. Критерії звичайно суперечливі й, як правило, досягають максимумів у різних крапках $y \in Y$. Отже, виникають не тільки алгоритмічні труд-

нощі за рішенням відповідних оптимізаційні задач, але й чисто концептуальні труднощі: що розуміти під оптимальним розв'язком у цьому випадку? Крім того, тут уже з'являються й непорівнянні за векторним критерієм $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$ варіанти y_i , y_j . Більш докладно багатокритеріальні моделі прийняття розв'язків будуть розглянуті далі.

Обмежуючись поки зазначеними вище трьома способами зв'язку альтернатив з сходами й двома способами опису переваг ЛПР на критеріальній мові, одержимо таблицю основних задач вибору (мал. 1.5).

Один критерій	Многа критерієв	
z	z	Справедливість
z	z	Несправедливість

Рис. 1.5. Основні задачі вибору

$$z = f(y), f: Y \rightarrow R$$

$$Z = f(y), f = (f_1, f_2, \dots, f_m), f_k: Y \rightarrow R, k = 1, 2, \dots, m$$

Хвиля зверху означає наявність невизначеності в задачі ПР.

Необхідно відзначити, що в цей час у додатках часто застосовується саме критеріальна мова опису переваг найважливіша група, що тому впливає, проблем — це формування критеріїв і цільових функцій (функціоналів). Ці проблеми, як буде показано, вирішуються в тісному зв'язку з методами подолання різних видів невизначеностей на основі тих або інших гіпотез.

Мова бінарних відносин — другий, більш загальний, чому критеріальний, мова опису системи переваг ЛПР.

Передбачається, що:

- окремий результат сам по собі не оцінюється й критеріальні функції не вводяться;

- кожна пара сходів y_i , y_j може перебувати в одному з наступних відносин:

- y_i переважніше (строго домінує) y_j ,
- y_j переважніше y_i ,
- y_i не менш кращий, чому (не строго домінує) y_j ,
- y_j не менш кращий, чому y_i ,
- y_i еквівалентний y_j ,
- y_i і y_j непорівнянні між собою.

Будемо далі припускати, що свої переваги користувач установлює в деякій множині A . У стандартному випадку - це множина сходів: $A = Y$. Однак при детерміністському зв'язку X з Y можливо $A = X$, або критеріальної оцінки

сходів $A = f(Y)$, $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$. В останньому випадку передбачається, що система переваг ЛПР задається безпосередньо в просторі векторних оцінок сходів. При необхідності можна вважатися, що цей простір і є простір сходів. У розглянутому випадку система переваг користувача задається за допомогою відповідного бінарного відношення R на A .

Основне питання полягає в наступному. Нехай на множині A задана система переваг ЛПР у вигляді бінарного відношення R (часто це відношення строгого домінування). Що тоді слід розуміти під розв'язком задачі вибору? Це основне питання в різних випадках (системах оптимізації й прийняття розв'язків, пакетах прикладних програм) вирішується неоднозначно, і користувачам необхідно ясно усвідомлювати, що ж конкретно мається на увазі в кожному окремому випадку.

Нехай A — задана множина й R — довільне бінарне відношення на A . Тоді пари $\langle A, R \rangle$ називається моделлю вибору.

Визначення. Нехай задана модель $\langle A, R \rangle$. Елемент $a^* \in A$ називається найкращим по R в A , якщо $(a^*, a) \in R$ при $\forall a \in A \setminus a^*$.

На мал. 1.6, а найкращими елементами є a_1, a_2 . На графі мал. 1.6, б найкращих елементів немає.

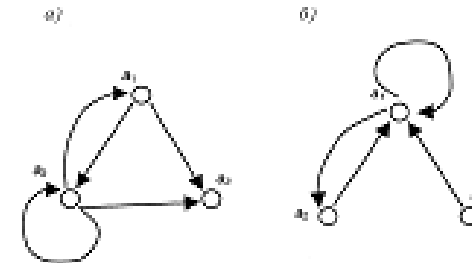


Рис. 1.6. Поняття найкращості елементів

Мовою графів поняття найкращого елемента відповідає наявності вершини, з'єднаної вихідними з неї стрілками з усіма іншими вершинами графа. При цьому можуть бути присутнім і будь-які інші додаткові з'єднання.

Якщо припустити, що бінарне відношення, представлене на мал. 1.6, б, є відношенням переваги, і стрілки означають деякий варіант домінування, те, очевидно, доцільно якось виключити a_1 з подальшого розгляду, тому що цей елемент домінує елементом a_3 . За допомогою поняття найкращого елемента це зробити неможливо, хоча у випадку, представленому на мал. 1.6, а, ми виключили елемент a_3 , що як не є найкращим.

Уведемо замість найкращого елемента більш слабе поняття максимального елемента.

Визначення Елемент $a^0 \in A$ називається максимальним у моделі $\langle A, R \rangle$ або максимальним по R в A , якщо $\forall a \in A: (a, a^0) \in R \rightarrow (a^0, a) \in R$

Множина всіх максимальних в $\langle A, R \rangle$ елементів позначимо через $Max_R A$.

Очевидно, граф відносини, що має максимальні елементи, повинен містити вершини, у яких кожної вхідної в неї стрілки (якщо такі є) відповідає ", що компенсує" стрілка, що виходить, спрямована у вершину, з якої виходить зазначена вхідна стрілка.

У прикладах, наведених на мал. 1.6, максимальними по R елементами будуть:

а) a_1, a_2 ; б) a_2, a_3 .

Легко довести, що найкращий по RB A елемент є й максимальним. Зворотноє вірно тільки, якщо відношення R має спеціальну властивість слабкої зв'язності:

$$\forall a_1, a_2 : (a_1 \neq a_2) \rightarrow ((a_1, a_2) \in R) \vee ((a_2, a_1) \in R).$$

На мал. 1.6, б відношення R не є слабо зв'язковим.

Іноді використовується поняття R-Оптимального елемента.

Визначення. Елемент $a^0 \in A$ називається R-Оптимальним на A, якщо

$$\forall a \in A \quad a_1 \neq a^0 \rightarrow (a, a^0) \notin R.$$

Інакше кажучи, тут потрібне існування вершини, у яку не входить жодна стрілка.

На мал. 1.6, а R-Оптимальних елементів ні, на мал. 1.6, б елемент a_3 буде R-Оптимальним.

Основним поняттям для нас далі буде поняття максимального елемента.

Визначення. Множина $Max_R A$ називається зовні стійким, якщо для будь-якого елемента $a \in A \setminus Max_R A$ найдеться такий $a^0 \in Max_R A$, що справедливо $(a, a^0) \in R$.

Поняття зовнішньої стійкості виявляється істотним для проблеми ПР. Дійсно, якщо множина $Max_R A$ зовні стійка, то наступний вибір оптимального елемента (на основі, наприклад, залучення додаткової інформації) може проводитися тільки в межах множини $Max_R A$. А якщо ні, то, коли стійкості ні, такий висновок уже не буде мати розумного обґрунтування.

Зовні стійка множина $Max_R A$ називається ядром відносини R в A. Іноді термін "ядро" стосовно до множини $Max_R A$ використовується й без вимоги зовнішньої стійкості.

У прикладах на мал. 1.6 множини $Max_R A$ є зовні стійкими.

На мал. 1.7 представлений випадок, коли множина $Max_R A = \{a_1, a_2\}$ не є зовні стійкою.

Далі під задачею ПР, сформульованої мовою бінарних відношень, розуміється задача виділення ядра — множини максимальних елементів з A по деякому бінарному відношенню $R : A^* = Max_R A$. Специфіка конкретних задач ПР знаходить висвітлення в завданні відповідного множини варіантів A, а також у формуванні бінарного відношення R, що характеризує цілком певні цілі прийняття розв'язків у тій або іншій практичній ситуації. Досить важливим із практичної точки зору є наступні спеціальні види бінарних відносин:

- квазіпорядок {R — рефлексивно й транзитивно);
- строгий порядок {R — антирефлексивно й транзитивно);
- еквівалентність {R — рефлексивно, симетрично й транзитивно).

Зв'язок різних способів опису вибору. Однокритеріальний і багатокритеріальний вибір. Розглянемо зв'язок критеріального мови опису вибору й мови бінарних відносин. Однокритеріальний вибір. Нехай $f : Y \rightarrow R$ є цільова функція, яку потрібно максимізувати. Тоді за допомогою цієї функції на множині Y індуються два бінарні відношення R_1 й R_2 :

$$\begin{aligned} (y_i, y_j) \in R_1 &\leftrightarrow f(y_i) \geq f(y_j) \\ (y_i, y_j) \in R_2 &\leftrightarrow f(y_i) > f(y_j) \end{aligned}$$

Відношення R_1 є, мабуть, рефлексивним і транзитивним і, отже, визначає квазіпорядок на Y. Відношення R_2 має властивість антирефлексивності й транзитивності, будучи строгим порядком. В обох випадках слушна рівність:

$$Max_{R_i} A = Arg \max f(y), \quad i = 1, 2.$$

Множина максимізаторів функції f є зовні стійким в Y. Таким чином, задача максимізації цільової функції f на множині Y еквівалентна задачі побудови ядра одного з бінарних відносин R_1 і R_2 , що збігається із множиною максимізаторів f на Y.

Багатокритеріальний вибір. Припустимо тепер, що "якість", або "корисність", результату оцінюється не одним числом, а декількома. Інакше кажучи, передбачається, що існує кілька показників якості розв'язку, описуваних приватними цільовими функціями

$$f_k : Y \rightarrow R, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

які потрібно максимізувати.

У теорії багатокритеріальних задач звичайно використовуються наступні відносини домінування:

$$\begin{aligned} (y_i, y_j) \in R_p &\leftrightarrow \forall k : [f_k(y_i) \geq f_k(y_j)] \wedge [f(y_i) \neq f(y_j)], \\ (y_i, y_j) \in R_s &\leftrightarrow \forall k : [f_k(y_i) > f_k(y_j)] \end{aligned}$$

Тут $f = (f_1, f_2, \dots, f_m)$. Відношення домінування R_p називається відношенням Парето, а R_s — відношенням Слейтера. Уживається також запис

$$(y_i, y_j) \in R_t \leftrightarrow y_i \succ^t y_j, \quad t = P, S.$$

Визначення Якщо для деякої крапки $y^0 \in Y$ не існує більш кращої по Парето крапки, тобто такої крапки y , що $(y, y^0) \in R_p$, то тоді крапка y^0 називається ефективним або Парето-оптимальним розв'язком багатокритеріальної задачі

$$f_k(y) \rightarrow \max, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad y \in Y.$$

Множина, що включає в себе всі ефективні елементи множини Y, позначається $P_f(Y) = P(Y)$ й називається множиною Парето для векторного відношення

$$f : Y \rightarrow R^m, \quad f = (f_1, f_2, \dots, f_m).$$

Очевидно, $P_f(Y) \subseteq Y$. Образ множини $P_f(Y)$ просторі критеріїв R^m позначається $P(f)$. Множина $P(f) = f(P(Y))$ називається множиною ефективних оцінок. Множина ефективних оцінок називається також множиною Парето в просторі критеріїв.

Зміст уведеного поняття ефективного розв'язку полягає в тому, що оптимальний результат слід шукати тільки серед елементів множини невідоміх елементів $P(Y)$ (принцип Парето). Відношення R_p — частковий строгий порядок на Y .

Звичайно ціль розв'язку многокритеріальної задачі

$$f_k(y) \rightarrow \max_{y \in Y}$$

полягає у виділенні множини Парето $P_f(Y)$. При відсутності додаткової інформації про систему переваг користувача більшого зробити не можна.

Тема 3. Правила та схеми прийняття рішень

Ухвалення правильного рішення вчасно — головна задача управлінського персоналу будь-якої компанії. Неправильне або просто дурний розв'язок може дорого коштувати компанії, мати фатальні, непоправні наслідки. Тому важливо, щоб ті, хто залучений у процес прийняття розв'язків, використовували всі наявні в них засоби й прийняли "найкраще" розв'язок.

Насамперед визначимося із пріоритетами: "найкраще" — для кого або для чого?

Перед тем, як ухвалювати рішення, слід ретельно продумати його мета. Труднощі полягає в тому, що задачі різних підрозділів підприємства дуже суперечливі. Наприклад, таке просте питання, як розмір запасів на складі. Інтереси виробництва вимагають мати великий запас сировини й матеріалів, що приводить до виникнення незавершеного виробництва й нерозмірне меншому випуску готової продукції.

Однак процес виробництва не припиняється. У те ж саме час відділ маркетингу вимагає більших запасів готової продукції на складі й гнучких виробничих ліній, які можна переналадити для невеликих замовлень. А бухгалтерія наполягає на збільшенні оборотності капіталу й відповідно мінімізації запасів, щоб гроші, що звільнилися, можна було використовувати для інших цілей.

Бухгалтери часто зустрічаються із проблемами, які приводять їх до кількісного підходу прийняття розв'язків. Тому займемося кількісним аналізом.

Однак ви повинні пам'ятати, що звичайний розв'язок є результатом застосування як кількісного, так і суб'єктивного підходів.

Отже, щоб знайти гарний розв'язок, впливає:

1. Визначити, ціль розв'язку.
2. Визначити можливі варіанти розв'язку проблеми.
3. Визначити можливі сходи кожного розв'язку.
4. Оцінити кожний результат.
5. Вибрати оптимальний розв'язок на основі поставленої мети.

Як бачите, пошук розв'язку починається з перерахування можливих варіантів і їх сходів, потім проводиться оцінка кожного результату. Така схема міркувань при проведенні кількісного аналізу. Перераховані вище етапи важливі як у дуже складних випадках, так і в дуже прості. Незважаючи на те, що ця глава охоплює лише малу частину серйозної й великої теми, ми розглянемо лише деякі з можливих цілей розв'язків, але в кожному разі вибір "кращого варіанта" залежить від обставин і точки зору того, хто ухвалює рішення.

Правила прийняття розв'язків. Як ми вже відзначали, ухвалюючи розв'язку, слід керуватися відповідними правилами. На першому етапі — *визначення мети*. Що ухвалює розв'язок сам вибирає, яким правилом йому скористатися, тому що для кожного випадку застосовне якесь певне правило. Отже, вони діляться на дві групи:

- правила прийняття розв'язків без використання чисельних значень ймовірностей сходів;
- правила прийняття розв'язків з використанням чисельних значень ймовірностей сходів. вибору

Правила прийняття розв'язків без використання чисельних значень ймовірностей сходів

1. Максимізація максимуму доходів.
2. Максимізація мінімуму доходів.
3. Мінімізація максимуму можливих втрат.

Приклад. Припустимо, що ви власник кондитерської "Саку Вох". На початку кожного дня вам потрібно розв'язати питання, скільки тістечок слід мати в запасі, щоб задовольнити попит. Кожне тістечко обходиться вам в 0,70 ф. ст., а ви його продаєте по 1,30 ф. ст. Продати незатребувані тістечка наступного дня неможливо, тому остача розпродається наприкінці дня по 0,30 ф. ст. за штуку. Наведені дані по продажах у попередні періоди.

Потрібно визначити, скільки тістечок повинне бути закуплене на початку кожного дня.

Розв'язок. Отже, на початку дня можна закупити для наступного продажу 1, 2, 3, 4 або 5 тістечок у день. У загальному розв'язок і його сходи приблизно рівні, але маючи можливість ухвалювати рішення, не можна контролювати сходи. Покупці визначають їхні самі, тому сходи представляють також "фактор невизначеності".

Щоб визначити ймовірність кожного результату, складемо список можливих розв'язків і відповідних їм сходів. У табл.3.4 розраховані доходи, інакше кажучи, віддача в грошовому вираженні для будь-якої комбінації розв'язків і сходів.

Таблиця 3.4. Доход (прибыль) в день, ф. ст.

Возможные исходы: спрос пирожных в день	Число закупленных для продажи пирожных (возможные решения)				
	1	2	3	4	5
1	0,60	0,20	0,20	0,60	1,00
2	0,60	1,20	0,80	0,40	0,00
3	0,60	1,20	1,80	1,40	1,00
4	0,60	1,20	1,80	2,40	2,00
5	0,60	1,20	1,80	3,40	3,00

Використовуючи кожне із правил прийняття розв'язків, згаданих на початку роздязнула, потрібно відповістити на запитання: "Скільки тістечок повинна закупити фірма "Саку Вох" на початку кожного дня?"

Правило максимакса — максимізації максимуму доходів. Кожному можливому розв'язку в наведеній таблиці відповідають наступні максимальні доходи. За цим правилом ви закупите на початку дня п'ять пирожних. Це підхід карткового гравця — ігноруючи можливі втрати, розраховувати на максимально можливий дохід.

Таблиця 3.5. Максимальные доходы

Количество закупленных в день пирожных	Максимальный доход (прибыль) в день, ф. ст.
1	0,60
2	1,20
3	1,80
4	2,40
5	3,00 ← максимум

Правило максиміна — максимізація мінімального доходу. Кожному можливому розв'язку в табл. 3.4 відповідають мінімальні доходи (табл. 3.6.). За цим правилом ви закупите на початку дня одне тістечко, щоб максимізувати мінімальний дохід. Це дуже обережний підхід до прийняття розв'язків.

Таблиця 3.6. Минимальные доходы

Количество закупленных в день пирожных	Минимальный доход (прибыль) в день, ф. ст.
1	0,60 ← максимум
2	0,20
3	– 0,20
4	– 0,60
5	– 1,00

Правило мінімакса — мінімізація максимально можливих втрат. У цьому випадку більше уваги приділяється можливим втратам, чому доходам. Таблиця можливих втрат вистава про прибутки кожного результату, загублених у результаті ухвалення неправильного рішення.

Наприклад, якщо попит становить два тістечок і було закуплено два, то дохід складе 1,20 ф. ст., якщо ж ви купили три, то дохід — 0,80 ф. ст. і ви недо-

одержали 0,40 ф. ст. Ці 0,40 ф. ст. - те, що називається можливими втратами або упущеним доходом. Таблицю можливих втрат можна одержати з таблиці доходів, знаходячи найбільший дохід для кожного результату й зіставляючи його з іншими доходами цього ж результату (див. табл. 3.7). Як ми вже відзначали, правило, яке використовується для роботи з таблицею упущених доходів, - це правило мінімакса. Воно також називається мінімаксне правило можливих втрат. Полягає воно в тому, щоб для кожного розв'язку вибрати максимально можливі втрати. Потім вибирається той розв'язок, який веде до мінімального значення максимальних втрат (табл. 3.8).

Таблиця 3.7. Возможные потери в день, ф. ст.

Возможные исходы: спрос пирожных в день	Число закупленных для продажи пирожных (возможные решения)				
	1	2	3	4	5
1	0,0	0,40	0,80	1,20	1,60
2	0,60	0,0	0,40	0,80	1,20
3	1,20	0,60	0,0	0,40	0,80
4	1,80	1,20	0,60	0,0	0,40
5	2,40	1,80	1,20	0,60	0,0

Таблиця 3.8. Максимальные возможные потери

Количество закупленных в день пирожных	Максимальные возможные потери в день, ф. ст. (из таблицы выше)
1	2,40
2	1,80
3	1,20 ← минимум
4	1,20 ← минимум
5	1,60

Мінімальна величина максимальних втрат виникає в результаті закупівлі трьох або чотирьох тістечок у день. Отже, за правилом мінімакса ви виберете одне із цих розв'язків.

Усі розглянуті критерії прийняття рішень приводять до різних результатів. Тому спочатку вибирається той критерій, який вважається "кращим", і тоді ви одержуєте "найкраще" для вас розв'язок.

Прості методи прийняття рішень - це ті, які не вимагають застосування розвиненого математичного апарата. Проте в багатьох випадках їхнього застосування цілком достатньо.

Декомпозиція задач ухвалення рішення. Вирішувати задачі по черзі. Природним є бажання розбити складну задачу ухвалення рішення на трохи, щоб скористатися з можливості вирішувати їх по черзі.

Приклад 1. Найпростішим варіантом є дихотомічна схема для наочного подання можливих рішень [1]. Наприклад, необхідно вирішити задачу: «Як зустрічати новий рік?» На першому кроці треба вибрати одне із двох можливих рішень:

- 1) залишитися будинку;
- 2) виїхати.

У кожному із двох випадків виникає необхідність прийняти рішення другого рівня. Так, у першому випадку:

1.1) запросити гостей;

1.2) не кликати гостей.

У другому випадку:

2.1) виїхати до родичів або знайомих;

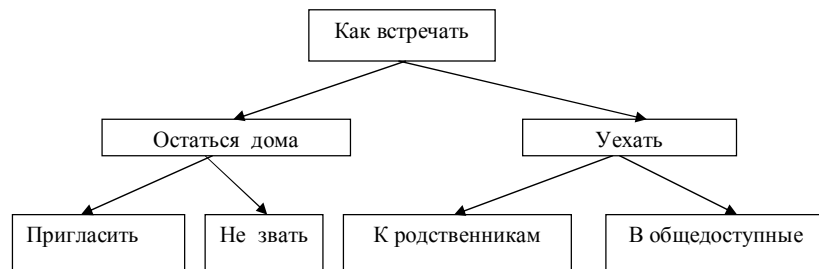
2.2) виїхати в загальнодоступні місця (відправитися в подорож, піти в клуб або ресторан і т.п.).

Після двох кроків одержали чотири можливих рішення. Кожне з них, загалом кажучи, припускає подальше ділення. Так, наприклад, варіант «запросити гостей» приводить до подальшого обговорення їхнього списку. При цьому можуть зіставлятися різні варіанти. Наприклад, що зволіти - гастрономічні втіхи за телевизором у добре знайомої компанії або бурхливе обговорення злободенних проблем або вдач далеких країн із цікавими людьми, з якими давно не зустрічалися?

Варіант «залишитися будинку й не кликати гостей» також має свої варіанти. Можна проводити новорічну ніч у сімейному колі, і одна з розв'язуваних задач - яку програму телебачення дивитися. А можна мови спати незабаром після півночі, наприклад, у випадку хвороби або після довгої важкої роботи.

Варіант «виїхати до родичів або знайомих» також вимагає подальших рішень. Поїздка зв'язана насамперед з підтримкою родинних відносин або з бажанням одержати задоволення? Яку їжу Ви хочете - фізичні або духовну (гастрономічні чи втіхи цікаву бесіду)? Четвертий варіант, Що Залишився, «виїхати в загальнодоступні місця» припускає ще більше можливостей вибору. Можна залишитися у своєму місті, відправитися в інше місто (наприклад, з Москви в Смоленськ), виїхати на природу (на гірськолижну базу, на курорт), перетнути границю. А отут можливостей маса - всі країни, всі континенти, можна покататися на слоні в Таїланді, викупатися в Атлантичному океані або побродити по Парижеві.

Отже, рядова задача ухвалення рішення «Як зустрічати новий рік?» при проробленні перетворюється у вибір з неуявної кількості варіантів. При цьому немає необхідності доходити до переліку конкретних варіантів (виїхати 28 грудня таке-те поїздом туди-те), оскільки рішення, мабуть, приймається послідовно, і рішення «залишитися будинку» робить непотрібним розгляд всіх туристичних маршрутів.



Що дає нам декомпозиція рішень? Приклад 1 демонструє, як трохи прийнятих один за одним рішень дозволяють упоратися з різноманітністю варіантів. При прийнятті рішень може використатися весь арсенал теорії прийняття рішень, такі поняття, як мети, критерії, ресурси, ризики й ін. (див. главу 1.1), однак досить часто рішення приймаються на інтуїтивному рівні, без введення в обговорення перерахованих понять.

Дерево рішень. Досить часто зручно представити варіанти графічно. Звичайно можливі рішення представляють у вигляді одного з видів графів - дерева (мал.1). Строго говорячи, це перевернене дерево. Коренем є вихідна задача - «Як зустрічати Новий рік?» Від нього йдуть дві галузі - до варіантів «Залишитися будинку» й «Виїхати». Від цих варіантів, у свою чергу прийняття рішень, що є задачами, («Що робити, залишившись будинку?» й «Куди виїхати?»), гілки ведуть до варіантам задач прийняття рішень наступного порядку.

Приклад 2. Приведемо початок (корінь) «Дерева рішень проекту», використаного в практичній роботі.

Задача підприємства - робити якісні вироби зі скловолокна, тому що росте потреба в утеплювачах і розширюється ринок. Необхідно зробити вибір із двох варіантів:

1) працювати на існуючому встаткуванні;

2) провести реконструкцію цеху.

При виборі першого варіанта варто мати на увазі, що потужності встаткування не настільки більші, щоб забезпечити зрослу потребу (фізичне зношування лінії), а якість виробленої продукції не відповідає міжнародним вимогам (моральне зношування лінії). Тому варто очікувати, що навіть у умовах очікуваного підвищеного попиту випущені на існуючому встаткуванні матеріали не будуть затребувана (реалізація буде падати), відповідно потужність виробництва не буде рости.

При виборі другого варіанта рішення після реконструкції продуктивність збільшується в 2 рази в порівнянні з існуючою технологічною лінією, якість продукції, що випускає підприємством, буде відповідати міжнародним вимогам, вона зможе конкурувати з головними виробниками скловати. Підвищуються основні техніко-економічні показники. Однак існує певний ризик проекту, оскільки необхідні більші капітальні вкладення (більша частина яких - з позикових джерел).

Подальша побудова дерева рішень тут досить очевидно. Від варіанта «Працювати на існуючому встаткуванні» підуть лінії до рішень, пов'язаних зі спрощенням асортиментів випускає продукції, що, пошуком ніші ринку, готової приймати продукцію більше низької якості, і т.д. Це - лінія на виживання в умовах відставання від науково-технічного прогресу, аж до ліквідації підприємства. У деяких умовах ліквідація підприємства - це оптимальний вихід.

Від варіанта «Провести реконструкцію цеху» підуть лінії двох типів - спочатку «технологічні», а потім «фінансові». Спочатку треба вибрати конкретний варіант реконструкції й підготувати бізнес-план відповідного інвестиційного проекту. Потім необхідно забезпечити фінансові надходження для виконання цього інвестиційного проекту, забезпечивши мінімальний ризик для під-

приємства. Тут проблема - вибір кредиторів і позичальників, висновок з ними договорів на прийнятних умовах.

Крім послідовного прийняття рішень, декомпозиція задач прийняття рішень використовується для «поділу проблем на частині». При цьому результатом декомпозиції є не вибір одного з великої кількості варіантів, як при послідовному прийнятті рішень, а подання розв'язуваної задачі у вигляді сукупності більше дрібних задач, у межі - таких задач, методи рішення яких відомі.

Приклад 3. Розглянемо проблему боротьби із транспортним шумом [1]. Доцільно виділити наступні типи заходів:

- 1) заходу, пов'язані із джерелом шуму;
- 2) заходу на місці прояву шуму;
- 3) заходу на шляху поширення шуму;
- 4) заходу, що ставляться до всієї системи транспортних засобів;
- 5) заходу, пов'язані з реконструкцією транспортної системи й розробкою способів її техніко-економічної оцінки.

На відміну від прикладу 1, тут не мова йде про те, щоб вибрати один з варіантів рішення. Навпаки, для ефективної боротьби із транспортним шумом необхідно використати всі галузі, всі п'ять типів заходів.

Джерело шуму - це автомашина. Тому відразу виділяються три напрямки впливу на ситуацію:

- 1.1) конструкція автомашини (включаючи регулювання її вузлів);
- 1.2) паливо;
- 1.3) дорога.

Безпосередній захист від шуму може бути індивідуальна - шоломи, навушники, вставки у вуха - беруши (від «бережіть вуха»). А може бути й колективна (звукоізоляція віконні рами, стіни зі звукоізоляцією). Тому заходу на місці прояву шуму природно діляться на два класи:

- 2.1) індивідуальний захист від шуму;
- 2.2) придушення шуму в будинках.

Можна послабити шум «по дорозі». Добре відомі різні способи для цього:

- 3.1) спорудження звукозахисних стін й екранів, що відбивають звукові хвилі в безпечних напрямках;
- 3.2) створення звукозахисних смуг з дерев і чагарників;
- 3.3.) протишумове розташування будинків на місцевості (як по відстані від джерела шуму, так і по орієнтації будинків щодо нього й один одного).

Зниження шуму можливо також за допомогою різних заходів, що ставляться до всієї системи транспортних засобів. Мова йде про раціональну організацію руху в рамках діючої транспортної системи. Ця раціональна організація здійснюється регіональною владою адміністративними й частково організаційно-економічними методами. Прикладами подібних заходів є:

- 4.1) напрямок транзитного транспорту в об'їзд великих міст;
- 4.2) обмеження руху транспорту в певні годинники або по певних вулицях;
- 4.3) планування руху транспорту - за часом, по швидкості, по маршрутах.

Нарешті, необхідно обговорити заходи, націлені на майбутнє. Вони пов'язані з реконструкцією транспортних систем і розробкою способів її техніко-економічної оцінки. Який повинен бути транспорт майбутнього? Ясно, що в ньому повинні бути передбачені міри, спрямовані на зниження шумового навантаження. Техніко-економічна оцінка транспортних систем майбутнього повинна визначатися з урахуванням шумового навантаження. Виразимо це як

5.1) шумозаглушення в проектовані й реконструюємих транспортних системах.

Таким чином, одна вихідна задача породила 12 нових. Треба не вибирати одну з них, а вирішувати всі 12. Однак кожна з 12 є більше конкретної, чим вихідна. Її легше вирішити (після подальшої декомпозиції), чим вихідну.

Декомпозиція задач прийняття рішень «від галузей до кореня». Дотепер ми розбирали ситуації, коли задача ухвалення рішення розбивалася на складові (із цілю уточнення постановки й вибору однієї з конкретних формулювань або з метою розділити одну більшу задачу на ряд більше дрібних). Розглянемо тепер протилежний процес, коли конкретні потреби бізнес-процесів організації породжують єдиний комплекс задач прийняття рішень.

Приклад 4. Розглянемо процес декомпозиції задач прийняття рішень «від галузей до кореня» на прикладі формування задач служби контролінга організації. Для багатьох організацій актуальні наступні проблеми.

- 1) Відсутність оперативної інформації про виробничі процеси вимагає впровадження на підприємстві системи виробничого обліку.
- 2) Високий рівень накладних витрат у загальній сумі витрат змушує займатися виявленням місць виникнення «непотрібних» витрат.
- 3) Зайво більша величина незавершеного виробництва тягне необхідність розробки системи керування замовленнями.
- 4) Відсутній ефективний механізм контролю над діяльністю служби закупівель. Є лише епізодичний контроль із боку керівництва організації. Це спричиняється необхідністю розробки організаційно-економічного механізму, що дозволяє контролювати рівень цін на закуповувані матеріали.
- 5) Накладні витрати плануються на підприємстві по факті попереднього періоду. Це вимагає впровадження процесу бюджетування.
- 6) Використовувана система показників недостатня для керування підприємством. Отже, необхідна розробка системи показників фінансово-господарської, виробничої й соціальної діяльності підприємства.
- 7) У керівництва підприємства відсутнє системне подання про діяльності підприємства. Для прийняття обґрунтованих рішень по керуванню підприємством необхідне створення аналітичної служби підтримки прийняття таких рішень.

Для рішення семи перерахованих актуальних проблем прийняття рішень при керуванні підприємством впливає необхідність спеціальної інтегруючої служби - служби контролінга. Цілком очевидно, що всі «галузі» у розглянутій задачі декомпозиції спрямовані одному «кореню», і цей «корінь» описує задачі прийняття рішень, підтримувані службою контролінга.

Дотепер у процесі декомпозиції всі задачі одного рівня вважалися рівнозначними, вагарні коефіцієнти не вводилися. Однак іноді виявляються корисним різні варіанти розглядати з тими або іншими коефіцієнтами.

Приклад 5. Необхідно розробити процедуру прийняття рішень, пов'язаних з оцінкою ефективності розроблюваного медичного приладу (магнітного сепаратора). Для обчислення узагальненого показника якості й технічного рівня подібних приладів природно провести декомпозицію на три задачі прийняття рішень про три групи показників:

- 1) основні показники призначення;
- 2) економічні умови споживання;
- 3) умови обслуговування.

Нехай X – оцінка по першій групі показників, Y – по другий, Z – по третій. Перша оцінка враховується з ваговим коефіцієнтом 0,6, друга - 0,2, третя - також 0,2 (сума трьох вагових коефіцієнтів дорівнює 1). Таким чином, узагальнений показник якості й технічного рівня медичного приладу оцінюється як

$$W = 0,6X + 0,2Y + 0,2Z.$$

На наступному кроці декомпозиції в кожній із трьох груп виділяються одиничні показники якості й технічного рівня. Так, для блоку «основних показників призначення» виділяють:

- 1.1) ступінь очищення $X(1)$,
- 1.2) час очищення $X(2)$,
- 1.3) маса субстрату $X(3)$,
- 1.4) імовірність uszkodження здорових кліток $X(4)$.

Їм також приписують вагові коефіцієнти 0,44, 0,09, 0,18, 0,29 відповідно (сума вагових коефіцієнтів дорівнює 1). Тому оцінка за основними показниками призначення обчислюється як

$$X = 0,44 X(1) + 0,09 X(2) + 0,18 X(3) + 0,29 X(4).$$

Для блоку «економічні умови споживання» виділяють два одиничних показники:

- 2.1) методи сепарації $B(1)$
- 2.2) патентна чистота $B(2)$.

Їм також приписують вагові коефіцієнти 0,74 й 0,26 відповідно (сума вагових коефіцієнтів дорівнює 1). Тому оцінка по економічних умовах споживання обчислюється як

$$B = 0,74B(1) + 0,26B(2).$$

Для блоку «умови обслуговування» виділяють три одиничних показники:

- 3.1) режим роботи $Z(1)$,
- 3.2.) ергономіка $Z(2)$,
- 3.3) надійність $Z(3)$.

Їм також приписують вагові коефіцієнти 0,55, 0,14 й 0,31 відповідно (сума вагових коефіцієнтів дорівнює 1). Тому оцінка по блоці «умови обслуговування» обчислюється як

$$Z = 0,55Z(1) + 0,14Z(2) + 0,31Z(3).$$

Таким чином, описаний алгоритм декомпозиції в задачі ухвалення рішення щодо оцінки ефективності медичного приладу. Для обчислення узагальненого показника якості й технічного рівня необхідно одержати оцінки дев'яти одиничних показників. Звичайно це роблять із залученням експертів, що зіставляють розроблювальний прилад з вітчизняними й закордонними аналогами. Застосування подібних показників продемонстровано в підрозділі 3.1.1 на прикладах сум балів і зважених сум балів. Однак тільки тут показано, як можуть обґрунтовано будуватися системи факторів на основі ідеї декомпозиції.

Для знаходження вагових коефіцієнтів звичайно використовують оцінки експертів (див. главу 3.4). При цьому для кожної групи показників, а також при присвоєнні ваг групам на верхньому рівні декомпозиції можуть застосовуватися свої експертні процедури. Це важлива перевага розглянутої процедури забезпечується тим, що сума вагових коефіцієнтів щораз рівняється 1.

Справа в тому, що з наведених вище співвідношень треба, що для обчислення узагальненого показника якості й технічного рівня можна використати безпосередньо оцінки одиничних показників:

$$\begin{aligned} W &= 0,6X + 0,2Y + 0,2Z = 0,6 (0,44 X(1) + 0,09 X(2) + 0,18 X(3) + 0,29 X(4)) + \\ &+ 0,2 (0,74B(1) + 0,26B(2)) + 0,2 (0,55Z(1) + 0,14Z(2) + 0,31Z(3)) = \\ &= 0,264 X(1) + 0,054X(2) + 0,108 X(3) + 0,174X(4) + \\ &+ 0,148B(1) + 0,052B(2) + 0,11Z(1) + 0,028Z(2) + 0,062(3). \end{aligned}$$

Сума підсумкових дев'яти вагових коефіцієнтів, природно, дорівнює 1, оскільки так побудована схема декомпозиції.

З першого погляду може здатися раціональної оцінка ці дев'ять коефіцієнтів безпосередньо (за допомогою експертів). У главі 3.4 критикується така пропозиція. Зі сказаного вище також ясно, що покроковий метод декомпозиції дає можливість більш точно зіставити вагові коефіцієнти (окремо усередині груп, окремо групи між собою), чим це можна зробити при об'єднанні всіх одиничних показників разом.

Розглянуті вище способи усереднення значень одиничних показників - це фактично застосування середніх зважених арифметичних для значень одиничних показників. Доцільно звернути увагу на можливість застосування інших видів середніх величин. А також на підходи й результати теорії вимірів, що дозволяють вибирати найбільш адекватні види середніх величин відповідно до використовуваних шкал виміру (див. главу 2.1).

У теорії й практиці прийняття рішень накопичена велика кількість різних методів підготовки й прийняття рішень, як щодо простих, так і заснованих на витонченій математичній техніці. У подальших главах ми докладно розглянемо методи прийняття рішень, заснованих на оптимізаційних, ймовірно-статистичних й експертних методах, а в наступній частині познайомимось з методом моделювання й різних видів моделей, використовуваних у теорії й практиці прийняття рішень.

Тема 4. Методи і моделі теорії розкладів

Визначення 1. Теорія розкладів - частина наукової дисципліни теорії прийняття рішень, що містить методи й моделі, призначені для аналізу й синтезу систем планування.

Визначення 2. Система планування - концептуальна модель, основними компонентами якої є операції, роботи, прилади, технологічні матриці виконання робіт.

Визначення 3. Операція - це завдання, що повинне бути виконане приладом.

Визначення 4. Робота - це кінцевий набір послідовно виконуваних операцій.

Крім того, операція може бути представлена як відповідний етап технології виконання роботи. Тому далі ці два поняття використовуються як рівнозначні. Якісний зміст роботи залежить від предметної області. Зокрема, для інформаційних систем робота - це завдання або програма; для машинобудівного підприємства робота - це технологічна операція, що повинна бути виконана над деталлю; для організаційно-економічних систем робота - це функція ділового процесу.

Визначення 5. Прилад - це структурний компонент системи планування, призначена для виконання робіт. Як прилади можуть виступати елементи обчислювальної мережі, персонал організації, виробничі встаткування. Технологічна матриця визначає послідовність проходження роботи через прилади.

У системах планування передбачається, що:

- процес виконання операції приладом повинен бути безперервним, тобто наступна операція на цьому ж приладі може виконуватися тільки після повного завершення попередньої операції;

- послідовність операцій строго впорядкована, тобто існує не більше однієї операції як безпосередньо до, так і безпосередньо після даної операції;

- будь-яка робота в кожний момент часу може виконуватися тільки приладом одного типу;

- кожний прилад у цей момент часу виконує не більше однієї операції;

- всі прилади експлуатуються протягом безперервного періоду часу, тобто виключається їхня зупинка або поломка,

Завдання теорії розкладів діляться на; детерміновані й стохастичні. У детермінованих завданнях такі параметри системи, як: число робіт, моменти їхньої готовності до виконання, тривалість виконання, число приладів, є постійними й заздалегідь відомими. У стохастичних завданнях зазначені параметри можуть мінятися випадковим образом. У роботі розглядаються тільки детерміновані завдання теорії розкладів, до яких ставляться завдання впорядкування, календарного планування, узгодження. У завданнях упорядкування необхідно визначити послідовність виконання робіт на кожному із приладів. Завдання календарного планування пов'язані із установленням строків виконання операцій. При реалізації припущення про те, що кожна робота починає виконуватися відразу при настанні моменту її черговості й моменту доступності приладу, можна

однозначно визначити моменти початку виконання кожної з операцій. Очевидно, що завдання детермінованого календарного планування зводяться до завдань упорядкування. У завданнях узгодження необхідно знайти значення продуктивності ресурсів, які забезпечують виконання робіт у директивний термін. Відомі класифікації, що відрізняються тим, що до завдань теорії розкладів ставляться завдання розподілу, у яких безліч робіт із заданими тимчасовими характеристиками необхідно розподілити по приладах із заздалегідь установленими параметрами продуктивності. Реальні завдання теорії розкладів звичайно включають елементи всіх перерахованих вище типів завдань. Зокрема, завдання складання університетських розкладів включає оптимальний розподіл занять по аудиторіях і встановлення графіка їхнього виконання. Як критерій ефективності отриманого графіка виконання робіт можуть застосовуватися такі, як:

- мінімізація тривалості виробничого циклу;

- мінімізація сумарного часу очікування;

- мінімізація сумарного штрафу за порушення директивних строків виконання робіт;

- максимізація коефіцієнта завантаження приладів.

Як основні методи рішення завдань теорії розкладів застосовуються наступні методи: прямого перебору; вирішальних правил; вибору з активних розкладів; галузей і границь; динамічного програмування; генераторів розкладів; генетичні; віджигу й ін.

Метод прямого перебору для рішення завдання теорії розкладів. Цей метод припускає генерацію безлічі можливих рішень, обчислення цільової функції для кожного з рішень і вибір рішення, що має мінімальне значення цільової функції. Елементами рішення є: перестановки, сполучення, розміщення, або інші комбінаторні впорядкування елементів. Трудомісткість генерації варіантів різко зростає при збільшенні розмірності завдання, тому цей метод в основному використовується або в сполученні з іншими методами, або для перевірки точності евристичних методів для малої розмірності завдання планування. Основна складність при реалізації цього методу складається в генерації безлічі перестановок, сполучень і розміщень.

Тема 5. Ймовірнісні моделі прийняття рішень

У розглянуті раніше моделях передбачалося, що параметри ухвалюють строго певні або детерміновані значення. У реальній практиці найчастіше відомий діапазон зміни параметрів і задані щільності розподілу ймовірностей. Такі задачі відносять до ймовірнісних моделей теорії прийняття розв'язків. Грубою методологічною помилкою аналізу таких моделей є відмова від обліку ймовірнісної природи розподілу значень параметрів і побудова моделі прийняття розв'язків, як моделі з детермінованими параметрами з наступною заміною в отриманих вираженнях детермінованих значень на кількісні характеристики випадкових величин; математичне очікування, дисперсію й ін. Помилка полягає в тому, що ймовірнісний характер параметрів приводить до появи нових властивос-

тей, які відсутні в детермінованих системах. Наведене твердження доцільне проілюструвати наступним прикладом.

Варіант 1 функціонування системи. Припустимо, що розглядається детермінована система, на вхід якої через рівні проміжки часу T надходять роботи



Рис. 5.1. Концептуальная схема системы при детерминированном поступлении работ

Ці роботи обслуговуються приладом, час виконання кожної роботи також постійно й рівно T_2 . Якщо $T_1 > T_2$, тобто проміжок між вступом робіт більше часу виконання робіт, то черги перед приладом або затримки у виконанні робіт не виникають.

Варіант 2 функціонування системи. Припустимо, що тривалість інтервалу між роботами являє собою випадкову величину, щільність імовірності якої розподілена за експонентним законом. Математичне очікування цієї випадкової величини, так само як і в першому варіанті, рівно T , тобто в середньому роботи надходять у систему з тою же інтенсивністю (мал. 5.2).

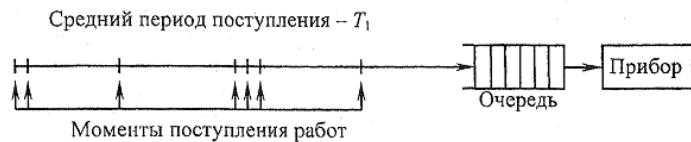


Рис. 5.2. Концептуальная схема системы при случайном поступлении работ

У другому варіанті в системі виникла якісно нова властивість - це черга, викликана випадковим характером вступу заявок. Отже, при конструюванні моделі функціонування системи необхідно враховувати наявність черги робіт, що очікують звільнення приладу. Основними імовірнісними моделями прийняття розв'язків є: керовані Марковські процеси; мережі й системи масового обслуговування; моделі керування запасами; моделі заміни встаткування; імовірнісні дерева розв'язку. Необхідно відзначити, що певну складність представляє конструювання критерію для імовірнісних моделей. Це пов'язане з тим, що у вираження для характеристики, обраної в якості критерію, звичайно входять випадкові величини. Тоді застосовувана характеристика також є випадковою величиною, а критерій може представлятися у вигляді: математичного очікування характеристики; комбінації математичного очікування й дисперсії характеристики; найбільш імовірного значення характеристики; імовірності настання певного події.

Як приклад використання критерію математичного очікування характеристики може служити критерій 3, використовуваний при оптимізації чисельності бібліотекарів у науково-технічних і навчальних бібліотеках вузів. Аналіз системи бібліотекарі-читачі показує, що можна виділити дві складові, впливають на величину сумарних збитків:

перша складова 31 - це збитки, пов'язані із простоем бібліотекарів через відсутність читачів. Величина цих збитків визначається як добуток математичного очікування часу простою бібліотекарів на вартість однієї одиниці часу їх роботи. Очевидно, що ця вартість являє собою величину заробітної плати, віднесена до сумарного фонду робочого часу. Нескладно встановити, що при збільшенні числа бібліотекарів сумарний час простою збільшується й, як наслідок, збільшуються витрати;

друга складова 32 - це втрати, викликані очікуванням у черзі студентами початку обслуговування. Цей час є для студентів безцінно-загубленим. Очевидно, що при збільшенні кількості бібліотекарів час очікування зменшується й, отже, зменшуються сумарні втрати студентів. Величина середніх сумарних втрат у системі бібліотекарі-читачі спочатку при збільшенні числа бібліотекарів зменшується, а потім починає зростати.

Другий тип критерію являє собою алгебраїчну комбінацію математичного очікування й дисперсії. Зміст цього критерію полягає в тому, що із двох варіантів конкуруючих розв'язків, що мають те саме значення математичного очікування, у якості оптимального необхідно вибрати той, у якого величина дисперсії менше. Зокрема, якщо існують два альтернативні варіанти А і В, для яких відомі математичні очікування, а також дисперсії А і В значень характеристики, обраної в якості показника ефективності, те можливі наступні комбінації значень цих числових характеристик:

$$\begin{aligned} 1 - m_A > m_B, D_A < D_B; \quad 2 - m_A = m_B, D_A < D_B; \quad 3 - m_A > m_B, D_A = D_B; \\ 4 - m_A > m_B, D_A > D_B; \quad 5 - m_A < m_B, D_A < D_B. \end{aligned}$$

Очевидно, що в перших трьох комбінаціях, безумовно, необхідно вибрати в якості оптимального варіант, а вибір варіанта в комбінаціях 4 і 5 залежить від відношення до ризику особи, що ухвалює розв'язку. Враховуючи, що ризик визначається величиною розкиду результату розв'язку, тобто значенням дисперсії, то в комбінації 4 варіант А забезпечує більш високу середню ефективність, але характеризується більшим значенням ступені ризику. У комбінації 5 варіант А менш ризиковий, але він має й меншу ефективність. Для остаточного вибору варіанта в останніх двох комбінаціях необхідно або використовувати постулати теорії Неймана-Моргенштейна, або застосовувати інтегральний критерій, що містить алгебраїчну суму математичного опису й дисперсії з відповідними коефіцієнтами.

Третій тип критерію припускає, що існує ряд значень характеристики й для кожного значення відома його ймовірність. Тоді в якості критерію вибирається значення, що має найбільшу ймовірність, і в процесі ухвалення рішення необхідно вибрати стратегію, максимізуючи це значення.

Четвертий тип критерію пов'язаний з визначенням імовірності настання певного події й полягає у виборі таких розв'язків, які або максимізують, або мі-

німізують імовірність цієї події. Наприклад, у якості такої події може розглядатися відмова обчислювальної системи, порушення строків виконання замовлень і ін.

Для конструювання імовірнісних моделей прийняття розв'язків застосовується апарат випадкових процесів.

Визначення 1. Процес називається випадковим, якщо для кожного моменту часу його стан являє собою випадкову величину.

Основа класифікацій випадкових процесів становлять три характеристики: простір станів, що індексує параметр і статистичні залежності між випадковими значеннями процесу. Простір станів являє собою множину значень випадкового процесу. Розрізняють процеси з дискретними й безперервними множинами станів. Процеси з дискретною множиною станів характеризуються тим, що множина можливих значень є кінцевим або рахунковим і звичайно називається ланцюгом. Простір станів задають натуральним рядом чисел $\{0, 1, 2, \dots, p\}$. Процеси, для яких припустима множина значень

являє собою кінцевий або нескінченний інтервал, називаються процесами з безперервною множиною станів. У якості параметра, що індексує, звичайно використовується час. У тому випадку, якщо переходи між станами можливі у фіксовані моменти часу, то такі процеси ставляться до процесів з дискретним часом. Статистичні залежності між випадковими значеннями процесу задаються функцією спільного розподілу ймовірностей.

Визначення 2. Випадковий процес називається марковським, якщо його подальший розвиток визначається тільки тем станом, у якому він перебуває в даний момент часу, але не залежить від передісторії влучення процесу в цей стан.

Випадковий процес, що володіє такими властивостями, уперше був запропонований в 1907 році російським математиком А.А. Марковим. Марковський процес із дискретними станами називається ланцюгом Маркова, тобто множина випадкових величин $\{x_p, p > 0\}$ утворює ланцюг Маркова, якщо наступний стан x_{p+1} визначається тільки значенням поточного стану x_p , і не залежить від попередніх значень процесу. У ланцюзі Маркова з дискретним часом зміни станів можуть відбуватися тільки в моменти, зумовлені натуральним рядом чисел $0, 1, 2, p$

Визначення 1. Система масового обслуговування (СМО) - це концептуальна модель, основними елементами якої є: джерела заявок, заявки, прилади, черги й дисципліни обслуговування.

У якості СМО можуть бути представлені такі реальні системи як: інформаційні, що містять сервер баз даних і клієнтські робочі станції; телефонні мережі, що включають центральний комутатор і кінцеве телефонне встаткування й ін.

Визначення 2. Джерело - це структурний компонент СМО, призначена для генерування заявок. Для різних предметних областей як джерел можуть виступати термінали інформаційних систем, верстати, студентські й ін.

Визначення 3. Заявка - це сигнал, генеруємий джерелом і утримуючий інформацію про необхідність виконання певної роботи. Процес виконання цієї

роботи називається обслуговуванням заявки. У якості заявки в реальних системах можуть виступати: вимогливі листки в публічних бібліотеках на видачу літератури; завдання, формовані користувачами інформаційних систем і ін.

Джерела діляться на: кінцеві; нескінченні; з обмеженою ємністю. *Кінцеві джерела* характеризуються тим, що після формування чергової заявки вони переходять у стан очікування повернення обслуженої заявки. Зокрема, це термінали інформаційної системи, які після формування завдання для виконання сервером переходять у стан очікування відповідного повідомлення. *Нескінченні джерела* генерують заявки, не чекаючи результатів обслуговування. Наприклад, нескінченним джерелом є гуртожиток, а заявками - студенти, що виходять із гуртожитку й прямуючі на обід у їдальню. *Джерела з обмеженою ємністю* p характеризуються тим, що вони можуть незалежно сформувати p заявок, а наступну $(p+1)$ -ю заявку генерують тільки після обслуговування однієї з раніше сформованих заявок. Джерела класифікуються на: однорідні й неоднорідні.

Визначення 4, Джерела є однорідними, якщо формовані ними заявки мають однакові імовірнісні характеристики.

Загальноприйнята класифікація СМО запропонована Кендаллом, і вона включає чотири компоненти. *Перший компонент* призначений для завдання характеристик вхідного потоку, у якості значення першого компонента використовуються наступні букви: *M*, *Ek*, *A*, *З*, *HE*, *HM*, *MAP* і ін. Зокрема, існують наступні відповідності між буквами й типами розподілу вхідного потоку: *M* - закон Пуассона; *Ek* - закон Эрланга до-го порядку; *ПРО* - детермінований потік; *З* - довільний розподіл; *HE* - гіперерлан-говское розподіл; *HM* - гіперекспонентний розподіл; *MAP* - однорідний марковський потік. *Другий компонент* використовується для завдання характеристик часу обслуговування, у якості її значень застосовуються такі ж літерні позначення, як і при описі вхідного потоку. *Третій компонент* призначений для завдання кількості приладів і ухвалює цілочеове значення, а *четвертий компонент* задає характеристики черги. Так, класифікаційна вистава описує розімкнуту однолінійну СМО із чергою обмеженої ємності m , пуассонівським вхідним потоком і довільним розподілом часу обслуговування. Необхідно відзначити, що класифікація Кендалла має істотні обмеження й не дозволяє детально описати різні параметри сучасних систем обслуговування.

Тема 6. Багатокритеріальні моделі прийняття рішень в умовах визначеності

Задача прийняття розв'язків $\langle T, A, DO, X, P, PRO, B \rangle$, де T - постановка задачі; A - множина альтернатив; DO - множина критеріїв; X - множина шкал оцінок критеріїв; P - відображення множини припустимих розв'язків у множину переваг експерта; Ξ - вирішальне правило, називається багатокритеріальною, якщо множина DO містить два або більш елементів. Необхідно відзначити, що більшість реальних задач прийняття розв'язків є багатокритеріальними. Зокрема, при проектуванні інформаційних комплексів системні інтегратори аналізують різні варіанти їх архітектурної побудови на основі значень таких критеріїв, як: реактивність, вартість, надійність. Очевидно, що конструктор

прагне вибрати варіант, що забезпечує високу реактивність, низьку вартість і підвищену надійність. Однак досягтися найкращих значень одночасно за перерахованими критеріями неможливо.

Припустимо, що розглядаються три конкуруючі варіанти архітектури інформаційної системи, кожний з яких характеризується кількісними показниками вартості й реактивності на типові запити користувачів (табл. 7.1).

Таблиця 3. Оцінки альтернатив архітектури системи

Альтернативи	Реактивність, з	Вартість, тис. грн.
Альтернатива 1	3	300 000
Альтернатива 2	10	150 000
Альтернатива 3	17	200 000

Аналіз оцінок дозволяє зробити висновок, що альтернатива 3 має гірші значення по обох критеріях стосовно альтернативи 2, і що вона може бути, виключена з подальшого розгляду. Уводяться наступні визначення.

Альтернатива *A* називається *домінуючою* стосовно *альтернативи B*, якщо за всіма критеріями оцінки альтернативи *A* не гірше, чим оцінка альтернативи *B*, а хоча б по одному критерію оцінка альтернативи *A* краще, чим оцінка альтернативи *B*. Альтернатива *У* визначається як *домінуєма*.

Альтернативи є ефективними, або, що інакше належать множині Еджворта-Парето, якщо кожна з них перевершує будь-яку іншу по якому-небудь із критеріїв. Ефективні альтернативи не порівнянні між собою на основі критеріальних оцінок, і краща з них може бути обрана тільки з урахуванням додаткової інформації, що відбиває переваги особи, що ухвалює розв'язку.

Таким чином, попередній етап розв'язку багатокритеріальних задач полягає в попарному порівнянні альтернатив і виключенні домінуємих. Подальший пошук оптимального варіанта визначається типом аналізованої проблеми. Для структурованих проблем, описуваних об'єктивними моделями, представляється можливим кількісне визначення значень критеріальних оцінок для різних параметрів і обмежень. Ця властивість дозволяє використовувати такі методи, як: адитивної або мультиплікативної згорток; вибору головного критерію й переклад інших критеріїв в обмеження; поступків; пошуку задовільних значень критеріїв (*STEM*).

Припустимо, що аналізована структурована проблема характеризується *m* критеріями $C_1, C_2, \dots, C_{m_1}, C_{m_1+1}, \dots, C_m$, причому перші m_1 критеріїв необхідно максимізувати, а, що залишилися $m - m_1$ критеріїв - мінімізувати.

Тоді *мультиплікативний критерій*, що ставиться до складених критеріїв, має вигляд:

$$C_n = \frac{C_1 C_2 \dots C_{m_1}}{C_{m_1+1} C_{m_1+2} \dots C_m} \rightarrow \max,$$

а *д д и т верб н ы й кр ит ер і й* представляється в такий спосіб:

$$C_w = \sum_{i=1}^m w_i C_i \rightarrow \max,$$

де / - вагові коефіцієнти. Позитивні значення / - відповідають максимумим критеріям, а негативні значення - мінімізуємим критеріям. Абсолютне значення / відбиває ступінь важливості / критерію.

Метод *STEM* формалізує процедуру знаходження вагових коефіцієнтів і припускає по чергові визначення прийнятного значення по кожному із критеріїв.

Методи багатокритеріального аналізу слабо структурованих проблем засновані на застосуванні або процедур експертного порівняння альтернатив, або теорії корисності.

Максимінний критерій Вальда. Правило вибору рішення відповідно до максимумного критерію (Мм-Критерієм) можна інтерпретувати в такий спосіб:

Платіжна матриця доповнюється стовпцем, кожний елемент якого являє собою мінімальне значення виграшу у відповідній стратегії ЛПР:

$$W_i = \min_j a_{ij} \quad (4)$$

Оптимальної за даним критерієм вважається та стратегія ЛПР, при виборі якої мінімальне значення виграшу максимально:

$$W = \max W_i$$

Обрана в такий спосіб стратегія повністю виключає ризик. Це означає, що приймаюче рішення не може зітхнути з гіршим результатом, чим той, на який він орієнтується. Ця властивість дозволяє вважати Мм-Критерій одним з фундаментальних.

Застосування Мм-Критерію виправдано, якщо ситуація, у якій приймається рішення наступна:

1. Про можливість появи станів навколишнього середовища нічого не відомо;
2. Рішення реалізується тільки один раз;
3. Необхідно виключити який би те не був ризик.

Критерій мінімаксного ризику Севиджа. Величина ($\max_j - a_{ij}$), де $\max_j$ - максимальний елемент *j* - го стовпця, може бути інтерпретована як додатковий виграш, одержуваний в умовах стану навколишнього середовища *S_j* при виборі ЛПР найбільш вигідної стратегії, у порівнянні з виграшем, одержуваним ЛПР при виборі в тих же умовах будь-якої іншої стратегії. Ця ж різниця може бути інтерпретована як величина можливого програшу при виборі ЛПР *i* - й стратегії в порівнянні з найбільш вигідною стратегією. На основі даної інтерпретації різниці виграшів виробляється визначення найбільш вигідної стратегії за критерієм мінімаксного ризику.

Для визначення оптимальної стратегії за даним критерієм на основі платіжної матриці розраховується матриця ризиків, кожний коефіцієнт якої (*г_{ij}*) визначається по формулі:

$$g_{ij} = \max_j - a_{ij} \quad (5)$$

Матриця ризиків доповнюється стовпцем, що містить максимальні значення коефіцієнтів *г_{ij}* по кожній зі стратегій ЛПР:

$$R_i = \max_j r_{ij}$$

Оптимальної за даним критерієм вважається та стратегія, у якій значення R_i мінімально:

$$W = \min R_i$$

Ситуація, у якій виправдане застосування критерію Сєвиджа, аналогічна ситуації Мм-Критерію, однак найбільш істотним у цьому випадку є облік ступеня впливу фактору ризику на величину виграшу.

Критерій песимізму-оптимізму Гурвиця. У практиці прийняття рішень ЛПР керується не тільки критеріями, пов'язаними із крайнім песимізмом або обліком максимального ризику. Намагаючись зайняти найбільш урівноважену позицію, ЛПР може ввести оцінний коефіцієнт, називаний коефіцієнтом песимізму, що перебуває в інтервалі $[0, 1]$ і відбиває ситуацію, проміжну між точкою зору крайнього оптимізму й крайнього песимізму. Даний коефіцієнт визначається на основі статистичних досліджень результатів прийняття рішень або особистого досвіду прийняття рішень у схожих ситуаціях.

Платіжна матриця доповнюється стовпцем, коефіцієнти якого розраховуються по формулі:

$$W_i = C \cdot \min_j a_{ij} + (1-C) \cdot \max_j a_{ij}$$

Де C - коефіцієнт песимізму.

Оптимальної за даним критерієм вважається стратегія, у якій значення W_i максимальні:

$$W = \max W_i$$

При $3=1$ критерій Гурвиця перетворюється в Мм-Критерій. При $3=0$ він перетворюється в критерій "азартного гравця", що робить ставку на те, що «випаде» найкращий випадок.

Критерій Гурвиця застосовується в ситуації, коли :

1. Інформація про стани навколишнього середовища відсутній або недостатній;
2. Необхідно зважати на появу кожного стану навколишнього середовища;
3. Реалізується тільки мала кількість рішень;
4. Допускається деякий ризик.

Критерій Ходжа-Лемана. Цей критерій опирається одночасно на Мм-Критерій і критерій максимального математичного очікування виграшу. При визначенні оптимальної стратегії за цим критерієм вводиться параметр вірогід-

$$W_i = u \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j + (1-u) \min_j a_{ij} \quad (7)$$

ності інформації про розподіл ймовірностей станів навколишнього середовища, значення якого перебуває в інтервалі $[0, 1]$. Якщо ступінь вірогідності великий, то домінує критерій максимального математичного очікування виграшу, у протилежному випадку (Мм-Критерій

Платіжна матриця доповнюється стовпцем, коефіцієнти якого визначаються по формулі.

Оптимальної за даним критерієм вважається та стратегія, у якій значення W_i максимальні:

$$W = \max W_i$$

Даний критерій застосуємо в наступному випадку:

1. Є інформація про ймовірності станів навколишнього середовища, однак ця інформація отримана на основі щодо невеликого числа спостережень і може змінитися;
2. Ухвалені рішення теоретично допускає нескінченно багато реалізацій;
3. При малому числі реалізації допускається деякий ріст.

Моделі. У чарівній країні студенти Університету Влади навчалися на моделях, що описують увесь світ: поведінку людей, виробничі системи, соціальні відносини й навіть революція. Скільки-яких надійних моделей такого типу поки не існує. Але відомі інші, досить точні й корисні моделі.

Фізик, що описує рівняннями стан газу в закритій камері, створює математичну модель процесу. Економіст, відповідальний за перевезення товарів від заводів-виготовлювачів до магазинів, також розробляє модель: він бере дані про продуктивність заводів, про потреби магазинів, про вартість перевезень і становить рівняння й нерівності. Вирішуючи їх, економіст будує найкращий план перевезень.

У наведені вище прикладах люди розробляють модель певного об'єкта, прагнучи представити у вигляді опису копію реального миру. Цілями створення моделі є звичайно: використання її в рішенні задач, які важко вирішувати на реальному об'єкті; краще розуміння об'єкта; побудова поліпшеного об'єкта шляхом внесення змін у модель. Природною вимогою до моделі є її ідентичність із об'єктом. Ми вивчаємо зовнішній світ, створюючи моделі. Ми поліпшуємо штучні системи, використовуючи їхньої моделі. В обох випадках роль моделей надзвичайно велика.

Необхідно підкреслити відмінність моделі, що у наведеному вище прикладі будує економіст, від фізичних моделей. Модель економіста описує процеси, у яких важливу роль грають люди: робітники на заводах, продавці в магазинах, водії вантажівок. Чинені ними дії і їхні результати знаходять відбиття в моделі. Як ми знаємо, у житті людське поведіння в значній мірі непередбачене й складно для моделювання. Однак у нашій прикладі передбачається, що люди лише виконують дії, запропоновані їм виробничою системою. Інакше кажучи, люди не мають волі поведінки - таке припущення робиться при побудові багатьох моделей організацій і виробничих систем.

Підхід дослідження операцій. Моделі, що описують поведінку людей, активно використовуються в дослідженні операцій. Дослідження операцій - сформована наукова дисципліна, добре відома в сучасному світі. Як визначає Е. С. Вентцель, під дослідженням операцій розуміють застосування математичних, кількісних методів для обґрунтування рішень у всіх областях цілеспрямованої людської діяльності.

Основними етапами рішення будь-якої задачі в дослідженні операцій є:

- побудова моделі;
- вибір критерію оптимальності;

- знаходження оптимального рішення.

Для підходу дослідження операцій характерні наступні риси.

Використовувані моделі носять об'єктивний характер. Побудову моделей розглядається в рамках дослідження операцій як засіб відбиття об'єктивно існуючої реальності. Коли модель, що правильно відбиває дійсність, знайдена, критерій оптимальності встановлений, оптимальне рішення може бути отримане єдиною можливим образом. «Інакше кажучи, опираючись на ті самі дані, різні фахівці-аналітики повинні одержувати однакові результати». Це вимога, запропонована Г. Вагнером, досить примітно. Воно визначає, що діяльність людей, описувана моделлю, підлегла вимогам доцільності.

Керівник одержує науково обгрунтоване рішення. За замовленням керівника аналітик досліджує організацію, зовнішнє середовище й намагається побудувати адекватну модель. У цій роботі сам ОПР найчастіше не потрібний. В описі багато чисельних випадків застосування методів дослідження операцій підкреслюється, що група аналітиків самостійно знаходить удале рішення. Звичайно, іноді керівник подає додаткову інформацію. Але його роль при цьому не відрізняється від ролі будь-якого співробітника організації. Можна сказати, що керівник дає замовлення й одержує готове рішення. Все інше роблять аналітики-фахівці з дослідження операцій. У загальному випадку замовлення керівника може бути сформульований у наступному виді: знайти найкраще (оптимальне), єдино вірне й науково обгрунтоване рішення. Даючи таке замовлення, керівник перебуває в досить зручному положенні: він покладається на силу наукового підходу.

3. Існує об'єктивний критерій успіхів у застосуванні методів дослідження операцій. Якщо проблема, що вимагає рішення, ясний і критерій визначений, то аналітичний метод відразу показує, наскільки нове рішення краще старого. Оптимальне рішення проблеми безглуздо заперечувати.

Опишемо дві класичні задачі дослідження операцій.

Перша з них одержала назву узагальненої транспортної задачі. Нехай є більша авіакомпанія, що перевозить пасажирів по різних маршрутах. Керівництво компанії визначає, які літаки (по місткості) і скільки літаків повинні обслуговувати різні маршрути. Уважається, що відомо потоки пасажирів між різними містами й загальне число наявних літаків різного типу. Потрібно розподілити літаки по маршрутах так, щоб мінімізувати витрати на їхнє обслуговування.

Друга задача одержала назву задачі про призначення. Передбачається, що необхідно розподілити задане число робіт серед виконавців так, щоб кожний виконавець виконував одну роботу. Вартість виконання кожної з робіт кожним виконавцем відома. Потрібно розподілити роботи так, щоб сумарна вартість їхнього виконання була мінімальною.

Словесному опису цих двох задач відповідає чіткий математичний опис, що представляє собою математичну модель.

Поява багатокритеріальності. При широкому застосуванні методів дослідження операцій аналітики стали зіштовхуватися із задачами, де є не один, а кілька критеріїв оцінки якості рішення.

Розглянемо описану вище узагальнену транспортну задачу. Додамо до

критерію мінімальних витрат на обслуговування літаків цілком природні критерії максимуму прибутку й максимуму комфорту для пасажирів. Якщо є три критерії, то необхідно погодити їх. Яке співвідношення між оцінками за критеріями є найкращим? Відповідь на це питання не визначений умовами задачі. Потрібна додаткова інформація, що може бути отримана тільки від керівництва авіакомпанії.

Звернемося тепер до задачі про призначення. Візьмемо часто, що зустрічається випадок, коли роботи неоднакові по своїй важливості, а виконавці різняться по якості виконуваної роботи. Тоді до наведеного вище критерію мінімальної вартості можна додати критерій якісного виконання найбільш важливих робіт. Якщо є вже два критерії, по яких варто оцінювати якість розподілу виконавців по роботах, то необхідно якось погодити їх. Яке відхилення від мінімуму вартості виправдує високоякісне виконання важливих робіт? Відповідь на це питання не впливає зі сформованої моделі. Ця відповідь взагалі не може бути отриманий об'єктивним образом. Інформація про компроміс може бути дана людьми, що приймають рішення, на основі їхнього досвіду й інтуїції.

Ці й багато хто їм подібні задачі мають наступну характерну рису: модель, що описує множину припустимих рішень, об'єктивна, але якість рішення оцінюється за багатьма критеріями. Для вибору найкращого варіанта рішення необхідний компроміс між оцінками за різними критеріями. В умовах задачі відсутня інформація, що дозволяє знайти такий компроміс. Отже, він не може бути визначений на основі об'єктивних розрахунків.

Аналіз багатьох реальних практичних проблем, з якими зіштовхувалися фахівці з дослідження операцій, природно привів до появи класу багатокритеріальних задач.

З появою багатьох критеріїв задачі вибору найкращого рішення мають наступні особливості.

Задача має унікальний, новий характер - немає статистичних даних, що дозволяють обгрунтувати співвідношення між різними критеріями.

На момент ухвалення рішення принципово відсутня інформація, що дозволяє об'єктивно оцінити можливі наслідки вибору того або іншого варіанта рішення. Але оскільки рішення, так чи інакше, повинне бути прийняте, то недолік інформації необхідно заповнити. Це може бути зроблено лише людьми на основі їхнього досвіду й інтуїції.

Перші багатокритеріальні рішення: скільки будувати ракет? Одним з перших підходів до прийняття рішень при двох критеріях є метод «вартість-ефективність». Він був розроблений наприкінці 50-х років у США для рішення військових задач. У роки ракетно-ядерної гонки США - СРСР однієї з основних була задача про достатність системи нападу для

подолання захисту потенційного супротивника. Метод «вартість-ефективність» складається із трьох основних етапів:

побудови моделі ефективності;

побудови моделі вартості;

синтезу оцінок вартості й ефективності.

Приклад типової моделі, використовуваної в методі «вартість-ефективність» для аналізу варіантів побудови військово-технічних систем, даний на рис 14.

Модель складається із двох частин - моделі вартості й моделі ефективності. Ці моделі використовуються для вибору військової системи з певним числом ракет. Модель вартості представляє залежність загальної вартості від кількості ракет, а модель ефективності - залежність імовірності поразки цілей від кількості ракет. Обидві моделі в цьому випадку можна розглядати як об'єктивні: вони будуються на базі фактичних даних, надійного статистичного матеріалу. Однак вихідні параметри цих моделей не поєднуються за допомогою заданої залежності; використовується судження керівника, що визначає граничні значення вартості, необхідні значення ефективності. Часто використовують відношення вартості до ефективності, але при цьому рекомендується звертати увагу на абсолютні значення цих величин.

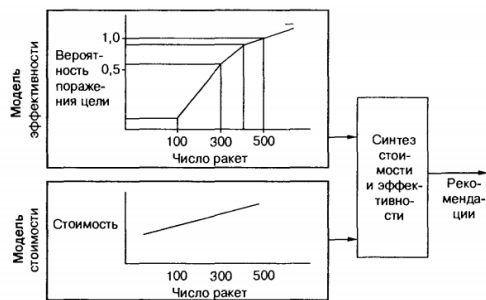


Рис. 14. Моделі, використовувані в методі «вартість-ефективність»

Основна відмінність наведеної моделі від типових моделей дослідження операцій полягає в появі суб'єктивних суджень при синтезі вартості й ефективності. У загальному випадку на етапі синтезу вартості й ефективності рекомендується використовувати два основних підходи: 1) фіксованої ефективності при мінімально можливій вартості (при такому підході вибирається «най дешевша» альтернатива, що володіє заданою ефективністю); 2) фіксованої вартості й максимально можливої ефективності (випадок бюджетних обмежень). Зміст цих підходів ясний - переклад одного із критеріїв оцінки альтернатив в обмеження.

Але при цьому відразу ж виникає питання: як, на якому рівні встановити обмеження на один із критеріїв. Об'єктивний і єдина можлива відповідь на це питання в загальному випадку не впливає з умов задачі. Ні необхідна ефективність, ні бюджетні обмеження не встановлюються звичайно досить жорстко. Очевидно, що при декількох критеріях це ж питання стає істотно складніше. Інакше кажучи, коли аналітик сам переводить всі критерії, крім одного, в обмеження, він робить сваволлю, нічим не виправданий з погляду керівника, відповідального за рішення проблеми.

У ряді випадків використовують відношення двох зазначених вище критеріїв. Автори методу застерігають проти механічного використання відносини вартості до ефективності,

вказуючи, що воно може бути тим самим при різних абсолютних значеннях чисельника й знаменника.

Третій підхід до синтезу вартості й ефективності приводить до побудови множини Еджворта-Парето (рис. 15). Зрівняємо два варіанти на множині Еджворта-Парето. Варіант А менш дорогою, чим варіант В, але й менш ефективний. Варіант У більше ефективний, чим варіант А, але й більше дорогою. Порівнюючи варіанти, що перебувають на множині Парето, ОПР зупиняється на одному з них і робить свій остаточний вибір.

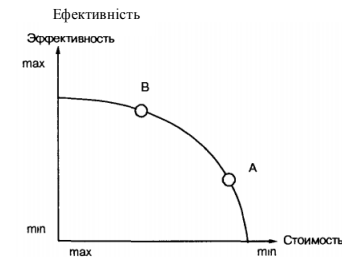


Рис. 15. Множина Еджворта-Парето при двох критеріях

Різні типи проблем

Підходи дослідження операцій і прийняття рішень істотно різняться, тому що вони спрямовані на принципово різні проблеми прийняття рішень, що існують у навколишньому нас реальному світі. Ці принципові розходження прагнули підкреслити автори множини класифікацій проблем прийняття рішень. Так, у відомій класифікації, запропонованій в 1958 р. у статті Г. Саймона й А. Ньюелла [5], виділяються так звані добре й слабоструктуровані проблеми. Добре структуровані, або кількісно сформульовані проблеми — ті, у яких істотні залежності з'ясовані настільки добре, що можуть бути виражені в числах або символах, що одержують, зрештою, чисельні оцінки. Слабоструктуровані, або змішані проблеми ті, які містять як якісні, так і кількісні елементи, причому якісні, маловідомі й невизначені сторони проблем мають тенденцію домінувати.

Важливо підкреслити, що в типових задачах дослідження операцій об'єктивно існує реальність, що допускає строгий кількісний опис і визначає існування єдиного очевидного критерію якості. Вивчення реальної ситуації може вимагати великої праці й часу. Необхідна інформація може бути дорогою (наприклад, потрібні спеціальні дослідження, щоб визначити значення ряду параметрів). Однак при наявності засобів і гарної кваліфікації аналітиків є всі можливості знайти адекватний кількісний опис проблеми, кількісні зв'язки між змінними й критерій якості.

Можна сказати, що типові проблеми дослідження операцій є добре структурованими.

По-іншому полягає справа в багатокритеріальних задачах. Тут частина інформації, необхідної для повного й однозначного визначення вимог до рішення, принципово відсутній. Дослідник часто може визначити основні змінні, установити зв'язку між ними, тобто побудувати модель, що адекватно відбиває ситуацію. Але залежності між критеріями взагалі не можуть бути визначені на основі об'єктивної інформації, наявної в розпорядженні дослідника. Такі проблеми є слабо структурованими, тому що тут недолік об'єктивної інформації принципово не усунемо на момент ухвалення рішення.

Більше того, існують проблеми, у яких відомий тільки перелік основних параметрів, але кількісні зв'язки між ними встановити не можна (немає необхідної інформації). Іноді ясно лише, що зміна параметра в певних межах позначається на рішенні. У таких випадках структура, що розуміється як сукупність зв'язків між параметрами, не визначена, і проблема називається неструктурованою. Типовими неструктурованими проблемами є проблема вибору професії, проблема вибору місця роботи й багато іншого проблем вибору. Слабоструктуровані й неструктуровані проблеми досліджуються в рамках наукового напрямку, називаного прийняттям рішень при багатьох критеріях.

Два простори. Поява багатокритеріальності привела до принципової зміни характеру розв'язуваної задачі. Переваги ОПР стали основою вироблення рішень. Вони багато в чому визначають результат рішення. Зі спостерігача й замовника ОПР перетворився в вирішувача задачі. Рішення тепер можна назвати суб'єктивним, хоча в процесі рішення використовуються об'єктивні моделі.

Характерною рисою багатокритеріальних задач із об'єктивними моделями є одночасний розгляд двох просторів - простору змінних, використовуваних при побудові моделі, і простору критеріїв.

Приведемо ілюстративний приклад: побудуємо нарочито просту модель із двома параметрами й двома критеріями. Із множини змінних, що описують економічну систему сучасної держави, виберемо два: x_1 — збільшення об'єму грошової маси; x_2 — збільшення кількості робочих місць.

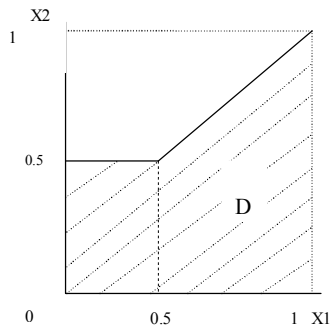


Рис. 16. Зв'язок кількості робочих місць зі збільшенням грошової маси

Припустимо, що певна кількість робочих місць може бути створене без збільшення об'єму грошової маси, але подальше їхнє збільшення пропорційно об'єму грошової маси (мал. 16). На малюнку заштрихована область D може бути названа областю припустимих значень параметрів (x_1 і x_2 змінюються від 0 до 1).

Уведемо два критерії: C_1 — зменшення безробіття (в %); C_2 — збільшення ВВП (в %). Помітимо, що при одному критерії оптимальне рішення очевидно. При великому числі змінних і одному критерії рішення може бути знайдене за допомогою стандартних програм лінійного програмування (див. список літератури наприкінці лекції).

Нехай критерії пов'язані зі змінними наступними залежностями:

$$C_1 = 0,1x_1 + 0,9x_2; \quad C_2 = 0,5x_1 + 0,5x_2.$$

Ці залежності дозволяють побудувати припустиму область зміни значень критеріїв S (мал. 17) при зміні змінних. Область S залежить від рівнянь зв'язку між змінними й критеріями. У реальних задачах число змінних велике (до десятків тисяч), а число критеріїв невелике (звичайно не більше 10). ОПР працює із критеріями, визначаючи свої вимоги до якості рішення й аналізуючи область S. Відзначимо ще раз, що область S з'являється тільки в багатокритеріальних задачах.

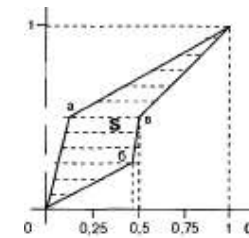


Рис. 17. Припустима область S зміни значень критеріїв

Багатокритеріальний аналіз економічної політики. Від чисто ілюстративної (і примітивної) моделі перейдемо до макроекономічної моделі економіки Фінляндії [6], побудованої на початку 70-х років. Ця модель являє собою сукупність лінійних рівнянь і обмежень. Деякі змінні в моделі були керуючими, тобто могли бути змінені ОПР. При певних значеннях керуючих змінних одержуємо одне з можливих рішень. Якість рішень оцінювалося по чотирьох критеріях:

C_1 - збільшення валового національного продукту (в %);

C_2 - зменшення інфляції (в %);

C_3 - зменшення безробіття (в %);

C_4 - зменшення дефіциту зовнішньої торгівлі (млрд фінських марок).

Використовуючи спеціальні людино машинні процедури (див. далі), трохи ОПР одержували за допомогою макроекономічної моделі різні варіанти економічної політики. У табл. 3 наведені три варіанти, отримані одним із ОПР.

Таблиця 4 Значення критеріїв оцінки варіантів економічної політики

Варіант рішення	C1	32	Cз	34
1	2,74	8,16	3,28	2,24
2	0,57	9,00	2,81	5,27
3	1,81	8,88	2,64	6,54
Найкращі значення	7,18	8,16	1,88	1,21

У нижньому рядку табл. 3 наведені найкращі значення кожного із критеріїв, які можна одержати, якщо взяти один із критеріїв як основний, а на інші не звертати уваги. Найкращі значення за всіма критеріями одночасно не досяжні. Модель, тобто сукупність залежностей між численними змінними, що описують економіку Фінляндії, не дозволяє одержати таке рішення. Це означає, що відповідна крапка лежить за межами області припустимих значень.

Варіанти економічної політики, представлені в табл. 3, показані також на мал. 18, де шкали критеріїв побудовані від кращих (нижніх) до гіршого (верхнім) значенням.

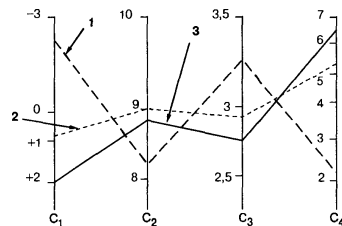


Рис. 18. Три варіанти економічної політики

Малюнок дозволяє легко виявити, що три варіанти економічної політики є крапками множини Е-П у чотирьохвимірному просторі критеріїв. Дійсно, перший варіант дає мінімальне значення інфляції, але негативний приріст ВВП і більше безробіття. Другий і третій варіанти допускають більшу інфляцію. Вони приводять до росту ВВП, але виростає й дефіцит зовнішньої торгівлі. Ці проти-

річчя відбивають типовий характер варіантів багатокритеріальних рішень. Для остаточного вибору потрібний компроміс: доводиться чимсь пожертвувати, щоб щось одержати.

Двоє труднощів для ОПР. Наведений вище приклад дозволяє пояснити, чому багатокритеріальні задачі з об'єктивними моделями складні для ОПР.

Щоб прийняти рішення, необхідно, по-перше, установити, наскільки гарні значення по критеріях досяжні одночасно. Зробити це зовсім не просто. На відміну від ілюстративного прикладу на мал. 16, число змінних, що описують область D припустимих значень, дорівнює сотням і тисячам. Одержуючи якимсь зі способів (див. далі) рішення задачі, ОПР бачить співвідношення між критеріями. Для поводження ОПР типові спроби досягти «усього відразу» (тобто одержати найкращі значення за всіма критеріями одночасно). Результати таких спроб дозволяють зрозуміти, чого можна досягти й чого не можна. Поряд із цим ОПР виробляє компроміс між оцінками за критеріями, визначаючи бажане для нього відношення між ними в крапці рішення.

Вироблення такого компромісу досягається теж шляхом проб, помилок і витрат часу. На перших етапах рішення ОПР звичайно прагне до ідеального результату, але потім, з досвідом, його домагання стають більше реалістичними.

Дослідження рішень на множині Е-П. З появою багатокритеріальних задач виникла ідея побудови простору Е-П і організації роботи ОПР на цій множині.

Із сучасних напрямків досліджень, що йдуть цим шляхом, необхідно виділити два підходи. Перший з них

пов'язаний з візуалізацією множини Е-П і наданням ОПР можливості проводити аналіз на площинах пар критеріїв при фіксованих значеннях інших критеріїв. Цей підхід одержав назву методу досяжних цілей.

Інший підхід застосовується в тих випадках, коли ОПР може відновити по сукупності критеріальних оцінок, а також по інших параметрах цілісний вигляд альтернативи. Ця ситуація характерна звичайно для діяльності конструктора. Пред'явлення рішень, що перебувають на множині Е-П, допомагає конструкторові в пошуку нових ефективних конструкцій механізмів і машин.

Постановка багатокритеріальної задачі лінійного програмування

Тепер, коли основні труднощі для ЛПР стали ясні, можна сформулювати багатокритеріальну задачу лінійного програмування.

Дано: область D припустимих значень змінних, обумовленою сукупністю лінійних рівностей і нерівностей; критерії Cі оцінюючу якість рішення.

Кожний із критеріїв лінійно пов'язаний зі змінними:

$$C_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$$

де n - число змінних (j=1,...,n); C_{ij}- числові коефіцієнти.

Потрібно: знайти рішення X в області D, при якому досягаються найбільш прийнятні значення за всіма критеріями. Інакше кажучи, потрібно знайти такі критеріальні оцінки, при яких досягається максимальне значення апіорі невідомої функції корисності ОПР.

Ця задача вирішується за допомогою людино-машинних процедур.

Людиномашинні процедури

Засобами дослідження області припустимих рішень, що приводять до бажаного вибору найкращого рішення, є людиномашинні процедури (ЛМП), що представляють собою процедури спілкування ОПР і комп'ютера. Вони складаються з сукупності кроків, кожний з яких містить у собі фазу аналізу, виконаного ОПР, і фазу розрахунків, виконуваних комп'ютером.

Фаза розрахунків (комп'ютер):

- використовуючи отриману від ОПР на попередньому кроці; формацію, проводить додаткові розрахунки;
- обчислює рішення, що відповідає останньої інформації ОПР;
- виробляє допоміжну інформацію для ОПР.

Фаза аналізу (ОПР):

- оцінюючи пред'явлене рішення (або сукупність рішень), визначає, чи є рішення (одне з рішень)
- прийнятним; якщо так, те ЛМП кінчена; у противному випадку ОПР аналізує допоміжну інформацію;
- повідомляє додаткову інформацію, за допомогою якої комп'ютер обчислює нове рішення.

Існує велика кількість ЛМП. Різні ЛМП відрізняються друг від друга змістом і способом виконання кожної з фаз. Перші з розроблених ЛМП засновані на використанні інформації про відносну важливість критеріїв.

Вагові коефіцієнти важливості критеріїв

З появою Багатокритеріальних задач виникли додаткові труднощі їхнього рішення, пов'язані з одержанням інформації від ОПР. Природною реакцією на це було прагнення одержати таку інформацію відразу й швидко усунути багатокритеріальність. Цей підхід був реалізований шляхом об'єднання багатьох критеріїв в один за допомогою, так званих вагарень коефіцієнтів важливості критеріїв. Глобальний критерій обчислюється по формулі

$$C_{\text{за}} = \sum_{i=1}^N W_i C_i \quad (1)$$

де C_i - частки критерії ($i=1, \dots, N$); W_i - ваги (коефіцієнти важливості) критеріїв: $0 < W_i < 1$;

$$\sum_{i=1}^N W_i = 1 \quad (2)$$

Ідея такого об'єднання полягає в тому, що ОПР призначає числа (часто по чисельній шкалі 1-100), що представляють для нього цінність розглянутого критерію. Уважається, що ОПР може призначити такі числа. Далі, вагові коефіцієнти нормуються на основі умови (2).

Звернемося до мал. 15. Легко побачити, що рішення, що відповідають крапкам А і В на множині Парето, можуть бути представлені у вигляді

$$C_A = \sum_{i=1}^N W_i^A C_i^A$$

$$C_B = \sum_{i=1}^N W_i^B C_i^B$$

Існує лема [8], що затверджує, що для лінійної задачі будь-яке ефективне, що перебуває на множині Е-П рішення може бути представлене у вигляді (1), тобто у вигляді ваг, помножених на приватні критерії. Отже, формально задача зводиться до знаходження ваг.

Виникла ідея, що ці ваги можна одержати від ОПР оперативно. Якщо ОПР утрудняється на початку процесу рішення (до вивчення області D) відразу назвати ці ваги, то можна побудувати ЛМП наступного змісту: ОПР призначає первісні ваги, дивиться на рішення й коректує ваги до одержання задовільного результату.

Класифікація ЛМП

Запропонована класифікація ЛМП, заснована на характері інформації, одержуваної від ОПР на фазі аналізу.

Перша група ЛМП - прямі ЛМП, у яких ОПР безпосередньо призначає ваги критеріїв і коректує їх на основі отриманих рішень.

Для другої групи ЛМП задача ОПР складається в порівнянні багатокритеріальних рішень. Ця група називається ЛМП оцінки векторів.

Третя група жадає від ОПР накладення обмежень на значення критеріїв і, отже, на область припустимих значень. ЛМП цієї групи називаються ЛМП пошуку задовільних рішень.

Перед тим як перейти до розгляду ЛМП кожної групи, варто вказати на загальні попередні етапи, що зустрічаються в багатьох ЛМП.

Перед рішенням задачі рекомендується зробити нормування критеріїв, визначивши діапазон їхньої зміни від 0

до 1:

$$\tilde{C}_k(x) = \frac{C_k(x) - C_k^{\min}(x)}{C_k^{\max}(x) - C_k^{\min}(x)}$$

де $C_k^{\min}, C_k^{\max}$ - мінімально й максимально можливі значення

k-го критерію $C_k(x)$ — проміжне значення.

Крім того, як це було показано вище на прикладі (п.7), для кожного із критеріїв обчислюється оптимальне абсолютне значення. Вектор таких (недосяжних одночасно) значень допомагає ОПР оцінити межі можливого.

Прямі людиномашинні процедури

В основі прямих ЛМП лежить припущення, що людина може шукати найкраще рішення шляхом безпосереднього призначення ряду параметрів (наприклад, ваг критеріїв) і порівняння рішень, що виходять.

Як приклад прямих ЛМП розглянемо процедуру SIGMOP (послідовний генератор інформації для багатоцільових задач [9]). У ній ОПР намагається знайти гарне рішення шляхом призначення ваг критеріїв (w_i) і рівнів припустимих значень за всіма критеріями одночасно ($C_i \geq l_i$).

Особа, що приймає рішення, задає початкові значення W_i і $l_i, (i=1, \dots, N)$. Далі на фазі розрахунків комп'ютер визначає нову область D припустимих значень змінних і знаходить у ній значення глобального критерію (1), а також всіх окремих критеріїв. Значення всіх критеріїв, що не задовольняють умовам, на-

кладеним раніше, пред'являються ОПР. Після цього ОПР міняє ваги й обмеження в будь-якій послідовності доти, поки процедура не дасть йому прийнятного рішення.

Якщо критеріїв мало (два-три), то дана процедура може бути досить зручною. Однак при зростанні числа критеріїв для ОПР стає усе складніше оцінити вплив на одержувані рішення кожного з ваг і кожного з обмежень. Тому, імовірно, кількість прямих ЛМП порівняно невелика.

Процедури оцінки векторів

В основі цих процедур лежить припущення, що ОПР може безпосередньо порівнювати рішення, пропонувані йому у вигляді векторів у критеріальному просторі, і систематично шукати в цьому просторі найкращий вектор.

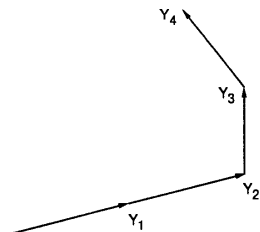


Рис. 19. Пошук рішення в критеріальному просторі

Однієї з найбільш відомих ЛМП оцінки векторів є процедура Дайера-Джирофріона (Д-Д) [10]. Вона починається з вибору якої-небудь точки в критеріальному просторі (мал. 19). У цій точці ОПР визначає градієнт глобальної цільової функції. Один із критеріїв вважається опорним. Береться невелика зміна значення цього критерію (убік поліпшення) від початкового. Перед ОПР ставляться питання типу: яка зміна за іншим критерієм еквівалентно заданій зміні опорного критерію? Відповіді ОПР визначають вектор (напрямок), уздовж якого зміна глобального критерію буде найбільш ефективним. Уздовж цього напрямку робиться крок певної довжини значення, і виходять нові значення за всіма критеріями. Сукупність цих значень (вектор) пред'являється ОПР разом з первісним рішенням (відповідним початковій точці). Далі перед ОПР ставиться питання: яке з рішень краще? Якщо краще нове рішення (назвемо його Y1, то робиться ще крок уздовж цього ж напрямку й обчислюється рішення Y2. Далі Y1 і Y2 пред'являються ОПР. Якщо Y2 краще, то робиться ще крок у колишньому напрямку, і т.д. Якщо Y2 краще, ніж Y1, то в точці Y2 визначається новий градієнт (напрямок) зміни глобальної цільової функції (див. мал. 19), і т.д.

Процедура закінчується, якщо ОПР визнає чергове рішення цілком для нього задовільним.

На відміну від прямих методів у ЛМП Д-Д спостерігається систематичний пошук, що допомагає ОПР вибрати найкраще рішення. Уразливим місцем ЛМП оцінки векторів є припущення, що ОПР може безпомилково визначати

градієнт цільової функції. Відзначалося, що, працюючи з малими приростами критеріїв, ОПР буде постійно робити помилки.

Процедури пошуку задовільних значень критеріїв

Ці процедури також призначені для систематичного пошуку найкращого рішення. Однак такий пошук здійснюється по-іншому: по черзі визначається прийнятне значення по кожному із критеріїв.

Прикладом ЛМП пошуку задовільних значень критеріїв служить процедура STEM - одна з перших ЛМП [11]. Вона призначена для рішення багатокритеріальних задач лінійного програмування, однієї з яких саме і є багатокритеріальна транспортна задача (див. вище).

Розглянемо фази розрахунків і аналізу ЛМП STEM.

Фаза розрахунків:

Проводиться оптимізація за кожним критерієм окремо, при цьому значення всіх інших критеріїв заносяться в табл. 4.

Таблиця 5. Відносні значення критеріїв

Критерії	C1	C2	...	CN
C1	1	c_1^2	...	c_1^N
C2	c_2^1	1	...	c_2^N
...	...	...	...	...
CN	c_N^1	c_N^2	...	1

У таблиці c_i^j - значення і-го критерію при оптимізації по j-му критерію. Ясно, що діагональні елементи дорівнюють одиниці, а всі інші менше одиниці. Очевидно, що після нормування найбільше значення кожного критерію дорівнює одиниці, а найменше - нулю. Будь-який стовпець містить значення відповідного критерію, що досягаються при оптимізації за всіма критеріями.

Таблиця вміщає кошовну інформацію, що характеризує область припустимих значень. Так, якщо значення якихось двох стовпців близькі для кожного з рядків (крім рядків, що містять одиниці в цих стовпцях), те два відповідні критерії сильно залежні, тому що зміни всіх інших критеріїв (крім цих двох) однаково впливають на ці два критерії. Можна виявити також і суперечливі критерії: висока оцінка по одному супроводжується низькою оцінкою по іншому. Така інформація досить корисна для ОПР, що вивчає можливості, надавані областю D припустимих значень.

2. По табл. 4 обчислюються індекси критеріїв.

Нехай α_i - середнє значення, узятє по всіх елементах і-го стовпця (крім одиниці). Тоді λ_i (індекс і-го критерію) обчислюється зі співвідношень:

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_j} = \frac{1 - \alpha_i}{1 - \alpha_j}; \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad (3)$$

Індекс критеріїв може бути названий коефіцієнтом уваги, яке варто приділяти критерію при пошуку рішення.

Припустимо, що всі елементи i -го стовпця в табл. 4 близькі до одиниці. Тоді середнє значення теж близько до одиниці, $(1-\alpha_1)$ мало й відповідний індекс малий. Дійсно, якщо при оптимізації за іншими критеріями значення даного критерію близько до найкращого, то йому навряд чи варто приділяти увагу. Навпаки, критерію, що сильно залежить від змін інших критеріїв (α_1 мало), повинні відповідати більші значення індексу. Індекси називають іноді технічними вагами тому, що на відміну від ваг w_5 вони не призначаються ОПР, а обчислюються.

3. Виробляється оптимізація за глобальним критерієм. Глобальний критерій має вигляд

$$C = \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i$$

, де λ_i визначаються з (3).

Рішення, знайдене при оптимізації, пред'являється ОПР.

Фаза аналізу:

1. ОПР аналізує вектор значень критеріїв y_1 знайдений при оптимізації за критерієм (4). Потім йому задається питання: чи всі компоненти вектора y_1 мають задовільні значення? Якщо так, то рішення отримане. Якщо ні, то ОПР укаже один критерій з найменш задовільним значенням.

2. ОПР просять призначити для критерію з найменш задовільним значенням граничне значення 1, при досягненні, якого можна визнати цей критерій, що має задовільне значення: $C_i \geq l_i$ (5)

Умова (5) додається до сукупності лінійних рівностей і нерівностей, що визначають область D припустимих значень змінних. Таким чином, виникає нова область припустимих значень.

На цьому фаза аналізу закінчується. Наступний крок починається з фази розрахунків при новій області припустимих значень і т.д. При досягненні задовільних для ОПР значень за всіма критеріями ЛМП зупиняється.

Приклад застосування методу STEM: як управляти персоналом

Французькою консультативною фірмою SEMA запропонована модель, що характеризує зміни згодом складу персоналу великої організації й продуктивності її роботи. Модель використовувалася для прогнозування наслідків різних варіантів керування кадрами організації. Перевірялися різні стратегії прийому на роботу й підвищення в посаді через два, три й чотири роки. У якості змінної моделі розглядалася кількість співробітників, призначених на різні посади в певні періоди часу.

Використовувалися чотири критерії, що представляють собою лінійні функції від змінних: загальне «задоволення» кадрів (SA); фактична ефективність роботи кадрів (EF); вартість прийому на роботу додаткових співробітників (EB); вартість нестачі кадрів стосовно прогнозованих потреб (EC).

У модель були закладені наступні залежності:

ефективність роботи співробітника лінійно залежить від відношення оцінки його можливостей Q до оцінки вимог t пропонованих посадою до співробітника;

задоволення співробітника під час перебування на певній посаді спочатку зростає до максимального значення, а потім згодом зменшується до первісного значення також залежно від відношення Q до t .

З математичної точки зору проблема являла собою задачу лінійного програмування із чотирма критеріями якості, 350 змінними й 200 обмеженнями. Не було ніякої апріорної інформації про порівняльну важливість критеріїв.

Для рішення був використаний метод STEM [11]. На першому етапі рішення в області припустимих значень була здійснена оптимізація по кожному із критеріїв. Потім за допомогою лінійного перетворення щирих значень критеріїв до значень в інтервалі $(0,1)$ (нормування) був виконаний перехід до відносних значень критеріїв. Значення критеріїв при почерговій оптимізації по кожному з них наведені в табл. 5. З розгляду таблиці можна зробити висновок про сильну залежність критеріїв SA і EF і про суперечливість цих критеріїв і критеріїв EB і EC; останні два суперечливі також один одному.

Таблиця 6. Значення критеріїв при почерговій оптимізації по кожному з них

Критерій	SA	EF	EB	EC
SA	1	0,875	0,275	0,83
EF	0,86	1	0,09	0,765
EB	0,131	0,149	1	0,4
EC	0,442	0,45	0,733	1

Далі на основі наведеної таблиці були визначені початкові індекси (технічні ваги) критеріїв. Нехай $(\text{аср})_v$ — середнє по v -му стовпці значення всіх елементів, крім максимального (рівного 1). Визначимо $B_v = 1 - (\text{аср})_v$

Індекси критеріїв знаходимо з умови

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_j} = \frac{w_i}{w_j}; \quad \sum_{i=1}^4 \lambda_i = 1$$

що дозволяє одержати:

Критерій	SA	EF	EB	EC
λ_1	0,261	0,254	0,317	0,168

Такий спосіб визначення технічних ваг відбиває прагнення знайти в області припустимих рішень вершину з найкращими значеннями за всіма критеріями.

Потім проводилася оптимізація за глобальним критерієм, що дало наступний результат:

SA=0,965; EF=0,85; EB=0,45; EC=0,675.

Для діалогу із ОПР значення за критеріями EB і EC були представлені в одиницях вартості. ОПР пред'являлися: вектор z_1 максимальних значень, що досягаються при максимізації по кожному із критеріїв окремо, і вектор y_1 значень критеріїв, що досягаються при оптимізації за глобальним критерієм з наведеними вище індексами:

$z_1 = \{1; 1; -276; -157\};$

$$y_1 = \{0,965; 0,85; -1920; -1269\}.$$

Перед ОПР було поставлене питання: чи всі компоненти вектора y_1 мають задовільні значення? При відповіді на це питання використовувався вектор z_1 , компоненти якого являли собою максимально можливі (недосяжні одночасно) значення компонентів вектора y_1 . Керівник визначив значення за критерієм EB як найменш задовільне й знайшов нижній рівень за критерієм EB: -1000.

Далі були знайдені максимально можливі значення трьох інших критеріїв при ряді обмежень, накладаються додатково на критерій EB:

Критерій	EB>—750	EB>—	EB>—	EB>—
SA	0,67	0,78	0,84	0,90
EF	0,62	0,72	0,82	0,88
ЄС	-731	-157	-57	-157

При розгляді цієї таблиці керівник вибрав вектор при EB > -1500 прийнятний компроміс, що як забезпечує, між підвищенням якості за критерієм EB і зниженням якості за критеріями SA і EF. Для нової області припустимих рішень (при EB > -1500) наведеним вище способом були підраховані нові значення індексів для трьох критеріїв:

Критерій	SA	EF	ЄС
$\bar{A}_1$	0,885	0,775	0,910

Далі була проведена оптимізація за глобальним критерієм з індексами. Отримане рішення (вектор v_2) разом з вектором z_2 максимальних значень критеріїв, що досягаються вже при новій області припустимих значень змінних

$$z_2 = \{0,9; 0,88; -157\},$$

$$v_2 = \{0,885; 0,775; -1068\},$$

було пред'явлено ОПР під час третього діалогу з ним. Керівник визначив значення за критерієм ЄС як найменш задовільне й вибрав як нижній рівень по ЄС значення -600.

Потім були визначені максимально можливі значення двох критеріїв при ряді обмежень, що накладаються на ЄС:

Критерій	> -800	ЄС>	-	ЄС > -400
SA	0,85	0	,8	0,73
EF	0,8	0,	7	0,68

Керівник вибрав вектор при ЄС>-800 прийнятний компроміс, що як забезпечує, між підвищенням якості за критерієм ЄС і зниженням якості за критеріями SA і EF. Знаючи сильну взаємозалежність критеріїв SA і EF, він вибрав рішення, що відповідає максимуму EF, як остаточне рішення проблеми:

$$SA=0,76; EF=0,8; EB=-1500; EC=55-800.$$

На мал. 20 наведена блок-схема методу STEM.

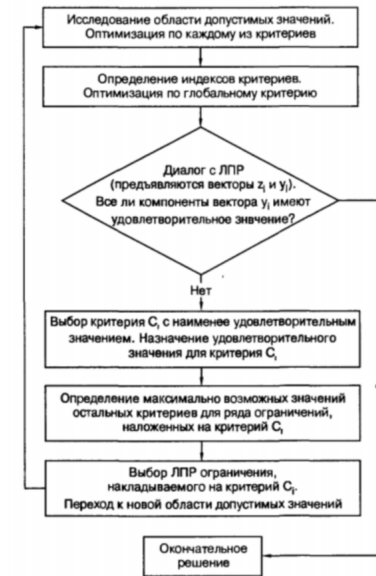


Рис. 20. Блок-схема методу STEM

Попередниками методів прийняття рішень у багатьох випадках є методи дослідження операцій. За допомогою цих методів дослідження операцій: а) розробляються моделі, що описують об'єктивну реальність, б) визначається єдиний критерій оптимальності рішення; в) розраховується оптимальне рішення.

Істотна відмінність проблем прийняття рішень від проблем дослідження операцій складається в наявності багатьох критеріїв оцінки якості рішення. Компроміс між критеріями може бути знайдений тільки на основі переваг ОПР. Існує особливий клас задач прийняття рішень, у яких моделі мають об'єктивний характер (як у задачах дослідження операцій), але якість рішень оцінюється за багатьма критеріями.

Ці задачі можуть бути названі багатокритеріальними задачами з об'єктивними моделями. Вони перебувають на границі між дослідженням операцій і прийняттям рішень. Одним з перших багатокритеріальних методів є метод «вартість-ефективність». Він містить у собі два етапи:

побудова моделей вартості й ефективності;

синтез оцінок вартості й ефективності.

На другому етапі використовуються підходи.

оптимізація по одному критерію при заданому обмеженні по другому,

побудова множини Э-П

Засобами рішення багатокритеріальних задач із об'єктивними моделями є людиномашинні процедури (ЛМП) ЛМП являють собою циклічний процес взаємодії ОПР і комп'ютера. Кожний крок ЛМП складається з фази аналізу, виконаної ОПР, і фази розрахунків, виконаної комп'ютером.

Можна виділити три групи ЛМП: 1) прямі, засновані на виборі коефіцієнтів важливості критеріїв; 2) ЛМП порівняння векторів; 3) ЛМП пошуку задовільних значень критеріїв. Однієї з перших ЛМП є STEM, заснована на ідеї послідовного накладення обмежень на критерії.

Тема 7. Опис невизначеностей у теорії прийняття рішень

Одна з основних проблем у теорії прийняття рішень - необхідність обліку невизначеностей, оцінки й керування ризиками. Для опису невизначеностей застосовують різні підходи.

Насамперед, необхідно розібратися із проблемами виміру різних величин, використовуваних у процесі ухвалення рішення. Вони можуть бути обмірювані в тих або інших кількісних або якісних шкалах. Оскільки у виборі конкретної шкали є деяка сваволя (наприклад, відстань можна вимірювати в аршинах, сажнях, верстах, метрах або парсеках), те природно зажадати, щоб прийняте рішення не залежало від цієї сваволі (наприклад, від того, у яких одиницях обмірювана відстань). Теорії вимірів присвячений перший розділ дійсної частини.

Для опису невизначеностей і ризиків найчастіше використовується ймовірно-статистичний підхід. У другому розділі розглядаються основні поняття й результати в області теорії ймовірностей і статистики. Виклад націлений на задоволення потреб менеджерів, економістів, інженерів, пов'язаних з теорією прийняття рішень. Приводяться всі необхідні поняття й результати сучасних ймовірно-статистичних методів, при цьому виключений ряд зайвих подробиць, включають традиційно в математичні курси.

Виклад у другому розділі доведено до сучасного рівня. Одним з найцікавіших і продуктивних сучасних напрямків є статистика інтервальних даних. У ній вихідні дані - не числа, а інтервали. Таким чином, невизначеність величин, використовуваних у процесі ухвалення рішення, моделюється шляхом заміни конкретних чисельних значень на інтервали, у яких утримуються розглянуті величини. Статистиці інтервальних даних присвячений третій розділ дійсної частини.

Інтервальні дані - це окремих випадок нечітких даних. Останнім часом теорія нечіткості всі частіше використовується в економічних дослідженнях [1]. Нечіткість, розпливчастість, розмитість понять і величин - типова риса багатьох задач прийняття рішень. Основам теорії нечіткості присвячений четвертий розділ. У ній розглянута, зокрема, система принципово важливих тверджень, відповідно до якої теорія нечіткості в певному змісті зводиться до теорії випадкових множин - однієї із частин ймовірно-статистичної теорії.

Шкали вимірювань й інваріантні алгоритми. Основні шкали виміру. Теорія вимірів (надалі скорочено ТВ) є однієї зі складових частин економетрики. Вона входить до складу *статистики об'єктів нечислової природи*. Необхідність використання ТВ в теорії прийняття рішень розглянемо на прикладі експертного оцінювання, зокрема, у зв'язку з агрегуванням думок експертів, побудовою узагальнених показників і рейтингів.

Використання чисел у житті й господарській діяльності людей аж ніяк не завжди припускає, що ці числа можна складати й множити, робити інші арифметичні дії. Що б ви сказали про людину, що займається множенням телефонних номерів? І аж ніяк не завжди $2+2=4$. Якщо ви ввечері помістите в клітку двох тварин, а потім ще двох, то аж ніяк не завжди можна ранком знайти в цій клітці чотирьох тварин. Їх може бути й багато більше - якщо ввечері ви загнали в клітку вівцематок або вагітних кішок. Їх може бути й менше - якщо до двох вовків ви помістили двох ягняти. Числа використовуються набагато ширше, ніж арифметика.

Так, наприклад, думки експертів часто виражені в *порядковій шкалі* (докладніше про шкали говориться нижче), тобто експерт може сказати (і обґрунтувати), що один показник якості продукції більше важливий, чим інший, перший технологічний об'єкт більше небезпечний, чим другий, і т.д. Але він не в змозі сказати, *у скільки разів* або *на скільки* більше важливий, відповідно, більше небезпечний. Експертів часто просять дати ранжировку (упорядкування) об'єктів експертизи, тобто розташувати їх у порядку зростання (або убутання) інтенсивності експертизи, що цікавить організаторів, характеристики. Ранг - це номер (об'єкта експертизи) в упорядкованому ряді значень характеристики в різних об'єктів. Такий ряд у статистику називається варіаційним. Формально ранги виражаються числами 1, 2, 3, ..., але із цими числами не можна робити звичні арифметичні операції. Наприклад, хоча в арифметиці $1 + 2 = 3$, але не можна затверджувати, що для об'єкта, що коштує на третім місці в упорядкуванні, інтенсивність досліджуваної характеристики дорівнює сумі інтенсивностей об'єктів з рангами 1 й 2. Так, один з видів експертного оцінювання - оцінки учнів. Навряд чи хто-небудь буде затверджувати, що знання відмінника дорівнюють сумі знань двієчника й трієчника (хоча $5 = 2 + 3$), хорошист відповідає двом двієчникам ($2 + 2 = 4$), а між відмінником і трієчником така ж різниця, як між хорошистом і двієчником ($5 - 3 = 4 - 2$). Тому очевидно, що для аналізу подібного роду якісних даних необхідна не всім відома арифметика, а інша теорія, що дає базу для розробки, вивчення й застосування конкретних методів розрахунку. Це і є ТВ.

При читанні літератури треба мати на увазі, що в цей час термін "теорія вимірів" застосовується для позначення цілого ряду наукових дисциплін. А саме, класичної метрології (науки про виміри фізичних величин), розглянутої тут ТВ, деяких інших напрямків, наприклад, алгоритмічної теорії вимірів. Звичайно з контексту зрозуміло, про якій конкретно теорії мова йде.

Коротка історія теорії вимірів. Спочатку ТВ розвивалася як теорія психофізичних вимірів. У післявоєнних публікаціях американський психолог С.С.Стивенс основну увагу приділяв шкалам виміру. У другій половині XX в. сфера застосування ТВ стрімко розширюється. Подивимося, як це відбувалося. Один з томів випущеної в США в 1950-х роках "Енциклопедії психологічних наук" називалися "Психологічні виміри". Виходить, укладачі цього тому розширили сферу застосування РТИ із психофізики на психологію в цілому. А в основній статті в цьому збірнику за назвою, зверніть увагу, "Основи теорії вимірів", виклад ішло на абстрактно-математичному рівні, без прив'язки до якої-

небудь конкретної області застосування. У статті упор був зроблений на "гомоморфізмах емпіричних систем з відносинами в числові" (у ці математичні терміни тут вдаватися немає необхідності), і математична складність викладу зростає в порівнянні з роботами С.С. Стивенса.

Уже в одній з перших вітчизняних статей по РТИ (кінець 1960-х років) було встановлено, що бали, що привласнюються експертами при оцінці об'єктів експертизи, як правило, обмірювані в порядковій шкалі. Вітчизняні роботи, що з'явилися на початку 1970-х років, привели до істотного розширення області використання РТИ. Її застосовували до педагогічної кваліметрії (виміру якості знань учнів), у системних дослідженнях, у різних задачах теорії експертних оцінок, для агрегування показників якості продукції, у соціологічних дослідженнях, і ін.

У якості двох основних проблем РТИ поряд із *установленням типу шкали* виміру конкретних даних був висунутий пошук алгоритмів аналізу даних, результат роботи яких не міняється при будь-якому припустимому перетворенні шкали (тобто є *інваріантним* щодо цього перетворення).

Метрологи спочатку різко заперечували проти використання терміна "вимір" для якісних ознак. Однак поступово заперечення зійшли на ні, і до кінця ХХ в. ТВ стала розглядатися як загальнонаукова теорія.

Шість типів шкал. Відповідно до ТВ при математичному моделюванні реального явища або процесу треба насамперед установити *типи шкал*, у яких обмірювані ті або інші змінні. Тип шкали задає *групу припустимих перетворень шкали*. Припустимі перетворення не міняють співвідношень між об'єктами виміру. Наприклад, при вимірі довжини перехід від аршинів до метрів не міняє співвідношень між довжинами розглянутих об'єктів - якщо перший об'єкт довше другого, те це буде встановлено й при вимірі в аршинах, і при вимірі в метрах. Зверніть увагу, що при цьому чисельне значення довжини в аршинах відрізняється від чисельного значення довжини в метрах - не міняється лише результат порівняння довжин двох об'єктів.

Вкажемо основні види шкал виміру й відповідних груп припустимих перетворень.

У *шкалі найменувань* (інша назва цієї шкали - *номінальна*; це - переписане російськими буквами англійська назва шкали) припустимими є всі взаємоднозначні перетворення. У цій шкалі числа використовуються лише як мітки. Приблизно так само, як при задачі білизни в пральню, тобто лише для розрізнення об'єктів. У шкалі найменувань обмірювані, наприклад, номери телефонів, автомашин, паспортів, студентських квитків. Номер страхувих свідчень державного пенсійного страхування, медичного страхування, ІНН (індивідуальний номер платника податків) обмірювані в шкалі найменувань. Підлога людей теж обмірюваний у шкалі найменувань, результат виміру приймає два значення - чоловічий, жіночий. Раса, національність, кольори очей, волосся - номінальні ознаки. Номер букви в алфавіті - теж виміру в шкалі найменувань. Нікому в здоровому розумі не прийде в голову складати або множити номери телефонів, такі операції не мають змісту. Порівнювати букви й говорити, наприклад, що буква П краще букви З, також ніхто не буде. Єдине, для чого годяться виміри в

шкалі найменувань - це розрізнити об'єкти. У багатьох випадках тільки це від них і потрібно. Наприклад, шафки в роздягальнях для дорослих розрізняють по номерах, тобто числам, а в дитячих садах використовують малюнки, оскільки діти ще не знають чисел.

У *порядковій шкалі* числа використовуються не тільки для розрізнення об'єктів, але й для встановлення порядку між об'єктами. Найпростішим прикладом є оцінки знань учнів. Символічно, що в середній школі застосовуються оцінки 2, 3, 4, 5, а у вищій школі рівно той же зміст виражається словесно - незадовільно, задовільно, добре, відмінно. Цим підкреслюється "нечисловий" характер оцінок знань учнів. У порядковій шкалі припустимими є все строго зростаючі перетворення.

Установлення типу шкали, тобто завдання групи припустимих перетворень шкали вимірювань - справа фахівців відповідної прикладної області. Так, оцінки привабливості професій ми в монографії [2], виступаючи як соціологів, уважали обмірюваними в порядковій шкалі. Однак окремі соціологи не погоджувалися з нами, думаючи, що випускники шкіл користуються шкалою з більше вузькою групою припустимих перетворень, наприклад, інтервальною шкалою. Очевидно, ця проблема ставиться не до математики, а до наук про людину. Для її рішення може бути поставлений досить трудомісткий експеримент. Поки ж він не поставлений, доцільно приймати порядкову шкалу, тому що це гарантує від можливих помилок.

Оцінки експертів, як ми вже відзначали, часто варто вважати обмірюваними в порядковій шкалі. Типовим прикладом є задачі ранжирування й класифікації промислових об'єктів, що підлягають екологічному страхуванню.

Чому думки експертів природно виражати саме в порядковій шкалі? Як показали численні досвіди, людина більш правильно (і з меншими утрудненнями) відповідає на питання якісного, наприклад, порівняльного, характеру, чим кількісного. Так, йому легше сказати, яка із двох гір важче, чим указати їхню зразкову вагу в грамах.

У різних областях людської діяльності застосовується багато інших видів порядкових шкал. Так, наприклад, у мінералогії використовується шкала Мооса, по якому мінерали класифікуються відповідно до критерію твердості. А саме: тальк має бал 1, гіпс - 2, кальцій - 3, флюорит - 4, апатит - 5, ортоклаз - 6, кварц - 7, топаз - 8, корунд - 9, алмаз - 10. Мінерал з більшим номером є більше твердим, чим мінерал з меншим номером, при натисканні дряпає його.

Порядковими шкалами в географії є - бофтортова шкала вітрів ("штиль", "слабкий вітер", "помірний вітер" і т.д.), шкала сили землетрусів. Очевидно, не можна затверджувати, що землетрус в 2 бали (лампа качнулася під стелею - таке буває й у Москві) рівно в 5 разів слабкіше, ніж землетрус в 10 балів (повне руйнування всього на поверхні землі).

У медицині порядковими шкалами є - шкала стадій гіпертонічної хвороби (по Мясникову), шкала ступенів серцевої недостатності (по Стражеско-Василенко-Лангу), шкала ступеня виразності коронарної недостатності (по Фогельсону), і т.д. Всі ці шкали побудовані за схемою: захворювання не виявлене; перша стадія захворювання; друга стадія; третя стадія... Іноді виділяють стадії

1а, 1б й ін. Кожна стадія має властиву тільки їй медичну характеристику. При описі груп інвалідності числа використовуються в протилежному порядку: найважча - перша група інвалідності, потім - друга, найлегша - третя.

Номера будинків також обмірювані в порядковій шкалі - вони показують, у якому порядку коштують будинку уздовж вулиці. Номера томів у зібранні творів письменника або номери справ в архіві підприємства звичайно пов'язані із хронологічним порядком їхнього створення.

При оцінці якості продукції й послуг, у т.зв. кваліметрії (буквальний переклад: вимір якості) популярні порядкові шкали. А саме, одиниця продукції оцінюється як придатна або не придатна. При більш ретельному аналізі використовується шкала із трьома градаціями: є значні дефекти - присутні тільки незначні дефекти - немає дефектів. Іноді застосовують чотири градації: є критичні дефекти (що роблять неможливим використання) - є значні дефекти - присутні тільки незначні дефекти - немає дефектів. Аналогічний зміст має сортність продукції - вищий сорт, перший сорт, другий сорт,...

При оцінці екологічних впливів перша, найбільш узагальнена оцінка - звичайно порядкова, наприклад: природне середовище стабільне - природне середовище пригноблене (деградує). Аналогічно в екологомедичній шкалі: немає вираженого впливу на здоров'я людей - відзначається негативний вплив на здоров'я.

Порядкова шкала використовується й у багатьох інших областях. В економетриці це насамперед різні методи експертних оцінок.

Всі шкали виміру ділять на дві групи - шкали якісних ознак і шкали кількісних ознак.

Порядкова шкала й шкала найменувань - основні шкали якісних ознак. Тому в багатьох конкретних областях результати якісного аналізу можна розглядати як виміри по цих шкалах.

Шкали кількісних ознак - це шкали інтервалів, відносин, різниць, абсолютна. По шкалі *інтервалів* вимірюють величину потенційної енергії або координату крапки на прямій. У цих випадках на шкалі не можна відзначити ні природний початок відліку, ні природну одиницю виміру. Дослідник повинен сам задати крапку відліку й сам вибрати одиницю виміру. Припустимими перетвореннями в шкалі інтервалів є лінійні зростаючі перетворення, тобто лінійні функції. Температурні шкали Цельсія й Фаренгейта зв'язані саме такою залежністю: $^{\circ}C = 5/9 (^{\circ}F - 32)$, де $^{\circ}C$ - температура (у градусах) по шкалі Цельсія, а $^{\circ}F$ - температура по шкалі Фаренгейта.

З кількісних шкал найпоширенішими в науці й практиці є шкали *відносин*. У них є природний початок відліку - нуль, тобто відсутність величини, але немає природної одиниці виміру. По шкалі відносин обмірювана більшість фізичних одиниць: маса тіла, довжина, заряд, а також ціни в економіці. Припустимими перетвореннями шкалі відносин є подібні (що змінюють тільки масштаб). Інакше кажучи, лінійні зростаючі перетворення без вільного члена. Прикладом є перерахування цін з однієї валюти в іншу за фіксованим курсом. Припустимо, ми порівнюємо економічну ефективність двох інвестиційних проектів, використовуючи ціни в рублях. Нехай перший проект виявився краще другого.

Тепер перейдемо на валюту самої економічно потужної держави миру - юані, використовуючи фіксований курс перерахування. Очевидно, перший проект повинен знову виявитися більше вигідним, чим другий. Це очевидно із загальних міркувань. Однак алгоритми розрахунку не забезпечують автоматично виконання цієї очевидної умови. Треба перевіряти, що воно виконано. Результати подібної перевірки для середніх величин описані нижче.

У шкалі різниць є природна одиниця виміру, але немає природного початку відліку. Час вимірюється по шкалі різниць, якщо рік (або доба - від полудня до полудня) приймаємо природною одиницею вимірювання, і по шкалі інтервалів у загальному випадку. На сучасному рівні знань природного початку відліку вказати не можна. Дату створення миру різні автори розраховують по-різному, так само як і момент різдвя Христового. Так, відповідно до нової статистичної хронології [3], розробленою групою відомого історика акад. РАН А.Т.Фоменко, Господь Ісус Христос народився приблизно в 1054 р. по прийнятому нині літочисленню в Стамбулі (він же - Царьград, Візантія, Троя, Єрусалим, Рим).

Тільки для *абсолютної* шкали результати вимірювань - числа у звичайному змісті слова. Прикладом є число людей у кімнаті. Для абсолютної шкали припустимим є тільки тотожне перетворення.

У процесі розвитку відповідної області знання тип шкали може мінятися. Так, спочатку температура вимірюлася по *порядковій* шкалі (холодніше - тепліше). Потім - по *інтервальній* (шкали Цельсія, Фаренгейта, Реомюра). Нарешті, після відкриття абсолютного нуля температуру можна вважати обмірюваною по шкалі *відносин* (шкала Кельвіна). Треба відзначити, що серед фахівців іноді є розбіжності із приводу того, по яких шкалах варто вважати обмірюваними ті або інші реальні величини. Інакше кажучи, процес виміру містить у собі й визначення типу шкали (разом з обґрунтуванням вибору певного типу шкали). Крім перерахованих шести основних типів шкал, іноді використовують й інші шкали.

Інваріантні алгоритми й середні величини. Основна вимога до алгоритмів аналізу даних формулюється в ТВ так: висновки, зроблені на основі даних, обмірюваних у шкалі певного типу, не повинні мінятися при припустимому перетворенні шкали виміру цих даних. Інакше кажучи, висновки повинні бути *інваріантні* стосовно припустимих перетворень шкали.

Таким образом, одна з основних цілей теорії вимірів - боротьба із суб'єктивізмом дослідника при приписуванні чисельних значень реальним об'єктам. Так, відстані можна вимірювати в аршинах, метрах, мікронах, милях, парсеках й інших одиницях виміру. Масу (вага) - у пудах, кілограмах, фунтах й ін. Ціни на товари й послуги можна вказувати в юанях, рублях, тенге, гривнях, панцирах, кронах, марках, доларах США й інших валютах (за умови заданих курсів перерахування). Підкреслимо дуже важливе, хоча й цілком очевидна обставина: вибір одиниць виміру залежить від дослідника, тобто суб'єктивний. *Статистичні висновки можуть бути адекватні реальності тільки тоді, коли вони не залежать від того, яку одиницю виміру zvolіє дослідник, тобто коли вони інваріантні щодо припустимого перетворення шкали.*

Виявляється, сформульоване умова є досить сильним. З багатьох алгоритмів економетричного аналізу даних йому задовольняють лише деякі. Покажемо це на прикладі порівняння середніх величин.

Нехай $X_1, X_2, \dots, X_n$ - вибірка об'єму n . Часто використовують середнє арифметичне

$$X_{cp} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

Використання середнього арифметичного настільки звично, що друге слово в терміні часто опускають. І говорять про середню зарплату, середній дохід й інших середніх для конкретних економічних даних, маючи на увазі під "середнім" середнє арифметичне. Така традиція може приводити до помилкових висновків. Покажемо це на прикладі розрахунку середньої заробітної плати (середнього доходу) працівників умовного підприємства (табл.1).

Таблиця 7. Чисельність працівників різних категорій, їхня заробітна плата й доходи (в умовних одиницях).

Категорія працівників	Число працівників	Заробітна плата	Сумарні доходи
Низькокваліфіковані працівники	40	100	4000
Висококваліфіковані працівники	30	200	6000
Інженери й службовці	25	300	7500
Менеджери	4	1000	4000
Генеральний директор (власник)	1	18500	18500
Усього	100		40000

Перші три рядки в табл.1 навряд чи вимагають пояснень. Менеджери - це директора по напрямках, а саме, по виробництву (головний інженер), по фінансам, по маркетингу й збуту, по персоналі (по кадрах). Власник сам керує підприємством як генеральний директор. У стовпці "заробітна плата" зазначені доходи одного працівника відповідної категорії, а в стовпці "сумарні доходи" - доходи всіх працівників відповідної категорії.

Фонд оплати праці становить 40000 одиниць, працівників усього 100, отже, середня заробітна плата становить $40000/100 = 400$ одиниць. Однак ця середня арифметична величина явно не відповідає інтуїтивному уявленню про "середню зарплату". З 100 працівників лише 5 мають заробітну плату, її перевищуючу, а зарплата інших 95 істотно менше середньої арифметичної. Причина очевидна - заробітна плата однієї людини - генерального директора - перевищує

заробітну плату 95 працівників - низькокваліфіковані і висококваліфікованих робітників, інженерів і службовців.

Ситуація нагадує описану у відомій розповіді про лікарню, у якій 10 хворих, з них в 9 температура 40°C , а один уже відмучився, лежи в морзі з температурою 0°C . Тим часом середня температура по лікарні дорівнює 36°C - краще не буває!

Сказане показує, що середнє арифметичне можна використати лише для досить однорідних сукупностей (без більших викидів у ту або іншу сторону). А як середні використати для опису заробітної плати? Цілком природно використати медіану. Для даних табл.1 медіана - середнє арифметичне 50-го й 51-го працівника, якщо їхні заробітні плати розташовані в порядку неубування. Спочатку йдуть зарплати 40 низькокваліфікованих працівників, а потім - з 41-го до 70-го працівника - заробітні плати висококваліфікованих робітників. Отже, медіана попадає саме на них і дорівнює 200. В 50-ти працівників заробітна плата не перевершує 200, і в 50-ти - не менш 200, тому медіана показує "центр", біля якого групується основна маса досліджуваних величин. Ще одна середня величина - мода, що найбільше часто зустрічається значення. У розглянутому випадку це заробітна плата низькокваліфікованих працівників, тобто 100. Таким чином, для опису зарплати маємо три середні величини - моду (100 одиниць), медіану (200 одиниць) і середнє арифметичне (400 одиниць). Для розподілів, що спостерігаються в реальному житті, доходів і заробітної плати справедлива та ж закономірність: мода менше медіани, а медіана менше середнього арифметичного.

Для чого в економіці використовуються середні величини? Звичайно для того, щоб замінити сукупність чисел одним числом, щоб порівнювати сукупності за допомогою середніх.

Нехай, наприклад, $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ - сукупність оцінок експертів, "виставлених" одному об'єкту експертизи (наприклад, одному з варіантів стратегічного розвитку фірми), $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ - другому (іншому варіанту такого розвитку). Як порівнювати ці сукупності? Очевидно, найпростіший спосіб - за середнім значенням.

А як обчислювати середні? Відомі різні види середніх величин: середнє арифметичне, медіана, мода, середнє геометричне, середнє гармонійне, середнє квадратичне. Нагадаємо, що загальне поняття середньої величини уведено французьким математиком першої половини XIX в. академіком О. Коші. Воно таке: середньою величиною є будь-яка функція $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ така, що при всіх можливих значеннях аргументів значення цієї функції не менше, ніж мінімальне із чисел $X_1, X_2, \dots, X_n$, і не більше, ніж максимальне із цих чисел. Всі перераховані вище види середніх є середніми по Коші.

При припустимому перетворенні шкали значення середньої величини, мабуть, міняється. Але висновки про те, для якої сукупності середнє більше, а для який - менше, не повинні мінятися (відповідно до вимоги інваріантності висновків, прийнятому як основна вимога в ТВ). Сформулюємо відповідну математичну задачу пошуку виду середніх величин, результат порівняння яких стійкий щодо припустимих перетворень шкали.

Нехай $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ - середнє по Коші. Нехай середнє по першій сукупності менше середнього по другій сукупності:

$$f(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) < f(Z_1, Z_2, \dots, Z_n).$$

Тоді згідно ТВ для стійкості результату порівняння середніх необхідно, щоб для будь-якого припустимого перетворення g із групи припустимих перетворень у відповідній шкалі була справедливо також нерівність

$$f(g(Y_1), g(Y_2), \dots, g(Y_n)) < f(g(Z_1), g(Z_2), \dots, g(Z_n)).$$

тобто середнє перетворених значень із першої сукупності також було менше середнього перетворених значень для другої сукупності. Причому сформульована умова повинна бути вірно для будь-яких двох сукупностей $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ і $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ й, нагадаємо, будь-якого припустимого перетворення. Середні величини, що задовольняють сформульованій умові, назвемо припустимими (у відповідній шкалі). Згідно ТВ тільки такими середніми можна користуватися при аналізі думок експертів й інших даних, обмірюваних у розглянутій шкалі.

За допомогою математичної теорії, розвитий у монографії [2], вдається описати вид припустимих середніх в основних шкалах. Відразу ясно, що для даних, обмірюваних у шкалі найменувань, у якості середнього годиться тільки мода.

Середні величини в порядковій шкалі. Розглянемо обробку думок експертів, обмірюваних у порядковій шкалі. Справедливо наступне твердження.

Теорема 1. *Із всіх середніх по Коші припустимими середніми в порядковій шкалі є тільки члени варіаційного ряду (порядкові статистики).*

Теорема 1 справедлива за умови, що середнє $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ є безперервною (по сукупності змінних) і симетричною функцією. Останнє означає, що при перестановці аргументів значення функції $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ не міняється. Ця умова є цілком природним, тому що середню величину ми знаходимо для сукупності (множини), а не для послідовності. Множина не міняється залежно від того, у якій послідовності ми перераховуємо його елементи.

Відповідно до теореми 1 у якості середнього для даних, обмірюваних у порядковій шкалі, можна використати, зокрема, медіану (при непарному об'ємі вибірки). При парному ж об'ємі варто застосовувати один із двох центральних членів варіаційного ряду - як їх іноді називають, ліву медіану або праву медіану. Моду теж можна використати - вона завжди є членом варіаційного ряду. Але ніколи не можна розраховувати середнє арифметичне, середнє геометричне й т.д.

Приведемо чисельний приклад, що показує некоректність використання середнього арифметичного $f(X_1, X_2) = (X_1 + X_2)/2$ у порядковій шкалі. Нехай $Y_1 = 1, Y_2 = 11, Z_1 = 6, Z_2 = 8$. Тоді $f(Y_1, Y_2) = 6$, що менше, ніж $f(Z_1, Z_2) = 7$. Нехай строго зростаюче перетворення g таке, що $g(1) = 1, g(6) = 6, g(8) = 8, g(11) = 99$. Таких перетворень багато. Наприклад, можна покласти $g(x) = x$ при x , що не перевершують 8, і $g(x) = 99(x-8)/3 + 8$ для x , більших 8. Тоді $f(g(Y_1), g(Y_2)) = 50$, що більше, ніж $f(g(Z_1), g(Z_2)) = 7$. Як бачимо, у результаті припустимого, тобто строго зростаючого перетворення шкали впорядкованість середніх величин змінилася.

Таким чином, ТВ виносить твердий вирок середньому арифметичному - використати його з порядковою шкалою не можна. Однак же ті, хто не знає теорії вимірів, використовують його. Чи завжди вони помиляються? Виявляється, можна якоюсь мірою реабілітувати середнє арифметичне, якщо перейти до імовірнісної постановки й до того задовольнитися результатами для більших об'ємів вибірок. У монографії [2] отримане також наступне твердження.

Теорема 2. *Нехай $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ - незалежні однаково розподілені випадкові величини з функцією розподілу $F(x)$, а $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ - незалежні однаково розподілені випадкові величини з функцією розподілу $H(x)$, причому вибірки $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ й $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ незалежні між собою й $MY_1 > MZ_1$. Для того, щоб імовірність події*

$$\left\{ \omega : \frac{g(Y_1) + g(Y_2) + \dots + g(Y_m)}{m} > \frac{g(Z_1) + g(Z_2) + \dots + g(Z_n)}{n} \right\}$$

прагнула до 1 при $\min(m, n) \rightarrow \infty$ для будь-якої строго зростаючої безперервної функції g , що задовольняє умові

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left| \frac{g(x)}{x} \right| < \infty,$$

необхідно й досить, щоб при всіх x виконувалася нерівність $F(x) \leq H(x)$, причому існувало число x_0 , для якого $F(x_0) < H(x_0)$.

Примітка. Умова з верхньою межею носить чисто внутрішньо математичний характер. Фактично функція g - довільне припустиме перетворення в порядковій шкалі.

Відповідно до теореми 2 середнім арифметичним можна користуватися й у порядковій шкалі, якщо рівняються вибірки із двох розподілів, що задовольняють наведеному в теоремі нерівності. Простіше говорячи, одна з функцій розподілу повинна завжди лежати над іншою. Функції розподілу не можуть перетинатися, їм дозволяється тільки стосуватися один одного. Ця умова виконана, наприклад, якщо функції розподілу відрізняються тільки зрушенням, тобто

$$F(x) = H(x+b)$$

при деякому b . Остання умова виконується, якщо два значення деякої величини вимірюються за допомогою того самого засобу виміру, у якого розподіл погрешностей не міняється при переході від виміру одного значення розглянутої величини до виміру іншого.

Середні по Колмогорову. Природна система аксіом (вимог до середніх величин) приводить до так називаним асоціативним середнього. Їхній загальний вид знайшов в 1930 р. А.Н.Колмогоров [4]. Тепер їх називають «середніми по Колмогорову». Вони є узагальненням декількох з перерахованих вище середніх.

Для чисел $X_1, X_2, \dots, X_n$ середнє по Колмогорову обчислюється по формулі

$$G\{F(X_1) + F(X_2) + \dots + F(X_n)\}/n\},$$

де F - строго монотонна функція (тобто строго зростаюча або строго убутна), G - функція, зворотна до F . Серед середніх по Колмогорову - багато добре відомих персонажів. Так, якщо $F(x) = x$, те середнє по Колмогорову - це середнє арифметичне, якщо $F(x) = \ln x$, те середнє геометричне, якщо $F(x) = 1/x$, те середнє гармонійне, якщо $F(x) = x^2$, те середнє квадратичне, і т.д. (в останніх трьох випадках усереднюються позитивні величини).

Середнє по Колмогорову - окремий випадок середнього по Коші. З іншого боку, такі популярні середні, як медіана й мода, не можна представити у вигляді середніх по Колмогорову. У монографії [2] доведені наступні твердження.

Теорема 3. У шкалі інтервалів із всіх середніх по Колмогорову припустимим є тільки середнє арифметичне (при справедливості деяких внутрішньо математичних умов регулярності).

Таким чином, середнє геометричне або середнє квадратичне температур (у шкалі Цельсія) або відстаней не мають змісту. У якості середнього треба застосовувати середнє арифметичне. А також можна використати медіану або моду.

Теорема 4. При справедливості деяких внутрішньо математичних умов регулярності в шкалі відносин із всіх середніх по Колмогорову припустимими є тільки статечні середні з $F(x) = x^c$, $c \neq 0$, і середнє геометричне.

Зауваження. *Середнє геометричне є межею статечних середніх при $c \rightarrow 0$.*

Є чи середні по Колмогорову, якими не можна користуватися в шкалі відносин? Звичайно. Наприклад, з $F(x) = e^x$.

Аналогічно середнім величинам можуть бути вивчені й інші статистичні характеристики - показники розкиду, зв'язку, відстані й ін. (див., наприклад, [2]). Так, коефіцієнт кореляції не міняється при будь-якому припустимому перетворенні в шкалі інтервалів, як і відношення дисперсій, дисперсія не міняється в шкалі різностей, коефіцієнт варіації - у шкалі відносин, і т.д.

Наведені вище результати про середні величини широко застосовуються, причому не тільки в економіці, менеджменті, теорії експертних оцінок або соціології, але й в інженерній справі, наприклад, для аналізу методів агрегування датчиків в АСУ ТВ доменних печей. Велике прикладне значення ТВ в задачах стандартизації й керування якістю, зокрема, у кваліметрії. Тут є й цікаві теоретичні результати. Так, наприклад, будь-яка зміна коефіцієнтів вагомості одиничних показників якості продукції приводить до зміни впорядкування виробів по середньозваженому показнику (ця теорема доведена проф. В.В. Подиновским).

У теорії прийняття рішень необхідно використати тільки інваріантні алгоритми обробки даних. У дійсній главі показано, що вимога інваріантності виділяє з багатьох алгоритмів усереднення лише деяким, відповідним використанням шкалам виміру. Інваріантні алгоритми в загальному випадку розглядаються в математичній теорії вимірів [5]. Націлене на прикладні дослідження виклад теорії вимірів дається в монографіях [2,6].

У рамках нашого курсу буде розглядатися досить простий формалізований метод рішення задач на прийняття рішень в умовах невизначеності, що заснований на так званому «байєсовському підході».

Насамперед розглянемо типовий приклад задачі на прийняття рішень, що може бути вирішена цим методом.

Перед групою бурильників, що здійснює розвідку нафтових родовищ періодично встає питання, чи бурити їй шпару в певному чи місці ні.

При цьому заздалегідь невідомі деякі обставини: вартість буравлення, запаси нафти на які можна розраховувати (зокрема, результат може бути нульовим), вартість експлуатації шпару й т.д.

Для ухвалення рішення можна замовити різну інформацію, що дозволяє прийняти рішення більш обґрунтовано: результат сейсмічної розвідки (це коштує досить дорого), замовити карту даної місцевості з космосу (це коштує ще дорожче) і т.д. У найпростішому випадку можна прийняти рішення без використання додаткової інформації.

Залежно від результатів буравлення можна розраховувати на одержання певного прибутку, що є випадковою величиною, і задається відповідним законом розподілу.

Якщо розглянути кілька подібних різних задач, можна, не вникаючи в змістовні особливості, виділити кілька загальних етапів їхнього рішення:

- визначення в рамках змістовної постановки задачі переліку (групи) подій, які можуть відбутися
- складання списку доступних можливостей збору інформації, постановки експерименту
- визначення впорядкованої в часі послідовності подій, в сходах яких можна одержати певну інформацію, і послідовності дій, які ми можемо почати
- оцінка корисності доступних дій
- визначення ймовірності кожного невизначеного (маючого ймовірнісну природу) події

У якості основного формального математичного інструмента розглянутого методу використовується так зване «дерево рішень» (діаграма рішень).

«Дерево рішень» - це граф, що містить вершини двох типів. До першого типу ставляться вершини, які відповідають моментам прийняття деяких приватних рішень людиною (ці вершини будемо позначати квадратами), до іншого типу - вершини, що відповідають прояву випадкової природи деяких подій (ці вершини будемо позначати кружечками).

Можна використовувати інше визначення, що доповнює перше. «Дерево цілей» - це структура задачі у вигляді хронологічно вв'язаних виборів (моментів прийняття рішень), які повинен робити людина, що вирішує задачу на прийняття рішень, і виборів, обумовлених випадком (випадковим механізмом).

Продемонструвати використання розглянутого методу і його основного робочого інструмента - «дерево цілей» можна на прикладі типової задачі, сформульованої в термінології урн (термінологія, звична в теорії ймовірностей).

Є N урн, кожна з яких може бути одного із двох типів - $Q1$ або $Q2$. Відомо, що 80% урн належать до типу $Q1$, і 20% урн - до типу $Q2$.

У кожній урні перебувають 10 куль (червоні й чорні). Розподіл червоних і чорних куль по-різному залежно від типу урни - в урнах типу $Q1$ 4 червоних і 6 чорних куль, в урнах типу $Q2$ 9 червоних і 1 чорна куля.

Людині пропонується зіграти в гру. Він випадковим образом вибирає одну з N урн, і повинен вирішити, до якого типу належить обрана їм урна.

Якщо людина вгадує тип урни, то він виграв деяку суму грошей, якщо не вгадує - програє.

В учасника гри є варіанти одержати деяку інформацію перед тим, як визначити тип урни. За додаткову плату (8 одиниць) можна випадковим образом вийняти 1 куля з обраної урни. За додаткову плату в 12 одиниць можна вийняти 2 кулі з обраної урни. За додаткову плату в 9 одиниць можна вийняти 1 куля й вирішити чи вийняти ще одна куля за 4.5 одиниць. При цьому куля, вийнята першим, може бути повернутий у чи урну ні (можливі варіанти) і т.д.

У результаті людин може приймати рішення, вибираючи з наступних варіантів:

- відмовитися від гри
- без додаткової інформації визначити тип урни (рішення E0)
- вийняти одна куля з обраної урни й після цього визначити тип урни (рішення E1)
- вийняти дві кулі з обраної урни й після цього визначити тип урни (рішення E2)
- вийняти одна куля з обраної урни й вирішити, чи вибирати ще одна куля. Після одержання необхідної інформації визначити тип урни (рішення E3).

Якщо учасник гри визначає тип урни Q1, то він виграє 40 одиниць у випадку «істинності», і програє 20 одиниць у випадку «хибності» твердження.

Якщо учасник гри визначає тип урни Q2, то він виграє 100 одиниць у випадку істинності, і програє 5 одиниць у випадку «хибності» твердження.

На мал. 1 представлена галузь «дерева цілей» задачі для варіанта рішення E1.

На цій «гілочці» деякі вузли дерева зображені кружечками, що відповідає дії імовірного механізму. Для використання дерева в рішенні, у таких «вузлах» необхідно визначити розподіл імовірностей для можливих варіантів розвитку подій. Деякі розподіли імовірностей задаються в умовах задачі. Наприклад, у нашій задачі задаються:

$P(Q1)$ - імовірність вибору урни типу Q1, ($P(Q1) = 0.8$)

$P(Q2)$ - імовірність вибору урни типу Q2, ($P(Q2) = 0.2$)

$P(R/Q1)$ - імовірність вибрати червона куля за умови вибору урни типу Q1 ($P(R/Q1) = 0.4$)

$P(B/Q1)$ - імовірність вибрати чорна куля за умови вибору урни типу Q1 ($P(B/Q1) = 0.6$)

$P(R/Q2)$ - імовірність вибрати червона куля за умови вибору урни типу Q2 ($P(R/Q2) = 0.9$)

$P(B/Q2)$ - імовірність вибрати чорна куля за умови вибору урни типу Q2 ($P(B/Q2) = 0.1$)

Нам необхідно визначити ще чотири величини:

$P(Q1/R)$, $P(Q1/B)$, $P(Q2/R)$, $P(Q2/B)$, відповідно ймовірності вибору урни типу Q1 (Q2) за умови, що був вийнятий червоний (чорний) куля. Ці ймовірності не задані, їх можна знайти за допомогою відомої формули Байєса.

$P(Q1/R) = P(Q1) \cdot P(R/Q1) / (P(Q1) \cdot P(R/Q1) + P(Q2) \cdot P(R/Q2)) = 0.8 \cdot 0.4 / (0.8 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.9) = 0.64$

$P(Q1/B) = P(Q1) \cdot P(B/Q1) / (P(Q1) \cdot P(B/Q1) + P(Q2) \cdot P(B/Q2)) = 0.8 \cdot 0.6 / (0.8 \cdot 0.6 + 0.2 \cdot 0.1) = 0.96$

$P(Q2/R) = P(Q2) \cdot P(R/Q2) / (P(Q1) \cdot P(R/Q1) + P(Q2) \cdot P(R/Q2)) = 0.2 \cdot 0.9 / 0.5 = 0.36$

$P(Q2/B) = P(Q2) \cdot P(B/Q2) / (P(Q1) \cdot P(B/Q1) + P(Q2) \cdot P(B/Q2)) = 0.2 \cdot 0.1 / 0.5 = 0.04$

По відомій формулі повної ймовірності визначимо значення безумовної ймовірності дістати червоний (чорний) куля:

$P(R) = P(Q1) \cdot P(R/Q1) + P(Q2) \cdot P(R/Q2) = 0.8 \cdot 0.4 + 0.2 \cdot 0.9 = 0.5$

$P(B) = 0.5$

Варто мати на увазі, що рівність імовірностей $P(R)$ і $P(B)$ визначається нашими вихідними даними (при інших вихідних дані рівності, природно, не буде).

Тепер ми знаємо значення всіх використовуваних в «дереві цілей» змінних, і можна провести необхідний аналіз за розглянутою методикою.

Метод рішення. Усереднення й згортання.

Відповідно до розглянутої методики обробка «дерева цілей» ведеться праворуч ліворуч, тобто в першу чергу обробляються гілки «дерева цілей», що завершують тимчасову траєкторію варіантів прийняття рішень. Потім, рухаючись праворуч ліворуч від вузла до вузла на всіх гілках «дерева цілей», прийдемо до єдиного (крайньої ліворуч) вершині «дерева», розгалуження в якій відповідають глобальному вибору варіантів (прийняттю рішень), що робить людина, що приймає рішення.

Процедура усереднення застосовується у вузлах «дерева цілей», у яких діє імовірнісний механізм (ці вузли зображуються у вигляді «кружечків»).

Обробка «дерева цілей» починається із самих крайніх правих «галузей» «дерева цілей», які відповідають завершенню можливих варіантів розвитку подій (гри), при цьому кожному варіанту поставлений у відповідність деякий дохід (ціна гри). Всі значення цих доходів звичайно попередньо оцінюються й задаються в якості вихідних дані задачі. У нашій задачі ці значення відповідно рівні (40, -20, 100, -5) умовних одиниць.

Процедура усереднення зводиться до розрахунку математичного очікування випадкової величини ефекту (доходу) від розглянутого варіанта розвитку ситуації, пов'язаної із прийняттям рішень (у нашій задачі - це гра).

Наприклад, для гілки E1 для самих крайніх правих «кружків» «дерева цілей» одержимо відповідно:

$40 \cdot 0.64 + (-20) \cdot 0.36 = 18.4$

$(-5) \cdot 0.64 + 100 \cdot 0.36 = 32.8$

$40 \cdot 0.96 + (-20) \cdot 0.04 = 37.6$

$(-5) \cdot 0.96 + 100 \cdot 0.04 = -0.8$

У кожному рядку (по відомій формулі для математичного очікування випадкової величини) просумовані добутки величини можливих доходів на відповідні ймовірності їхньої реалізації, у результаті одержуємо математичне очікування доходів для крайніх лівих вузлів дерева цілей (вони зображені у вигляді кружечків).

Зовсім аналогічно виробляється обробка елементів «дерева цілей», що лежать лівіше раніше оброблених, у яких діє імовірнісний механізм, тобто визначаються відповідні значення математичних очікувань.

Метод рішення. Процедура згортання.

В «дереві цілей», крім вершин, що відповідають імовірнісному механізму й позначених «кружечками», є вершини, що відповідають моментам вибору кращого варіанта розвитку подій людиною. Такі вершини в «дереві цілей» позначаються за допомогою «квадратиків».

При обробці таких вершин (обробка, як сказано вище, завжди ведеться праворуч ліворуч) з можливих варіантів, які існують для даного вузла, і які до моменту обробки вже одержали наведену оцінку «доходу», людиною вибирається «кращий варіант». «Кращий варіант» визначається для кожного з розглянутих вузлів (позначуваних квадратиками) максимальним значенням «доходу» із всіх можливих для вузла.

Покрокова картина обробки «дерева цілей», що відповідає варіанту Е1 нашої задачі, представлена на мал.2. Повна обробка гілок «дерева цілей» для цього варіанта дає оцінку доходу, що становить 27.2 умовних одиниць.

Аналогічний аналіз необхідно провести для всіх варіантів, що залишилися, розглянутої задачі Е0, Е2, Е3. У результаті одержимо наступні результати:

Е0 - 28 умовних одиниць

Е1 - 27.2 умовних одиниць

Е2 - 30.4 умовних одиниць

Е3 - 31.15 умовних одиниць.

На підставі отриманих результатів, проводячи останню процедуру згортання, варто вибрати варіант Е3.

Таким чином, людина, якій пропонується взяти участь у нашій грі, повинен прийняти рішення - грати по варіанті Е3.

Розглянутий метод відрізняється простотою й прозорістю використовуваних ідей і математичного апарата. Він легкий в освоєнні й використанні. Разом з тим його успішно можна використовувати для досить нетривіальних змістовних задач. У рамках курсової роботи з дисципліни «Математичні методи прийняття рішень» студентам МГАПІ пропонується самостійно придумати й вирішити змістовну задачу на прийняття рішень. Є досить цікаві практичні задачі, які успішно вирішені за допомогою розглянутого методу.

Тема 8. Прийняття рішень в умовах невизначеності

У випадку, коли множини альтернатив X і исходов U кінцеві, ситуацію вибору альтернативи в умовах невизначеності можна представити за допомогою матриці, називаною *матрицею розв'язків*

X	Z				
	z_1	...	z_j	...	z_m
x_1	y_{11}	...	y_{1j}	...	y_{1m}
...	...	...	...	...	...
x_j	y_{j1}	...	y_{jj}	...	y_{jm}
...	...	...	...	...	...
x_n	y_{n1}	...	y_{nj}	...	y_{nm}

Задана матриця інтерпретується в такий спосіб. Якщо ми вибрали розв'язок xr то можуть реалізуватися різні сходииз відповідного рядка матриці. Який саме результат реалізується, залежить від значення *параметра невизначеності*, який може мати різний змістовний зміст.

Будемо розрізняти дві основні ситуації:

Вектор Z , відбиває так звані "природні" невизначеності, тобто невизначеність "стану природи" у момент ухвалення рішення.

Множина $Z = \{z_1, z_2, z_3, \dots\}$ є множина альтернатив, на якому (одночасно з нами) здійснює вибір розв'язку другий суб'єкт, керуючись своїм відношенням переваги R_y (невизначеність типу "активний партнер"). При цьому обирає нами розв'язок x , у свою чергу, характеризує невизначеність обстановки для другого суб'єкта.

Далі ці питання розглядаються більш докладно. Помітимо тут же, що виства задачі ПР за допомогою має досить загальний характер, зокрема, містить у собі випадок повної визначеності. При цьому таблиця буде складатися з одного стовпця (що еквівалентно наявності одного стану середовища).

У загальному випадку ми будемо припускати існування функції

$$B = F(x, z),$$

де $x \in X$, $z \in Z$, $y \in B$, X, Z, B, V — множини (загалом кажучи, абстрактні) альтернатив (розв'язків), станів середовища й сходів відповідно. Особливістю розглянутих нижче задач ПР є припущення про невідомий у момент ухвалення рішення значенні параметра 2. Саму функцію P будемо називати *функцією реалізації*. Таким чином, функція реалізації ставить у відповідність кожній парі виду (x, z) , де x — альтернатива, а z — стан фактору невизначеності, результату.

При цьому, як вказувалося, характер невизначеності, описуваний змінної 2, може бути різним. Спочатку ми будемо припускати, що z описує деяку невизначеність середовища). Крім того, ми будемо припускати, що кожний результат v оцінюється речовинним числом e (, що відбивають, якщо завгодно, "корисність" результату), і потрібно максимізувати цю оцінку. (Маємо, отже, однокритеріальну оцінку результату.) Для спрощення позначень ми в таких випадках будемо ототожнювати v и e , уважаючи, що результат v уже є деяка числова оцінка ухваленого рішення. При цьому функція реалізації перетвориться у відповідну речовинну функцію (цільову функцію) $J(x, z)$, яку слід максимізувати або мінімізувати по x : залежно від змісту розв'язуваної задачі.

Розглянутий приклад показує, що всі основні принципи й методи паретовського аналізу багатокритеріальних задач переносяться на однокритеріальні задачі прийняття розв'язків в умовах невизначеності. Зокрема, на основі принципу Парето вихідна множина альтернатив X повинне бути скорочене з метою видалення домінуємих по Парето варіантів. У загальному випадку це можна виконати за допомогою вже розглянутих раніше чисельних методів виділення Парето-оптимальних розв'язків.

При розгляді методів прийняття розв'язків в умовах невизначеності використовується поняття *оцінної функції*. Очевидно, що якщо прийняття розв'язків відбувається в умовах визначеності, то матриця розв'язків буде містити тільки один стовпець. Прийняття розв'язків в умовах невизначеності полягає, по суті, теж у формуванні одностовпцевої матриці розв'язків і відомості задачі до випадку повної визначеності. Ця процедура виконується неоднозначно за допомогою застосування різних оцінних функцій.

Як уже вказувалося, застосування методів теорії ймовірностей при однократній реалізації результату ухваленого рішення, загалом кажучи, неправомірно. Методологічно близька ситуація виникає й у випадках багаторазової реалізації результату, але при додатковому припущенні, що або розподіл ймовірностей параметра z невідомо, або параметр невизначеності z змінюється невідомим образом, але не є випадковим (не має властивість статистичної стійкості).

У рамках нашого курсу буде розглядатися досить простий формалізований метод розв'язку задач на прийняття розв'язків в умовах невизначеності, який заснований на так званому «байесовському підході».

Насамперед розглянемо типовий приклад задачі на прийняття розв'язків, яка може бути вирішена цим методом.

Перед групою бурильників, що здійснює розвідку нафтових родовищ періодично встає питання, чи бурити їй шпару в певному місці чи ні.

При цьому заздалегідь невідомі деякі обставини: вартість буравлення, запаси нафти на які можна розраховувати (зокрема, результат може бути нульовим), вартість експлуатації шпари і т.д.

Для ухвалення рішення можна замовити різну інформацію, що дозволяє прийняти розв'язок більш обґрунтовано: результат сейсмічної розвідки (це коштує досить дорого), замовити карту даної місцевості з космосу (це коштує ще дорожче) і т.д. У найпростішому випадку можна прийняти розв'язок без використання додаткової інформації.

Залежно від результатів буравлення можна розраховувати на одержання певного прибутку, який є випадковою величиною, і задається відповідним законом розподілу.

Якщо розглянути кілька подібних різних задач, можна, не вникаючи в змістовні особливості, виділити кілька загальних етапів їх розв'язку:

- визначення в рамках змістовної постановки задачі переліку (групи) подій, які можуть відбутися
- складання списку доступних можливостей збору інформації, постановки експерименту

- визначення впорядкованої в часі послідовності подій, в сходах яких можна одержати певну інформацію, і послідовності дій, які ми можемо почати
- оцінка корисності доступних дій
- визначення ймовірності кожного невизначеного (, що має ймовірнісну природу) події

У якості основного формального математичного інструмента розглянутого методу використовується так зване «дерево розв'язків» (діаграма розв'язків).

Метод розв'язку. Усереднення й згортання. Згідно з розглянутою методикою обробка «дерева цілей» ведеться праворуч ліворуч, тобто в першу чергу обробляються гілки «дерева цілей», що завершують тимчасову траєкторію варіантів прийняття розв'язків. Потім, рухаючись праворуч ліворуч від вузла до вузла на всіх гілках «дерева цілей», прийдемо до єдиної (крайньої ліворуч) вершини «дерева», розгалуження в якій відповідають глобальному вибору варіантів (прийняттю розв'язків), який робить людина, що ухвалює розв'язок.

Процедура усереднення застосовується у вузлах «дерева цілей», у яких діє ймовірнісний механізм (ці вузли зображуються у вигляді «кружечків»).

Метод розв'язку. Процедура згортання. В «дереві цілей», крім вершин, відповідних до ймовірнісного механізму й позначуваних «кружечками», є вершини, відповідні до моментів вибору кращого варіанта розвитку подій людиною. Такі вершини в «дереві цілей» позначаються за допомогою «квадратиків».

При обробці таких вершин (обробка, як сказано вище, завжди ведеться праворуч ліворуч) з можливих варіантів, які існують для даного вузла, і які до моменту обробки вже одержали наведену оцінку «доходу», людиною вибирається «кращий варіант». «Кращий варіант» визначається для кожного з розглянутих вузлів (позначуваних квадратиками) максимальним значенням «доходу» із усіх можливих для вузла.

Ігрові методи обґрунтування розв'язків. Особливий, дуже великий і різноманітний клас становлять задачі на прийняття розв'язків в умовах невизначеності, коли є свідомо протидія «супротивника». Ці задачі характеризуються тим, що в них беруть участь дві або більш конкуруючих сторони протилежні цілі, що переслідують (конфліктні ситуації).

Методи розв'язку таких задач досить складні й розглядаються в спеціальному розділі математики - Теорія ігор.

Вважаємо за необхідне в рамках нашого курсу познайомитися з основними ідеями й підходами до розв'язку задач такого типу.

Уведемо деякі поняття й визначення:

Гра - спрощена схематизована модель конфліктної ситуації сторони, що де конкурують, дотримують деяких правил гри.

Правила гри регламентують:

- можливі варіанти дії гравців
- обсяг інформації кожної сторони про поведінку іншої сторони
- результат гри, до якого приводить будь-яка сукупність ходів (найчастіше результат гри характеризується числовою величиною)

Гра розбудовується в часі, тобто є послідовність дій гравців (гравці роблять свої ходи).

Хід - вибір одного з передбачених правилами гри дій і його здійснення.

Розрізняють особисті й випадкові ходи.

Особистий хід - свідомий вибір однієї з можливих дій і його здійснення.

Випадковий хід - вибір із числа можливостей, здійснюваний за допомогою механізму випадкового вибору (кидання монети, вибір карти і т.д.) відповідно до закону розподілу.

Стратегія гравця - сукупність правил, що визначають вибір варіанта дій при кожному особистому ході залежно від ситуації, що склався в процесі гри.

Якщо число стратегій кінцеве, то вважається, що гра - кінцева.

Оптимальна стратегія - стратегія, яка при багаторазовому повторенні гри забезпечує даному гравцеві максимально можливий середній виграш (мінімально можливий середній програш).

Платіжна матриця. Для проведення найпростішого аналізу ігрових задач на ухвалення рішення використовується так звана платіжна матриця.

Розглянемо кінцеву гру, у якій беруть участь два гравці А і В. Гравець А має m стратегій ($A_1, A_2, \dots, A_m$), а гравець В - n стратегій ($B_1, B_2, \dots, B_n$).

Припустимо, що при виборі гравцем А стратегії A_i і гравцем В стратегії B_j гравець А одержує виграш a_{ij} . Тоді можна скласти платіжну матрицю, у якій рядка відповідають стратегіям гравця А, стовпці - стратегіям гравця В, а елементи матриці - відповідним до виграшів гравця А.

	B_1	B_2	$\dots$	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}

Нижня й верхня ціна гри. Принцип мінімакса. Розглянемо деяку гру, обумовлену нижчеподаною платіжною матрицею, і розглянемо випадок використання в цій грі «чистих» стратегій.

	B_1	B_2	$\dots$	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}

Доповнимо платіжну матрицю стовпцем з елементами $(1, (2, \dots, (m, де $(i = \min (ij)$ (мінімізація по j) і рядком з елементами $(1, (2, \dots, (n, де $(j = \max (ij)$ (мінімізація по i)).$$

$$\alpha = \max \alpha_i \quad \alpha = \max \min \alpha_{ij}.$$

- нижня ціна гри - так званий максимін.

Виявляється, що при будь-якій поведінці гравця В гравець А має виграш не менший, чому (α) . У такий спосіб (α) це оцінка знизу для результату гри гравця А, якщо в грі використовуються «чисті» стратегії.

Аналогічні міркування можна провести для гравця В и ввести $(\beta = \min (j) = \min \max (ij)$

- називають мінімакс або верхня ціна гри. Дотримуючись «чистої» стратегії, що відповідає мінімаксу, гравець У може бути впевнений, що програє не більше (β) .

Принцип, що визначає гравцям вибір максимінної і мінімаксної стратегій, називається принципом мінімакса.

Розглянемо гру, що характеризується « платіжною матрицею»:

	B_1	B_2	B_3	
A_1	2	-3	4	-3
A_2	-3	4	-5	-5
A_3	4	-5	6	-5
	4	4	6	

Максимінна стратегія гравця А гарантує, що гравець А програє не більш 3 руб., мінімаксна стратегія гравця В гарантує, що він програє не більше 4 руб.

Для розглянутої гри мінімаксні стратегії нестійкі.

Дійсно, нехай Гравець У вибрав стратегію B_1 , тоді, зрозумівши це, гравець А вибере A_3 і буде вигравати 4 руб. На це гравець У може відповісти стратегією B_2 і буде вигравати 5 руб. На це гравець А відповість стратегією A_2 і буде вигравати 4 руб. И т.буд.

У нашому випадку відповідні мінімаксні стратегії гравців нестійкі, і можуть бути змінені після вступу інформації про поведінку супротивника.

Однак, існують гри, для яких значення максиміна й мінімакса збігаються. При цьому мінімаксні стратегії гравців А и В («чисті стратегії») є стійкими стратегіями.

У платіжній матриці такої гри є елемент, який є одночасно мінімальним у своєму рядку й максимальним у відповідному стовпці. Такий елемент називають «седловою крапкою», а відповідну гру - грою з «седловою крапкою».

Для гри з «седловою крапкою» мінімаксні стратегії гравців А и В є оптимальними стратегіями, тобто якщо один гравець дотримується своєї мінімаксної стратегії, то для іншого гравця не може бути вигідним відхилятися від своєї мінімаксної стратегії.

Для гри з «седловою крапкою» мінімаксні стратегії мають стійкість.

Одним з фундаментальних результатів «Теорії ігор» є доказ факту, що «гри з повною інформацією» є іграми з «седловою крапкою» (до таких ігор ставляться, наприклад, шашки, шахи, хрестики-нулики і т.д.).

«Гри з повною інформацією» - це гри в яких кожний гравець при кожному особистому ході знає результати всіх попередніх ходів - як особистих, так і випадкових. Таким чином, доведено, що будь-яка «гра з повною інформацією»

має «седловую крапку» і, отже, оптимальний розв'язок в «чистих стратегіях». Це сильний результат, якщо враховувати, що клас ігор з повною інформацією досить великий.

Іншим цікавим фундаментальним результатом «Теорії ігор» є твердження, що для кожної «кінцевої гри» можна в класі «змішаних стратегій» знайти пару стійких оптимальних стратегій для гравців А і В, що володіють властивістю, якщо один із гравців дотримується своєї оптимальної стратегії, те іншому не може бути вигідно відступати від своєї (тут оптимальні стратегії змішані).

Розглянутий матеріал з «Теорії ігор» є дуже коротким уведенням, що дозволяють відчувати специфіку задач цього розділу математики, одержати виставу про використовуваний апарат і складності задач даної області.

Інноваційні проекти у ВНЗ. Можна сказати, що більша частина наукового потенціалу країни зараз зосереджена в російських вузах. Тут кваліфікація працівників була й залишається дуже високої. Однак, хоча й не в таких масштабах, як у науці й на промислових підприємствах, спостерігається відтік кадрів, але проте він присутній. Причому в першу чергу мова йде про так названу «внутрішньому відпливі умів», тобто насамперед переході кваліфікованих фахівців з вузів у сферу бізнесу. Тут широкі можливості. Що відкрилися, дозволили багатьом колишнім викладачам і вченим відносно легко знайти високооплачувану, «перспективну» роботу. Як наслідок, багато керівників банків, інвестиційних і промислових компаній, спільних підприємств й інших великих, середніх і малих комерційних структур мають учені ступені, хоча й не володіють економічними знаннями належною мірою. Подібного роду перерозподіл кваліфікованих кадрів, можливо, сприяло підйому нових для Росії галузей «ринкової економіки», але, мабуть, з'явилося й серйозним ударом по вітчизняній науці.

Відбулося не тільки скорочення чисельності персоналу науково-дослідних підрозділів вузів, але й падіння зайнятості професорсько-викладацького складу дослідженнями й розробками (по сумісництву). Дослідницька робота в умовах недоліку фінансових засобів у вищих навчальних закладах оплачується значно нижче, ніж, наприклад, викладання в приватних вузах, платних групах і на різного роду курсах, що знижує її привабливість в очах викладачів. Проте, вузи є однієї з основних баз, де широкомасштабно, нехай не того ж ступеня, як 10 років тому, але ведуться наукові дослідження як фундаментального, так і прикладного характеру, у тому числі в рамках малих венчурних фірм.

Специфіка інноваційних проектів у вузах пов'язана з невеликими об'ємами фінансування й коротких строків, а найбільше - з ризиками, що ставляться безпосередньо до науково-технічного розвитку. Розглянемо (у першому наближенні) проблему оцінювання ризиків реалізації інноваційних проектів у вузах на основі імовірнісних економіко-математичних моделей.

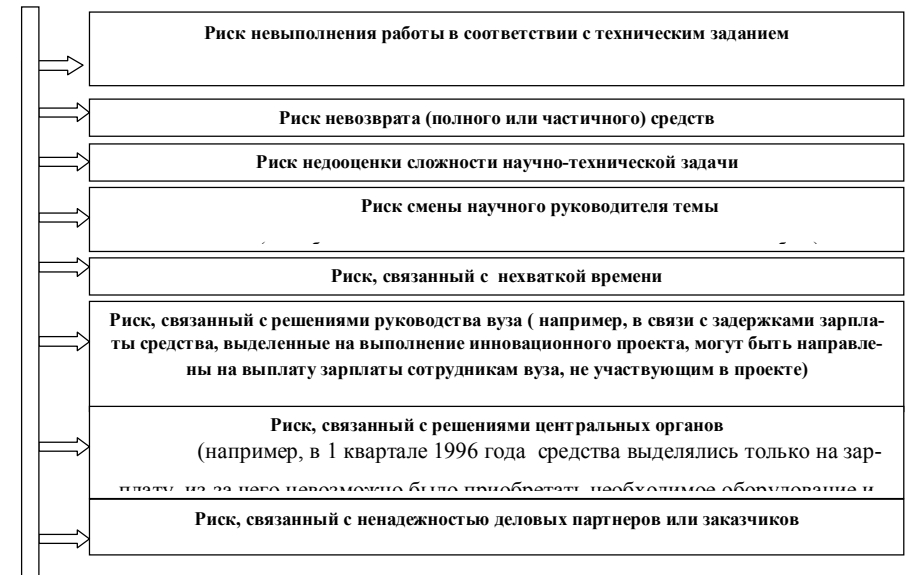
Звичайно під інноваційним проектом у вузі розуміють проект, що опирається на раніше проведені науково-технічні розробки, що привели до перспективного для комерційного використання результату. Оскільки вузи, як правило, не займаються самі комерційною діяльністю, то передбачається, що комерційна реалізація буде здійснюватися зовнішнім партнером (або партнерами).

При цьому вуз одержить дохід від реалізації інноваційного проекту - або у вигляді відсотка від прибутку партнера, або у вигляді одноразової виплати (наприклад, при покупці ліцензії партнером).

Таким чином, в інноваційному проекті беруть участь як мінімум дві організації - вуз (в особі його представника - малого підприємства) і зовнішній партнер. Робота усередині вузу часто розбивається на два етапи - 1) властиво науково-дослідну роботу прикладного характеру й 2) розробку технології випуску продукції. У діяльності зовнішнього партнера також можна виділити етапи, наприклад, такі:

- 1) освоєння випуску продукції,
- 2) перехід до масового випуску (що припускає попередню рекламну кампанію й іншу маркетингову діяльність),
- 3) продаж перших партій продукції,
- 4) перше одержання оплати від покупців,
- 5) перше надходження засобів на розрахунковий рахунок вузу (субрахунок малого підприємства), і т.д.

Таким чином, для успішного завершення інноваційного проекту, як правило, необхідний зовнішній партнер, з діяльністю якого зв'язана своя група ризиків. Зрозуміло, можливі виключення. Якщо інноваційний проект пов'язаний з доведенням до комерційного поширення програмного продукту, то вуз (в особі



свого представника - малого підприємства) може взяти на себе маркетинг і рекламну кампанію, а також і продаж. Якщо інноваційний проект присвячений розвитку вузівської мережі ЕОМ, то може бути заплановане покриття витрат за рахунок джерел фінансування тих структур вузу, які будуть користуватися цією мережею.

Схема. Можливі ризики реалізації інноваційних проектів.

Структура й виразність ризиків реалізації інноваційних проектів у вузах трохи відрізняються від таких для інноваційних проектів взагалі й тим більше від ризиків різноманітних інвестиційних проектів.

На перше місце виходять ризики невиконання роботи відповідно до технічного завдання й не повернення (повних або часткового) засобів. Ризики можуть бути, зокрема, пов'язані з різними труднощами (див. наведену вище схему).

Можливі підсумки виконання інноваційної роботи можна описати в такий спосіб:

а) робота й фінансові зобов'язання всіх партнерів виконані в повному об'ємі;

б) науково-дослідна частина роботи виконана повністю, але за якимись причинами зовнішній партнер свої зобов'язання, у тому числі фінансові, виконав не в повному об'ємі;

в) науково-дослідна частина роботи виконана повністю, але комерційна частина проекту зірвана (зовнішнім партнером), фінансові зобов'язання не виконані;

г) науково-дослідна частина роботи не виконана повністю, але отримані істотні наукові результати; для закінчення роботи потрібно якийсь час;

д) науково-дослідна частина роботи не виконана, але отримані деякі цікаві наукові результати; однак планований спочатку науковий результат не буде досягнутий у доступне для огляду час;

е) виконання у вузі інноваційної роботи зірвано повністю.

Також при кожному з перерахованих вище сходів існує ймовірність здійснення макроекономічного ризику, що може ще більше погіршити результат виконання інноваційного процесу.

Таким чином, тільки у двох випадках із шести оцінка однозначна: підсумок а) - це повний успіх, а підсумок е) - це повний провал. В інших випадках - підсумки б), в), г), д) - отримані деякі наукові результати, а у випадку підсумку б) - також і деякі комерційні результати. При цьому у випадку підсумків а), б), в) науково-дослідний колектив виконав усе, що від нього було потрібно, хоча "повний успіх" має місце тільки в одному із цих трьох випадків - залежно від результатів роботи зовнішнього партнера.

Розглянемо зразкову схему розрахунку ризиків реалізації інноваційних проектів у вузах.

Модель інноваційного проекту. Почнемо з виділення основних факторів, що визначають ризики реалізації інноваційних проектів у вузах.

Будемо виходити із двоступінчастої схеми: спочатку працює науково-дослідний колектив, потім він передає свої розробки зовнішньому партнерові, і той починає комерційний етап. Уважаємо, що науково-дослідний колектив і зовнішній партнер працюють незалежно друг від друга (у теоретико-ймовірнісному змісті).

Імовірність того, що науково-дослідний колектив повністю виконає свою роботу, залежить від двох груп факторів, обумовлених ситуаціями відповідно

усередині колективу виконавців й усередині вузу. Будемо вважати, що ці групи факторів також незалежні між собою. Четвертий фактор ризику - макроекономічний, тобто ситуація в народному господарстві (ступінь виразності неплатежів, інфляції, нераціональної податкової політики й т.д.).

Таким чином, виділяються чотири основні групи факторів ризику:

- пов'язані з колективом виконавців,
- пов'язані з вузом,
- пов'язані із зовнішнім партнером,
- пов'язані із загальною економічною обстановкою.

Приймаємо, що всі чотири фактори незалежні між собою (у теоретико-ймовірнісному змісті).

У відповідності зі сказаним вище основна формула математичної моделі розрахунку ризиків реалізації інноваційних моделей у вузах має вигляд:

$$P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4,$$

де P - імовірність "повного успіху", тобто підсумку а) відповідно до наведеного вище класифікації, при цьому ризик того, що інноваційний проект не буде здійснений повністю, оцінюється ймовірністю "відсутності повного успіху", тобто величиною $(1 - P)$,

P_1 - імовірність того, що ситуація усередині колективу виконавців не перешкодить виконанню інноваційного проекту (отже, ризик колективу оцінюється величиною $1 - P_1$),

P_2 - імовірність того, що ситуація усередині вузу не перешкодить виконанню інноваційного проекту ($1 - P_2$ - ризик вузу),

P_3 - імовірність того, що зовнішній партнер повністю виконає свою роботу, після того, як науково-дослідний колектив повністю виконає свою частину роботи ($1 - P_3$ - ризик партнера)

P_4 - імовірність того, що ситуація в народному господарстві не перешкодить виконанню інноваційного проекту ($1 - P_4$ - макроекономічний ризик, тобто ризик ситуації в країні).

Наступний крок - оцінювання чотирьох перерахованих ймовірностей. Будемо їх наближати за допомогою лінійних функцій, тобто представляти у вигляді:

$$P_n = 1 - A_{1n}X_{1n} - A_{2n}X_{2n} - \dots - A_{Kn}X_{Kn},$$

Де n - індекс n приймає одне зі значень 1, 2, 3, 4,

$X_{1n}, X_{2n}, \dots, X_{Kn}$ - фактори (змінні), використовувані при обчисленні оцінки ризику типу n ,

$A_{1n}, A_{2n}, \dots, A_{Kn}$ - коефіцієнти вагомості (важливості) цих факторів.

Наведений нижче первісний перелік факторів при практичному використанні може бути доповнений у відповідності зі специфікою вузу або проекту.

Значення факторів $X_{1n}, X_{2n}, \dots, X_{Kn}$ оцінюють експерти для кожного конкретного інноваційного проекту, у той час як значення коефіцієнтів вагомості $A_{1n}, A_{2n}, \dots, A_{Kn}$ задаються тими самими для всіх проектів - за результатами спеціального організованого експертного опитування.

На основі практичного досвіду робіт, проведених Інститутом високих статистичних технологій й економетрики, можна дати наступні рекомендації з

організації роботи вузівської експертної комісії, що оцінює інноваційні проекти.

Члени експертної комісії у вузі оцінюють фактори X_{mn} по якісній шкалі:

- 0 - практично неможлива подія (з імовірністю менш 0,01),
- 1 - у край малоймовірної подія (з імовірністю від 0,02 до 0,05),
- 2 - малоймовірної подія (імовірність від 0,06 до 0,10),
- 3 - подія з імовірністю, який не можна зневажити (від 0,11 до 0,20),
- 4 - досить імовірної подія (імовірність від 0,21 до 0,30),
- 5 - подія з помітною ймовірністю (більше 0,30).

Відповідно до теорії вимірів [3] підсумкова оцінка дається як медіана індивідуальних оцінок (при парному числі членів експертної комісії - як права медіана).

Оскільки максимально можливий бал - це 5, то сума всіх вагових коефіцієнтів вибиралася рівної $1/5 = 0,2$. Таким чином, якщо по всіх факторах (змінним) експертами виставлені максимальні бали, те відповідна ймовірність оцінюється як 0, тобто виконання інноваційного проекту зізнається неможливим.

Для спрощення опису змінні X_{m1} будемо нижче позначати X_m , змінні X_{m2} - як Y_m , замість X_{m3} будемо писати Z_m , а замість X_{m4} - W_m . При описі числових значень коефіцієнтів A_{mn} будемо опускати індекс n , рівний відповідно 1,2,3,4.

Структуризації ймовірностей $P_1 - P_4$ присвячені відповідні розділи нижче. Після них наведена підсумкова формула для оцінювання ймовірності P (і тим самим ризику $(1-P)$ реалізації інноваційного проекту у вузі).

Ризик колективу. Почнемо з оцінювання P_1 - імовірності того, що ситуація усередині колективу виконавців не перешкодить виконанню інноваційного проекту. Уведемо наступні змінні:

X_1 - на виконанні інноваційного проекту позначиться недооцінка складності науково-технічної задачі (включаючи можливий вибір принципово невірною напрямку робіт),

X_2 - на виконанні роботи позначиться нестача часу (через неправильне планування процесу виконання інноваційного проекту, у той час як основний напрямок робіт обраний правильно),

X_3 - на виконанні роботи позначаться виниклі в ході її виконання проблеми, пов'язані з науковим керівником теми, зокрема, з його тривалою відсутністю або зміною (через тривале відраження, хвороби, смерті, відходу на пенсію, переходу на іншу роботу й т.д.),

X_4 - на виконанні роботи позначаться виниклі в ході її виконання проблеми, пов'язані з іншими безпосередніми учасниками роботи (крім керівника).

Помітимо, що у двох останніх позиціях (фактори X_3 і X_4) причинами невиконання роботи можуть бути й недостатня кваліфікація керівника роботи або інших членів науково-дослідного колективу.

Експертне опитування дало наступні значення коефіцієнтів:

$$A_1 = 0,02, A_2 = 0,08, A_3 = 0,07, A_4 = 0,03.$$

Приклад 1. Якщо підсумкова оцінка експертів така: $X_1=3$; $X_2=2$; $X_3=4$; $X_4=1$, то $P_1 = 1 - A_1 \cdot X_1 - A_2 \cdot X_2 - A_3 \cdot X_3 - A_4 \cdot X_4 = 1 - 0,02 \cdot 3 - 0,08 \cdot 2 - 0,07 \cdot 4 - 0,03 \cdot 1 = 1 - 0,06 - 0,16 - 0,28 - 0,03 = 1 - 0,53 = 0,47$.

Таким чином, у даному конкретному випадку експерти досить скептично ставляться до можливості виконання роботи в строк, причому основна причина скепсису - у можливому від'їзді наукового керівника (ризик оцінюється як 0,28), друга помітна причина - можливий недолік часу (ризик оцінюється як 0,16).

Ризик ВНЗ. Для оцінювання P_2 уведемо наступні змінні:

Y_1 - на можливості виконання інноваційного проекту позначаться організаційні зміни у вузі, початі керівництвом вузу,

Y_2 - на можливості виконання інноваційного проекту позначаться вузівські економічні проблеми (наприклад, роботи будуть на якийсь час припинені через рішення керівництва вузу (неспроможному із правової точки зору) про напрямки засобів, виділених на фінансування інноваційного проекту, на оплату праці викладачів),

Y_3 - на можливості виконання інноваційного проекту позначиться відсутність у вузі відповідної матеріальної бази (устаткування, матеріалів, обчислювальної техніки, площі і т.д.).

Попереднє експертне опитування дало наступні значення коефіцієнтів:

$$A_1 = 0,10; A_2 = 0,08; A_3 = 0,02.$$

Приклад 2. Якщо підсумкові (групові) оцінки експертів такі: $Y_1 = 1$; $Y_2 = 4$; $Y_3 = 0$, то $P_2 = 1 - A_1 \cdot Y_1 - A_2 \cdot Y_2 - A_3 \cdot Y_3 = 1 - 0,10 \cdot 1 - 0,08 \cdot 4 - 0,02 \cdot 0 = 1 - 0,01 - 0,32 - 0 = 0,67$.

На думку експертів, для даного проекту й вузу найбільший негативний вплив можуть зробити внутрівузівські економічні проблеми (внесок у загальний ризик оцінений як 0,32).

Ризик партнера. Для оцінювання ризику P_3 , пов'язаного з діяльністю зовнішнього партнера, уведемо наступні змінні:

Z_1 - на можливості виконання інноваційного проекту позначаться фінансові проблеми зовнішнього партнера, пов'язані з недоліками в роботі його співробітників,

Z_2 - на виконання проекту вплинуть фінансові проблеми зовнішнього партнера, пов'язані з діяльністю конкретних державних органів і приватних фірм (наприклад, неплатежі, адміністративні рішення),

Z_3 - роботу над проектом зірве зміна поведінки можливих споживачів, наприклад, через зміну моди або через рішення відповідних вищих органів (міністерств (відомств) або регіонального керівництва), зв'язаних, зокрема, з видачею ліцензій, закриттям інформації або з таким вибором технічної політики, що робить непотрібним (для більшості можливих споживачів) результатів інноваційного проекту,

Z_4 - на можливості виконання інноваційного проекту негативно позначаться організаційні перетворення в зовнішнього партнера, зокрема, зміна керівництва.

Пілотний експертне опитування дало наступні значення коефіцієнтів:

$$A_1 = 0,03, A_2 = 0,06, A_3 = 0,06, A_4 = 0,05.$$

Приклад 3. Якщо підсумкові (групові) оцінки експертів такі: $Z_1 = 3$; $Z_2 = 5$; $Z_3 = 1$; $Z_4 = 4$, то $P_3 = 1 - A_1 * Z_1 - A_2 * Z_2 - A_3 * Z_3 - A_4 * Z_4 = 1 - 0,03 * 3 - 0,06 * 5 - 0,06 * 1 - 0,05 * 4 = 1 - 0,09 - 0,30 - 0,06 - 0,20 = 1 - 0,65 = 0,35$.

Таким чином, експерти досить скептично ставляться до можливості успішного виконання зовнішнім партнером своїх зобов'язань за договором, пов'язаному з комерційною реалізацією розробок, виконаних по інноваційному проєкті. Основні "підводні камені", на їхню думку, це дії конкретних державних органів (внесок у загальний ризик оцінений як 0,30), і небажані організаційні перетворення (кадрові зміни) у зовнішнього партнера (внесок у ризик дорівнює 0,20).

Макроекономічний ризик. Під макроекономічним ризиком розуміємо ризик, обумовлений зовнішніми стосовно системи «вуз - зовнішній партнер» факторами, насамперед тими, які є загальними для всього народного господарства. Для оцінювання P_4 уведемо змінні:

W_1 - на можливості виконання інноваційного проєкту позначиться відсутність або скорочення номінального фінансування (неплатежі з боку бюджету),

W_2 - на можливості виконання інноваційного проєкту позначиться різке скорочення реального фінансування (у порівнянних цінах) через інфляцію,

W_3 - на можливості виконання інноваційного проєкту позначиться зміна статусу й/або задач вузу або його зовнішнього партнера (зокрема, через ліквідацію або реорганізацію вузу) за рішенням вищих органів (міністерства (відомства) або регіонального керівництва),

W_4 - на можливості виконання інноваційного проєкту позначаться стосовні до інноваційного проєкту рішення відповідних вищих органів (міністерств (відомств) або регіонального керівництва), зв'язані, наприклад, із закриттям інформації або з таким вибором технічної політики, що робить непотрібним або недоцільним виконання інноваційного проєкту.

Пілотний експертне опитування дало наступні значення коефіцієнтів:

$A_1 = 0,10$, $A_2 = 0,05$, $A_3 = 0,03$, $A_4 = 0,02$.

Приклад 4. Якщо підсумкові (групові) оцінки експертів такі: $W_1=3$; $W_2=4$; $W_3=1$; $W_4=2$, то $P_4 = 1 - A_1 * W_1 - A_2 * W_2 - A_3 * W_3 - A_4 * W_4 = 1 - 0,10 * 3 - 0,05 * 4 - 0,03 * 1 - 0,02 * 2 = 1 - 0,30 - 0,20 - 0,03 - 0,04 = 1 - 0,57 = 0,43$.

Таким чином, експерти вважають, що загальна економічна ситуація в країні може негативно позначитися на можливості виконання розглянутого ними інноваційного проєкту. Причому найбільше побоюються неплатежів з боку держави (відсутності або скорочення перерахування засобів для виконання проєкту) і в трохи меншій мері - зменшення реального фінансування через інфляцію (що, можливо, відволіче членів науково-дослідного колективу на побічні заробітки).

Підсумкові оцінки. Зведемо разом отримані результати. Ймовірність успішного виконання інноваційного проєкту оцінюється по формулі:

$P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4$,

де

$P_1 = 1 - 0,02 * X_1 - 0,08 * X_2 - 0,07 * X_3 - 0,03 * X_4$,

$P_2 = 1 - 0,10 * Y_1 - 0,08 * Y_2 - 0,02 * Y_3$,

$P_3 = 1 - 0,03 * Z_1 - 0,06 * Z_2 - 0,06 * Z_3 - 0,05 * Z_4$,

$P_4 = 1 - 0,10 * W_1 - 0,05 * W_2 - 0,03 * W_3 - 0,02 * W_4$.

Для даних, наведених у прикладах 1-4, ймовірність того, що науково-дослідний колектив у вузі повністю виконає свою роботу, дорівнює: $P_1 * P_2 = 0,47 * 0,67 = 0,3149$, а ймовірність його успішного здійснення $P = P_1 * P_2 * P_3 * P_4 = 0,47 * 0,67 * 0,35 * 0,43 = 0,0473924$. Таким чином, є лише приблизно 1 шанс із 20, що розглянутий інноваційний проєкт буде успішно завершений (у намічений термін і із запланованим економічним ефектом).

У табл.1 (див. нижче) наведені результати розрахунку ймовірностей, пов'язаних з реалізацією чотирьох типових інноваційних проєктів. Видно, яке вплив робить зміна того або іншого фактору на загальну величину ймовірності виконання проєкту. Виконання першого проєкту практично однаковою мірою залежить від всіх чотирьох факторів. Низька ймовірність виконання другого проєкту пов'язана з відносно високими показниками всіх чотирьох видів ризику. Ймовірність виконання третього проєкту - найменша, що пов'язане з високим ризиком усередині колективу виконавців й усередині вузу. У четвертого проєкту найбільший ризик пов'язаний з політичною й економічною обстановкою в країні. Ймовірність виконання п'ятого проєкту відносно невисока, але вона вище, ніж у другого, третього й четвертого проєктів.

Таблиця 8. Варіанти розрахунку ймовірності реалізації інноваційного проєкту у вузі.

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5
1. Ризик для колективу виконавців					
A_n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}	X_{n4}	X_{n5}
0,02	0	2	4	2	1
0,08	0	3	5	2	2
0,07	1	2	4	2	2
0,03	1	2	2	3	0
$P_1 =$	0,9	0,52	0,18	0,57	0,68
2. Ризик усередині вузу					
A_n	Y_{n1}	Y_{n2}	Y_{n3}	Y_{n4}	Y_{n5}
0,1	0	3	4	1	1
0,08	1	2	5	1	2
0,02	1	3	4	0	2
$P_2 =$	0,92	0,48	0,12	0,82	0,70
3. Ризик партнера					
A_n	Z_{n1}	Z_{n2}	Z_{n3}	Z_{n4}	Z_{n5}
0,03	0	2	3	1	2
0,06	1	2	2	1	0
0,06	1	3	2	1	1
0,05	0	1	1	1	1
$P_3 =$	0,880	0,590	0,620	0,800	0,830

4. Макроекономічний ризик					
A_n	W_{n1}	W_{n2}	W_{n3}	W_{n4}	W_{n5}
0,1	0	3	2	5	2
0,05	1	2	2	4	2
0,03	1	1	1	5	1
0,02	0	2	0	5	1
$P_4 =$	0,92	0,53	0,67	0,05	0,65
Імовірність виконання даного проекту					
$P =$	0,670	0,078	0,009	0,019	0,26
Імовірність виконання робіт без обліку ризику партнера					
$P_1 * P_2 * P_4$	0,76	0,13	0,01	0,02	0,3
Імовірність виконання робіт без обліку ризику країни					
$P_1 * P_2 * P_3$	0,73	0,15	0,01	0,37	0,4
Імовірність виконання робіт без обліку ризику вузу					
$P_1 * P_3 * P_4$	0,73	0,16	0,07	0,02	0,37
Імовірність виконання робіт у вузі					
$P_1 * P_2$	0,83	0,16	0,07	0,02	0,37

Вибір інноваційних проектів для фінансування доцільно проводити з обліком описаної вище процедури ймовірно-статистичної (з урахуванням думок експертів) оцінки їхніх ризиків реалізації. Структура цієї процедури й чисельні значення коефіцієнтів при факторах отримані в результаті пробного (пілотного) експертного опитування при виконанні Інститутом високих статистичних технологій й економетрики науково-дослідної роботи «Розробка методології оцінки ризиків реалізації інноваційних проектів вищої школи» [46]. Робота проводилася за завданням Відділення інноваційних проектів і програм. Основні результати опубліковані. Вони можуть бути модифіковані у відповідності зі специфікою конкретного вузу.

Таким чином, можна констатувати, що підприємства, у тому числі малі, не обов'язково повинні самостійно вести наукові дослідження й розробки. Вони можуть займатися безпосередньо впровадженням у виробництво вже виконаних проектів, а попередню розробку інноваційних проектів з відповідним фінансуванням надати висококваліфікованим творчим колективам - малим підприємствам на базі вузів. Отже, малі підприємства є не тільки важливим джерелом інновацій, але й необхідною ланкою в процесі відтворення інновацій, основна роль якого - забезпечення доведення вже готових розробок до «товарного» виду й безпосередньо до впровадження їх у виробництво й доведення до споживачів.

У даному підрозділі розроблені основи методології оцінки ризику реалізації інноваційних проектів у вищих навчальних закладах. Вище продемонстровано, що ця робота опирається на результати вітчизняної наукової школи в області аналізу ризику, експертних оцінок і статистики нечислових даних.

Світовий досвід показує - академічна наука оточена сферою-бізнесом-сферою, що, прагнучи до прибутку, перекачує закінчені розробки з лабораторій у виробництво. Формування інноваційної сфери означає занурення академічної науки в «пояс взаємодії», що одночасно захистить науку від комерціалізації й буде стимулювати її розвиток.

Змістовий модуль 2. Методи задачі прийняття рішень

Тема 9. Багатокритеріальні задачі прийняття рішень в умовах невизначеності

Багатокритеріальні задачі — це задачі, обтяжені невизначеністю, конфліктністю та породженим ними ризиком. Частина інформації, необхідна для вичерпного та однозначного визначення вимог до рішення, принципово відсутня на момент прийняття цього рішення. Дослідник відносно часто, в принципі, вербально може визначити основні змінні, враховуючи зв'язки (залежності) між ними, тобто побудувати концептуальну модель, що відображає ситуацію. Але залежності між критеріями взагалі не можуть бути визначені на ґрунті лише об'єктивної інформації, що є в розпорядженні дослідника.

Нехай СПР обрано певну ціль щодо розвитку економічної системи, множину альтернативних стратегій (рішень), реалізація яких дає змогу досягти поставленої цілі, а також низку критеріїв оцінювання цих стратегій. Науковий аналіз проблем прийняття рішень в економічній діяльності та підприємстві починається з моменту, коли хоча б частина альтернатив і (чи) критеріїв відома. У сучасній науці стосовно прийняття рішень центральне місце посідають багатокритеріальні задачі вибору. Вважається, що врахування багатьох критеріїв наближує постановку задачі до реального життя.

Наприклад, СПР вибирає банк для розміщення своїх грошових ресурсів. У якості альтернатив обрано три банки і виокремлено такі критерії вибору: відсоткова ставка, капітал банку, його імідж, ліквідність.

Зазначимо, що традиційно заведено розрізняти три основних класи задач прийняття рішень:

1. Упорядкування альтернатив. Для низки задач вважається досить обґрунтованою вимога щодо впорядкування стратегій (об'єктів) на множині альтернатив. Так, наприклад, члени родини впорядковують за ступенем необхідності майбутні витрати на придбання певних товарів і послуг, керівники фірм упорядковують за критерієм прибутковості та іншими критеріями об'єкти капіталовкладень тощо. У загальному випадку вимога щодо впорядкування альтернатив означає необхідність визначити відносну цінність кожної з них.

2. Розподіл альтернатив за класами рішень. Такі задачі зустрічаються у повсякденному житті, наприклад, у разі купівлі квартири чи будинку. В разі обміну квартири люди, як правило, розділяють альтернативи на дві групи: такі, що заслуговують і не заслуговують більш детального вивчення, що потребує витрат часу і коштів. Групи товарів розрізняються за якістю тощо. 3. Виокремлення (вибір) кращої альтернативи. Ця задача традиційно вважається однією з основних у прийнятті рішень. Вона часто зустрічається на практиці.

Вибір одного предмета для купівлі, вибір місця праці, вибір інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів — це типові приклади.

Невизначеність трактується не лише у розумінні відсутності вичерпного знання, а й як постійна змінюваність умов, трансформація, швидка та гнучка переорієнтація виробництва, дії конкурентів, зміна кон'юнктури ринку тощо. Необхідно одночасно розрізняти і враховувати декілька типів невизначеності, їх спільний вплив (суперпозицію) та зумовлений ними економічний ризик, а саме: 1) невизначеність цілей та критеріїв; 2) неоднозначність оцінок, прогнозів розвитку економічного середовища (станів економічного середовища); 3) невизначеність дій конкурентів; 4) брак часу для прийняття науково обґрунтованих рішень; 5) брак даних, зокрема, числових (кількісних), необхідних для обчислень випадкових показників (параметрів), які беруться до уваги у прийнятті рішень. Причини виникнення невизначеності та зумовленого нею ризику поділяються на три групи: 1) Перша група. Більшість пов'язаних з економікою процесів є принципово індетермінованими. Таким, наприклад, є науково-технічний прогрес, про розвиток якого неможливо зробити точний прогноз. Важко передбачити також різні природні явища, зміни клімату, розвиток смаків споживачів тощо. 2) Друга група. Можна говорити про економічно оптимальну неповноту інформації, бо нерідко доцільніше працювати з неповною інформацією, ніж збирати вкрай дорого практично повну інформацію. До цієї групи можна віднести і неповноту інформації, зумовлену обмеженістю потужностей для її обробки, бо ця обмеженість пояснюється економічними причинами. Сюди ж відносять і неточності, що виникають внаслідок наближених методів оцінки даних, наприклад, вибіркові спостереження та експертні оцінки. Зменшення цих неточностей теж потребує певних додаткових затрат. 3) Третя група. Існує, так би мовити, «організована» невизначеність, або асиметрія інформації. Вона спричинена тим, що нерідко деякі економічні агенти вважають доцільним приховувати деяку частину інформації з економічних, політичних чи інших причин. Наприклад, надто важко прогнозувати можливості зовнішньоторговельних операцій із стратегічними товарами, інколи керуючому органу управління важко оцінити можливості та зусилля підлеглих підрозділів, і навпаки.

На сьогодні відсутнє однозначне розуміння ризику, зокрема в економіці і підприємстві. Це пояснюється багатогранністю цієї економічної категорії. У словнику Вебстера термін «ризик» дістав означення як «небезпека можливої втрати чи збитків». Це чітке й лаконічне тлумачення. Неоднозначність трактування особливо помітна для семантичного гнізда понять, що групуються навколо терміна «ризик». Наведемо низку прикладів його визначень у фінансово-економічній науковій літературі. «Ризик — це здійснення на вдачу справи» «Слово «ризик» вживається в страхуванні в різноманітних значеннях, передусім в абстрактному й конкретному сенсі. У першому сенсі під ризиком розуміють міру небезпеки чи вираження середнього обсягу можливих збитків у певний момент часу. Таке розуміння ризику теоретиками. Практика надала цьому абстрактному поняттю конкретного значення, розуміючи під ризиком те, що може відбутися з об'єктом страхування, тобто за настання відомої події, зумовленої в страхуванні, цей предмет може бути зруйнованим, пошкодженим чи

втратити свою цінність». «Ризик — це спосіб дій в умовах невизначеності, що призводить, у кінцевому результаті, до переваги успіху над невдачею». Можна виділити наступні основні властивості економічного ризику: 1) суперечливість, 2) альтернативність; 3) невизначеність. Найбільш важливими елементами, покладеними в основу класифікації економічних ризиків, також є: 1) час виникнення; 2) основні чинники виникнення; 3) характер обліку; 4) характер наслідків. Економічний ризик пов'язаний із загальними змінами в економіці, які перебувають практично поза прямого контролю окремих суб'єктів економічної діяльності.

Суть багатокритеріальних задач прийняття рішень: варіанти-"кандидати" порівнюються з двох або більше критеріями, щоб знайти оптимальний варіант (або один з оптимальних, якщо "перше місце" ділять різні "кандидати"). Приклад: вибираємо, який вид танка вибрати на озброєння військ, критерії - захищеність, зручність екіпажу, ефективність озброєння, швидкість.

Існує купа різних методів вирішення багатокритеріальних задач, але для початку потрібно один важливий крок. А саме: якимось простим способом скоротити число варіантів, особливо якщо таких багато. Давайте подумавмо, як це зробити. Нехай, наприклад, ми вибираємо стратегію розвитку підприємства, критерії - очікуваний прибуток на рік (в сенсі мат. Очікування з теорії ймовірностей), надійність стратегії (ймовірність того, що буде прийнятна для нас прибуток, хоч скільки солідний дохід). Припустимо, у нас є 5 стратегій:

Стратегія 2 в середньому дає більше прибутку, ніж стратегія 1, при тій же надійності. Стало бути, стратегія 1 не може бути кращою. Стратегія 3 по очікуваному прибутку рівноцінна стратегії 2, але надійніше. Стало бути, стратегія 2 теж не вигідна. Стратегія 3 прибутковіше стратегії 4 при тій же надійності, тобто стратегія 4 теж не виправдана. Залишаються тільки стратегії 3 і 5. За одним критерієм перевершує одна, по іншому - інша. Ми не змогли прийти до єдиного варіанту, але хоча б усунули більшість свідомо невірних. Таким чином ми виділили множину Парето, вона спрощує застосування алгоритмів, що працюють з додатковою інформацією, оскільки звужує безліч можливих варіантів

Тема 10. Багатостадійні задачі прийняття рішень

Поняття багатостадійної (багатоетапної, багатокрокової) задачі прийняття розв'язків досить багатогранно. Тому можуть розглядатися зовсім різні моделі багатостадійності від простих до досить складних. Ми тут зупинимося на обговоренні деяких традиційних підходів до проблеми, що дозволяють усвідомити головні риси й особливості багатостадійних задач прийняття розв'язків в умовах невизначеності. Зокрема, будемо припускати, що розв'язувана проблема є одноцільовою. Наприклад, досить часто ціль усієї операції полягає в максимізації "доходів" (прибутки, корисності) або мінімізації "витрат". Передбачається, що одержання "доходів" реалізується на кожному етапі процесу прийняття розв'язків, а потім ці "доходи" підсумовуються (принцип адитивності).

Розглянута далі модель багатостадійної задачі прийняття розв'язків припускає наявність деякого графа, називаного *деревом розв'язків* і, по суті, що

описує те, як можна попадати із заданого множини його початкових вершин у задану множини його кінцевих вершин. При цьому з кожною вершиною графа асоціюється деякий стан S_i , у якому перебуває об'єкт прийняття розв'язків, а дуги, що виходять із вершини, відповідають можливим переходам з одного стану в інше залежно від прийнятих розв'язків.

На мал. 4.1 даний приклад так званого детерміністського дерева розв'язків.

Тут і далі передбачається, що процес розвертається в часі й рух по графу здійснюється ліворуч праворуч. Припустимі початкові й кінцеві вершини заштриховані. Уважається, що кожна галузі графа має своя вага — речовинне число, що означає відповідні локальні "витрати" на перехід в інший стан. Основна задача полягає в оптимальному виборі початкової вершини (із множини припустимих) і шляху з неї в кожен із припустимих кінцевих вершин. Оптимальність розуміється в змісті побудови припустимого шляху, що реалізує мінімальні сумарні витрати (задача вибору мінімального шляху на графі). В окремому випадку множини припустимих початкових і кінцевих вершин можуть бути однелементними.

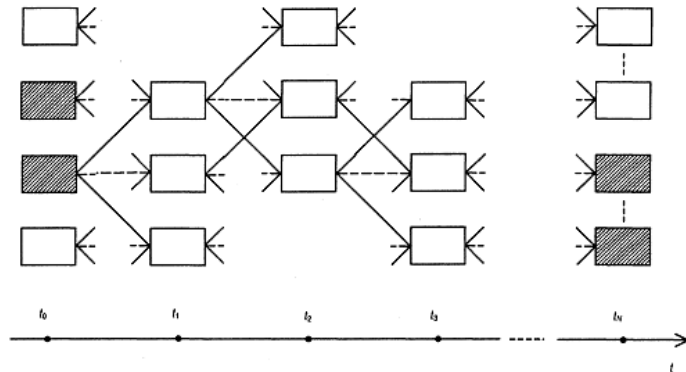


Рис. 4.1. Дерево решений в условиях определенности

У наведеному прикладі граф містить тільки так звані основні, або "вирішальні" вершини (мал. 4.2).

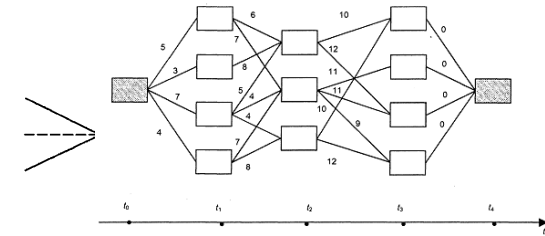


Рис. 4.4. Дерево решений с заданными локальными затратами

Рис. 4.2. "Решающие" вершины

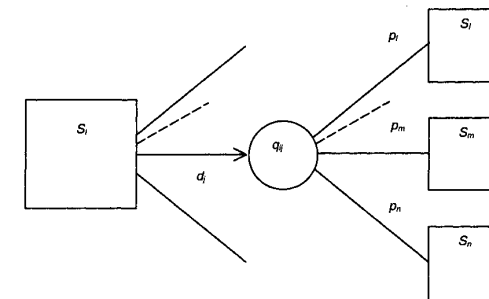


Рис. 4.3. Вероятностная связь вершин

У кожен таку вершину можна потрапити різними способами, що показується наявністю декількох дуг, що входять у вершину. При цьому вважається, що система (об'єкт прийняття розв'язків) перебуває в певному фазовому стані S_i , а число станів звичайно. З вершини S_i виходить кілька дуг графа, відповідних до різних розв'язків, які можуть бути прийняті в даному стані. Вибір конкретної альтернативи L_j приводить до переходу системи в нову "вирішальну" вершину (новий стан).

Більш складна ситуація виникає, коли вибір конкретного розв'язку L_j визначає не новий стан системи, а задає деяку лотерею на множині можливих нових станів (щільність розподілу ймовірності) (мал. 4.3).

Детерміністський випадок. Метод Беллмана

Основна схема й головна ідея методу динамічного програмування (методу Беллмана) стосовно до розглянутої проблематики досить проста й природна. Розглянемо конкретний приклад детерміністського дерева розв'язків.

На мал. 4.4 одна початкова й одна кінцева вершина. Легко бачити, що, по суті, кінцевими є всі чотири вершини, відповідні до моменту часу t_3 . Однак за допомогою введення фіктивної вершини для t_4 удалося звести задачу до графа з однієї кінцевою вершиною. Точно так само можна надходити й з початковими вершинами, якщо їх не скільки. Числа в дуг графа означають трудомісткості (витрати), що забезпечують перехід від однієї "вирішальної" вершини до іншої. Дуги на проміжку $[3, 4]$ мають нульові ваги, що й означає, що всі вершини, що відповідають t_3 , є, по суті, кінцевими. Головна задача полягає у виборі оптима-

льного в змісті сумарних витрат шляхи, що з'єднує початкову й кінцеву вершини.

Основна обчислювальна ідея методу Беллмана складається із двох моментів:

Задача пошуку оптимального шляху починає вирішуватися з кінця.

Вихідна задача поринає в множину аналогічних задач із різними початковими вершинами й однієї й тієї ж кінцевою вершиною. При цьому передбачається, що в якості початкової вершини послідовно виступають усе без винятку вершини графа.

Реалізуємо метод Беллмана для наведеного прикладу. Будемо просуватися по графу праворуч ліворуч, виставляючи певні числа усередині кожної з вершин (позначаючи вершини) і вказуючи оптимальні напрямки руху з кожної вершини за допомогою однієї або декількох стрілок. При цьому числа усередині квадратиків-вершин будуть означати завжди те саме — це сумарні витрати, які виходять при русі з даної вершини, обраної в якості початкової, по оптимальному шляхові (тобто це найменші з можливих витрат). Наприклад, якщо ми маємо ситуацію, зображену на мал. 4.5, а, де вершини 2, 3, 4 уже позначені, і треба позначити вершину 1, то будемо міркувати в такий спосіб (усі вершини

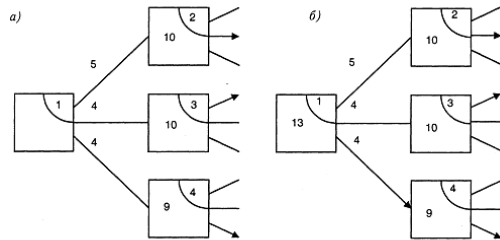


Рис. 4.5. Метод динамического программирования Беллмана

на мал. 4.5 для зручності пояснення пронумеровані в правому верхньому куті).

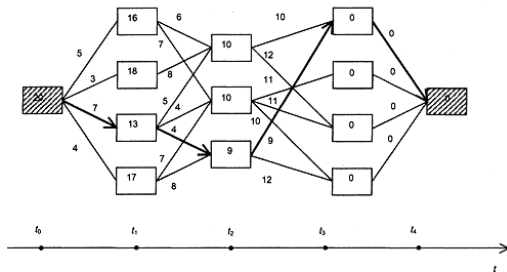


Рис. 4.6. Размеченный граф

Якщо в якості початкової вибрати вершину 1, то пошук оптимального шляху з неї зводиться до порівняння трьох чисел: $5+10=15$, $4+10=14$, $4+9=13$. Найменше із цих чисел — 13, і, отже, саме число 13 ми запишемо у вершині 1, а стрілочкою з'єднаємо вершини 1 і 4 (мал. 4.5, б). Дійсно, по побудові число 9 (отримане на попередньому етапі) означає мінімальні можливі втрати при русі з

вершини 4 як з початкової у фіксовану кінцеву вершину. Витрати в 4 одиниці необхідні для переходу з вершини 1 у вершину 4. У підсумку ми й одержуємо число 13. У дві інших можливих випадках ми маємо більші витрати й, отже, оптимальний маршрут з вершини 1 лежить через вершину 4.

Просуваючись праворуч ліворуч, ми, обробляючи послідовно вертикальні шари вершин, розмітимо весь граф (мал. 4.6).

Для відновлення шуканого оптимального шляху досить пройти тепер уже ліворуч праворуч у напрямку стрілок, починаючи із уже позначеної початкової вершини (оптимальний шлях на мал. 4.6 виділений). Число 20 означає мінімальні можливі витрати й саме воно виходить уже на першому етапі розмітки графа. Оптимальний шлях, мабуть, може бути й не єдиним.

Згідно з методом Беллмана одночасно перебувають усі можливі оптимальні шляхи.

Можна бачити, що проведена процедура дозволяє знаходити абсолютний глобальний мінімум. Попередні міркування легко перетворюються до строгого доказу даного твердження. У той же час важливо розуміти, що глобально оптимальна стратегія не є суперпозиція локально оптимальних стратегій. Скажемо, при спробі побудови оптимального шляху на графі мал. 4.6 при русі ліворуч праворуч і виборі щораз стрілок з найменшою вагою ми, звичайно, зазнаємо невдачі й одержуємо результат: $3+8+10=21$, що більше 20.

Тема 11. Методи багатокритеріального вибору на основі додаткової інформації

Розв'язком раніше сформульованої багатокритеріальної задачі, є відповідна множина Парето — множина недомінуємих по Парето альтернатив. Ця множина може виявитися досить великим, а користувача відповідної системи прийняття розв'язків звичайно цікавить вибір якогось одного "найкращого" варіанта або невеликого їхнього числа. Якщо яка-небудь додаткова інформація про задачі відсутня, то множина Парето — це краще, що можна запропонувати. Однак при наявності додаткової інформації про систему переваг користувача можуть бути застосовані різні методи звуження вихідної множини альтернатив — більш сильні, чому методи, засновані на домінуванні по Парето. Досить часто вихідною інформацією для таких методів виступає сама множина Парето й ставиться задача його звуження з метою вибору однієї або декількох альтернатив як остаточного результату. Деякі можливі підходи до розв'язку цієї проблеми розглянуті далі.

Ці методи засновані на гіпотезі про існування деякої "функції втрат" $i(x)$, певної на вихідній множині альтернатив X : $u: X \rightarrow R$, де R — множина реального чисел.

Основне завдання полягає у виборі одного з елементів $x^* \in X$, такого, що $x^* = \arg \min_{x \in X} u(x)$.

Можна замість "функції втрат" увести аналогічну "функцію корисності" і ставити задачу її максимізації. У ряді випадків ми так і будемо надходити. Це стандартна задача нелінійного програмування про пошук мінімізатора або

максимізатора. Відмінність розглянутої ситуації від типової задачі нелінійного програмування полягає в наступному. Ми тут припускаємо, що функція $y(x)$ описує мета операції вибору, і переваги особи, що ухвалює розв'язок (ЛПР), улаштовані дуже просто: чим менше значення "функції втрат", тем краще. Головне припущення полягає в тому, що функція $y(x)$ уважається заздалегідь невідомою (а якщо ні, то ми просто скористалися б методами конечномерной скалярної оптимізації для вибору найкращої альтернативи).

Далі від ЛПР, що вирішує багатокритеріальну задачу вибору, ми будемо вимагати не оцінки значення $y(x)$ для конкретного $x \in X$ (що досить складно), а тільки здатності порівняння двох альтернатив по їхніх векторних оцінках. Як буде показано далі, цього виявляється досить, щоб реалізувати, наприклад, такий метод пошуку мінімуму нульового порядку, як *метод Нелдера-Мида*. При цьому ЛПР виступає в якості своєрідного вимірювального обладнання, але йому, як було відзначено, не потрібно вказувати значення $y(x)$ (що дуже важливо), а тільки фіксувати: "гірше", "краще", "однаково". Тут, звичайно, є свої труднощі, зв'язані, наприклад, з можливою суперечливістю відповідей ЛПР, але вони переборні, і ми тут не будемо зупинятися на них.

Розглянуті адаптивні процедури часто виявляються більш ефективними й легко реалізованими, чому так звані *апостеріорні процедури*, пов'язані з явним відновленням функції $y(x)$ (теорія корисності). Дійсно, побудова $y(x)$ у явному виді дозволяє, зокрема, упорядкувати всі альтернативи, що не потрібно для розв'язку вихідної задачі вибору. У результаті проробляється "зайва" робота, при цьому ЛПР доводиться відповідати на численні додаткові досить складні й не-природні для нього питання.

Метод Нелдера-Мида (*Нм-Метод, або метод деформуємого багатогранника*) є стандартним методом нелінійного програмування вивчається у відповідних курсах по теорії кінцевої скалярної оптимізації. Однак тут для повноти викладу коротко розглядаються основні елементи цього методу, при необхідності цього може виявитися досить для написання відповідної програми.

Нм-Метод вирішує задачу пошуку мінімізатора x^* деякої заданої функції y :

$$X \rightarrow R, X \subset R^n, \\ x^* = \arg \min_{x \in X} u(x).$$

У Нм-Метод внесені відповідні вдосконалення. Симплекс одержує можливість змінювати свою форму, витягатися, стискуватися й, таким чином, не буде залишатися симплексом. Тому для нього використовується більш підходяща назва — деформуємий багатогранник, а сам метод часто називають *методом деформуємого багатогранника*.

Основні операції Нм-Методу:

1. Відбиття — проектування гіршої вершини через центр ваги вершин, що залишилися.
2. Розтягання.
3. Стиск.

4. Редукція.

5. Закінчення процесу проводиться, коли виконується умова приблизної рівності значень функції у вершинах поточного багатогранника й у центрі ваги багатогранника без обліку гіршої вершини. Можуть бути використані й інші умови закінчення процесу.

Простий алгоритм вибору. Пропонується простий алгоритм вибору на основі інформації. Пояснимо принципову схему методу на конкретному прикладі.

Розглянемо проблему вибору наукового керівника студентом старшого курсу університету. Глобальний показник "якості", що характеризує правильність вибору, будемо зв'язувати із загальним задоволенням роботою в конкретній науковій групі. Цей показник є досить розпливчастим і невизначеним, тому використовуються відповідні критерії-заступники й задача трансформується до деякої багатокритеріальної задачі. Будемо розглядати наступні приватні критерії оптимальності, що характеризують у сукупності вихідний глобальний показник:

1. Перспективність проведених у групі досліджень із позицій наступного працевлаштування.
2. Особистий інтерес студента до проведених досліджень.
3. Можливість одержання додаткової заробітної плати в процесі навчання.
4. Зв'язок наукової групи з конкретними фірмами, що ухвалюють на роботу молодих фахівців.
5. Професіоналізм, характер і людські якості особисто наукового керівника.
6. Склад наукової групи й відносини в колективі.

Передбачається, що всі введені частки показники необхідно максимізувати, тобто більшому значенню кожного показника буде відповідати більш бажаний стан для студента.

Простим і часто застосовуваним методом стиску множини Парето є метод обмежень.

Тема 12. Структурна оптимізація організаційних систем

Успішність вирішення переважної більшості економічних завдань залежить від найбільш ефективного способу використання ресурсів (грошей, товарів, сировини, устаткування, робочої сили та ін.) Саме ефективністю використання, як правило, обмежених, ресурсів визначається кінцевий результат діяльності будь-якої економічної системи (фірми, підприємства, галузі).

Економічна суть методів оптимізації полягає в тому, що, виходячи з наявності певних ресурсів, вибирається такий спосіб їх використання (розподілу), при якому забезпечується максимум (або мінімум) цікавить ОПР показника.

Завдання знаходження значень параметрів, що забезпечують екстремум функції за наявності обмежень, накладених на аргументи (Незалежні змінні), носять загальна назва задач математичного програмування.

Труднощі, що виникають при вирішенні задач математичного програмування, визначаються, зокрема:

- видом функціональної залежності критерію ефективності, званого також цільовою функцією, від незалежних змінних;
- розмірністю завдання, тобто кількістю незалежних змінних;
- виглядом і кількістю обмежень, яким задовольняють незалежні змінні.

Серед завдань математичного програмування найпростішими і найбільш добре вивченими є так звані задачі лінійного програмування (лінійної оптимізації). Для них характерно те, що цільова функція лінійно залежить від, а також те, що обмеження, що накладаються на незалежні змінні, мають вигляд лінійних рівностей або нерівностей відносно цих змінних.

Такі завдання часто зустрічаються на практиці - наприклад, при вирішенні проблем, пов'язаних з розподілом ресурсів, плануванням виробництва, організацією роботи транспорту і т.д. У багатьох випадках витрати і доходи лінійно залежать від кількості закуплених або утилізованих засобів (наприклад, сумарна вартість партії товарів лінійно залежить від кількості закуплених одиниць; оплата перевезень здійснюється пропорційно ваг перевезених вантажів тощо).

Завдання лінійного програмування, природно, не вичерпують всі можливі типи взаємозв'язків економічних параметрів. Більш складними для аналізу та чисельного рішення є задачі нелінійного програмування (нелінійної оптимізації), що характеризуються нелінійною залежністю цільової функції та (або) функцій-обмежень від незалежних змінних.

Відзначимо ще два типи завдань математичного програмування, що мають широку поширеність у практиці прийняття управлінських рішень.

Динамічне програмування служить для вибору найкращого плану виконання багатоетапних дій. У загальному вигляді постановка задачі динамічного програмування зводиться до наступного. Є деяка керована операція (Цілеспрямована дія), що розпадається (природно або штучно) на ряд кроків (етапів). На кожному етапі здійснюється розподіл і перерозподіл ресурсів (управління) з метою поліпшення її результату в цілому. Завдання динамічного програмування - визначити оптимальне управління на кожному кроці і, тим самим, оптимальне управління всією операцією в цілому.

Слід зазначити також завдання стохастичного програмування. Особливість даного класу задач полягає в тому, що шукається оптимальне рішення в умовах неповної визначеності, коли ряд параметрів, що входять в цільову функцію та обмеження, являють собою випадкові величини.

Рішення задач динамічного і стохастичного програмування, а також ряду інших завдань (наприклад, параметричного програмування), виходить за рамки цього курсу лекцій.

Лінійні моделі оптимізації в управлінні

Спочатку розглянемо задачі лінійної оптимізації (або оптимізаційні задачі лінійного програмування), математичні моделі яких містять лише лінійні залежності від змінних.

Як вже зазначалося, оптимізація, включає теорію і методи вирішення завдань, в яких критерій оптимальності (цільова функція) лінійно залежить від параметрів задачі, є найбільш розробленим розділом інформаційних технологій оптимальних рішень. Лінійні моделі широко використовуються в теорії та

практиці прийняття управлінських рішень.

Сучасні інформаційні технології оптимізації рішень широкого класу практичних завдань включають їх формулювання (Побудова математичної моделі), математичні методи і комп'ютерні програми вирішення цих завдань, а також методи економіко-математичного аналізу оптимальних рішень.

Загальна задача лінійної оптимізації полягає в знаходженні максимуму (мінімуму) лінійної цільової функції. Функція називається цільовою функцією, критерієм оптимальності або лінійною формою.

Вектор значень невідомих, які відповідають умові завдання (2.1) - (2.4), називається допустимим рішенням або допустимим планом задачі лінійної оптимізації. Сукупність усіх допустимих планів називається безліччю допустимих планів. Допустиме рішення називається оптимальним, якщо воно забезпечує максимальна (або, залежно від умов завдання, - мінімальна) значення цільової функції.

Рішення задач лінійної оптимізації може бути отримано без особливих труднощів (природно, при коректній формулюванні проблеми). Класичним методом вирішення завдань даного типу є симплекс-метод. У випадку лише двох змінних успішно може використовуватися також графічний метод рішення, що володіє перевагою наочності. Очевидно, у разі застосування графічного методу неможливо.

При вирішенні ряду оптимізаційних завдань потрібно, щоб значення невідомих виражалися в цілих числах. Природно, до завдань подібного типу відносяться ті, в яких потрібно визначити необхідні для прийняття рішень значення фізично цільних об'єктів (машин, агрегатів різного типу, людей, транспортних одиниць і т.д. і т.п.). Такі завдання відносяться до завдань цілочисельної

оптимізації. Математична модель задачі лінійної цілочисельної оптимізації також визначається формулами, але в даному випадку накладається додаткова вимога цілочисельності всіх (або частини) невідомих. Якщо вимога цілочисельності поширюється лише на частину невідомих величин задачі, то таке завдання називається частково цілочисельною.

Процес побудови математичної моделі для вирішення завдання починається, як правило, з відповідей на наступні питання:

1. Для визначення яких величин повинна бути побудована модель, тобто як ідентифікувати змінні завдання?
2. Які обмеження повинні бути накладені на змінні, щоб виконувалися умови, характерні для модельованої системи?
3. У чому полягає мета завдання, для досягнення якої з усіх допустимих значень змінних потрібно вибрати ті, які будуть відповідати оптимальному (найкращому) вирішення завдання?

Після відповіді на дані питання для побудови моделі залишається тільки ідентифікувати змінні і представити мета і обмеження у вигляді математичних функцій цих змінних.

Належний аналіз питань подібного роду і коректне формулювання математичної моделі є центральною ланкою розв'язання задач лінійної (і не тільки лінійної) оптимізації.

Ефективним засобом вирішення завдань лінійної оптимізації є MS Excel. Вхідний до складу даного програмного продукту пакет Пошук рішення (Solver) дозволяє проводити рішення задач подібного роду з великим (понад 200) числом змінних і обмежень.

Зазначимо, що стосовно завдань оптимізації виробничої програми підприємства найбільш типовими завданнями лінійної оптимізації є оптимізація доходу, прибутку, собівартості, номенклатури виробленої продукції, витрат верстатного часу тощо

Методи оптимізації широко застосовуються для розв'язання задач теорії оптимальних процесів, оптимального регулювання, вироблення керувальних збурень на об'єкти. Без розробки та застосування методів оптимізації неможливе керування ректифікаційними колонами в спиртовій промисловості, установками крекінгу нафти, конверторами при виробництві сталі та ін. До транспортних задач та задачі комівояжера зводяться багато задач економічної кібернетики (мережне планування, управління запасами, перевезеннями та ін.), керування організацією виробництва (розподіл завдань, обробка деталей, конвеєрне виробництво) та задачі оптимального програмування. Окрема група задач теорії оптимізації - це задачі оптимального проектування. Наприклад, задачі проектування радіоелектронних засобів з заданими обмеженнями на рівень шуму та смугу пропускання чи показниками надійності в умовах старіння.

Перш за все треба розділити задачі параметричної та структурної оптимізації.

Параметрична оптимізація є предметом, що розглядається в цьому розділі, де наведені постановка такої задачі та методи її розв'язання. Структурна оптимізація – це задача синтезу оптимальної структури системи, причому зміна структур та перетворення однієї структури в іншу здійснюється за спеціальним алгоритмом синтезу. Параметрична оптимізація об'єднує багато різних задач, що мають свої власні особливості та методи розв'язання.

Класифікацію цих задач наведено на рисунку 5.1.

До цього треба додати деякий коментар:

1. Якщо існує декілька цільових функцій, то має місце задача векторної оптимізації.

2. Якщо кількість параметрів, що керуються, більше ніж один, то розв'язується задача багатопараметричної оптимізації.

3. Якщо існують обмеження та умови, що зв'язують параметри, то виникає задача оптимізації з умовами, яка в кібернетиці дістала назву математичного програмування.

4. Математичне програмування об'єднує задачі нелінійного програмування (цільова функція в загальному випадку нелінійна), стохастичного програмування (параметри – випадкова величина, а цільова функція – випадкова функція), динамічного програмування (оптимізація багатокрокових процесів пошуку рішення).

5. Якщо параметри, що керуються, приймають тільки дискретні значення, то виникає задача дискретної оптимізації, а якщо – цілі числа, то – задача цілочислового програмування.

6. У випадку, коли цільова функція опукла, та область, де задані, теж опукла, то має місце задача опуклого програмування. Якщо цільова функція та умови лінійні-лінійного (кусково-лінійного) програмування; цільова функція квадратична, а умови лінійні-квадратичного програмування; цільова функція та умови – лінійні комбінації функцій однієї змінної – сепарабельного програмування; цільова функція та умови подані у вигляді поліномів – геометричного програмування.

На практиці часто виникає випадок, коли замість однієї цільової функції задано декілька цільових функцій. Така задача багатокритеріальної оптимізації має декілька постановок. В одній з них потрібно оптимізувати один з критеріїв, причому решту критеріїв утримують в заданих межах. В цьому разі фактично йдеться про звичайну багатокритеріальну оптимізацію. Що ж до нерівностей, які обмежують інші критерії, то їх можна розглядати як додаткові обмеження на припустиму область.



Рисунок 5.1 – Класифікація задач оптимізації

Тема 13. Оцінка структур інформаційної організаційної системи

Функції інформаційного забезпечення великих і середніх компаній оформилися в самостійну, хоча недостатньо структуровану і, головне, слабо інтегровану в систему управління галузь. Підрозділи та персонал, що відповідають за інформаційне забезпечення, як правило, не представляють єдиного цілого як в сенсі формальної структури, так і в плані бізнес-процесів. Нижче пропонується варіант побудови оргсистеми інформаційного обслуговування підприємства, яка об'єднана з технологією оперативного управління бізнес-процесами і здатна:

- 1) контролювати стан робіт і результатів по найважливіших напрямках поточної діяльності;
- 2) забезпечувати компанію повної (з точки зору наявності) релевантною інформацією²;
- 3) регулювати рух інформаційних ресурсів для використання в цільовій діяльності відповідно до напрямів і ритмів бізнес-процесів;
- 4) оперативно отримувати інформацію з величезного масиву різнорідних джерел для поточних і перспективних завдань управління;
- 5) адсорбувати, акумулювати, аналізувати та узагальнювати документований досвід професіоналів, перетворюючи його в загальнодоступний корпоративний інтелект;
- 6) упорядковувати діяльність, пов'язану з розвитком інформаційної системи. Традиція самозабезпечення У невеликих компаніях з невисокою інтенсивністю документообігу (не більше 20 документів в день) функції інформаційного забезпечення, як правило, децентралізовані. Це означає, що підрозділи в основному займаються самозабезпеченням. Централізована складова цієї функції зводиться до розподільної діяльності секретаря при передачі вхідної та відправку вихідної пошти, а також з'єднанні співробітників із зовнішніми і внутрішніми абонентами. Традиція інформаційного самозабезпечення необтяжена складними технологіями, не відволікає додаткові штатні ресурси. Її перевагою є прямий оперативний доступ користувачів до джерел інформації, яка належить їм по цільових і функціональних ознаках. При такому положенні справ кожен солідний відділ створює власний архів, що відповідає вимогам даної конкретної служби. Однак при великому потоці документів і штатної чисельності офісу, що перевищує 30 осіб, недоліки децентралізованої системи управління інформацією стають помітнішими, ніж її гідності. По-перше, значна частина даних, придатних для багатofункціонального застосування, стає важкодоступній через децентралізованого способу зберігання (у архівах профілюючих відділів). Наприклад, відомості про виконання договорів та витрати по їх виконанню потрібні одночасно бухгалтерії, фінансовому, плановому, маркетинговому і економічному відділам. Тому необхідно налагодити одночасний доступ до джерел даних для різних фахівців. У децентралізованій системі це призводить до множинних взаємних запитам, пов'язаних з пошуком, підготовкою і передачею інформації суміжникам, що, зрозуміло, відволікає співробітників від виконання

основних службових обов'язків. При цьому контроль і облік руху документів вкрай утруднений, а часто і зовсім відсутній.

По-друге, відділи, які монополізували певні джерела інформації, формують бази даних з урахуванням лише своїх, вузьковідомчих потреб. Формати баз даних, що створюються в різних підрозділах, як правило, не збігаються. У результаті багато часу йде на переоформлення, доповнення або корекцію інформації при повторному або паралельному використанні. Часто одні і ті ж відомості механічно переносяться (або навіть передруковуються) з одних таблиць в інші, по-іншому відформатовані.

По-третє, у ряді випадків унаслідок міжособових і міжвідомчих суперечностей інформація просто приховується.

По-четверте, не співмірність форматів звужує можливість використання і витягання даних і нових знань для підтримки функціонування і подальшого розвитку компанії. По-п'яте, децентралізація в управлінні організацією ІТ-комплексу сприяє розвитку безлічі несумісних програмних засобів обробки даних. І чим їх більше, тим більше перешкод для ефективного управління. Пошосте, функція підтримки та розвитку інформаційної технології, яка є основою інфраструктури управління, у децентралізованій системі не має відповідального координатора і розвивається спонтанно: в кращому випадку під впливом ІТ-підрозділу, в гіршому - ініціативних керівників непрофільних відомств, монополізують окремі джерела інформаційних ресурсів. Треба зазначити, що передача функцій розвитку інформаційних технологій ІТ-спеціалістам, переобтяженим проблемами технічного характеру, теж не вихід, оскільки дана діяльність - одне з найважливіших стратегічних напрямків, тісно пов'язане зі специфікою організації управління. Керівництво їм повинні здійснювати системні бізнес-аналітики - спеціалісти в області оргструктур, бізнес-процесів і економіки. У великих компаніях, де обробляється до 100 і більше документів в день, відносини "кожний з кожним" в рамках інформаційного обміну серйозно заплутують ситуацію. Знижується відповідальність конкретного співробітника за кінцевий результат інформаційної роботи: губляться документи, затримується виконання завдань, спотворюються дані, зростає число проблемних і конфліктних ситуацій. Перш за все це стосується документів, які ініціюють ланцюжок робіт і породжують нові документи. Для усунення цих проблем в компаніях створюються спеціальні підрозділи, секретаріати, канцелярії, оргвідділу, архіви. Однак без інтеграції нових підрозділів у загальну систему управління компанією, а головне, не об'єднавши потоки директивної і функціонально забезпечує інформації, послабити гостроту проблеми не вдасться.

Забезпечення управління. До 60% вказівок та розпоряджень керівники віддають в усній формі, не залишаючи слідів на інформаційних носіях. Як наслідок, виконання цих вказівок контролюється погано, вони слабо координуються з іншими заходами і не завжди забезпечуються необхідними інформаційними матеріалами, оскільки випадають із стандартної технологічного ланцюжка реєстрації та обслуговування.

Недокументована інформація, що виконує обслуговуючі функції, також не є технологічно адаптованою до формату документів і засобів їх обробки і то-

му не може повністю або частково враховуватися, аналізуватися і контролюватися в рамках формальних процедур. Через те що не документована інформація, як правило, містить великий обсяг інформаційних шумів і не має офіційного статусу (не інституціалізована технологічними стандартами, інструкціями та іншими нормативними документами), її використання призводить до додаткових витрат часу, помилок або навіть перешкод у роботі.

Вчасно доставлена виконавцеві релевантна інформація є одним з головних умов успішного виконання функцій і ефективного досягнення поставлених цілей. Найважливішою умовою ефективності та конкурентоспроможності стає швидкість знаходження, використання і перетворення вихідної інформації в рішення і дії, спрямовані на зміну якості або кількості продуктів і / або послуг на цільовому ринку. Тенденції зростання організацій і розширення спеціалізації - це сигнал до перетворення функцій інформаційного забезпечення в спеціалізовану галузь діяльності, інтегровану з процесами управління.

У великій компанії, наприклад, неприпустима ситуація, при якій юрист відволікається на збір всіляких відомостей і довідок, що затягує процес підготовки договору і може призвести до втрати замовника. Юридична робота була б продуктивніше, якби необхідні відомості збирала по запити юристів спеціальна служба.

Функції інформаційного забезпечення необхідно надати властивості не тільки фільтру, концентратора, накопичувача і регулятора інформаційних потоків, але й виробника і постачальника необхідної для роботи персоналу інформації. Тільки в кабінетних дослідженнях можна відривати процес основної діяльності від його інформаційного забезпечення. У реальності це єдиний процес. Виробничі процедури, переміщення матеріальних і грошових потоків завжди мають інформаційне відображення і документальний супровід. Перш ніж товари підуть на склад або зі складу, виписуються відповідні документи (накладні або вимоги). Роботи виконуються за нарядами, грошові транзакції оформляються платіжними документами.

Інформаційні продукти є як засобом ведення діяльності, так і її результатом. Очевидно, що без належного оформлення робота або неможлива, або незаконна. Отже, щоб повноцінно управляти діяльністю, необхідно синхронізувати і інтегрувати рух інформаційних потоків з потоками робіт, матеріальних і фінансових ресурсів, а це вимагає контролю, обліку, аналізу, планування, координації - тобто управління, централізованого і організаційно узгодженого.

Існуюча на практиці неузгодженість пояснюється особливостями функціонування великих і середніх компаній, в яких оперативне управління життєдіяльністю організації здійснюється з різних локальних центрів, якими є члени дирекції та керівники служб або великих підрозділів. Чим більше у генерального директора безпосередніх підлеглих, тим більше неузгоджені їх дії, оскільки ніхто з керівників не має повною інформацією про поточний стан справ і стан ресурсів і рішення часто приймаються без достатніх інформаційних підстав. Тим часом компанія в цілому має всю повноту інформації, крупниці якої розосереджені між членами організації.

Якщо документи і відомості передавати від підлеглого до начальника і навпаки, в умовах лінійно-функціональної структури то цей процес займе багато часу - дані втратять свою актуальність. Якщо виконавці зв'язуються безпосередньо з особами, що приймають рішення (що широко поширене на практиці), топ-менеджери починають "захлинатися" в дрібницях і перестають займатися перспективними питаннями, а керівники середньої ланки виявляються не при справах.

Навіть якщо компанія володіє всією повнотою інформації, але її джерела не охоплені технологією обробки і регулярного інформаційного звернення, "процідити" і адсорбувати ці дані для подальшого адресного використання не вдасться. У той же час очищена та підготовлена до використання інформація, спрямована фахівцям, яким вона не потрібна, буде сприйнята як "шум" і не отримає подальшого застосування.

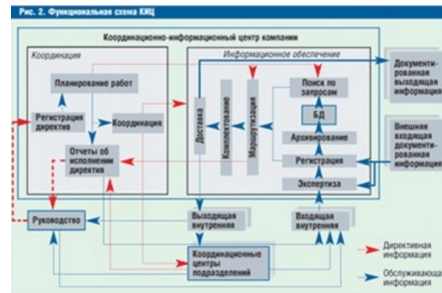
Особливо важливою є робота з директивною інформацією, яка задає напрямки змін в організаційній системі компанії та її процесах. Директивна інформація може бути представлена усними вказівками, письмовими наказами та розпорядженнями, резолюціями на документах, протоколами, планами, програмами і т. п. Деякі документи поєднують у собі властивості інформації різних типів. Так, ознайомлювальне лист може містити в собі відомості про нові правила оформлення митних документів для відділу логістики і резолюцію генерального директора на адресу юридичної служби про внесення змін до внутрішніх нормативних документів. Тому, з одного боку, копії документа необхідно розіслати у відповідні підрозділи, а з іншого - поставити на контроль виконання резолюції генерального директора. Таким чином, один документ ініціює рух інформації по декількох напрямках, кожне з яких має бути враховано в рамках функцій планування і контролю доставки інформації, а також виконання директив, що містяться в ній. Очевидно, що такий порядок вимагає відповідної організації структур і процесів.

У великих компаніях створюються нові підрозділи та посади для роботи з документами, інформацією і технічними засобами підтримки. Однак інтеграція функцій інформаційного забезпечення в систему управління компаній не завжди ефективна. Саме з цієї причини механічне нарощування чисельності персоналу і підрозділів відчутного позитивного результату не дає.

Централізована система управління інформаційним забезпеченням. Отже, замість неузгоджених дій локальних джерел і споживачів інформації, розбіжності форматів і структур баз даних документів, що використовуються різними співробітниками, відсутності єдиної бази даних і загального координатора інформаційної діяльності пропонується технологія централізованого управління інформаційним забезпеченням на основі координаційно-інформаційного центру (КІЦ) компанії. Цей центр являє собою головний контрольно-регулюючий і організуючий елемент підсистеми оперативного управління, що сполучає і спрямовує інформаційні потоки, трудові, матеріальні, фінансові ресурси для досягнення запланованих результатів.

На рис. 2 представлена функціональна схема КІЦ з відокремленими технологічно взаємопов'язаними метафункціями координації та інформаційного

забезпечення діяльності. Кожна з них має інформаційні входи і виходи: потоки документованої інформації (зелені стрілки) і потоки інформаційних повідомлень, що виникають у зв'язку з прийомом і передачею відомостей, що стосуються директивної інформації (червоні стрілки).



Директиви (жирна червона стрілка) є результатом прийняття рішень керівництвом на основі вивчення регулярної або одноразової інформації, що надходить з підрозділів і з інформаційним забезпеченням.

Функція координації включає наступні процедури:

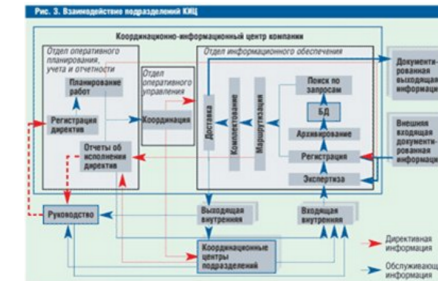
- реєстрацію директив;
- поділ їх на завдання і роботи, які повинні бути доручені виконавцям (підрозділам);
- планування термінів і результатів виконання;
- доведення планів до виконавців;
- пошук і доставка необхідної для виконання робіт інформації;
- контроль виконання та надання звітів про результати виконання директив.

Система інформаційного забезпечення нерозривно пов'язана з функцією координації і включає наступні основні напрямки:

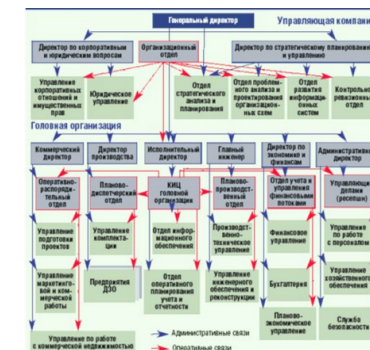
- експертизу інформаційних носіїв;
- реєстрацію;
- маршрутизацію;
- комплектування;
- доставку;
- архівування.

Мета функції КИЦ для компаній різних розмірів та напрямків діяльності мало чим різняться. Проте їх структурування для конкретних цілей призводить до появи істотних відмінностей в організаційному будові і розподілі функцій між елементами КИЦ. Наприклад, склад КИЦ невеликого офісу може бути представлений виконавчим директором, діловодом, секретарем і кур'єром. КИЦ великої компанії включає підрозділи оперативного управління, планування, обліку і звітності, інформаційної експертизи, інформаційного забезпечення, доставки кореспонденції та деякі інші.

Для більш великих компаній функція координації може бути розділена і закріплена за двома спеціалізованими підрозділами: оперативного планування, обліку, звітності та оперативного управління (рис. 3). При цьому відділ оперативного управління бере на себе функції регулювання потоку робіт, а потік документів, що забезпечує ці роботи необхідними даними, регулює відділ інформаційного забезпечення. Відділ оперативного планування, обліку та звітності приймає та аналізує інформацію про результати роботи за минулий змін і планує діяльність на наступну. Це підвищує ефективність і якість координаційної роботи з інформаційного забезпечення і управління компанією.



Як приклад більш детального опису функцій КИЦ на рис. 3а (див. сайт www.zhuk.net у відкритому доступі) наведена структура головної організації великого будівельного холдингу. Її КИЦ знаходиться у взаємодії з координаційними центрами керуючої компанії (Організаційний відділ) і адміністративно-функціональних комплексів⁷ (КЦК) - на рис. 3а вони виділені червоною рамкою.



КИЦ і КЦК головної організації об'єднані в підсистему оперативного управління, яка регулює і забезпечує горизонтальні міжфункціональні зв'язку. Підсистему очолює виконавчий директор головної організації, який є першим заступником генерального директора керуючої компанії. У структуру КИЦ включені відділи оперативного управління, інформаційного

забезпечення, оперативного планування, обліку та звітності. Взаємодія КЦЗ з адміністративно-функціональними комплексами здійснюється через відповідні КЦК, які, як і КЦЗ, ведуть координаційно-інформаційну роботу, але тільки усередині своїх комплексів (рис. 4).



У комерційному комплексі роль КЦК грає оперативно-розпорядчий відділ (див. рис. 3а); у виробничому - планово-диспетчерський; в інженерному - виробничо-технічний. У фінансовому комплексі відповідні функції виконує заступник директора з фінансів та економіки; в адміністративному - керуючий справами головної організації; в керуючій компанії - організаційний відділ. З метою підвищення ролі і відповідальності центрів координації їхніх начальників призначають першими заступниками керівників комплексів.

Відділ інформаційного забезпечення. На рис. 5 представлена функціональна схема роботи відділу інформаційного забезпечення. Процес починається з моменту надходження інформаційного носія або усного повідомлення. Якщо повідомлення стандартне (це з'ясовується в процесі ідентифікації документа), воно відразу поступає на реєстрацію. При цьому усна інформація проходить процедуру документування⁸. Потім здійснюються:

- реєстрація в базі даних (внесення записів і кодів, що характеризують документ і інформацію);
- маршрутизація (встановлення етапів і відповідальних за порядок роботи з документом згідно з чинними стандартами);
- координація порядку роботи відповідно до плану відділу оперативного управління та поточною ситуацією;
- контроль руху документів;
- складання регулярних і разових звітів за результатами управління документообігом.

Нестандартний документ передається профільному експертові-аналітику, який проводить з ним наступні процедури:

- відокремлює змістовну частину від інформаційного шуму;
- здійснює семантичний аналіз і привласнює документу смислові коди; визначає потенційних користувачів;
- складає приблизний план роботи, тобто програму використання інформації, що міститься в документі; погоджує план з особами, які приймають рішення;
- передає кодований документ для реєстрації і подальшого використання.

Крім того, експерт здійснює інтелектуальний пошук даних в базі знань компанії і в зовнішніх джерелах інформації, а також готує звіти за запитом користувачів, у тому числі складає предметні та систематичні каталоги для пошуку інформації в базі знань компанії.

Після реєстрації документ міститься в тимчасовий або постійний архів. Тимчасовий архів створюється для документів, план роботи з якими остаточно не визначений. Копії документів з тимчасового архіву переміщуються до адресата згідно плану маршрутизації і виконання. Копіювання, розмноження і доставку документів адресатові виконують експедитори. Внутрішні документи та їх проекти, що підлягають узгодженню або використанню, реєструються так само, як і зовнішні. Після закінчення роботи документи передаються в архів для зберігання або знищення.

Штатна чисельність співробітників відділу інформаційного забезпечення визначається обсягом робіт, який, у свою чергу, залежить від технології обробки і інтенсивності потоку документів.

Розподіл функцій інформаційного забезпечення. У таблиці можуть бути наведені відомості про розподіл між фахівцями компанії функцій інформаційного забезпечення включає технічне обслуговування та підтримку інфраструктури.

Застосування описаної технології інформаційного забезпечення компанії вимагає інвентаризації документальної бази, розробки маршрутів руху документів і процесів їх обробки, а також впровадження автоматизованих програмних засобів ведення баз даних та обліку руху документів. Нагороною за виконану роботу стануть прискорення бізнес-процесів і скорочення часу, що витрачається на пошук інформації, оцінку ситуації і прийняття зважених управлінських рішень.

Під функціональними компонентами розуміють систему функцій управління, тобто, повний набір (комплекс) взаємопов'язаних робіт з управління, необхідних для досягнення підприємством своїх цілей. Декомпозиція ІС за функціональною ознакою містить її окремі частини, які називають функціональними підсистемами, які в сукупності реалізують систему функцій управління. Загалом, функціональна ознака показує призначення підсистеми. Залежно від складності виробництва кількість функціональних підсистем може коливатись від 10 до 50.

Незважаючи на різноманітні сфери застосування ІС, низка функціональних підсистем має однакове найменування, проте їх внутрішній зміст для різних об'єктів може значно відрізнятись один від одного. Специфічні особливості кожної функціональної підсистеми визначаються "функціональними завданнями" підсистеми. Управлінський персонал пов'язує це поняття з досягненням певних цілей управління, або ж визначає його як роботу, яку потрібно виконати певним засобом у визначений термін.

Проте з появою нових інформаційних технологій поняття "завдання" розглядається значно ширше - як завершений комплекс опрацювання інформації, що забезпечує генерування управлінської дії. Таким чином, завдання розгляда-

ється як елемент системи управління, а не як елемент системи опрацювання даних.

Функціональна ознака визначає призначення ІС, тобто те, для якої сфери діяльності вона призначена і які основні цілі, завдання і функції виконує. Сучасні ІТ дозволяють створювати єдине інформаційне середовище в організації (фізичну основу якого становлять комп'ютерні мережі та системи зв'язку), щоб у динаміці супроводжувати та регулювати, як внутрішню, так і зовнішню діяльність. Такий підхід включає технічну, організаційну та методологічну інтеграцію таких базових напрямків управлінської діяльності, як виробничу, організаційну, маркетингову, фінансову, бухгалтерську, кадрову та проектно-конструкторську. Інформаційні ресурси розміщуються в розподілених базах даних, які працюють в полі єдиних протоколів та правил під керівництвом адміністратора даної мережі.

Можна зробити висновок, що однією з найважливіших цілей створення ІСМ є забезпечення комплексного автоматизованого виконання розрахункових, проектних і обліково-інформаційних робіт, які виникають у функціонально-організаційних системах підприємства.

Системи ІСМ поділяються на підсистеми, які поєднують комплекси задач відповідно до їх функціональної та інформаційної приналежності. Вичленення функціональних складових елементів інформаційної підсистеми здійснюється за такими ознаками:

- фази інформаційної підтримки планування – облік – контроль – аналіз, які разом забезпечують повний цикл управління;
- періоди (наприклад, зміна, доба, тиждень, декада, місяць, квартал, рік, кількарічний період);
- рівень управління (наприклад, робоче місце, бригада, ділянка, цех, підприємство);
- вид керованих ресурсів (наприклад, матеріальні, трудові, фінансові ресурси тощо);
- традиційний структурно-організаційний поділ апарату управління у відповідних відділах, службах, підрозділах (наприклад, планово-економічний відділ, відділ праці тощо);
- функціональна сфера управління (наприклад, основне і допоміжне виробництво, матеріально-технічне забезпечення, реалізація і збут продукції, фінансова діяльність);
- одиниці виміру об'єктів (наприклад, загальний об'єкт обліку, виріб або деталь, сумарна і специфікована номенклатури, постачальник і споживач).

Тема 14. Прийняття рішень при розпізнаванні образів

Образи – це об'єкти та явища навколишнього середовища або продукти розумової діяльності людини. Прикладом образів можуть бути: люди (їх голови, почерки, пульси, хвороби, результати розумової діяльності, стилі малювання); літери; літаки; судна; автомашини; рослинність; виробничі, соціальні, суспільні, економічні явища та процеси; рукописи, висловлювання думок (у книж-

ках).

Ознаки образу – це якісні та кількісні параметри, сукупність яких дозволяє відрізнити один образ від іншого, робить образ індивідуальним. Ознаки можуть бути суттєвими (вони найбільшою мірою визначають індивідуальність, неповторність образу) і несуттєвими (вони меншою мірою впливають на визначення, розпізнавання і класифікацію образу), кількісними, якісними, апіорними, апостеріорними.

Ознаки, які визначаються до випробування, звуться апіорними. Наприклад, до проведення іспиту системи розпізнавання образів (РО) з різних джерел (книг, креслень, випробувань і т.д.) отримуються апіорні ознаки літака (габарити, кількість і тип двигунів тощо).

Ознаки, які отримуються в результаті проведення випробування системи РО, звуться емпіричними, або апостеріорними, тобто отриманими за результатом дослідження. Наприклад, як результат проведення іспиту датчики системи РО видають апостеріорні ознаки конкретного літака (габарити, кількість і тип двигунів тощо). Для визначення класу образу система РО порівнює апостеріорні ознаки з апіорними ознаками.

Початковий словник ознак – це найбільш повний (у розумних межах, тобто забезпечений існуючими відповідними датчиками або реальною можливістю їх створення та використання) перелік ознак образу, які отримуються за допомогою датчиків. У системах РО використовуються детерміновані, ймовірнісні, логічні, структурні та комбіновані ознаки.

Робочий словник ознак – це перелік ознак, які обрані з початкового словника ознак і використовуються у системі РО. Первинні ознаки образу, отримані первинними датчиками, у системі РО можуть бути об'єктом інтелектуальної обробки і перероблятися у вторинні ознаки (об'єднуються, роз'єднуються, фільтруються), в результаті чого створюється реальний простір ознак, який, власне, і використовується системою РО.

Однотипні образи – це група образів, яка описується кінцевою кількістю лише їм властивих ознак (своїм початковим словником ознак) і об'єднаних приблизно однаковими функціями та ідеєю призначення. Приклади однотипних образів: літаки, автомашини, люди, птахи і т.д.

Клас образів – це підмножина образів з найбільш схожими суттєвими ознаками, обрана з множини однотипних образів за допомогою робочого словника ознак. Приклади класів образів: однотипні образи “Автомобілі” розділяються на класи “Волга”, “Лада”, “Запорожець” і т.д. Часто до існуючих m класів додається $(m+1)$ -й “нерозпізнаний образ”. Це означає відмову від управління, що іноді краще, ніж помилкове визначення ситуації. Сукупність однотипних класів складають алфавіт класів.

Розпізнавання образів (РО) – це процес розділу однотипних образів на класи за допомогою відповідних методів та засобів для виділення, ідентифікації, вимірювання та інтелектуальної обробки часто неповних, нечітких, непрямих, перекожених та суперечливих ознак образів.

Об'єктом дослідження РО є образи: об'єкти, предмети чи явища навколишнього середовища або предмети розумової діяльності людини.

Предметом дослідження курсу РО є методи та засоби РО.

Методи дослідження курсу РО засновані на теорії ймовірностей та математичної статистики; матричній алгебрі; диференціальному, інтегральному, операційному зчисленні; методах роботи на ЕОМ.

Метою РО є розробка методів та засобів для точної класифікації образів з наступною задачею прийняття рішень по виконанню практичних дій, які були б адекватною реакцією на стан навколишнього середовища. Система РО є складовою частиною штучного інтелекту, який за своїми можливостями наближається до можливостей людини або будь-якої живої істоти, життя якої складається з безперервного виконання алгоритму: виділити та класифікувати образ – прийняти рішення – діяти”. Метою РО є автоматизація виконання операцій; підвищення якості та швидкості виконання роботи.

Типовими задачами РО є розпізнавання і розподіл на класи: літери; текст; літаки; автомашини; птахи; обличчя, голоси, почерки, стилі письма, хвороби людини; елементи складних пристроїв, що вийшли з ладу (діагностика пристроїв); елементи складних пристроїв, які у майбутньому почнуть ненормально працювати (прогнозування роботи пристроїв); виробничі, соціальні, суспільні, економічні явища та процеси і т.п.

Звичайно, найкращою системою РО є людина й інші живі істоти. Людина протягом всього свого життя розпізнає і класифікує за ознаками сигнали, об'єкти, явища, процеси, ситуації та інші образи. Людина може розпізнати (класифікувати) дерева, квіти, траву; розгадати шифр; прочитати друкований та рукописний неушкоджений або зіпсований текст (навіть з відсутніми літерами або словами та частково втраченими фразами); виконати медичну, технічну, економічну, соціальну діагностику і т.п.

Задачі РО розв'язують і інші живі істоти: звірки, риби, комахи. Назвіть насіння та рослини пізнають і класифікують” пори року: весну, літо, осінь, зиму. Їх образ життя у принципі не відрізняється від образу життя живої істоти: “виділити та класифікувати образ – прийняти рішення – діяти”.

Засоби, які використовуються при РО розділяються на три групи:

Технічні датчики (зображення, температури, розміру, кольору, швидкості руху, тиску, ваги, магнітного поля і т.п.), які дозволяють виділити і “зважити” суттєві первинні ознаки образу.

Технічні засоби інтелектуальної обробки (переробки, порівняння, об'єднання, переоформлення, накопичення) інформації, в результаті чого отримують вторинні ознаки, у просторі яких здійснюється, власне, класифікація.

Математичне та програмне забезпечення у складі методів, вирішальних правил, обмежень, алгоритмів, програм, які використовуються для визначення класу образу.

Реальна розпізнавальна система звичайно складається з блоку, який виробляє ознаки (рецептор, у якому первинні ознаки перероблюються у вторинні ознаки); блоку прийняття рішень (класифікатора), який розподіляє образи на класи; виконавчого пристрою, який виконує відповідну дію.

Раніше вважалося, що абстрактне мислення, узагальнення, логіка, навчання на прикладах, інтелектуальна обробка даних властиві лише людині. Те-

пер ситуація змінилась, бо ЕОМ також може розв'язувати аналогічні проблеми.

Але треба визначити, що технічні засоби не мають такої універсальності, яка притаманна живій істоті: якщо технічна система РО класифікує літаки, то вона не може розпізнавати текст або голос людини. Тобто технічні засоби працюють лише за вузьким вказаним призначенням.

Приклад системи РО. Розглянемо з якісної сторони основні етапи створення системи розпізнавання літаків.

Ми маємо сукупність однотипних образів – літаки, які потрібно розділити на класи. Складаємо алфавіт класів об'єктів (наприклад, 1-й клас – 4-моторні літаки; 2-й клас – 2-моторні літаки; 3-й клас – 1-моторні літаки).

Складаємо первинний словник ознак: виділяємо у найбільш повному вигляді всі суттєві кількісні та якісні ознаки, які можуть бути реально визначені датчиками – радіолокаторами, лазерами, акустичними, космічними та оптичними приладами. До таких ознак відносяться: швидкість і висота льоту; габарити; кількість і тип двигунів; конфігурація (конструкція); вага літака та інші. При цьому враховується можливість використання як апіорної (до безпосереднього використання системи РО) інформації, так і апостеріорної інформації, яка отримується при безпосередньому використанні системи РО.

На базі первинного словника ознак будуюмо робочий словник ознак, у який входять лише ті ознаки з первинного словника ознак, які реально будуть використовуватись у системі РО. На базі апіорних даних (початкових даних, отриманих з минулого досвіду – з книг, вимірювань, креслень) кожний клас літаків описується на мові ознак, взятих з робочого словника ознак.

Переходять до проектування з визначенням математичного, програмного та апаратного забезпечення і наступним реальним виконанням блоку вироблення ознак (рецептора), блоку прийняття рішень і виконавчого пристрою.

“Навчають”, відлагоджують і випробовують систему РО у дії. Припустимо, що система РО виявила невідомий літак і отримала його апостеріорні ознаки. Порівняння отриманих апостеріорних ознак (по отриманих вимірах системою РО) з апіорними (до проведення вимірів) дозволяє визначити клас невідомого літака.

В дійсності етапи створення систем РО більш складні. Вони істотно залежать від об'єму фінансування, поставлених задач, наявності конкретних засобів виявлення ознак. Наприклад, якщо датчики не забезпечують отримання потрібної якості та кількості ознак, то замість 3-х класів літаків система РО буде розпізнавати лише 2 класи. З іншого боку, розглянута послідовність дій не відповідає на питання: як розбивати об'єкти на класи; як обирати та обробляти апіорну інформацію; як обирати математичне, програмне та апаратне забезпечення системи РО. Деякі з цих питань розглядаються у даному курсі. Але основний напрямок проектування системи РО такий: система РО повинна бути створена в загальних рисах з самого початку проектування й уточнюватись та удосконалюватись з поступовим переходом від початкових апіорного словника ознак та апіорного алфавіту класів до робочого словника ознак та робочого алфавіту класів.

Сприйняття образів за сукупністю ознак. Під сприйняттям розуміють

процес пізнання за допомогою чуттєвих органів або висновків. Очевидно, що ця операція є первинною у процедурі РО, бо класифікувати можна лише те, що вже усвідомлене як сукупність ознак, які належать до однотипних об'єктів або явищ.

Виділити об'єкт з навколишнього середовища можна за допомогою сприйняття й усвідомлення однієї ознаки або сукупності ознак, що йому належать. Людина сприймає ці ознаки за допомогою чуттєвих органів (зору, слуху, дотику, смаку, нюху) та розуму. Розум відіграє велику роль у розпізнаванні. Наприклад, з метою класифікації оцінку габаритів якогось об'єкта “на око” одна людина може вказати з похибкою відносно дійсних розмірів у 5%, а інша людина (навіть з кращим зором) – у 10-50%. Це пояснюється набутим досвідом, розумом. Справа ускладнюється, якщо множина об'єктів, які належить класифікувати (розбити на групи, класи), характеризується сукупністю ознак. Але й тут є люди, які за сукупністю ознак (по хмарах на небі, по вітру, по реагуванню рослин, комах, птахів) можуть передбачити (класифікувати) майбутню погоду. Лікарі за сукупністю ознак визначають (класифікують) хворобу людини. Майстер за сукупністю ознак приблизно знає, яке пошкодження треба шукати у телевізорі (класифікує пошкодження). Фінансист за сукупністю окремих ознак визнає (класифікує), що фінансове становище є загрозливим або незагрозливим.

Всьому цьому можна навчитись. Але основна проблема полягає у тому, щоб цьому навчити машину. Машина повинна сприймати процеси, образи й явища навколишнього середовища і робити висновки: класифікувати їх. Це є одна з ключових проблем штучного інтелекту. Швидкість та ефективність класифікації образу залежить від того, наскільки добре підібрані суттєві ознаки на попередньому етапі.

Щоб розпізнавати образи, людина повинна виділити образ з навколишнього середовища, визначити і виміряти ознаки образу за допомогою “датчиків” і за ознаками класифікувати образ. Як датчики, які пов'язують людину з навколишнім середовищем, використовуються чуттєві органи:

Зору – для визначення розмірів, об'єму, кольорів, інтенсивності кольорів, нерухомості, швидкості і напрямку переміщення, контрастності, яскравості, структури.

Слуху – для визначення інтенсивності звуку, однотонності, гам, музики, висоти звуку, шуму, безперервності, мовлення, співу.

Дотику – для визначення гладкості, липучості, грубезності, жорсткості, м'якості, твердості, шороховатості, пружності, тиску, сили, текстури, границі, легкості переміщення, розмірів, об'єму.

Смаку – для визначення приємності, неприємності, інтенсивності, специфічності, побічних ефектів.

Нюху – для визначення приємності, неприємності, інтенсивності, специфічності, побічних ефектів.

До “датчиків” можна віднести також розум людини, який переробляє, об'єднує, фільтрує інформацію за сукупністю всіх отриманих ознак.

Але розум людини розв'язує далі не менш складну і відповідальну задачу: на базі отриманої сукупності ознак він класифікує образи.

Системи РО є технічними об'єктами, які деякою мірою моделюють вказані властивості людини. Треба визнати, що у загальному плані за компактністю, терміном служби, надійністю та іншими показниками технічні датчики є менш досконалішими у порівнянні з органами людини. Але за окремими показниками технічні датчики перевершують

Порівняння по порогу чутливості вимірних ознак датчиками з чуттєвими органами людини

Параметр	Зміщення	Температура, °C
Датчик	10-8 см	10-5
Людина	2-3°	10-1

Класифікація систем розпізнавання образів. Будь-яка класифікація засновується на класифікаційних принципах, у даному випадку – властивостей інформації. Система РО класифікується: за сукупністю ознак, які обробляються (прості, складні); за кількістю рівнів датчиків ознак, які передають вимірні ознаки у систему РО (однорівневі, багаторівневі); за відношенням до навчання (без навчання, з учителем, із самонавчанням); за методами, покладеними в основу математичного, логічного та програмного забезпечення системи РО (логічні, ймовірнісні, детерміновані, лінгвістичні, нейронні і т.д.).

За сукупністю ознак, які обробляються, системи РО класифікуються на:

1.1. Прості СРО з фізично однорідною інформацією: читаючі РС, в яких ознакою робочого словника є лише лінійні розміри елементів об'єктів (літер), що розпізнаються; автомати для розміну монет, де ознакою розпізнавання служить маса монети; пристрій бракування деталей, у якому ознакою браку є невідповідність лінійних розмірів або маси, тощо.

1.2. Складні СР, які використовують фізично неоднорідну інформацію: системи медичної діагностики з використанням таких даних-ознак, як тиск крові, частота пульсу, температура тіла, кардіограма тощо; системи геологорозвідки з використанням значення девіації магнітного поля землі, фізичних, хімічних, електричних властивостей породи тощо.

2. За кількістю рівнів датчиків ознак системи РО класифікуються на:

2.1. Однорівневі системи РО, які мають один рівень датчиків ознак $T1, T2, \dots, Tn$, що вимірюють властивості – ознаки невідомих об'єктів та явищ ($x11, \dots, x1k; x21, \dots, x2k; xn1, \dots, xnk$) і передають їх у блок алгоритмів розпізнавання (БАР). БАР за допомогою блоку апіорної інформації виробляє рішення про розпізнавання образів.

2.2. Багаторівневі складні системи. В ній датчики ознак діляться на кілька рівнів. Перший рівень складається з розпізнавальних локальних датчиків нижчого рівня, які частку ознак переробляють і передають після переробки на вищий рівні. Другий рівень складається з датчиків (розпізнавальних пристроїв), призначених для фільтрації, переробки, об'єднання ознак нижчого рівня і визначення ознак власного другого рівня, які можуть передаватись на третій або ще вищий рівень.

Тобто, якщо в однорівневих СР ознаки отримуються безпосередньо в результаті експериментів, то у багаторівневих хоча б частка ознак формується на основі непрямих вимірювань, фільтрації, обробки та об'єднання ознак.

За відношенням до навчання системи РО класифікуються на:

3.1. Системи без навчання мають достатньо апіорної інформації для визначення апіорного словника та алфавіту класів ознак і для визначення опису кожного класу на мові цих ознак. Тобто у першому наближенні достатньо визначити відстані між класами або вирішальні границі та вирішальні правила, які дозволяють розділити простір ознак на класи. Звичайно для побудови цієї системи РО необхідно мати повну початкову апіорну інформацію.

3.2. Системи з навчанням. В цих системах початкової інформації достатньо для визначення апіорного алфавіту класів і апіорного словника ознак, але недостатньо (чи недоцільно використовувати) для опису класів на мові ознак. Початкова інформація дозволяє виділити конкретні об'єкти, які належать різним класам. “Вчитель” багаторазово показує системі РО навчальні образи відомого класу. Якщо система РО дає невірну відповідь, то за визначеним алгоритмом у системі РО змінюють коефіцієнти підсилювання визначених сигналів до отримання вірних відповідей. Після іспиту система РО працює самостійно.

3.3. Самонавчальні системи. В цих системах початкової апіорної інформації достатньо лише для визначення словника ознак, але недостатньо для класифікації об'єктів. На стадії формування системі показують початкову сукупність об'єктів, які задані значеннями своїх ознак. Але через обмежений об'єм початкової інформації система при цьому не отримує вказівок, до якого класу належать об'єкти початкової сукупності. Ці вказівки замінюються рядом правил, у відповідності до яких на стадії самонавчання СР сама виробляє класифікацію, якою вона керується в подальшому. Мета самонавчання – напрацювання такої кількості інформації, щоб її було достатньо для функціонування СР, для чого потрібно мати зворотний зв'язок для коригування та уточнення напрацьованої апіорної інформації.

4. За методами, покладеними в основу математичного, логічного та програмного забезпечення, системи РО класифікуються на:

4.1. Детерміновані системи – для будування алгоритмів розпізнавання використовують “геометричні” міри близькості, засновані на вимірах відстаней між кількісними ознаками об'єкта та еталонів класів.

4.2. Ймовірнісні системи – для будування алгоритмів розпізнавання використовують ймовірнісні методи теорії статистичних рішень. Для цього треба мати ймовірнісні залежності між ознаками об'єктів і класами.

4.3. Логічні системи засновані на дискретному аналізі й обчисленні висловлень. Ми повинні вирішити систему булевих рівнянь з використанням логічних ознак об'єктів і знайти невідомі величини – класи, до яких ці об'єкти відносяться.

4.4. Структурні (лінгвістичні) системи – для побудови алгоритмів розпізнавання використовується речення, кожне з яких описує структуру (будову) об'єкта з непохідних (“атомарних”) елементів. Ці речення складають спеціальну мову. Класифікація об'єкта виконується шляхом порівняння речення невідомого об'єкта з еталонними реченнями класів.

4.5. Нейронні мережі – використовують моделі нейронів для розпізнавання образів.

4.6. Системи з використанням методу потенціалів – ознака об'єкта розглядається як його електричний потенціал, який зменшується зі зростанням відстані до об'єкта. За рахунок цього області класів об'єктів мають велике числове значення потенціалу і можуть розглядатися як гори, які відділяються одна від другої “ярами”.

4.7. Експертні системи РО. Експертні системи застосовують там, де існують евристичні або інтуїтивні методи рішень і немає точних алгоритмів або розрахунків. Експертна система – це сукупність комп'ютерних програм, яка містить накопичені знання багатьох експертів у певній предметній області і здатна в рамках цієї області класифікувати об'єкти, давати відповіді, рекомендації, поради, запитуючи при необхідності додаткову інформацію.

Найчастіше вона використовує правила, які мають форму: “ЯКЩО... ТОДІ... ІНАКШЕ...”. Твердження, як правило, мають ймовірнісну оцінку.

Верхній рівень цих систем є логічним, але висновки в ньому робляться не методом порівняння (порівняння отриманої апостеріорної інформації з апіорною), а методом дедукції, індукції, аналогії, тобто методами, властивими лише людині. При цьому отримані логічні висновки повинні породжувати нові речення, нові знання, які поповнюють базу даних і знань.

Класи об'єктів у таких експертних СР будуть виглядати як нечіткі множини за рахунок полутонів, нюансів (наприклад, об'єкт майже круглої форми, ніжно-рожевого кольору, приблизно рівний по об'єму тенісному шару і т.п.). Належність об'єктів або явищ до класів базується на рівняннях, які використовують функції еквівалентності з використанням ймовірнісних характеристик. Машина на базі отриманої інформації генерує гіпотезу про клас невідомого об'єкта, яка не суперечить отриманій інформації. Вважається, що програму в експертних системах треба виконувати на мові LISP або Пролог.

Тема 15. Побудова баз експертних знань. Колективні рішення

В останні 20 років перенос експертних знань у комп'ютер став однією із центральних проблем штучного інтелекту.

Навіщо ж потрібно передавати людські вміння й досвід комп'ютеру? Насамперед для того, щоб досвідом і знаннями кваліфікованого фахівця користувалися не тільки ті люди, з якими він зустрічається, а набагато більш широке коло можливих користувачів. Друга, не менш важлива мета — не загубити зі зміною поколінь уміння й знання досвідчених людей, залишити їх у спадщину людству.

Сама по собі можливість побудови штучної системи, що володіє людськими вміннями вирішувати складні задачі в тих або інших областях діяльності, досить приваблива. Але на шляху її розв'язку коштують істотні труднощі. Перелічимо основні з них.

1. Людей не може повідомити загальні абстрактні правила, якими він керується, вирішуючи ту або іншу конкретну задачу, тому що його вміння найчастіше зберігаються на підсвідомому рівні.

2. У будь-якій області діяльності є велика кількість (десятки й сотні ти-

сяч) можливих практичних ситуацій, при аналізі яких проявляються вміння людини. Бажане, щоб цими вміннями в повному об'ємі «опанував» комп'ютер, що може зажадати величезної праці й часу експертів.

3. Люди, що передають комп'ютеру в тому або іншому виді свої знання й уміння, неминуче помиляються. Конкретна помилка може бути викликана угомою, неуважністю, труднощами ситуації. експертів, що не помиляються, на жаль, не буває.

Відзначимо, що існують різні види людських умінь, і для побудови їх комп'ютерних аналогів потрібна сукупність різних підходів.

Далі ми представимо підхід, що дозволяє будувати повні, несуперечливі й досить більші бази експертних знань (умінь) для певного класу задач: задач класифікації з явними ознаками.

Задачі класифікації об'єктів, описуваних багатьма ознаками, широко поширені на практиці. Приведемо три приклади.

1. професійна задача, Що найбільше часто зустрічається, у повсякденній діяльності лікаря — діагностика захворювання по сукупності клінічних і інструментальних ознак, що описують стан пацієнта.

2. Одна з розповсюджених задач у геології — пошук родовища корисних копалин. Збір інформації дозволяє характеризувати різні райони по сукупності ознак, тією чи іншою мірою типових для родовищ. По цих ознаках визначають найбільш перспективні райони.

3. Пошук причин несправностей, поломок у складній машині або механізмі. Кожна поломка може бути описана сукупністю ознак. Саме по цих ознаках інженер визначає тип несправності.

Що ж загального в діяльності інженера, геолога, лікаря? Це загальне можна представити у формальному виді в такий спосіб. Є об'єкти, описувані багатьма ознаками. Необхідно віднести ці об'єкти до певних класів розв'язків. Найбільш важлива характеристика таких задач прийняття розв'язків — їх повторюваність: люди вирішують дані задачі багаторазово, виробляючи навички найбільш успішного, ефективного розв'язку. Кількість повторних розв'язків порівнюваному для різних областей професійної діяльності. Лікар повсякденно вирішує задачі розпізнавання того самого об'єкта — ознак захворювань у різних їхніх комбінаціях. Задачі, пов'язані з вибором району для розробки, вирішує багаторазово й геолог. На відміну від лікаря й геолога інженер має справу з мінливими об'єктами (нові конструкції машин, механізмів).

Загальним у наведених вище прикладах є те, що є повний для конкретної професійної задачі набір ознак, їх значень і класів розв'язків.

Ознаки, значення яких характеризують об'єкт і дозволяють віднести його до того або іншому класу, задані так, що їх виміру можуть, як правило, здійснюватися або іншою людиною, або приладом. Так, вимір відсотка змісту в ґрунті якогось мінералу визначається за бажанням експерта-геолога, але він не обов'язково бере участь у цих вимірах. Лікар-Експерт визначає склад ознак, необхідних для діагностики певного захворювання, але він використовує дані електрокардіограми або ехокардіограми, знятих його помічником. Він може також давати ради по телефону або по Інтернеті, використовуючи опис пацієнта,

дане іншим лікарем.

Зовсім по-іншому справа в шахістів. Первинним матеріалом є розташування фігур. Аналізуючи розташування фігур, шахіст характеризує його для себе оцінками по ряду ознак, таких як, наприклад, можливість розвитку атаки, погрози королеві і т.д. Тут навіть вимір значень ознак - мистецтво (уміння) експерта.

Назвемо задачами класифікації з явно заданими ознаками такі задачі, у яких мистецтво експерта проявляється в основному в умінні «побачити» через задану сукупність значень окремих ознак цілісний образ об'єкта. Задачі класифікації з явними ознаками широко поширені в людській практиці. Далі мова буде йти тільки про такі задачі.

Задача класифікації з явними діагностичними ознаками може бути сформульована в такий спосіб [7].

Дане: N — число діагностичних ознак; s_i — число впорядкованих i , як правило, вербальних оцінок якості на шкалі i -го діагностичної ознаки; $X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{si}\}$ - множина оцінок на шкалі i -го ознаки; Q — кількість діагностичних класів ($P_1, P_2, \dots, P_Q$), до яких можуть належати класифікуємі об'єкти.

Декартовий добуток A шкал ознак визначає множина всіх гіпотетично можливих станів, описуваних діагностичними ознаками. Стан a_j , що належить A , описується вектором $(a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jN})$, де j -м компонентом є одне зі значень на шкалі i -го діагностичної ознаки.

Потрібно: на основі знань експерта класифікувати всі вектори a_j віднести кожний з них до одному або декільком класам розв'язків.

Особливістю даної постановки задачі є наступне. Припустимо, що експерт (лікар, геолог, інженер) визначив повний набір діагностичних ознак, необхідних йому при розв'язку задачі класифікації. Цим заданий повний простір усіх можливих станів об'єкта дослідження (хворого, родовища, механізму і т.д.). У наведеній вище постановці задачі вперше ставиться метою побудова повної класифікації, тобто класифікації всіх можливих станів об'єкта дослідження. На відміну від цього в інших постановках звичайно ідеться про виявлення якоїсь частини знань.

Дана постановка задачі заснована на припущенні, що експерт має повноту знань. Необхідний підхід, що дозволяє їх виявити.

Для розв'язку поставленої вище задачі були розроблені методи, засновані на ідеях, розглянутих далі.

Структуризація проблем. *Щоб передати знання комп'ютеру, потрібний загальна мова, що характеризує конкретну предметну область. Зручна мова ознак (або характеристик), що описують об'єкт дослідження. Таким об'єктом при побудові баз медичних знань є хворий, що звернувся до лікаря зі скаргами на болі. Ознаки або характеристики в цьому випадку описують стан хворого: локалізація хворий, їхній характер, іррадіація, частота пульсу, артеріальний тиск, температура і т.д.*

Як визначити перелік ознак, що адекватно представляє стан об'єкта дослідження? Для цієї мети розроблена людиною машинна процедура АРІАДНА [10], яка імітує діалог по телефону між недосвідченим фахівцем, що перебуває рядом

з об'єктом дослідження й провідним виміру, і експертом, що перебувають далеко від об'єкта. Діалог будуватиметься таким чином, що комп'ютер ставить запитання експертові, використовує його відповіді для постановки нових питань і т.д. Приведемо приклад такого діалогу.

Комп'ютер: Вас просять допомогти в постановці діагнозу. Починаючи лікар повідомляє вас по телефону, що пацієнт без свідомості й що підозрюється діабетична кома. Яким буде ваше перше питання?

Експерт: Початок захворювання — поступове або раптове?

Комп'ютер: А що більш характерно для діабетичної коми?

Експерт: Поступовий початок.

Комп'ютер: Припустимо, що початок був поступовий. Яким буде ваше наступне питання?

У ході діалогу експерт називає ознаки і їх можливі значення, упорядковує ознаки по характерності для даного захворювання, вирішуючи звичні для себе задачі постановки діагнозу.

У системі АРІАДНА використані ідеї «діагностичних ігор», запропоновані І.М. Гельфандом [11].

Отже, при подібному підході процедури структуризації можуть бути представлені в такий спосіб. Комп'ютер ставить питання експертові, запрошуючи його класифікувати об'єкт дослідження й називати один за іншим ознаки, використовувані при класифікації і їх можливі значення для кожного класу розв'язків.

Результатом цього етапу є сукупність ознак, необхідна для повної класифікації об'єктів певного типу, усі можливі значення цих ознак, а також перелік класів розв'язків.

Класифікація станів об'єкта дослідження. *Представлені вище характерні риси експертних знань дозволяють уважати адекватним способом одержання інформації від експерта той, при якому експерт вирішує звичну для себе задачу. Для проблем класифікації з явними ознаками такою задачею є аналіз опису об'єкта досліджень, даного як сукупність значень діагностичних ознак. Цей аналіз звичний для експерта. Очікується, що при такому аналізі повністю проявляються його знання.*

Як приклад приведемо задачу диференціальної діагностики тромбоемболії легеневої артерії (ТЭЛА) і гострого інфаркту міокарда (ОИМ) [12,15]. Перелік діагностичних ознак, зазначених експертами: 1) анамнез, фактори ризику; 2) біль; 3) колір шкіри; 4) подих; 5) артеріальний тиск; 6) електрокардіограма; 7) рентгенограма грудної клітки; 8) ехокардіограми; 9) ферменти крові.

На шкалі кожного з ознак експерти виділили кілька значень, причому два з них найбільш характерні відповідно - одне для ТЭЛА, інше для ОИМ. Наприклад, для першої діагностичної ознаки шкала має вигляд:

- в анамнезі операція, травма, пологи, тромбофлебіт, пухлини;
- в анамнезі стенокардія, ішемічна хвороба серця;
- в анамнезі патології немає.

Опис проблеми вводиться в комп'ютер. Комбінуючи значення діагностичних ознак, комп'ютер пред'являє експертові одне з можливих станів об'єкта

дослідження (хворого) у вигляді клінічної ситуації. Крім того, експертові надається перелік класів розв'язків, до одному або декільком з яких він відносить клінічну ситуацію.

Гіпотеза про характерність. *При одержанні інформації від експерта активно використовується гіпотеза про різну характерність значень діагностичної ознаки стосовно кожного із класів. Інакше кажучи, передбачається, що експерт може впорядкувати всі значення кожної діагностичної ознаки по їхній характерності для кожного із класів розв'язків і що це впорядкування не залежить від значень інших ознак.*

Проберемо i -й діагностична ознака. Два будь-які значення на його шкалі x_{li} і x_{ki} перебувають у наступному відношенні характерності для класу P_j :

$$x_{li}, x_{ki} \in D_{P_i},$$

де D_{P_j} — відношення домінування по характерності для класу P_j . Інакше кажучи, ми ввели бінарне відношення домінування для значень однієї діагностичної ознаки (x_{li} більш характерний для класу P_j).

Повернемося до проблеми диференціальної діагностики тромбоемболії легеневої артерії й інфаркту міокарда. Одним з діагностичних ознак, використовуваних лікарем-експертом, є колір шкіри в момент огляду хворого. Шкала даної ознаки має наступні значення:

- 1) різкий ціаноз особи, шиї, верхньої половини тулуба;
- 2) блідість шкірних покривів, акроціаноз;
- 3) нормальний колір шкіри.

По характерності для ТЭЛА ці значення можуть бути впорядковані так: 3-2-1. Для НИМ упорядкування по характерності інше: 2-3-1.

Використовуючи бінарні відносини характерності по окремих ознаках, можна побудувати відношення домінування по характерності для кожного класу на множині станів (векторів a_i):

$$(a_i, a_j) \in D_{P_j},$$

якщо для кожного з діагностичних ознак значення відповідного компонента вектора a_i не менш характерно стосовно класу P_j , чому значення компонента вектора a_j , і хоча б для одного компонента більш характерно, то виконується умова домінування по характерності, наведене вище,

Використання гіпотези про характерність дозволяє суттєво зменшити число питань експертові, необхідне для побудови повної класифікації.

Нехай експерт відніс до класу P_j якийсь стан a_k об'єкта дослідження. Це означає, що сложившийся в нього (по опису) образ об'єкта характерний для даного класу. У той же час окремі ознаки не обов'язково мають самі характерні значення для класу P_j . Логічно припустити, що інші стани, опис яких збігається з a_k , крім значень тих діагностичних ознак, які замінені на більш характерні для класу P_j , також ставляться до класу P_j . Формальною мовою можна затверджувати, що використання сформульованої вище гіпотези домінування по характерності дозволяє побудувати на множині станів A *конус домінування по характерності*. Одна відповідь експерта дозволяє класифікувати відразу групу станів.

Ми називаємо використовуване правило гіпотезою тому, що можуть бути випадки, коли поширення по характерності некоректно. Подібні випадки виникають при залежності діагностичних ознак. Тому застосування гіпотези про характерність повинне супроводжуватися її перевіркою (див. далі).

Перевірка інформації експерта й гіпотези про характерність. *Як відзначалося експертів, що не помиляються, не буває. Тому інформацію експерта слід піддавати перевірці, заснованій на використанні умов домінування по характерності.*

Формально таку перевірку можна представити в такий спосіб. Нехай на якійсь етапі діалогу « комп'ютер-експерт » стан a_i було віднесено до класу P_j : $a_i \in P_j$. Після кожної відповіді експерта здійснювалося поширення по домінуванню. Побудовані конуси домінування по характерності в загальному випадку перетинаються. Це означає, що деякі стани можуть бути класифіковано кілька раз. Припустимо, що при цьому класифікації якогось стану a_v різняться. Тоді, наприклад, $(a_6, a_7) \in D_{P_1}$, але $a_i \in P_1$, тобто a_v більш характерно для класу P_i , чому a_i , однак a_v виявилось віднесенням (при іншій відповіді експерта) до класу P_1 . Цей факт може бути як помилкою експерта, так і проявом залежності діагностичних ознак.

При виявленні протиріччя в класифікації комп'ютер пред'являє експертові на екрані опису двох станів і просить ще раз їх проаналізувати. Якщо експерт виявляє свою помилку, він її усуває й опитування триває. Якщо експерт підтверджує обидві суперечливі класифікації, то:

- за допомогою експерта виділяється підмножина залежних діагностичних ознак;
- ці ознаки поєднуються в один агрегирований знак, що не залежить від інших.

Аналітичні оцінки показують, що в середньому близько 25% відповідей експертів перевіряються, що дозволяє вважати створену базу знань несуперечливою, що й надійно відбиває експертні знання.

Визначення послідовності станів для пред'явлення експертові в процесі класифікації. *Як було показано вище, класифікація стану об'єкта дослідження дозволяє побічно класифікувати ряд інших станів (або зменшити невизначеність). Це дає можливість побудувати повну класифікацію, тобто розв'язати поставлену задачу, пред'явивши експертові порівняно невелике число станів. Для реалізації такої можливості необхідно знайти стратегію вибору чергового стану для пред'явлення експертові.*

Трудомісткість побудови баз знань. Комп'ютерні системи побудови повних і несуперечливих баз знань ставлять експертові питання за питанням доти, поки всі стани (усі вектори a_i із множини A) не будуть віднесені до одного або декільком класам. Для створення таких баз знань потрібно від однієї-двох тижнів до одного-двох місяців роботи з досвідченим експертом (залежно від об'єму бази знань).

Приведемо конкретні дані по системі КЛАС. Для створення бази знань по семи коматозним захворюванням (класифікуються 2304 стани пацієнта) треба було 12 год роботи експерта, по 14 хворобах, що починаються з болючого син-

дрому в області живота (близько 20 тис. станів), — 60 ч. Розробка першої бази знань зайняла приблизно сім днів, другий — близько місяця.

Система ДИФКЛАСС дозволяє класифікувати в середньому до 700 станів об'єкта дослідження в годину.

Перевірка якості баз знань. Основним критерієм перевірки побудованих баз знань є ступінь збігу розв'язків, що втримуються в ній і прийнятих експертом, який брав участь у створенні цієї бази знань. Для невеликих по розміру задач (порядку 100 діагностичних правил) експерт міг оцінити кожну ситуацію. Через якийсь час (дві — три тижні) він будував ту ж базу знань за допомогою розробленої людиномашинної системи. З'являлася можливість зрівняти відповіді експертів, отримані двома різними способами.

Експерти, що вирішували задачу з малим числом протиріч, тобто чіткі правила, що мали, показали майже повний збіг своїх розв'язків. Для більших баз знань порівняння проводилося по окремих ситуаціях; збіг був практично повним. Отже, створена база знань служить гарним відбиттям особистості експерта, його «двійником» у певній предметній області.

Граничні елементи класифікації. *Побудовану класифікацію можна охарактеризувати за допомогою граничних елементів. Назвемо граничним елементом стан, який відповідно до побудованої класифікації: а) належить множині Э-П; б) може виявитися в іншому класі при зміні тільки одного значення однієї діагностичної ознаки. Граничні елементи називаються так тому, що вони перебувають на границі між двома класами розв'язків (вони мають значення ознак, характерних для кожного із класів).*

Відзначимо, що при побудові класифікації граничні елементи не можуть бути перевірені за допомогою відносини домінування по характерності, тому вони пред'являються експертові повторно після побудови класифікації. Виявляється, що граничні елементи можуть бути застосовані для опису правил класифікації, підсвідомо використовуваних експертами.

Вирішальні правила експертів. Дослідження показали [10], що граничні об'єкти класів можуть бути досить точно описані порівняно невеликим числом правил, що мають структуру дерева (мал. 9.1).

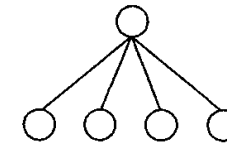


Рис. 9.1. Структура вирішального правила

На мал. 9.1 верхній кружок (корінь дерева) представляє сукупність значень діагностичних ознак, найбільш важливих для даного класу (з погляду експерта). До них додається певна кількість характерних для даного класу значень менш важливих ознак (нижні кружки). Наприклад, при п'ятих діагностичних ознаках правило для класу P_1 може мати вигляд: .характерні для першого

класу значення другого й четвертого ознак (вони обов'язково присутні), до яких потрібно додати будь-які два характерні для РІ значення з, що залишилися трьох ознак.

Важливо відзначити, що як повна сукупність граничних об'єктів їх вирішальні правила, що так і описують, можуть бути отримані тільки при побудові повної й несуперечливої бази знань, що містить розв'язку експерта стосовно всіх можливих об'єктів. Часткова база знань не дає вистави про фактичні вирішальні правила, використовувані експертом.

Експерименти, проведені за допомогою системи ДИФ-КЛАС у задачах диференціальної діагностики, дозволили одержати нові дані про системи вирішальних правил, використовуваних експертами. Ці результати можна коротко характеризувати в такий спосіб.

1. Граничні елементи можуть бути описані набором простих за структурою діагностичних правил.

2. Кожне із правил описує частина граничних елементів, що розділяють класи розв'язків.

3. Експерт витрачає на класифікацію граничного елемента у два — три рази більше часу, чому на класифікацію стану об'єкта, що перебуває усередині класу.

4. Кількість вирішальних правил обмежене об'ємом короткочасної пам'яті й не перевищує восьми.

5. Найчастіше вирішальне правило представляє собою дерево, побудоване на значеннях діагностичних ознак. Найбільш істотні для класу розв'язків значення перебувають у корені цього дерева. До них додається сукупність комбінацій значень інших ознак (наприклад, не більш двох характерних значень для цього класу із чотирьох ознак).

6. Основними підсвідомими операціями, виконуваними експертами, є:

- виділення в описі об'єкта найбільш інформативних значень ознак (відповідних до кореня дерева);

- підрахунок кількості характерних для даного класу й рівноінформативних значень інших ознак.

Наведені результати дозволяють зрозуміти, як експерт здійснює класифікацію об'єктів, описуваних багатьма ознаками. Найбільш імовірно, що узгодиться з відомими даними, процес класифікації полягає в наступному:

1) на підставі багаторічної практики експерт «запасає» у своїй довгочасній пам'яті сукупність вирішальних правил, що дозволяють описати границі класів розв'язків. Число цих правил невелике й найчастіше не перевищує об'єму короткочасної пам'яті;

2) при пред'явленні чергового об'єкта експерт «переносить» у короткочасну пам'ять вирішальні правила, порівнює з ними об'єкт і відносить його до відповідного до класу розв'язків. Якщо ці правила не дозволяють класифікувати об'єкт, він заміняє їхніми іншими з повної множини правил, заздалегідь вироблених на основі своєї довголітньої практики.

Парадокс Кондорсе. В 1996 р. перед першим туром президентських виборів у Росії по московському радіо передавали виступ виборця, незадоволеного

системою голосування. Він пропонував дозволити кожному виборцеві не тільки голосувати за один кандидата, але й упорядковувати всіх кандидатів по своїй перевазі від кращого до гіршого. Тільки після цього, затверджував, що виступав, буде ясно дійсне відношення населення Росії до кандидатів у президенти.

Цікаво, що великий інтерес до різних систем голосування спостерігався приблизно за 200 років до цього у Франції. При цьому ситуації у двох країнах були близькими: і отут і там відбувався перехід від тоталітаризму до нової системи, що дозволяє кожному виборцеві голосувати вільно й таємно.

Одним з перших, хто зацікавився системами голосування, був французький учений маркіз де Кондорсе (1743— 1794). Він сформулював принцип або критерій, що дозволяє визначити переможця в демократичних виборах. Принцип де Кондорсе полягає в наступному: *кандидат, який перемагає при порівнянні один на один з кожним з інших кандидатів, є переможцем на виборах.*

Система голосування, запропонована де Кондорсе, збігалася із системою, яку пропонував 200 років через виборець у Росії. Кожний з голосуючих упорядковував кандидатів по ступеню свого бажання бачити його переможцем. Згідно де Кондорсе, слушне визначення переможця можливо шляхом попарного порівняння кандидатів по числу голосів, поданих за них. Принцип де Кондорсе пропонувався як раціональний і демократичний. Однак незабаром маркіз де Кондорсе зіштовхнувся з парадоксом, що одержали згодом його ім'я. Розглянемо приклад голосування в зборах представителів з 60 чл. [1]. Нехай на голосування поставлено три кандидати: А, У і С, і голоси розподілилися, як у табл. 11.1.

Зрівняємо переваги в парах кандидатів. Беремо А і С: тоді А віддають перевагу $23+2=25$; З у порівнянні з А віддають перевагу: $17+10+8=35$. Отже, З переважніше А (З (А) з волі більшості.

Таблиця 9. Розподіл голосів (парадокс Кондорсе)

Число голосуючих	Переваги
23	$A \rightarrow B \rightarrow Z$
17	$B \rightarrow Z \rightarrow A$
2	$B \rightarrow A \rightarrow Z$
10	$Z \rightarrow A \rightarrow B$
8	$Z \rightarrow B \rightarrow A$

Порівнюючи попарно аналогічним образом А і В, У і С, одержуємо: В (3 (42 проти 18), З (А (35 проти 25) і А (В (33 проти 27). Отже, ми прийшли до протиріччя, до нетранзитивного відношення А (В (З (А.

Зіштовхнувшись із цим парадоксом, Кондорсе вибрав найменше зло, а саме та думка, яка підтримується більшістю голосів (вибраним слід уважати А).

Правило більшості голосів. Змінимо трохи результати голосування, щоб уникнути парадокса Кондорсе. Припустимо, що голоси розподілилися так, як показано в табл. 11.2. Неважко підрахувати, що при цих нових результатах голосування, відповідно до принципу Кондорсе, вибраним буде кандидат З, який

при попарному порівнянні перемагає двох інших кандидатів.

Таблиця 10. Розподіл голосів (правило більшості)

Число голосуючих	Переваги
23	$A \rightarrow 3 \rightarrow B$
19	$B \rightarrow 3 \rightarrow A$
16	$3 \rightarrow B \rightarrow A$
2	$3 \rightarrow A \rightarrow B$

Однак якщо ми використовуємо інший принцип вибору: *більшість голосуючих*, які назвали даного кандидата кращим, то переможцем виявляється кандидат А. Але при цьому кандидат А не набрав абсолютної більшості голосів.

Ми бачимо, що спосіб визначення переможця при демократичній системі голосування (одна людина — один голос) залежить від процедури голосування.

Метод Борда. Відзначимо ще одну процедуру голосування із множини запропонованих: метод Борда [2]. Згідно із цим методом результати голосування виражаються у вигляді числа балів, набраних кожним з кандидатів. Нехай число кандидатів рівно p . Тоді за перше місце присуджується p балів, за друге — $p-1$, за останнє — один бал.

Застосуємо метод Борда до наведеного вище прикладу (див. табл. 11.2). Підрахуємо число балів для кожного з кандидатів:

$$A: 23(3 + 19(1 + 16(1 + 2(2 = 108;$$

$$B: 23(1 + 19(3 + 16(2 + 2(1 = 114;$$

$$C: 23(2 + 19(2 + 16(2 + 2(3 = 138.$$

Відповідно до методу Борда ми повинні оголосити переможцем кандидата С.

Однак з методом Борда, як і із принципом Кондорсе, виникають проблеми. Припустимо, що результати голосування у виборному органі представлені табл. 11.3. Підрахувавши бали відповідно до методу Борда, одержимо: А — 124, В — 103, З — 137. Відповідно до методу Борда переможцем слід оголосити кандидата С. Однак у цьому випадку явним переможцем є кандидат А, що набрав абсолютну більшість голосів: 31 з 60.

Таблиця 11. Розподіл голосів (метод Борда)

Число голосуючих	Переваги
31	$A \rightarrow 3 \rightarrow B$
12	$B \rightarrow 3 \rightarrow A$
17	$3 \rightarrow B \rightarrow A$
2	$3 \rightarrow A \rightarrow B$

Наведені приклади дозволяють зрозуміти, що парадокси при голосуванні не виникають лише у випадку, коли є два кандидати й переможець визначається за принципом абсолютної більшості голосів. Однак такий випадок нетиповий для більшості виборів у демократичних країнах. Звичайне число кандидатів бі-

льше, чим два, і рідкі випадки, коли хтось із них відразу ж одержує підтримку абсолютної більшості виборців.

Цікаво, що парадокси голосування зберігаються й при введенні двох турів і умові, що в другий тур виходять два кандидата, що набрали більшість голосів. Звернемося до табл. 11.1, складеної Кондорсе. Відповідно до переваг у другий тур виходять А (23 голосу) і В (19 голосів), після чого перемагає А. Однак при невеликому посиленні первісної позиції А переваги двох виборців (3-я рядок) виглядають як А (В (З, у другий тур виходять А (25 голосів) і З (20 голосів), після чого перемагає С. Ясно, що такий результат голосування суперечить здоровому глузду.

Аксіоми Ерроу. Вище ми привели приклади декількох різних систем голосування. Можливі й інші системи. У якості прикладів можна вказати на систему багатотурового вибору з викреслюванням кандидатів, що набрали найменше число голосів [2], на систему викреслювання небажаних кандидатів (approval voting) [3] і т.д.

Систематичне дослідження всіх можливих систем голосування провів в 1951 р. Кеннет Ерроу зі Стенфордського університету. Він порушив питання в найбільш загальному виді: чи можна створити таку систему голосування, щоб вона була одночасно раціональною (без протиріч), демократичною (одна людина — один голос) і вирішальною (дозволяла здійснити вибір). Замість спроб винаходу такої системи Ерроу запропонував набір вимог, аксіом, яким ця система повинна задовольняти. Ці аксіоми були інтуїтивно зрозумілі, прийнятні з погляду здорового глузду й допускали математичне вираження у вигляді деяких умов. На основі цих аксіом Ерроу спробував у загальному виді довести існування системи голосування, що задовольняє одночасно трьома перерахованими вище принципам: раціональна, демократична й вирішальна.

Перша аксіома Ерроу вимагає, щоб система голосування була досить загальною для того, щоб урахувати всі можливі розподіли голосів виборців. Інтуїтивно ця вимога цілком очевидна. Заздалегідь не можна передбачити розподіл голосів. Зовсім необхідно, щоб система була діючою при будь-яких перевагах виборців. Ця аксіома одержала назву *аксіоми універсальності*.

Ще більш очевидної з погляду здорового глузду є друга аксіома Ерроу: *аксіома одностайності*. Відповідно до неї необхідно, щоб колективний вибір повторював у точності одностайна думка всіх голосуючих. Якщо, наприклад, кожний з голосуючих вважає, що кандидат А краще кандидата В, то й система голосування повинна приводити до цього результату.

Третя аксіома Ерроу одержала назву *незалежності від незв'язаних альтернатив*. Нехай виборець вважає, що з пари кандидатів А і В кращим є А. Ця перевага не повинна залежати від відношення виборця до інших кандидатів. Третя аксіома досить приваблива, але не настільки очевидна з погляду щоденної людської поведінки. Так приводиться переконливий приклад порушення цієї аксіоми. Відвідувач ресторану спочатку порівнює блюдо А і В і прагне замовити А, тому що готування блюда У вимагає високої кваліфікації кухаря, а на його думку, такий кухар чи навряд є в даному ресторані. Раптом він зауважує в меню блюдо З — дуже дороге й також потребує високого мистецтва готу-

вання. Тоді він вибирає блюдо В, вважаючи, що кухар уміє добре готувати.

Часто третя аксіома Ерроу порушується суддями у фігурному катанні. Даючи порівняльні оцінки двом сильним фігуристам в одиночному катанні, вони намагаються врахувати можливість гарного виступу третього сильного кандидата, залишаючи йому шанси стати переможцем. Відмінний виступ у довільному катанні фігуриста З, що мав раніше не дуже високий результат в обов'язковій програмі, може вплинути на оцінки фігуристів А і В. Якщо А мав відмінний результат в обов'язковій програмі, судді іноді ставлять його нижче фігуриста В при приблизно рівному виступі, щоб підвищити шанси фігуриста С.

Проте можливість пред'явлення вимоги незалежності до системи голосування в якості обов'язкового не викликає сумніву.

Четверта аксіома Ерроу зветься *аксіома повноти*: система голосування повинна дозволяти порівняння будь-якої пари кандидатів, визначивши, хто з них краще. При цьому є можливість оголосити двох кандидатів. Вимога повноти не видається занадто строгим для системи голосування.

П'ята аксіома Ерроу є вже знайомою *умовою транзитивності*: якщо відповідно до думки виборців кандидат У не краще кандидата А (гірше або еквівалентний), кандидат З не краще кандидата В, те кандидат З не краще кандидата А. Уважається, що система голосування, що не допускає порушення транзитивності, поводить раціональним образом.

Визначивши п'ять аксіом — бажаних властивостей системи голосування, Ерроу довів, що системи, що задовольняють цим аксіомам, мають неприпустимий з погляду демократичних воль недоліком: кожна з них є правилом диктатора — особистості, що нав'язує всім іншим виборцям свої переваги.

Результати, виявлені Ерроу, одержали широку популярність. Вони розвіяли надії багатьох економістів, соціологів, математиків знайти зроблену систему голосування.

Вимога виключення диктатора приводить до неможливості створення системи голосування, що задовольняє всім аксіомам Ерроу. Тому результат Ерроу називають теоремою неможливості.

Спроби перегляду аксіом. З 1951 р. математики й економісти вживають спроби змінити вимоги Ерроу, «зм'якшити» аксіоми, щоб уникнути висновку, настільки неприємного для демократичної системи голосування.

Дуже цікава зміна першої аксіоми запропонував Д. Блейк [7]. Якщо кожний виборець упорядковує кандидатів у відповідності зі своєю політичною позицією, висновку Ерроу можна уникнути. На практиці це означає, що кожний виборець повинен упорядкувати кандидатів відповідно до їхніх політичних поглядів. Якщо він прихильник ринку й монетаризма й вважає, що А краще В, У краще З, то це означає, що А ближче всіх до його позиції, а З — далі всіх.

Однак на практиці при оцінці кандидата виборці найчастіше керуються багатьма критеріями. Далеко не всі виборці розуміють свою політичну позицію. Результати голосувань, заснованих на емоціях, широко відомі.

Іншою цікавою зміною аксіом Ерроу є правило консенсусу, сформульоване А.Сіном. Він запропонував змінити аксіому транзитивності, зберігши правило транзитивності тільки для випадку строгої переваги між кандидатами. Згі-

дно із правилом А.Сена, якщо хоча б один виборець по-іншому порівнює кандидатів А і В, чому всі інші, то система голосування повідомляє кандидатів еквівалентними. Ясно, що таке правило приводить до колективної байдужності.

Теорема неможливості й реальне життя. Отже, серйозність результатів К.Ерроу безумовна. Не можна відмовитися від вимоги раціональності: система голосування не повинна приводити до нетранзитивності. Не можна не зажадати, щоб система голосування була вирішальною: колективна байдужність, невміння зробити вибір веде в тупик. Не можна відмовитися від вимоги демократичності виборів: людство заплатило (і продовжує платити) високу ціну за право кожної людини виражати свою думку. Крім того, демократичність у вирішенні соціальних проблем особливо важлива в наш час, коли меншості має масу можливостей захищати свою позицію перед більшістю.

З погляду реальному життя важливо знати, наскільки часто порушуються всі ці три умови одночасно. Дослідження французьких учених показали, що при моделюванні всіх можливих розподілів голосів виборців і збереженні умов демократичної й вирішальної системи голосування раціональність порушується приблизно в 6-9% випадків.

Звичайно, щораз невідомі ні розподіл голосів виборців, ні можливості порушення раціональності. Однак у реальних процедурах вибору є й багато, не менш істотні недоліки. Відомі ситуації маніпулювання в процесі виборів, коли навмисне викривлення переваг групою виборців приводить до бажаного для цієї групи результату (див. приклад із двома турами голосування, наведений вище).

Виятково сильний вплив на розуми виборців виявляє так звана промивання мізків — цілеспрямовані кампанії на користь якогось кандидата, з викривленням фактів, підтасуванням і т.д. Для країн, що не мають досвіду демократичних виборів, такі явища приводять до розчарування виборців у демократичних інститутах влади. Як кожна людина, так і народи в цілому повинні вчитися робити свій вибір, розрізняючи слова й справи політиків, тверезо оцінюючи обіцянки, використовуючи різні й незалежні джерела інформації.

Повернемося до парадоксального результату Ерроу. Примиритися з фактом його існування допоможуть відомі слова У.Черчилля про те, що демократія є поганою формою правління, але людство поки не придумало нічого кращого.

Прийняття колективних розв'язків в малих групах. Прийняття колективних розв'язків не зводиться тільки до голосування виборців на виборах. Розв'язки ухвалюються в комісіях, журі, колегіях, словом, у невеликих групах. У ролі ЛПР у цьому випадку виступає група, що ухвалює розв'язки (ГПР). Як організувати роботу ГПР? Де гарантії, що люди, що мають різні переваги, можуть дійти згоди?

Традиційним способом вирішення цих проблем є організація нарад (засідань), на яких члени колективного органа розв'язку, що ухвалює, виступають як експерти, оцінюючи різні варіанти розв'язків і переконуючи інших членів приєднатися до їхньої думки. У багатьох випадках ці обговорення дозволяють прийти до єдиної думки, яка іноді відбиває компроміс між членами колективного органа розв'язку, що ухвалює.

Безсумнівними перевагами такого способу прийняття колективних розв'язків є:

- можливість для кожного зі членів ГПР висловити свою думку й обґрунтувати його;
- можливість для кожного зі членів ГПР вислухати думку всіх інших членів.

Поряд із зазначеними достоїнствами застосування традиційного способу розв'язку задач колективного вибору в ГПР у ряді випадків супроводжується наступними негативними явищами:

- надмірно сильний вплив на ГПР доводів одного або декількох членів (коаліції), спрямованих на випинання позитивних особливостей, що воліються ними варіантів розв'язків;
- більша й найчастіше неефективна витрата часу членами ГПР, особливо при сильній розбіжності думок у деяких з них;
- поспішне застосування правила більшості, що не дозволяє врахувати думки всіх членів ГПР.

Зі спробами подолати ті або інші негативні риси традиційних способів прийняття колективних розв'язків зв'язані різні напрямки досліджень. Ми зупинимося далі на проблемах вибору, розв'язуваних ГПР: дані якісь об'єкти (варіанти капіталовкладень, акції, підприємства і т.д.). Необхідно виділити з них кращий, розділити на класи, упорядкувати, тобто розв'язати задачі, типові для прийняття індивідуальних розв'язків.

Прийняття розв'язків у ГПР різко відрізняється від прийняття індивідуальних розв'язків. У кожного зі членів групи є, як правило, свій погляд на проблему. Якщо ці погляди повністю збігаються або якщо в групі є диктатор, що нав'язує свої переваги, то задача прийняття колективних розв'язків не виникає. У загальному випадку основної для ГПР є проблема пошуку компромісу, прийнятного для всіх членів групи.

Можна виділити три напрямки досліджень по прийняттю розв'язків у малих групах.

1. *Неантагоністичні ігри*. Одне з напрямків у теорії ігор [8], орієнтоване на розробку математичних моделей, що описують процес вироблення компромісу — пошук крапок рівноваги. Роботи в даному напрямку мають, як правило, чисто теоретичний характер.

2. *Групові системи підтримки прийняття розв'язків*. Розробляються локальні мережі для членів ГПР, а також формальні алгоритми порівняння переваг на заданій множині об'єктів. Як правило, системи підтримки прийняття розв'язків призначені для ознайомлення кожного зі членів ГПР із думками інших. Задача узгодження думок членів ГПР або не ставиться, або зводиться до усереднення думок. Із практичної точки зору даний підхід не відповідає задачам прийняття відповідальних розв'язків.

3. *Організація роботи ГПР за допомогою посередника* (аналітика, консультанта). Цей напрямок досліджень із практичної точки зору є найбільш перспективним. Яскравим прикладом можуть служити так звані конференції по прийняттю розв'язків (decision conference). Організація й проведення конферен-

цій по прийняттю розв'язків пов'язані з іменами С. Камерера (США) і Л.Філіпса (Англія). Вони першими розробили методологічні основи організації конференцій по прийняттю розв'язків і одержали гарний практичний результат.

Тема 16. Експертні системи прийняття рішень

В даний час системи підтримки прийняття рішень у вигляді експертних систем широко використовуються в різних областях. З'явилася і розвивається спеціальна індустрія з розробки та впровадження ЕС.

Основне призначення ЕС полягає у вирішенні неформалізованих задач вибору, які є важкими для традиційних методів математичного аналізу і традиційних методів програмування.

Найбільшого поширення ЕС отримали в таких областях, як:

- проектування замовних інтегральних схем;
- автоматизація програмування на основі застосування сучасних CASE-систем і оточень розробки великих програмних проектів;
- військові додатки;
- охорону здоров'я;
- ріелтерська діяльність з підбору та продажу об'єктів нерухомості; ринок нерухомості;
- фінансовий ринок і ринок цінних паперів;
- автоматизоване комплексування замовних комп'ютерних систем, в тому числі офісних;
- прийняття рішень в кризових ситуаціях;
- охорона правопорядку;
- сучасні інформаційні освітні технології; контроль знань учнів;
- завдання планування і раціонального розподілу ресурсів і т. д.

За своїм змістом багато ЕС, застосовувані у вище перелічених областях, можуть бути віднесені до одного з наступних класів.

Діагностують та керуючі системи.

Завдання діагностики та управління X - вхідні, а Y - вихідні сигнали діагностуємої системи. На основі аналізу в реальному часі інформації про вхідних і вихідних сигналах, а також інформації про внутрішній стан системи S діагностує експертна система ЕС повинна робити висновки про "правильності" функціонування S . При виникненні "позаштатних", критичних ситуацій вони повинні фіксуватися ЕС. Крім того, повинні визначатися місця "несправностей" в системі S і видаватися рекомендації пристрою управління УУ (це може бути технічний пристрій, людина, група осіб, державний орган і т. п.) з метою виведення S з кризової ситуації. Таким чином, дана ЕС буде виконувати функції управління.

Як вказувалося, під S може розумітися, зокрема, пацієнт деякого лікувального закладу, філія деякого банку, автомобіль з комп'ютером на борту або великий програмний комплекс, що функціонує в реальному часі. Таким чином, тут мова йде, по суті, про деякій системі моніторингу (стеження). У цьому ви-

падку діагностика стану S і відповідна інтерпретація надходить інформації відбуваються в реальному часі. ЕС сигналізує про вихід параметрів степеня системи S за допустимі межі, аналізує можливі причини і видає поради про доцільною реакції на ситуацію, що склалася. Подібні системи моніторингу застосовуються в медицині, економіці, військовій галузі, в системах управління ядерними реакторами і т. д.

У вигляді відповідних ЕС існують і застосовуються статичні діагностуючі системи, наприклад, системи з визначення і видалення несправностей автомобіля при зверненні користувача на станцію технічного обслуговування.

Прогнозуючі системи можуть також застосовуватися в різних областях. Основне завдання прогнозуючої ЕС полягає в аналізі розвитку ситуації (деякої системи S) за певний відрізок часу і видачу відповідних висновків і прогнозів про правдоподібних шляхи розвитку цієї ситуації в майбутньому. Наприклад, введення деяких нових законів у країні вимагає попереднього аналізу виникаючих наслідків та оцінки бажаності цих наслідків. Точно так само аналіз певних змін на біржі дозволяє вказати можливий розвиток ситуації в майбутньому, що може вплинути на прийняті зараз рішення. Безумовно, існують прогнозуючі системи, засновані на регулярних математичних методах, пов'язаних, зокрема, з методами аналізу часових рядів, однак у ряді випадків прогноз може бути здійснений тільки на основі знань експертів у конкретній предметній області, і це область застосовності ЕС.

Планують системи призначені для створення плану реалізації послідовності дій для досягнення поставлених цілей. При-заходами ЕС, зайнятих плануванням, можуть служити системи формування плану проведення бойової операції в заданих умовах або системи створення плану дій при комплексування складної інформаційної (наприклад, телекомунікаційної) системи по основним вимогам, сформульованим замовником.

Як приклад плануючої експертної системи можна також навести ЕС, обслуговуючу якусь кількість робочих станцій (терміналів) у торговому залі і дозволяє покупцям комп'ютерів спланувати покупку - вибрати в діалоговому режимі конфігурацію комп'ютера, найбільшою мірою відповідну цілям і фінансовим можливостям кожного окремого покупця.

Аналогічні ЕС можуть застосовуватися при продажу будь-яких досить складних об'єктів і послуг, наприклад, на ринку нерухомості.

Інтерпретують (аналізують) системи здійснюють аналіз ("розшифровку") надходить інформації про стан деякої системи або об'єкта і потім дають опис реальної ситуації на стандартному для даної прикладної області мовою. Наприклад, військові інтерпретують системи можуть використовуватися для ідентифікації цілей на основі даних розвідки радіолокації.

Можна і далі перераховувати області застосування і функції ЕС. Ясно, що наведена класифікація є достатньою мірою умовною і неповною, і одну і ту ж ЕС можна описати (проінтерпретувати) з різних позицій і віднести відразу до декількох класів. Однак безперечно, що області практичного застосування ЕС можуть бути пов'язані з такими ключовими словами, як інтерпретація, управління, діагностика, прогноз, проектування, планування, спостереження, налаго-

дження, ремонт, навчання і т. д.

ЕС містить такі основні компоненти:

- база знань;
- механізм виведення (засіб комп'ютерного мислення).

Основний процес полягає в застосуванні механізму виведення до ис вихідним знань з метою отримання результируючих знань, представляючих інтерес для користувача ЕС.

Крім основних компонентів ЕС включає додаткові підсистеми, що забезпечують: спілкування з користувачем, перенесення знань від експерта в комп'ютерну програму, пояснення та обґрунтування результатів виводу і т. д.

Класифікацію об'єктів виробляють з яких-небудь ознаками. У даному випадку ми коротко на евристичному рівні розглянемо основні види ЕС залежно від методів представлення знань.

Методи, засновані на правилах, - продукційні експертні системи.

Як вже зазначалося, продукційні системи в якості бази процедурних знань мають набір продукцій (правил) виду $ЯКЩО A TO B$, де A і B-елементи множини декларативних знань. (У ряді випадків можуть бути використані і більш складні продукційні структури.) Тут A називається умовою, а B-слідством. Якщо факт A породив B, то тепер уже B може виступати як умова в новій продукції і т. д. Організовується так звана ланцюжок логічного висновку, яка закінчується фактом чи фактами, що грають роль результатів експертизи.

За допомогою правил-продукцій на відміну від традиційних прийомів програмування вдається реалізувати більш гнучку стратегію організації розгалуження програми (передачі управління), яке має управлятися самими даними. Крім того, при цьому досягається логічна цілісність і ясність програми, що важливо як для розуміння її роботи під час створення самого програмного продукту, так і для його подальшої модифікації в процесі експлуатації.

Фрейми (фреймові системи). Під фреймову системами розуміються ЕС, засновані на спеціальних методах представлення знань у вигляді об'єктів і відносин між об'єктами. Представлення знань, засноване на фреймах, є в порівнянні з продукційними методами альтернативним способом структурування, зберігання і обробки знань.

По суті мова йде про добре відомої технології об'єктно-орієнтованого програмування, яка застосовується для цілей створення ЕС. Основними поняттями є поняття структури, об'єкта, слота, атрибута, значення.

Структура дає загальний опис об'єкта із зазначенням списку атрибутів як імен слотів (місць зберігання інформації). При цьому об'єкт виступає як деяка конкретизація структури, що містить вже конкретну інформацію (значення) за всіма слотами.

Організація подання знань на основі об'єктно-орієнтованого підходу має ряд особливостей, найважливішим з яких є принцип успадкування. Під фреймової ЕС предметна область описується деякою ієрархічною фреймової структурою, в якій фрейми, що займають більш низьке положення в ієрархії, успадковують властивості фреймів більш високого рівня. Це, зокрема, дозволяє економити пам'ять комп'ютера (т. к. виключається дублювання при описі властивос-

тей об'єктів), а також зменшувати ймовірність виникнення помилок і суперечностей у системі знань.

До недоліків фреймових систем зазвичай відносять їх відносно високу складність і низька швидкодія. Крім того, досить складним виявляється процес зміни прийнятої ієрархічної структури (родоводові ієрархії).

Більш докладний розгляд даних питань виходить за межі даної книги. Інші методи. Існує безліч інших концепцій побудови ЕС, наприклад, семантичні мережі і нейлоровські діагностуючі системи. Семантичні мережі тісно пов'язані з ідеями фреймового представлення знань і в цій книзі не розглядаються, а нейлоровські системи, засновані на принципово іншому підході, далі розглянуті докладно аж до опису працюючої ЕС.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений. / И.Г. Черноруцкий – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.: ил.
2. Орлов А.И. Теория принятия решений. Учебное пособие / А.И. Орлов – М.: Изд-во «Экзамен», 2005 – 656 с.
3. Эддоус М. Методы принятия решений / Эддоус М., Стэнсфилд Р. Пер. с англ. Под ред. Член-корр. РАН И.И. Елисеевой. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

Допоміжна

1. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: Учебник./ О. И. Ларичев – М.: Логос, 2000. – 296 с: ил.
2. Черноморов Г.А. Теория принятия решений: Учебное пособие./ Г.А. Черноморов. – Юж.-рос. гос. техн. ун-т. Новочеркасск: Ред. Журн. «Изв. Вузов. Электромеханика», 2002, 276с.
3. Элементарный курс теории принятия решений. Научное издание. – М.: Вычислительный центр РАН, 2000 – 95 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Конспект лекцій з дисципліни «Математичні методи прийняття рішень» для здобувачів вищої освіти освітньо-професійної програми другого (магістерського) рівня зі спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення»

Укладачі:

***Божуха Л.М.,
Жульковський О.О.,
Жульковська І.І.***

Підписано до друку 20.09.2018р.
Формат А5 Обсяг 6,82 др. арк.
Наклад 25 прим. Замовлення 871.
51918, м. Кам'янське,
вул. Дніпробудівська, 2.

