

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"**

А. І. ПОВОРОЗНЮК, В. І. ПАНЧЕНКО, А. Є. ФІЛАТОВА

МЕТОДОЛОГІЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Навчальний посібник

*Затверджено редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 25.06.2015 р.*

**Харків
НТУ "ХПІ"
2016**

УДК 004.3(075)
ББК 32.973–02я7
П 42

Рецензенти: А . І . Б и х , д-р фіз.-мат наук, проф., завідувач каф. біомедичної інженерії Харківського національного університету радіоелектроніки,
Г . А . К у ч у к , д-р техн. наук, проф., зам. нач. НДР Харківського університету Повітряних сил

Поворознюк А.І.

П42 Методологія та організація наукових досліджень : навч. посіб. / А. І. Поворознюк, В. І. Панченко, А. Є. Філатова. – Х. : "НТМТ", 2016. – 192 с.

ISBN

Посібник дає системне уявлення про методи та засоби організації наукових досліджень в предметній галузі інформаційних технологій і забезпечує теоретичну та практичну підготовку для виконання науково-дослідної практики магістрів та дипломного проектування, а також формування у майбутніх фахівців навичок ведення науково-дослідних робіт і їх оформлення.

Предметом дисципліни "Методологія та організація наукових досліджень" є вивчення методології та організації наукових досліджень, математичних методів побудови моделей об'єктів дослідження, обробки експериментальних даних пасивних та планування активних експериментів, оформлення науково-технічної документації.

Призначено для магістрів спеціальностей 8.05010201 "Комп'ютерні системи та мережі", 8.05010202 "Системне програмування" і 8.05010203 "Спеціалізовані комп'ютерні системи" бакалаврату 6.050102 "Комп'ютерна інженерія", а також для наукових працівників у галузі інформаційних технологій.

Іл. 27. Табл. 13. Бібліогр. 15 назв.

УДК 004.3(075)
ББК 32.973–02я7

ISBN

© А. І. Поворознюк,
В. І. Панченко,
А.Є. Філатова, 2015

ЗМІСТ

ВСТУП	5
Розділ 1. МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	8
1.1. Наукознавство і класифікація наук	8
1.1.1. Походження й особливості науки	8
1.1.2. Методологічні основи наукового пізнання й творчості	12
1.1.3. Структура й класифікація науки	14
1.2. Організація науково-дослідної роботи в Україні	16
1.2.1. Державне управління в сфері науки	16
1.2.2. Наукові ступені та вчені звання	18
1.2.3. Підготовка наукових і науково-педагогічних кадрів	20
1.2.4. Науково-дослідна робота студентів	22
1.3. Методологія наукових досліджень	23
1.3.1. Мета та завдання науки	23
1.3.2. Об'єкти та методи наукових досліджень і їх класифікація	24
1.3.3. Гіпотеза в наукових дослідженнях	28
1.3.4. Експеримент у наукових дослідженнях	30
1.4. Інформаційне забезпечення наукового дослідження	32
1.4.1. Основні терміни й поняття	32
1.4.2. Типи наукових документів і їх класифікація	33
1.4.3. Інформаційне забезпечення наукового дослідження	36
1.5. Вибір теми наукового дослідження	39
1.6. Оформлення звітної документації	40
Контрольні питання	42
Розділ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ	43
2.1. Моделювання в наукових дослідженнях	43
2.1.1. Принципи математичного моделювання	43
2.1.2. Етапи математичного моделювання	46
2.2. Статистичні і ймовірнісні методи досліджень	47
2.2.1. Статистична сукупність	47
2.2.2. Угрупування результатів спостережень	49
2.2.3. Середні величини й способи їх обчислення	51
2.2.4. Випадкові величини і їх оцінки	53
2.3. Методи розрахунку статистичних характеристик і перевірки гіпотез	58
2.3.1. Довірчі інтервали	58

2.3.2. Статистична перевірка гіпотез.....	59
2.4. Основи дисперсійного аналізу.....	63
2.4.1. Однофакторний дисперсійний аналіз.....	63
2.4.2. Двохфакторний дисперсійний аналіз.....	69
Контрольні питання	73
Розділ 3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ	74
3.1. Аналіз результатів спостережень. Застосування кореляційного аналізу	74
3.1.1. Статистичні характеристики, що встановлюють зв'язок між числовими змінними (при лінійному зв'язку x і y)	75
3.1.2. Установлення зв'язку між числовими змінними при нелінійному зв'язку X і Y (кореляційне відношення).....	76
3.1.3. Множинний коефіцієнт кореляції	77
3.1.4. Аналіз статистичного зв'язку між ординальними (порядковими) змінними	78
3.2. Дослідження виду залежності між числовими величинами. Застосування регресійного аналізу.....	82
Контрольні питання	85
Розділ 4. ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ	86
4.1. Планування експерименту	86
4.2. Планування експерименту при регресійному аналізі.....	100
4.3. Планування екстремального експерименту	129
4.4. Плани високих порядків.....	146
4.5. Трьохфакторні латинські плани	162
Контрольні питання	168
Розділ 5. ПСИХОЛОГІЧНО-ПРАВОВІ ОСНОВИ НАУКОВО- ТЕХНІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ	170
5.1. Психологія наукової творчості.....	170
5.2. Правові основи в сфері науки і науково-технічної діяльності	175
Контрольні питання	201
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	179
ДОДАТОК А. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ.....	180

ВСТУП

При сучасних темпах розвитку науки і техніки, особливо в галузі інформаційних технологій, великому потоці інформації ВНЗ уже не в змозі забезпечити випускників знаннями на все життя. У той же час період підготовки фахівця зберігається колишнім – п'ять-шість років.

Отже, зміст вищої освіти зводиться не тільки до одержання основних знань з заданої предметної галузі, але і виробленню у фахівця навичок самоосвіти, володіння методологією творчого підходу до аналізу процесів і явищ при вирішенні задач професійної діяльності у сфері науки або виробництва. Освіта є важливим засобом підвищення ефективності економіки. Це інтелектуальний капітал суспільства. Відома аксіома: "Нормальна економіка не може існувати, якщо країна відноситься з байдужністю до інтелектуальних цінностей. Благополуччя людей визначає не величина території, не запаси природних ресурсів, а інтелект".

Дисципліна "Методологія та організація наукових досліджень" є заключною спеціальною дисципліною для магістрів спеціальностей 8.05010201, 8.05010202, 8.05010203. Вона забезпечує оволодіння основними знаннями з методів та засобів організації наукових досліджень в предметній галузі інформаційних технологій.

Дисципліна базується на вивченні циклу дисциплін підготовки магістрів по вказаних спеціальностях і забезпечує теоретичну та практичну підготовку для виконання науково-дослідної практики магістрів та дипломного проектування, а також формування у майбутніх фахівців навичок ведення науково-дослідних робіт і їх оформлення.

Предметом дисципліни "Методологія та організація наукових досліджень" є вивчення методології та організації наукових досліджень, математичних методів побудови моделей об'єктів дослідження, обробки експериментальних даних пасивних та планування активних експериментів, оформлення науково-технічної документації.

В даний час на кафедрі обчислювальної техніки і програмування НТУ «ХПІ» ведуться лекційні, та практичні заняття з курсу «Методологія та організація наукових досліджень».

Структура і зміст посібника відповідає робочій програмі курсу і складається з п'яти частин. Усі розділи містять контрольні питання, що можуть використовуватися як при самопідготовці, так і при контролі знань.

У першому розділі “Методологія наукових досліджень” розглядаються основні положення наукознавства, структура і класифікація науки, етапи науково-дослідної роботи, основні напрямки досліджень в галузі інформаційних технологій. Детально розглянуті питання організації науково-дослідної роботи та підготовки наукових і науково-педагогічних кадрів в Україні. Підрозділи “Методологія наукових досліджень” та “Інформаційне забезпечення наукового дослідження” є методологічною основою виконання випускних кваліфікаційних робіт магістрів та подальшої наукової роботи випускників.

У другому розділі “Математичні методи формалізації об’єкта дослідження” розглядаються принципи та методи математичного моделювання інформаційних та технологічних процесів в різних предметних галузях, статистичні і ймовірнісні методи досліджень, методи розрахунку статистичних характеристик і перевірки гіпотез, основи дисперсійного аналізу.

У третьому розділі “Математичні методи розрахунку параметрів об’єкта дослідження” розглядаються математичні методи аналізу результатів спостережень, зокрема застосування кореляційного аналізу для встановлення статистичного зв’язку між числовими ординальними (порядковими) та бінарними (дихотомічними) величинами.

Також розглядаються методи дослідження виду залежності між числовими величинами на основі регресійного аналізу. Розглянуто моделі одно факторної та множинної, лінійної та нелінійної регресії, питання перевірки гіпотези про адекватність регресійної моделі та статистичного аналізу авторегресійних динамічних залежностей.

У четвертому розділі «Організація та планування експерименту» розглянуто питання стратегічного та тактичного планування експерименту, формування простої випадкової вибірки, методи зниження дисперсії. Розглянуті математичні методи планування експерименту при регресійному аналізі, та планування екстремального експерименту.

В підрозділі «Планування експерименту при регресійному аналізі» розглянуто наступні питання: основні визначення, пов’язані з плануванням експерименту; повні факторні плани та їх дробні репліки: повний факторний експеримент 2^2 ; факторний план 2^3 ; дробні репліки повного факторного плану; роздільна здатність дробної репліки; головна напів репліка; факторні експерименти з повторними спостереженнями.

В підрозділі «Планування екстремального експерименту» розглянуто наступні питання: планування екстремального експерименту на ділянці росту

(зменшення) функції; планування експерименту поблизу екстремума; центральні композиційні плани Бокса та Хартлі; ортогональні плани Бокса; Рототабельні плани Бокса.

В підрозділі «Латинські плани» розглянуто наступні питання: трьохфакторні латинські плани, факторна класифікація на ортогональних греко-латинських квадратах.

У п'ятому розділі «Психологічно-правові основи науково-технічної діяльності» розглянуті питання психології наукової творчості, а саме: наукове мислення та методи активізації творчого мислення; вплив зовнішніх факторів на мислення; методика використання літературних джерел. Також розглянуті питання правових основ в сфері науки і науково-технічної діяльності.

Всі розділи супроводжуються контрольними питаннями.

Програма курсу передбачає виконання практичних занять та розрахунково-графічної роботи. В якості розрахунково-графічної роботи студенти виконують автореферат по темі випускної кваліфікаційної роботи магістра, методичні вказівки якої наведені в Додатках

Розділи 1, 2, 5, вступ та загальну редакцію виконав проф. Поворознюк А. І., розділ 3 – доц. Філатова А.Є., розділ 4 – ст. викл. Панченко В. І.

Автори висловлюють подяку рецензентам А. І. Биху, та Г. А. Кучуку за цінні поради при підготовці даного видання.

Розділ 1. МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1.1. Наукознавство і класифікація наук

1.1.1. Походження й особливості науки

Наука – це система, тобто приведена в порядок на підставі відомих принципів сукупність фактів (Ім. Кант).

Наука – сфера людської діяльності, що безупинно розвивається, основною ознакою й головною функцією якої є виявлення, вивчення й теоретична систематизація об'єктивних законів про дійсність із метою їх практичного використання.

Наука являє собою одну з історично сформованих форм суспільної діяльності людини. Знання про світ умовно розділяються на три взаємозалежні області: науку про природу, науку про суспільство й науку про мислення.

У плані розвитку науки розрізняють два основні рівні пізнання: стихійно-емпіричний і науковий.

Для науки стародавності (Вавілон, Єгипет, Індія, Китай) був характерний стихійно-емпіричний процес пізнання, у якому були воедино зв'язані пізнавальні й виробничі аспекти. Знання мали практичний характер і фактично виконували роль методичних вказівок для конкретних видів людської діяльності.

У науці прадавньої Греції починає переважати науковий рівень пізнання, для якого характерні систематизація й узагальнення знань. Елліністичний період давньогрецької науки ознаменувався створенням перших теоретичних систем в області геометрії (Евклід), механіки (Архімед), астрономії (Птолемей).

В епоху середньовіччя великий внесок у розвиток науки внесли вчені арабського Сходу й Середньої Азії.

У Європі одержала широке поширення специфічна середньовічна форма науки – схоластика, яка, приділяючи основну увагу розробці християнської догматики, разом з тим внесла істотний вклад у розвиток розумової культури, в удосконалення мистецтва теоретичних суперечок і дискусій.

Створенню й зміцненню науки сприяли також алхімія, яка заклала основи вивчення речовин і їх з'єднань шляхом проведення експериментів, і астрологія, що стимулювала систематичні спостереження за небесними світилами.

Сучасна наука характеризується рядом фундаментальних відкриттів і розробкою їх практичного застосування.

Наукознавство – область досліджень, яка вивчає закономірності

функціонування й розвитку науки, структуру й динаміку наукової діяльності, взаємодію науки з матеріальним і духовним життям суспільства. Наукознавство в логічному, соціологічному, політичному, економічному й інших аспектах відображає те загальне й істотне, яке характерно для різних наук, їх взаємозв'язок, а також відношення між теорією науки, з одного боку, технікою, виробництвом і суспільством з іншого.

Теорія – логічне узагальнення досвіду та суспільної практики, що відображають об'єктивні закономірності розвитку природи й суспільства, тобто система узагальнень у тій або іншій галузі знань.

Загальна теорія науки – це система узагальненого знання, пояснення різнобічності подій, ситуацій, які відбуваються в природі й суспільстві. Кожна теорія має складну структуру. Так в економічній теорії можна виділити дві частини: формальні обчислення (економіко-математичні моделі, логічні рівняння й ін.) і «змістовну» (категорії й принципи). Останнє пов'язане з філософськими поглядами, світоглядом ученого, з методологічними принципами підходу до реальності.

Історія науки являє собою накопичення наукових знань, які характеризують розвиток в історичному аспекті, як окремих наук, так і наукознавства в цілому.

Соціологія науки вивчає яким чином впливає матеріально-виробнича діяльність, соціально-економічний порядок на функції науки в суспільстві. Як приклад можна привести розвиток економічних наук, яке визначається, в основному, виробничими відносинами.

Суспільно-виробнича діяльність людей впливає на розвиток економічних наук, дає фактичний матеріал, на основі вивчення й узагальнення якого відкриваються нові закономірності економічних явищ, створюються наукові теорії.

Економіка науки досліджує взаємодію науки й виробництва, створює передумови для узагальнення практичного досвіду, його теоретичного осмислювання й впливу на виробництво.

У виробництві вже виділилися деякі впливи напрямку дослідження науки: модернізація засобів праці, створення й використання нових матеріалів, удосконалення технології й організації виробництва на умовах корпорації, акціонування, приватизації власності.

Політика й наука. Прикладом впливу політики на розвиток науки є конверсія воєнного виробництва, коли досягнення вчених в галузі озброєння переорієнтуються на виробництво цивільної продукції.

Мова науки. Наукові знання не існують поза мовою науки. Мова науки включає конкретну систему понять, за допомогою яких індивідуальні наукові знання перетворюються в суспільне надбання. Наприклад, мова економічних наук оперує такими поняттями, як собівартість, ціна, інформація, прибуток,

рентабельність. Мова науки « Бухгалтерський облік і аудит, аналіз і аудит» використовує поняття – подвійний запис, рахунки, бухгалтерський баланс, дебет і кредит, бухгалтерська проводка й ін. Математичний апарат мови науки дає можливість виводити точні кількісні характеристики об'єкта дослідження на основі аналізу вхідних впливів та характеристик зовнішнього середовища.

Теорія наукового прогнозування, планування й керування науковими дослідженнями, моделювання науки, наукова організація праці, право й інші розділи наукознавства виконують методичні функції, визначають її стратегію й напрямок розвитку в суспільстві.

Для сучасної науки характерні наступні риси:

Диференціація й інтеграція науки. Диференціація науки (у тому числі вузька спеціалізація) є об'єктивною тенденцією розвитку сучасної науки, оскільки приблизно кожні 10 років відбувається подвоєння наукових дисциплін. Диференціація знань обумовлюється невичерпністю об'єктів пізнання, потребами практики й розвитку самої науки.

Настільки ж об'єктивна *інтеграція* науки, що відображає взаємозв'язок і взаємообумовленність наукових знань, що підсилюють проникнення одних наук в інші. Важливі інтегруючі функції виконують філософія, що узагальнює наукову картину світу, математика, логіка, кібернетика.

Прискорений розвиток природничих наук. Цей закон найвищою мірою проявляється в теперішній час. Природничі науки, що вивчають базисні структури природи, закономірності їх взаємодії й керування, є фундаментом науки в цілому й повинні розвиватися випереджальними темпами.

Математизація наук. Обґрунтованою є точка зору, що математика – мозок науки й душу техніки. Вона підсилює вимоги до коректності постановки завдань, підвищує ступінь загальності, ефективність пояснювальних і прогнозних функцій науки. Разом з тим суттєво змінилася роль математики й у тих науках, з якими вона була традиційно зв'язана, математика зараз є не тільки засобом точного формулювання законів, але й здобуває важливу евристичну роль. Математизації наук сприяють комп'ютеризація наук і широке поширення прикладних методів розрахунків.

1.1.2. Методологічні основи наукового пізнання й творчості

1.1.2.1. Поняття наукового знання. *Визначайте значення слів і ви позбавите світло від половини його оман (Р. Декарт).*

Знання – ідеальне відтворення в мовній формі узагальнених вистав про закономірні зв'язки об'єктивного миру.

Функціями знання є узагальнення розрізнених уявлень про закономірності природи суспільства й мислення; зберігання в узагальнених уявленнях усього того, що може бути передане в якості стійкої основи

практичних дій.

Знання є продуктом суспільної діяльності людей, що спрямована на перетворення дійсності. Процес руху людської думки від незнання до знання називають *пізнанням*, в основі якого лежить відображення об'єктивної дійсності у свідомості людини в процесі його суспільної, виробничої й наукової діяльності, іменованою *практикою*. Потреби практики виступають основною і рушійною силою розвитку пізнання, його метою.

Розрізняють два рівні пізнання: почуттєвий і раціональний. Почуттєве пізнання формує емпіричне знання, а раціональне – теоретичне.

Почуттєве пізнання забезпечує безпосередній зв'язок людини з навколишньою дійсністю. Елементами почуттєвого пізнання є відчуття, сприйняття, представлення й уява.

Відчуття – це відбиття мозком людини властивостей предметів або явищ об'єктивного світу, які діють на його органи почуттів.

Сприйняття – відбиття мозком людини предметів або явищ у цілому, причому таких, які діють на органи почуттів у цей момент часу. Сприйняття – це первинний почуттєвий образ предмета або явища.

Представлення – вторинний образ предмета або явища, які в цей момент часу не діють на органи почуттів людини, але обов'язково діяли в минулому.

Уява – це з'єднання й перетворення різних представлень у цілісну картину нових образів.

Раціональне пізнання доповнює й випереджає почуттєве, сприяє усвідомленню сутності процесів, розкриває закономірності розвитку. Формою раціонального пізнання є абстрактне мислення.

Мислення – це опосередковане й узагальнене відбиття в мозку людини істотних властивостей, причинних відносин і закономірних зв'язків між об'єктами або явищами. Мислення нерозривне пов'язане з мовою. Основний інструмент мислення – логічні міркування, структурними елементами якого є поняття, судження, умовиводи.

Поняття – це думка, що відображає істотні й необхідні ознаки предмета або явища. Поняття можуть бути загальними, одиничними, узагальненими, абстрактними й конкретними, абсолютними й відносними. *Загальні* поняття зв'язані не з одним, а з безліччю предметів. Найбільш широкі поняття називаються категоріями. *Одиничні* поняття ставляться тільки до одному певному предмету. Під *узагальненими* маються на увазі поняття, що позначають цілі групи однорідних предметів, що представляють собою відому єдність, закінчену сукупність (ліс, транспортний потік і т.п.).

Судження – це думка, у якій за допомогою зв'язку прийнятих понять стверджується або заперечується що-небудь. У мові судження виражається у вигляді речення. Судження – це зіставлення понять, що встановлюють об'єктивний зв'язок між мислимими предметами і їх ознаками або між

предметом і класом предметів.

Умовисновок – процес мислення, що становить послідовність двох або декількох суджень, у результаті яких виводиться нове судження. Умовисновки діляться на дві категорії: дедуктивні й індуктивні.

Дедуктивні умовисновки являють собою виведення часткового випадку з якого-небудь загального положення. В *індуктивних* умовисновках на підставі окремих випадків приходять до загального положення.

У процесі наукового дослідження слід виділити наступні етапи:

- виникнення ідей;
- формування понять, суджень;
- висування гіпотез;
- узагальнення наукових фактів;
- доказ правильності гіпотез і суджень.

Наукова ідея – інтуїтивне пояснення явища без проміжної аргументації, без усвідомлення всієї сукупності зв'язків, на підставі якої робиться висновок. Вона базується на вже наявному знанні, але розкриває раніше не замічені закономірності. Ідея матеріалізується в гіпотезі.

Гіпотеза – це припущення про причину, яка викликає даний наслідок. Якщо гіпотеза узгоджується з наявними фактами, то в науці її називають *теорією* або *законом*.

Закон – внутрішній суттєвий зв'язок явищ, що обумовлює їхній необхідний закономірний розвиток. Закон виражає певний стійкий зв'язок між явищами або властивостями матеріальних об'єктів.

Теорія – система узагальненого знання, пояснення тих або інших сторін дійсності. Структуру теорії формують принципи, аксіоми, закони, судження, положення, поняття, категорії й факти.

1.1.2.2. Методи теоретичних і емпіричних досліджень. *На світі є речі набагато важливіші самих прекрасних відкриттів, - це знання методу, яким вони були зроблені (Г. Лейбніц).*

Метод – це спосіб досягнення мети. До загальнонаукових методів відносяться: спостереження, порівняння, розрахунок, вимірювання, експеримент, узагальнення, абстрагування, формалізація, аналіз і синтез, індукція й дедукція, аналогія, моделювання, ідеалізація, ранжирування, а також аксіоматичний, гіпотетичний і системні методи.

Експеримент дозволяє перевірити істинність висунутих гіпотез або виявити закономірності об'єктивного миру. У процесі експерименту дослідник втручається в досліджуваний процес. При цьому дія ряду факторів може змінюватися в ту або іншу сторону.

Аналіз – метод пізнання за допомогою розчленовування або розкладання предметів дослідження на складові частини.

Синтез – з'єднання окремих сторін предмету в єдине ціле.

Моделювання – метод дослідження об'єкта, процесу, явища на моделях.

1.1.2.3. Вибір напрямку наукового дослідження й етапи науково-дослідної роботи. *Для корабля, що не має мети, жоден вітер не буде попутним (Історія флоту).*

Ціль наукового дослідження – всебічне, достовірне вивчення об'єкта, процесу або явища; їхньої структури, зв'язків і відносин на основі наукових принципів і методів пізнання, а також одержання й впровадження у виробництво корисних результатів.

Будь-яке наукове дослідження має свій об'єкт і предмет.

Об'єктом наукового дослідження є матеріальна або ідеальна система.

Предмет – це структура системи, закономірності взаємодії елементів усередині системи й поза неї, закономірності розвитку, різні властивості, якості і т.д.

Наукові дослідження класифікуються по видах зв'язку з виробництвом, цільовому призначенню, джерелам фінансування, тривалості робіт.

По видах зв'язку з виробництвом наукові дослідження підрозділяються на роботи, спрямовані на створення нових технологічних процесів, машин, конструкцій, підвищення ефективності виробництва, поліпшенню умов праці й ін. По цільовому призначенню виділяють три види наукових досліджень: *фундаментальні, прикладні пошукові й розробки.*

Завданням фундаментальних наук є пізнання законів, керуючих поведінкою й взаємодією базисних структур природи, суспільства й мислення. Ці закони вивчаються в так званому «чинному виді», безвідносно до можливого їхнього використання, наприклад надпровідність, надтекучість. Тому фундаментальні науки іноді називають «чисті».

Безпосередня мета прикладних наук – використання результатів фундаментальних наук для розв'язку не тільки пізнавальних, але й соціально-практичних проблем.

По джерелу фінансування розрізняють наукові дослідження *бюджетні, госпдоговірні та нефінансовані*. У науково-дослідній роботі розрізняють наукові напрямки, проблеми, теми.

Науковий напрям – це сфера наукових досліджень колектива вчених, присвячених розв'язку великих фундаментальних теоретико-експериментальних завдань у певній галузі науки. У складі наукового напрямку виділяють комплексні програми й проблеми, теми й наукові питання.

Проблема – складне наукове завдання, що охоплює значну частину в рамках наукового напрямку, що має важливе перспективне значення. Проблема складається з ряду тем.

Тема – це наукове завдання, що охоплює певну область наукового дослідження.

Постановка наукової проблеми включає послідовно виконувані етапи: формулювання проблеми (об'єкта дослідження), обґрунтування актуальності й розробку предмета дослідження.

До наукової теми пред'являється ряд основних вимог. Тема повинна бути *актуальною*, тобто мати суспільну або виробничу значимість і цінність для науки й техніки. Тема повинна мати *наукову новизну*. Тема повинна бути *економічно ефективною*. Тема повинна *відповідати профілю* наукового колективу. В умовах конкретного виробництва необхідність дослідницької роботи визначається насамперед наявністю «вузьких місць» у виробничому процесі.

Неодмінною умовою перед проведенням дослідження з обраної теми є проведення техніко-економічного обґрунтування (ТЕО) із проведенням попереднього патентного пророблення на новизну та перспективність. Тільки при наявності ТЕО можливе подальше планування й фінансування роботи замовником. У результаті складання ТЕО робиться висновок про доцільність і необхідність виконання науково-дослідної роботи (НДР) та дослідно-конструкторської розробки (ДКР). Після прийняття ТЕО конкретизуються мета й завдання дослідження.

Метою *теоретичних досліджень* є вивчення фізичної сутності предмета. У результаті обґрунтовується фізична модель, розробляються математичні моделі й аналізуються отримані в такий спосіб попередні результати.

Перед організацією *експериментальних досліджень* розробляються завдання, вибираються методика й програми експерименту, складається робочий план.

Після завершення теоретичних і експериментальних досліджень проводиться загальний аналіз отриманих результатів, здійснюється зіставлення гіпотези з результатами експерименту. У результаті аналізу розбіжностей уточнюються теоретичні моделі. Потім формулюються наукові й виробничі висновки, складається науково-технічний звіт.

1.1.3 Структура й класифікація науки.

1.1.3.1 Класифікація науки при присвоєнні наукових ступенів.

Департаментом атестації кадрів (ДАК) Міністерства освіти й науки України затверджена наступна класифікація основних галузей наук:

- 01 – Фізико-математичні науки.
- 02 – Хімічні науки.
- 03 – Біологічні науки.
- 04 – Геологічні науки.
- 05 – Технічні науки.
- 06 – Сільськогосподарські науки

- 07 – Історичні науки
- 08 – Економічні науки.
- 09 – Філософські науки.
- 10 – Філологічні науки.
- 11 – Географічні науки.
- 12 – Юридичні науки.
- 13 – Педагогічні науки.
- 14 – Медичні науки.
- 15 – Фармацевтичні науки.
- 16 – Ветеринарні науки.
- 17 – Мистецтвознавство.
- 18 – Архітектура
- 19 – Психологічні науки.
- 20 – Військові науки.
- 21 – Національна безпека.
- 22 – Соціологічні науки
- 23 – Політичні науки
- 24 – Фізичне виховання й спорт
- 25 – Державне керування.

Кожна із зазначених галузей науки підрозділяється на кілька груп. Так наприклад, шифр 05.13.06 відповідає спеціальності інформаційні технології.

1.1.3.2 Універсальна десяткова класифікація. Традиційним засобом упорядкування документальних фондів є бібліотечно-бібліографічні (документні) класифікації. Найбільше поширення придбала Універсальна десяткова класифікація (УДК), яка використовується більш ніж в 50 країнах світу і юридично є власністю Міжнародної федерації документації (МФД), відповідальної за подальшу розробку таблиць УДК, їх стан і видання. УДК являє собою міжнародну універсальну систему, яка дозволяє детально представити зміст документальних фондів і забезпечити оперативний пошук інформації, має можливість подальшого розвитку й удосконалювання. Система УДК складається з основний і допоміжних таблиць. Основна таблиця містить поняття й відповідні їм індекси, за допомогою якої систематизуються відповідні знання. Перший ряд розподілів основної таблиці УДК має наступні класи:

- 0 – Загальний відділ. Наука. Організація. Знаки й символи. Документи й публікації.
- 1 – Філософія.
- 2 – Релігія.

3 – Економіка. Праця. Право.

4 – Вільний з 1961 року.

5 – Математика природничі науки.

6 – Прикладні науки. Медицина. Техніка.

7 – Мистецтво. Прикладне мистецтво. Фотографія. Музика.

8 – Мовознавство. Філологія. Художня література. Літературознавство.

9 – Краєзнавство. Географія. Біографія. Історія.

Кожний із класів розділений на 10 розділів, які у свою чергу діляться на 10 підрозділів.

1.2. Організація науково-дослідної роботи в Україні

1.2.1. Державне управління в сфері науки. Згідно із Законом державна науково-технічна політика здійснюється виходячи з наступних основних принципів:

- визнання науки соціально значимою галуззю, що визначає рівень розвитку продуктивних сил держави;

- гарантії пріоритетного розвитку фундаментальних наукових досліджень;

- інтеграції наукової, науково-технічної й освітньої діяльності на основі різних форм участі працівників, аспірантів і студентів ВНЗів у наукових дослідженнях і експериментальних розробках;

- підтримки конкуренції й підприємницької діяльності в галузі науки й техніки;

- розвитку наукової, науково-технічної й інноваційної діяльності за допомогою створення системи державних наукових центрів і інших структур;

- концентрації ресурсів на пріоритетних напрямках розвитку науки й техніки;

- стимулювання наукової, науково-технічної й інноваційної діяльності через систему економічних і інших пільг.

Найважливішими напрямками державної політики в області розвитку науки й технологій є:

- розвиток фундаментальної науки, найважливіших прикладних досліджень і розробок;

- удосконалення державного регулювання в області розвитку науки й технологій;

- формування національної інноваційної системи;

- підвищення ефективності використання результатів наукової й науково-технічної діяльності;

- збереження й розвиток кадрового потенціалу науково-технічного комплексу;

- інтеграція науки й освіти;

– розвиток міжнародного науково-технічного співробітництва.

Уряд забезпечує проведення єдиної державної політики в галузі науки. Організує виконання бюджету в частині витрат на наукові дослідження й проведення експериментальних розробок та виконує відбір на конкурсній основі проектів наукових досліджень.

Важливі управлінські функції в сфері вузівської науки виконує Міністерство освіти і науки України. Воно є органом виконавчої влади, що здійснюють керування не тільки в сфері освіти, але й у сфері наукової й науково-технічної діяльності освітніх установ, наукових і інших організацій у сфері освіти. Наказом міністерства затверджена Концепція наукової, науково-технічної й інноваційної політики в системі освіти, де сформульовані наступні основні завдання:

- розвиток наукових досліджень як основи фундаменталізації освіти, бази підготовки фахівця;
- органічна комбінація фундаментальних пошукових і прикладних досліджень із конкурентноздатними розробками комерційного характеру;
- пріоритетний розвиток наукових досліджень, спрямованих на вдосконалювання системи освіти всіх його рівнів;
- удосконалення системи планування й фінансування наукової, науково-технічної й інноваційної діяльності організацій.

У Концепції намічені напрямки роботи з молоддю: розбудовувати систему наукових олімпіад, конкурсів на кращу наукову роботу студентів і учнівської молоді, наукових молодіжних шкіл і конференцій; удосконалювати організацію навчальної та науково-дослідної роботи молоді в системі: школа – ВНЗ – аспірантура – докторантура.

Структурним підрозділом Міністерство освіти і науки України виступає Департамент атестації кадрів (ДАК), головними завданнями якої є:

- забезпечення єдиної державної політики, здійснення контролю й координація діяльності в області атестації наукових і науково-педагогічних кадрів вищої кваліфікації;
- сприяння поліпшенню кількісного складу наукових і науково-педагогічних кадрів, підвищенню ефективності їх підготовки й використання з урахуванням потреб суспільства й держави, перспектив розвитку науки, освіти, техніки й культури.

Відповідно до покладених на неї завданнями ДАК:

- розробляє в межах своєї компетенції порядок формування й організації роботи спеціалізованих вчених рад по захисту дисертацій;
- інструкції й форми документів з питань присудження наукових ступенів і присвоєння вчених звань;
- контролює діяльність спеціалізованих вчених рад, а також переглядає мережу спеціалізованих вчених рад по кожній науковій спеціальності;

- розробляє порядок оформлення й видачі дипломів докторів наук і кандидатів наук і атестатів професорів та доцентів державного зразка;
- виконує інші функції,

Органи виконавчої влади в сферах науки й освіти працюють у взаємодії з Національною академією наук (НАН) України, галузевими академіями наук. Вищою науковою установою країни є НАН України. Академії наук підлеглий ряд науково-дослідних інститутів.

Вищим органом керування НАН є загальні збори, які обирають її керівництво – президента, віце-президентів, членів Президії.

Усією діяльністю академії в період між сесіями загальних зборів керує президент НАН. Крім того, функціонують галузеві академії наук: академія архітектури й будівельних наук, академія медичних наук, академія освіти, академія сільськогосподарських наук, академія мистецтв. Ці академії мають державний статус: вони створені органами виконавчої влади та фінансуються з бюджету.

Безпосереднє керівництво науковими дослідженнями у ВНЗі здійснює проректор з наукової роботи (заступник начальника інституту, академії по науковій роботі), на факультеті – декан або його заступник по науковій роботі, на кафедрі – завідувач кафедри (начальник кафедри). Для керування НДР структурних підрозділів ВНЗів створюються спеціальні органи – науково-дослідні частини, сектори, відділи.

В останнє десятиліття створені більш ніж 60 суспільних (недержавних) академій наук.

1.2.2. Наукові ступені та вчені звання. У законі «Про науку та державну науково-технічну політику» фізичні особи розділені на три групи:

- науковці (дослідники);
- фахівці наукової організації (інженерно-технічні працівники);
- працівники сфери наукового обслуговування.

Суб'єктами наукової діяльності в системі вищої та післядипломної професійної освіти є науково-технічні, наукові й інженерно-технічні працівники, докторанти, аспіранти, здобувачі, а також студенти й слухачі.

До науково-технічних працівників відносяться особи, що займають посади декана факультету, завідувача кафедри, професора, доцента, старшого викладача й асистента.

Посади професора й доцента слід відрізняти від подібних за назвою вчених звань. Працівник може заміщати одну із цих посад, маючи неадекватне їй вчене звання або не володіючи яким-небудь вченим званням.

Єдиний реєстр наукових ступенів і вчених звань, затверджений постановою Уряду встановив наступні вчені звання для науково-технічних працівників і науковців:

- професор по кафедрі освітньої установи вищої професійної й додаткової професійної освіти;
- доцент по кафедрі освітньої установи вищої професійної й додаткової професійної освіти;
- професор за фахом згідно з номенклатурою спеціальностей науковців;
- доцент за фахом згідно з номенклатурою спеціальностей науковців.

Присвоєне раніше вчене звання старшого наукового співробітника тепер відповідає вченому званню доцента за фахом.

Згідно Положення вчене звання *професора по кафедрі* може бути присуджено докторам наук, що заміщають за трудовим договором посади професора, завідувача кафедри, декана факультету, керівника філії або інституту, проректора, ректора ВНЗу або установи підвищення кваліфікації, якщо вони мають опубліковані учбово-методичні й наукові праці, читають курс лекцій на високому професійному рівні, а також на момент подачі атестаційних документів:

- а) успішно працюють у зазначених посадах протягом року;
- б) мають стаж науково-педагогічної роботи не менш десяти років, з них не менш п'яти років педагогічної роботи у ВНЗах або установах підвищення кваліфікації;
- в) є авторами (співавторами) підручника (навчального посібника) або не менш трьох учбово-методичних робіт, опублікованих за останні три роки.
- г) є авторами (співавторами) монографії (глави в монографії) або не менш трьох наукових праць, опублікованих за останні три роки;
- д) підготували в якості наукових керівників або наукових консультантів, як правило, не менш двох учнів, яким присуджені вчені ступені.

Учене звання *професора за фахом* може бути присуджено докторам наук, що заміщають за трудовим договором посади провідного наукового співробітника, головного наукового співробітника, завідувача (начальника) науково-дослідним відділом (відділенням, сектором, лабораторією), ученого секретаря, заступника директора, директора в наукових організаціях, наукових підрозділах ВНЗів або установ.

Одне з основних умов присудження вченого звання професора – наявність у працівника наукового ступеня доктора наук.

Відповідно до Положення про порядок присудження наукових ступенів, науковий ступінь доктора наук присуджується президією Вищої атестаційної комісії Міністерства освіти на підставі клопотання спеціалізованої вченої ради, прийнятого за результатами публічного захисту дисертації здобувачем, що мають науковий ступінь кандидата наук.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора наук являє собою науково-кваліфікаційну роботу, у якій на підставі виконаних автором досліджень розроблені теоретичні положення, сукупність яких можна

кваліфікувати як нове велике наукове досягнення, або вирішена велика наукова проблема, що має важливе соціально-культурне або господарське значення, або викладені науково обґрунтовані технічні, економічні або технологічні розв'язки, впровадження яких вносять значний вклад у розвиток економіки України.

Однак вчене звання професора по кафедрі може бути присвоєно без захисту докторської дисертації кандидатам наук (у вигляді виключення), працівникам мистецтв, фахівцям фізичної культури й спорту, великим фахівцям, що одержали міжнародне або всеросійське визнання в конкретній галузі знань.

Вчене звання доцента по кафедрі може бути присвоєно докторам і кандидатам наук, що заміщають за трудовим договором посади доцента, професора, завідувача кафедри, декана факультету, керівника філії або інституту, проректора, ректора ВНЗ або установи підвищення кваліфікації, якщо вони мають опубліковані учбово-методичні й наукові праці, читають курс лекцій або ведуть заняття на високому професійному рівні, а також на момент подачі атестаційних документів:

а) успішно працюють у зазначених посадах протягом року;

б) мають стаж науково-педагогічної роботи не менш п'яти років, з них не менш трьох років педагогічної роботи у ВНЗ або установах підвищення кваліфікації;

в) є авторами (співавторами) підручника (навчального посібника) або не менш двох учбово-методичних робіт, опублікованих за останні три роки;

г) є авторами (співавторами) монографії (глави в монографії), або не менш двох наукових праць, опублікованих за останні три роки.

Доцент, як мінімум, повинен мати науковий ступінь кандидата наук, який присуджується спеціалізованою радою за результатами публічного захисту дисертації здобувачем, що має вищу професійну освіту.

Дисертація на здобуття наукового ступеня *кандидата наук* повинна бути науково-кваліфікаційною роботою, у якій міститься розв'язок завдання, що має істотне значення для відповідної галузі знань, або викладені науково обґрунтовані технічні, економічні або технологічні розробки, що мають істотне значення для економіки або забезпечення обороноздатності країни

Разом з тим вчене звання доцента може бути присвоєно без захисту дисертації, у вигляді виключення, особам, що мають вищу освіту, працівникам мистецтв, фахівцям фізичної культури й спорту, висококваліфікованим фахівцям, що одержали міжнародне або всеукраїнське визнання в конкретній галузі знань.

1.2.3. Підготовка наукових і науково-педагогічних кадрів.

Підготовка науково-педагогічних працівників здійснюється в аспірантурі й

докторантурі ВНЗ, наукових установ або організацій, а також шляхом прикріплення до зазначених установ або організацій здобувачів для підготовки й захисту дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата наук або доктора наук або шляхом переведення педагогічних працівників на посади науковців для підготовки дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора наук.

Однак на теперішній час підготовка науково-педагогічних кадрів здійснюється ще й у магістратурі, оскільки згідно з Положенням про магістерську підготовку в системі багаторівневого вищої освіти підготовка магістрів орієнтована на науково-дослідну й науково-педагогічну діяльність.

В аспірантуру ВНЗ, наукових установ або організацій на конкурсній основі ухвалюються особи, що мають вищу професійну освіту. Вступники в аспірантуру здають конкурсні вступні іспити зі спеціальної дисципліни, філософії, іноземної мови, обумовленої ВНЗ або науковою організацією та необхідної аспірантові для виконання дисертаційного дослідження. Особи, що здали повністю або частково кандидатські іспити, при вступі в аспірантуру звільняються від відповідних вступних іспитів.

Навчання в аспірантурі може здійснюватися за очною формою не більш трьох років, за заочною формою – чотирьох років.

За час навчання аспірант зобов'язаний: повністю виконати індивідуальний план; скласти кандидатські екзамени з філософії, іноземної мови й спеціальної дисципліни; завершити роботу над дисертацією й представити її на кафедру (у раду, відділ, лабораторію, сектор).

Аспіранти, що навчаються в очній аспірантурі за рахунок засобів бюджету, забезпечуються державною стипендією. Іногороднім надається гуртожиток. Аспіранти очного навчання користуються щорічно канікулами тривалістю два місяці. Аспіранти, що навчаються за заочною формою, мають право на щорічні додаткові відпустки за місцем роботи тривалістю 30 календарних днів зі збереженням середнього заробітку, а також на один вільний від роботи день у тиждень із оплатою його в розмірі 50% одержуваної зарплати.

Аспіранти користуються безкоштовно обладнанням, лабораторіями, учбово-методичними кабінетами, бібліотеками, а також мають право на відрядження.

Фахівці можуть скласти кандидатські іспити й підготувати дисертацію поза аспірантурою на правах здобувача. Для цього здобувач прикріплюється до ВНЗ (наукової установи, організації), що має аспірантуру по відповідній спеціальності. Прикріплення для підготовки й здачі кандидатських іспитів може проводитися на строк не більш двох років, а для підготовки кандидатської дисертації – на строк не більш трьох років.

Підготовка докторантів здійснюється за очною формою. Протягом трьох

років докторант зобов'язано виконати план підготовки дисертації й представити її на кафедру (у відділ, лабораторію, сектор, раду) для одержання відповідного висновку. З метою надання допомоги в проведенні досліджень йому може бути призначений науковий консультант із числа докторів наук.

Співробітники ВНЗ можуть переводитися на посади наукових співробітників строком до двох років. У період перебування в цій посаді науковий співробітник зобов'язано завершити роботу над докторською дисертацією й представити її на кафедру. Після закінчення року він повинен пред'явити вченій раді ВНЗ звіт про роботу над дисертацією, за результатами якого рада ухвалює рішення з рекомендацією про продовження його перебування на посаді наукового співробітника на наступний річний термін або про повернення на колишнє місце роботи.

Прикріплення здобувачів для підготовки докторської дисертації може проводитися на строк не більш чотирьох років.

1.2.4. Науково-дослідна робота студентів. У «Законі про освіту» закріплені численні права студентів ВНЗ, у тому числі й право брати участь у всіх видах науково-дослідних робіт, конференціях, симпозіумах, а також представляти свої роботи для публікації, зокрема у виданнях вищого навчального закладу.

Тут же записане, що студенти ВНЗ зобов'язано опанувати знаннями, виконувати у встановлений термін усі види завдань, передбачених навчальним планом і освітніми програмами. У Законі не передбачений обов'язок студентів займатися науково-дослідною роботою.

Проте вони повинні виконувати ті види завдань, які містять елементи наукового дослідження й включені в навчальний план або плани занять по дисципліні. До них належать реферат, доповідь, курсова робота, дипломна робота, магістерська дисертація.

Щоб виконати перераховані вище роботи, студентів необхідно вміти:

- вибрати тему й розробити план дослідження;
- визначити оптимальні методи дослідження;
- виконувати пошук наукової інформації та працювати з літературою;
- збирати, аналізувати й узагальнювати наукові факти;
- теоретично проробити досліджувану тему, аргументувати висновки, обґрунтовувати пропозиції й рекомендації;
- оформити результати наукової роботи.

Науково-дослідна робота студентів (НДРС) є продовженням і поглибленням навчального процесу, одним з важливих і ефективних засобів підвищення якості підготовки фахівців.

Наукова робота студентів підрозділяється на учбово-дослідницьку, що

включається в навчальний процес і проведена в навчальний час (УДРС), і науково-дослідну, яка виконується у вільний від навчання час (НДРС).

Учбово-дослідницька робота виконується студентами по навчальних планах під керівництвом професорів і викладачів. Форми цієї роботи:

а) реферування наукових видань, підготовка оглядів по новинках літератури;

б) виступ з науковими доповідями й повідомленнями на семінарах;

в) написання курсових робіт, що містять елементи наукового дослідження;

г) проведення наукових досліджень при виконанні дипломних робіт;

д) виконання науково-дослідних робіт у період навчальної практики й стажування.

Науково-дослідна робота студентів, виконувана вільний від навчання час, включає:

а) роботу в наукових гуртках і проблемних групах, які створюються при кафедрах;

б) участь у науково-дослідних роботах з кафедральних тем;

в) виступу з доповідями й повідомленнями на науково-теоретичних і науково-практичних конференціях, які проводяться у ВНЗ;

г) участь у внутрішнвузівських, міжвузівських, регіональних і республіканських олімпіадах і конкурсах на кращу наукову працю;

д) підготовка публікацій за результатами проведених досліджень;

е) розробка й виготовлення схем, алгоритмів, програм, наочних приладів, макетів, слайдів, фільмів для навчального процесу.

1.3. Методологія наукових досліджень

1.3.1. Мета та завдання науки. Наука – сфера дослідницької діяльності, спрямована на одержання нових знань про природу, суспільство й мислення, провідна сила прогресу матеріального виробництва. Найбільш загальним визначенням науки можна вважати наступне: *наука – сфера людської діяльності, функції якої полягають у виробленні, теоретичному узагальненні, перевірці істинності й пошуку можливостей застосування об'єктивних знань.*

Мета науки – пізнання законів розвитку природи й суспільства й вплив на природу на основі використання знань для одержання корисних суспільству результатів. Наука містить у собі об'єкти та методи дослідження.

Перед наукою ставляться основні завдання:

– збирання й узагальнення фактів (констатація);

– пояснення зовнішніх взаємозв'язків спостережуваних явищ (інтерпретація);

- пояснення сутності фізичних явищ, їх внутрішніх взаємозв'язків і протиріч (побудова моделі);
- прогнозування процесів і явищ (на сучасному етапі науково-технічної революції здобуває усе більш важливе значення);
- встановлення можливих форм і напрямків практичного використання отриманих знань.

1.3.2. Об'єкти та методи наукових досліджень і їх класифікація.

Кожне наукове дослідження має свій об'єкт і предмет. Відзначимо чотири особливості *об'єктів дослідження*, які безпосередньо впливають на організацію й ефективність науково-дослідних робіт:

- 1) обов'язкова наявність непізнаних якостей об'єкта на момент виникнення «проблемної ситуації»;
- 2) динамічність об'єкта дослідження. Ця особливість полягає в тому, що жодне наукове дослідження не може привести до кінцевого виявлення та вивченню властивостей об'єкта. До тим самим об'єктів дослідники можуть вертатися багато раз;
- 3) подільність об'єкта дослідження. Будь-яке науково-дослідне завдання відповідно до наявності багатьох властивостей об'єкта може бути розчленована на окремі відносно самостійні завдання, які вирішуються тими або іншими методами й засобами дослідження в певному порядку, відповідно до певних стадій і етапів.
- 4) Наступність об'єктів дослідження. Дослідник не обмежується описом вивчених об'єктів. Він формулює нові проблеми, які випливають із виконаного дослідження

Предметом наукового дослідження можуть виступати причини виникнення цього процесу або явища, закономірності його розвитку, різноманітні властивості, якості і т.д.

Виходячи із цього, *мету наукового дослідження* можна сформулювати як визначення конкретного об'єкта й всебічне достовірне вивчення його структури, характеристик з метою одержання й впровадження в практику корисних для людини результатів.

Об'єкти наукового дослідження можна класифікувати по певних ознаках. Розрізняють емпіричні й теоретичні об'єкти дослідження. В свою чергу, емпіричні об'єкти підрозділяють на природні й штучні. Залежно від ступеня складності розрізняють прості й складні об'єкти дослідження. Крім того, кожний об'єкт дослідження оточений певним середовищем, з яким він взаємодіє. Виконуючи наукове дослідження, дослідник опирається на певні наукові методи дослідження. Під *методом дослідження* розуміють спосіб дослідження або практичного здійснення якого-небудь явища.

Методологія – це сукупність методів, способів, прийомів, їх певна

послідовність, схема, прийнята при проведенні наукового дослідження.

Залежно від рівня пізнання виділяють методи *емпіричного, теоретичного й метатеоретичного* рівнів.

До методів *емпіричного* рівня відносять спостереження, опис, порівняння, розрахунок, вимір, анкетне опитування, співбесіда, тестування, експеримент, моделювання і т.д.

До методів *теоретичного* рівня відносять аксіоматичний, гіпотетичний (гіпотетико-дедуктивний), формалізацію, абстрагування, загальнологічні методи (аналіз, синтез, індукцію, дедукцію, аналогію) і ін.

Методами *метатеоретичного* рівня є діалектичний, метафізичний, герменевтичний та інші. Деякі вчені до цього рівня відносять метод системного аналізу.

Залежно від сфери застосування та ступеня узагальнення розрізняють методи:

1) загальні (філософські), що діють у всіх науках і на всіх етапах пізнання;

2) загальнонаукові, які можуть застосовуватися в гуманітарних, природних і технічних науках;

3) часткові – для споріднених наук;

4) спеціальні – для конкретної науки або конкретної галузі наукового пізнання.

В табл. 1.1 наведена класифікація наукових методів досліджень

Таблиця 1.1. Класифікація наукових методів досліджень

Загальнонаукові методи	Конкретно наукові (емпіричні) методи	
	теоретичні	методичні прийоми
Аналіз Синтез Індукція Дедукція Аналогія Моделювання Абстрагування Конкретизація Ідеалізація Узагальнення Системний аналіз	Формалізація Гіпотетичний метод Аксіоматичний метод Історичний метод	Порівняння Розрахунок Вимірювання Спостереження Експеримент

Аналіз – метод пізнання, при якому виконується практичне або уявне розчленовування об'єкта дослідження на його складові елементи.

Синтез – процес об'єднання в одне ціле частин, ознак, властивостей

об'єкта, визначених за допомогою аналізу.

Індукція – метод дослідження, при якому загальний висновок про характеристики множини елементів робиться на підставі вивчення цих характеристик якоїсь частини елементів даної множини.

Одним із загальнонаукових методів дослідження, є **метод аналогії**, при якому висновок про предмет або явище робиться на підставі його подібності з іншими, уже відомими. З метою підвищення ймовірності висновку за аналогією висуваються наступні вимоги:

- аналогія повинна базуватися на істотних ознаках і найбільшій кількості схожих характеристик об'єктів порівняння;
- зв'язок ознаки, щодо якої робиться висновок, з виявленими в об'єктах загальними ознаками повинна бути дуже тісною;
- висновок за аналогією повинен доповнюватися дослідженнями відмінностей і доказами того, що ці відмінності не можуть бути основою відмови від висновків за аналогією.

У сучасній науці розвинутою сферою систематичного застосування аналогії є так звана теорія подоби, яка широко використовується в моделюванні.

Моделювання – відтворення характеристик об'єкта дослідження на іншому об'єкті, створеному для їхнього вивчення.

Абстрагування – уявне звільнення від ряду несуттєвих властивостей, зв'язків, відносин предметів і виділення деяких сторін об'єкта для дослідження.

Конкретизація – на відміну від абстрагування, дозволяє вивчити предмети або явища у всій якісній різнобічності реального їхнього існування.

Ідеалізація – базується на створенні певних абстрактних об'єктів, які принципово не можуть бути здійснені в лабораторних умовах та реальності.

Узагальнення – одним з основних засобів для створення нових наукових понять, формулювання законів і теорій.

Системний аналіз – вивчення об'єкта дослідження як сукупності елементів, які утворюють систему.

До методів *теоретичного рівня* відносяться наступні.

Форматизація – відображення об'єкта або явища в знаковій формі деякої штучної мови (математики, хімії й ін.), що дає можливість досліджувати реальні об'єкти і їх властивості шляхом формального дослідження відповідних знаків.

Гіпотетичний метод базується на гіпотезі – науковому припущенні, яка висувається для пояснення певного явища й вимагає перевірки й теоретичного обґрунтування для того, щоб стати достовірною науковою теорією. Цей метод застосовується при дослідженні нових явищ, які не мають аналогів.

Аксіоматичний метод – являє собою процес побудови наукової теорії, при якій деякі твердження, аксіоми, що є певними науковими знаннями, приймаються без подальших доказів, а потім використовуються в якості відправних початкових положень для одержання нових знань по певних логічних правилах.

Історичний метод – дослідження виникнення, формування й розвитку об'єктів у хронологічній послідовності, у результаті чого створюються додаткові знання про об'єкт дослідження в процесі його розвитку.

Методи наукових досліджень, виконуються за допомогою наступних методичних прийомів та процедур.

Порівняння – зіставлення об'єктів з метою визначення подібностей або відмінності між ними (або й того й іншого разом). Порівняння є важливою передумовою узагальнення. Відіграє велику роль в умовисновках за аналогією.

Розрахунок – знаходження числа, яке визначає кількісне співвідношення однотипних об'єктів або їх параметрів, що характеризують ті або інші властивості.

Вимірювання – фізичний процес визначення чисельного значення векторної величини шляхом порівняння її з еталоном.

Спостереження - цілеспрямоване й організоване сприйняття навколишнього світу. При спостереженні відсутній істотний вплив суб'єкта на об'єкт. При цьому можливо використання приладів і інструментів, які компенсують природню обмеженість органів сприйняття людини. Видами спостереження є: хронометраж, анкетування, експрес-діагностика й т.п.

Експеримент – дослідження явищ шляхом активного впливу на них за допомогою створення нових умов або ж створення напрямку протікання процесу в нове русло, відповідно до мети дослідження.

Контрольні виміри робіт – дослідження при проведенні фактичного контролю. Контрольні виміри включають: вибіркові спостереження, суцільні спостереження, технологічні дослідження, хіміко - технологічні дослідження.

Вибіркові спостереження – статистичні дослідження якісних характеристик господарського процесу.

Суцільні спостереження – статистичні дослідження фактичного стану об'єктів.

Технологічні дослідження – дослідження інженерної й технічної підготовки виробництва, а також якості продукції, що випускається відповідно до технічних умов.

Хіміко-технологічного дослідження – визначення якості сировини й матеріалів, які використовуються у виробництві продукції, а також якісних характеристик виробів.

Експертиза – здійснюється шляхом експертних оцінок, які

застосовуються технологічними, судово-бухгалтерськими, криміналістичними, товарознавчими й іншими експертизами. Експертиза проектів і кошторисної документації – перевірка технологічного рівня, прогресивності норм і нормативів,

Статистичні розрахунки – одержання наявних та/або прогнозованих величин і якісних характеристик на основі обробки первинної інформації. За допомогою статистичних розрахунків визначають не випадкові характеристики випадкових процесів.

Документалістика – інформаційне моделювання, яке полягає в дослідженні документів, нормативно - правових актів.

1.3.3. Гіпотеза в наукових дослідженнях. Одним з найважливіших структурних елементів науки є гіпотеза. Гіпотезою називають систему умовисновків, наукових пропозицій, за допомогою яких на підставі ряду фактів робиться висновок про існування об'єкта, зв'язки або причини явища, причому висновок цей не є абсолютно достовірним.

Сама гіпотеза носить імовірнісний характер і вимагає перевірки, доказу. Після такої перевірки гіпотеза стає науковою теорією або видозмінюється, а якщо перевірка дає негативний результат, то відкидається зовсім.

Для висування гіпотези необов'язково повна її відповідність фактичному матеріалу досліджень, але гіпотеза повинна перебувати в згоді або, у крайньому випадку, бути сумісною з усіма фактами, яких вона стосується. Для пояснення одних і тих самих явищ та подій можуть висуватися різні гіпотези. З безлічі суперечливих гіпотез, висунутих для пояснення серії фактів, перевага віддається тій гіпотезі, яка пояснює найбільшу кількість фактів. Якщо виникає розбіжність між висунутою гіпотезою й раннє доведеними положеннями певної науки, то беруть під сумнів у першу чергу істинність гіпотези. Але якщо нові аргументи усе більше підкріплюють гіпотезу, то доводиться перевіряти на скільки достовірна та теорія, яка суперечить висунутій гіпотезі. Можна виділити чотири стадії розвитку гіпотези (рис. 1.1.).

При висуванні гіпотези необхідно намагатися з її допомогою пояснити не частину деяких фактів, а всю їхню сукупність. При цьому сформульовані положення не повинні бути логічно суперечливими. Гіпотеза повинна бути гранично простою, тобто такою, яка не вимагає введення нових гіпотез і припущень. Простота виступає своєрідним критерієм, що дають можливість вибирати між декількома різними гіпотезами. Гіпотеза повинна на основі узагальнення вже наявних знань виходити за їхні рамки, формулювати нові положення, істинність яких ще не доведена.

Крім того, гіпотезі притаманно наступне:

– бути достовірною безпосередньо відносно проблеми, яка вирішується

дослідженням, впливати з її суті;

– не тільки пояснювати, але й бути основою для розв'язку проблеми;

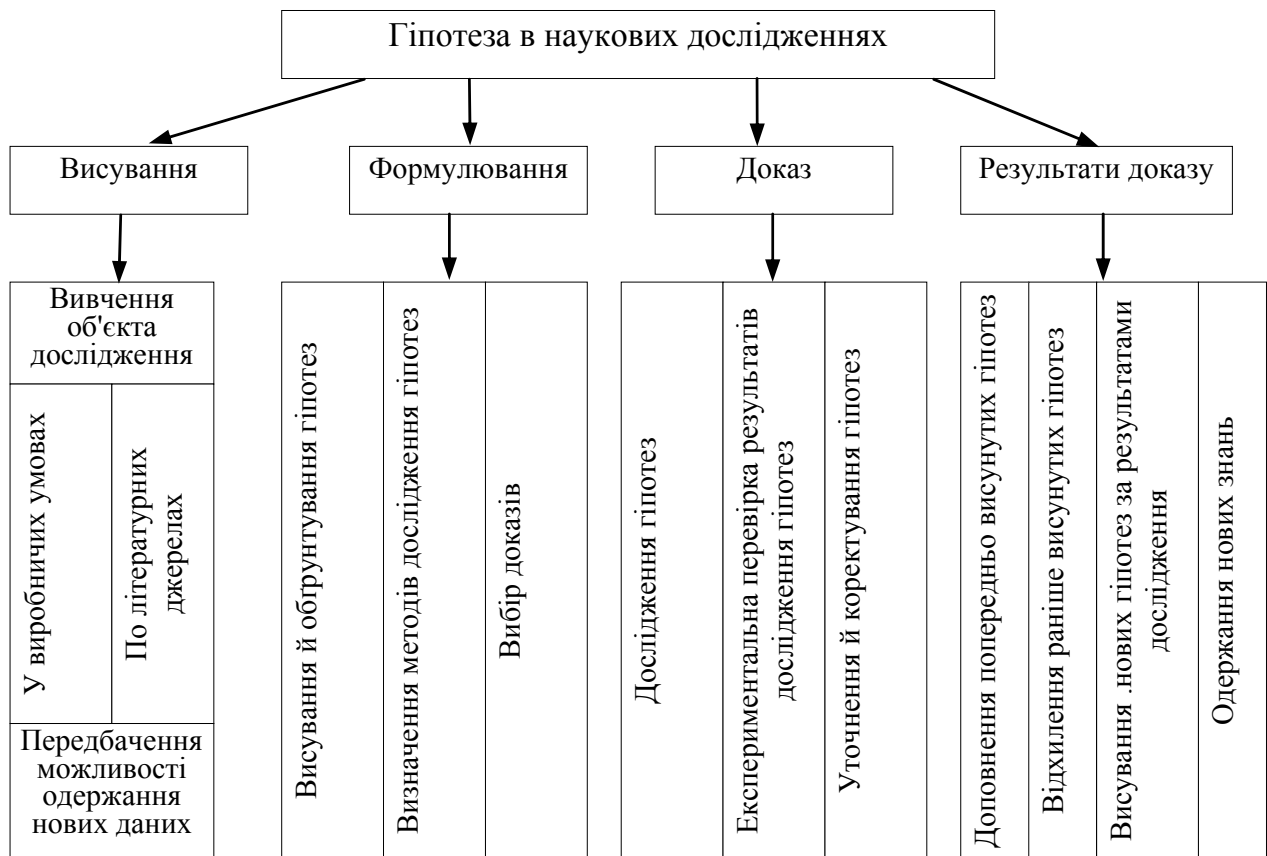


Рисунок 1.1. – Процес висування гіпотези

– мати можливість формалізації (виклад основних положень не тільки логічно, але й за допомогою математичного апарату).

Висування гіпотези – складний творчий процес, у результаті якого окреслюються границі й визначаються основні напрямки всього дослідження. Також гіпотеза виступає основою для визначення тієї системи показників, які необхідні для даного дослідження.

Доказ гіпотези відбувається в процесі її теоретичного дослідження та експериментальної перевірки результатів. На цій стадії гіпотеза, безумовно, уточнюється й видозмінюється залежно від отриманих результатів. Процедура, за допомогою якої встановлюється істинність гіпотези або будь-якого іншого твердження, у логіці називають доказом. При доказі використовують два способи встановлення істини: прямий і опосередкований.

Прямий спосіб полягає в тому, що в процесі практичних дій відбувається зіставлення деякого положення з фактичним станом об'єкта досліджень.

Видами таких практичних дій можуть бути спостереження, експеримент,

демонстрація, вимірювання, розрахунки, облік та інші емпіричні процедури.

Однак у практиці часто істинність гіпотези може бути доведена шляхом умовисновків на основі уже наявних знань у вигляді різних законів і положень. Такий спосіб установлення істини називають *опосередкованим*.

У структурі доказів виділяють такі елементи як теза, аргумент і форма. Твердження, яке підлягає доказу, є *тезою*. Теза повинна бути точно й чітко сформульована і залишатися незмінною протягом усього доказу.

Положення, яке використовується для доказу істинності тези, називають *аргументом*. Аргументами можуть виступати наукові положення істинності яких уже доведена раніше. Аргументи повинні бути достатньо обґрунтованими для доказу тези.

Під формою доказу розуміють спосіб зв'язку аргументів між собою та з тезою, логічну послідовність переходу від аргументу до аргументу, а потім до тези. Формою доказу в наукових дослідженнях можуть бути таблиці, графіки, аналітичні розрахунки, інші матеріальні носії інформації, виконані відповідно до мети дослідження (тези). Існує кілька видів доказів. Найпоширенішими є прямі й опосередковані докази. Прямим доказом називають такий, який являє собою логічний ланцюжок умовисновків, де останньою ланкою є сама теза.

Під опосередкованим доказом розуміють такий логічний ланцюжок умовисновків, при якому доводиться помилковість відхилення тези, і на цій основі робиться висновок про його істинність. Іноді такий спосіб називають «доказом від противного».

1.3.4. Експеримент у наукових дослідженнях. Однієї з найбільш важливих складових частин наукового дослідження є експеримент, який являє собою науково поставлене дослідження або спостереження явища в чітко виражених конкретних умовах які дозволяють досліджувати його хід.

Основною метою експерименту є перевірка теоретичних положень або підтвердження робочої гіпотези, а також більш широке й глибоке вивчення теми наукового дослідження. Розрізняють експерименти природні й штучні (рис. 1.2). Під природнім експериментом розуміють такий експеримент, коли дослідник не вибирає й не готує заздалегідь незалежні змінні, а також не здійснює активного втручання у звичайний хід досліджуваного процесу або явища, а тільки спостерігає за його ходом

і чекає поки в ньому самостійно виникає така ситуація, яка відіграє роль незалежної змінної.

Значним недоліком природнього експерименту є рідкість виникнення відповідної до ситуації й відсутність попередньої спостереження за розвитком природнього ходу події. Однак природній експеримент займає значне місце в арсеналі дослідників, особливо в сфері вивчення складних суспільних і природніх явищ, які вимагають врахування великої безлічі факторів.

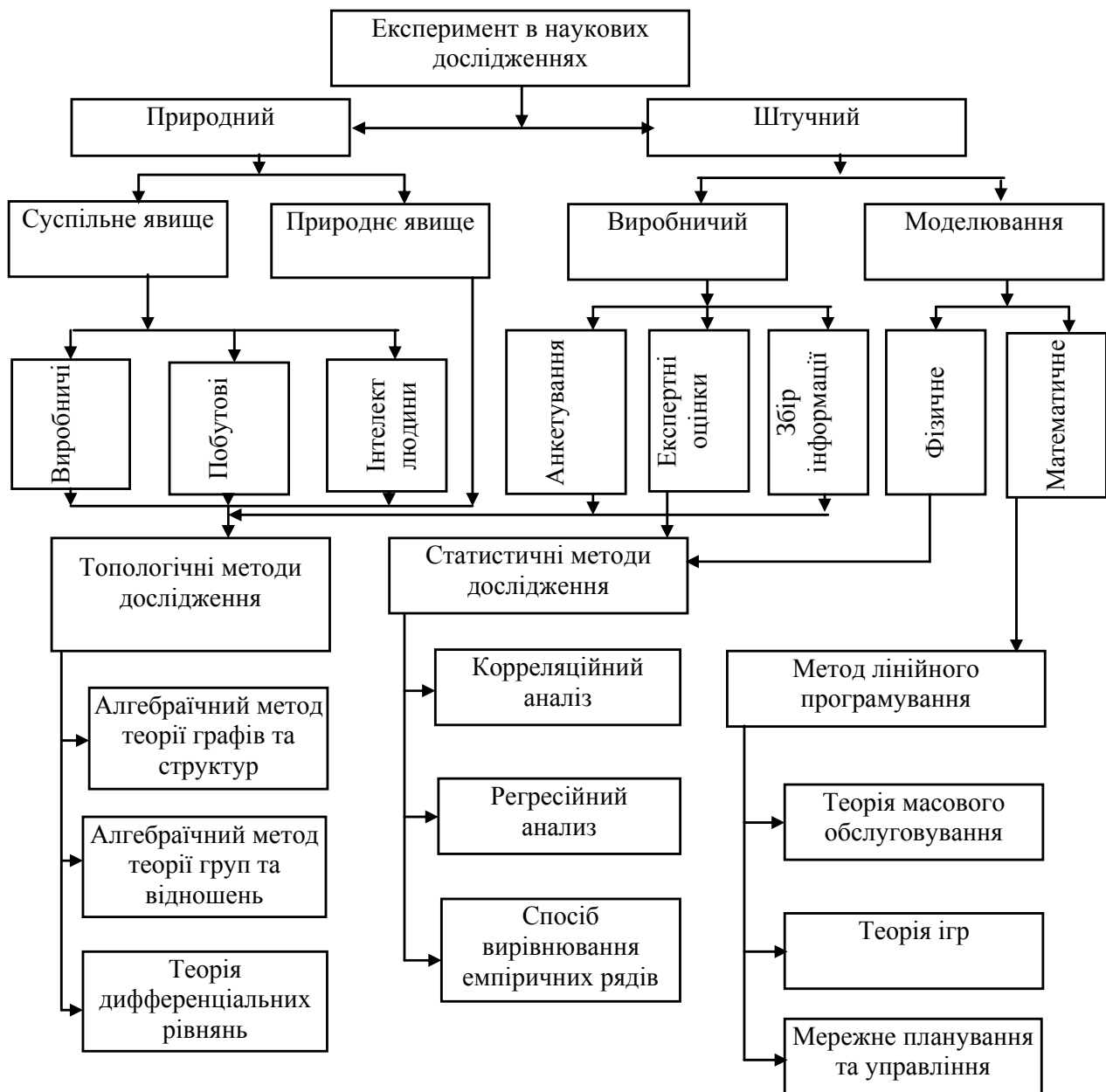


Рисунок 1.2. Схема основних структур експерименту

Штучний експеримент націлений на вивчення явищ, ізольованих у необхідній мірі для того, щоб оцінити їх у кількісних і якісних відносинах. Серед штучних експериментальних досліджень розрізняють *лабораторні й виробничі*.

Лабораторні експерименти являють собою дослідження в штучному середовищі, для чого об'єкт дослідження переноситься зі свого природного середовища в обстановку, яка дозволяє досягти вищого ступеня точності в спостереженні за його поведінкою.

Виробничі експериментальні дослідження мають своєю метою вивчення процесу в реальних умовах з урахуванням впливу різних випадкових факторів виробничого середовища.

1.4. Інформаційне забезпечення наукового дослідження

1.4.1. Основні терміни й поняття. Поняття науково-інформаційної діяльності включає збір, аналітико-синтетична обробка, збереження, пошук і поширення науково-технічної інформації.

Найпоширеніше загальне визначення поняття інформації тлумачить її як відомості про об'єкти і явища навколишнього середовища, відомості про їх параметрах, якість, стан. Наукова інформація підрозділяється на види по областях її одержання й використання (технічна, економічна, медична, культурна й т.п.). Таким чином, науково-технічна інформація – це відомості про документи й факти, отримані у ході наукової, науково-технічної, виробничої й суспільної діяльності.

Завданням інформаційного забезпечення є інформування учасників науково-дослідного процесу про стан досліджуваних об'єктів, їх функціонування та відповідність нормативно-правовим актам і законодавству в господарському механізмі підприємств. Крім того, інформаційне забезпечення є засобом комунікації вчених з питань, які стосуються їхньої професійної діяльності. Інформаційне забезпечення господарського механізму ускладнюється відповідно зростанню бізнесу. Виходячи із завдань інформаційного забезпечення й ролі в науково-дослідному процесі, в основу його класифікації покладена професійна інформаційна комунікація, пізнавальність інформації й зміст інформаційного забезпечення.

Професійна інформаційна комунікація заснована на контактах працівників, зайнятих у науково-дослідному процесі. Виділяють наступні основні види професійної інформаційної комунікації науковців:

Робоча – між членами підрозділу або робочої групи між собою при проведенні наукових досліджень;

Інформаційна пряма – вивчення інформації про стан об'єктів і поведінку

їх у динамічних процесах виробничої й фінансово-господарчої діяльності;

Інформаційна непряма – вивчення нормативно-правових актів, які регулюють поведінка об'єктів дослідження, методичних вказівок, що стосуються виконання науково-дослідних робіт, службова переписка і т.д.;

Інформаційна порівнянна – вивчення даних про виробничу й фінансову діяльність інших підприємств, однієї області й зіставлення їх з даними підприємства;

По ступеню *пізнавальності* інформацію розділяють на нову й релевантну.

Нова інформація відображає новизну запропонованого розв'язку або обґрунтовує причину недоліків, виявлених дослідженням.

Релевантна – це така інформація, зміст якої відповідає інформаційній потребі, міститься в аналогах, прототипі. Опис прототипу повинен здійснюватися лише в тій частині досліджуваних об'єктів, у якій були виявлені недоліки в їхньому функціонуванні, використанні або збереженні.

За *змістом* інформаційне забезпечення науково-дослідного процесу підрозділяють на:

Законодавче – сукупність законів, які регулюють суспільні відносини в області цивільного, трудового, адміністративного права, які використовуються у виробничій і фінансовій діяльності підприємства.

Планове й нормативно-довідкове – сукупність інформації, яка міститься в планах економічного й соціального розвитку об'єкта дослідження, нормах і нормативних витрат матеріальних, трудових і фінансових ресурсів; розмірах платежів у держбюджет і по соціальному страхуванню.

Договірне – господарські угоди, контракти із суб'єктами підприємницької діяльності, складені підприємством і затверджені у встановленому порядку (договори на поставку сировини, товарів і т.д.).

Технологічне – технічна документація щодо технології виготовлення продукції, робіт і послуг, стандарти, проектно-технічна документація та інші, які використовуються на підприємстві.

Організаційно-управлінське – складається зі структури досліджуваного підприємства, його юридичної, госпрозрахункової самостійності й організаційно розпорядча документація, службова переписка.

1.4.2. Типи наукових документів і їх класифікація. Науковим документом у науково-технічній інформації називають носій, на якому зафіксовані наукові дані або науково-технічна інформація з обов'язковим посиланням на те, де, ким і коли він був створений. Розрізняють:

- текстові наукові документи (книги, журнали, звіти і т.д.);
- графічні (креслення, схеми, діаграми);
- аудіовізуальні (звукозаписи, кіно- і відеофільми);

– електронні (записи на електронних носіях, інформація в комп'ютерних мережах).

У практиці науково-інформаційної діяльності документи підрозділяють на *первинні* й *вторинні*. Прийнято вважати, що *первинні* документи містять безпосередні результати наукових досліджень і розробок, нові наукові дані або нове осмислення відомих ідей і фактів. А *вторинні* – результати аналітико-синтетичної й логічної обробки одного або декількох первинних документів або відомості про них.

Видова структура наукових документів наведено в табл. 1.2. та 1.3.

Таблиця 1.2. Видова структура наукових документів

Характер документа	Первинний	Вторинний
Книги, брошури	Монографії, збірники, матеріали конференцій, конгресів, з'їздів, навчальні видання й т.п.	Неперіодичні бібліографічні, реферативні, оглядові видання, енциклопедії, довідкові видання, словники й т.п.
Періодичні	Видання із продовженням, журнали, бюлетені, газети й т.п.	Бібліографічні (покажчики, картотеки), реферативні (картотеки, збірники), експрес інформація, офіційні бюлетені, покажчики промислових каталогів, інформаційні листки та ін.
Спеціальні	Нормативно-технічні документи, промислові каталоги та ін.	Покажчики стандартів і технічних умов, вітчизняних і закордонних винаходів і т.д.

Серед наукових документів розрізняють документи друковані й рукописні. Під друкованим документом розуміють друковану продукцію, яка пройшла редакційно-видавничу обробку (книги, журнали, брошури, збірники наукових праць, підручники й ін.). Класифікація друкованих документів наведена в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 Класифікація друкованих джерел інформації

№ п/п	Вид видання	Характеристика по призначенню
-------	-------------	-------------------------------

1	2	3
1	Офіційні	Публікації законодавства, нормативно-правових актів державних і господарських органів управління.
2	Наукові	Результати наукових, експериментальних і інших досліджень у різних сферах знань.
3	Науково-популярні	Дані з різних галузей науки й техніки, призначені для ознайомлення непрофесійного кола читачів
4	Підручники	Знання наукового й прикладного характеру, зведені в систему, призначені для педагогічних цілей
5	Довідкові	Містять коротку наукову й прикладну інформацію для ознайомлення фахівців про певну галузь знань, а також для наукових досліджень і професійної діяльності

1	2	3
6	Нормативно-виробничі	Правила, норми й нормативи, стандарти, вимоги, призначені для використання у виробництві, менеджменті й в іншій практичній діяльності
7	Рекламні	Відомості про товари, послуги, рекомендовані з метою залучення покупця
8	Патентно-ліцензійні	Право на використання інтелектуальної власності, трудової діяльності в певній сфері виробництва й бізнесі
9	Проспекти	Видання рекламного характеру, що стосуються конкретного виду товару
10	Каталоги	Нормативно-виробничі відомості по різних видах знань наукового й прикладного характеру
11	Інформаційні	Систематичні відомості про видані праці з питань науки й практичної діяльності в різних галузях народного господарства

Книги – це багатосторінкові неперіодичні видання обсягом більше 48 сторінок. *Брошура* – друковане видання обсягом від 5 до 48 сторінок, містить більш оперативну інформацію. Серед книг і брошур велике наукове значення мають монографії, у яких викладаються результати всебічного вивчення однієї проблеми або теми, і які належать одному авторові або невеликій групі авторів (в останньому випадку монографію називають колективною), а також

збірники наукових праць, які містять ряд матеріалів одного або декількох авторів; реферати й різноманітні офіційні або наукові матеріали.

Рукописні, або машинописні, документи – це носії інформації, які не проходили редакційно-видавничу обробку й не видавалися засобами поліграфії (науково-технічні звіти, документи обліку господарської діяльності, дисертації). Особливими машинописними документами є депоновані рукописи, які використовуються як носії інформації в процесі наукових досліджень. *Депонованими* (переданими на зберігання) називають наукові праці, які виконані індивідуально або в співавторстві й розраховані на обмежене коло користувачів. Депонування здійснюється централізовано органами науково-технічної інформації. В Україні це інститут науково-технічної інформації й техніко-економічних досліджень.

Депонування відкриває широкі можливості використання науково-технічної інформації, яка не була опублікована у зв'язку з невеликою кількістю користувачів або з іншої причини. Автори депонованих робіт зберігають, право на їхню публікацію в наукових, науково-технічних і інших виданнях. При публікації необхідно тільки зробити посилання на депонований рукопис і вказати її місце зберігання.

1.4.3. Інформаційне забезпечення наукового дослідження. *(Знання полягає не стільки в запасі відомостей, скільки в умінні знайти потрібні відомості. В. Брюсов).* З початку нашої ери для подвоєння знань пройшло 1750 років, друге подвоєння відбулося в 1900 році, третє – до 1950 року. З 1950 по 1970 роки обсяг знань у людства подвоювався кожні 10 років, з 1970 року – кожні 5 років, а з 1997 року – щорічно. Тому в сучасних умовах необхідно вміти орієнтуватися в стрімко наростаючому потоці знань, швидко знаходити потрібну інформацію.

Підготовчий етап роботи починається зі збору інформації з теми дослідження, її систематизації й аналізу. Робота з науковою інформацією триває увесь час проведення дослідження. Вихідну інформацію можна знайти в науковій літературі, періодичній пресі, інформаційних банках даних, інформаційних мережах, найбільш потужним і динамічним з яких є Інтернет.

Наукова й науково-технічна інформація публікується у виданнях Українського реферативного журналу (УРЖ) «Джерело» – періодичному інформаційному виданні, яке призначене для оперативного оповіщення про виданих на території України наукових видань по всіх дисциплінах. У ньому реферуються монографії, збірники наукових праць, матеріали конференцій, посібника для вузів, серіальні (періодичні та триваючі) видання, автореферати дисертацій, препринти. Джерелом інформації є обов'язковий екземпляр видання, який надходить у Національну бібліотеку України ім. В.І. Вернадського. Запис у реферативному журналі включає

бібліографічний опис документа, реферат або анотацію, шифр зберігання в Національній бібліотеці. УРЖ «Джерело» презентовано в мережі Інтернет:

– <http://www.nbuv.gov.ua> - загальнодержавна реферативна база даних «Україніка наукова» (Web-Сервер Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського);

– <http://www.ipri.kiev.ua> (Web-сервер Інституту проблем реєстрації інформації НАН України).

1.4.3.1. Науково-технічна патентна інформація. Патентна інформація має юридичну й науково-технічну основу. Основною науково-технічною цінністю патентної інформації є описи винаходів, які згідно з патентним законодавством не можуть містити неправильних відомостей і повинні відрізнятися новизною. Основним засобом організації й пошуку інформації у світовому патентному фонді є системи класифікації винаходів (для патентного пошуку).

У ряді країн дотепер застосовуються національні патентні класифікації (НПК). Однак ріст обсягу світового патентного фонду й розвиток міжнародного співробітництва привели до необхідності створення єдиної класифікації – Міжнародної патентної класифікації (МПК). МПК і НПК являють собою багатоступінчасті системи розподілу понять, організовані за принципом від загального до часткового, тобто мають ієрархічну структуру.

МПК створювалася відповідно до положень Європейської конвенції про міжнародну патентну класифікацію (1954 р.).

Органом по впровадженню МПК є міжнародне бюро Всесвітньої організації інтелектуальної власності (ВОІВ). У нашій країні МПК була введена в якості єдиної державної класифікації патентної документації в 1970 р. МПК охоплює всі галузі знань. В інформаційно – пошуковій мові МПК використовуються слова, фрази й словосполучення природньої мови, позначені алфавітно-цифровою нотацією. Усі сфери матеріального виробництва в МПК підрозділяються на розділи, класи, підкласи, групи й підгрупи.

Перший класифікаційний ряд складається з восьми розділів, які позначаються прописними латинськими буквами від А до Н. Розділ підрозділяється на класи, індекси яких складаються з індексу розділу та двохзначного числа, наприклад, А 01. Індекс підкласу складається з індексу класу й прописної латинської букви, наприклад А 01 В.

Кожний підклас розбитий на підрозділи, називані рубриками. Серед рубрик розрізняють основні (головні) групи й підгрупи. Індекс основної групи складається з індексу підкласу, за яким іде одно-, двох- або тризначне число із символом 00 після косої риски, наприклад, А 01 В 1/00.

Підгрупи утворюють рубрики, підпорядковані основній групі. Індекс

підгрупи складається з індексу підкласу, за ним іде одно-, двох- або тризначний номер групи та двох- або тризначний номер (замість 00) після косяки, наприклад А 01 В 01/02.

Патентний фонд має довідково-пошуковий апарат, що включає класифікації винаходів (МПК, НПК), різні показники й таблиці відповідності. До складу показників до систем класифікації входять показник класів винаходів (ПКВ), який включає перелік рубрик класифікації із вказівкою їх підпорядкованості, і алфавітно-предметний показник, що включає перелік ключових понять (термінів), розташованих за абеткою, і віднесених до них відповідних індексів системи класифікації.

1.4.3.2. Галузева бібліографія. Крім загальнонаукових видань, по кожній галузі (фізика, хімія, машинобудування, інформатика, медицина та ін.) є свої галузеві видання. Всі загальнонаукові та галузеві видання проходять ліцензування Міністерства освіти та науки України та одержують статус фахових видань. Публікації результатів досліджень в фахових виданнях є обов'язковим при захисті кандидатських (не менше трьох публікацій) та докторських дисертацій (не менше 20 публікацій). Крім того, авторитетність вітчизняних та зарубіжних видань визначається їх включенням в міжнародні наукометричні бази, репозитарії та пошукові системи (Scopus, Web of Science, Google Scholar Index Copernicus та ін.), які визначають рейтинги видань та індекси цитувань. Серед авторитетних видань в галузі ІТ-технологій слід відзначити такі журнали, як "Кібернетика та системний аналіз", "Проблеми управління и інформатики", "Управляющие системы и машины" – видання Інституту Кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України (м. Київ) та "Системні дослідження та інформаційні технології" – видання НТУУ КПІ. В НТУ "ХПІ" фаховим виданням, яке включено в міжнародні наукометричні бази є періодичне видання – Вісник НТУ "ХПІ", який видається серіями по напрямкам досліджень. Серія "Інформатика та моделювання" заснована кафедрою ОТП у 2001 році та публікує роботи в галузі інформаційних технологій періодичністю 2 рази на рік.

1.4.3.3. Особливості науково-дослідного процесу в умовах автоматизованих систем обробки інформації. На теперішній час впровадження інформаційних технологій виконується на всіх етапах виконання науково-дослідницьких робіт (збір та аналіз вихідної інформації, теоретичні та експериментальні дослідження, інтерпретація результатів та оформлення звітної документації) в усіх галузях досліджень.

При зборі та аналізі науково технічної інформації використовуються глобальні інформаційно пошукові системи, які використовують всі ресурси

Інтернет, а також ресурси наукових установ та бібліотек, де можна знайти не тільки анотації, але і повні тексти наукових робіт. З цією метою багато наукових видань дублюються в інтернет версіях, а в останній час набувають популярності офіційно зареєстровані вітчизняні та зарубіжні інтернет журнали, які мають статус фахових видань.

Використання баз даних окремих підприємств, створює умови для прискорення виконання науково дослідницьких процедур. Для надання юридичної сили електронним документам необхідно виконувати ряд умов.

Документи-оригінали повинні мати наступні реквізити: найменування організації, яка здійснює запис документа; дата складання документа; місцезнаходження організації-укладача документа; код оператора, який записав документ в базу даних. Виходячи з галузевої приналежності підприємств і організацій, міністерства й відомства можуть установлювати також і інші реквізити. Обов'язкові реквізити розташовуються або позиційним способом, або за допомогою міток, які дають можливість однозначно ідентифікувати реквізити. Такі реквізити, як найменування й місцезнаходження організації-укладача документа, позначають нанесенням ідентифікованого коду по загальнодержавних класифікаторах підприємств і організацій, а також системою позначення суб'єктів адміністративного або територіального поділу України. Особливу увагу приділяють правильності заповнення реквізиту «Код оператора», щоб ідентифікацією можна було встановити конкретну особистість, відповідальну за достовірність даних.

Документи-оригінали записують на основі даних, зафіксованих у первинних документах, отриманих по каналах зв'язку, або в процесі автоматизованого розв'язку завдань.

Автентичні (відповідні до оригіналу) записи, зроблені пізніше за часом, називають *дублікатами*. Документи, переписані з оригіналу або дублікатів на інші носії з повною автентичністю називаються *копіями*.

Копії електронних документів, роздруковані машинним способом на паперовий носій, мають юридичну чинність за умови їх автентичності, а також дотримання інших вимог до первинних документів.

При розробці та дослідженні математичних моделей використовується широкий спектр пакетів моделювання, включаючи як загально-математичні (Maple, MatLab, Statistica та ін.), так і спеціалізовані в різних галузях досліджень (OrCad, PCAD). В окремих комп'ютеризованих галузях досліджень є автоматизовані робочі місця (АРМ) дослідника, які дають можливість розв'язати завдання, поставлені перед дослідником у регламентованому або діалоговому режимах, контролювати результати обчислень, робити повторний розрахунки і т.д. Обробка даних алгоритмізована, характеризується багаторазовістю виконання розрахунків у реальному масштабі часу, потребою інформування працівника про хід

обчислень для усунення можливих помилок і прийняття, конкретних заходів щодо приводу внесення змін у методику проведення досліджень.

1.5. Вибір теми наукового дослідження.

Наукова тема – це складне завдання, що вимагає розв'язку. Теми можуть бути теоретичними, практичними й змішаними.

Науковий керівник:

- 1) видає студентові завдання на виконання дипломної роботи;
- 2) допомагає студентові скласти план роботи;
- 3) рекомендує основну літературу, довідкові й архівні матеріали;
- 4) консультує щодо вибору методів дослідження, збору, узагальнення й аналізу матеріалів практики, оформлення роботи;
- 5) контролює виконання завдання;
- 6) перевіряє виконану роботу, становить на неї відкликання.

Планування науково-дослідної роботи має важливе значення для її раціональної організації.

Науково-дослідні організації й освітні установи розробляють плани роботи на рік на основі цільових комплексних програм, довгострокових наукових і науково-технічних програм, господарських договорів і заявок на дослідження, представлених замовниками.

Професори, викладачі й аспіранти виконують науково-дослідні роботи з індивідуальних планів.

Планується й науково-дослідна робота студентів. Плани роботи навчальних закладів і кафедр можуть містити відповідний розділ про Нирсе. За планами працюють студентські наукові кружки й проблемні групи.

У науково-дослідних і освітніх установах по темах науково-дослідних робіт складаються робочі програми й плани-графіки їх виконання. При підготовці монографій, підручників, навчальних посібників і лекцій розробляються плани-проспекти цих робіт.

Робоча програма – це виклад загальної концепції дослідження відповідно до його цілями й гіпотезами. Вона полягає, як правило, із двох розділів: методологічного й процедурного.

Методологічний розділ включає:

- 1) формулювання проблеми або теми;
- 2) визначення об'єкта й предмета дослідження;
- 3) визначення мети й постановку завдань дослідження;
- 4) інтерпретацію основних понять;
- 5) формулювання робочих гіпотез.

Процедурний розділ робочої програми включає:

- 1) принциповий план дослідження;

2) виклад основних процедур збору й аналізу емпіричного матеріалу.

1.6. Оформлення звітної документації.

Завершальним документом, з яким виходить на захист дипломник-магістр, є альбом документів по дипломній роботі магістра, структура якого й вимоги до його складових приводиться нижче.

Альбом документів ДР магістра включає обов'язкові й додаткові текстові документи, а також графічний матеріал, оформлений у вигляді презентації, тверда копія якої є складовою частиною альбому.

Альбом документів ДР оформляється відповідно вимогам СТБУЗ-ХП-2.01-2007 [16] і СТБУЗ-ХП-3.01-2008 [4].

Обов'язкові текстові документи ДР.

Перелік документів наведений у порядку їх комплектування в альбомі:

- 1) Титульний аркуш ДР;
- 2) Відомість документів ДР;
- 3) Завдання на виконання ДР;
- 4) Технічне завдання на НДР (ТЗ, розробляється за рішенням кафедри);
- 5) Звіт про виконання дипломної роботи;

Додаткові документи (можуть бути відсутні).

Необхідність додаткових документів визначається керівником і може включати наступне:

- Специфікація;
- Текст програми;
- Керівництво оператора;
- Програма й методика випробувань;
- Опис програми.

Додаткові документи формуються тільки в тому випадку, якщо розробка доведена до рівня ОКР, при цьому формуються такі документи, як специфікація й ТЗ на ОКР, інші документи – за узгодженням з керівником.

Графічний і ілюстративний матеріал

Обов'язковим графічним матеріалом є презентація Microsoft Powerpoint, обсягом не менш 16-ти слайдів, тверда копія якої – аркуші А4 є складовою частиною альбому.

У презентацію рекомендується виносити ті слайди, які забезпечують ілюстрацію доповіді:

- тема ДР;
- актуальність роботи (із вказівкою рівня НИР) і перелік розв'язуваних завдань;
- результати теоретичних і експериментальних досліджень;

- результати математичного й програмного моделювання, яке може включати розробку алгоритмічного й програмного забезпечення, структур даних, діаграм виконання програм і т.д.
 - результати техніко-економічного обґрунтування, розділів охорони праці й ГО;
 - результати тестових перевірок, оцінка результатів досліджень;
 - висновки по роботі;
 - перелік публікацій магістра й апробацій роботи на конференціях.
- Додатковим ілюстративним матеріалом є зразки розробки й інші матеріали, пропоновані студентом для демонстрації до захисту.

Контрольні питання.

1. Походження й особливості науки.
 2. Наукознавство і його основні розділи.
 3. Структура і класифікація науки. Універсальна десяткова класифікація.
 4. Керування в сфері науки.
 5. Наукові ступені й учені звання.
 6. Підготовка наукових і науково-педагогічних кадрів в Україні.
- Науково-дослідна робота студентів.
7. Мета і задачі науки. Об'єкти наукових досліджень і їхня класифікація.
 8. Поняття методу і методології наукових досліджень. Філософські і загальнонаукові методи наукового дослідження.
 9. Загальні і спеціальні методи наукового дослідження.
 10. Гіпотези в наукових дослідженнях.
 11. Експеримент у наукових дослідженнях.
 12. Інформаційне забезпечення наукового дослідження. Основні терміни і поняття.
 13. Наукові документи і їхня класифікація.
 14. Друкована інформація, класифікація.
 15. Науково-технічна патентна інформація. Галузева бібліографія.
 16. Особливості науково-дослідного процесу в умовах розвитку інформаційних технологій. Вибір теми наукового дослідження.
 17. Планування науково-дослідної роботи. Оформлення звітної документації.

Розділ 2. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Моделювання в наукових дослідженнях.

2.1.1. Принципи математичного моделювання.

Модель є основою метода моделювання, який на сьогодні прийняв загальнонауковий характер та широко застосовується в наукових дослідженнях.

В основу класифікації моделей може бути покладена ступінь абстрагування моделі від оригіналу. В цьому випадку всі моделі можна розділити на дві групи: матеріальні (або фізичні) і абстрактні (або математичні).

В свою чергу, фізичні моделі можна поділити на: натурні, квазінатурні, масштабні та аналогові.

Натурні моделі - це реально досліджувані системи, їх називають макетами і дослідними зразками. Натурні моделі повністю адекватні системі-оригіналу.

Масштабна модель - це система тієї ж фізичної природи, що і оригінал, але відрізняється від нього масштабами. Методологічною основою такого моделювання є теорія подібності, котра передбачає дотримання геометричної подібності оригіналу і моделі та відповідних масштабів для їх параметрів.

Аналоговими моделями називаються системи, котрі мають фізичну природу, що відрізняється від оригіналу, але подібні з оригіналом процеси функціонування. Обов'язковою умовою при цьому є однозначна відповідність між параметрами об'єкта і його моделі, а також тотожність безрозмірних математичних описів процесів, що протікають в них. Для створення аналогової моделі необхідний математичний опис системи, що вивчається.

В якості аналогових моделей використовуються механічні, гідравлічні та інші моделі, але найбільше поширення одержали електричні та електронні аналогові моделі. В них величина струму чи напруги є аналогами фізичних величин іншої природи.

Зміст фізичного моделювання полягає в тому, щоб за результатами досвідів на моделі можна було вірогідно оцінювати характер ефектів і кількісні взаємозв'язки між величинами, що визначають фізично подібне явище в натурних умовах.

Основою фізичного моделювання служить *теорія подоби*, яка, у свою чергу, опирається на *аналіз размерностей*. Опираючись на експериментальні результати, отримані при дослідженні конкретного явища, теорія подоби

дозволяє проводити обґрунтовані узагальнення на групу явищ, для яких, як правило, відомі функціональні залежності між змінними величинами. Зокрема, це виражається в тому, що теорія подоби дає можливість поширювати результати експерименту на умови, відмінні від тих, при яких проводився експеримент, прогнозувати протікання явищ.

Об'єкти (явища, процеси, системи) є *подібними*, якщо в сходственні моменти часу в сходственных крапках об'єктів значення змінних величин, що характеризують стан одного об'єкта (натури), пропорційні відповідним до значень величин іншого об'єкта (моделі).

Із цього визначення випливає, що в подібних об'єктах характеристики натурного об'єкта можуть бути отримані простим перерахуванням з характеристик модельного об'єкта, які, як правило, встановлюються експериментально.

Для всіх величин даної розмірності таким множником є *коефіцієнт подоби* (множник масштабного перетворення).

Математичним моделюванням (Абстрактні моделі) називається метод вивчення явищ, процесів, об'єктів із застосуванням моделей, заснованих на ідентичності математичного опису процесів в оригіналі й моделі.

Серед абстрактних моделей розрізняють гносеологічні, інформаційні, сенсуальні (чуттєві), концептуальні та інші.

Концептуальна модель – це абстрактна модель, що виявляє причинно-наслідкові зв'язки, котрі притаманні досліджуваному об'єкту. Ці зв'язки істотні в рамках певного дослідження.

Математичні моделі за методом їх дослідження та ознакою подальшого використання поділяють на аналітичні, чисельні, імітаційні, діагностичні та ін.

У цей час можна вважати сложившимися два підходи до вивчення складних керованих процесів математичними методами.

Перший з них природно називати «математичним програмуванням». Він полягає в тому, що розробляється математична (аналітична) модель процесу, що зв'язує його внутрішні характеристики, що й впливають на нього зовнішні фактори, у числі яких перебувають і керування, і ставиться завдання на визначення таких керувань процесом, які доставляють екстремум деякому функціоналу, що характеризує якість керування.

Другий підхід до вивчення складних процесів пов'язаний з імітаційним моделюванням. Уважається, що для застосування імітації повинні бути достатні підстави:

- не існує закінченої математичної постановки даного завдання, або ще не розроблені методи математичного програмування або аналітичні методи розв'язку такого роду завдань;

- методи є, але вони настільки складні, що імітаційне моделювання є більш простим способом розв'язку завдання;

- методи математичного програмування або аналітичні методи існують, але їх реалізація неможлива через недостатню підготовленість ЛПР (обличчя, що ухвалює розв'язок).

Мистецтво моделювання полягає в здатності аналізувати проблему, виділяти з неї шляхом абстрагування її істотні риси, вибирати й належним чином модифікувати основне припущення, що характеризує систему, а потім відпрацьовувати й удосконалювати модель доти, поки вона не буде давати корисні для практики результати.

Гарна модель повинна бути:

- простий і зрозумілої користувачеві;
- цілеспрямованої;
- надійної в змісті гарантії від одержання абсурдних відповідей;
- зручної в керуванні й звертанні, тобто спілкування з нею повинне бути легеньким;

- повної з погляду можливостей розв'язку головних завдань;
- адаптивної, що дозволяє легко переходити до інших модифікацій або оновлювати дані;

-, що допускає поступові зміни в тому розумінні, що будучи на початку простий, вона може у взаємодії з користувачем ставати усе більш складною.

Модель вважається *адекватною* об'єкту – оригіналу, якщо вона з достатнім ступенем наближення на рівні розуміння моделіруемого процесу дослідником відбиває закономірності процесу функціонування реальної системи в зовнішньому середовищі.

Принципи математичного моделювання

Математичне моделювання засноване на наступних принципах:

1. *Принцип інформаційної достатності.* При повній відсутності інформації про досліджувану систему побудова її моделі неможливо. При наявності повної інформації про систему її моделювання позбавлене змісту. Існує деякий критичний рівень апріорних відомостей про систему (рівень інформаційної достатності), при досягненні якого може бути побудована її адекватна модель.

2. *Принцип осуцествимості.* Створювана модель повинна забезпечувати досягнення поставленої мети дослідження з імовірністю, що суттєво відрізняється від нуля, і за кінцевий час. Звичайно задають деяке граничне значення P_0 імовірності досягнення мети моделювання $P(t)$, а також прийнятну границю t_0 часу досягнення цієї мети. Модель вважають здійсненою, якщо може бути виконана умова $P(t_0) \geq P_0$.

3. *Принцип множинності моделей.* Даний принцип є ключовим. Він означає, що створювана модель повинна відбивати в першу чергу ті

властивості, які впливають на обраний показник ефективності.

Відповідно при використанні будь-якої конкретної моделі пізнаються лише деякі сторони реальності. Для більш повного її дослідження необхідний ряд моделей, що дозволяють із різних сторін і з різним ступенем детальності відбивати розглянутий процес.

4. *Принцип агрегування.* У більшості випадків складну систему можна представити, що полягає з агрегатів (підсистем), для адекватного математичного опису яких виявляються придатними деякі стандартні математичні схеми. Принцип агрегування дозволяє, крім того, досить гнучко перебудовувати модель залежно від завдань дослідження.

5. *Принцип параметризації.* У ряді випадків моделювана система має у своєму складі деякі відносно ізольовані підсистеми, що характеризуються певним параметром, у тому числі векторним. Такі підсистеми можна замінити в моделі відповідними числовими величинами, а не описувати процес їх функціонування. При необхідності залежність значень цих величин від ситуації може задаватися у вигляді таблиці, графіка або аналітичного вираження (формули). Принцип параметризації дозволяє скоротити обсяг і тривалість моделювання. Однак параметризація знижує адекватність моделі.

2.1.2. Етапи математичного моделювання

Ступінь реалізації вищевказаних принципів моделювання для кожного конкретного завдання може бути різної. Причому це залежить не тільки від бажання розроблювача, але й визначається прийнятою технологією моделювання.

Технологія моделювання припускає виконання наступних дій:

- визначення мети моделювання;
- розробка концептуальної моделі об'єкта;
- формалізація моделі;
- аналітична й/або програмна реалізація моделі;
- планування модельних експериментів;
- постановка експерименту;
- аналіз і інтерпретація результатів моделювання.

Зміст перших двох етапів практично не залежить від математичного методу, покладеного в основу моделювання. Реалізація ж інших етапів суттєво різниться для кожного із двох основних підходів до побудови моделі.

Аналітичне моделювання припускає використання математичної моделі реального об'єкта у формі алгебраїчних, диференціальних, інтегральних і інших рівнянь, що зв'язують вихідні змінні із вхідними, доповненими системою обмежень, що накладаються. При цьому передбачається існування однозначної обчислювальної процедури одержання точного розв'язку

рівняння.

При *імітаційному моделюванні* використовується математична модель відтворює алгоритм («логікові») функціонування досліджуваної системи в часі при різних комбінаціях значень параметрів системи й зовнішнього середовища.

Загальна мета моделювання в процесі ухвалення рішення – це визначення (розрахунки) значень обраного показника ефективності для різних стратегій проведення операції (або варіантів реалізації проектованої системи). При розробці конкретної моделі ціль моделювання повинна уточнюватися з урахуванням використовуваного критерію ефективності. Для відповідності критерію придатності модель, як правило, повинна забезпечувати розрахунки значень показника ефективності для всього безлічі припустимих стратегій.

При використанні критерію оптимальності модель повинна дозволяти безпосередньо визначати параметри досліджуваного об'єкта, що дають екстремальне значення показника ефективності.

2.2. Статистичні і ймовірнісні методи досліджень.

2.2.1. Статистична сукупність

Явища життя, як і взагалі всі явища матеріального світу, мають дві нерозривно зв'язані сторони: якісну, сприйману безпосередньо органами почуттів, і кількісну, що виражається числами за допомогою рахунку й заходу.

Безсумнівно, що кількісні методи як більш об'єктивні й точні мають перевагу перед якісною характеристикою предметів.

Самі по собі результати вимірів, хоча й мають відоме значення, ще недостатні для того, щоб зробити з них необхідні висновки. Цифрові дані, зібрані в процесі масових випробувань – це всього лише сирий фактичний матеріал, який потребує відповідної математичної обробки. Без обробки – упорядкування й систематизації цифрових даних не вдається витягти укладену в них інформацію, оцінити надійність окремих сумарних показників, переконатися у вірогідності спостережуваних між ними відмінностей. Ця робота вимагає від фахівців певних знань, умінь правильно узагальнювати й аналізувати зібрані в досвіді дані. Система цих знань і становить зміст статистики – науки, що займається головним чином питаннями аналізу результатів досліджень у теоретичній і прикладній галузях науки.

Вивчення явищ проводяться не за окремими спостереженнями, які можуть виявитися випадковими, нетипові, що неповно виражають сутність

даного явища, а на безлічі однорідних спостережень, що дає більш повну інформацію про досліджуваний об'єкт. Деяка безліч щодо однорідних предметів, поєднаних по тому або іншій ознаці для спільного вивчення, називають статистичною сукупністю. Сукупність поєднує якесь число однорідних спостережень або реєстрацій.

Елементи, що входять до складу сукупності, називаються її членами, або варіантами. Варіанти – це окремі спостереження або числові значення ознаки. Так, якщо позначити ознака через X (велике), те його значення або варіанти будуть позначатися через x (мале), тобто $x_1, x_2, \dots$ і т.д. Загальне число варіантів, що входять до складу даної сукупності називається її обсягом і позначається буквою n (мале).

Коли обстеженню зазнає вся сукупність однорідних об'єктів у цілому, її називають загальною, генеральною сукупністю. Прикладом такого роду суцільного опису сукупності можуть служити загальнодержавні переписи населення, поголовний статистичний облік тварин у країні. Зрозуміло, повне обстеження генеральної сукупності дає найбільш повноцінну інформацію про її стан і властивостях. Тому природно прагнення дослідників до того, щоб в у сукупність поєднувалося як можна більше число спостережень.

Однак у дійсності рідко доводиться прибівати до обстеження всіх членів генеральної сукупності. По-перше, тому, що ця робота вимагає великої витрати часу й праці, а по-друге, вона не завжди здійсненна із цілого ряду причин і різних обставин. Так що замість суцільного обстеження генеральної сукупності вивченню зазнає звичайно якась її частина, що одержала назву вибіркової сукупності, або вибірки. Вона являє собою той зразок, по якому судять про всю генеральну сукупність у цілому.

Визначення.

Сукупність $X_1, X_2, \dots, X_n$ n -незалежних випадкових величин X_i , розподілених по тому самому закону, що збігається із законом розподілу генеральної сукупності, називається вибіркою обсягу n з генеральної сукупності X .

Сукупність $x_1, x_2, \dots, x_n$, отримана в результаті n експериментів називається реалізацією вибірки.

Вимоги до вибірки

1. Вибірka повинна бути цілком представницькою, або типовою (репрезентативною), тобто щоб до її складу входили переважно ті варіанти, які найбільше повно відбивають генеральну сукупність. Тому, щоб приступитися до обробки вибірових даних, їх уважно переглядають і видаляють явно нетипові варіанти.

2. Вибірka повинна бути об'єктивною. При утворі вибірки не можна надходити по сваволі, включати до її складу тільки ті варіанти, які

видадуться типовими, а всі інші бракувати. Доброякісна вибірка повинна проводитися за принципом випадкового відбору, без впливів на її склад.

3. Вибірka повинна бути якісно однорідної. Не можна включати до складу однієї й тієї ж вибірки дані, отримані в різних умовах.

2.2.2. Угрупування результатів спостережень

Зазвичай результати дослідів і спостережень заносяться у вигляді цифр в облікові картки або журнал – виходить відомість або реєстр. Такі первісні документи, як правило містять відомості не про одне, а про декілька ознаках, по яким проводилися спостереження. Першим кроком на шляху обробки такого матеріалу є впорядкування, систематизація його – угрупування варіант у статистичні таблиці або ряди.

Однієї з найпоширеніших форм угрупувань вибірових даних служать статистичні таблиці. Вони мають ілюстративне значення, показуючи якісь загальні підсумки, положення окремих елементів у загальній серії спостережень.

До іншої форми первинного угрупування вибірових даних ставиться спосіб ранжирування, тобто розташування варіант у певному порядку – по зростаючими або убутним значенням ознаки. У результаті виходить так званий ранжирований ряд, який показує в яких межах і яким образом варіює дана ознака. Наприклад, є вибірка наступного складу:

5,2,1,5,7,9,3,5,4,10,4,5,7,3,5, 9,4,12,7,7

Видно, що ознака змінюється від 1 до 12 якихось одиниць. Розташовуємо варіант у зростаючому порядку:

1,2,3,3,4,4,4,5,5,5,5,7,7,7,7,9,9,10,12.,

У результаті вийшов ранжирований ряд значень ознаки, що варіює.

Зовсім очевидно, що спосіб ранжирування в тому виді, як він тут показаний, застосуємо лише до вибірок малого обсягу.

При великій кількості спостережень ранжировать вибірову сукупність прийняте у вигляді подвійного ряду, тобто із вказівкою частоти або повторюваності окремих варіант ранжированого ряду. Такий подвійний ряд ранжированих значень ознаки називається варіаційним рядом або поруч розподілу. Найпростішим прикладом варіаційного ряду можуть служити ранжировані вище дані, якщо їх розташувати в такий спосіб:

Значення ознаки

(варіанти)	1	2	3	4	5	7	9	10	12
повторюваність									
(варіант) частоти	1	1	2	3	5	4	2	1	1

Варіаційні ряди бувають двох видів: переривчасті й безперервні. Переривчастий варіаційний ряд виходить при розподілі дискретних величин. Якщо ж ознака варіює безупинно, то він розподіляється в безперервний варіаційний ряд.

Для побудови варіаційного ряду, що дискретно варіює ознаки досить усю сукупність спостережень розташувати у вигляді ранжируваного ряду, указавши частоти окремих варіантів.

Щоб побудувати варіаційний ряд ознак, що безупинно варіюють, потрібно всю варіацію від мінімального до максимального варіанта розбити на окремі групи або проміжки (від- до), називані класами, а потім розподілити всі варіанти сукупності по цих класах.

Розбивка загальної варіації на класи проводиться в масштабі класового інтервалу, який повинен бути однаковим для всіх класів варіаційного ряду. Величина класового інтервалу позначається через i (від слова intervalum – проміжок, відстань); вона визначається по наступній формулі

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3.32 \lg n}, \quad (2.1)$$

де: i – класовий інтервал, який береться цілим числом;

$x_{\max} - x_{\min}$ - максимальна й мінімальна варіанти вибірки;

$\lg n$ – логарифм числа класів, на які розбивається вибіркова сукупність.

Число класів установлюється довільно, але з урахуванням тієї обставини, що число класів перебуває в деякій залежності від обсягу вибірки. На малих вибірках не слід установлювати менше 5-6 класів. При наявності ж 100-150 варіант число класів можна довести до 12-15. Якщо ж сукупність складається з 200-300 варіант, то її розбивають на 15-18 класів і т.д.

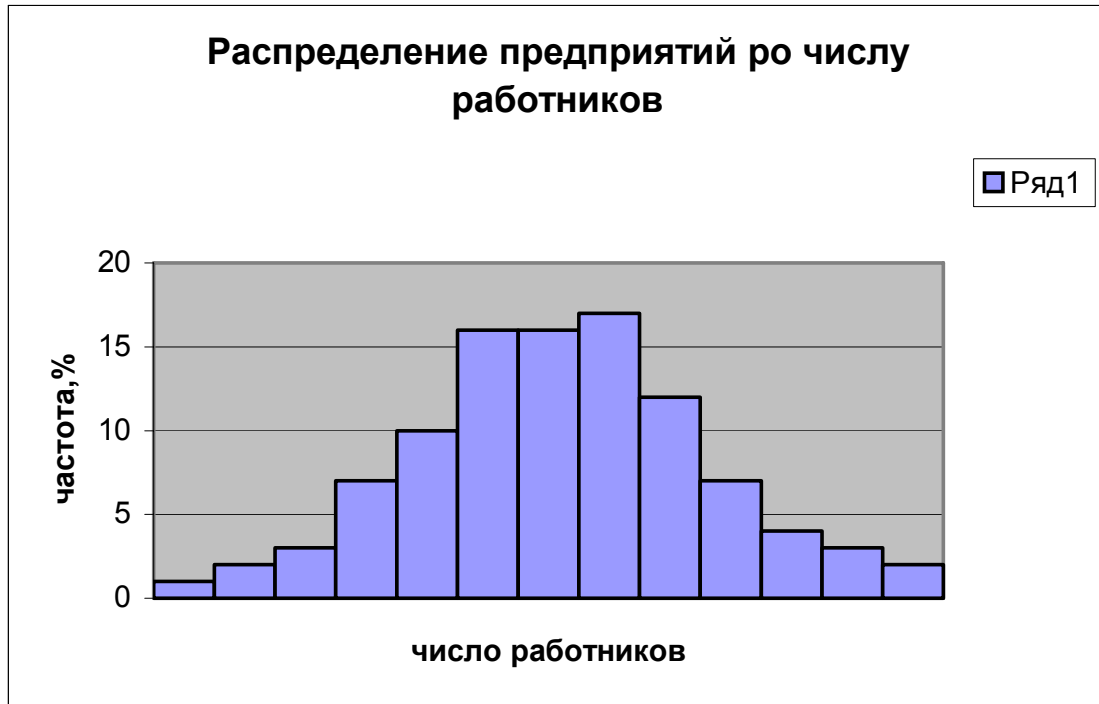
Сума всіх частот варіаційного ряду повинна рівнятися обсягу вибірки

$$\sum p = n,$$

(p – частота, n – обсяг вибірки).

Закінчивши рознесення варіант і підрахувавши їх число для кожного класу, одержуємо безперервний варіаційний ряд. Його треба перетворити в переривчастий варіаційний ряд. Для цього беремо напівсуми крайніх значень класів.

Угрупування вибірових даних у вигляді варіаційного ряду має двояке призначення: по-перше, як допоміжна операція вона необхідна при обчисленні сумарних показників, а по-друге, ряди розподілу показують закономірність варіювання ознак, що дуже важливо. Щоб виразити цю закономірність більш наочно, прийнято зображувати варіаційні ряди



графічно у вигляді гістограми (рис. 2.1.)

Рис.2.1.Розподіл підприємств по числу працівників

Гістограма зображує розподіл варіант при безперервному варіюванні ознаки. Прямокутники відповідають класам, а їх висота – кількості варіант, ув'язнених у кожному класі. Якщо із серединних крапок вершин прямокутників гістограммы вилучити перпендикуляри на вісь абсцис, а потім ці крапки з'єднати між собою, вийде графік безперервного варіювання, називаний полігоном або щільністю розподілу.

2.2.3. Середні величини й способи їх обчислення

Якщо $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ вибірка, те $\tilde{a} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ називається вибірковою функцією (оцінкою).

$\hat{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - реалізація вибіркової функції (реалізація оцінки).

Розглянемо деякі вибіркові функції й методи їх обчислення .

Будь-які ознаки, якщо вони виражаються за допомогою рахунку або заходу, набувають значення математичних величин. Щоб одержати більш-менш точну й об'єктивну характеристику величини, що варіює, прибігають до різного роду сумарним числовим показникам. Найбільше часто **середня величина**. Вона дає сумарну характеристику будь-якої ознаки.

Існує кілька видів середніх, які використовуються в статистику: середня арифметична, середня гармонійна, середня квадратическая, середня кубічна, середня геометрична, а також допоміжні середні показники: мода й медіана.

Значення середньої арифметичної, яка є оцінкою математичного очікування випадкової величини X є не що інше, як частка від розподілу суми всіх варіант сукупності на їхнє число, тобто

$$\tilde{m} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (2.3)$$

n – загальне число варіант, або обсяг вибіркової сукупності.

Середня арифметична виражається тими ж одиницями заходу або рахунку, що й характеризуєма нею ознака. Неважко зрозуміти, що при повторюваності окремих варіант середню арифметичну можна представити як суму добутків окремих варіант на їхні частоти, віднесену до загального числа всіх варіант даної сукупності, тобто як

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot p}{n} = \frac{1}{n} \sum x \cdot p \quad (2.4.)$$

Значення середньої арифметичної, що обчислюється по формулі (2.4), називається зваженої середньої на тій підставі, що окремі варіанти з різною частотою, що зустрічаються в сукупності по різному визначають значення середньої величини.

Іноді ознаки, з якими доводиться мати справа, виражаються або мірами об'єму, або заходом площі.

Середня квадратическая рівна:

$$\bar{x}_{kv} = \sqrt{\frac{\sum px^2}{n}} \quad (2.5.)$$

Ця характеристика застосовується при визначенні середнього розміру якої-небудь поверхні.

Наприклад, поблизу підприємства замічене відкладання шкідливих речовин плямами різного діаметра (у метрах) (табл.6.5)

Середня кубічна рівна

$$\bar{x}_{кб} = \sqrt[3]{\frac{\sum px^3}{n}} \quad (2.6.)$$

Середня кубічна використовується при визначенні середніх обсягів різних величин. Наприклад, для визначення сорту курячих яєць.

У варіаційних рядах середні величини характеризуються медіаною й модою.

Медіана- показник описового характеру – не залежить від параметричних характеристик ряду. Вона служить серединою варіаційного ряду, по обидві сторони однакове число варіант.

Модой називається найбільше часто зустрічаюча величина.

2.2.4. Дисперсія, середнє квадратичне відхилення й коефіцієнт варіації

Середня арифметична служить однієї з найважливіших характеристик варіаційного ряду. Але вона нічого не говорить про величину варіації характеризуемого ознаки. Не містять такої інформації й інші розглянуті середні показники. А без обліку діапазону мінливості, розмаху варіації не можна дати повну характеристику досліджуваного ознаки.

Щоб подолати недоліки розглянутого показника, прийняте відхилення варіант від середньої арифметичної підносити до квадрата й суму квадратів відхилень відносити до загального числа спостережень, тобто до обсягу вибірки. Цей показник характеризує дисперсію й виражається наступною формулою:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum (x - \bar{x})^2 \quad (2.7.)$$

При зведенні відхилень варіант від середньої арифметичної у квадрат їх сума не перетворюється в нуль. Крім того, більші відхилення від середньої будучи зведені у квадрат одержують і більшу питому вагу, виявляючи більший вплив на величину показника варіації.

Однак, зводячи відхилення варіант у квадрат від середньої арифметичної, ми штучно збільшуємо й сам показник варіації. Щоб подолати це береться корінь квадратний із зазначеного відношення. Отриманий у такий спосіб показник називається **середнім квадратичним відхиленням**.

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{pa^2}{n}} \quad (2.8.)$$

Вибірка, у якій розсіювання варіант близько середньої арифметичної більше, характеризується й більшою величиною середнього квадратичного відхилення й навпаки.

З теоретичної статистики відомо, що варіація генеральної сукупності більше варіації вибірки, узятій з даної генеральної сукупності, у середньому в $\frac{n}{n-1}$ раз. На цій підставі у формулу (2.7) слід внести виправлення, побравши в якості множника підкореневого вираження величину $\frac{n}{n-1}$. У результаті формула (6.7.) перетвориться в такий спосіб:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} \cdot \frac{n}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n-1}} \quad (2.9)$$

Величина (n-1) називається числом ступенів свободи. Вона показує, що в обмеженій сукупності всі варіанти вільні ухвалювати будь-які значення, крім однієї, значення якої визначається різницею між сумою всіх інших варіант і обсягом вибірки.

Але тому що середнє квадратическое відхилення залежить від абсолютної величини самих варіант і є величиною іменованою, його не можна використовувати для порівняльної оцінки показників, виражених різними одиницями заходу.

Зазначений недолік середнього квадратического відхилення, як мірила мінливості ознак усувається, якщо виразити цей показник у відсотках від величини середньої арифметичної даного розподілу. Отриманий у такий спосіб показник називається **коефіцієнтом варіації** й позначається буквою C:

$$C = \frac{100 \cdot \sigma}{\bar{x}} \% \quad (2.10)$$

У теоретичній і прикладній статистиці велике значення має нормування, що дозволяє використовувати середнє квадратическое відхилення для оцінки окремих варіант стосовно їхньої середньої величини даної сукупності. Такого роду оцінка проводиться по різниці між варіантою і середньої арифметичної, віднесеної до величини середнього квадратического відхилення, тобто

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \quad (2.11.)$$

Тут t – називається *нормованим відхиленням*.

2.2.4. Випадкові величини і їх оцінки.

Розглянута раніше оцінка маточікування $\tilde{m}$ є у свою чергу також

випадковою величиною.

$$M[\tilde{m}] = M \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n M[X_i]}{n} = \frac{n\bar{m}}{n} = \bar{m}$$

$$D[\tilde{m}] = D \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n D[X_i]}{n^2} = \frac{n\bar{d}}{n^2} = \frac{\bar{d}}{n}$$

де $\bar{m}, \bar{d}$ - дійсні значення математичного очікування й дисперсії оцінки $\tilde{m}$.

У силу центральної граничної теореми можна вважатися, що при $n \rightarrow \infty$, розподіл оцінки $\tilde{m}$ буде наближатися до нормального.

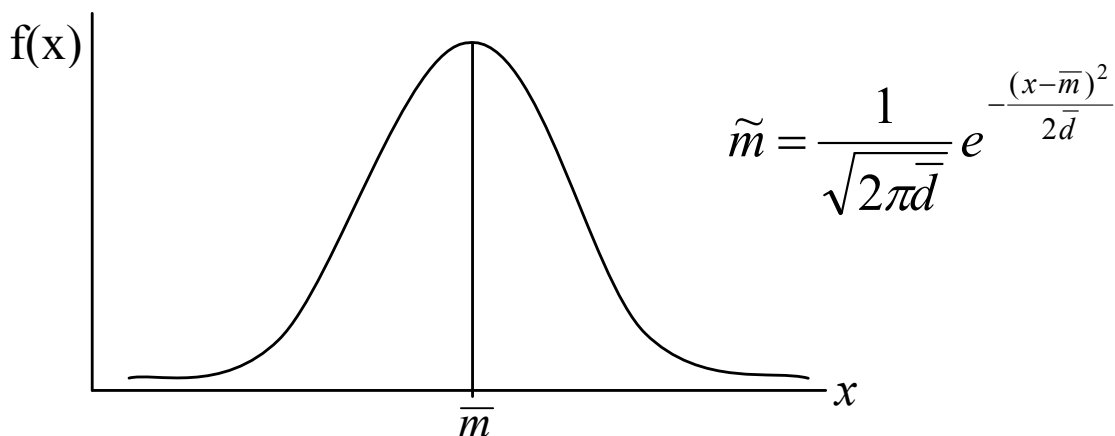


Рис. 2.2. Функція щільності ймовірності оцінки

Вибіркова функція, що дозволяє розрахувати дисперсію випадкової величини виглядає в такий спосіб :

$$\tilde{d} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \tilde{m})^2}{n - 1}$$

Перераховані оцінки називаються крапковими. Для крапкових оцінок звичайно висуваються наступні вимоги :

$$M[\tilde{a}] = \bar{a} \quad (\text{незсміщеність оцінки})$$

$$D[\tilde{a}] \rightarrow \min \quad (\text{ефективність оцінки})$$

$$P[\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{a}] \rightarrow \bar{a} \quad (\text{заможність оцінки})$$

Усі оцінки є випадковими величинами й для визначення їх характеристик потрібно знати закони їх розподілу. При статистичних дослідженнях використовуються головним чином чотири види розподілу, зразковий вид яких наведений на мал.3.

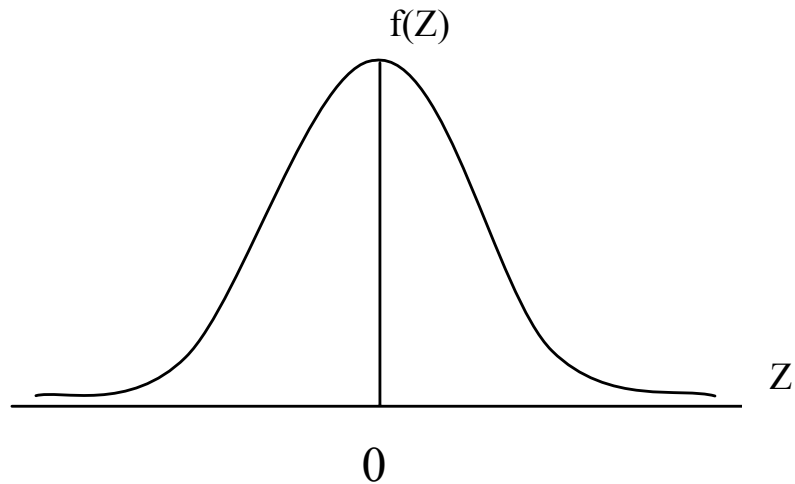


Рис. 2.3(а). Нормальний закон розподілу з нульовим математичним очікуванням і одиничною дисперсією.

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \quad (\sigma = 1, m = 0)$$

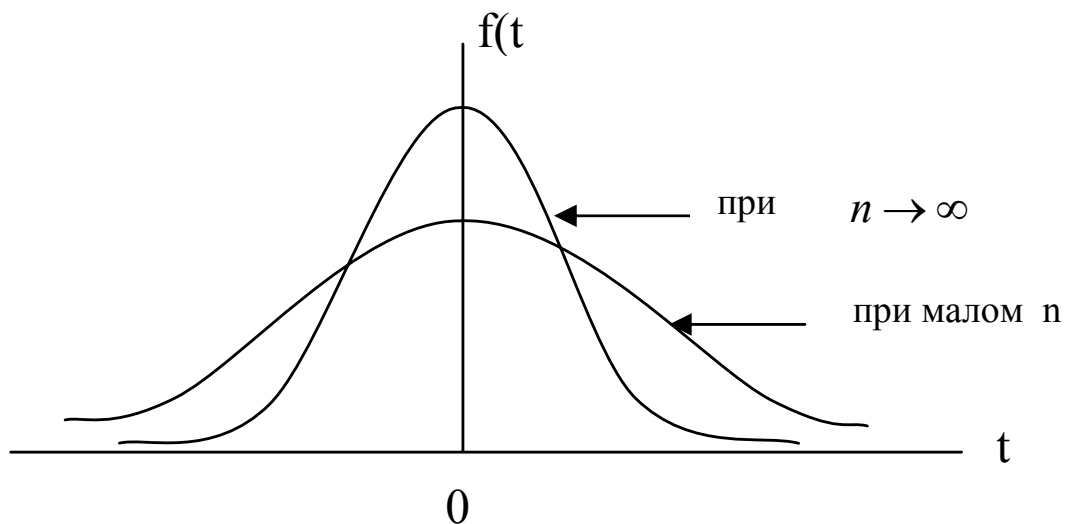


Рис. 3(б). Розподіл Стюдента

$$S(n) = \frac{Z}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n Z_i^2}{n}}}$$

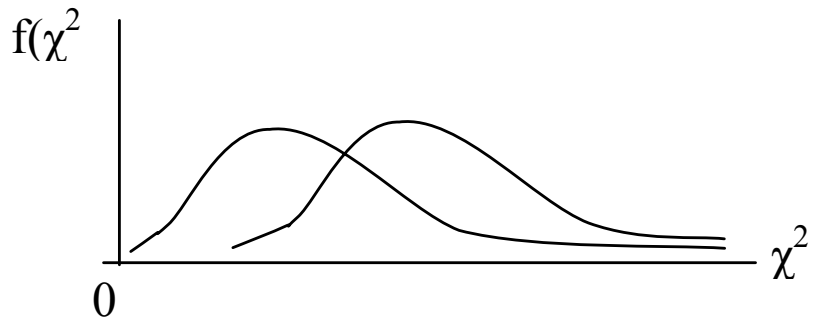


Рис. 3(в). Розподіл χ^2 (хи квадрат)

$$U(n) = \sum_{i=1}^n Z_i^2$$

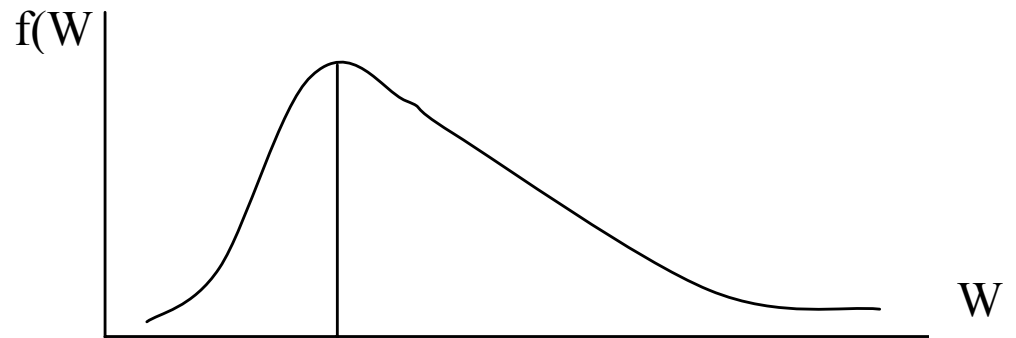


Рис. 03(г). Розподіл Фишера

n_1 – число ступенів свободи чисельника.

n_2 – число ступенів свободи знаменника.

$$F(n_1, n_2) = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} Z_i^2}{n_1}}{\frac{\sum_{i=1}^{n_2} Z_i^2}{n_2}}$$

Рис. 3. Основні закони розподілу що використовуються в статистиці.

2.3. Методи розрахунку статистичних характеристик і перевірки гіпотез.

Вибірки й вибіркові функції. Як було відзначено раніше в 2.2, сукупність $X_1, X_2, \dots, X_n$ n -незалежних випадкових величин X_i , розподілених по тому самому закону, що збігається із законом розподілу генеральної сукупності, називається вибіркою обсягу n з генеральної сукупності X .

Якщо $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ вибірка, то $\tilde{a} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ називається вибірковою функцією (оцінкою).

Усі оцінки є випадковими величинами й для визначення їх характеристик потрібно знати закони їх розподілу (розглянуто в 2.2).

2.3.1. Довірчі інтервали.

Отримана за допомогою деякої вибіркової функції $\tilde{a} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$

конкретна оцінка $\hat{a} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ параметра a не дає, однак, можливості судити про те, як точно знайдена оцінка відтворює дійсне значення параметра a , навіть якщо вона є незміщеною й ефективною.

Однак можна знайти деяку область, яка із заданою ймовірністю (звичайно 95% або 99%) містить дійсне значення параметра a .

Так, наприклад, 95% довірчий інтервал для оцінки ймовірності випадкової події $\tilde{p}$ визначається як $\hat{p} \pm \Delta p$,

$$\Delta p = \pm Z_{0,975} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},$$

де $Z_{0,975}$ - 97,5 центиль нормального розподілу $N(0,1)$.

95% довірчий інтервал для оцінки $\tilde{m}$ становить $\hat{m} \pm \Delta m$,

$$\Delta m = \pm t_{0,975}(n-1) \sqrt{\frac{\hat{d}}{n}},$$

де $t_{0,975}(n-1)$ - 97,5 центиль розподілу Стюдента з $n-1$ ступенями свободи.

95% довірчий інтервал для оцінки дисперсії перебуває: $\tilde{d}$

$$\frac{\hat{d} \cdot (n-1)}{\chi_{0,975}^2(n-1)} < \tilde{d} < \frac{\hat{d} \cdot (n-1)}{\chi_{0,025}^2(n-1)},$$

де $\chi^2_{0,975}(n-1)$ й $\chi^2_{0,025}(n-1)$ - відповідно 97,5 і 2,5 процентиль розподілу χ^2 .

2.3.2. Статистична перевірка гіпотез.

Поряд зі статистичною оцінкою параметрів, завдання перевірки гіпотез становлять один з найважливіших розділів математичної статистики.

Статистична гіпотеза – це твердження відносного одного або декількох параметрів генеральної сукупності, отримане на підставі вибірки. Уведемо позначення:

H_0 – основна гіпотеза,

H_1 – альтернативна гіпотеза.

При дослідженні випадкових величин кожне твердження не можна зробити однозначно. Тому досліджується ймовірність виконання гіпотези H_0 або альтернативної гіпотези H_1 .

Область у якій виконання гіпотези H_0 малоймовірно, називається критичною (Рис. 2.4).

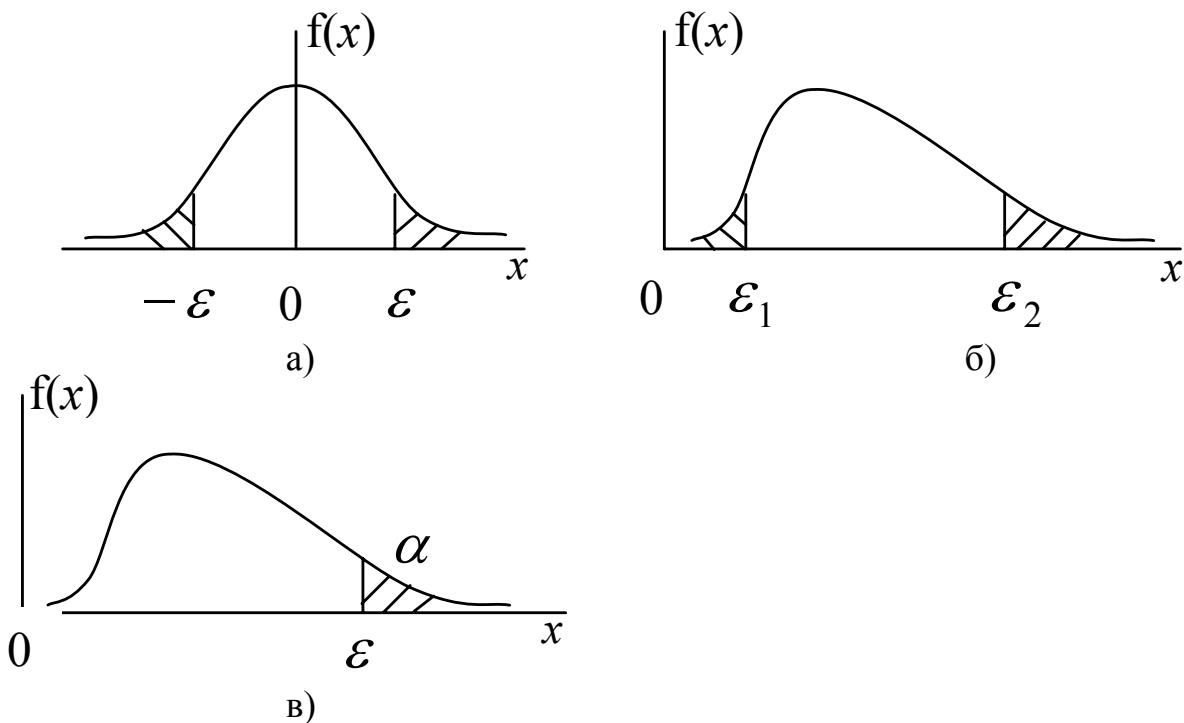


Рис. 2.4.

Характерні види критичних областей (заштриховані):

- а) симетрична критична область;
- б) квазисиметрична критична область;
- в) однобічна критична область;

Для визначення величини критичної області вводимо поняття про помилку при виконанні гіпотези H_0 . Помилка першого роду має місце у випадку, якщо буде прийнята гіпотеза H_1 , хоча насправді слушна гіпотеза H_0 .

Імовірність помилки першого роду визначається як рівень значимості α .

Звичайно α ухвалюється рівним 1% або 5%. У такий спосіб імовірність того, що має місце H_0 при заданому рівні значимості визначається :

$$P(H_0) = 1 - \alpha$$

Перевірка гіпотези про ймовірність випадкової події.

При малому числі експериментів відхилення оцінки від дійсного значення може бути дуже більшим, а при великому повинне бути малим. Наприклад, якщо p_0 – імовірність деякої випадкової події, а в результаті експерименту отримана реалізація оцінки оцінка $\hat{p} > p_0$, то цей результат може бути наслідком випадкового відхилення, тому висуваємо основну гіпотезу:

$$H_0 : p = p_0$$

У цьому випадку альтернативною гіпотезою H_1 є гіпотеза про те, що результати досвіду свідчать про дійсне збільшення ймовірності розглянутої випадкової події.

$$H_1 : p > p_0$$

Тому що розподіл відхилення $(\hat{p} - p_0)$ – відповідає нормальному розподілу, то при рівні значимості $\alpha = 0,05$ (однобічна критична область мал.1.в) знаходимо :

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}.$$

Якщо $Z_0 < Z_{0,975}$ слушна гіпотеза H_0 , при $Z_0 > Z_{0,975}$ слушна гіпотеза H_1 , де $Z_{0,975}$ – 95-а центиль нормального $N(1,0)$ розподілу.

Якщо в результаті n експериментів отримана оцінка $\hat{p} < p_0$, аналогічно висуваємо гіпотезу

$$H_0 : p = p_0,$$

т.е. отримане відхилення несуттєве (випадково). Очевидно ця гіпотеза слушна, якщо $|Z_0| < |Z_{0,05}|$ або $|Z_0| < Z_{0,975}$, через симетрію нормального розподілу. Альтернативна гіпотеза $H_1 : p < p_0$ слушна при $|Z_0| > Z_{0,975}$.

Якщо перевіряється альтернативна гіпотеза $H_1 : p \neq p_0$, то вона, мабуть, слухна, якщо $Z_0 > Z_{0,975}$ або $|Z_0| > Z_{0,975}$ (при негативних значеннях Z_0).

Перевірка гіпотези про математичне очікування випадкової величини.

Тому що відхилення цієї оцінки $\tilde{m} - m_0$ розподілене за законом Стюдента, те при $\hat{m} > m_0$ висувають гіпотези:

$H_0: m = m_0$ (справедливо при $t_0 < t_{0,95}(n-1)$)

$H_1: m > m_0$ (справедливо при $t_0 > t_{0,95}(n-1)$),

де

$$t_0 = \frac{\hat{m} - m_0}{\sqrt{\frac{\tilde{d}}{n}}},$$

$t_{0,95}(n-1)$ – 95 процентиль розподілу Стюдента при $(n-1)$ ступенях волі, n – число експериментів.

При $\hat{m} < m_0$, аналогічно

$H_0: m = m_0$ (справедливо при $|t_0| < t_{0,95}(n-1)$)

$H_1: m < m_0$ (справедливо при $|t| > t_{0,95}(n-1)$).

Перевірка альтернативної гіпотези $H_1: m \neq m_0$

підтверджується, якщо

$t_0 > t_{0,975}(n-1)$ або $|t_0| > t_{0,975}(n-1)$ при негативних значеннях t_0 .

Перевірка гіпотези про дисперсію випадкової величини.

Аналогічно попередньому здійснюється ця перевірка з тим, однак, відмінністю, що в цьому випадку критична область квазисимметрична (мал.4.б), тому що розподіл дисперсії пов'язане з розподілом χ^2 .

$H_0: d = d_0$ при, $\chi_{0,05}^2(n-1) < \chi_0^2 < \chi_{0,95}^2(n-1)$

$H_1: d > d_0$ при $\chi_0^2 > \chi_{0,95}^2(n-1)$,

$H_1: d < d_0$ при $\chi_0^2 < \chi_{0,05}^2(n-1)$,

при перевірці односторонньої гіпотези, де:

$$\chi_0^2 = \frac{\hat{d}(n-1)}{d_0}$$

$\chi_{0,05}^2(n-1)$ і $\chi_{0,95}^2(n-1)$ відповідні проценти розподілу χ^2 з $(n-1)$ ступенями волі.

Перевірка альтернативної гіпотези $H_1: d \neq d_0$ підтверджується, якщо

$$\chi_0^2 < \chi_{0,025}^2(n-1) \text{ або } \chi_0^2 > \chi_{0,975}^2(n-1).$$

Перевірка гіпотез про те, що дві вибірки отримані з однієї генеральної сукупності.

Якщо при проведенні двох серій експериментів, результати яких мають вигляд:

$n_1, \hat{d}_1, \hat{m}$ - для першої серії

$n_2, \hat{d}_2, \hat{m}_2$ - для другої серії, де n_1, n_2 - число експериментів серії, то для перевірки гіпотези

$$H_0: m_1 = m_2 \quad H_1: m_1 \neq m_2$$

використовується оцінка

$$t_0 = \frac{(\hat{m}_1 - \hat{m}_2) \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}}{\sqrt{\hat{d}(n_1, n_2)}},$$

$$\text{де } \hat{d}(n_1, n_2) = \frac{\sqrt{\hat{d}(n_1, n_2)}}{n_1 + n_2 - 2} \hat{d}_1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2 - 2} \hat{d}_2.$$

Гіпотеза H_0 слушна, якщо $|t_0| < t_{0,95}(n_1+n_2-2)$, а альтернативна гіпотеза H_1 слушна при $|t_0| > t_{0,95}(n_1+n_2-2)$, де $t_{0,95}(n_1+n_2-2)$ - 95 процентиль розподілу Стьюдента з (n_1+n_2-2) ступенями волі.

Рівність дисперсій перевіряється :

$$H_0: d_1 = d_2 \text{ слушна при } \frac{\hat{d}_2}{\hat{d}_1} < W_{0,95}(n_2 - 1, n_1 - 1)$$

$$\tilde{d}_2 > \tilde{d}_1$$

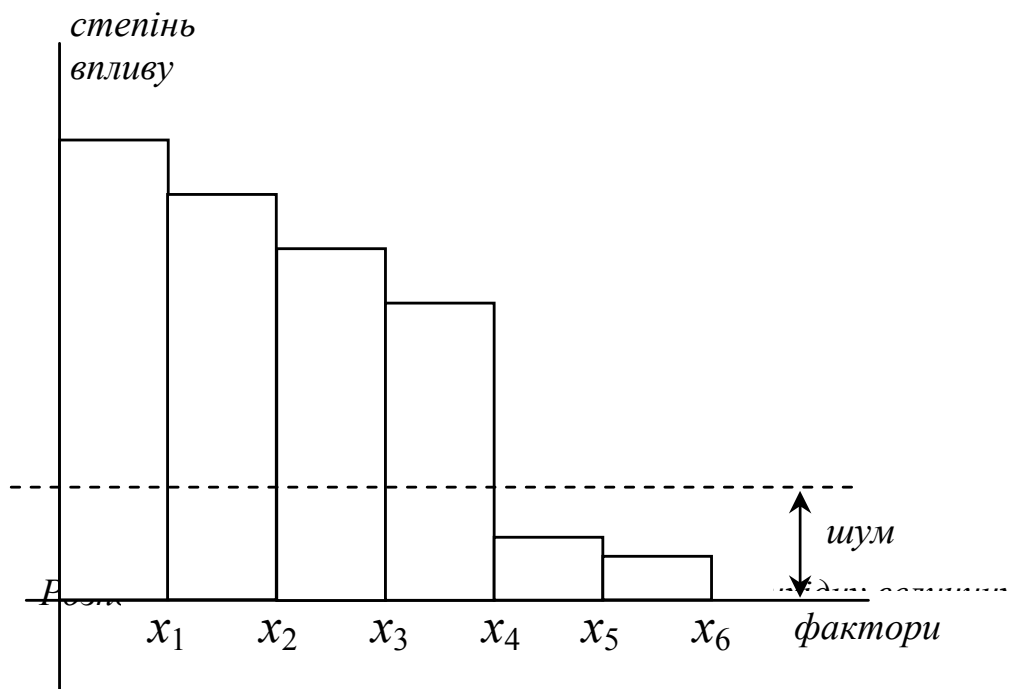
$$H_1: d_1 \neq d_2 \text{ слушна при } \frac{\hat{d}_2}{\hat{d}_1} > W_{0,95}(n_2 - 1, n_1 - 1),$$

де $W_{0,95}(n_2 - 1, n_1 - 1)$ - 95 перцентиль розподілу Фишера з $(n_2 - 1)$ числом ступенів волі чисельника й $(n_1 - 1)$ числом ступенів волі знаменника (необхідно, щоб $\tilde{d}_2 > \tilde{d}_1$).

2.4. Основи дисперсійного аналізу.

Часто при побудові моделей систем зустрічаємося з тим, що число змінних (факторів), що впливають на вихідну величину велике.

Виникає необхідність виявлення змін, що відіграють домінуючу роль і відсіванні всіх інших (мал.15).



Вхідні змінні часто виявляються номінальними або ординальними, і плани потрібно будувати й для цього випадку.

Основне завдання дисперсійного аналізу полягає в аналізі впливу номінальних і ординальних змінних на вихідну величину й у знаходженні домінуючих змінних (відсіванні несуттєвих змінних).

2.4.1. Однофакторний дисперсійний аналіз.

Оцінки вибірових середніх і дисперсій по вибірці **завжди** відрізняються. Якщо вибірки отримані при різних значеннях факторів (дві групи- при бінарних факторах, P груп при номінальних або ординарних ознаках, що мають P градацій, то виникає питання: ці відмінності викликані

впливом факторів, або випадкові? Використовуються методи оцінки статистичної значимості відмінностей (їх називають *критеріями значимості*, або просто критеріями*). Методів цих існує безліч, але всі вони побудовані по одному принципу. Спочатку ми формулюємо *нульову гіпотезу*, тобто, припускаємо, що досліджувані фактори не виявляють ніякого впливу на досліджувану величину й отримані відмінності випадкові. Потім ми визначаємо, яка ймовірність одержати спостережувані (або більш сильні) відмінності за умови справедливості нульової гіпотези. Якщо ця ймовірність мала*, то ми відкидаємо нульову гіпотезу й містимо що результати експерименту *статистично значимі*.

Це, зрозуміло, ще не означає що ми довели дію саме досліджуваних факторів (це питання насамперед планування експерименту), але, у всякому разі, малоймовірно, що результат обумовлений випадковістю.

Дисперсійний аналіз був розроблений в 20-х роках 20 століття сторіччя англійським математиком і генетиком Рональдом Фишером. На дисперсійному аналізі заснований широкий клас критеріїв значимості.

Загальний принцип цього методу.

Інтуїтивно зрозуміло (мал.1), що вибірки «не різняться», якщо розкид вибірових середніх значно менше розкиду значень у кожній з вибірок, і навпаки вибірки «різняються», якщо розкид вибірових середніх перевищує розкид у кожній з вибірок.

Дослідник не може спостерігати сукупність, усі, чому він розташовує — це його експериментальні групи.

Дві оцінки дисперсії.

Чим більше розкид середніх і чим менше розкид значень усередині груп, тем менше ймовірність того, що наші групи — це випадкові вибірки з однієї сукупності. Залишилося тільки оформити це судження кількісно.

Дисперсію сукупності можна оцінити двома способами.

По-перше, дисперсія, обчислена для кожної групи, — це оцінка дисперсії сукупності. Тому дисперсію сукупності можна оцінити на підставі групових дисперсій. Така оцінка не буде залежати від відмінностей групових середніх.

По-друге, розкид вибірових середніх теж дозволяє оцінити дисперсію сукупності. Зрозуміло, що така оцінка дисперсії залежить від відмінностей вибірових середніх.

Якщо експериментальні групи — це P випадкові вибірки з однієї й тієї ж нормально розподіленої сукупності (це значить, що фактор не впливає на Y), то обидві оцінки дисперсії сукупності дали б приблизно однакові результати. Тому, якщо ці оцінки виявляються близькі, то ми не можемо відкинути нульову гіпотезу. А якщо ні, то ми відкидаємо нульову гіпотезу, тобто, містимо малоймовірно, що ми одержали б такі відмінності між групами, якби

вони були просто випадковими вибірками з однієї нормально розподіленої сукупності.

Перейдемо до обчислень. Як оцінити дисперсію сукупності по P вибірковим дисперсіям? Якщо вірна гіпотеза про те, що X не впливає на величину Y , то кожна з них дає однаково гарну оцінку. Тому в якості оцінки дисперсії сукупності поберемо середнє вибіркових дисперсій. Ця оцінка називається внутрігруповою дисперсією; позначимо її d_r

$$d_R = \frac{\sum_i d_{Ri}}{p}$$

Оцінимо тепер дисперсію сукупності по вибіркових середніх. Тому що ми припустили, що всі P вибірки витягнуті з однієї сукупності, стандартне відхилення P вибіркових середніх служить оцінкою помилки середнього.

Стандартна помилка середнього σ_x зв'язана зі стандартним відхиленням сукупності σ і обсягом вибірки n наступним співвідношенням:

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Тим самим, дисперсію сукупності σ^2 можна розрахувати в такий спосіб:

$$\sigma_x^2 = n\sigma^2$$

Ця оцінка називається міжгруповою дисперсією, позначимо її d_a .

Якщо вірна нульова гіпотеза, то як внутрігрупова, так і міжгруповая дисперсії служать оцінками однієї й тієї ж дисперсії й повинні бути приблизно рівні. Виходячи із цього, обчислимо критерій F :

$$F = d_a/d_r$$

І чисельник, і знаменник цього відношення — це оцінки однієї й тієї ж величини — дисперсії сукупності, тому значення F повинне бути близько до 1.

Отже, якщо F значно перевищує 1, нульову гіпотезу слід відкинути. Якщо ж значення F близько до 1, нульову гіпотезу слід прийняти. Залишилося зрозуміти, починаючи з якої саме величини F слід відкидати нульову гіпотезу.

Критичне значення F_k

Якщо витягати випадкові вибірки з нормально розподіленої сукупності, значення F буде мінятися від досвіду до досвіду.

Значення критерію, починаючи з якого ми відкидаємо нульову гіпотезу, називається *критичним значенням*. Імовірність помилково відкинути вірну нульову гіпотезу, тобто знайти відмінності там, де їх ні, позначається P . Як правило, вважають достатнім, щоб ця ймовірність не перевищувала 5%.

Однак критичне значення F_k варто було б вибрати на основі не 200, а всіх 1042 експериментів, які можна провести на сукупності по 7 крапок з 200 людей.

Взагалі, критичне значення F_k однозначно визначається рівнем значимості (звичайно 0,05 або 0,01) і ще двома параметрами, які називаються внутрігруповим і міжгруповим числом ступенів волі й позначаються грецькою буквою v («ню»). Міжгрупове число ступенів волі — це число груп мінус одиниця $v_{\text{меж}} = p - 1$. Внутрігрупове число ступенів волі — це добуток числа груп на чисельність кожної із груп мінус одиниця $v_{\text{вну}} = p(n - 1)$.

Обчислити критичне значення F досить складно, тому користуються таблицями критичних значень F для різних α , $v_{\text{меж}}$ і $v_{\text{вну}}$.

Формалізація

$$y_{ij} = m + a_i + \varepsilon_{ij},$$

де ε_{ij} - помилка спостереження, нормально розподілена випадкова величина

з математичним очікуванням рівним нулю,

m – середнє значення вихідної величини,

a_i – характеризує ефекти i – го рівня фактора А.

Для однозначного одержання оцінок параметрів необхідно ввести умову репараметризації:

$$\sum_{i=1}^p a_i = 0,$$

інакше величина m буде визначатися довільно.

Результати експериментів зручно представляти в таблиці 1.

Таблиця 1. Результати експерименту.

$i \backslash j$	j	Номер спостереження	Сума результатів спостережень	Середнє
рівень фактора А	1	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}$	$\sum_1^n y_{1j}$	$y_{10} = \frac{\sum_{j=1}^n y_{1j}}{n}$
	2	$y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}$	$\sum_1^n y_{2j}$	$y_{20} = \frac{\sum_{j=1}^n y_{2j}}{n}$
	...	...	...	...

	p	$y_{p1}, y_{p2}, \dots, y_{pn}$	$\sum_1^n y_{pj}$	$y_{p0} = \frac{\sum_{j=1}^n y_{pj}}{n}$
			$\sum_i \sum_j y_{ij}$	$y_{00} = \frac{\sum_i \sum_j y_{ij}}{p \cdot n}$

На підставі цієї таблиці можна розрахувати значення змінної m і a_i за допомогою методу найменших квадратів (МНК), пов'язаного з

мінімізацією суми квадратів помилок:
$$S = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - m - a_i)^2$$

за умови $\frac{\partial S}{\partial a_i} = 0$; $\frac{\partial S}{\partial m} = 0$;

Одержимо систему нормальних рівнянь, що дозволяють знайти оцінки параметрів (за умови репараметризації):

$$\hat{m} = y_{00}$$

$$\hat{a}_i = y_{i0} - y_{00}$$

$$y_{00} = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

де - $y_{i0} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij} .$

Число ступенів волі складових дисперсії визначається відповідно до теореми Кокрєна.

Теорема Кокрєна.

Якщо i випадкових величин мають χ^2 розподіл з v_i числом ступенів волі $\chi^2(v_i)$, то сума цих випадкових величин має χ^2 розподіл із числом ступенів волі рівним $\sum v_i$, тобто:

$$\sum_i \chi^2(v_i) = \chi^2(\sum_i v_i).$$

При виконанні розрахунків за допомогою ППП (наприклад, Statgraphics) результати розрахунків видаються у вигляді наступної таблиці:

Таблиця дисперсійного аналізу при однофакторній класифікації.

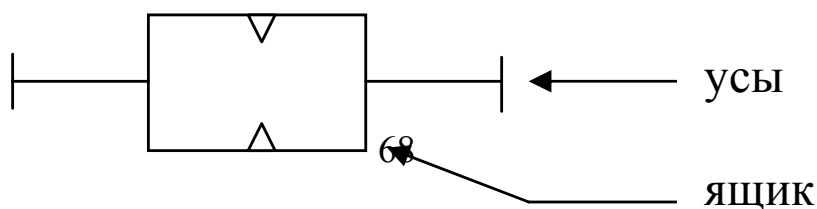
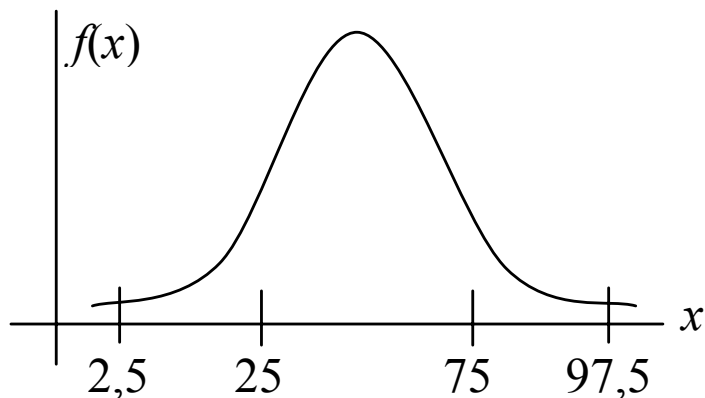
Комп онент и диспе рсії	Сума квадратів	Число ступенів волі	Середнє квадратичне відхилення	Відхилен ня Фишера	Рівень значим ості
Між рівня ми факто ра	$S_A = \sum_{i=1}^p n(y_{i0} - y_{00})^2$	$p - 1$	$d_A = \frac{S_A}{p - 1}$	$\frac{d_A}{d_R}$	α
Усер едині факто рів	$S_R = \sum_i \sum_j (y_{ij} - y_{i0})^2$	$p(n - 1)$	$d_R = \frac{S_R}{p(n - 1)}$		
Повн а диспе рсія	$S_G = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_{00})^2$	$pn - 1$			

Отже, якщо прийняти рівень значимості рівним 0.05, те

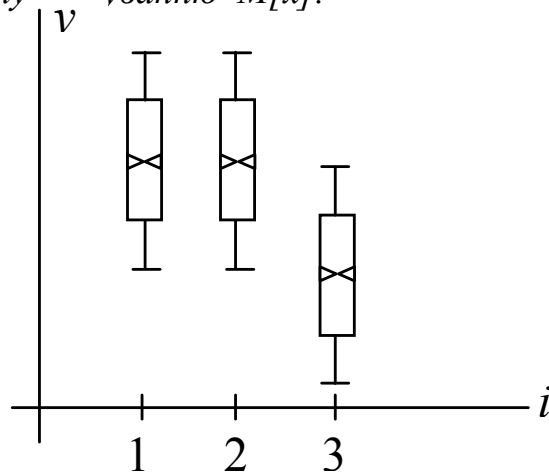
при $\alpha > 0.05$ ухвалюється гіпотеза H_0 ;

при $\alpha < 0.05$ ухвалюється гіпотеза H_1 .

Якщо слухна гіпотеза H_1 , то для визначення відхилень у рівнях фактора А звичайно розраховуються граничні (95% довірчий інтервал) відхилення вихідної величини у при заданому рівні фактора А. У ППП Statgraphics для наочної вистави впливу рівнів фактора А використовується графік “ящик і вуса” (Box and whisker plot) мал.2.



мал. 2 Графік “ящик і вуса” і пов'язаний із цим графіком вид функції щільності ймовірності $f(x)$. Вилучення в “ящику” відповідає математичному



На мал.3 демонструється вплив рівня фактора А номери приладу на результати y (показання приладів). Як видно із цього графіка, показання (систематична помилка) третього приладу суттєво відрізняються від показань приладів 1 і 2.

2.4.2. Двохфакторний дисперсійний аналіз.

Завдання двосторонньої класифікації виникає при проведенні спостережень в експерименті, у якому одночасно діють два фактори А и В, варьируемые відповідно на p и q рівнях. Спостережувані значення в представимы у вигляді:

$$y_{ijk} = m + a_i + b_j + (a \cdot b)_{ij} + \varepsilon_{ijk},$$

де $1 \leq k \leq r$, $1 \leq i \leq p$, $1 \leq j \leq q$.

Нехай, наприклад, для визначеності:

1-ий фактор характеризує p типів приладів;

2-ой фактор характеризує q діапазонів температури;

3-ий, змішаний, фактор характеризує взаємодія двох попередні.

Умова репараметризації:

$$\sum_{i=1}^p a_i = 0; \quad \sum_{j=1}^q b_j = 0; \quad \sum_{i=1}^p (a \cdot b)_{ij} = 0; \quad \sum_{j=1}^q (a \cdot b)_{ij} = 0;$$

при $j = 1 \dots q$ при $i = 1 \dots p$

Таблиця результатів вимірів при двухфакторній класифікації.

ij		рівень фактора В				y_{i00}
		1	2	...	q	
рівень фактора А	1	y_{111}	y_{121}		y_{1q1}	y_{100}
		...	...		...	
		...	...		...	
		y_{11r}	y_{12r}		y_{1qr}	
	2	y_{211}	y_{221}		y_{2q1}	y_{200}
		...	...		...	
		y_{21r}	y_{22r}		y_{2qr}	
	...	...				...
	p	yp_{11}	yp_{21}		ypq_1	y_{p00}
		...	...		...	
		...	...		...	
		yp_{1r}	yp_{2r}		$ypqr$	
y_{0j0}		y_{010}	y_{020}	...	y_{0q0}	y_{000}

Середні значення по рядках, по стовпцях і повні середні расчитываются по формулах:

$$y_{ij0} = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_{ijk}; \quad y_{i00} = \frac{1}{q \cdot r} \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r y_{ijk};$$

$$y_{0j0} = \frac{1}{p \cdot r} \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^r y_{ijk}; \quad y_{000} = \frac{1}{p \cdot q \cdot r} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r y_{ijk};$$

Сума квадратів помилок:

$$S = \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - m - a_i - b_j - (a \cdot b)_{ij})^2.$$

Якщо скористатися методом МНК, можна визначити оцінки значення відповідних параметрів:

$$\hat{m} = y_{000}; \quad \hat{a}_i = y_{i00} - y_{000}; \quad \hat{b}_i = y_{0j0} - y_{000};$$

$$(\hat{a}b)_{ij} = y_{ij0} - y_{i00} - y_{0j0} + y_{000};$$

Складемо рівняння:

$$S_G = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r (y_{ijk} - y_{000})^2; \quad S_A = q \cdot r \sum_{i=1}^p (y_{i00} - y_{000})^2;$$

$$S_B = p \cdot r \sum_{j=1}^q (y_{0j0} - y_{000})^2; \quad S_{AB} = r \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (y_{ij0} - y_{000})^2;$$

$$S_R = r \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r (y_{ijk} - y_{ij0})^2;$$

Т.о. $S_G = S_A + S_B + S_{AB} + S_R$.

SG визначає повну дисперсію;

SA визначає дисперсію по факторі А;

SB визначає дисперсію по факторі В;

SAB визначають дисперсію по взаємодії А и В;

SR визначає дисперсію вимірів (помилку).

Число ступенів волі $S_G = p \cdot q \cdot r - 1$,

для $S_A = p - 1$; $S_B = q - 1$; $S_{AB} = (p - 1)(q - 1)$.

$S_G = S_A + S_B + S_{AB} + S_R$, отже число ступенів волі x для SR визначається $(p \cdot q \cdot r) = (p - 1) + (q - 1) + (p - 1)(q - 1) + x$;

$$x = p \cdot q(r - 1)$$

Таблиця дисперсійного аналізу при двухфакторной класифікації має вигляд:

Компоненти дисперсії	Сума квадратів	Число ступенів волі	Середньоквадратичне відхилення	Відношення Фишера	Рівень значимості
Між факторами А	SA	$p-1$	$\frac{S_A}{p-1}$	$\frac{S_A / p-1}{S_R / pq(r-1)}$	α_A

Між факторами А і В	SB	$q-1$	$\frac{S_B}{q-1}$	$\frac{S_B/q-1}{S_R/pq(r-1)}$	α_B
Між взаємодією АВ	SAB	$(p-1)(q-1)$	$\frac{S_{AB}}{(p-1)(q-1)}$	$\frac{S_{AB}/(p-1)(q-1)}{S_R/pq(r-1)}$	α_{AB}
Помилка (усередині фактора)	SR	$pq(r-1)$	$\frac{S_R}{pq(r-1)}$		
Повна	SG				

Перевіряється гіпотеза H_0

H_0 – різниця в показаннях приладів залежно від типу приладу, від температури й від їхньої взаємодії несуттєва.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_A > 0,05 \\ \text{Якщо } \alpha_B > 0,05, \\ \alpha_{AB} > 0,05 \end{array} \right\} \text{ то має місце гіпотеза } H_0.$$

Якщо слухна H_0 , то вплив факторів А, В та АВ не суттєво. Якщо слухна H_1 , то можна визначити, які з факторів впливають на результат виміру.

Контрольні питання.

1. Моделювання в наукових дослідженнях. Принципи математичного моделювання.
2. Етапи математичного моделювання.
3. Методи моделювання інформаційних та технологічних процесів в різних предметних галузях.
4. Статистичні і ймовірнісні методи досліджень. Статистична сукупність.
5. Угрупування результатів спостережень. Середні величини і способи їхніх обчислень. Дисперсія, середньоквадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.
6. Ймовірність події. Розподіл випадкової величини. Прогноз значень випадкової величини.
7. Вибірки та вибіркові функції. Довірчий інтервал.
8. Статистична перевірка гіпотез. Перевірка гіпотези про ймовірність випадкової події.
9. Перевірка гіпотези про математичне очікування випадкової величини.
10. Перевірка гіпотези про дисперсію випадкової величини.
11. Перевірка гіпотези про те, що дві вибірки одержані із одної генеральної сукупності.
12. Основи дисперсійного аналізу.
13. Однофакторний дисперсійний аналіз.
14. Двохфакторний дисперсійний аналіз.

Розділ 3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1. Аналіз результатів спостережень. Застосування кореляційного аналізу.

Мета кореляційного аналізу полягає у встановленні факту наявності або відсутності зв'язки між рядом випадкових величин. Зв'язок між двома випадковими величинами X і Y може характеризуватися наступними графіками (мал.5)

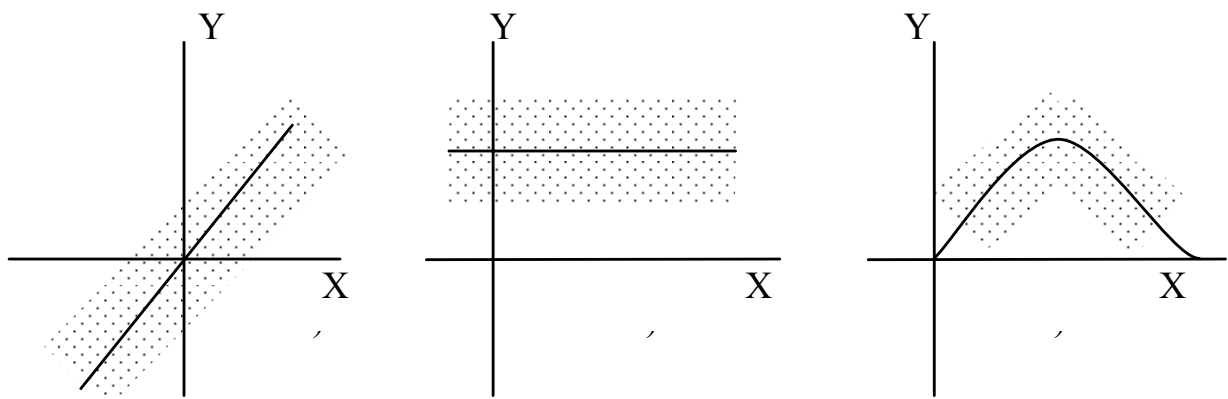


Рис. 3.1

Результати експериментів, що встановлює зв'язок між випадковими величинами X и Y . Суцільними лініями показані лінії регресии.

$$M[Y | x] = Y(x)$$

а) лінійний зв'язок

б) відсутність статистичного зв'язку

в) нелінійний зв'язок

Наведені на рис.3.1 графіки характеризують зв'язок між так званими числовими змінними. При кореляційному аналізі необхідно також уміти знаходити зв'язок між ординальними й номінальними величинами.

Змінні x і y являє собою числові змінні, якщо в результаті кожного експерименту виходить конкретне число, яке можна наносити на графік.

Ординальні змінні – змінні, у відповідність яким можуть бути поставлені якимось умовним образом певні числа, що характеризують ступінь прояву досліджуваного властивості. Так, наприклад, оцінки 2,3,4,5 характеризують ступінь засвоєння студентом навчального матеріалу.

Номінальні змінні – змінні, що дозволяють розбивати досліджувані об'єкти на деякі класи, наприклад, професія працівника, галузь промисловості.

3.1.1. Статистичні характеристики, що встановлюють зв'язок між числовими змінними (при лінійному зв'язку x і y).

Звичайно статистичний зв'язок між випадковими величинами x і y може характеризуватися за допомогою:

$\alpha_{11} = M[XY]$ – кореляційного моменту.

$\mu_{11} = M[(X-m_x)(Y-m_y)]$ – ковариационного моменту..

При статистичному аналізі звичайно користуються нормованою характеристикою, названої коефіцієнтом кореляції r .

$$r = \frac{M[(X-m_x)(Y-m_y)]}{\sqrt{M[(X-m_x)^2]M[(Y-m_y)^2]}}$$

Якщо статистичний зв'язок повний, то $r = \pm 1$.

Якщо статистичний зв'язок відсутня, то $r = 0$.

Строго говорячи, коефіцієнт кореляції r дозволяє судити про ступінь статистичного зв'язку тільки при лінійному зв'язку X і Y (мал.5.а). Тому при $r = 0$ говорять про відсутність кореляції між X і Y (а не про відсутність статистичного зв'язку). Для оцінки коефіцієнта кореляції використовують наступне співвідношення:

$$\tilde{r} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}, \text{ де } \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n};$$

Коефіцієнт кореляції – являє собою випадкову величину, яка при більших n має розподіл, близьке до нормального, с дисперсією

$$d_r = \frac{(1 - \tilde{r}^2)^2}{n}, \quad \sigma_r = \frac{1 - \tilde{r}^2}{\sqrt{n}},$$

і математичним очікуванням $M[\tilde{r}] = r$.

Таким чином, довірчий інтервал $r = \tilde{r} \pm \frac{1 - \tilde{r}^2}{\sqrt{n}} Z_{0,975}$, де $Z_{0,975} - 97,5$ процентиль нормального $[N(0,1)]$ розподілу.

Перевірка гіпотези про відсутність статистичного зв'язку між x і y здійснюється як звичайно:

$$H_0: r = 0 \text{ при } |Z_0| < Z_{0,975},$$

$$H_1: r \neq 0 \text{ при } |Z_0| > Z_{0,975},$$

$$\text{де } Z_0 = \frac{\tilde{r}\sqrt{n}}{1 - \tilde{r}^2}.$$

3.1.2. Установлення зв'язку між числовими змінними при нелінійному зв'язку X і Y (кореляційне відношення).

Якщо залежність вихідної змінної від вхідної характеризується якоїсь нелінійною залежністю, то навіть при цілком очевидному зв'язку x і y коефіцієнт кореляції може рівнятися нулю, що свідчить начебто про відсутність статистичного зв'язку (мал.5.в).

У цих випадках виникає необхідність використання не коефіцієнта кореляції, а так званого кореляційного відношення. Для знаходження кореляційного відношення розбивають вісь x на ряд ділянок (розрядів).

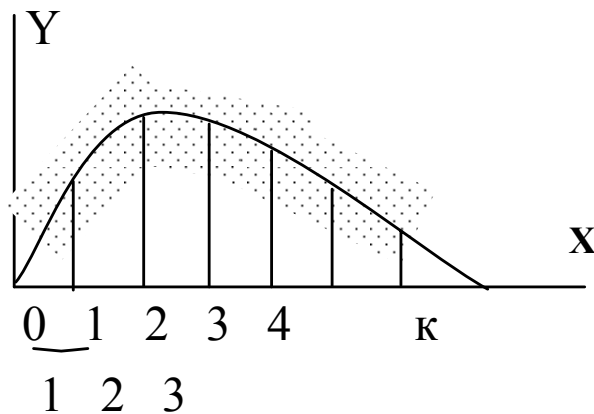


Рис. 3.2.

Виділення до розрядів для змінної x

Якщо число крапок, що визначають результати експерименту на кожному з розрядів рівно m_i , то приватне середнє для кожного з відповідних

розрядів визначається:
$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^{m_i} \frac{Y_{ij}}{m_i}$$

Дисперсія середніх рівна:
$$d_{\bar{Y}(X)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2,$$

де $\bar{Y}$ - повне середнє
$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i \bar{Y}_i}{n}.$$

Для характеристики статистичного зв'язку використовується кореляційне відношення:

$$\tilde{\rho}^2 = \frac{d_{\bar{Y}(x)}}{d_Y}, \tilde{\rho} \leq 1,$$

де
$$d_Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{m_i} (Y_{ij} - \bar{Y})^2.$$

Знайдене таким чином кореляційне відношення виявляється близьким до нуля при відсутності статистичного зв'язку. $|\rho| = 1$ при повному статистичному зв'язку між змінними x і y .

Для встановлення факту відсутності статистичного зв'язку

використовують співвідношення:
$$W_0 = \frac{\frac{\tilde{\rho}^2}{k-1}}{\frac{1-\tilde{\rho}^2}{n-k}}.$$

Ця величина має розподіл Фишера з $(k-1)$ ступенями волі чисельника й $(n-k)$ ступенями волі знаменника. Таким чином, для розв'язку питання про відсутність статистичного зв'язку ($H_0: \tilde{\rho} = 0$) використовується 95 процентиль цього розподілу $W_{0,95}(k-1, n-k)$. При $W_0 < W_{0,95}(k-1, n-k)$ статистичний зв'язок відсутня. А якщо ні, то виконується альтернативна гіпотеза H_1 .

3.1.3. Множинний коефіцієнт кореляції.

Якщо розглядати зв'язок між декількома вхідними величинами x і однією вихідною величиною y (мал.7), то $y = \square \square x_1, x_2, \dots, x_n \square \square$



Рис. 3.3.

Багатомірна система

При лінійній залежності, цей зв'язок визначається наступної регресійною залежністю:

$$H[y | x_1, x_2, \dots, x_k] = m_y + b_1(x_1 - m_1) + b_2(x_2 - m_2) + m$$

Визначимо, чи існує зв'язок між вхідними величинами x_i і вихідною величиною y .

Це здійснюється за допомогою множинного коефіцієнта кореляції. Представимо дисперсію вищенаведеного умовного математичного очікування

$$\text{у вигляді } d = \sigma^2: \sigma^2 = \sigma_y^2 (1 - \rho_{yx_1x_2 \dots x_k}^2),$$

де $\rho_{yx_1x_2 \dots x_k}$ - множинний коефіцієнт кореляції.

σ_y^2 - дисперсія випадкової величини y .

З наведеного співвідношення випливає, що ρ^2 дорівнює частці дисперсії y , "поясненою" регресійною залежністю: $y = \square\square x_1, x_2, \dots, x_n \square\square\square$

$\sqrt{1 - \rho_{yx_1x_2 \dots x_k}^2}$ визначає частку стандартного відхилення y , що залишився "непоясненою" залежністю від $x_1 \dots x_k$.

Припустимо, наприклад, що $\rho_{yx_1x_2 \dots x_k} = 0,9$. Тоді $\sqrt{1 - 0,81} \approx 0,44$, звідки випливає, що 44% стандартного відхилення y не пояснюється залежністю від $x_1 \dots x_k$.

Приватний коефіцієнт кореляції.

$\rho_{yx_k}(x_1, x_2 \dots x_{k-1})$ визначається як коефіцієнт кореляції між y і x_k при фіксованих значеннях $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}$.

$$\rho_{yx_k}^2(x_1 \dots x_{k-1}) = \frac{D[y | x_1 \dots x_{k-1}] - D[y | x_1 \dots x_k]}{D[y | x_1 \dots x_{k-1}]}$$

3.1.4. Аналіз статистичного зв'язку між ординальними (порядковими) змінними.

До ординальним змінним ставляться, як відомо, змінні, що дозволяють упорядковувати (ранжировать) розглянуті об'єкти по ступеню прояву досліджуваного властивості (установити порядок, ранг об'єкта).

Якщо позначити $X_i^{(k)}$ ранг i об'єкта за ознакою do , то можна визначити ранговий коефіцієнт кореляції Спирмена по формулі:

$\tau_{kj}^{(S)} = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^n (X_i^{(k)} - X_i^{(j)})^2$, де n - число порівнюваних рангів.

При співпадаючих ранжировках $X_i^{(k)}$ і $X_i^{(j)}$ $\tau_{kj}^{(S)} = 1$. Якщо ранжировка буде протилежною (найменший ранг $X_i^{(k)}$ відповідає

найбільшому $X_i^{(j)}$, $\tau_{kj}^{(S)} = -1$). Якщо $\tau_{kj}^{(S)} = 0$, то статистичний зв'язок між ординальними змінними отсутствует.

Приклад:

Є два експерти ($\partial o = 1, j = 2$), які повинні ранжировать 10 проектів по якимсь показникам, наприклад по економічній ефективності, що залежить від багатьох показників. Результати ранжировки цих проектів наведені нижче:

Проект	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	
Оцінка проекту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Експ.1($\partial o = 1$)
	2	3	1	4	6	5	9	7	8	10	Експ.2($j = 2$)

Для встановлення взаємозв'язку між оцінками обчислюємо ранговий коефіцієнт кореляції:

$$\tilde{\tau}_{12}^{(S)} = 1 - \frac{6}{1000 - 10} [1^2 + 1^2 + 2^2 + 0 + 1^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 0] = 0,91.$$

Результат свідчить про досить точно співпадаючі оцінки експертів.

Крім рангового коефіцієнта кореляції Спирмена використовується також і ранговий коефіцієнт кореляції Кендалла.

$$\tilde{\tau}_{ij}^{(k)} = 1 - \frac{4\nu(X^{(i)}, X^{(j)})}{n(n-1)},$$

де $\nu(X^{(i)}, X^{(j)})$ - мінімальне число обмінів сусідніх елементів послідовності $X^{(i)}$, необхідне для приведення її до впорядкування $X^{(j)}$.

$$\tau_{kj}^{(S)} = 1, \text{ при однаковій ранжировці.}$$

$$\tau_{kj}^{(S)} = -1, \text{ при протилежній ранжировке}$$

$$\tau_{kj}^{(S)} = 0, \text{ при відсутності статистичного зв'язку}$$

Розглянемо той же приклад, пов'язаний з експертною оцінкою 10 проектів, характеризуемой наступними даними:

Проект	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	
Оцінка проекту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Експ.1($\partial o = 1$)
	2	3	1	4	6	5	9	7	8	10	Експ.2($j = 2$)

Визначаємо число необхідних обмін для двох елементів ν_{ij}

$$\nu_{12} = 0, \nu_{13} = 1, \nu_{14} = 0, \nu_{15} = \nu_{16} = \nu_{17} = \nu_{18} = \nu_{19} = \nu_{110} = 0$$

$$\nu_{23} = 1, \nu_{24} = 0, \nu_{25} = \nu_{26} = \nu_{27} = \nu_{28} = \nu_{29} = \nu_{210} = 0$$

$$\nu_{34} = 0, \nu_{35} = \nu_{36} = \nu_{37} = \nu_{38} = \nu_{39} = \nu_{310} = 0$$

$$\nu_{45} = 0, \nu_{46} = \nu_{47} = \nu_{48} = \nu_{49} = \nu_{410} = 0$$

$$\nu_{56} = 1, \nu_{57} = 0, \nu_{58} = \nu_{59} = \nu_{510} = 0$$

$$\nu_{67} = \nu_{68} = \nu_{69} = \nu_{610} = 0$$

$$\nu_{78} = 1, \nu_{79} = 1, \nu_{710} = 0$$

$$\nu_{89} = 0, \nu_{810} = 0$$

$$\nu_{910} = 0$$

Повне число обмін $\nu(X^{(i)}, X^{(j)}) = 5$

$$\tau_{ij}^k = 1 - \frac{4 \cdot 5}{10 \cdot 9} = 0,78.$$

Перевірка статистичної значимості рангових коефіцієнтів кореляції.

Для перевірки значимості коефіцієнта кореляції Спірмена використовується наступне співвідношення:

$$t_0 = \frac{|\tilde{\tau}^{(S)}|}{\sqrt{\frac{1 - (\tilde{\tau}^{(S)})^2}{n - 2}}}$$

Якщо $t_0 < t_{0,975}(n - 2)$, де $t_{0,975}(n - 2)$ – відповідна процентиль розподілу Стюдента, то вірна гіпотеза H_0 : кореляція відсутня.

Для перевірки значимості коефіцієнта кореляції Кендалла перебуває:

$$Z = \frac{|\tilde{\tau}^{(k)}|}{\sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}}.$$

Ця величина рівняється з відповідної процентилью нормального розподілу $N(0,1)$, наприклад $Z_{0,975}$. Якщо $Z < Z_{0,975}$, то слухна гіпотеза H_0 : статистичний зв'язок відсутня.

3.2. Дослідження вида залежності між числовими величинами. Застосування регресійного аналізу

Регресійний аналіз. [8, 16]. З позиції регресійного аналізу розглядається зв'язок між вектором вхідних змінних $X = (x_i, \dots, x_p)$ і вихідною (залежною) змінною y .

$$y = f(X) + \varepsilon \quad (1.41)$$

Для оцінки ефективності регресійної діагностичної моделі вводиться вектор залишків $\varepsilon = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)'$, що відображує вплив на y сукупності неврахованих випадкових факторів або міру досяжної апроксимації значень y функціями типу $y = f(x)$. Зазвичай $f(x)$ шукається в вигляді поліному з цілочисельними значеннями степенів x . По кількості вхідних змінних (факторів) розрізняють одно та багатофакторні (множинні) регресії, по степені полінома – лінійні та нелінійні. У найбільш загальному випадку (нелінійна множинна регресія) рівняння регресії задається у виді полінома Колмогорова - Габора виду:

$$\hat{y} = P(x_1, \dots, x_n) = a_0 + \sum_i a_i x_i + \sum_i \sum_j a_{ij} x_i x_j + \sum_i \sum_j \sum_k a_{ijk} x_i x_j x_k \dots \quad (1.42)$$

Задачею регресійного аналізу є визначення параметрів моделі – коефіцієнтів полінома (1.42) на основі аналізу синхронно-вимірних значень вектора вхідних даних $X = (x_i, \dots, x_p)$ та вихідних значень y . Розрізняють два підходи залежно від походження матриці даних. У першому вважається, що вектор ознак X є детермінованим, а випадковою величиною є тільки залежна змінна y . Ця модель використовується найбільше часто й називається моделлю з фіксованою матрицею даних. У другому підході вважається, що вектор ознак X і y – випадкові величини, що мають спільний розподіл. У такій ситуації оцінка рівняння регресії є оцінка умовного математичного очікування випадкової величини y залежно від випадкових величин $x_i, \dots, x_p$. Дана модель називається моделлю з випадковою матрицею даних. Кожний з наведених

підходів має свої особливості. У той же час показано, що моделі з фіксованою матрицею даних і з випадковою матрицею даних відрізняються тільки статистичними властивостями оцінок параметрів рівняння регресії, тоді як обчислювальні аспекти цих моделей збігаються. Слід зазначити, що число вимірювань (точок) N повинно бути не менше числа коефіцієнтів n в (1.42), а з врахуванням того, що вхідні дані є випадковими величинами, число вимірювань N вибирається за умови $N \gg n$.

У рівнянні функції регресії (1.41) зазвичай вважається, що величини ε_i ($i=1, N$) незалежні й випадково розподілені з нульовим середнім і дисперсією σ_ε^2 , а оцінка параметрів a_i виконується за допомогою методу найменших квадратів (МНК).

Всі зазначені раніше види регресійних залежностей можна звести до лінійної багатофакторної регресії шляхом заміни всіх складових в (1.42) новими вхідними змінними z_i , $i = \overline{1, n}$ наступним чином:

$$z_1 = x_1, \dots, z_p = x_p, z_{p+1} = x_1 x_2, \dots, z_n = x_p x_p \dots x_p.$$

Якщо ввести фіктивну змінну $z_0 \equiv 1$ та підставити (1.42) в (1.41), одержимо:

$$y_i = \sum_{j=1}^n a_j z_{ji} + \varepsilon_i \quad (1.43)$$

Так як величина y обчислюється завжди з деякою помилкою ε , то можна обчислити суму квадратів відхилень між виміряним та розрахунковим значенням y_i :

$$S = \sum_{i=1}^N (y_j - \sum_{j=1}^n a_j z_{ji})^2. \quad (1.44)$$

При використанні МНК сума квадратів відхилення повинна прагнути до мінімального. Так як функція S залежить від коефіцієнтів регресії a_j , їх потрібно вибрати таким чином, щоб $S \rightarrow \min$, тобто

$$\frac{\partial S}{\partial a_j} = 2 \sum_{i=1}^N (y_j - \sum_{j=1}^n a_j z_{ji}) z_j = 0; j = \overline{1, n}. \quad (1.45)$$

Це приводить до нормальної системи лінійних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів регресії:

$$S^* A = C_{yz}, \quad (1.46)$$

де S – матриця коваріації ознак $z_0, \dots, z_n$, елементи якої обчислюються по

$s_{ij} = \sum_{k=1}^N z_{ik} z_{jk}$, C_{yz} – вектор оцінок коваріації між вихідною величиною y та

ознаками $z_0, \dots, z_n$, елементи якого обчислюються по $c_i = \sum_{k=1}^N y_k z_{jk}$, A – вектор коефіцієнтів, які потрібно обчислити.

Рішення системи рівнянь (1.46) виконується будь-яким відомим методом, доступним досліднику (метод Гауса, квадратного кореня та ін.).

Можна визначити довірчі інтервали та гіпотези щодо значимості коефіцієнтів a_i по (1.31), тому що значення t_a , як і t_r в кореляційному аналізі розподілені за законом Стюдента з $(N - 2)$ ступенями свободи.

Перевірка гіпотези про адекватність регресійної моделі виконується з використанням критерію Фішера. Якщо перевірити гіпотезу H_0 про те, що розглянута модель адекватна об'єктові, то для перевірки цієї гіпотези необхідно зіставити досягнуту точність моделі з величиною, що характеризує точність спостережень. Якщо точність моделі, перевершує точність спостережень, то гіпотеза H_0 відхиляється.

Порівняння дисперсій знаходимо по формулі:

$$W_0 = \frac{\frac{S_d}{N-n-1}}{\frac{S_y}{N-1}}, \quad (1.47)$$

де S_d – сума квадратів відхилення експериментальних точок і точок моделі, яка розраховується по (1.44);

S_y – сума квадратів відхилення вихідної величини y від свого середнього m_y , яка розраховується по:

$$S_y = \sum_{i=1}^N (y_i - m_y)^2.$$

Якщо $W_0 < W_{0,95}(N - n - 1, N - 1)$, то приймається гіпотеза H_0 . Інакше вона відкидається. Крім того використовуються наступні показники якості регресійної діагностичної моделі наступні:

– залишкова сума квадратів, яка розраховується по (1.44);

– незміщена оцінка дисперсії помилки $s_e^2 = S_d / (N - n)$;

– оцінка дисперсії прогнозованої змінної $\sigma_y^2 = \frac{1}{N} S_y$;

– коефіцієнт детермінації $R^2 = \frac{N\sigma_y^2 - S_d}{N\sigma_y^2}$, який міняється від 0 –

відсутній зв'язок X з y , до 1 – повністю детермінований зв'язок;

– оцінка дисперсії коефіцієнтів регресії $D_{ai} \approx \frac{s_{\epsilon}^2}{N} s_{ii}$, де s_{ii} – відповідний

елемент коваріаційної матриці ознак.

Складна регресійна залежність. Якщо регресійна залежність має складний характер, то підібрати підходящий поліном практично не вдається. Тому використовується кусочно-параметрична апроксимація, при цьому вісь X розбивається на кілька ділянок, у яких вибираємо лінійну або квадратичну апроксимації, що щонайкраще описує цю ділянку. Часто для цих цілей використовується сплайнова апроксимація.

Методи самоорганізації регресійних моделей. Як було зазначено раніше, визначення параметрів моделі (коефіцієнтів полінома) по МНК зводиться до рішення нормальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих коефіцієнтів полінома. При значному числі вихідних ознак і збільшенні ступеня полінома число коефіцієнтів у (1.42) росте лавинообразно, що висуває підвищені вимоги до обсягу навчальної вибірки (для реалізації МНК число точок повинно бути істотно більше сумарного числа коефіцієнтів). Крім того, у реальних даних, як правило, зустрічаються групи сильно зв'язаних ознак. У цих умовах виникає явище мультиколінеарності, що приводить до поганої обумовленості і, у граничному випадку, виродженості коваріаційної матриці. При цьому рішення нормальної системи лінійних рівнянь є не стійким або рішення одержати не можна. Тому на практиці зазвичай обмежуються лінійними регресійними моделями, хоча вони неточні і використовуються для "грубої" оцінки з метою добору множини впливаючих факторів моделі X .

Для синтезу регресійної моделі по невеликому числу експериментальних даних використовуються методи самоорганізації [17], які одночасно визначають структуру полінома і його коефіцієнти. У методах самоорганізації використовується ітераційна процедура послідовного ускладнення полінома з вибором найкращих рішень на кожному кроці ітерації. Особливістю методів самоорганізації є застосування принципів неостаточності рішення і зовнішнього критерію.

Принцип неостаточності рішення запозичений від еволюційних і генетичних алгоритмів і полягає в тому, що на кожному кроці залишається не один кінцевий результат, а група найкращих рішень, тобто відтинаються безперспективні рішення, і тільки на останньому кроці з усіх найкращих рішень вибирається єдине найкраще (оптимальне) серед усіх рівних.

Принцип зовнішнього критерію полягає в тому, що оцінка якості прогнозуючої моделі (точності наближення експериментальних даних рівнянням регресії) виконується за допомогою критерію, що є зовнішнім стосовно критерію, за допомогою якого визначаються коефіцієнти. Одним з варіантів зовнішнього критерію може бути розбивка всіх експериментальних

точок на дві частини, де перша з них – навчальна вибірка служить для визначення коефіцієнтів по МНК, а друга частина експериментальних точок – перевірна (зовнішня) вибірка служить для оцінки точності рівняння регресії. Застосування зовнішнього критерію дозволяє одержувати модель оптимальної складності.

Суть алгоритмів самоорганізації полягає в тому, що повний опис об'єкта виду (1.42) замінюється множиною часткових описів. В якості часткових описів беруться поліноми ступеня не вище другого, причому від числа змінних не більше двох (лінійні, з коваріаційними частковими описами, із квадратичними частковими описами). Ускладнення моделі (збільшення числа змінних і ступеня полінома) виконується при переході до наступного кроку ітерації, причому результати найкращих моделей попереднього кроку (відносно зовнішнього критерію) є вихідними даними наступного кроку ітерації. Безліч алгоритмів самоорганізації відрізняються структурою часткових описів, зовнішнім критерієм (точність моделі на точках перевіркової послідовності, баланс коефіцієнтів), способом одержання результуючої моделі й ін.

Контрольні питання.

1. Застосування кореляційного аналізу.
2. Зв'язок між числовими змінними (при лінійному зв'язку x і y)
3. Установлення зв'язку між числовими змінними при нелінійному зв'язку X і Y (кореляційне відношення)
4. Множинний коефіцієнт кореляції
5. Статистичний зв'язок між ординальними (порядковими) змінними
6. Регресійний аналіз.
7. Метод найменших квадратів. Реалізація.
8. Модель множинної лінійної регресії.
9. Модель нелінійної регресії.
10. Методи самоорганізації регресійних моделей.
11. Перевірка гіпотези про адекватність регресійної моделі.

Розділ 4. ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

4.1. Планування експерименту

Експеримент являє собою систему операцій, впливів і спостережень, спрямованих на отримання інформації про об'єкт при дослідницьких випробуваннях.

Дослід - окрема елементарна частина експерименту.

Від порівняно пасивного спостереження експеримент відрізняється активним впливом дослідника на об'єкт вивчення.

У ході експерименту повинні бути виконані наступні операції: визначення мети експерименту; теоретичне обґрунтування умов експерименту, що сприяють найбільш повному і всебічному прояву заданих властивостей і зв'язків досліджуваного об'єкта; розробка методики експерименту; розробка експериментальних засобів дослідження; спостереження і вимір досліджуваних характеристик об'єкта; статистична обробка результатів експериментів, отримання математичних залежностей, побудова діаграм, графіків, схем; аналіз експериментальних результатів, їх узагальнення.

Планування експерименту - це процедура визначення числа дослідів та умов їх проведення, необхідних і достатніх для вирішення поставленого завдання з необхідною точністю.

Побудова плану експерименту проводиться в так званому факторному просторі. Факторний простір - це безліч зовнішніх і внутрішніх параметрів моделі, значення яких дослідник може контролювати в ході підготовки і проведення модельного експерименту.

Розрізняють однофакторний і багатофакторний експерименти.

Однофакторний експеримент полягає у вивченні поведінки кожного фактора окремо і включає: виділення потрібних факторів; стабілізацію невагомих факторів та факторів, що заважають; почергове варіювання вагомих факторів.

Стратегія багатофакторного експерименту полягає в тому, що варіюються всі змінні відразу і кожен ефект оцінюється за результатами всіх дослідів, проведених в даній серії експериментів. У багатофакторному експерименті оперують всіма факторами так, щоб кожен шуканий результати можна було б визначити за результатами всіх дослідів, проведених в даній серії експериментів.

Зіставлення однофакторного і багатофакторного експериментів показує перевагу останнього. Ця перевага значно зростає при збільшенні числа факторів, вплив та взаємодію яких потрібно досліджувати експериментально.

Планування експерименту дозволяє або скоротити трудомісткість, або

підвищити точність у порівнянні з непередбачуваним експериментом. Математичне планування дає найбільший ефект у тих багатofакторних експериментах, в яких ведеться пошук оптимальних рішень. Математичний апарат теорії планування експерименту включає теорію ймовірностей, математичну статистику і математичне програмування.

У загальному вигляді планування експерименту включає наступні етапи: збір та аналіз апріорної інформації; вибір вхідних та вихідних змінних, області експериментування; вибір математичної моделі, за допомогою якої будуть представлятися експериментальні дані; вибір критерію оптимальності (якщо потрібно за умовою завдання дослідження) та плану експерименту; визначення методу аналізу даних експерименту; проведення експерименту; перевірка статистичних передумов для отриманих експериментальних даних; обробка результатів, інтерпретація та рекомендації.

Планування експерименту починається з постановки задачі і вибору об'єкта дослідження.

Об'єктом дослідження називається об'єкт, що володіє певними властивостями і якостями, такими, що підлягають вивченню у відповідності із завданням експерименту. Будь-який об'єкт дослідження можна представити у вигляді моделі «чорного ящика» зі змінними впливами входу і реакцією виходу. Об'єктами дослідження можуть бути реальні фізичні об'єкти, процеси і явища, їх фізичні та математичні моделі і т.і.

Об'єкти дослідження повинні володіти двома обов'язковими якостями: дозволяти при ретельно відпрацьованій методиці випробувань отримувати відтворювані результати і бути керованими.

Експеримент називається відтворюваним, якщо розкид результатів дослідів контролюється і не перевищує заздалегідь заданого значення. Об'єкт є керованим, якщо на ньому можливий активний експеримент. Розрізняють пасивний та активний експеримент. Якщо експериментатор не може впливати на хід експерименту, знаходиться в ролі пасивного спостерігача, то мова йде про пасивний експеримент (спостереження). Якщо експеримент підпорядкований волі експериментатора, може проводитися за заданою програмою, то має місце активний експеримент. Планувати можна тільки активний експеримент.

Всі змінні, що визначають стан об'єкта, поділяють на основні групи. Це три групи способів впливу на об'єкт дослідження: 1) контрольовані і керовані змінні X , значення яких експериментатор може варіювати в процесі експерименту; 2) контрольовані, але некеровані змінні Z ; 3) неконтрольовані і некеровані змінні E . До четвертої групи змінних відносять змінні виходу Y , які характеризують поведінку або властивості об'єкта в процесі експлуатації.

Змінні E відображають вплив випадкових ефектів, які є причиною виникнення шумового поля і непередбачуваного дрейфу досліджуваних

характеристик об'єкта. Контрольовані змінні X і Z називаються факторами. Фактори можуть бути детерміновані (частіше фактори X) і випадкові (частіше фактори Z). Далі розглядаємо тільки вплив детермінованих факторів X .

До факторів пред'являються вимоги дискретності, сумісності та некорельованості. Дискретність дозволяє підтримувати значення фактора на заданому рівні або ж здійснювати перехід на інший рівень впливів. Сумісність означає, що в експерименті є можливість задавати такі поєднання чинників, які не спотворюють досліджуваний процес. Виконання вимоги некорельованості дозволяє в експерименті значення кожного з факторів змінювати незалежно один від одного. У загальному випадку, якщо між факторами спостерігається нелінійний зв'язок, то фактори є некорельованими.

Вихідні показники Y називають відгуком об'єкта дослідження на вплив факторів X , залежність відгуку від факторів – функцією відгуку, а її геометричну інтерпретацію – поверхнею відгуку.

Оскільки фактори можуть носити як кількісний, так і якісний характер (наприклад, відображати деяку стратегію управління), значення чинників зазвичай називають рівнями.

Кожен з факторів має верхній і нижній рівні, розташовані симетрично щодо деякого нульового рівня. Точка в факторному просторі, відповідна нульовим рівням всіх факторів, називається центром плану.

Інтервалом варіювання фактора називається деяке число J , додавання якого до нульового рівня дає верхній рівень, а віднімання – нижній.

Як правило, план експерименту будується щодо одного (основного) вихідного скалярного параметра Y , який називається спостережуваною змінною. Якщо моделювання використовується як інструмент прийняття рішення, то в ролі спостережуваної змінної виступає показник ефективності.

При цьому передбачається, що значення спостережуваної змінної, отримане в ході експерименту, складається з двох складових:

$$y = f(x) + e(x),$$

де $f(x)$ – функція відгуку (невипадкова функція факторів); $e(x)$ – помилка експерименту (випадкова величина); x – точка в факторному просторі (певне поєднання рівнів факторів).

Очевидно, що y є випадковою змінною, так як вона залежить від випадкової величини $e(x)$.

Дисперсія D_y спостережуваної змінної, яка характеризує точність вимірювань, дорівнює дисперсії помилки досліду: $D_y = D_e$.

D_y називають дисперсією відтворюваності експерименту. Вона

характеризує якість експерименту. Експеримент називається ідеальним при $D_y = 0$.

Існує два основних варіанти постановки задачі планування експерименту:

1. З усіх допустимих вибрати такий план, який дозволив би отримати найбільш достовірне значення функції відгуку $f(x)$ при фіксованому числі дослідів.

2. Вибрати такий допустимий план, при якому статистична оцінка функції відгуку може бути отримана із заданою точністю при мінімальному числі випробувань.

Рішення задачі планування в першій постановці називається стратегічним плануванням експерименту, у другій - тактичним плануванням.

Доопрацювання та пристосування стандартних планів експерименту здійснюються на стадіях стратегічного і тактичного планування.

Стратегічне планування експерименту включає вибір виду математичної моделі з урахуванням числа варійованих факторів і їх рівнів, а також взаємодії факторів і нелінійних ефектів. При вирішенні оптимізаційної задачі додатково враховуються екстремальні умови. Тактичне планування передбачає вирішення питань точності й вартості експерименту (збіжність рішення, початкові умови, розмір вибірки, методи зменшення дисперсії та інші питання).

Стратегічне планування ставить своєю метою вирішення завдання отримання необхідної інформації про систему за допомогою моделі, реалізованої на ЕОМ, з урахуванням обмежень на ресурси.

При стратегічному плануванні машинних експериментів з моделями систем виникає цілий ряд проблем, взаємно пов'язаних як з особливостями функціонування модельованого об'єкта, так і з особливостями машинної реалізації моделі і обробки результатів експерименту. У першу чергу до таких відносяться проблеми побудови плану машинного експерименту; наявності великої кількості факторів; багатокомпонентної функції реакції; стохастичною збіжністю результатів машинного експерименту; обмеженості машинних ресурсів на проведення експерименту.

При побудові плану експерименту необхідно пам'ятати, що цілями проведення машинних експериментів з моделлю системи є або отримання залежності реакції від факторів для виявлення особливостей досліджуваного процесу функціонування системи, або знаходження такої комбінації значень факторів, яка забезпечує екстремальне значення реакції.

Проблема стратегічного планування машинних експериментів – наявність великої кількості факторів. Наступною проблемою стратегічного планування машинних експериментів є багатокомпонентна функція реакції. У імітаційному експерименті з варіантами моделі системи на етапі її

проектування часто виникає завдання, пов'язане з необхідністю вивчення великої кількості змінних реакції. Цю трудність у ряді випадків можна обійти, розглядаючи імітаційний експеримент з моделлю за визначенням багатьох реакцій як кілька імітаційних експериментів, у кожному з яких досліджується (спостерігається) тільки одна реакція.

Істотне місце при плануванні експериментів з імітаційними моделями, реалізованими методом статистичного моделювання на ЕОМ, займає проблема стохастичною збіжності результатів машинного експерименту. Ця проблема виникає внаслідок того, що метою проведення конкретного машинного експерименту при дослідженні і проектуванні системи є отримання на ЕОМ кількісних характеристик процесу функціонування системи за допомогою машинної моделі. В якості таких характеристик найбільш часто виступають середні деяких розподілів, для оцінки яких застосовують вибіркові середні, знайдені шляхом багаторазових прогонів моделі на ЕОМ, причому, чим більше вибірка, тим більша ймовірність того, що вибіркові середні наближаються до середніх розподілів. Збіжність вибірових середніх із зростанням обсягу вибірки називається стохастичною збіжністю.

Тактичне планування являє собою визначення способу проведення кожної серії випробувань машинної моделі, передбачених планом експерименту.

Тактичне планування експерименту з машинною моделлю системи пов'язано з питаннями ефективного використання виділених для експерименту машинних ресурсів та визначенням конкретних способів проведення випробувань моделі, намічених планом експерименту, побудованим при стратегічному плануванні.

Тактичне планування машинного експерименту пов'язано насамперед з вирішенням наступних проблем:

- 1) визначення початкових умов та їх впливу на досягнення сталого результату при моделюванні;
- 2) забезпечення точності та достовірності результатів моделювання;
- 3) зменшення дисперсії оцінок характеристик процесу функціонування модельованих систем;
- 4) вибору правил автоматичної зупинки імітаційного експерименту з моделями систем.

Перша проблема при проведенні машинного експерименту виникає внаслідок штучного характеру процесу функціонування моделі, яка на відміну від реальної системи працює епізодично, тобто тільки коли експериментатор запускає машинну модель і проводить спостереження.

Рішення другої проблеми тактичного планування машинного експерименту пов'язане з оцінкою точності та достовірності результатів

моделювання (при конкретному методі реалізації моделі, наприклад, методі статистичного моделювання на ЕОМ) при заданому числі реалізацій (обсязі вибірки) або з необхідністю оцінки необхідного числа реалізацій при заданих точності та достовірності результатів моделювання системи.

Проблемою вибору кількості реалізацій при забезпеченні необхідної точності та достовірності результатів машинного експерименту тісно пов'язана і третя проблема, а саме проблема зменшення дисперсії. В даний час існують методи, що дозволяють при заданому числі реалізацій збільшити точність оцінок, отриманих на машинній моделі, і, навпаки, при заданій точності оцінок скоротити необхідне число реалізацій при статистичному моделюванні. Ці методи використовують апіорну інформацію про структуру та поведінку модельованої системи і називаються методами зменшення дисперсії. При підході до зменшення дисперсії задача полягає в спеціальній побудові алгоритму моделювання системи, що дозволяє отримати позитивну кореляцію, наприклад, за рахунок управління генерацією випадкових величин. Питання про ефективність використання методу зменшення дисперсії може бути вирішене тільки з урахуванням необхідності додаткових витрат машинних ресурсів (часу і пам'яті) на реалізацію підходу, тобто теоретичне зменшення витрат машинного часу на моделювання варіантів системи (при тій же точності результатів) повинно бути перевірено на складність машинної реалізації моделі.

Останньою з проблем, що виникають при тактичному плануванні імітаційних експериментів є вибір правил автоматичної зупинки імітаційного експерименту. Найпростіший спосіб вирішення проблеми – завдання необхідної кількості реалізацій N (або довжини інтервалу моделювання T). Однак такий детермінований підхід неефективний, так як в його основі лежать досить грубі припущення про розподіл вихідних змінних, які на етапі тактичного планування є невідомими.

Інший спосіб – завдання довірчих інтервалів для вихідних змінних і зупинка прогону машинної моделі при досягненні заданого довірчого інтервалу. При практичній реалізації введення в модель правил зупинки і операцій обчислення довірчих інтервалів збільшує машинний час, необхідний для отримання однієї вибіркової точки при статистичному моделюванні.

Фізико-математичне моделювання на основі стратегічного і тактичного планування реалізується в два етапи:

- на першому етапі (попереднє планування) встановлюються цілі експерименту, визначається і вибирається математична модель.
- другий етап передбачає аналіз апіорних даних разом з результатами вимірів і розробку плану, послідовного отримання необхідних для інтерпретації поточної ситуації даних.

На наведених етапах дослідження розглядаються також специфічні вимоги до експериментальних даних. Це робиться для того, щоб при остаточному стратегічному і тактичному плануванні всі обмеження були приведені у відповідність з наявними практичними умовами.

Основна задача планування машинних експериментів – отримання необхідної інформації про досліджувану систему при обмеженнях на ресурси (витрати машинного часу, пам'яті і т.і.). До числа завдань, що вирішуються при плануванні машинних експериментів, відносяться завдання зменшення витрат машинного часу на моделювання, збільшення точності та достовірності результатів моделювання, перевірки адекватності моделі і т.і.

Незважаючи на те, що цілі експериментального моделювання на ЕОМ і проведення натурних експериментів збігаються, між видами експериментів існують відмінності, тому для планування експерименту найбільш важливе значення має наступне:

- 1) простота повторення умов експерименту на ЕОМ з моделлю системи;
- 2) можливість управління експериментом з моделлю, включаючи його переривання та поновлення;
- 3) легкість варіювання умов проведення експерименту (вплив зовнішнього середовища E);
- 4) наявність кореляції між послідовністю точок у процесі моделювання;
- 5) труднощі, пов'язані з визначенням інтервалу моделювання $(0, T)$.

Перевагою ж машинних експериментів перед натурними є можливість повного відтворення умов експерименту з моделлю досліджуваної системи.

Порівнювати дві альтернативи можливо при однакових умовах, що досягається, наприклад, вибором однієї і тієї ж послідовності випадкових чисел для кожної з альтернатив. Істотним достоїнством перед натурними є простота переривання та поновлення машинних експериментів, що дозволяє застосовувати послідовні і евристичні прийоми планування, які можуть виявитися нереалізованим в експериментах з реальними об'єктами. При роботі з машинної моделлю завжди можливо переривання експерименту на час, необхідний для аналізу результатів і прийняття рішень про його подальшому ході (наприклад, про необхідність зміни значень параметрів моделі).

Недоліком машинних експериментів є те, що часто виникають труднощі, пов'язані з наявністю кореляції у вихідних послідовностях, тобто результати одних спостережень залежать від результатів одного або кількох попередніх, і тому в них міститься менше інформації, ніж у незалежних спостереженнях. Так як в більшості існуючих методів планування експериментів передбачається незалежність спостережень, то багато з цих методів не можна безпосередньо застосовувати для машинних експериментів при наявності кореляції.

Як було сказано, кожен фактор може приймати в експерименті одне з декількох значень, званих рівнями. Фіксований набір рівнів факторів визначає один з можливих станів даної системи. Одночасно цей набір являє собою умови проведення одного з можливих експериментів.

Кожному фіксованому набору рівнів факторів відповідає певна точка в багатовимірному просторі, званому факторним простором.

Експерименти не можуть бути реалізовані у всіх точках факторного простору, а лише в належних точках допустимої області.

При плануванні експериментів необхідно визначити основні властивості чинників. Фактори при проведенні експериментів можуть бути керованими і некерованими, такими що спостерігаються і не спостерігаються, що досліджуються і не досліджуються, бути кількісними і якісними, фіксованими і випадковими.

Фактор називається керованим, якщо його рівні цілеспрямовано вибираються дослідником в процесі експерименту. Некеровані фактори впливають на відтворюваність експерименту і є причиною її порушення.

Фактор називається таким, що спостерігається, якщо його значення спостерігаються і реєструються.

Фактор відноситься до таких, що досліджується, якщо він включений в модель для вивчення властивостей системи, а не для допоміжних цілей, наприклад для збільшення точності експерименту.

До кількісних відносяться ті фактори, які можна вимірювати, зважувати і т.і. Якісні фактори – це різні речовини, технологічні способи, прилади, виконавці і т.і.

Фактор називається фіксованим, якщо в експерименті досліджуються всі значення фактора, що цікавлять експериментатора, а якщо експериментатор досліджує тільки деяку випадкову вибірку із сукупності значень факторів, то фактор називається випадковим.

Кожен фактор може приймати у випробуванні одне або кілька значень, званих рівнями, причому фактор буде керованим, якщо його рівні цілеспрямовано вибираються експериментатором. Для повного визначення фактора необхідно вказати послідовність операцій, за допомогою яких встановлюються його конкретні рівні. Таке визначення фактора називається операційним і забезпечує однозначність розуміння фактора.

Основними вимогами, що пред'являються до факторів, є вимога керованості фактора і вимога безпосереднього впливу на об'єкт.

Під керованістю фактора розуміється можливість установки і підтримки обраного потрібного рівня фактора постійним протягом усього випробування чи змінюються відповідно до заданої програми. Вимога безпосереднього впливу на об'єкт має велике значення у зв'язку з тим, що важко керувати фактором, якщо він є функцією інших факторів.

При плануванні експерименту зазвичай одночасно змінюються кілька факторів. Основні вимоги до факторів – сумісність і незалежність.

Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації здійсненні, а незалежність відповідає можливості встановлення фактора на будь-якому рівні незалежно від рівнів інших.

Планування експерименту проводиться в кілька етапів:

- постановка задачі (визначення мети експерименту, з'ясування вихідної ситуації, оцінка допустимих витрат часу і коштів, встановлення типу завдання);

- збір апріорної інформації (одержання літератури, опитування фахівців тощо);

- вибір способу рішення і стратегії його реалізації (встановлення типу моделі, виявлення можливих факторів, що впливають, виявлення вихідних параметрів, вибір цільових функцій, створення необхідних нестандартних технічних засобів, формулювання статистичних завдань, вибір або розробка алгоритмів програм обробки експериментальних даних).

Основними концепціями сучасного підходу до організації експерименту є рандомізація, багатофакторність та автоматизація.

Сутність рандомізації полягає в наступному. Будь-яке експериментальне дослідження проводиться, як правило, в умовах дії систематичних помилок і факторів, які важко піддаються обліку і контролю. При традиційному підході до експерименту дослідники нерідко намагаються відокремити досліджуване явище від заважають факторів, як це можна зробити в детермінованих об'єктах з добре вивченою структурою. Очевидно, що в недетермінованих об'єктах з величезною кількістю випадкових факторів цінність експерименту, проведеного в особливих умовах, не може бути високою.

Концепція рандомізації пропонує підхід до організації вибіркового даних експерименту. План експерименту складається таким чином, щоб зробити випадковими в просторі і в часі систематично діючі чинники, що заважають. Тоді ці фактори можна розглядати як випадкові величини і, отже, врахувати статистично їх вплив у значенні помилки експерименту. Іншими словами, на противагу традиційному підходу до експерименту з прагненням стабілізувати чинники, що заважають, рандомізація внесла концепцію випадку в експеримент.

Принцип багатофакторності відображає підхід до експерименту в задачах з багатьма факторами. При вивченні об'єктів з кількома факторами згідно з цим принципом досліднику пропонується ставити досліди так, щоб варіювати всі фактори відразу на відміну від традиційного підходу, коли дослідник намагається вивчати дію кожного чинника при почерговій зміні його значень. Організація експерименту із застосуванням багатофакторних схем варіювання дозволяє підвищити точність оцінок параметрів моделей для

недетермінованих об'єктів, точніше оцінити чутливість вихідної залежної змінної об'єкта до варіації досліджуваних вхідних незалежних змінних.

Серед основних методів планування, що застосовуються на різних етапах дослідження, використовують:

- планування експерименту, що відсіває, основне значення якого полягає в виділенні з усієї сукупності факторів групи істотних факторів, що підлягають подальшому детальному вивченню;
- планування експерименту для дисперсійного аналізу, тобто складання планів для об'єктів з якісними факторами;
- планування регресійного експерименту, що дозволяє отримувати регресійні моделі (поліноміальні та інші);
- планування екстремального експерименту, в якому головне завдання – експериментальна оптимізація об'єкта дослідження;
- планування при вивченні динамічних процесів і т.і.

При пасивному експерименті існують лише фактори у вигляді вхідних контрольованих, але некерованих змінних, і експериментатор знаходиться в положенні пасивного спостерігача. Завдання планування в цьому випадку зводиться до оптимальної організації збору інформації і вирішення таких питань, як вибір кількості та частоти вимірювань, вибір методу обробки результатів вимірювань.

Найбільш часто метою пасивного експерименту є побудова математичної моделі об'єкта, яка може розглядатися або як добре, або як погано організований об'єкт. У добре організованому об'єкті мають місце певні процеси, в яких взаємозв'язку вхідних і вихідних параметрів встановлюються у вигляді детермінованих функцій. Тому такі об'єкти називають детермінованими. Погано організовані або дифузні об'єкти являють собою статистичні моделі. Методи дослідження з використанням таких моделей не вимагають детального вивчення механізму процесів і явищ, що протікають в об'єкті.

Множина усіх точок проведення експериментів

$$x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \quad i=1, 2, \dots, N$$

представляється за допомогою матриці

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & . & . & . & x_{1k} \\ x_{21} & . & . & . & x_{2k} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ x_{n1} & . & . & . & x_{nk} \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

і називається планом експерименту.

Матриця $X^T X$ називається інформаційною матрицею плану. Матриця $[X^T X]^{-1}$ називається дисперсійною матрицею плану.

В даний час використовується понад 20 різних критеріїв оптимальності планів, які поділяються на дві основні групи. До першої групи відносять критерії, пов'язані з помилками оцінок коефіцієнтів, а до другої – з помилкою оцінки поверхні відгуку.

Критерії першої групи представляють інтерес для задач оптимізації, виділення домінуючих (найбільш значущих) параметрів на початкових етапах розв'язання оптимізаційних задач або для виявлення несуттєвих параметрів в задачах відновлення закономірності функціонування об'єкта. Геометричне тлумачення властивостей помилок коефіцієнтів пов'язано з властивостями еліпсоїда їх розсіювання, який визначається математичним очікуванням і дисперсією значень помилок. Просторове розташування, форма, і розмір еліпсоїда повністю залежать від плану експерименту.

Критерієм D-оптимальності відповідає мінімальний обсяг еліпсоїда розсіювання помилок (визначник дисперсійної матриці мінімальний). У відповідному плані ефекти факторів максимально незалежні один від одного. Цей план мінімізує очікувану помилку передбачення функції відгуку. Критерієм A-оптимальності відповідає план з мінімальною сумарною дисперсією всіх коефіцієнтів (мінімальний слід дисперсійної матриці). Критерієм E-оптимальності – план, в якому максимальна дисперсія коефіцієнтів буде мінімальна.

Вибір критерію залежить від завдання дослідження, так при вивченні впливу окремих факторів на поведінку об'єкта застосовують критерій E-оптимальності, а при пошуку оптимуму функції відгуку – D-оптимальності. Якщо побудова D-оптимального плану викликає труднощі, то можна перейти до A-оптимального плану, побудова якого здійснюється простіше.

Критерії другої групи використовуються при вирішенні завдань опису поверхні відгуку, визначення обмежень на значення параметрів. Основним тут є критерій G-оптимальності, який дозволяє побудувати план з мінімальним значенням найбільшої помилки в описі функції відгуку. Застосування G-оптимального плану дає впевненість у тому, що в області планування немає точок з надмірно великою помилкою опису функції.

Серед усіх класів планів основна увага в практичній роботі приділяється ортогональним і ротатабельним планам.

Ортогональним називається план, для якого виконується умова парної ортогональності стовпців матриці планування, зокрема, для незалежних змінних

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{1, k}$$

де N – кількість точок плану експерименту, k – кількість незалежних факторів. При ортогональному плануванні коефіцієнти полінома визначаються незалежно один від одного – викреслення або додавання доданків у функції відгуку не змінює значення інших коефіцієнтів полінома. Для ортогональних планів еліпсоїд розсіювання орієнтований у просторі так, що напрямки його осей збігаються з напрямками координат простору параметрів (інформаційна та дисперсійна матриці є діагональними).

Використання ротатабельних планів забезпечує для будь-якого напрямку від центру експерименту рівнозначність точності оцінки функції відгуку (сталість дисперсії передбачення) на рівних відстанях від центру експерименту. Це особливо важливо при вирішенні завдань пошуку оптимальних значень параметрів на основі градієнтного методу, так як дослідник до початку експериментів не знає напрямку градієнта і тому прагне прийняти план, точність якого однакова у всіх напрямках. У ряді випадків при дослідженні поверхні відгуку потрібно уніморфність моделі, а саме, дотримання сталості значень дисперсії помилки в деякій області навколо центру експерименту. Виконання такої вимоги доцільно в тих випадках, коли дослідник не знає точно розташування області поверхні відгуку з оптимальними значеннями параметрів. Зазначена область буде визначена на основі спрощеної моделі, отриманої за результатами експериментів.

За співвідношенням між кількістю оцінюваних невідомих параметрів моделі і кількістю точок плану експерименту всі плани підрозділяються на три класи: ненасичені – кількість параметрів менше числа точок плану; насичені – обидві величини однакові; наднасичені – кількість параметрів більше числа точок плану. Метод найменших квадратів застосовують тільки при ненасиченому і насиченому плануванні, і він не застосовується для наднасиченого планування.

Для деяких планів важливу роль відіграє композиційність. Так, композиційні плани для побудови поліномів другого порядку отримують додаванням деяких точок до планів формування лінійних функцій. Це дає можливість в задачах дослідження спочатку спробувати побудувати лінійну модель, а потім при необхідності, додавши спостереження, перейти до моделей другого порядку, використовуючи раніше отримані результати і зберігаючи при цьому деяке задану властивість плану, наприклад його ортогональність.

Між критеріями оптимальності та методами побудови оптимальних планів експериментів існує жорсткий зв'язок. Побудова планів виробляється

або з використанням каталогів планів або з використанням безпосередньо методів планування експериментів, що є непростим завданням і вимагає досить високої кваліфікації дослідника.

Крім розглянутих критеріїв у плануванні експериментів цілком природно застосовується критерій мінімуму числа експериментів, тобто серед усіх планів бажано вибирати такий, який вимагає мінімального числа дослідів при дотриманні вимог до якості оцінки функції або її параметрів.

Активний експеримент включає: систему впливів, при яких відтворюється функціонування об'єкта; реєстрацію відгуку об'єкта. План експерименту задає сукупність даних, що визначають кількість, умови та порядок реалізації дослідів. Дослід становить елементарну частину експерименту і передбачає відтворення досліджуваного явища в конкретних умовах з подальшою реєстрацією результату. В умовах випадковості в одних і тих же умовах проводяться паралельні (повторні) досліді в інтересах отримання статистично стійких результатів.

При проведенні активного експерименту необхідно обрати область планування. При виборі області експерименту насамперед треба оцінити межі областей визначення факторів. При цьому повинні враховуватися обмеження декількох типів. Перший тип – принципові обмеження для значень факторів, які не можуть бути порушені ні за яких обставин. Наприклад, якщо фактор - температура, то нижньою межею буде абсолютний нуль. Другий тип – обмеження, пов'язані з техніко-економічними міркуваннями, наприклад, з вартістю сировини, часом ведення процесу. Третій тип обмежень, з яким найчастіше доводиться мати справу, визначається конкретними умовами проведення процесу, Наприклад, існуючої апаратури, технологією, організацією.

Оптимізація зазвичай починається в умовах, коли об'єкт вже піддавався деяким дослідженням. Інформацію, що міститься в результатах попередніх досліджень, будемо називати апріорною (тобто отриманою до початку експерименту). Можна використовувати апріорну інформацію для отримання уявлення про параметр оптимізації, про фактори, про найкращі умови ведення процесу і характер поверхні відгуку, тобто про те, як сильно змінюється параметр оптимізації при невеликих змінах значень факторів, а також про кривизну поверхні відгуку. Для цього можна використовувати графіки (або таблиці) однофакторних експериментів, що здійснювалися в попередніх дослідженнях або описаних в літературі. Якщо однофакторні залежності не можна уявити лінійним рівнянням (у розглянутій області), то в багатовимірному випадку, безсумнівно, буде суттєва кривизна. Зворотне твердження, не очевидно. Отже, вибір експериментальної області факторного простору пов'язаний з ретельним аналізом апріорної інформації.

Далі в області визначення треба знайти локальну підобласть для

планування експерименту. Процедура вибору цієї підобласті включає два етапи: вибір основного рівня і вибір інтервалів варіювання.

Вибір основного рівня. Найкращим умовам, визначеним з аналізу апріорної інформації, відповідає комбінація (або декілька комбінацій) рівнів факторів. Кожна комбінація є багатовимірною точкою в факторному просторі. Її можна розглядати як вихідну точку для побудови плану експерименту. Її прийнято називати основним (нульовим) рівнем. Побудова плану експерименту зводиться до вибору експериментальних точок, симетричних щодо нульового рівня.

У різних випадках є різні відомості про область найкращих умов. Якщо є відомості про координати однієї найкращої точки і немає інформації про межі визначення факторів, то залишається розглядати цю точку в якості основного рівня. Аналогічне рішення приймається, якщо межі відомі і найкращі умови лежать всередині області.

Положення ускладнюється, якщо ця точка лежить на кордоні (або дуже близько до кордону) області. Тоді доводиться основний рівень вибирати з деяким зрушенням від найкращих умов.

Може статися, що координати найкращої точки невідомі, але є відомості про деяку підобласть, в якій процес йде досить добре. Тоді основний рівень вибирається або в центрі, або у випадковій точці цієї підобласті. Відомості про підобласті можна отримати, аналізуючи вивчені раніше подібні процеси, з теоретичних міркувань або з попереднього експерименту.

Нарешті, можливий випадок з кількома еквівалентними точками, координати яких різні. Коли відсутні додаткові дані (технологічного, економічного характеру і т.і.), вибір довільний. Звичайно, якщо експеримент недорогий і вимагає трохи часу, можна приступити до побудови планів експериментів навколо декількох точок.

Після вибору нульового рівня виконується вибір інтервалів варіювання.

Для спрощення запису умов експерименту і обробки експериментальних даних масштаби по осях вибираються так, щоб верхній рівень відповідав +1, нижній -1, а основний – нулю. Для факторів з безперервною областю визначення це завжди можна зробити за допомогою перетворення

$$X_i = \frac{X - X_0}{dx}, \quad (4.2)$$

де X_i – нормоване значення фактора, X – натуральне значення фактора; X_0 – натуральне значення основного рівня фактора; dx – інтервал варіювання фактора.

Для якісних факторів, що мають два рівні, один рівень позначається +1, а інший -1; порядок рівнів не має значення.

На вибір інтервалів варіювання накладаються природні обмеження

зверху і знизу. Інтервал варіювання не може бути менше тієї помилки, з якою експериментатор фіксує рівень фактора. Інакше верхній і нижній рівні виявляться нерозрізненними. З іншого боку, інтервал не може бути настільки великим, щоб верхній або нижній рівні опинилися за межами області визначення. Усередині цих обмежень зазвичай ще залишається значна невизначеність вибору, яка усувається за допомогою інтуїтивних рішень.

При вирішенні задачі оптимізації прагнуть вибрати для першої серії експериментів таку підобласть, яка давала б можливість для крокового руху до оптимуму. У задачах інтерполяції інтервал варіювання охоплює всю описувану область.

Вибір інтервалів варіювання - задача важка, так як вона пов'язана з неформалізованим етапом планування експерименту. На даному етапі корисна наступна інформація: відомості про точність, з якою експериментатор фіксує значення факторів, про кривизну поверхні відгуку і про діапазон зміни параметра оптимізації. Зазвичай ця інформація є орієнтовною (в деяких випадках вона може виявитися просто помилковою), але це єдина розумна основа, на якій можна починати планувати експеримент. У ході експерименту її часто доводиться коригувати.

Точність фіксування факторів визначається точністю приладів і стабільністю рівня в ході досвіду.

Джерелом відомостей про кривизну поверхні відгуку можуть служити графіки однофакторних залежностей, а також теоретичні міркування. З графіків відомості про кривизну можна отримати візуально. Певне уявлення про кривизну дає аналіз табличних даних, оскільки наявності кривизни відповідає непропорційне зміна параметра оптимізації при рівномірному зміні фактора.

4.2. Планування експерименту при регресійному аналізі

Регресійний аналіз являє собою математичний апарат, який служить для побудови математичної моделі експерименту.

У загальному вигляді під моделлю розуміється вид функції відгуку

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

У плануванні експерименту найчастіше вибираються математичні моделі поліноміального характеру (наприкладі для двох змінних x_1 і x_2):

Поліном нульової ступеня: $y = b_0$.

Поліном першого ступеня (лінійний): $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$.

Поліном другого ступеня:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2.$$

Неповний поліном другого ступеня: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$.

Збільшуючи ступінь полінома, можна задати приблизний опис (апроксимацію) функції будь-якої складності. Для експериментатора ж вибір поліноміальної моделі дозволяє значно спростити пошук числових коефіцієнтів. При виборі ступеня полінома потрібно не забувати про простоту опису. Занадто високі ступені, незважаючи на збільшення точності передбачення, рідко вітається, оскільки з кожним новим ступенем утруднюється пошук числових коефіцієнтів. При збільшенні коефіцієнтів зростає і число дослідів, необхідних для їх обчислення. Найчастіше експериментатори намагаються обмежуватися лінійними поліномами, а якщо вони недостатньо точні, поліномами другого ступеня (квадратичними).

Подальше збільшення ступеня полінома веде, як правило, тільки до збільшення складності прогнозування і не більше.

Експеримент, в якому реалізуються всі можливі поєднання рівнів факторів, називається повним факторним експериментом.

Найбільш простий варіант повного факторного експерименту – експерименти типу 2^k : кожен з факторів має тільки два рівні.

Знаючи число факторів, можна обчислити загальне число експериментів, які необхідно провести в даному випадку. Загальна кількість дослідів визначається за формулою

$$N = m^k,$$

де m – число рівнів фактора, k – число факторів.

У загальному випадку експеримент, в якому реалізуються всі можливі поєднання рівнів факторів, називається повним факторним експериментом (ПФЕ).

Якщо обрана модель включає тільки лінійні члени полінома та їхні твори, то для оцінки всіх параметрів моделі використовується план експерименту з варіюванням всіх факторів на двох рівнях. Такі плани прийнято називати планами типу 2^k , де $2^k = N$ – число всіх можливих дослідів, k – кількість варійованих факторів.

Повний факторний експеримент 2^k може бути запропонований досліднику як один із способів побудови математичної моделі (ідентифікації) недетермінованого об'єкта. Цей спосіб виявляється найбільш кращим у тих випадках, коли відсутня апріорна інформація для обґрунтування структури моделі з позицій процесів, що відбуваються в об'єкті, відсутня кількісна оцінка ступеня впливу досліджуваних факторів на вихідну змінну об'єкта, його вихідний показник.

Обчислення оцінок коефіцієнтів при ПФЕ 2^k здійснюється на основі обробки результатів реалізації планів, в яких кожен фактор приймає тільки

два значення $\tilde{x}_{ii}$ або $\tilde{x}_{ia}$, розташовані симетрично щодо нульового рівня або центру плану по даному фактору. Значення рівнів варіювання вибирає дослідник, виходячи з можливого діапазону зміни кожного фактора і можливості застосування лінійної апроксимації функції відгуку в обраному діапазоні змін параметра. Без обмеження спільності можна вважати, що кодовані значення x_i приймають значення -1 і +1 відповідно.

Умови експерименту можна записати у вигляді таблиці, де рядки відповідають різним дослідом, а стовпці – значенням факторів. Останній стовпець таблиці відводиться під значення параметра оптимізації, які він приймає при заданих значеннях фактора. Такі таблиці називаються матрицями (репліками) планування експерименту.

Кожен стовпець у матриці планування називають вектор-стовпцем, а кожен рядок – вектор-рядком. Таким чином, маємо вектори-стовпці незалежних змінних і один вектор-стовпець параметра оптимізації.

Таблиця 4.1 Матриця планування експерименту 2^2

Номер дослідів	Матриця планування		Параметр оптимізації у
	x_1	x_2	
I	-1	-1	y_1
II	+1	-1	y_2
III	-1	+1	y_3
IV	+1	+1	y_4

Те, що записано в таблиці 4.1 в алгебраїчній формі, можна зобразити геометрично. Знайдемо в області визначення факторів точку, відповідну основному рівню, і проведемо через неї нові осі координат, паралельні осям натуральних значень факторів. Далі, виберемо масштаби по нових осях так, щоб інтервал варіювання для кожного фактора дорівнював одиниці. Тоді умови проведення дослідів будуть відповідати вершинам квадрата, центром якого є основний рівень, а кожна сторона паралельна одній з осей координат і дорівнює двом інтервалам (рис. 4.1). Номери вершин квадрата відповідають номерам дослідів у матриці планування. Площа, обмежена квадратом, називається областю експерименту. Іноді зручніше вважати областю експерименту площу, обмежену колом, що описує квадрат.

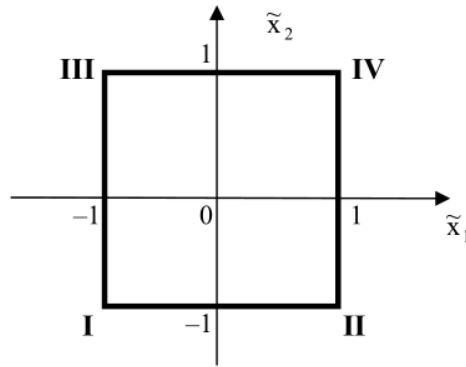


Рис. 4.1. Геометричне зображення матриці планування.

На рис. 4.2 показаний в факторному просторі симетричний дворівневий план для двофакторної функції відгуку $y = f(x_1, x_2)$ при нейтральному (рис. 4.2,а) і нормованому (рис. 4.2,б) заданні рівнів факторів. Тут $\tilde{x}_{10}, \tilde{x}_{20}$ – натуральні рівні факторів, $\tilde{x}_{1i}, \tilde{x}_{2i}$ – нижні, $\tilde{x}_{1a}, \tilde{x}_{2a}$ – верхні рівні, $\Delta\tilde{x}_1, \Delta\tilde{x}_2$ – інтервали варіювання.

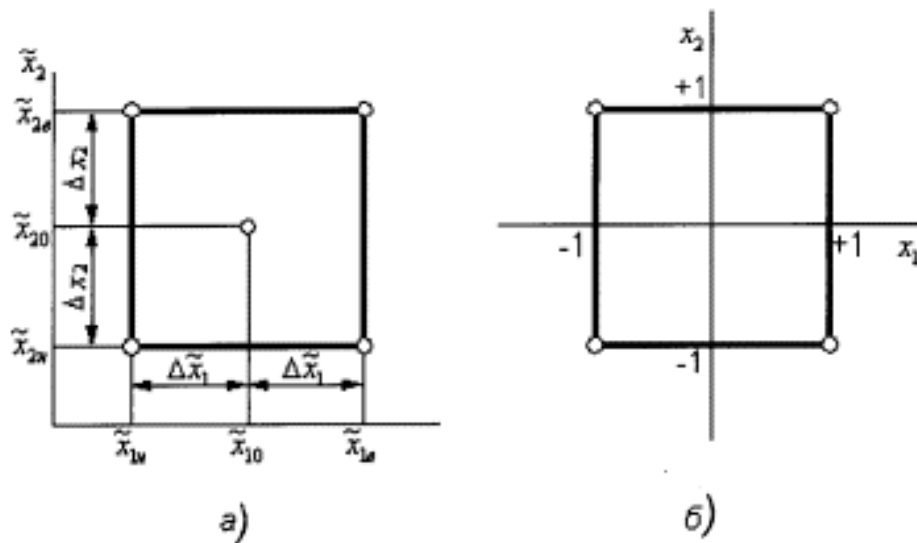


Рис. 4.2. ПФЕ 2^2 при нейтральному (а) і нормованому (б) заданні факторів.

При плануванні експерименту на першому етапі прагнуть отримати лінійну модель. Однак немає гарантії, що в обраних інтервалах варіювання процес описується лінійною моделлю. Один з найпоширеніших видів нелінійності пов'язаний з тим, що ефект одного фактора залежить від рівня, на якому знаходиться інший фактор. У цьому випадку говорять, що має місце ефект взаємодії двох факторів. Повний факторний експеримент дозволяє кількісно оцінювати ефекти взаємодії. Для цього треба, користуючись правилом перемноження стовпців, отримати стовпець добутку двох факторів.

При обчисленні коефіцієнта, відповідного ефекту взаємодії, з новим вектор-стовпцем можна звертатися так само, як з вектор-стовпцем будь-якого фактора. Для ПФЕ 2^2 матриця планування з урахуванням ефекту взаємодії представлена в табл. 4.2. Дуже важливо, що при додаванні стовпців ефектів взаємодій всі властивості матриць планування зберігаються. Для простоти запису кодовані значення факторів «+1» і «-1» в матриці планування записують як «+» і «-».

При врахуванні взаємодій факторів, а також при збільшенні кількості факторів запис матриці планування стає громіздкою. Для її скорочення вводяться умовні буквені позначення рядків. Це робиться таким чином. Порядковий номер фактора ставиться у відповідність малої букви латинського алфавіту: $x_1 - a$, $x_2 - b$, ... і т.д. Якщо тепер для рядка матриці планування виписати латинські букви тільки для чинників, що знаходяться на верхніх рівнях, то умови досліду будуть задані однозначно. Дослід з усіма факторами на нижніх рівнях позначається (1). Тепер матрицю планування можна описати тільки символьними позначеннями: (1), a, b, ab.

Таблиця 4.2. Матриця планування експерименту 2^2 з урахуванням взаємодії факторів

Номер досліду	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	Символьні позначення рядків	y
I	+	-	-	+	(1)	y_1
II	+	+	-	-	a	y_2
III	+	-	+	-	b	y_3
IV	+	+	+	+	ab	y_4

Регресійна модель для плану експерименту з табл. 4.2 виглядає наступним чином:

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2. \quad (4.3)$$

Стовпці x_1 і x_2 в матриці (табл. 4.2) задають планування – по ним безпосередньо визначаються умови дослідів, а стовпці x_0 і x_1x_2 служать тільки для розрахунку.

З аналізу матриці планування легко бачити, що повний факторний експеримент має властивості:

- ортогональності. Сума парних добутоків елементів будь-яких двох різних стовпців дорівнює нулю. Зокрема, для простих змінних

$$\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{0, k}; \quad (4.4)$$

- симетричності. Сума всіх елементів будь-якого стовпця, за винятком

першого, дорівнює нулю, наприклад, $\sum_{u=1}^N x_{iu} = 0, \quad i = \overline{1, k};$

- нормованості. Сума квадратів елементів будь-якого стовпця дорівнює числу дослідів, так для i -й змінної $\sum_{u=1}^N x_{iu}^2 = N, \quad i = \overline{0, k};$

- ротатабельність. Точки в матриці планування підбираються так, що точність передбачення значень параметра оптимізації однакова на рівних відстанях від центру експерименту і не залежить від напрямку.

Перші дві властивості забезпечують незалежність оцінок коефіцієнтів моделі та допустимість їх фізичної інтерпретації. Порушення цих властивостей призводить до взаємної залежності оцінок і неможливості надання глузду коефіцієнтам.

Включення в матрицю планування змінних виду x_i^2 призведе до появи одиничних стовпців, співпадаючих один з одним і зі стовпцем x_0 . Отже, неможливо буде визначитися, за допомогою чого отримане значення b_0 . Тому плани ПФЕ 2^k не застосовні для побудови функції відгуку у вигляді повного полінома другого ступеня.

Після проведення дослідів у всіх точках факторного простору необхідно знайти коефіцієнти рівняння регресії. Для цього використовується метод найменших квадратів (МНК).

Для лінійної регресії при $k=2$:

$$Y_i = \varphi(X_{1i}, X_{2i}, b_0, b_1, b_2), \quad Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i};$$

виконавши диференціювання по коефіцієнтам, отримаємо:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial b_0} = 1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial b_1} = X_{1i}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial b_2} = X_{2i}.$$

Запишемо рівняння в повній формі:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} - Y_i) * 1 = 0, \\ \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} - Y_i) * X_{1i} = 0, \\ \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} - Y_i) * X_{2i} = 0. \end{cases} \Leftrightarrow$$

(4.5)

$$\begin{cases} (\sum_{i=1}^n 1)b_0 + (\sum_{i=1}^n X_{1i})b_1 + (\sum_{i=1}^n X_{2i})b_2 = \sum_{i=1}^n Y_i, \\ (\sum_{i=1}^n X_{1i})b_0 + (\sum_{i=1}^n X_{1i}^2)b_1 + (\sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i})b_2 = \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i, \\ (\sum_{i=1}^n X_{2i})b_0 + (\sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i})b_1 + (\sum_{i=1}^n X_{2i}^2)b_2 = \sum_{i=1}^n X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

$\sum_{i=1}^n 1 = n$, поділимо кожне рівняння на n

$$\begin{cases} b_0 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i})b_1 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i})b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i, \\ (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i})b_0 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}^2)b_1 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i})b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i, \\ (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i})b_0 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i})b_1 + (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}^2)b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i}Y_i. \end{cases}$$

Звідси, приймаючи в розрахунок властивості матриці планування, отримаємо такі формули для обчислення коефіцієнтів

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i,$$

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i,$$

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{2i} Y_i.$$

Або в загальному вигляді:

$$b_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ji} Y_i, \quad j = \overline{0, k}. \quad (4.6)$$

Як видно, для підрахунку коефіцієнта b_1 використовується вектор-стовпець x_1 а для b_2 – стовпець x_2 . Якщо рівняння $y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ справедливо, то воно вірно також для середніх арифметичних значень змінних: $\bar{y} = b_0 + b_1 \bar{x}_1 + b_2 \bar{x}_2$. В силу властивості симетричності $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 0$. Тобто, $\bar{y} = b_0$. В свою чергу, b_0 – середнє арифметичне значення параметра оптимізації. Щоб його отримати, необхідно скласти між собою всі y_i і поділити на число дослідів.

Для математичної моделі плану експерименту (табл. 4.2)

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2.$$

також необхідно розрахувати значення коефіцієнту b_{12} . Його розрахунок нічим не відрізняється від попередніх випадків.

Для ПФЕ 2^2 невідомі коефіцієнти з урахуванням (4.6) будуть знаходитися таким чином:

$$b_0 = \frac{(+1)y_1 + (+1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4},$$

$$b_1 = \frac{(-1)y_1 + (+1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4},$$

$$b_2 = \frac{(-1)y_1 + (-1)y_2 + (+1)y_3 + (+1)y_4}{4},$$

$$b_{12} = \frac{(+1)y_1 + (-1)y_2 + (-1)y_3 + (+1)y_4}{4}.$$

Згідно одно типовості розрахунку коефіцієнтів зручно обчислення за МНК виконувати у матричному вигляді.

Задамо елементи (згідно табл. 4.2), що характеризують результати

дослідів, у вигляді вектор-стовпця $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$, невідомі коефіцієнти моделі у

вигляді вектора-стовпця $B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_{12} \end{bmatrix}$, елементи, що задають рівні факторів, у

вигляді матриці $X = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$.

В матричному вигляді рівняння $y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12}x_1x_2$ можна записати як $Y=BX$.

Система рівнянь в повній формі (4.5) в матричному вигляді матиме наступний запис: $X^T X B = X^T Y$.

Матриця $M = X^T X$ називається матрицею системи нормальних рівнянь (інформаційна матриця плану). Вона володіє рядом важливих властивостей. Насамперед зазначимо, що в цій матриці два елементи, розташованих симетрично щодо головної діагоналі, рівні між собою. У нашому випадку - нулі. Така властивість характерна для матриць систем нормальних рівнянь МНК, так як вектори, що входять до скалярних творів, комутативні.

Вирішити систему нормальних рівнянь це означає записати в явному вигляді елементи вектора B (b_0, b_1, b_2, b_{12}). Для цього необхідно скористатися операцією множення на зворотну матрицю. (Ця операція перетворить матрицю, що стоїть перед матрицею невідомих коефіцієнтів, в одиничну). Щоб рівність не порушилася, і праву частину доведеться помножити на відповідну матрицю:

$$(X^T X)^{-1} X^T X B = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

Зворотна матриця $M^{-1} = (X^T X)^{-1}$ є дисперсійною матрицею плану, як було сказано раніше.

Отримуємо основну формулу для розрахунку коефіцієнтів за МНК:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4.7)$$

У загальному випадку вектор-стовпець Y записується як $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix}$,

невідомі коефіцієнти моделі B як $B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_M \end{bmatrix}$, елементи, що задають рівні

факторів (матриця плану X), як $X = \begin{bmatrix} +1 & x_{10} & \dots & x_{M0} \\ +1 & x_{11} & \dots & x_{M0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ +1 & x_{1N} & \dots & x_{MN} \end{bmatrix}$

Коефіцієнти при незалежних змінних вказують на силу впливу факторів. Чим більше чисельна величина коефіцієнта, тим більший вплив робить фактор. Якщо коефіцієнт має знак плюс, то зі збільшенням значення фактора параметр оптимізації збільшується, а якщо мінус, то зменшується. Величина коефіцієнта відповідає внеску даного чинника у величину параметра оптимізації при переході фактора з нульового рівня на верхній або нижній.

Розглянемо основні принципи побудови матриці планування та розрахунок коефіцієнтів моделі для функції від 3 змінних: x_1 , x_2 і x_3 :

Поліном першого ступеня:

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3.$$

В таблиці 4.3 наведено матрицю планування ПФЕ 2^3 , вона містить вісім дослідів і включає всі можливі комбінації рівнів трьох факторів. Запис матриці планування символьними позначеннями: (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc.

Таблиця 4.3. Матриця планування ПФЕ 2^3

Номер дослідів	x_1	x_2	x_3	Символьні позначення рядків	y
1	–	–	–	(1)	y_1
2	+	–	–	a	y_2
3	–	+	–	b	y_3
4	+	+	–	ab	y_4

5	–	–	+	c	y ₅
6	+	–	+	ac	y ₆
7	–	+	+	bc	y ₇
8	+	+	+	abc	y ₈

Якщо для двох факторів всі можливі комбінації рівнів легко знайти прямим перебором, то із зростанням числа факторів виникає необхідність в деякому прийомі побудови матриць. З багатьох можливих зазвичай використовується три методи, заснованих на переході від матриць меншої розмірності до матриць більшої розмірності.

Перший метод. При додаванні нового фактора кожна комбінація рівнів вихідного плану зустрічається двічі: у поєднанні з нижнім і верхнім рівнями нового фактора. Звідси природно з'являється прийом: записати вихідний план для одного рівня нового фактора, а потім повторити його для іншого рівня (рис. 4.3). Цей прийом поширюється на побудову матриць будь-якої розмірності.

№	x ₁	x ₂		№	x ₁	x ₂	x ₂	y
1	+	+	→	1	+	+	+	y ₁
2	–	+		2	–	+	+	y ₂
3	+	–		3	+	–	+	y ₃
4	–	–		4	–	–	+	y ₄
				5	+	+	–	y ₅
				6	–	+	–	y ₆
				7	+	–	–	y ₇
				8	–	–	–	y ₈

Рис. 4.3. Перевід матриць ПФЕ $2^2 \rightarrow$ ПФЕ 2^3 по методу переведу з низької розмірності в більшу.

Другий метод. Для цього вводиться правило перемноження стовпців матриці. При порядковому перемножуванні двох стовпців матриці твір одиниць з однойменними знаками дає +1, а з різнойменними -1. Скориставшись цим правилом, отримується вектор-стовпець твору x_1x_2 у вихідному плані. Далі повторяється ще раз вихідний план, а у стовпці творів знаки міняються на зворотні (рис. 4.4). Цей прийом теж можна перенести на побудову матриць будь-якої розмірності, однак він складніше, ніж перший.

№	x ₁	x ₂		№	x ₁	x ₂	x ₂	y
1	+	+	→	1	+	+	+	y ₁
2	-	+		2	-	+	-	y ₂
3	+	-		3	+	-	-	y ₃
4	-	-		4	-	-	+	y ₄
				5	+	+	-	y ₅
				6	-	+	+	y ₆
				7	+	-	+	y ₇
				8	-	-	-	y ₈

Рис. 4.4. Перевід матриць ПФЕ $2^2 \rightarrow$ ПФЕ 2^3 по методу перемноження.

Третій метод. Основа полягає в використанні чергування знаків. У першому стовпці знаки змінюються по черзі, у другому стовпці вони чергуються через два, у третьому – через 4, у четвертому – через 8 і т.д. за ступенями двійки (рис. 4.5).

№	x ₁	x ₂	x ₂	y
1	+	+	+	y ₁
2	-	+	+	y ₂
3	+	-	+	y ₃
4	-	-	+	y ₄
5	+	+	-	y ₅
6	-	+	-	y ₆
7	+	-	-	y ₇
8	-	-	-	y ₈

Рис. 4.5. Перевід матриць ПФЕ $2^2 \rightarrow$ ПФЕ 2^3 по методу чергування знаків.

За аналогією з ПФЕ 2^2 можна дати геометричну інтерпретацію ПФЕ 2^3 . Геометричною інтерпретацією ПФЕ 2^3 служить куб, координати вершин якого задають умови дослідів (рис. 4.6). Куб задає область експерименту, а центр куба є її центром. Якщо помістити центр куба в точку основного рівня факторів, а масштаби по осях вибрати так, щоб інтервал варіювання дорівнював одиниці, то план називається центральним. В загальному

випадку, фігура, що задає область експерименту в багатовимірному просторі, є деяким аналогом куба – гіперкубом.

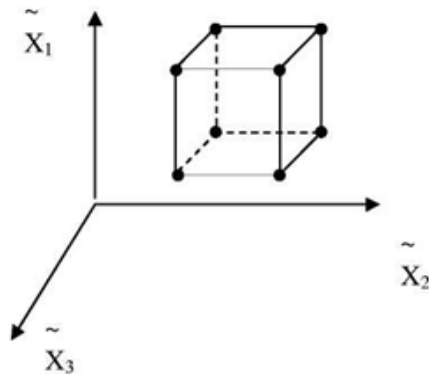


Рис. 4.6. Геометрична інтерпретація ПФЕ 2^3 .

Для неповного поліному третього ступеня

$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{123} x_1 x_2 x_3$
матриця планування матиме вигляд, наведений в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4. Матриця планування ПФЕ 2^3 з урахуванням взаємодії факторів

Номер досліджу	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	Символьні позначення рядків	y
1	+	–	–	–	+	+	+	–	(1)	y_1
2	+	+	–	–	–	–	+	+	a	y_2
3	+	–	+	–	–	+	–	+	b	y_3
4	+	+	+	–	+	–	–	–	ab	y_4
5	+	–	–	+	+	–	–	+	c	y_5
6	+	+	–	+	–	+	–	–	ac	y_6
7	+	–	+	+	–	–	+	–	bc	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	abc	y_8

Розрахунок значень коефіцієнтів буде виконуватись згідно МНК наступним чином:

$$b_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8}{8},$$

$$b_1 = \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8}{8},$$

$$b_2 = \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8}{8},$$

$$b_3 = \frac{-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8}{8},$$

$$b_{12} = \frac{y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8}{8},$$

$$b_{13} = \frac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8}{8},$$

$$b_{23} = \frac{y_1 + y_2 - y_3 - y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8}{8},$$

$$b_{123} = \frac{-y_1 + y_2 + y_3 - y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8}{8}.$$

Інформаційна матриця ПФЕ 2^3 $M=X^T X$ буде одиничною, тобто $X^T X = 8 E_8$. Відповідно, дисперсійна матриця $(X^T X)^{-1} = 1/8 E_8$.

Подальше збільшення кількості факторів k застосування ПФЕ веде к значному збільшенню розмірів матриці планування та відповідно кількості дослідів (за показовою функцією 2^k). Хоча велика кількість дослідів і призводить до істотного зниження похибки в оцінці коефіцієнтів, але при плануванні експерименту слід враховувати і мінімізацію кількості дослідів. Кількість дослідів в ПФЕ значно перевершує число визначуваних лінійних коефіцієнтів. Так як найбільшу значимість зазвичай мають лінійні коефіцієнти, а коефіцієнти взаємодій, починаючи з потрійних і вище, часто не значимі, то виходить, що ПФЕ має надмірність дослідів. Необхідно скоротити число дослідів за рахунок тієї інформації, що не дуже істотна при побудові лінійних моделей. При цьому потрібно прагнути до того, щоб матриця планування не позбулася своїх оптимальних властивостей.

Дрібний факторний експеримент (ДФЕ) застосовується для тих же цілей, що і ПФЕ, тобто для полегшення пошуку коефіцієнтів математичної моделі. Однак, в доважок до цієї проблеми ДФЕ вирішує ще одну важливу задачу – зменшення числа дослідів, необхідних для планування експерименту.

Вирішення цієї проблеми досягається шляхом перевизначення вектор-стовпця матриці планування, що містить незначну (за попередньо проведеними експериментами) взаємодію факторів, як нового фактора. При цьому нова матриця планування не втрачає своїх властивостей. Отримана частина матриці планування називається реплікою або, точніше, дрібною реплікою матриці планування.

Переваги такого підходу очевидні: 1) зменшується число експериментів, що проводяться для планування; 2) більше уваги приділяється тим ефектам, які мають найбільший вплив на зміну параметра оптимізації. Однак, у подібного методу вирішення проблеми є і недоліки, серед яких одним з основних є наступний: при перевизначенні векторів-стовпців відбувається змішування ефектів різного порядку, в результаті чого отримана математична модель стає нечутливою до вкладів, внесених змішаними ефектами окремо.

Необхідно відзначити також, що дрібна репліка завжди будується на основі повного факторного плану матриці більш низької розмірності.

Залежно від того, у скільки разів при утворенні дрібної репліки скорочується число дослідів в ПФЕ, розрізняють репліки різної дрібності: напіврепліка (1/2-репліка), чвертьрепліка (1/4-репліка), 1/8-репліка і т.д. (відповідно зменшення кількості дослідів в 2, 4, 8 і т.д. разів). Коротке позначення вказаних дрібних реплік: 2^{k-1} , 2^{k-2} , 2^{k-3} відповідно. Запис 2^{k-m} означає: 2 – кількість рівнів факторів, k – кількість факторів, m – кількість факторів, що вводяться замість ефектів взаємодії. Якщо у показнику ступеня провести віднімання $k-m$, то отриманий показник ступеня вкаже, який план ПФЕ нижчої розмірності береться за основу при побудові репліки ПФЕ більшої розмірності.

Фактори, що впливають на параметр оптимізації, для ДФЕ прийнято називати ефектами або головними ефектами. Взаємодії між двома факторами називають двофакторними (парними) або взаємодією першого порядку. Взаємодії між трьома факторами, відповідно, називаються взаємодіями другого порядку або трьохфакторними (потрійними). Елементи типу x^2 (квадрат фактора), x^3 ... називаються квадратичними, кубічними і т.д. ефектами. Ефект взаємодії, що підлягає заміні, вибирається з умови максимальної роздільності або апріорної інформації, наявної про ефекти взаємодії.

Побудова регулярної дрібної репліки або проведення дрібного факторного експерименту (ДФЕ) типу 2^{k-p} передбачає відбір з множини k факторів $k - p$ основних, для яких будується план ПФЕ. Цей план доповнюється p стовпцями, які відповідають іншим факторам. Кожен з цих стовпців формується за спеціальним правилом, а саме, виходить як результат поелементного множення не менше двох і не більше $k - p$ певних стовпців, що відповідають основним факторам. Інакше кажучи, в дрібних репліках p лінійних ефектів прирівняні до ефектів взаємодії. Але саме така побудова матриці планування і дозволяє забезпечити її симетричність, ортогональність і нормованість.

Приклад плану ДФЕ 2^{3-1} наведено в таблиці 4.5. Запис матриці плану в символічному вигляді: c, a, b, abc .

Таблиця 4.5. Матриця планування ДФЕ 2^{3-1}

Номер досліду	Фактори			y
	x_1	x_2	$(x_3) x_1 x_2$	
1	–	–	+	y_1
2	+	–	–	y_2
3	–	+	–	y_3
4	+	+	+	y_4

Користуючись таким плануванням, можна обчислити чотири коефіцієнта і представити результати експерименту у вигляді неповного квадратного рівняння

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2$$

Якщо є підстави вважати, що в обраних інтервалах варіювання процес може бути описаний лінійною моделлю, то достатньо визначити три коефіцієнта: b_0 , b_1 , b_2 . У такому випадку вектор-стовпець матриці планування $x_1 x_2$ залишається «вільним» (залишається одна ступінь свободи). Вживемо її для мінімізації числа дослідів. При лінійному наближенні $b_{12} \rightarrow 0$ вектор-стовпець $x_1 x_2$ можна використовувати для нового фактора x_3 . Фактор x_3 отмічено в дужках в табл. 4.5 над взаємодією $x_1 x_2$. В даному випадку не буде роздільних оцінок, які є в ПФЕ 2^k . Поставивши чотири досліди для оцінки впливу трьох факторів, тим самим будується половина ПФЕ 2^3 , або напіврепліка 2^{3-1} . Якщо x_3 прирівняти до $-x_1 x_2$, то буде отримана друга половину матриці планування 2^3 . Таким чином, залежно від того, яке з двох рівнянь для виразу x_3 буде використовуватись для створення вектор-стовпця нового фактора, будуть отримані різні частини матриці ПФЕ. Ці два рівняння можна переписати інакше, шляхо добутку обох частини кожного з рівнянь на «новий» фактор x_3 :

$$x_3 = x_1 x_2 \rightarrow x_1 x_2 x_3 = +1$$

$$x_3 = -x_1 x_2 \rightarrow x_1 x_2 x_3 = -1$$

Символічне позначення творів стовпців, рівне +1 або -1, називається визначальним контрастом. Напіврепліки, в яких основні ефекти змішані з двофакторними взаємодіями, носять назву планів з роздільною здатністю III (за найбільшою кількістю чинників у визначальному контрасті). Такі плани прийнято позначати: 2_{III}^{3-1} .

Крім того, щоб вказувати на ту частину матриці ПФЕ, яка представлена в дрібній репліці, визначальний контраст допомагає з'ясувати, які ефекти будуть змішані між собою. Для цього необхідно помножити обидві частини визначального контрасту на стовпець, відповідний даному ефекту. В прикладі (табл. 4.5) використовується перший визначальний контраст. Використовуючи його, можна визначити, яким чином змішуються ефекти в математичній моделі. Для цього відповідний визначальний контраст

послідовно множиться на ефекти x_1, x_2, x_3 . Навпроти кожного отриманого рівняння записується, оцінками яких ефектів є коефіцієнти математичної моделі.

Латинськими літерами b_i будемо позначати коефіцієнти математичної моделі, а грецькими буквами β_i – істинні значення вкладів кожного ефекту в мінливість параметра оптимізації. Оцінки змішуються наступним чином:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_2 x_3 & b_1 &\rightarrow \beta_1 + \beta_{23}, \\x_2 &= x_1 x_3 & b_2 &\rightarrow \beta_2 + \beta_{13}, \\x_3 &= x_1 x_2 & b_3 &\rightarrow \beta_3 + \beta_{12}, \\x_0 &= x_1 x_2 x_3 & b_0 &\rightarrow \beta_0 + \beta_{123}.\end{aligned}$$

Співвідношення, що показує, з яким із ефектів змішаний даний ефект, називається генеруючим співвідношенням. Тобто вираження $x_1 = x_2 x_3$, $x_2 = x_1 x_3$, $x_3 = x_1 x_2$ являють собою генеруючі співвідношення.

Фактично, генеруючі співвідношення показують, що математична модель проводить наступну заміну:

$$y = (\beta_0 x_0 + \beta_{123} x_1 x_2 x_3) + (\beta_1 x_1 + \beta_{23} x_2 x_3) + (\beta_2 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3) + (\beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2).$$

З практичної точки зору подібні заміни можуть означати тільки одне: побудована таким чином математична модель буде нечутлива до оцінки, яка саме взаємодія дала той чи інший внесок у зміну параметра оптимізації – головний ефект (тобто сам фактор) або ж взаємодія ефектів один з другом. У тому випадку, коли взаємодія ефектів носить незначний характер, нічого фатального не відбудеться. Однак, якщо хоча б один з ефектів взаємодії відіграє істотну роль, математична модель, визначена таким чином, буде видавати помилку в прогнозуванні результатів. Подібні помилки можуть бути як незначними, так і фатальними. Тому дуже важливо знати, де саме модель буде найбільш вразлива в плані достовірності.

Плани типу 2^{k-p} є ортогональними для моделей з взаємодіями. Тому для обчислення оцінок коефіцієнтів використовується формула (4.7), як і для ПФЕ.

Для математичної моделі

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4$$

можна побудувати напіврепліку 2^{4-1} .

При виборі напіврепліки 2^{4-1} можливо вісім рішень:

1. $x_4 = x_1 x_2$
2. $x_4 = -x_1 x_2$
3. $x_4 = x_2 x_3$
4. $x_4 = -x_2 x_3$
5. $x_4 = x_1 x_3$
6. $x_4 = -x_1 x_3$
7. $x_4 = x_1 x_2 x_3$
8. $x_4 = -x_1 x_2 x_3$

Роздільна здатність цих напівреплік різна. Так, репліки 1-6 мають по три фактори у визначальному контрасті, а 7-8 по чотири. Репліки 7 і 8 мають максимальну роздільну здатність і називаються головними. Роздільна здатність задається системою змішування даної репліки. Вона буде максимальною, якщо лінійні ефекти змішані з ефектами взаємодії найбільшого можливого порядку.

При відсутності апріорної інформації про ефекти взаємодії експериментатор прагне вибрати репліку з найбільшою роздільною здатністю, так як потрійні взаємодії зазвичай менш важливі, ніж парні. Якщо існує інформація про ефекти взаємодії, то вона повинна використовуватися при виборі репліки.

Репліки, в яких немає жодного головного ефекту, змішаного з іншим головним ефектом або парною взаємодією, а все парні взаємодії змішані один з одним, носять назву планів з роздільною здатністю IV (за найбільшою кількістю чинників у визначальному контрасті). Вони мають позначення 2^{4-1}_{IV} . Напіврепліка, що задана визначальним контрастом $1 = x_1x_2x_3x_4$, має лише парні комбінації букв у кожному рядку. Її можна записати наступним чином, вважаючи рядок (1) парним: (1), ad, bd, ab, ac, cd, bc, abcd. А напіврепліка, що задана як $1 = -x_1x_2x_3x_4$ має тільки непарні комбінації: a, b, c, d, abd, acd, abc, bcd.

При побудові напівреплік, що задані визначальними контрастами $1 = x_1x_2x_3x_4$ або $1 = -x_1x_2x_3x_4$. Сумісні оцінки в такому разі визначаються співвідношеннями:

- | | | |
|----|-------------------|--------------------|
| 1. | $x_1 = x_2x_3x_4$ | $x_1 = -x_2x_3x_4$ |
| 2. | $x_2 = x_1x_3x_4$ | $x_2 = -x_1x_3x_4$ |
| 3. | $x_3 = x_1x_2x_4$ | $x_3 = -x_1x_2x_4$ |
| 4. | $x_4 = x_1x_2x_3$ | $x_4 = -x_1x_2x_3$ |
| 5. | $x_1x_2 = x_3x_4$ | $x_1x_2 = -x_3x_4$ |
| 6. | $x_1x_3 = x_2x_4$ | $x_1x_3 = -x_2x_4$ |
| 7. | $x_1x_4 = x_2x_3$ | $x_1x_4 = -x_2x_3$ |

Такий тип змішування дасть можливість оцінювати лінійні ефекти спільно з ефектами взаємодій другого порядку, а взаємодії першого порядку – спільно одну з іншою.

Для напіврепліки з визначальним контрастом $1 = x_1x_2x_3x_4$ матриця планування наведена в табл. 4.6.

Таблиця 4.6. Матриця планування ДФЕ 2^{4-1} з визначальним контрастом $1 = x_1x_2x_3x_4$

Номер дослідів	x_0	x_1	x_2	x_3	(x_4) $x_1x_2x_3$	Символьні позначення рядків	y
----------------	-------	-------	-------	-------	------------------------	-----------------------------	---

1	+	-	-	-	-	(1)	y_1
2	+	+	-	-	+	ad	y_2
3	+	-	+	-	+	bd	y_3
4	+	+	+	-	-	ab	y_4
5	+	-	-	+	+	cd	y_5
6	+	+	-	+	-	ac	y_6
7	+	-	+	+	-	bc	y_7
8	+	+	+	+	+	abcd	y_8

Якщо напіврепліки задані генеруючими співвідношеннями $x_4 = x_1x_2$ або $x_4 = -x_1x_2$, то в цьому випадку визначальними контрастами є $1 = x_1x_2x_4$ і $1 = -x_1x_2x_4$, отже, будуть отримані плани з роздільною здатністю III і деякі основні ефекти будуть змішуватися з парними взаємодіями:

- | | | |
|----|----------------------|-----------------------|
| 8. | $x_1 = x_2x_4$ | $x_1 = -x_2x_4$ |
| 1. | $x_2 = x_1x_4$ | $x_2 = -x_1x_4$ |
| 2. | $x_3 = x_1x_2x_3x_4$ | $x_3 = -x_1x_2x_3x_4$ |
| 3. | $x_4 = x_1x_2$ | $x_4 = -x_1x_2$ |
| 4. | $x_2x_3 = x_1x_3x_4$ | $x_2x_3 = -x_1x_3x_4$ |
| 5. | $x_1x_3 = x_2x_3x_4$ | $x_1x_3 = -x_2x_3x_4$ |
| 6. | $x_3x_4 = x_1x_2x_3$ | $x_3x_4 = -x_1x_2x_3$ |

Роздільна здатність цих напівреплік нижче, ніж у планів з роздільною здатністю IV, за допомогою яких лінійні ефекти визначаються незалежно від парних взаємодій.

Ці напіврепліки мають у кожному рядку як парні, так і непарні комбінації букв. Такі напіврепліки не є головними. Розумний вибір такої напіврепліки, якщо є апіорна інформація про більшу значимість потрібних взаємодій в порівнянні з парними або про незначущості трьох парних взаємодій x_2x_4 , x_1x_4 , x_1x_2 .

Для математичної моделі

$$y = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5$$

виконується побудова напіврепліки 2^{5-1} . Кількість дослідів становить $2^4 = 16$.

При виборі напіврепліки 2^{5-1} у розпорядженні експериментатора є безліч варіантів. Так, x_5 можна прирівняти до однієї з шести парних взаємодій. У цьому випадку отримаємо напіврепліки з роздільною здатністю III. Також, x_5 можна прирівняти до однієї з чотирьох потрібних взаємодій. Тоді буде отримано план з роздільною здатністю IV, і всі лінійні ефекти будуть змішані з потрібними взаємодіями. І, нарешті, напіврепліка може бути задана генеруючими співвідношеннями $x_5 = x_1x_2x_3x_4$ або $x_5 = -x_1x_2x_3x_4$. Визначальними контрастами в даному випадку будуть $1 = x_1x_2x_3x_4x_5$ і $1 = -x_1x_2x_3x_4x_5$. Такі репліки носять назву планів з роздільною здатністю V, позначаються 2_V^{5-1} і є головними напіврепліками. У таких планах лінійні

ефекти змішані зі взаємодіями третього порядку, а взаємодії першого порядку - зі взаємодіями другого порядку.

Для головної напіврепліки з визначальним контрастом $1 = x_1x_2x_3x_4x_5$ система змішування буде наступною:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_2x_3x_4x_5 & b_1 &\rightarrow \beta_1 + \beta_{2345} \\
 x_2 &= x_1x_3x_4x_5 & b_2 &\rightarrow \beta_2 + \beta_{1345} \\
 x_3 &= x_1x_2x_4x_5 & b_3 &\rightarrow \beta_3 + \beta_{1245} \\
 x_4 &= x_1x_2x_3x_5 & b_4 &\rightarrow \beta_4 + \beta_{1235} \\
 x_5 &= x_1x_2x_3x_4 & b_5 &\rightarrow \beta_5 + \beta_{1234} \\
 x_1x_2 &= x_3x_4x_5 & b_{12} &\rightarrow \beta_{12} + \beta_{345} \\
 x_1x_3 &= x_2x_4x_5 & b_{13} &\rightarrow \beta_{13} + \beta_{245} \\
 x_1x_4 &= x_2x_3x_5 & b_{14} &\rightarrow \beta_{14} + \beta_{235} \\
 x_1x_5 &= x_2x_4x_5 & b_{15} &\rightarrow \beta_{15} + \beta_{245} \\
 x_2x_3 &= x_1x_4x_5 & b_{23} &\rightarrow \beta_{23} + \beta_{145} \\
 x_2x_4 &= x_1x_3x_5 & b_{24} &\rightarrow \beta_{24} + \beta_{135} \\
 x_2x_5 &= x_1x_3x_4 & b_{25} &\rightarrow \beta_{25} + \beta_{134} \\
 x_3x_4 &= x_1x_2x_5 & b_{34} &\rightarrow \beta_{34} + \beta_{125} \\
 x_3x_5 &= x_1x_2x_4 & b_{35} &\rightarrow \beta_{35} + \beta_{124} \\
 x_4x_5 &= x_1x_2x_3 & b_{45} &\rightarrow \beta_{45} + \beta_{123}
 \end{aligned}$$

Як правило, на напіврепліці 2^{5-1} робота з репліками дрібності $1/2$ закінчується, оскільки використання напіврепліки 2^{6-1} і вище не вигідно: число дослідів велике, а система змішування стає занадто складна.

При дослідженні впливу п'яти чинників можна поставити не 16 дослідів, як у попередньому прикладі, а тільки 8, тобто скористатися реплікою 2^{5-2} . Подібний підхід можливий у тому випадку, якщо перейменувати не один зі стовпців взаємодій, а два. При цьому взаємодії повинні бути різного порядку. Тут можливі дванадцять рішень, якщо x_4 прирівняти парній взаємодії, а x_5 – потрійній:

1. $x_4 = x_1x_2$ $x_5 = x_1x_2x_3$
2. $x_4 = x_1x_2$ $x_5 = -x_1x_2x_3$
3. $x_4 = -x_1x_2$ $x_5 = x_1x_2x_3$
4. $x_4 = -x_1x_2$ $x_5 = -x_1x_2x_3$
5. $x_4 = x_1x_3$ $x_5 = x_1x_2x_3$
6. $x_4 = x_1x_3$ $x_5 = -x_1x_2x_3$
7. $x_4 = -x_1x_3$ $x_5 = x_1x_2x_3$
8. $x_4 = -x_1x_3$ $x_5 = -x_1x_2x_3$
9. $x_4 = x_2x_3$ $x_5 = x_1x_2x_3$
10. $x_4 = x_2x_3$ $x_5 = -x_1x_2x_3$
11. $x_4 = -x_2x_3$ $x_5 = x_1x_2x_3$
12. $-x_4 = x_2x_3$ $x_5 = -x_1x_2x_3$

Припустимо, обраний п'ятий варіант: $x_4 = x_1x_3$ і $x_5 = x_1x_2x_3$. Тоді

визначальними контрастами є: $1=x_1x_3x_4$ і $1=x_1x_2x_3x_5$.

Якщо перемножити ці визначальні контрасти, то вийде третє співвідношення, що задає елементи стовпця: $1=x_2x_4x_5$. Щоб повністю охарактеризувати роздільну здатність репліки, необхідно записати узагальнюючий визначальний контраст: $1 = x_1x_3x_4=x_2x_4x_5=x_1x_2x_3x_5$.

Система змішування визначається множенням узагальнюючого визначального контрасту послідовно на x_1, x_2, x_3 і т.д.:

$$\begin{array}{ll} x_1 = x_3x_4 = x_1x_2x_4x_5 = x_2x_3x_5 & b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{34} + \beta_{1245} + \beta_{235} \\ x_2 = x_1x_2x_3x_4 = x_4x_5 = x_1x_3x_5 & b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{1234} + \beta_{45} + \beta_{135} \\ x_3 = x_1x_4 = x_2x_3x_4x_5 = x_1x_2x_5 & b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{14} + \beta_{2345} + \beta_{125} \\ x_4 = x_1x_3 = x_2x_5 = x_1x_2x_3x_4x_5 & b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{13} + \beta_{25} + \beta_{12345} \\ x_5 = x_1x_3x_4x_5 = x_2x_4 = x_1x_2x_3 & b_5 \rightarrow \beta_5 + \beta_{1345} + \beta_{24} + \beta_{123} \\ x_1x_2 = x_2x_3x_4 = x_1x_4x_5 = x_3x_5 & b_{12} \rightarrow \beta_{12} + \beta_{234} + \beta_{145} + \beta_{35} \\ x_1x_5 = x_3x_4x_5 = x_1x_2x_4 = x_2x_3 & b_{15} \rightarrow \beta_{15} + \beta_{345} + \beta_{124} + \beta_{23} \end{array}$$

В результаті отримуємо складну систему змішування лінійних ефектів з ефектами взаємодії першого, другого, третього і четвертого порядків. Якщо, наприклад, коефіцієнти b_{12} і b_{15} відмінні від нуля, то виникають сумніви, чи можна нехтувати іншими парними взаємодіями, з якими змішані лінійні ефекти. Тоді слід поставити другу серію дослідів, вибравши потрібним чином іншу 1/4-репліку.

При цьому можна скористатися методом «перевалу»: друга чверть-репліка виходить з першої шляхом зміни всіх знаків матриці на зворотні. Тоді в узагальнюючому визначальному контрасті потрійні твори мають знак, протилежний їх знаку в першій чверть-репліці. Потрійні твори визначають парні взаємодії у спільних оцінках для лінійних ефектів. Усереднюючи результати обох чверть-реплік, можна отримати лінійні ефекти, які не змішані з парними взаємодіями.

Для доповнення 1/4-репліки до 1/2-репліки, якщо є підозри, що ефекти взаємодії першого порядку відрізняються від нуля, потрібно взяти другу чверть-репліку з узагальнюючим контрастом, в якому два потрійних твори мають негативний знак, так як потрійні твори визначають парні взаємодії у спільних оцінках для лінійних ефектів.

У випадку, коли доцільно звільнити лінійні ефекти від ефектів взаємодії другого порядку і тільки частину з лінійних ефектів від парних взаємодій потрібно вибрати 1/4-репліку таким чином, щоб у узагальнюючому визначальному контрасті твір чотирьох членів мав негативний знак, тому що цей твір визначає потрійні взаємодії у спільних оцінках для лінійних ефектів.

Гідність принципу насичення стає більш відчутною зі зростанням кількості факторів (табл. 4.7.). Наприклад, при дослідженні 15 факторів є можливість проведення лише 16 експериментів замість $32768 (2^{15})$ у випадку проведення ПФЕ.

Таблиця 4.7. Порівняння кількості експериментів при ДФЕ і ПФЕ

Число факторів	Дрібна репліка	Позначення	Кількість дослідів	
			для ДФЕ	для ПФЕ
3	1/2 – репліка від 2^3	2^{3-1}	4	8
4	1/2 – репліка від 2^4	2^{4-1}	8	16
5	1/4 – репліка від 2^3	2^{5-2}	8	32
6	1/8 – репліка від 2^5	2^{6-3}	8	64
7	1/16 – репліка від 2^6	2^{7-4}	8	128
5	1/2 – репліка від 2^5	2^{5-1}	16	32
6	1/4 – репліка від 2^6	2^{6-2}	16	64
7	1/8 – репліка від 2^7	2^{7-3}	16	128
8	1/16 – репліка від 2^8	2^{8-4}	16	256
9	1/32 – репліка від 2^9	2^{9-5}	16	512
10	1/64 – репліка від 2^{10}	2^{10-6}	16	1024
11	1/128 – репліка від 2^{11}	2^{11-7}	16	2048
12	1/256 – репліка від 2^{12}	2^{12-8}	16	4096
13	1/512 – репліка від 2^{13}	2^{13-9}	16	8192
14	1/1024 – репліка від 2^{14}	2^{14-10}	16	16384
15	1/2048 – репліка від 2^{15}	2^{15-11}	16	32768

Спосіб скорочення числа експериментів можна сформулювати у вигляді загального правила: додатково введений в експеримент фактор потрібно варіювати як вектор-стовпець матриці, відповідний взаємодії, якою можна знехтувати. Тоді зміна рівнів нового фактора визначиться знаками цього вектор-стовпця.

При виборі дрібних реплік необхідно визначити та проаналізувати з урахуванням апріорної інформації схему заміщення оцінок коефіцієнтів моделі. З цією метою обчислюють генеруючі співвідношення, які показують, з яким із ефектів змішаний даний ефект.

У задачах з великим числом факторів вибір взаємодії для насичення плану виконати непросто. Слід пам'ятати, що основне положення при виборі взаємодій в загальному випадку полягає в наступному. При введенні в

експеримент нових факторів слід виділяти їм стовпці матриці, що належать взаємодій з більш високим порядком. Так, вводячи 4-й фактор в план 2^3 , слід варіювати x_4 як стовпець матриці з взаємодією третього порядку $x_1x_2x_3$, тобто $x_4 = x_1x_2x_3$, так як припущення про відсутність взаємодії $x_1x_2x_3$ більш реально, у порівнянні, наприклад, із взаємодією x_1x_2 .

Як можна помітити з системи змішування, практично всі ефекти перемішуються між собою, за винятком вільного члена. Таким чином, модель втрачає чутливість до того, який саме ефект і якою мірою дає внесок в мінливість параметра оптимізації. Однак, якщо всі ефекти, крім головних, особливого значення не мають, можна і скористатися даною моделлю. В іншому випадку необхідно добудувати чверть-репліку до напіврепліки або повного факторного експерименту, щоб звільнити необхідні ефекти взаємодії і підвищити чутливість побудованої моделі.

Будь який експеримент, пов'язаний з вимірюванням величин, супроводжується похибками вимірювань, що вносять елемент невизначеності в результат експерименту. У зв'язку з цим порядок проведення дослідів повинен бути обраний таким, щоб була можливість оцінити випадкову помилку експерименту і уникнути впливу можливих систематичних помилок. Постановка повторних або паралельних дослідів повністю не виключає невизначеність, так як вони проводяться також з похибкою відтворюваності. Виділити помилку експерименту, оцінювану за допомогою дисперсії помилки, можливо тільки при дублюванні дослідів повторенням m раз кожного рядка матриці планування.

Зробити випадковими фактори, дія яких може мати систематичний характер, дозволяє принцип рандомізації, застосовуваний при реалізації матриці планування експерименту.

Перед проведенням дослідів на об'єкті слід визначити можливі фактори, що заважають дослідженню, і провести рандомізацію порядку проведення дослідів з тим, щоб ці чинники впливали на результати експерименту випадковим чином.

Рандомізацію слід проводити наступним чином: в таблиці рівномірно розподілених випадкових чисел вибирається деякий стовпець, з якого в порядку їх слідування беруться числа від 1 до $4m$ і записуються в стовпці, що визначають порядок проходження дослідів k_{im} матриці планування. Нехай, наприклад, при $i = 2$ $k_{21} = 4$. Це означає, що другий рядок варіювання реалізується четвертим по порядку. При цьому фактор, що заважає, при випадковому порядку проведення дослідів не викликати систематичної помилки.

Розглянемо матрицю ПФЕ 2^3 , отриману з матриці 2^2 звичайним способом: два рази повторений план 2^2 , причому в перших чотирьох дослідів x_3 має верхнє значення, а в останніх чотирьох дослідів - нижнє значення

(табл. 4.3). При проведенні дослідів послідовно в перший день: 1, 2, 3, 4, і в другий день: 5, 6, 7, 8 при відмінності зовнішніх умов в ці два дні, може виникнути деяка систематична помилка ε (наприклад в перший день). Тоді чотири значення параметра оптимізації будуть зсунуті на величину ε по зрівнянню з істинними значеннями: $y_1+\varepsilon$, $y_2+\varepsilon$, $y_3+\varepsilon$, $y_4+\varepsilon$. Матриця планування (табл. 4.3) побудована таким чином, що для дослідів 1-4 значення x_3 знаходяться на верхньому рівні, а для дослідів 5-8 – на нижньому. Тоді при підрахунку b_3 отримаємо наступне:

$$b_3 = \frac{1}{8} [(y_1+\varepsilon)+(y_2+\varepsilon)+(y_3+\varepsilon)+(y_4+\varepsilon)-y_5-y_6-y_7-y_8] \rightarrow \beta_3 + \frac{\varepsilon}{2}.$$

де β_3 – істинне значення коефіцієнта при x_3 . Таким чином, можливе розходження в зовнішніх умовах змішалося з величиною лінійного коефіцієнта b_3 і спотворило це значення. У такій послідовності досліди ставити не можна. Досліди потрібно рандомізувати в часі, тобто надати послідовності дослідів випадковий характер.

Якщо експериментатор має відомості про майбутні зміни зовнішнього середовища, сировини, апаратури і т.п., то доцільно планувати експеримент таким чином, щоб ефект впливу зовнішніх умов був змішаний з певною взаємодією, яку не шкода втратити. Так матрицю 2^3 (табл. 4.4) можна розбити на два блоки таким чином, щоб ефект позначився на величині трьохфакторної взаємодії. Тоді всі лінійні коефіцієнти і парні взаємодії будуть звільнені від впливу неоднорідності (табл. 4.8).

Таблиця 4.8. Матриця планування при врахуванні відомостей про зовнішні впливи

№	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	+	–	–	+	+	–	–	+	$y_1+\varepsilon$
	+	+	–	–	–	–	+	+	$y_2+\varepsilon$
	+	–	+	–	–	+	–	+	$y_3+\varepsilon$
	+	+	+	+	+	+	+	+	$y_4+\varepsilon$
2	+	–	–	–	+	+	+	–	y_5
	+	+	–	+	–	+	–	–	y_6
	+	–	+	+	–	–	+	–	y_7
	+	+	+	–	+	–	–	–	y_8

В цій матриці при складанні блоку 1 відібрані всі рядки, для яких $x_1x_2x_3 = +1$, а при складанні блоку 2 – всі рядки, для яких $x_1x_2x_3 = -1$. (Якщо взаємодію $x_1x_2x_3$ розглядати як новий фактор x_4 , тоді цю матрицю ПФЕ 2^3 можна вважати напівреплікою 2^{4-1} з визначальним контрастом $1 = x_1x_2x_3x_4$). Таким чином зовнішній ефект відбився тільки на підрахунку вільного члена

b_0 і ефекту взаємодії другого порядку b_{123} .

Аналогічно можна розбити на два блоки будь-який експеримент типу 2^k . Головне – правильно вибрати взаємодії, якими можна безболісно пожертвувати. При відсутності апіорних відомостей вибирають взаємодію найвищого порядку. При необхідності розбиття матриці на більшу кількість блоків застосовують блочне планування, наприклад планування за типом латинського квадрата та ін.

Після того, як складено план проведення експерименту, можна приступати до його проведення і обробки результатів. Необхідно враховувати, що будь-який експеримент супроводжується похибками (методичними, вимірювань) і містить елементи невизначеності (випадковості). Проведення повторних дослідів не дає повністю співпадаючих результатів. Тому процедура обробки повинна враховувати ці обставини. Обробка результатів включає попередню обробку результатів експериментів, обчислення оцінок коефіцієнтів функції відгуку і проведення низки перевірок: однорідності дисперсії відтворюваності, адекватності моделі та значущості коефіцієнтів.

Результати експерименту для кожного рядка дослідів записуються в стовпці y_{im} таблиці і обчислюється їх середнє значення

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m y_{il}.$$

Тобто, середнє арифметичне $\bar{y}_i$ дорівнює сумі всіх m окремих результатів, поділений на кількість паралельних дослідів m .

Відхилення результату будь-якого досвіду від середнього арифметичного можна подати як різницю $y_q - \bar{y}_i$, де y_q – результат окремого дослідів. Наявність відхилення свідчить про мінливість, варіації значень повторних дослідів. Для вимірювання цієї мінливості найчастіше використовують дисперсію

$$s_i^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_{ik} - \bar{y}_i)^2.$$

де $(m - 1)$ – число ступенів волі, рівне кількості дослідів мінус одиниця (одна ступінь волі використана для обчислення середнього).

Помилка досвіду є сумарною величиною, результатом багатьох помилок: помилок вимірів факторів, помилок вимірів параметра оптимізації та ін. Кожну з цих помилок можна, у свою чергу, розділити на складові.

Всі помилки прийнято розділяти на два класи: систематичні і випадкові. Систематичні помилки породжуються причинами, діючими регулярно, в певному напрямку. Найчастіше ці помилки можна вивчити і визначити кількісно. Систематичні помилки знаходять, калібруючи вимірювальні

прилади і зіставляючи досвідчені дані з мінливими зовнішніми умовами. Якщо систематичні помилки викликаються зовнішніми умовами (змінною температури, сировини тощо), слід компенсувати їх вплив за допомогою рандомізації. Випадковими помилками називаються ті, які з'являються нерегулярно, причини виникнення яких невідомі і які неможливо врахувати заздалегідь.

Систематичні і випадкові помилки складаються з безлічі елементарних помилок. Для того щоб виключати інструментальні помилки, слід перевіряти прилади перед дослідом, іноді протягом дослідів і обов'язково після дослідів.

Дуже важливо виключити з експериментальних даних грубі помилки, так званий брак при повторних дослідів. Ні в якому разі, звичайно, не можна вносити поправки самовільно, для відкидання помилкових дослідів використовується критерій Стюдента.

Матриця планування складається з серії дослідів, і дисперсія всього експерименту виходить в результаті усереднення дисперсій всіх дослідів. За термінологією, прийнятою в плануванні експерименту, мова йде про підрахунок дисперсії параметра оптимізації або, що те ж саме, дисперсії відтворюваності експерименту (або дисперсії помилки експерименту)

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i^2, \text{ або } S_{\bar{y}}^2 = \frac{1}{N(m-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^m (y_{ik} - \bar{y}_i)^2$$

Дисперсію відтворюваності найпростіше розраховувати, коли дотримується рівність числа повторних дослідів у всіх експериментальних точках. На практиці часто доводиться стикатися з випадками, коли число повторних дослідів відрізняється. Це відбувається внаслідок відкидання грубих спостережень, невпевненості експериментатора в правильності деяких результатів (в таких випадках виникає бажання ще і ще раз повторити дослід) і т.п.

Тоді при усередненні дисперсій доводиться користуватися середнім зваженим значенням дисперсій, узятим з урахуванням числа ступенів волі. Число ступенів волі середньої дисперсії в такому випадку приймається рівним сумі чисел ступенів волі дисперсій, з яких вона обчислена.

Формулами для розрахунку дисперсії відтворюваності можна користуватися тільки в тому випадку, якщо дисперсії однорідні. Однорідність дисперсій означає, що серед усіх додаваних дисперсій немає таких, які б значно перевищували всі інші.

Перевірка однорідності дисперсій проводиться за допомогою різних статистичних критеріїв. Найпростішим з них є критерій Фішера, призначений для порівняння двох дисперсій. Критерій Фішера (F-критерій) являє собою відношення більшої дисперсії до меншої. Отримана величина порівнюється з табличний величиною F-критерію.

Якщо порівнювати кількість дисперсій більше двох і одна дисперсія

значно перевищує інші, можна скористатися критерієм Кохрена. Цей критерій придатний для випадків, коли у всіх точках є однакове число повторних дослідів.

У термінах дисперсійного аналізу завдання полягає у перевірці нульової гіпотези про рівність дисперсій $s_1^2 = s_2^2 = s_3^2 = s_4^2 = s^2$ у всіх варіантах експерименту.

Критерій Кохрена - це відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій

$$G = \frac{s_{i \max}^2}{\sum_{i=1}^N s_i^2}.$$

З цим критерієм пов'язані числа ступенів волі $f_1 = m - 1$ і $f_2 = N$.

Гіпотеза про однорідність дисперсій підтверджується, якщо обчислене значення G виявиться менше значення $G_{\text{кріт}}$, знайденого по таблиці для обраного рівня значущості α . Тоді говорять, що дані експерименту не суперечать гіпотезі про однорідність дисперсій і можна усереднювати дисперсії і користуватися формулою для визначення дисперсії відтворюваності

$$s_{\text{відтв}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^2$$

з $N(m-1)$ ступенями волі.

Якщо перевірка відтворюваності дала негативний результат, то залишається визнати невідтворюваність експерименту внаслідок наявності в об'єкті джерел неоднорідності, для виділення яких слід звернутися до прийомів дисперсійного аналізу.

Неоднорідність дисперсій можна знизити за рахунок зменшення інтервалу варіювання факторів або збільшення кількості дослідів у відповідних точках плану. Зміна інтервалів варіювання спричиняє необхідність повторення дослідів у всіх точках плану. Тому із зазначених способів зниження неоднорідності слід вибрати той, який вимагає меншої кількості нових дослідів.

Після перевірки відтворюваності експерименту можна перейти до визначення моделі експерименту у вигляді рівнянь регресії за МНК. Після розрахунку коефіцієнтів виконується перевірка їх значущості.

Перевірка значущості кожного коефіцієнта проводиться незалежно. Її можна здійснювати двома рівноцінними способами: перевіркою за t -критерієм (t -статистикою) Стьюдента або побудовою довірчого інтервалу. При використанні повного факторного експерименту або регулярних дрібних

реплік довірчі інтервали для всіх коефіцієнтів (в тому числі і ефектів взаємодії) дорівнюють один одному.

Насамперед треба знайти дисперсію коефіцієнта регресії $s^2\{b_j\}$:

$$s^2\{b_j\} = \frac{s^2_{\text{відмс}}}{N \cdot m}$$

По суті при перевірці значущості оцінок коефіцієнтів рівняння регресії потрібно перевірити нульову гіпотезу $H_0: \beta_j=0$ відносно конкуруючій $H_1: \beta_j \neq 0$. Перевірка гіпотези проводиться за допомогою t-статистики Стюдента, яка обчислюється за формулою:

$$t_j = \frac{|b_j - \beta_j|}{s\{b_j\}} = \frac{|b_j|}{s\{b_j\}},$$

де $s\{b_j\}$ – середньоквадратичне відхилення оцінки коефіцієнтів b_j .

Якщо знайдена величина t_j перевищує критичне значення, яке визначається по таблиці для числа ступенів волі $f = N(m-1)$ і заданій значущості α , то нульова гіпотеза H_0 відкидається і коефіцієнт b_j вважається значущим. В іншому випадку (при $t_j \leq t_{\text{крит}}$) нульова гіпотеза приймається і коефіцієнт b_j вважається статистично незначущим.

Незначущість деякого коефіцієнта показує, що в обраному діапазоні варіювання змінних x_j відсутній статистично значимий вплив даного чинника на вихідну змінну y . Оскільки обчислені оцінки коефіцієнтів є незалежними, то фактор з незначним коефіцієнтом може бути викинутий з рівняння регресії без перерахунку інших значущих коефіцієнтів.

Після перевірки значущості коефіцієнтів може виявитися, що всі коефіцієнти незначущі. Ці висновки є наслідком однієї їх наступних причин:

- досягнута область оптимуму функції відгуку. Слід перейти до побудови функції на основі повних поліномів другого порядку;
- інтервал варіювання факторів занадто малий. Необхідно збільшити інтервал варіювання факторів;
- відгук системи не залежить від обраних факторів. У вибраній області значень фактори не впливають на функцію відгуку або для аналізу обрані несуттєві фактори.

Після виключення факторів з незначущими коефіцієнтами проводиться перевірка адекватності отриманої моделі.

Для характеристики середнього розкиду щодо лінії регресії цілком підходить залишкова сума квадратів. Незручність полягає в тому, що вона залежить від числа коефіцієнтів в рівнянні: необхідно ввести стільки коефіцієнтів, скільки було проведено незалежних дослідів, і в результаті буде отримана залишкова сума, рівна нулю.

Числом ступенів волі в статистиці називається різниця між числом

дослідів і числом коефіцієнтів (констант), які обчислені за результатами цих дослідів незалежно один від одного, наприклад, якщо проведено ПФЕ 2^3 і знайшли лінійне рівняння регресії, то число ступенів волі $f = N - (k + 1) = 8 - (3 + 1) = 4$.

Залишкова сума квадратів, поділена на число ступенів свободи, називається залишковою дисперсією s_{ad}^2 , або дисперсією адекватності і характеризує розсіювання результатів експерименту щодо підбраного рівняння регресії. Дисперсія адекватності знаходиться наступним чином:

$$S_{\hat{a}\hat{a}}^2 = \frac{m}{N - L} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_i)^2$$

де m – число паралельних дослідів; L – число оцінюваних коефіцієнтів в рівнянні регресії. Залишкова дисперсія оцінюється з числом ступенів волі $f = N - L$: в плануванні експерименту число ступенів волі для дисперсії адекватності дорівнює числу різних дослідів, результати яких використовуються при підрахунку коефіцієнтів регресії, мінус число визначуваних коефіцієнтів.

Для перевірки гіпотези про адекватність можна використовувати F -критерій (Фішера): з'ясовується співвідношення між залишковою дисперсією і дисперсією помилки експерименту.

Якщо залишкова дисперсія (або дисперсія адекватності) не перевищує помилки експерименту, то вважається, що модель адекватно представляє результати експерименту; якщо залишкова дисперсія більше дисперсії помилки експерименту, то модель не можна визнати придатною. Отже, перевіряється нульова гіпотеза $H_0: \sigma_{ad}^2 = \sigma_{пом}^2$ супротив $H_1: \sigma_{ad}^2 > \sigma_{пом}^2$ за допомогою F -співвідношення: $F = s_{ad}^2 / s_{пом}^2$. Якщо обчислене відношення менше $F_{крит}$, знайденого по таблиці для відповідних ступенів волі чисельника $f_{ад} = N - L$, знаменника $f_{пом} = N(m - 1)$ і обраній ймовірності $1 - \alpha$, то нульова гіпотеза приймається. В іншому випадку гіпотеза відкидається і модель визнається не придатною для подання вибіркового даних експерименту.

Причиною неадекватності можуть бути: помилки в організації та проведенні дослідів, наприклад неконтрольована зміна неврахованих в моделі факторів; похибки в завданні вихідних даних і у вимірі результатів; великий розмах варіювання факторів і інші причини. Інакше кажучи, аналіз причин неадекватності вимагає серйозного вивчення сутності досліджуваного процесу і методів його дослідження.

4.3. Планування екстремального експерименту

Якщо лінійна модель спостережень описує деякі процеси, то ставиться завдання знаходження набору вхідних параметрів, при яких вихідний параметр буде екстремальним або буде знаходитися в певній області значень. Наприклад, лінійна модель описує технологічний процес і необхідно визначити набір умов (вхідних факторів), при яких продуктивність процесу буде максимальною, або набір умов, при яких вихід бракованих виробів зведений до мінімуму.

Для знаходження екстремуму функції відгуку необхідно досліджувати поверхню відгуку за допомогою проведення вимірювань поверхні в різних точках факторного простору.

Стратегія пошуку полягає в тому, щоб число вимірів (дослідів) було зведено до мінімального значення, так як кожен дослід – це експеримент на функціонуючому об'єкті.

Метод Гаусса–Зайделя.

Цей метод передбачає по чергове знаходження часткових екстремумів цільової функції по кожному фактору x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, k$). При цьому на кожному i -му етапі фіксують $(k - 1)$ факторів і варіюють тільки один, i -й фактор.

На рисунку 4.7 наведено геометричну інтерпретацію методу для двох факторів x_1 і x_2 . Функція відгуку y зображена топографічним способом за допомогою замкнутих ліній постійного рівня. Початок пошуку екстремуму знаходиться в точці x_0 . Спочатку визначається вплив фактора x_1 на параметр оптимізації y . Для цього фіксується x_2 і обирається інтервал варіювання Δx_1 по фактору x_1 . Після постановки експерименту визначається найкраща точка x_{13} . При цьому значенні фіксується x_1 , і отримується залежність від x_2 (обирається інтервал варіювання Δx_2 та визначається найкраща точка – x_{27}) і т.д.

Таким чином, у кожній наступній серії один з факторів закріплюється на певному рівні (кращому, за результатами минулої серії), а другий змінюється, поки не знаходиться відносний оптимум – оптимум для даної серії. Рух за графіком для двухфакторного експерименту відбувається по горизонтальних і вертикальних сходинках і продовжується до тих пір, поки не досягається область оптимуму.

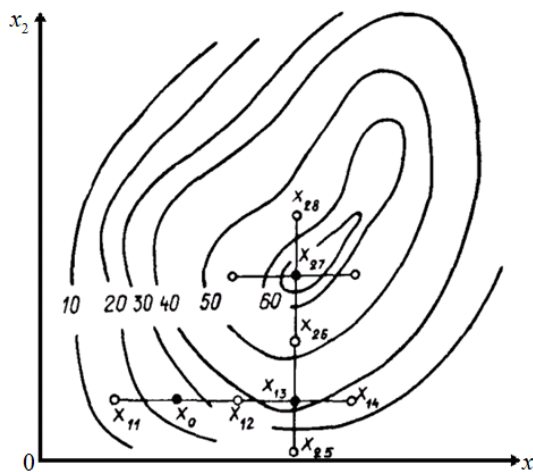


Рис. 4.7. Геометрична інтерпретація метода Гаусса-Зейделя.

Метод Гаусса-Зейделя широко поширений в практиці експерименту як екстремального, так і інших його різновидів.

Як правило, експериментатори намагаються змінювати варійовані фактори по черзі, щоб у кожній серії дослідів змінювався тільки один фактор, а інші залишалися незмінними. Це пов'язано з тим, що в даному методі результати кожної серії дослідів представляються як залежність досліджуваної величини тільки від одного фактора – таку залежність можна зобразити графічно, для неї можна підібрати емпіричну функцію і т.д.

Переваги методу Гаусса-Зейделя:

- 1) очевидна простота стратегії і наочність;
- 2) висока перешкодозахищеність в сенсі вибору напрямку руху.

Недоліки методу Гаусса-Зейделя:

- 1) шлях до головного екстремуму виявляється зазвичай довгим, особливо при великому числі факторів;
- 2) в умовах промислового виробництва важко зафіксувати $(k - 1)$ факторів на тривалий час;
- 3) якщо поверхня відгуку має складну форму (вузькі гребені, яри і т.п.), то використання методу може привести до помилкової відповіді на питання про місце розташування екстремуму;
- 4) метод не дає інформації про взаємодії факторів.

Гradientний метод (метод крутого сходження).

Метод крутого сходження припускає, що функція відгуку $\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ неперервна, має безперервні приватні похідні першого порядку на множині $G \in R$ - k -мерному евклідову просторі і унімодальна, тобто в області G має єдиний екстремум.

Основу методу відшукування екстремуму функції $\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ становить метод підйому (або спуску) по поверхні функції η . При цьому знаходиться

послідовність точок $X^0, X^1, \dots, X^m$ в області G , таких, що $f(X^0) > f(X^1) > \dots > f(X^m) > \dots$ (або $f(X^0) < f(X^1) < \dots < f(X^m) < \dots$).

Градiєнтним називається метод, згідно з яким точка X^{m+1} вибирається з умови

$$X^{m+1} = X^m + \alpha \operatorname{grad} f(X^m),$$

де $\operatorname{grad} f(X^m) = \nabla f(X^m) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1^m}, \frac{\partial f}{\partial x_2^m}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_k^m} \right]^T$ – вектор-градiєнт

функції $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ в точці $X^{m+1} = (x_1^m, x_2^m, \dots, x_k^m)$; α – деяка скалярна величина, $\alpha > 0$.

Різниця градiєнтних методiв полягає в різних методиках вибору величин α .

Сутність методу крутого сходження наведено на рисунку 4.8.

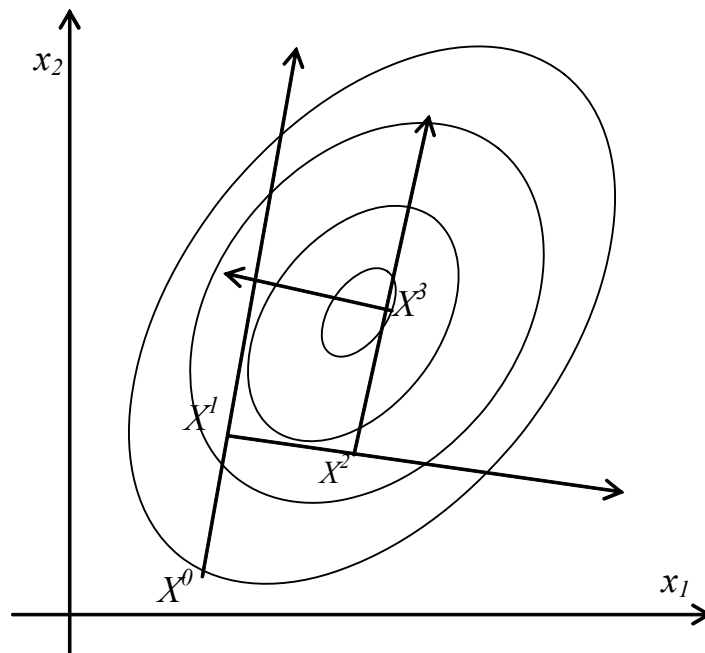


Рис. 4.8. Сутність методу крутого сходження.

Нехай X^0 – початкова точка при пошуку максимуму функції відгуку $\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Вектор-градiєнт $\nabla \eta$ в точці X^0 визначається наступним чином

$$\operatorname{grad} f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1^0}, \frac{\partial f}{\partial x_2^0}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_k^0} \right]^T,$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_i^0} = \frac{\partial f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)}{\partial x_i^0}$, $i = \overline{1, k}$.

За умови, що всі часткові похідні не рівні нулю (точка X не є стаціонарною), напрямком вектор-градієнта в цій точці буде напрямком найшвидшого зростання функції.

Потім робиться крок у напрямку градієнта з метою пошуку точки X^1 , в якій значення функції буде найбільшим.

Нова точка X^1 визначається з рішення рівняння при припущенні, що функція унімодальна в напрямку градієнта

$$X^1 = X^0 + \alpha_0 \text{grad} f(X^0), \quad x_i^1 = x_i^0 + \alpha_0 \frac{\partial f}{\partial x_i^0}, \quad i = \overline{1, k}.$$

В точці X^1 функція $f(X^1)$ буде максимальною в напрямку градієнта з точки X^0 , тобто

$$\begin{aligned} f(x_1^1, x_2^1, \dots, x_k^1) &= f(x_1^0(\alpha_0), x_2^0(\alpha_0), \dots, x_k^0(\alpha_0)) = \\ &= \max_{\alpha} f(x_1^0(\alpha), x_2^0(\alpha), \dots, x_k^0(\alpha)). \end{aligned}$$

Далі обчислюється $\text{grad} f(X^1)$ і виконується шаг в його напрямку по поверхні $f(X)$ з метою пошуку точки X^2 і т.д.

У загальному випадку при градієнтному методі координати чергової точки X^{m+1} знаходять при рішенні рівнянь

$$\begin{aligned} f(x_1^{m+1}, x_2^{m+1}, \dots, x_k^{m+1}) &= f(x_1^m(\alpha_m), x_2^m(\alpha_m), \dots, x_k^m(\alpha_m)) = \\ &= \max_{\alpha} f(x_1^m(\alpha), x_2^m(\alpha), \dots, x_k^m(\alpha)), \end{aligned}$$

причому $x_i^{m+1}(\alpha) = x_i^m(\alpha_m) = x_i^m + \alpha_m \frac{\partial f}{\partial x_i^0}.$

В векторній формі $X^{m+1} = X^m + \alpha_m \text{grad} f(X^m).$

Так як $f(X^{m+1}) > f(X^m)$, то послідовність $\{X^m\}$ сходиться до точки максимуму функції відгуку.

Параметр α_m ($m=1,2,\dots$) знаходиться з рішення одновимірної задачі максимізації

$$\max_{\alpha} f[X^m + \alpha \text{grad} f(X^m)], \quad \alpha > 0.$$

Метод Бокса-Уілсона (найшвидшого під'йому).

Бокс і Уілсон запропонували модифікацію методу крутого сходження. Вони рекомендують на початковому етапі пошуку застосовувати лінійні поліноми для опису функції відгуку. Значення градієнта оцінюється в початковій точці, після чого пошагово рух по градієнту триває до потрапляння в частковий оптимум (до тих пір, поки значення функції відгуку зростає при переході від точки до точки). У точці часткового оптимуму за допомогою факторного експерименту знову визначається градієнт. І

покроково рух починається по новому напрямку. Так триває до попадання в область глобального екстремуму.

Нехай в області визначення $G \in R$ задана функція відгуку

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Нехай X^0 (рис. 4.8) – довільно обрана початкова точка. Використовуючи її як центр плану, виконується побудова плану ПФЕ або ДФЕ навколо цієї точки $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$. Вводяться кодовані змінні $x_i = (x_i - x_i^0) / S_i^0$, $i = \overline{1, k}$, через які виражається функція відгуку $\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Перехід до кодованих змінних значить перенесення початку координат і розтягнення (стиснення) по координатних осях функції відгуку (рис. 4.9).

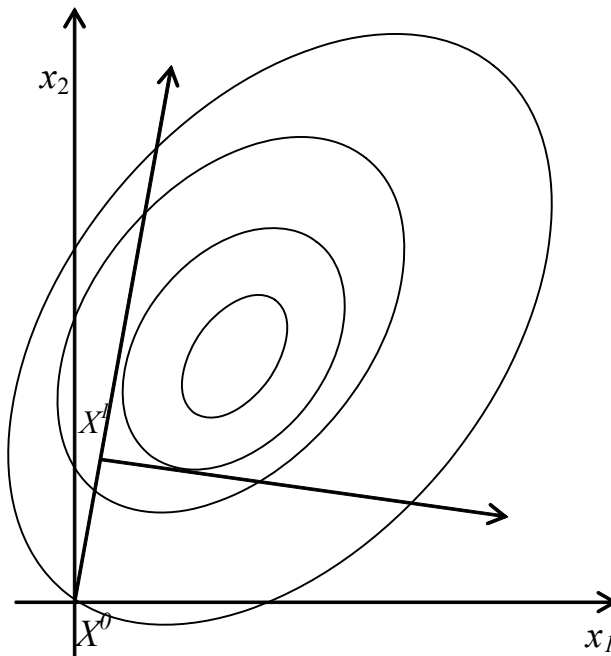


Рис. 4.9. Метод Бокса-Уілсона.

При виконанні розкладання функції η в точці $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$ в ряд Тейлора отримуємо:

$$\begin{aligned} \eta = f(x_1, x_2, \dots, x_k) &= f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) + \sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i^0} x_i + \\ &+ 0,5 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^0 \partial x_j^0} x_i x_j + o(|x - x^0|), \quad \lim_{x \rightarrow x^0} o(|x - x^0|) = 0. \end{aligned}$$

Введемо позначення:

$$\beta^0 = f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0); \beta_i^0 = \frac{\partial f}{\partial x_i^0};$$

$$\beta_{ii}^0 = \frac{\partial^2 f}{(\partial x_i^0)^2}; \beta_{ij}^0 = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^0 \partial x_j^0}.$$

Після цього функція відгуку приймає вигляд:

$$f(x) = \eta = \beta_0^0 + \sum_{1 \leq i \leq k} \beta_i^0 x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} \beta_{ij}^0 x_i x_j + \sum_{1 \leq i \leq k} \beta_{ii}^0 (x_i)^2.$$

Так як градієнт функції відгуку $gradf(x^0) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$, то його оцінювання зводиться до знаходження МНК-оцінок невідомих параметрів $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$.

Для спрощення приймають, що функція відгуку достатньо точно апроксимується гіперплощиною

$$\eta = \beta_0^0 + \sum_{i=1}^k \beta_i^0 x_i.$$

Тоді при обраному плані $D = (X_{iu})$, $i = \overline{1, k}$, $u = \overline{1, N}$, МНК-оцінки визначаються

$$\hat{\beta}_j^0 = 1/N \sum_{u=1}^N X_{ju} Y_u, \quad j = \overline{0, k}.$$

Таким чином, оцінка градієнта функції відгука η в точці $\bar{x}^0$:

$$\hat{grad} f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0) = \hat{\nabla} f(\bar{x}^0) = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k)^T.$$

Метод Бокса-Уілсона дозволяє відшукувати максимум функції відгуку при припущенні її суворой унімодальності в області визначення G .

Після того, як була обрана початкова точка, введено кодування змінних та здійснено оцінку градієнта функції η в точці $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_k^0)$, для пошуку екстремуму робиться крок з точки X^0 в напрямку $\hat{grad} f(\bar{x}^0)$

$$X_0^1 = X^0 + \alpha_0^1 grad f(X^0) = \alpha_0^1 \beta^0,$$

де $\alpha_0^1 > 0$ - параметр кроку, $\beta = (\beta_1^0, \beta_2^0, \dots, \beta_k^0)^T$,

$$X^1 = (x_1^{10}, x_2^{10}, \dots, x_k^{10})^T.$$

Кожний компонент точки X^1 знаходиться по формулі

$$x_i^{10} = \alpha_0^1 \beta_i^0, \quad i = \overline{1, k}.$$

Від кодованих змінних здійснюється перехід до натуральних змінних, причому координати точки X_0^1 визначаються

$$x_i^{10} = x_i^0 + x_i^{10} S_0^1.$$

Далі в точці X_0^l проводиться ряд вимірювань $y_1^{10}, y_2^{10}, \dots, y_k^{10}$ функції η і по ним знаходиться оцінка

$$\eta = 1 / N \sum_{u=1}^N y_u^{10}.$$

Якщо $\eta_0^1 > \eta$ - значення функції відгука в точці X , то робиться ще крок у напрямку градієнта. для деякого l -го кроку координати точки X^l визначаються як $x_i^{10} = \alpha_0^l \beta^0$.

Визначається оцінка функції відгуку в точці X_0^l

$$\eta_0^l = 1 / N \sum_{u=1}^N y_u^{10},$$

де $\{y_u^{10}\}_1^N$ - множина виконаних спостережень функції відгуку в точці X^l .

Знайдена точка X_0^l з кодової перетворюється в натуральну X^l з координатами

$$x_i^l = x_i^0 + x_i^{(l-1)0} S_i^0, \quad i = \overline{1, k}.$$

Для точки X^l повторюються заново розглянуті вище процедури оцінки градієнта $\text{grad}f(X^l)$ і пошуку максимального значення η в напрямку оцінки градієнта. На кожному циклі пошуку обчислюється функція відгуку $f(X^0)$, $f(X^1)$, $f(X^2)$ і т.д.

Виходячи з обраної похибки E , пошук здійснюється до тих пір, поки на деякому f -м циклі не буде виконано умову

$$f(X^f) - f(X^{f-1}) < E.$$

У цьому випадку точка $X^f = (x_1^f, x_2^f, \dots, x_k^f)$ вважається точкою, в якій функція відгуку досягає максимуму.

В прикладі наведено розрахунок градієнта для функції від двох змінних $\eta = f(x_1, x_2)$.

Матриця плану ПФЕ 2^2 (відповідно до табл. 4.1) і результати дослідів задані у вигляді наступних даних:

$$D = \begin{array}{cc|l} x_1 & x_2 & \\ \hline -1 & -1 & \rightarrow y_1 = 124; \\ 1 & -1 & \rightarrow y_2 = 116; \\ -1 & 1 & \rightarrow y_3 = 102; \\ 1 & 1 & \rightarrow y_4 = 98. \end{array}$$

Використовуючи результати спостережень і апроксимацію функції η в області $T=\{(x_1, x_2)^T; -1 \leq x_i \leq 1\}$, задану у вигляді

$$\eta \approx \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2,$$

необхідно знайти оцінку градієнта в центрі плану, тобто в точці $(x_1^0, x_2^0)^T$, где $x_1^0, x_2^0 = 0$.

Очевидно, що

$$\text{grad} f_1(x_1^0, x_2^0) = \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1^0}, \frac{\partial f_1}{\partial x_2^0} \right)^T = (\beta_1, \beta_2)^T.$$

Так як матриця незалежних змінних має вигляд

$$X = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

і є матрицею ортогонального планування, то в результаті обчислень отримаємо

$$\hat{\beta}_1 = (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4)/4 = -3; \quad \hat{\beta}_2 = (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4)/4 = -10.$$

Звідси МНК-оценки градієнта в точці $(x_1^0, x_2^0)^T$ мають вигляд

$$\text{grad} f_1(x_1^0, x_2^0) = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)^T = (-3, -10)^T.$$

Переваги Бокса-Уілсона:

1. Висока перешкодозахищеність (завадостійкість), тобто точність оцінювання складових градієнта. Якщо в градієнтних методах кожна складова β_i оцінюється лише по двох точках факторного простору, то в ПФЕ методу Бокса-Уілсона, кожен коефіцієнт β_i оцінюється по всіх $n=2^k$ точок.

2. Висока ефективність, тобто швидкість руху до екстремуму. У порівнянні з методом Гаусса-Зайделя швидкість вище за рахунок просування по градієнту, а в порівнянні з градієнтними - за рахунок виключення пробних дослідів на кожному робочому кроці і проведення зайвих дослідів.

3. Пробні досліді, що виконуються методом ПФЕ, дозволяють отримувати інформацію про оцінку b_{ij} коефіцієнтів при взаємодіях факторів $x_i x_j$ характеризують кривизну поверхні відгуку: збільшення b_{ij} при зменшенні b_i зазвичай характеризує наближення до екстремуму.

4. ПФЕ за допомогою паралельних дослідів дозволяє здійснювати надійну статистичну інтерпретацію результатів.

5. З усіх відомих метод найбільш ефективний при пологах поверхнях відгуку.

Недоліком методу Бокса-Уілсона є дещо більша, ніж у попередніх

методах, складність планування пробних дослідів, що вимагає одночасного варіювання відразу всіх факторів щодо базової точки.

Симплексний метод.

Для завдання експериментальної області можуть використовуватися геометричні фігури, відмінні від квадрата, куба і гіперкуба, застосовуваних у ортогональних планах 2^k . У симплекс-плануванні розміщення дослідів експерименту здійснюється в вершинах регулярного (правильного) симплекса.

Симплекс – це множина $k+1$ незалежних точок, що утворюють опуклу фігуру в k -вимірному просторі (число вершин на 1 більше розмірності простору). Симплекс називається регулярним, якщо відстані між вершинами фігури рівні між собою. Для двох незалежних змінних регулярний симплекс – рівносторонній трикутник, для трьох змінних – тетраедр і т.д. Насичені ортогональні плани 2^{3-1} , 2^{7-4} , 2^{15-11} ... утворюють регулярні симплекси. Початковий симплекс можна задати 2 способами: з вершиною в початку координат та центральний симплекс.

При побудові симплекса першим способом координати вершин регулярного симплекса визначаються по таблиці 4.9.

Таблиця 4.9. Координати вершин симплексу, побудованого першим способом.

Номер вершини	Координати вершин					
	x_1	x_2	x_3	...	x_{k-1}	x_k
1	0	0	0	...	0	0
2	r_1	r_2	r_2		r_2	r_2
3	r_2	r_1	r_2		r_2	r_2
	...	...	...	...	...	...
k	r_2	r_2	r_2		r_1	r_2
k+1	r_2	r_2	r_2		r_2	r_1

Значення r_1 і r_2 розраховуються за формулами:

$$r_1 = \frac{t}{k\sqrt{2}}(\sqrt{k+1} + k - 1)$$

$$r_2 = \frac{t}{k\sqrt{2}}(\sqrt{k+1} - 1)$$

де стовпці є координати вершин, а рядки дають номери координат, t – відстань між вершинами.

При побудові симплекса другим способом координати вершин

регулярного симплекса визначаються по таблиці 4.10.

Таблиця 4.10. Координати вершин симплексу, побудованого другим способом.

Номер вершини	Координати вершин					
	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_{k-1}	x_k
1	$-r_1$	$-r_2$	$-r_3$	$\dots$	$-r_{k-1}$	$-r_k$
2	R_1	$-r_2$	$-r_3$	$\dots$	$-r_{k-1}$	$-r_k$
3	0	R_2	$-r_3$	$\dots$	$-r_{k-1}$	$-r_k$
	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
K	0	0	0		R_{k-1}	$-r_k$
k+1	0	0	0		0	R_k

Значення r_i і R_i розраховуються за формулами:

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}}$$

$$R_i = \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}$$

Приклад нормованого симплексу ($t=1$) для двох незалежних змінних, побудованого першим способом наведено на рис. 4.10, координати вершин – в таблиці 4.11.

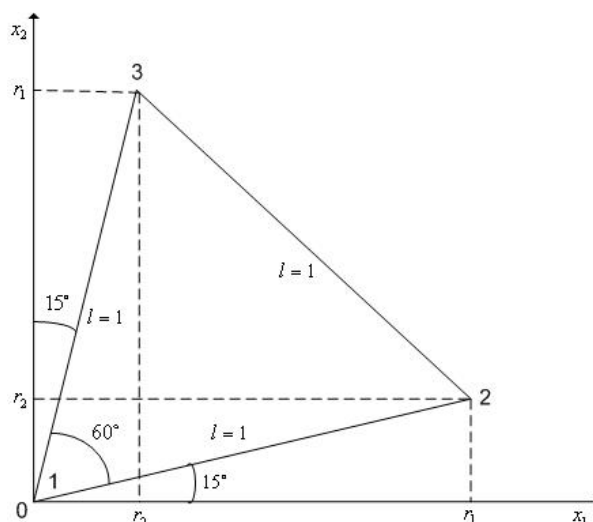


Рис. 4.10. Початковий симплекс с вершиною в центрі координат для двох незалежних змінних.

Таблиця 4.11. Координати вершин симплексу для двох змінних.

№ досліду	x_1	x_2
1	0	0
2	0,956	0,259
3	0,259	0,956

Симплексний метод дозволяє поєднувати пробні досліди для визначення напрямку руху з робочим рухом по поверхні відгуку до області оптимуму. Послідовно чергуючи розрахунок і виконання експериментів, дослідник досягає області екстремального значення параметра оптимізації (області оптимуму). Основна ідея симплексного методу полягає в наступному. Якщо у всіх $(k + 1)$ вершинах симплекса поставити досліди і виміряти відгук, то за його величиною в вершинах можна судити, в якому напрямку слід рухатися, щоб наблизитися до екстремуму. З вершини, де цільова функція максимальна, проводиться проектуюча пряма через центр ваги симплекса, потім вершина з максимальним значенням функції відкидається і будується новий відбитий симплекс з решти колишніх точок і однієї нової точки, розташованої на прямій проекції на належній відстані від центру тяжіння (рис. 4.12).

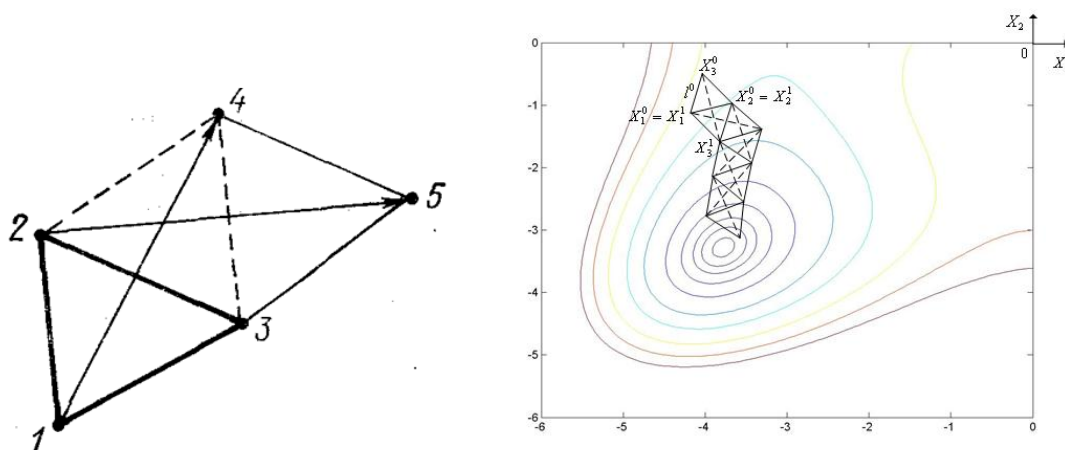


Рис. 4.12. Рух симплексу.

Координати нової вершини симплекса визначаються з рівності:

$$x_{ij}^* = \frac{2}{k} (x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + \dots + x_{k+1,j}) - x_{ij},$$

де x_{ij}^* – j -та координата нової i -ої вершини; $j=1, 2, \dots, k$ – число вхідних змінних; $i=1, 2, \dots, N$ – число вершин симплекса. $N=k+1$.

При реалізації симплекс-процедури руху можуть виникати труднощі,

пов'язані з помилками експерименту, обмеженнями на вхідні змінні, особливостями рельєфу поверхні відгуку. Ці обставини змушують використовувати ряд додаткових правил. наприклад:

1. При обертанні системи симплексів навколо однієї вершини («зациклення» симплекса) після $k + 1$ дослідів припиняють відображення і повторюють досвід у даній вершині. Ця ситуація (рис. 4.13), може розцінюватися як досягнута близькість екстремуму, в цьому випадку слід перейти до планування другого порядку, або може бути виявлена помилка в раніше отриманому результаті. Якщо деяка вершина симплекса не виключається протягом більш ніж M ітерацій, то необхідно за допомогою коефіцієнта редукції зменшити розміри симплекса. Новий симплекс слід будувати вибравши в якості базової точку, якій відповідає саме неоптимальний значення цільової функції. В якості розрахункової формули числа ітерацій (з округленням до цілого) використовується наступна емпірична залежність: $M = 1,65k + 0,05 k^2$, де k – розмірність задачі.

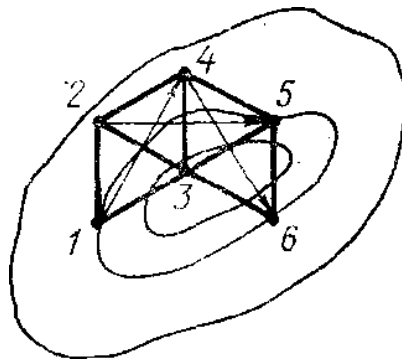


Рис. 4.12. «Зациклення» симплексу.

2. Значення відгуку в новій вершині при кантуванні симплекса найменше. У цій ситуації слід повернутися до вихідного симплекса, відображаючи другу найменшу вершину.

Переваги симплексного методу:

1. використовується мінімальна кількість дослідів для визначення напрямку руху в порівнянні з іншими планами. Введення нового фактора вимагає постановки тільки одного додаткового дослідів;

2. метод має просту обчислювальну процедуру;

3. досить легко враховуються обмеження на область варіювання змінних;

4. процедура методу дозволяє легко включати або виключати з розгляду ті чи інші змінні;

5. напрямок руху визначається тільки співвідношенням величин функції відгуку в вершинах симплекса, а не їх абсолютними значеннями;

6. метод працездатний в умовах дрейфу характеристик об'єкта.

Недоліки:

1. реалізація методу не дає інформації про вплив кожної змінної на функцію відгуку;
2. рух за правилами симплексного методу дає обмежене уявлення про рельєф поверхні відгуку.

Метод Нелдера-Міда.

У симплексному методі, запропонованому спочатку, регулярний симплекс використовується на кожному етапі. Нелдер і Мід запропонували кілька модифікацій цього методу, що допускають, щоб симплекси були неправильними. Таким чином, суть методу полягає в послідовному переміщенні і деформуванні симплекса навколо точки екстремума.

Мінімізується функція незалежних змінних з використанням $(n + 1)$ вершин багатогранника. Вершина, в якій значення цільової функції найбільше, проектується через центр ваги інших вершин. Покращені значення цільової функції знаходяться послідовною заміною точки з найбільшим значенням на більш «хороші» точки, поки не буде знайдений мінімум. При цьому багатогранник може витягуватися або стискатися за обраним напрямом. Так як в цьому випадку симплекс не буде більше регулярним, метод також називається пошуком деформованим багатогранником.

Нехай $X^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)^T, i = 1, \dots, n + 1$, є i -ю вершиною на деякому k -му етапі пошуку. Також нехай

$$f(X^h) = \max \{f(X^1), f(X^2), \dots, f(X^{n+1})\},$$

$$f(X^l) = \min \{f(X^1), f(X^2), \dots, f(X^{n+1})\},$$

тобто в точці X^h функція приймає найбільше, а в точці X^l найменше значення серед вершин симплекса.

Так як симплекс складається з $(n+1)$ точок, то центр тяжіння всіх вершин, окрім X^h , позначимо як X^{n+2} . Координати центра тяжіння визначаються за формулою:

$$x_j^{n+1} = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{j=1}^{n+1} x_j^i \right) - x_j^h \right], j = 1, \dots, n.$$

Початковий багатогранник обирається у вигляді регулярного симплекса.

Алгоритм пошуку складається з наступних операцій:

1. Відображення – проекція X^h через центр тяжіння вершин, що залишилися, відповідно співвідношення:

$$X^{n+3} = X^{n+2} + \alpha \cdot (X^{n+2} - X^h),$$

де $\alpha \geq 1$ - коефіцієнт відображення.

2. Розтягнення. Якщо $f(X^{n+3}) \leq f(X^l)$, тоді вектор $(X^{n+3} - X^{n+2})$ розтягується відповідно до співвідношення

$$X^{n+4} = X^{n+2} + \gamma \cdot (X^{n+3} - X^{n+2}),$$

де $\gamma > 1$ – коефіцієнт розтягнення.

Якщо $f(X^{n+4}) < f(X^l)$, тоді X^h замінюється на X^{n+1} і процедура продовжується з операції 1.

Інакше X^h замінюється на X^{n+3} і також виконується операція 1.

3. Стискання. Якщо $f(X^{n+3}) > f(X^i)$ для всіх $i \neq h$, тоді вектор $(X^h - X^{n+2})$ стискається відповідно до формули

$$X^{n+5} = X^{n+2} + \beta \cdot (X^h - X^{n+2}),$$

де $0 < \beta < 1$ – коефіцієнт стискання. Далі X^h замінюється на X^{n+5} і виконується перехід до операції 1 для продовження пошуку.

4. Редукція. Якщо $f(X^{n+3}) > f(X^h)$, то всі вектори $(X^i - X^l)$ зменшуються в два рази відносно від X^l згідно з формулою

$$X^i = X^l + 0,5 \cdot (X^i - X^l), \quad i = 1, \dots, n+1.$$

Виконання операцій 1-4 наведено на рисунках 4.13-4.16.

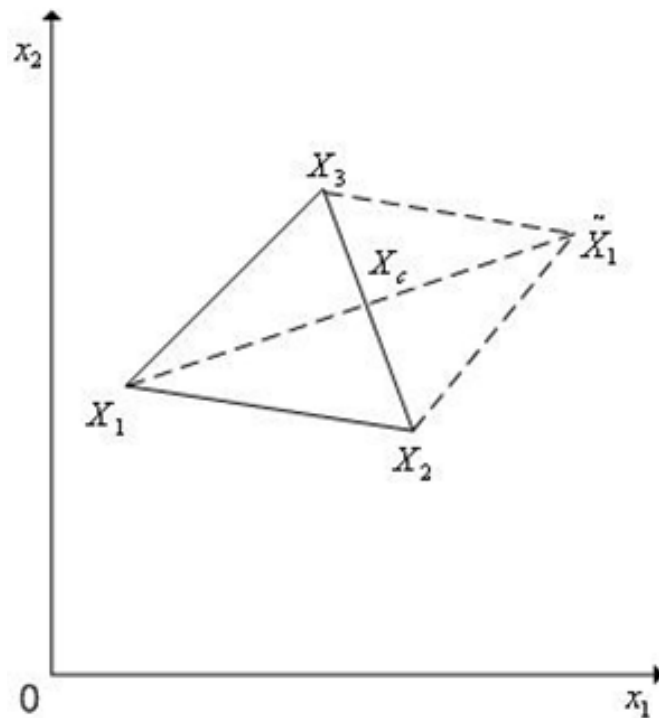


Рис. 4.13. Відображення симплексу в методі Нелдера-Міда.

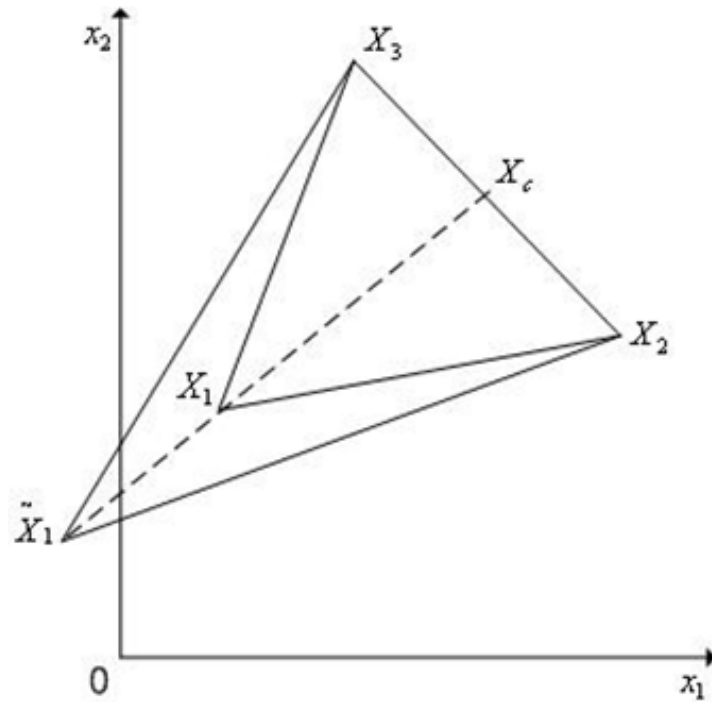


Рис. 4.14. Розтягнення симплексу в методі Нелдера-Міда.

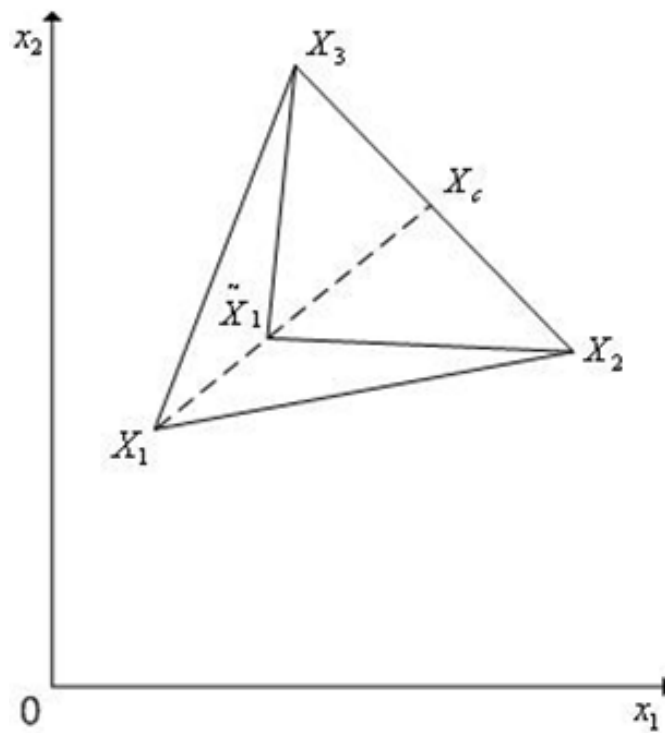


Рис. 4.15. Стискання симплексу в методі Нелдера-Міда.

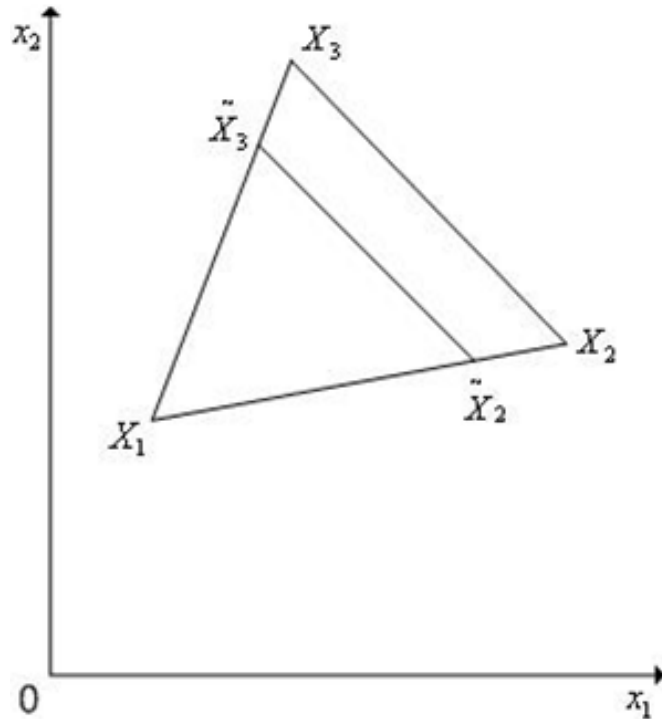


Рис. 4.16. Редукція симплексу в методі Нелдера-Міда.

Далі виконується повернення до операції 1 для продовження пошуку на наступному кроці.

Якщо не виконується розтягнення, стискання або редукція, то відбувається наступне відображення.

Критерієм зупинки (закінчення пошуку), є критерій Нелдера та Міда:

$$\left[\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(X^i) - f(X^{n+2})]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon,$$

де ε – довільне мале число, X^{n+2} – центр тяжіння багатогранника на даному кроці.

На відміну від регулярного симплексу деформований багатогранник адаптується до поверхні цільової функції: витягується впродовж довгих нахлонних поверхонь, змінює напрям в вигнутих впадинах і стискається поблизу мінімуму, завдяки вибору коефіцієнтів стискання, розтягіння і відображення α , β , γ . Після того, як симплекс відповідним чином промасштабовано, його розміри повинні бути незмінними, доки зміни поверхні цільової функції не потребують застосування багатогранника іншої форми. Це можна реалізувати тільки при $\alpha = 1$. Якщо $\alpha < 1$, то потребується більша кількість обчислень цільової функції. Якщо $\alpha \gg 1$, тоді ускладнюється адаптація багатогранника при змінах напрямку пошуку і уповільнюється швидкість пошуку поблизу мінімуму. Таким чином, $\alpha = 1$ обирається як компроміс.

Вибір коефіцієнтів β і γ було виконано на основі рішення тестових задач: вплив β на ефективність пошуку більш помітний, чим вплив γ . При $0 < \beta < 0,4$ існує можливість, що по причині стиску багатогранника буде мати місце передчасне завершення процесу пошуку. При $\beta > 0,6$ може бути статися надлишкова кількість кроків і потребується більше машинного часу для досягнення результату. Для практичних потреб були рекомендовані наступні значення коефіцієнтів:

$$\alpha = 1,$$

$$0,4 \leq \beta \leq 0,6,$$

$$2,8 \leq \gamma \leq 3,0.$$

Метод Нелдера-Міда, як метод, що отримав широке застосування має велику кількість модифікацій. Найбільш ваговою є модифікація, при якій після нормальної зупинки алгоритма виконується спроба побудувати новий початковий симплекс. Для цього виконуються невеликі пробні кроки в кожному напрямку впродовж вісей координат. Якщо один з цих кроків є вдалим, то пошук виконується знову, але симплекс має сторони значно меншої довжини. Цей рестарт рекомендується процедурою пошуку, так як для великої кількості змінних симплекс зазвичай має тенденцію втрачати обсяг: симплекс стискається в точку без досягнення реального мінімуму.

Інша модифікація полягає в підгонці коефіцієнтів розтягнення і стискання залежно від успіху або невдачі виконання цих операцій.

Для задач с невеликою кількістю змінних метод Нелдера-Міда є надійним і робастним, але відносно дорогим. Для роботи алгоритму необхідно зберігати $n + 1$ векторів, а операція відображення потребує порядку n^2 операцій.

Головними особливостями алгоритму є:

- відсутність обмежень на гладкість функції;
- ефективність при низькій швидкості обчислення мінімізуємої функції. Як правило, на кожній ітерації виконується обчислення значення функції не більш чим в 3 точках.

З іншого боку, по причині відсутності теорії збіжності, на практиці метод може приводити до невірної відповіді навіть для гладких функцій. Також можлива ситуація, коли симплекс знаходиться далеко від оптимальної точки, а алгоритм виконує велику кількість ітерацій з малими змінами значення функції. Евристичний метод рішення цієї проблеми полягає в запуску алгоритма декілька раз і обмеження кількості ітерацій.

4.4. Плани високих порядків

Для вивчення області екстремума і ділянок поверхні відгуку зі значною кривиною лінійна модель стає неадекватною. В таких випадках для математичного опису може бути достатньо полінома другого ступеню, рідше третього ступеню. Для їх отримання відповідно використовуються плани другого і третього ступеню.

Плани 2-го ступеню дозволяють отримати математичний опис увигляді повної квадратичної моделі, яка містить крім основних ефектів b_i всі парні взаємодії b_{ij} і квадратичні ефекти b_{ii} :

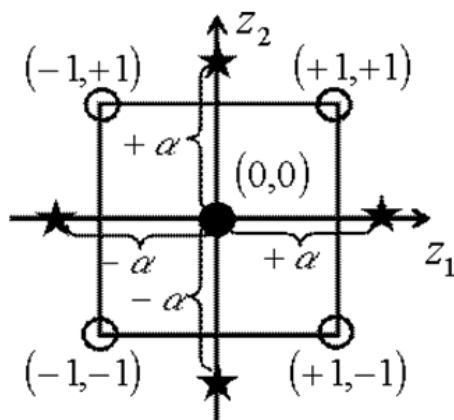
$$y(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2$$

Такі плани використовують у випадках коли планування першого порядку не дозволяє отримати адекватну регресійну модель, або якщо звісно, що об'єкт дослідження має істотні нелінійні властивості.

Плани ПФЕ 2^k та ДФЕ 2^{k-p} не дозволяють забезпечити отримання роздільних оцінок коефіцієнтів b_{ij} при квадратичних функціях і коефіцієнту b_0 . Використання ПФЕ 3^k для отримання роздільних оцінок коефіцієнтів полінома другого порядку не є раціональним, так як планування на трьох рівнях характеризується значним збільшенням кількості необхідних дослідів такі плани мають надмірність, так як число дослідів при такому плануванні $N=3^k$, де p – число незалежних змінних x_i .

Доцільно дослідження поверхні відгуку поблизу точки екстремуму виконувати за допомогою центрального композиційного плану (ЦКП), що будується шляхом додавання деякої кількості спеціальних точок до «ядра», що побудоване з плану ПФЕ 2^k або ДФЕ 2^{k-p} . Якщо до «ядра» додати точку в центрі плану з координатами $(0, 0 \dots 0)$ і «зоряні» точки з координатами $(\pm\alpha, 0 \dots 0)$, $(0, \pm\alpha, \dots 0)$, ..., $(0, 0 \dots \pm\alpha)$, то буде отриманий ЦКП, що був запропонований Боксом (рис. 4.17).

ЦКП складаються з трьох частин: перша частина – основа або ядро плану – ПФЕ 2^k або ДФЕ 2^{k-p} , де k – кількість невідомих коефіцієнтів регресії, $p = 0, 1, 2$. При цьому необхідно, щоб ядро плану забезпечувало роздільну оцінку коефіцієнтів регресії і всіх парних взаємодій (дві будь-які парні взаємодії по модулю не рівні один одному $|x_i x_j| \neq |x_s x_z|$ для будь-яких попарно відмінних індексів). Така умова обмежує можливий ступень дрібності ДФЕ. Так, при $k \leq 4$, можливе застосування лише ПФЕ 2^k ; при $5 \leq k \leq 7$, крім ПФЕ 2^k можливе також використання ДФЕ 2^{k-1} , при $k > 7$ можливе використання ДФЕ 2^{k-2} .



α – зоряне плече,

★ – зоряна точка

Рис. 4.17. ЦКП Бокса з ядром ПФЕ 2^2 .

Друга частина ЦКП складається з «зоряних» точок, що розташовані на координатних вісях на відстані $\pm\alpha$ («зоряне» плече) від центра експеримента. Загальна кількість таких точок дорівнює $2k$.

Третя частина ЦКП – дослід в центрі плану; кількість таких дослідів $N_0 \geq 1$. ЦКП у загальному вигляді наведено в табл. 4.12.

Поняття «центральный» означає, що фактори приймають значення, які симетричні відносно центра плану.

Загальна кількість дослідів $N=2^{k-p}+2k+N_0$. Конкретні значення α і N_0 обираються виходячи з тих чи інших критеріїв оптимальності. Залежно від використовуваного критерію оптимальності існують ортогональні ЦКП (ОЦКП) та ротатабельні ЦКП (РОЦКП).

На практиці широке розповсюдження набули два типи ЦКП, що відомі як плани Бокса і плани Хартлі.

ЦКП називається планом Бокса, якщо його ядро – ПФЕ 2^k або регулярна репліка ДФЕ типу 2^{k-p} , для якої парні взаємодії не рівні по модулю лінійним факторам: $x_i \neq \pm x_s x_z$; $s \neq z$; $i, s, z = 1, 2, \dots, k$ і, крім того, виконується умова $|x_i x_j| \neq |x_s x_z|$.

З умов побудови дрібної репліки витікає, що роздільна здатність ядра плану повинна бути більше ніж IV, тобто визначальний контраст повинен містити не менше п'яти змінних. Таким чином, ядром плану Бокса при $k < 5$ може бути тільки ПФЕ, а при $k \geq 5$ також може бути і ДФЕ. План Бокса можна зробити або ортогональним або ротатабельним але не одночасно (в деяких випадках ЦКП Бокса можна зробити приблизно і ортогональним, і ротатабельним, якщо спочатку побудувати ротатабельний план, а далі підібрати необхідну кількість дослідів в центральній точці).

Таблиця 4.12. Структура ЦКП.

Складові частини ЦКП	Фактори				Кількість точок
	x_1	x_2	...	x_k	
Ядро плану (ПФЕ 2^k або ДФЕ 2^{k-p})	-1	-1	...	-1	2^{k-p} $p=0;1;2$
	+1	-1	...	-1	
	-1	+1	...	-1	
	+1	+1	...	-1	
	...	...	...	...	
	+1	+1	...	+1	
«Зоряні» точки	$-\alpha$	0	...	0	2k
	$+\alpha$	0	...	0	
	0	$-\alpha$	...	0	
	0	$+\alpha$	...	0	
	...	...	...	...	
	0	0	...	$-\alpha$	
	0	0	...	$+\alpha$	
Центральні точки	0	0	...	0	N_0
	...	...	...	...	
	0	0	...	0	

ЦКП називається планом Хартлі, якщо його ядром є регулярна репліка ДФЕ типу 2^{k-p} , в якій деякі парні взаємодії дорівнюють по модулю лінійним факторам (роздільна здатність дорівнює III). Таким чином, ЦКП завжди буде або планом Бокса або планом Хартлі. Плани Хартлі більш економні по кількості дослідів, ніж плани Бокса, але втрачають точність оцінювання коефіцієнтів, крім того, їх неможливо зробити ні ортогональними, ні ротатабельними. ЦКП Хартлі не дозволяють отримати роздільні оцінки відповідних коефіцієнтів. Їх доцільно використовувати, якщо відомо, що частина ефектів b_j або b_{ji} в моделі відсутня (тобто, прості ефекти можна змішувати з парними взаємодіями без втрати роздільної здатності плану) або тоді, коли дисперсія спостережень відносно мала.

Порівняння ЦКП Бокса і Хартлі по кількості дослідів наведено в табл. 4.13. Як видно з порівняння, ЦКП Хартлі мають значний вииграш по кількості необхідних дослідів для побудови математичної моделі.

Таблиця 4.13. Порівняння ЦКП планів Бокса і планів Хартлі.

Кількість факторів	ЦКП Бокса		ЦКП Хартлі	
	Ядро	Кількість дослідів	Ядро	Кількість дослідів
3	ПФЕ 2^3	15	ДФЕ 2_{III}^{3-1}	11
4	ПФЕ 2^4	25	ДФЕ 2_{III}^{4-1}	17
5	ДФЕ 2_V^{5-1}	27	ДФЕ 2_{III}^{5-1}	27
6	ДФЕ 2_V^{6-1}	45	ДФЕ 2_{III}^{6-2}	29
7	ДФЕ 2_V^{7-1}	79	ДФЕ 2_{III}^{7-2}	47

В ОЦКП Бокса, як правило, $N_0 = 1$, а план будується з врахуванням критерія ортогональності (сума попарних добутків значень рівней двох будь-яких факторів (стовпців) дорівнює нулю). Для забезпечення попарної ортогональності стовпців, що відповідають вільному члену β_0 і квадратичним коефіцієнтам β_i^2 , $i = 1, 2, \dots, k$, а також стовпців, що відповідають квадратичним членам між собою, виконуються деякі математичні перетворення.

Регресійна модель трансформується у наступний вигляд:

$$y(x) = b_0' + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} (x_i^2 - x_i'^2),$$

де $x_i'^2 = \frac{1}{N} \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 = \frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N}$; N – загальна кількість точок плану:

$$N = 2^{k-p} + 2k + 1; \beta_0' = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i'^2 \text{ (де } p\text{–число, що визначає дрібність}$$

експерименту; β_i – коефіцієнти рівняння регресії). Перехід до центрованих змінних забезпечує ортогональність стовпця вільного члену рівняння регресії (базисна функція $f_0 \equiv 1$), і будь-якого із стовпців центрованих квадратів (базисна функція виду $\tilde{x}_i^2 = x_i^2 - x_i'^2$):

$$\sum_{g=1}^N f_0(x_{ig}^2 - x_i'^2) = \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 - N x_i'^2 = \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 - N \frac{1}{N} \sum_{g=1}^N x_{ig}^2 = 0.$$

Цей вираз слушний незалежно від конкретного значення α . Але при довільному α залишаються неортогональними стовпці матриці планування,

що відповідають центрованим квадратичним змінним. Тому в ОЦКП значення α обирається з умови ортогональності цих стовпців:

$$\sum_{\substack{g=1 \\ i \neq j}}^N (x_{ig}^2 - x_i'^2)(x_{jg}^2 - x_j'^2) = 0,$$

або:

$$2^{k-p} \left(1 - \frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} \right)^2 + 4 \left[\alpha^2 - \frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} \right] \left[-\frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} \right] + \left[-\frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} \right]^2 (2k-3) = 0$$

Після перетворень отримуємо рівняння для обчислення значення α :

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{2^{k-p-2} (2^{k-p} + 2k + 1)} - 2^{k-p-1}} = \sqrt{(\sqrt{N \cdot 2^{k-p}} - 2^{k-p})/2}$$

В таблиці 4.14 наведено числові значення α для $k = 2 \div 8$.

Таблиця 4.14. Числові значення α для ОЦКП Бокса.

k	Ядро ЦКП	N	α
2	ПФЕ 2^2	9	1,000
3	ПФЕ 2^3	15	1,215
4	ПФЕ 2^4	25	1,414
5	ПФЕ 2^5	43	1,596
5	ДФЕ 2^{5-1}	27	1,547
6	ПФЕ 2^6	77	1,761
6	ДФЕ 2^{6-1}	45	1,724
7	ПФЕ 2^7	143	1,909
7	ДФЕ 2^{7-1}	79	1,885
8	ПФЕ 2^8	273	2,045
8	ДФЕ 2^{8-1}	145	2,029
8	ДФЕ 2^{8-2}	81	2,000

Таким чином, при переході до квадратичної моделі з центрованими квадратичними змінними і використанням розрахованих значень α , можна отримати повну ортогоналізацію стовпців матриці планування. Оцінки коефіцієнтів регресії, які будуть отримані за допомогою такого ОЦКП, некорельовані між собою. Структура матриці ОЦКП Бокса наведена в табл. 4.15.

Таблиця 4.15. Структура матриці ОЦКП Бокса.

x_0	x_1	x_2	...	x_k	x_1x_2	...	$x_{k-1}x_k$	$x_1^2-x_1'^2$	$x_2^2-x_2'^2$	...	$x_k^2-x_k'^2$
+1	-1	-1	...	-1	+1	...	+1	$1-x_1'^2$	$1-x_2'^2$	...	$1-x_k'^2$
+1	+1	-1	...	-1	-1	...	+1	$1-x_1'^2$	$1-x_2'^2$	...	$1-x_k'^2$
+1	-1	+1	...	-1	-1	...	...	$1-x_1'^2$	$1-x_2'^2$	...	$1-x_k'^2$
+1	+1	+1	...	-1	+1	...	...	$1-x_1'^2$	$1-x_2'^2$	...	$1-x_k'^2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
+1	+1	+1	...	+1	+1	...	+1	$1-x_1'^2$	$1-x_2'^2$	...	$1-x_k'^2$
+1	$-\alpha$	0	...	0	0	...	0	$\alpha^2-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$
+1	$+\alpha$	0	...	0	0	...	0	$\alpha^2-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$
+1	0	$-\alpha$	...	0	0	...	0	$-x_1'^2$	$\alpha^2-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$
+1	0	$+\alpha$	...	0	0	...	0	$-x_1'^2$	$\alpha^2-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
+1	0	0	...	$-\alpha$	0	...	0	$-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$\alpha^2-x_k'^2$
+1	0	0	...	$+\alpha$	0	...	0	$-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$\alpha^2-x_k'^2$
+1	0	0	...	0	0	...	0	$-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
+1	0	0	...	0	0	...	0	$-x_1'^2$	$-x_2'^2$	...	$-x_k'^2$

Реалізація експерименту по матриці планування (табл. 4.15) виконується також з дублюванням дослідів в кожній точці плану аналогічно ПФЕ 2^k .

Оцінки коефіцієнтів регресії для відповідних груп:

$$\text{Для вільного члена } \beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^N x_{0i} y'_i}{N};$$

$$\text{Для лінійних складових } \beta_u = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ui} y'_i}{2^{k-p} + 2\alpha^2}, u = 1, 2, \dots, k;$$

$$\text{Для парних взаємодій } \beta_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{jui} y'_i}{2^{k-p}}, j, u = 1, 2, \dots, k; j \neq u;$$

$$\text{Для центрованих квадратичних змінних } \beta_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ki}^2 y'_i}{2\alpha^4}.$$

Після розрахунку оцінок коефіцієнтів виконується зворотне

перетворення рівняння регресії до виду:

$$y(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_i^2 x_i^2,$$

$$\text{де } \beta_0 = \beta_0' - x_i'^2 \sum_{i=1}^k \beta_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_{0i} y_i'}{N} - \frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} \sum_{i=1}^k \beta_i^2$$

Умова нормування в випадку ОЦКП не зберігається, так як $\sum_{i=1}^N x_{iu}^2 \neq N$

(u – номер будь-якого стовпця, крім нульового). Це означає, що точність оцінки коефіцієнтів регресії для різних груп неоднакова.

Оцінки дисперсій для кожної з чотирьох однородних груп для m паралельних дослідів:

$$S^2 \{\beta_i\} = \frac{S_B^2}{m(2^{k-p} + 2\alpha^2)}$$

$$S^2 \{\beta_{ij}\} = \frac{S_B^2}{m \cdot 2^{k-p}}$$

$$S^2 \{\beta_i^2\} = \frac{S_B^2}{m \cdot 2\alpha^4}$$

$$S^2 \{\beta_0\} = \frac{S_B^2}{m(N + 2\alpha^4)}$$

де S_B^2 – дисперсія відтворюваності.

Таким чином, дисперсія оцінки Y' функції відгуку в деякій точці факторного простору залежить не тільки від відстані цієї точки до центра плану, але і від її розташування на гіперсфері, тобто ОЦКП не відповідає умові ротатабельності.

Розглянемо приклад побудови ОЦКП Бокса для дослідження поверхні відгуку від 2 змінних (ядро плану – ПФЕ 2^2 , $N = 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 9$). Зоряні точки та центровані квадратичні змінні визначаються як:

$$\alpha = \sqrt{\left(\sqrt{N \cdot 2^{k-p}} - 2^{k-p}\right)/2} = \sqrt{\left(\sqrt{9 \cdot 2^2} - 2^2\right)/2} = 1;$$

$$x_i'^2 = \frac{2^{k-p} + 2\alpha^2}{N} = \frac{2^2 + 2 \cdot 1^2}{9} = \frac{2}{3}$$

Матрицю плану наведено в табл. 4.16.

Таблиця 4.16. Матриця ОЦКП Бокса з ядром плану ПФЕ 2^2 .

x_0	x_1	x_2	x_1x_2	$x_1^2 - x_1'^2$	$x_2^2 - x_2'^2$
+1	-1	-1	+1	1/3	1/3
+1	+1	-1	-1	1/3	1/3
+1	-1	+1	-1	1/3	1/3
+1	+1	+1	+1	1/3	1/3
+1	-1	0	0	1/3	-2/3
+1	+1	0	0	1/3	-2/3
+1	0	-1	0	-2/3	1/3
+1	0	+1	0	-2/3	1/3
+1	0	0	0	-2/3	-2/3

Інформаційна матриця M і, відповідно, дисперсійна матриця M^{-1} плану з табл. 4.16 діагональна, тобто підтверджує ортогональність матриці побудованого ОЦКП.

$$M = X^T X = \begin{vmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & +1 & +1 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & -2/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 & 1/3 & 1/3 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & 1/3 & 1/3 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & 1/3 & 1/3 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & 1/3 & 1/3 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 \\ +1 & +1 & 0 & 0 & 1/3 & -2/3 \\ +1 & 0 & -1 & 0 & -2/3 & 1/3 \\ +1 & 0 & +1 & 0 & -2/3 & 1/3 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -2/3 & -2/3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$M^{-1} = (X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 0,11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{vmatrix}$$

В загальному випадку дисперсійна матриця виглядає наступним чином:

$$M^{-1} = (X^T X)^{-1} = \begin{vmatrix} c_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 E_{k-p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 E_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 E_{k-p} \end{vmatrix}$$

де E – одинична матриця відповідної розмірності. Деякі значення коефіцієнтів c_0, c_1, c_2, c_3 наведені в табл. 4.17.

Таблиця 4.17. Діагональні елементи дисперсійної матриці ОЦКП.

Ядро плана	Елементи матриці M^{-1}			
	c_0	c_1	c_2	c_3
ПФЕ 2^2	0,11	0,17	0,5	0,25
ПФЕ 2^3	0,067	0,09	0,23	0,125
ПФЕ 2^4	0,04	0,05	0,125	0,0625
ДФЕ 2^{5-1}	0,048	0,048	0,087	0,0625

Розрахунок оцінок коефіцієнтів регресійної моделі може виконуватись матричним МНК:

$$\vec{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T \vec{y} = M^{-1} X^T \vec{y}.$$

Для плану з табл. 4.16 отримуємо:

$$\bar{\beta} = \begin{pmatrix} \beta'_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_{12} \\ \beta_1^2 \\ \beta_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,17 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix} \cdot \bar{y}$$

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & +1 & +1 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & -2/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 & -2/3 & 1/3 & 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$$

$$\beta_0 = \beta'_0 - x_i'^2 (\beta_1^2 + \beta_2^2)$$

Перевірка однорідності дисперсії відтворюваності, значущості коефіцієнтів регресійної моделі та адекватності моделі у випадку ОЦКП виконується таким самим чином, як і для ПФЕ виду ПФЕ 2^k і ДФЕ виду 2^{k-p}.

При дослідженні області екстремуму часто більшу вагу приділяють не оцінюванню коефіцієнтів регресійної моделі, а самій функції відгуку. На практиці часто можна значно спростити регресійну модель перетворенням координат. Ротатабельне планування, що забезпечує помилку визначення вихідної величини по рівнянню регресії, яка залежить лише від відстані від центру експерименту, дозволяє визначити з однаковою точністю значення функції відгуку, і, відповідно, перетворити систему координат з метою спрощення рівняння регресії. Крім того, такі плани дозволяють мінімізувати систематичні помилки, пов'язані з неадекватністю результатів, отриманих поліномами другого ступеню (може статися, що в точках, однаково віддалених від центра плану, дисперсія оцінок коефіцієнтів буде істотно різнитися, що викликає певні труднощі при дослідженні області екстремуму). Але побудова ротатабельного плану більш складна, ніж ортогонального, сама задача його побудови не має однозначного рішення.

Основною умовою ротатабельності ЦКП є інваріантність нормованої інформаційної матриці M (і, відповідно, дисперсійної матриці M^{-1}) к обертання прямокутних вісей відносно початку координат в центральній точці плану. Виходячи з умови інваріантності матриць до обертання системи

координат, точність оцінок коефіцієнтів регресії при обертанні також не буде змінюватись. Слід відмітити, що зміна моменту масштабу вхідних змінних веде до втрати властивості ротатабельності. Таким чином, необхідно підтримувати постійність масштабу задання незалежних змінних при проведенні всього експерименту.

Нормована матриця M^{-1} повинна мати певні властивості, щоб бути інваріантною до ортогонального перетворення: для ЦКП всі непарні моменти до четвертого порядку включно повинні дорівнювати нулю.

Момент плану – елемент нормованої інформаційної матриці M :

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{i1}^{p_1} x_{i2}^{p_2} \dots x_{ij}^{p_j} \dots x_{ik}^{p_k},$$

порядок момента:

$$P_{ku} = \sum_{j=1}^n p_j.$$

Момент – парний, якщо всі ступені p_j парні, і непарний, якщо хоч один ступінь p_j елемента нормованої інформаційної матриці непарний.

Умови для непарних моментів:

Першого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} = 0, j = \overline{1, k}$$

Другого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} x_{iu} = 0, j \neq u, j = \overline{1, k}$$

Третього порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} x_{iu} x_{im} = \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 x_{im} = \sum_{i=1}^N x_{ij}^3 = 0, j \neq u \neq m; j, u, m = \overline{1, k}$$

Четвертого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^3 x_{iu} = \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 x_{iu} x_{im} = \sum_{i=1}^N x_{ij} x_{iu} x_{im} x_{ig} = 0;$$

$$j \neq u \neq m \neq g; j, u, m, g = \overline{1, k}$$

Всі парні моменти повинні задовольняти таким співвідношенням:

Другого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = N\lambda_2, j = \overline{1, k}$$

Четвертого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 x_{iu}^2 = N \lambda_2^2, j \neq u; j = \overline{1, k}$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^4 = 3N \lambda_4, j = \overline{1, k}$$

Нормована інформаційна матриця Фішера РОЦКП другого порядку наведена в табл. 4.18.

Таблиця 4.18. Інформаційна матриця РОЦКП.

	x_0	x_1	...	x_k	x_{12}	...	$x_{k-1,k}$	x_1^2	x_2^2	...	x_k^2
x_0	1	0	...	0	0	...	0	λ_2	λ_2	...	λ_2
x_1	0	λ_2	...	0	$\ 0\ $			$\ 0\ $			
...	...	...	...	...							
x_k	0	0	...	λ_2							
x_{12}	0	$\ 0\ $			λ_4	...	0	$\ 0\ $			
...	...				...	...	...				
$x_{k-1,k}$	0				0	...	λ_4				
x_1^2	λ_2	$\ 0\ $			$\ 0\ $			$3\lambda_4$	λ_4	...	λ_4
x_2^2	λ_2							λ_4	$3\lambda_4$	...	λ_4
...	...							...	...	...	...
x_k^2	λ_2							λ_4	λ_4	...	$3\lambda_4$

Рішення задачі можливе лише в випадку, коли інформаційна матриця не вироджена. Визначник цієї матриці в якості множника містить число $((k+2)\lambda_4 - k\lambda_2^2)$. Тому умовою невиродженості матриці буде виконання нерівності:

$$\frac{\lambda_4}{\lambda_2^2} \neq \frac{k}{k+2}$$

Константа Λ_2 обирається з умови вибору масштаба плану, а константа Λ_4 обирається з умови невиродженості інформаційної матриці.

Ротатбельні плани – це плани, у яких точки плану розташовані на окружностях (сферах, гіперсферах). У ротатбельного плану першого порядку точки плану розташовані на одній гіперсфері з радіусом R

$$\sqrt{\sum_{i=1}^k x_{iV}^2} = \text{const} = R,$$

де $V=1, \dots, N$ – номер точки плану, $i=1, \dots, k$ – номер фактора.

У такому випадку точність оцінювання функції відгуку по будь-якому напрямку факторного простору (для всіх точок плану) однакова.

Ротатабельний план може бути симетричним, коли точки плану розташовані симетрично відносно друг друга (плани ПФЕ 2^k – ротатабельні симетричні плани першого порядку).

У ротатабельних планах другого порядку точки плану розташовані на двох концентричних гіперсферах з радіусами R_1 і R_2 . В таких планах

$$\sqrt{\sum_{i=1}^k x_{iV}^2} = \text{const}_1 = R_1, \text{ для } V=1, \dots, 2^{k-p} + 2k$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^k x_{iW}^2} = \text{const}_2 = R_2, \text{ для } W=1, \dots, N_0,$$

де V і W – поточні номери точок плану в двох підмножинах дослідів $2^{k-p} + 2k$ і N_0 з їх загальної кількості N , що відносяться до двох різних концентричних сфер. Одна зі сфер може бути виродженою, коли $R_2=0$.

Як було вказано раніше, ротатабельний план може бути ортогональним, якщо виконується умова

$$\sum_{U=1}^N x_{iU} \cdot x_{jU} = 0,$$

де $i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, m$; $m > k$; $i \neq j$ – номери стовпців плану.

РОЦКП будується аналогічно ОЦКП. До ядра плану додаються «зоряні» точки – по дві на кожен фактор і кілька точок в центрі плану. «Зоряні» точки повинні бути розташовані на поверхні гіперсфери з радіусом R_1 , на якій лежать і точки ядра плану, тобто «зоряне» плече α повинне дорівнювати радіусу R_1 . Це може бути забезпечене тільки при відповідному виборі числа дослідів в центрі плану N_0 . Для РОЦКП N_0 залежить від кількості факторів k (для ОЦКП $N_0 = 1$ для будь-якого значення k).

Для всіх парних моментів в даному випадку отримуємо:

$$\text{Нульового порядку } \sum_{i=1}^N x_{i0} = N$$

$$\text{Другого порядку } \sum_{i=1}^N x_{ij}^2 = 2k + 2\alpha^2, i = \overline{1, k}$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^2 x_{iu}^2 = 2^k; j, u = \overline{1, k}; j \neq u;$$

Четвертого порядку

$$\sum_{i=1}^N x_{ij}^4 = 2^k + 2\alpha^4, j = \overline{1, k}$$

Таким чином, $N\lambda_2 = 2^k + 2\alpha^2$, $N\lambda_4 = 2^k$, $3N\lambda_4 = 2^k + 2\alpha^4$.

Звідси умова ротатабельності: $\frac{3 \cdot 2^k}{N} = \frac{2^k + 2\alpha^4}{N}$, або $\alpha^4 = 2^k$.

Таим чином, щоб ЦКП Бокса мав властивість ротатабельності, довжина «зоряного» плеча α повинна бути:

$$\alpha = 2^{k/4}$$

Як і в випадку ОЦКП, «зоряне» плече α залежить від кількості k вхідних величин. Для визначення кількості дослідів N_0 в центрі плану необхідно скористатись умовою невідродженості інформаційної матриці:

$$\frac{\lambda_4}{\lambda_2^2} = \frac{2^k(2^k + 2k + N_0)}{(2^k + 2\alpha^2)^2} = \frac{2^k + 2k + N_0}{(2^{k/2} + 2)^2} \neq \frac{k}{k+2},$$

параметр λ_4 слід брати рівним додатньому корню квадратного рівняння

$$2\lambda_4(\lambda_4 - 1)(k + 2) + \lambda_4(k + 1) - (k - 1) = 0.$$

В багатьох випадках при проведенні експериментів необхідно, щоб інформація про вихідну величину, отримана з рівняння регресії, була постійною всередині гіперсфери радіусом $\rho = 1$ для $\rho \in [0, 1]$. Таке планування називається уніформ-ротатабельним. Для його отримання достатньо забезпечити рівність дисперсії в центрі плану ($\rho = 0$) і на поверхні гіперсфери радіуса $\rho = 1$ за рахунок збільшення кількості дослідів N_0 в центрі плану.

У випадку, коли кількість факторів велика, в якості ядра РОЦКП обирається план ДФЕ, причому повинна виконуватись умова $(k - p)/4 > 3/4$. Оптимальне значення «зоряного» плеча визначається як

$$\alpha = 2^{(k-p)/4}.$$

Кількість дослідів в центрі плану визначається як

$$N_0 = 4 - 2 \cdot (k - p) + 2^{\frac{k-p+4}{2}}.$$

В таблиці 4.19 наведені значення α і N_0 для уніформ-ротатабельного

ЦКП Бокса.

Таблиця 4.19. Числові значення α і N_0 для РОЦКП Бокса.

k	Ядро ЦКП	N_0	N	α
2	ПФЕ 2^2	5	13	1,414
3	ПФЕ 2^3	6	20	1,682
4	ПФЕ 2^4	7	31	2,000
5	ПФЕ 2^5	10	52	2,378
5	ДФЕ 2^{5-1}	6	32	2,000
6	ПФЕ 2^6	15	91	2,828
6	ДФЕ 2^{6-1}	9	53	2,378
7	ПФЕ 2^7	21	163	3,364
7	ДФЕ 2^{7-1}	14	92	2,828
8	ПФЕ 2^8	52	324	4,000

Складність обчислення за допомогою МНК оцінок коефіцієнтів регресії та їх дисперсій для РОЦКП значно вище, чим для ОЦКП. Розрахунок ведеться за наступними формулами:

$$A = 1 / [2\lambda_4((k+2)\lambda_4 - k\lambda_2^2)];$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{3N} \sum_{u=1}^N x_{iu}^4; \quad \lambda_2 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu}^2;$$

$$\beta_0 = \frac{A}{N} [2\lambda_4^2(k+2) \sum_{u=1}^N \bar{y}_u - 2\lambda_2\lambda_4 \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \bar{y}_u];$$

$$\beta_i = \frac{1}{N\lambda_2} \sum_{u=1}^N x_{iu} \bar{y}_u;$$

$$\beta_{ii} = \frac{A}{N} \{[(k+2)\lambda_4 - k\lambda_2^2] \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \bar{y}_u + (\lambda_2^2 - \lambda_4) \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 \bar{y}_u - 2\lambda_2\lambda_4 \sum_{u=1}^N \bar{y}_u\};$$

$$\beta_{ij} = \frac{1}{N\lambda_4} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} \bar{y}_u;$$

$$\sigma^2(\beta_0) = 2A\lambda_4^2(k+2)\sigma^2(\bar{y})/N;$$

$$\sigma^2(\beta_i) = \sigma^2(\bar{y})/(N\lambda_2);$$

$$\sigma^2(\beta_{ij}) = \sigma^2(\bar{y})/(N\lambda_4);$$

$$\sigma^2(\beta_{ii}) = A[\lambda_4(k+1) - (k-1)\lambda_2^2]\sigma^2(\bar{y})/N$$

Ротатабельне планування не дозволяє отримати незалежні оцінки для всіх коефіцієнтів моделі, змішуються оцінки для коефіцієнтів β_0 з β_{ii} , та β_{ii} з β_{ij} . Взаємний зв'язок між цими коефіцієнтами характеризується коваріаціями:

$$\begin{aligned}\text{cov}(\beta_0, \beta_{ii}) &= -2\sigma^2(\tilde{y}) \lambda_4 A/N; \\ \text{cov}(\beta_{ii}, \beta_{ij}) &= \sigma^2(\tilde{y}) (1-\lambda_4) A/N.\end{aligned}$$

Якщо повторні досліди проводяться тільки в центрі плану, тоді

$$\bar{y}_0 = \frac{1}{n_0} \sum_{u=1}^{n_0} y_{0u} \quad \text{і величина} \quad \sigma_v^2 = \frac{1}{n_0 - 1} \sum_{u=1}^{n_0} (y_{0u} - \bar{y}_0)^2 \quad \text{буде незміщеною}$$

оцінкою дисперсії помилок експериментів. При ненасиченому плануванні

$$\text{залишкова сума } S_R^2 = \sum_{u=1}^N r_u (\bar{y}_u - \hat{y}'_u)^2 \quad \text{відмінна від нуля (} \hat{y}'_u \text{ – величина, що}$$

передбачена рівнянням моделі, $\bar{y}_u$ – величина, що знайдена експериментально).

Величина $\sigma_R^2 = S_R / [N - (k + 1)(k + 2) / 2]$ використовується для перевірки адекватності моделі (незміщена оцінка дисперсії помилок експериментів).

За допомогою отриманих величин можна провести всі необхідні перевірки коефіцієнтів і моделі. Перевірка однородності дисперсії відтворюваності моделі і значущості коефіцієнтів моделі виконується так само, як для панів ПФЕ та ДФЕ з урахуванням розрахунків величин, властивих для РОЦКП.

Розглянемо приклад побудови РОЦКП Бокса для дослідження поверхні відгуку від 2 змінних (ядро плану – ПФЕ 2^2). Матриця планування РОЦКП буде виглядати так, як наведено в табл. 4.20.

Таблиця 4.20. Матриця РОЦКП Бокса з ядром плану ПФЕ 2^2 .

x_0	x_1	x_2	$x_1 x_2$	x_1^2	x_2^2	y
+1	-1	-1	+1	1	1	y_1
+1	+1	-1	-1	1	1	y_2
+1	-1	+1	-1	1	1	y_3
+1	+1	+1	+1	1	1	y_4
+1	-1,414	0	0	2	0	y_5
+1	+1,414	0	0	2	0	y_6
+1	0	-1,414	0	0	2	y_7
+1	0	+1,414	0	0	2	y_8
+1	0	0	0	0	0	y_9
+1	0	0	0	0	0	y_{10}
+1	0	0	0	0	0	y_{11}
+1	0	0	0	0	0	y_{12}

+1	0	0	0	0	0	0	y_{13}
----	---	---	---	---	---	---	----------

Інформаційна матриця плану з табл. 4.20 виглядає наступним чином:

$$M = X^T X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1,414 & 1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1,414 & 1,414 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1,414 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1,414 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1,414 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1,414 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 13 & 0 & 0 & 0 & 8 & 8 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 12 & 4 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 4 & 12 \end{vmatrix}$$

$$\lambda_2=8/13; \lambda_4=4/13$$

Для $k=2$ число членів квадратичного полінома дорівнює шости. В ОЦКП і РОЦКП необхідно провести дев'ять відмінних один від одного дослідів при п'яти рівнях варіювання факторів. Тому ОЦКП і РОЦКП – ненасичені плани. Таке число експериментальних точок може бути використано для побудови, наприклад, кубічних поліномів.

4.5. Трьохфакторні латинські плани

При використанні цих планів нехтують взаємним впливом факторів. При цих умовах можна реалізувати досить просту модель, якщо припускати, що число рівнів факторів однаково.

Спостережувані значення представляються у вигляді:

$$y_{ijk} = m + a_i + b_j + c_k + \varepsilon_{ijk},$$

де ε_{ijk} – нормально розподілена похибка спостереження з нульовим математичним очікуванням; a_i , b_j , c_k – рівні факторів А, В, С.

Латинський квадрат $n \times n$ – це квадратна таблиця, складена з n елементів (чисел чи букв) таким чином, що кожний елемент повторюється в кожній стрічці і кожному стовпчику тільки один раз. Приклад експериментального плану при $p = 4$ задається нижченаведеною таблицею (рис. 4.18). У кожному рядку і в кожному стовпці має бути поєднання всіх рівнів.

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

Рис. 4.18. Чотирьохрівневий латинський квадрат.

Перший фактор визначається рядками таблиці. Другий фактор визначається стовпцями таблиці. Третій фактор визначається літерним позначенням. Якщо замість літерних позначень ввести цифрові (рис. 4.19), то результати експериментів, проведених відповідно до розглянутого плану можна представити таблицею 4.21.

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2

Рис. 4.19. Чотирьохрівневий латинський квадрат

(з цифровими позначеннями рівнів фактора С).

Таблиця 4.21. Результати експериментів при використанні латинського квадрату.

$i \backslash j$		Рівні фактора В			
		1	2	3	4
Рівні фактора А	1	y_{111}	y_{122}	y_{133}	y_{144}
	2	y_{212}	y_{221}	y_{234}	y_{243}
	3	y_{313}	y_{324}	y_{332}	y_{431}
	4	y_{414}	y_{423}	y_{431}	y_{442}

Середні значення визначаються за формулами:

$$y_{i00} = \frac{1}{p} \sum_{j,k} y_{ijk}; \quad y_{0j0} = \frac{1}{p} \sum_{i,k} y_{ijk};$$

$$y_{00k} = \frac{1}{p} \sum_{i,j} y_{ijk}; \quad y_{000} = \frac{1}{p^2} \sum_{i,j,k} y_{ijk}.$$

За умови репараметризації $\sum a_i = \sum b_i = \sum c_i = 0$ можна за допомогою МНК знайти оцінки значень параметрів:

$$\hat{m} = y_{000};$$

$$\hat{a}_i = y_{i00} - y_{000};$$

$$\hat{b}_j = y_{0j0} - y_{000};$$

$$\hat{c}_k = y_{00k} - y_{000}.$$

Суми квадратів відхилень знаходяться по формулам:

$$S_G = \sum_{i,j,k} (y_{ijk} - y_{000})^2;$$

$$S_A = p \sum_i (y_{i00} - y_{000})^2;$$

$$S_B = p \sum_j (y_{0j0} - y_{000})^2;$$

$$S_C = p \sum_k (y_{00k} - y_{000})^2;$$

де S_G – характеризує повну дисперсію; S_A , S_B , S_C – характеризують дисперсію між рівнями фактора А, В, С відповідно.

Згідно з теоремою Кокрена, якщо i випадкових величин мають χ^2

розподіл з v_i числом ступенів волі $\chi^2(v_i)$, то сума цих випадкових величин має χ^2 розподіл з числом ступенів волі, що дорівнює $\sum v_i$, тобто:

$$\sum_i \chi^2(v_i) = \chi^2(\sum_i v_i).$$

Таким чином: $S_G = S_A + S_B + S_C + S_R$, і суму квадратів відхилень всередені рівня факторів S_R можна знайти так: $S_R = S_G - S_A - S_B - S_C$.

Число ступенів волі x , пов'язане з S_R , визначається як:

$$x = (p^2 - 1) - (p - 1) - (p - 1);$$

$$x = (p - 2)(p - 1) = p^2 - 3p + 2.$$

Для порівняння дисперсій використовуються відношення Фішера:

$$F_A = \frac{d_A}{d_R}, F_B = \frac{d_B}{d_R}, F_C = \frac{d_C}{d_R}.$$

По значенням відношень Фішера можна судити про однаковість або відмінність цих дисперсій. Якщо значення, то відмінність незначна.

Таким чином, відношення Фішера при використанні латинського квадрату виглядають наступним чином:

$$F_A = \frac{S_A / p - 1}{S_R / ((p - 2)(p - 1))};$$

$$F_B = \frac{S_B / p - 1}{S_R / ((p - 2)(p - 1))};$$

$$F_C = \frac{S_C / p - 1}{S_R / ((p - 2)(p - 1))}.$$

Слушність використання латинського квадрата пояснюється тим, що для вирішення задачі трьохфакторної класифікації необхідно провести лише p^2 вимірів. Аналогічно латинським квадратам, може бути збудований латинський куб для проведення чотирьохфакторної класифікації (рис. 4.20) з кількістю вимірів, що дорівнює p^3 .

1	2	3	4
A B C D	B A D C	C D A B	D C B A
B A D C	A B C D	D C B A	C D A B
C D A B	D C B A	A B C D	B A D C
D C B A	C D A B	B A D C	A B C D

Рис. 4.20. Шари латинського куба.

Використовуючи греко-латинські квадрати, можна скоротити число експериментів з p^3 до p^2 . Два латинських квадрата називаються ортогональними, якщо при накладенні одного на інший, кожна з пар символів зустрічається тільки один раз. Щоб побудувати греко-латинський квадрат, потрібно використовувати один латинський і один грецький квадрат (рис. 4.21).

1	2
A B C D	$\alpha \beta \gamma \delta$
B A D C	$\delta \gamma \beta \alpha$
C D A B	$\beta \alpha \delta \gamma$
D C B A	$\gamma \delta \alpha \beta$

A α B β C γ D δ B δ A γ D β C α C β D α A δ B γ D γ C δ B α A β	або	1.1 2.2 3.3 4.4 2.4 1.3 4.2 3.1 3.2 4.1 1.4 2.3 4.3 3.4 2.1 1.2
--	-----	--

Рис. 4.21. Побудова греко-латинського квадрату при $p = 4$.

Результати вимірювань наведені в таблиці 4.22.

Таблиця 4.22. Результати експериментів при використанні греко-латинського квадрату.

$i \backslash j$		Рівні фактора В			
		1	2	3	4
Рівні фактора А	1	y_{1111}	y_{1222}	y_{1333}	y_{1444}
	2	y_{2124}	y_{2213}	y_{2342}	y_{2431}
	3	y_{3132}	y_{3241}	y_{3324}	y_{4313}

	4	y_{4143}	y_{4234}	y_{4311}	y_{4422}
--	---	------------	------------	------------	------------

Чотирьохфакторна модель характеризується наступним рівнянням:

$$y_{ijkl} = m + a_i + b_j + c_k + d_l + \varepsilon_{ijkl},$$

де a_i, b_j, c_k, d_l – рівні факторів А, В, С, D при $p = 4$, ε_{ijkl} – похибка вимірювання.

Суми квадратів відхилень:

$$S_G = \sum_{i,j,k,l} (y_{ijkl} - y_{0000})^2 \quad \text{з } p^2 - 1 \text{ ступенями волі}$$

$$\left. \begin{aligned} S_A &= p \sum_i (y_{i000} - y_{0000})^2 \\ S_B &= p \sum_j (y_{0j00} - y_{0000})^2 \\ S_C &= p \sum_k (y_{00k0} - y_{0000})^2 \\ S_D &= p \sum_l (y_{000l} - y_{0000})^2 \end{aligned} \right\} \text{з } p - 1 \text{ ступенями волі}$$

$$S_R = S_G - S_A - S_B - S_C - S_D.$$

Число ступенів волі для S_R :

$$x = (p^2 - 1) - 4(p - 1) = (p - 1)(p - 3).$$

Таким чином, відношення Фішера при використанні греко-латинського квадрату виглядають наступним чином:

$$F_A = \frac{S_A / p - 1}{S_R / (p - 1)(p - 3)}; \quad F_B = \frac{S_B / p - 1}{S_R / (p - 1)(p - 3)};$$

$$F_C = \frac{S_C / p - 1}{S_R / (p - 1)(p - 3)}; \quad F_D = \frac{S_D / p - 1}{S_R / (p - 1)(p - 3)}.$$

Знаючи відношення Фішера можна визначити рівень значимості α і перевірити справедливості гіпотез H_0 або H_1 щодо несуттєвості або суттєвості відмінності між рівнями факторів.

Слід відзначити, що не всі греко-латинські квадрати можна побудувати. Наприклад, квадрати 2×2 і 6×6 неможливо реалізувати.

Серед обмежень, пов'язаних з латинськими планами, слід позначити відсутність між факторних взаємодій та потреба в однокровій кількості рівнів p у всіх факторів.

Контрольні питання

1. Яка система рівнянь є математичною моделлю об'єкта в теорії планування експерименту?
2. В чому сутність планування експерименту?
3. В чому сутність методу найменших квадратів (МНК)?
4. Який критерій використовується для перевірки гіпотези адекватності лінійної моделі спостережень? Наведіть формулу критерія.
5. В чому полягає кодування змінних моделі?
6. Наведіть загальний вигляд матриці плану експерименту.
7. Наведіть визначення повного факторного експерименту.
8. Наведіть матрицю ПФЕ 2^2 .
9. Наведіть формули для оцінки невідомих параметрів моделі планування експеримента з двома факторами.
10. Наведіть матрицю ПФЕ 2^3 .
11. Наведіть формули для оцінки невідомих параметрів моделі планування експеримента з трьома факторами.
12. Яким чином може бути отримана матриця ДФЕ 2^{3-1} ?
13. Наведіть вигляд функції відгуку ДФЕ 2^{3-1} .
14. Наведіть формулу для отримання МНК - оцінок невідомих параметрів функції ДФЕ 2^{3-1} .
15. Яким чином може бути отримана матриця ДФЕ 2^{4-1} ?
16. Які генеруючі співвідношення можуть бути використані для побудови дрібної репліки 2^{5-2} .
17. Наведіть вигляд матриці плану ДФЕ 2^{5-2} при використанні генериручого співвідношення $x_4 = x_1 x_2$.
18. Наведіть вигляд функції відгуку ДФЕ 2^{5-2} і формулу для оцінки невідомих коефіцієнтів функції відгуку.
19. Що таке «визначальний контраст»? Яке смислове навантаження в цьому терміні?
20. В чому полягає стратегія пошуку екстремуму функції відгуку?
21. Що є градієнтом багатомірної функції?
22. В чому складається сутність метода Гаусса-Зейделя вивчення поверхні відгуку?
23. З яких процедур складається метод Бокса-Уілсона?

24. Наведіть графічну ілюстрацію метода Бокса-Уілсона.
25. Наведіть приклад пошуку екстремуму функції відгуку з використанням ПФЕ 2^2 .
26. Наведіть приклад пошуку екстремуму функції відгуку симплексним методом.
27. Наведіть приклад пошуку екстремуму функції відгуку методом Нелдера-Міда.
28. В чому полягає сутність ортогонального ЦКП і які математичні моделі він дозволяє побудувати?
29. Як складається і які властивості має матриця ОЦКП?
30. Що таке «зоряне» плече і яким чином обирається його значення?
31. Як визначається кількість дослідів в ОЦКП?
32. Що є ядром ОЦКП?
33. Який порядок проведення іспитів в ОЦКП?
34. Як перевірити відтворюваність іспитів?
35. В чому відмінності планів ЦКП и ОЦКП?
36. Як виконується побудова латинського квадрату?
37. Як виконується побудова латинського кубу?
38. Як виконується побудова греко-латинського квадрату?
39. Доведіть неможливість побудови греко-латинського квадрату розмірами 2×2 і 6×6 .

Розділ 5. ПСИХОЛОГІЧНО-ПРАВОВІ ОСНОВИ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

5.1. Психологія наукової творчості

Наукова творчість є частиною процесу наукової діяльності. *Наукова творчість* - діяльність, результатом якої є створення нових матеріальних і духовних цінностей наукового плану. Англійський навчальний Г. Уоллес виділяє чотири стадії процесу творчості:

підготовка, дозрівання, осяяння й перевірка.

Центральним моментом творчості вважається осяяння як інтуїтивне охоплення шуканого результату. Осяяння зв'язують із інтуїтивним розв'язком питання.

Незважаючи на величезну кількість робіт із психології творчості, загальноприйнятої вистави з цього процесу немає.

Інтелект - здатність мислення, раціонального пізнання. У психології під інтелектом розуміється відносно стійка структура розумових здатностей індивіда. Різними авторами виділяється від 1-2 до 120 факторів інтелекту.. У всякому разі, інтелект відокремлюють від таких понять як культура, утвір, з одного боку, так і від таких, як воля, інтуїція, уява.

Величина інтелекту. визначається обдарованістю природною якістю, Ступінь обдарованості визначається талантом і його вищим щаблем - геніальністю. Очевидно, що набір розумових здібностей перевершує набір операцій, закладених у комп'ютері.

Знов-таки за аналогією з комп'ютером у творчої особистості можна виділити володіння *пам'яттю* як *оперативної*, так і *довгочасної*.

Надійність роботи людини визначається його *психічною* стійкістю, його нервовою системою.

Працездатність залежить від фізичного здоров'я. На відміну від комп'ютера людей має волю й наполегливість.

Воля - процес свідомого керування діяльністю, що проявляється в подоланні труднощів і перешкод на шляху до розв'язку проблеми . Ці перешкоди можуть бути зовнішніми й внутрішніми.

Зовнішні - складність розв'язуваного завдання, різні перешкоди, опір людей, важкі зовнішні умови.

До *внутрішніх* перешкод ставляться - лінь, утому, небажання працювати над цією проблемою, хвороба. Можна вважати, що комп'ю-тер позбавлений внутрішніх перешкод.

Наполегливість - воляова властивість особистості доводити справа до кінця, тобто до одержання результату.

Разом з тим, особистість на відміну від комп'ютера має такі якості, як емоції й уява (фантазія).

Методи активізації творчого мислення.

Будь-яка людина має творчі здібності - здатностями до розробки нових приймань діяльності, оволодінню новими знаннями, формулюванню проблем, пізнанню невідомого.

Дати визначення процесу творчості намагалися багато вчених. Платон уважав творчість божественною здатністю, яка родинна особливому виду божевілля. Християнська традиція вважала творчість найвищим проявом божественного в людині. Кант бачив творчість як виражену рису генія й протиставляв творчу діяльність раціональній. З погляду Канта, раціональна діяльність, наприклад, наукова, властива, у найкращому разі, талантові, але дійсна творчість, доступне більшим пророкам, філософам або художникам, - риса генія. Величезне значення надавали творчості філософи - екзистенціалісти як конкретної характеристики особистості. Представники психоаналізу, відносячи творчість до сфери несвідомого, перебільшуючи його неповторність і невідтворюваність, по суті, проголошували неможливість його пізнання й несумісність із раціональним пізнанням.

Механізми творчості й до цього дня вивчені ще недостатньо. Однак зараз можна затверджувати, що творчість являє собою продукт біосоціальної еволюції людини, явища, яке ставиться до конкретного суб'єкта й пов'язане з особливістю психіки людини, закономірностями вищої нервової діяльності, розумової праці.

У наш час найчастіше **творчість визначають як мислення в його вищій формі**, яка виходить за грань відомого, а також діяльність, яка створює щось нове.

Творчість починається там, де зложилася проблемна ситуація, що вимагає пошуку розв'язку в умовах невизначеності, дефіциту інформації; інші затверджують, що основним механізмом творчості є не логіка, а інтуїція.

Метод морфологічного аналізу. При застосуванні цього методу рекомендується дотримуватися наступної послідовності операцій:

- точно сформулювати проблему;
- виділити й скласти перелік основних характеристик (ознак, параметрів) об'єкта або процесу дослідження (удосконалювання);
- зафіксувати всі можливі (альтернативні) варіанти зміни кожної характеристики або параметра;
- комбінуючи всі можливі комбінації характеристик, розглянути отримані варіанти розв'язку;
- проаналізувати найбільш перспективні комбінації, відібрати кращі з них з погляду можливості здійснення й ефективності використання.

Далі рекомендується виконати побудова двовимірних таблиць характеристик об'єкта й варіанта їх змін або багатомірних матриць, які полегшують пошук оптимальних розв'язків при такому аналізі. Він значно ефективніше, чим пошук безсистемних проб. Однак слід урахувати, що чим більше: виникає варіантів і їх комбінацій, тем вище ймовірність успішного пошуку, але й тем складніше проаналізувати вся безліч можливих розв'язків.

Метод морфологічного аналізу на прикладі пошуку оптимальної *форми тари для молока*, яка відповідає вимогам роздрібно́ї торгівлі. Основними змінними характеристиками є форма і ємність тари.

Кожну із цих комбінацій треба розглянути з погляду умов і вимог виробництва, транспортування, торгівлі й покупців, проаналізувати економічну й споживчу доцільність кожної комбінації. Оцінка їх проводиться експертним шляхом. Оптимальний варіант обирають із числа тих, що одержали найвищу експертну оцінку.

Найбільш складною частиною класичного морфологічного аналізу є вибір оптимального варіанта.

Методи контрольних питань і морфологічного аналізу є найпоширенішими методами систематизації пошуку, але при їхнім застосуванні практично не використовуються можливості психологічної активізації творчості.

Цей недолік у деякій мері виправляється групою асоціативних *методів*, заснованих на властивості мозку встановлювати ті або інші зв'язки між словами, поняттями, думками, а потім згадувати відтворювати такі зв'язки. Серед асоціативних методів творчості найбільший інтерес представляють далекі асоціації і їх ланцюжка, які приводять до несподіваних скачок думки. Свідоме «включення» асоційованого. мислення досягається шляхом створення відповідних умов і використання ряду правил, які в сукупності й становлять основу найпоширеніших і перевірених практикою подібних методів творчості.

Одним з них є **метод мозкового штурму, або мозкової атаки**. Він заснований на такому психологічному ефекті. Якщо побрати групу з 5-8 учасників і кожному з них запропонувати незалежно й індивідуально висловити речення щодо розв'язку конкретного завдання, то виникне деяка кількість оригінальних ідей. Якщо ж запропонувати цій же групі колективно висловити речення щодо розв'язку тієї ж завдання, то отриманих оригінальних ідей буде більше чому в першому випадку, оскільки під час сеансу виникає, так сказати, ланцюгова реакція *ідей*. Що приводить до інтелектуального вибуху.

Засновником сучасного методу мозкового штурму вважається морський офіцер США А. Осборн. Один з молодших матросів запропонував усій команді стати біля борту, коли торпеда наблизиться дружно на неї дунути й

«отдуть її убійк».

А. Осбори виготовив вентилятор, який створював потужний спрямований потік води, і цим вентилятором в одному з рейсів дійсно відвів торпеду від борту.

Так в А.Осборна народилася думка про створення, методу колективного пошуку ідей.

Для усунення психологічних бар'єрів процеси генерації ідей і їх критичного аналізу розділяються в часі й здійснюються різними людьми. Перша група тільки висуває ідеї протягом 20-40 хвилин. У цю групу зводять люди, які схильні фантазувати, абстрагувати.

Друга група - експертів по закінченню штурму робить висновок про цінність висунутих ідей. У цю групу, включають людей з аналітичним, критичним складом розуму: У процесі експертизи обмірковуються всі ідеї. Процесом розв'язку завдання керує керівник штурму, який чітко дотримується правил, виконуючи свої - обов'язку без критики, вказівок.

Цю мету переслідують різні конференції, симпозіуми, де виступають із ідеями, які викликають дискусії.

Увесь комплекс розглянутих приймань і методів активізації творчості має як переваги, так і недоліки. Одним з переваг треба визнати їхню універсальність - вони можуть застосовуватися й у науці, і в техніку, і в керуванні, тому що принципи, на яких він і базуються, не пов'язані із внутрішньою сутністю об'єктів перетворення. Загальним же недоліком є відносно низька їхня ефективність.

Вплив зовнішніх факторів на мислення

У розпал свого творчого процесу Пуанкаре волів залишатися у внутрішній самотності, наодинці з істиною, що вислизає.

Він міг пройти до 15 кілометрів. Ходьба була невід'ємним атрибутом активної роботи його мозку. Відоме вираження: "Ноги - колесо думки".

У науковій праці не повинне бути поспіху й суєти, але недостатньо активна робота не тільки вимагає більше сумарного часу, але й малоефективна. Краще сідати за викладення, коли у вас є достатній запас часу для роботи. Певний час займає процес входження в роботу. Недолік часу приводить до нервового стресу. Роботу краще закінчувати після досягнення маленького успіху.

Велике психологічне значення має **впевненість в успіху** виконання наукового дослідження. Ця впевненість заснована, з одного боку, на принциповій виконаності роботи.

Важливими психологічними стимулами виконання дослідження є особистий інтерес до теми, роботи й дух суперництва. Ці стимули особливо важливі для молодого дослідника.

Психологічним спонуканням до наукової творчості є нехай і найменш

близький духу науки мотив - мотив саме твердження..

Найважливішим психологічним стимулом для сьогодення вченого повинне стати цікавість, бажання довідатися, як улаштована природа.

Про віковий ценз у науці й про „наукове старіння”

Людина проявляє різний ступінь активності в різні періоди життя. До 26-30 років людям вдається освоїтися у своїй професії. Невдачі в цьому періоді приводять до зміни місця роботи або спеціальності. До 40 років людей уже пристосувався до своєї діяльності й може віддати їй багато сил. Цей вік збігається й із творчою вершиною. Від 40 до 50 - кращий вік для керівника, тому що людей уже має великий професійний і соціальний досвід. До 50-56 років відбувається стабілізація пам'яті. Пізніше відбувається період погіршення пам'яті, але цей процес дуже індивідуальний. У людей розумової праці він відбувається повільніше. Продуктивність праці професійних працівників росте з віком до 55 років. Мова йде про фізично здоровіші людей. Хоча психофізичні показники з віком погіршуються, великий досвід і знання компенсують цей недолік. Творчі люди переживають пік творчої активності й після 70 років.

Лауреати Нобелівської премії (фізики) зробили свої відкриття до 30 років, а 90% усіх учених - до 40. Головний внесок у науку зробили: хіміки до 40,5 рокам, медики - до 39 років, технічні фахівці – до 45, астрономи й ботаніки - до 46, антропологи - до 47 років.

Учений-Хімік П. Вальден докладно досліджував 233 відкриття. По його даним, 68% відкриттів належить людям 48-49 літнього віку. Ті, кому вдалося досягти високих результатів до 30 років, склав 14%. В області фундаментальних понять матерії і її стану відкриття розподіляються між людьми в такий спосіб:

понад 40 років – 43%;

понад 50 і 60 років – 50%;

менше 30 – 7%.

Дуже заманливо, "маститому" ученому передати всю технічну роботу молодим помічникам (учням). Передаються обчислення, частина теоретичних побудов. Але як тільки вчений перестає працювати своїми руками, починається процес "старіння". Губиться здатність дивуватися «малим» відкриттям, з'являються важливість і чванство, бажання всіх "здивувати". Виникає перебільшене відчуття своїх рад, віра в їхню непогрішність.

Потроху науковий зміст робіт такого вченого починає поступатися місцем міркуванням загального характеру, збільшується описова частина статей зменшується число формул, виникає незадоволеність результатами свого праці.

Якщо дійсно вчений втрачає творчі здібності, фантазію, то залишається,

гідний вихід із цього положення - допомагати своїм учням.

Методика використання літературних джерел

У процесі наукового дослідження робота над літературою здійснюється на всіх його стадіях скороченню. Процес читання включає: сприйняття друкованого слова спочатку очима, потім вимова про себе й тільки після усвідомлює прочитане.

Швидкість читання необхідно чергувати з виписуванням окремих визначень термінів, понять, піддавати логічному аналізу, статистичним розрахункам, групувати кількісні (цифрові) показники економічних процесів, прагнути зрозуміти обґрунтованість висновків автора добутку.

Результати вивчення літератури з питань теми дослідження оформляються у вигляді тематичних оглядів, рефератів, де викладається суть найбільш важливих наукових положень, визначаються основні концепції (подібності й відмінності), групуються малорозроботанні, неясні, дискусійні й не вивчені положення.

Працюючи над літературними джерелами, дослідник може наткнутися на інформацію, яка являє загальноосвітню цінність.

Окремі положення краще фіксувати на листках паперу або перфокартах з одного боку.

5.2. Правові основи в сфері науки і науково-технічної діяльності

Закон України «Про наукову й науково-технічну діяльність» визначають правові, організаційні й фінансові основи функціонування й розвитку науково-технічної сфери, створює умови для наукової й науково-технічної діяльності, забезпечення потреб суспільства й держави в технологічному розвитку.

Суб'єктами наукової й науково-технічної діяльності є вчені, науковці, науково-педагогічні працівники, наукові установи, наукові організації, вищі навчальні заклади III-N рівня акредитації, громадські організації в науковій і науково-технічній діяльності.

Учений є основним суб'єктом наукової діяльності й має право:

- вибирати форми, напрямку й засобу наукової й науково-технічної, діяльності у відповідності зі своїми інтересами, творчими можливостями й загальнолюдськими цінностями;
- поєднуватися з іншими вченими в постійні або тимчасові наукові колективи для проведення спільної наукової або науково-практичної діяльності;
- брати участь у конкурсах на проведення наукових досліджень, фінансованих за рахунок засобів Державного бюджету України й інших джерел;

- одержувати покликання авторства на наукові й науково-технічні результати своєї діяльності;
- публікувати результати своїх досліджень або оприлюднити їх іншим способом у порядку, установленому законодавством України;
- брати участь у конкурсах на заміщення вакантних посад наукових і науково-педагогічних працівників;
- одержувати, передавати й поширювати наукову продукцію;
- одержувати державне й цивільне визнання за допомогою присудження вчених ступенів, учених звань, премій, почесних звань за внесок у розвиток науки, технологій, впровадження наукових, науково-технічних результатів у виробництво й за підготовку наукових кадрів.
- . на мотитивированный відмова брати участь у науковій (науково-технічній) діяльності, результати якої можуть мати негативні наслідки для людини, суспільства або навколишнього середовища;
- . на матеріальну підтримку виконуваних досліджень за рахунок засобів Державного бюджету України й інших джерел фінансування;
- . на іменні й інші стипендії;
- . на об'єктивну оцінку своєї діяльності й одержання
- матеріальної винагороди відповідно до кваліфікації, наукових результатів, а також одержувати винагороду від реалізації наукового або прикладного-науково-прикладного результату своєї діяльності;

Авторське право

Термін "авторське право" розуміють подвійно. В об'єктивному змісті - це сукупність законів і нормативних актів, що регулюють відносини, які складаються в процесі створення й опублікування добуток науки, літератури мистецтва [5].

Суб'єктивне авторське право - це право особи (суб'єкта) на опублікування добутку під своїм іменем, поширення добутку, право на одержання винагорода за використання створеного їм добутку іншими особами. Авторське право не поширюється на відкриття, винаходи, раціоналізаторські речення. Не слід змішувати авторське право із правом на матеріальні об'єкти, речі, у яких фіксується об'єкт авторського права.

Авторське право – це не право на рукопис, екземпляр книги, картину й т.п.; це право, пов'язане з авторством на певний добуток. Авторське право не поширюється на творчість, виражене в об'єктивній формі. Не є предметом авторського права задум автора. Не опікують авторським правом добутку, на які минув термін дії авторського права. У цей час авторське право поширюється на наступні об'єкти: усні добуток - мовлення, лекції, доповіді, наукові повідомлення; письмові про винищення - рукопису, наукові звіти, доповіді, записки, переклади, малюнки, креслення, плани й т.п.

Авторське право може належати фізичній особі (авторові або

співавторам), юридичній особі (державні й інші організації). Авторське право може належати державі у випадку добровільного або примусового викупу авторського права в автора або його спадкоємців.

Автори наукових добутоків, створених поза планом науково-дослідних робіт організації, де вони полягають у штаті, одержують належний їм гонорар у відповідності із установленим порядком. За видання планових наукових праць гонорар, як правило, вони не одержують, оскільки їх робота зі створення добутоків науки оплачується заробітною платою.

Виключення становлять підручники, які оплачуються гонораром. Безкоштовні авторські примірники авторам наукових добутоків видаються у всіх випадках.

Гонорар - "грошова винагорода за працю". У російську мову слово проникнуло в XIX В., імовірно, з німецького - Honorar. Першоджерело слова "гонорар" - панцира. Honorarium ("почесний дарунок"), похідне від honos ("честь"). Гонорар значить "вираження поваги до кого-небудь", "визнання будь-чиїх заслуг". Звідси слово "гонор" - перебільшене поняття про свою гідність, зарозумілість.

Як правило, опублікування робіт, виконаних у плановому порядку, здійснюється з дозволу організації, за завданням якої виконана робота. Правом на відтворення автор наукового добутку, створеного в порядку виконання службового завдання, може скористатися за своїм розсудом. Наприклад, видання наукової доповіді й повідомлення, перевидання раніше виданої монографії.

Авторське право на добуток, створений спільною творчою працею двох або більш осіб, належить співавторам. Ключовою ознакою співавторства є особистий творчий внесок. На основі цього співавторами не є особи, які виявляють авторові лише технічну допомогу (підбирають матеріал, вичерчують схеми, діаграми, графіки, малюнки). З погляду творчого участі в співавторстві воно може виражатися в постановці проблеми, методологічному, методичному керівництві, в особистому виконанні частини роботи. Співавторство виникає у випадку переробки про винищення іншою особою за згодою авторів.

Перший закон по авторському праві був прийнятий в Англії в 1710 г. Авторське право в Росії з'явилося лише в XIX в. (1828 г.), де право автора на створене про винищення трактувалося як право власності, яким можна торгувати. (Пушкін)

Захист авторських прав здійснюється в адміністративному, правовий^ - правовім-кримінально-правовому й цивільно-правовому порядку.

Використання добутку без згоди автора й без сплати авторського нагороджена, але з обов'язковою вказівкою прізвища автора, добуток якого використовується із джерела запозичення, допускається у випадках:

створення новий, творчо самостійного добутку; відтворення в наукових і критичних роботах, навчальних виданнях у вигляді цитат.

Право на відкриття й винахід

Відкриттям зізнається встановлення невідомих ранн закономірностей, що об'єктивно існують, властивостей і явищ матеріального світу, що вносять корінні зміни у рівень пізнання. Істотними ознаками відкриття є угоди, його об'єктивність, доступна для сприйняття й абсолютна світова новизна.

Усі відкриття розділяються на **явища** матеріального світу, **властивості** матеріального світу, **закономірності** матеріального світу.

Явище матеріального світу - це невідома раніше, об'єктивно існуюча форма прояву сутності об'єкта матеріального світу (природи).

Властивість об'єктивна миру як об'єкт відкриття - це невідома раніше якісна сторона, що об'єктивно існує, об'єкта матеріального світу, що вносить корінну зміну в умови пізнання.

Закономірність матеріального світу. Як об'єкт відкриття - це невідомий раніше, об'єктивно існуюча зв'язок. Вона стійка й виражає таке відношення, при якому зміна одних явищ або властивостей викликає цілком певне зміна інших. Зв'язок ця повинна мати універсальний характер і задовольняти вимозі узагальнення.

Відкриття повинне бути доведене, тобто теоретично обґрунтоване й, як правило, підтверджене експериментально. Розв'язку математичних завдань, доказу різних математичних теорем, виявлення астрономічних об'єктів, створення нових машин, матеріалів, способів лікування до відкриттів не ставляться.

Опис передбачуваного відкриття повинне мати класифікацію по УДК і містити наступні розділи: назва відкриття, вставну частину, докази вірогідності відкриття, область наукового й практичного використання відкриття, відомості про пріоритет і визнання новизни й вірогідності відкриття, формулу відкриття, бібліографічні дані використовуваної літератури.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лудченко А.А. Основы научных исследований: Учеб. пос. – 3-е изд., стер. / А.А. Лудченко, Я.А. Лудченко, Т.А. Примаков – К. : Общество «Знания», КОО, 2010. – 113 с.
 2. Сиденко В.М. Основы научных исследований. / В.М. Сиденко, И.М. Грушко – Х. : Вища школа, 2009. – 200 с.
 3. Крутов В. И. Основы научных исследований: Учебник для техн. вузов / В. И. Крутов, И. М. Грушко, В. В. Попов и др. – М. : Высшая школа, – 1989. – 400 с.
 4. Меерович М. И. Технология творческого мышления: Практическое пособие / М. И. Меерович, Л. И. Шрагина – Мн. : Харвест, М. : АСТ, 2000. – 432 с.
 5. Наринян А.Р. Основы научных исследований: Учебное пособие / А.Р. Наринян, В.А. Поздеев – К. : Изд. Европ. Ун-та, 2002. – 110 с.
 6. Цехмістрова Г.С. Основи наукових досліджень. Навч. посібник / Г.С. Цехмістрова – К. : Видавничий Дім “Слово”, 2003. – 240 с.
 7. Шейко В.М. Організація та методика науково-дослідницької діяльності. Підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. / В.М. Шейко, Н.М. Кушнаренко – К. : Знання-Пресс, 2002. – 295 с.
 8. Ковальчук В.В. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник. 2-е видання, перероблене і доповнене / В.В. Ковальчук, Л.М. Моїсєєв – К. : ВД. “Професіонал”, 2004 р. – 216 с.
 9. Любищев А. А. Дисперсионный анализ в биологии. / А. А. Любищев. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 200 с.
 10. Гланц С. Медико-биологическая статистика / С. Гланц : пер. с англ. – М. : Практика, 1998. – 459 с.
-

Додаток А
Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи

1. МЕТА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Метою розрахунково-графічної роботи є оформлення автореферата по темі кваліфікаційної (випускної) роботи магістра, яка повинна бути затверджена випускною кафедрою до 10 вересня 11 семестру підготовки магістра, в якому вивчається дисципліна “Методологія та організація наукових досліджень”

**2 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ АВТОРЕФЕРАТУ ДИСЕРТАЦІЇ
(магістра)**

2.1. Загальні вимоги до автореферату

Написання автореферату - заключний етап виконання дисертаційної роботи перед поданням її до захисту. Призначення автореферату - широке ознайомлення наукових працівників з методикою дослідження, фактичними результатами й основними висновками дисертації. Автореферат друкують державною мовою. Публікація автореферату дає змогу одержати до дня захисту відгуки від спеціалістів даної галузі.

Автореферат має досить ґрунтовно розкривати зміст дисертації, в ньому не повинно бути надмірних подробиць, а також інформації, якої немає в дисертації.

2.2. Структура автореферату

Структурно автореферат складається із:

- загальної характеристики роботи,
- основного змісту,
- висновків,
- списку опублікованих автором праць за темою дисертації,
- анотацій українською, російською й англійською мовами.

Загальна характеристика роботи, що подається в авторефераті, має відповідати наведеним нижче кваліфікаційним ознакам в рекомендованій нижче послідовності.

Актуальність теми

Шляхом критичного аналізу та порівняння з відомими розв'язаннями проблеми (наукової задачі) обґрунтовують актуальність і доцільність роботи для розвитку відповідної галузі науки чи виробництва, особливо на користь України.

Висвітлення актуальності не повинно бути багатослівним. Досить кількома реченнями висловити головне - сутність проблеми або наукового завдання.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Коротко викладають зв'язок обраного напрямку досліджень з планами організації, де виконана робота, а також з галузевими та (або) державними планами та програмами.

Обов'язково зазначають номери державної реєстрації науково-дослідних робіт, базових для підготовки та подання дисертаційної роботи, а також роль автора у виконанні цих науково-дослідних робіт.

Мета і завдання дослідження

Формулюють мету роботи і завдання, які необхідно вирішити для досягнення поставленої мети. Не слід формулювати мету як «Дослідження...», «Вивчення...», тому що ці слова вказують на засіб досягнення мети, а не на саму мету.

Об'єкт дослідження — це процес або явище, що породжує проблемну ситуацію й обране для вивчення.

Предмет дослідження міститься в межах об'єкта.

Об'єкт і предмет дослідження як категорії наукового процесу співвідносяться між собою як загальне і часткове. В об'єкті виділяється та його частина, яка є предметом дослідження. Саме на нього спрямована основна увага дисертанта, оскільки предмет дослідження визначає тему дисертаційної праці, яка визначається на титульному аркуші як її назва.

Методи дослідження. Подають перелік використаних методів дослідження для досягнення поставленої в роботі мети. Перераховувати їх треба не відірвано від змісту роботи, а коротко та змістовно визначаючи, що саме досліджувалось тим чи тим методом. Це дасть змогу пересвідчитися в логічності та прийнятності вибору саме цих методів.

Наукова новизна одержаних результатів

Подають коротку анотацію нових наукових положень (рішень), запропонованих здобувачем особисто. Необхідно показати відмінність одержаних результатів від відомих раніше, описати ступінь новизни (вперше одержано, удосконалено, дістало подальший розвиток).

Кожне наукове положення чітко формулюють, виокремлюючи його основну сутність і зосереджуючи особливу увагу на рівні досягнутої при цьому новизни. Сформульоване наукове положення повинно читатися і сприйматися легко й однозначно (без нагромодження дрібних і таких, що затемнюють його сутність, деталей та уточнень). У жодному випадку не можна вдаватися до викладу наукового положення у вигляді анотації, коли просто констатують, що в дисертації зроблено те й те, а сутності і новизни із написаного виявити неможливо. Подання наукових положень у вигляді анотацій є найбільш

поширеною помилкою здобувачів при викладенні загальної характеристики роботи.

До цього пункту не можна включати опис нових прикладних (практичних) результатів, отриманих у вигляді способів, пристроїв, методик, схем, алгоритмів і под. Слід завжди розмежовувати одержані наукові положення і нові прикладні результати, що впливають з теоретичного доробку дисертанта.

Усі наукові положення з урахуванням досягнутого ними рівня новизни є теоретичною основою (фундаментом) вирішеної в дисертації наукової задачі або наукової проблеми. Насамперед за це здобувачеві присуджується науковий ступінь.

Практичне значення одержаних результатів

У дисертації, що має теоретичне значення, треба подати відомості про наукове використання результатів досліджень або рекомендації щодо їх використання, а в дисертації, що має прикладне значення — відомості про практичне застосування одержаних результатів або рекомендації, як їх використати. Відзначаючи практичну цінність здобутих результатів, необхідно подати інформацію про ступінь їх готовності до використання або масштабів використання.

Необхідно дати короткі відомості щодо впровадження результатів досліджень із зазначенням назв організацій, в яких здійснена реалізація, форм реалізації та реквізитів відповідних документів.

Особистий внесок здобувача

У випадку використання в дисертації ідей або розробок, що належать співавторам, разом з якими були опубліковані наукові праці, здобувач повинен відзначити цей факт у дисертації та в авторефераті з обов'язковим зазначенням конкретного особистого внеску в ці праці або розробки.

Апробація результатів дисертації

Вказується, на яких наукових з'їздах, конференціях, симпозіумах, нарадах оприлюднено результати досліджень, викладені у дисертації.

Публікації

Вказують, у скількох монографіях, статтях у наукових журналах, збірниках наукових праць, матеріалах і тезах конференцій, авторських свідоцтвах опубліковані результати дисертації.

Недоцільно використовувати рубрики, не рекомендовані у вимогах до змісту цих ознак. Заголовки рубрик не треба виділяти в окремі рядки, достатньо вирізнити їх жирним шрифтом або курсивом і розмістити в підбір із текстом. Крім того, вказують структуру дисертації, наявність вступу, певної кількості розділів, додатків, повний обсяг дисертації в сторінках, а також обсяг, що займають ілюстрації, таблиці, додатки (із зазначенням їх

кількості), список використаних літературних джерел (із зазначенням кількості найменувань).

В основному змісті стисло викладається сутність дисертації за розділами, він має дати повне і переконливе уявлення про виконану роботу.

Завдяки вступній частині автореферату складається лише загальне враження про дисертацію, а основна, яка і є власне реферативною, дає більш повне уявлення про її зміст і побудову. У цій частині автореферату важливо показати, як були отримані результати, продемонструвати хід дослідження, викласти сутність використаних методів, навести дані щодо їх точності та трудомісткості, описати умови й основні етапи експериментів. Нюанси висвітлення змісту дисертації можуть розрізнятися залежно від наукової галузі, теми й інших чинників. Проте у всіх випадках до автореферату доцільно вводити насамперед висновки та кінцеві результати.

Висновки - це стисла інформація про підсумки виконаної роботи, яка повинна відповідати загальним висновкам дисертації. Вони починаються з формулювання наукового завдання або проблеми, за вирішення якої дисертант претендує на присудження наукового ступеня.

Сформульоване наукове завдання (проблема) вельми тісно пов'язується з назвою дисертації, метою роботи й основними науковими положеннями, що захищаються в дисертації. Це ніби наукова «формула», згусток отриманої наукової новизни. Зазвичай формулювання починається так: «У дисертації наведено теоретичне узагальнення та нове вирішення наукового завдання (або наукової проблеми), що виявляється в...». Далі треба вказати, яким саме є наукове завдання (проблема), як воно вирішене і для чого в кінцевому розумінні (прикладному плані) воно призначене.

Після формулювання вирішеного наукового завдання (проблеми) у висновках викладають головні наукові та практичні результати роботи. Вони тісно пов'язані з науковими та прикладними положеннями, викладеними в загальній характеристиці роботи.

Кожен науковий і прикладний висновок роботи треба формулювати чітко, конкретно (однозначно). Формулювання віддзеркалює суть і новизну зробленого. Але тут не можна доходити до рівня анотації. Наукові висновки подають звичайно ширше, ніж формулювання наукових положень, які захищають.

Прикладні (практичні) висновки повинні містити принцип або основу використання того чи того результату.

Суть автореферату полягає у точній відповідності змістові дисертації, а його зміст дає повне уявлення про наукову цінність і практичну значущість дисертації.

Список опублікованих праць здобувача за темою дисертації подають відповідно до вимог міждержавного стандарту з обов'язковим наведенням

назв праць і прізвищ співавторів. Опубліковані праці, котрі розкривають основні положення дисертації, вносять до списку в такому порядку: монографії, брошури, статті у наукових фахових виданнях, авторські свідоцтва, патенти, препринти, статті, депоновані й анотовані у наукових журналах, тези доповідей тощо.

2.3. Анотації

На останніх сторінках автореферату розміщують анотації українською, російською й англійською мовами. На вибір здобувача анотація англійською чи російською мовою повинна бути розгорнутою інформацією, обсягом 2 сторінки машинописного тексту (до 5000 друкованих знаків), про зміст і результати дисертаційної роботи, а дві інші - обсягом до 0,5 сторінки машинописного тексту (до 1200 друкованих знаків) - ідентичного змісту інформація про основні ідеї та висновки дисертації.

Анотації складаються за такою формою:

прізвище й ініціали здобувача;

назва дисертації;

вид дисертації (рукопис, монографія) і науковий ступінь;

спеціальність (шифр і назва);

установа, де відбудеться захист;

місто, рік;

основні ідеї, результати та висновки дисертації.

Викладають матеріал в анотації стисло і точно. Належить використовувати синтаксичні конструкції, притаманні мові ділових документів, стандартизовану термінологію, уникати складних граматичних зворотів, маловідомих термінів і символів.

Після кожної анотації наводять ключові слова відповідною мовою. Ключовим словом називається слово або стійке словосполучення із тексту анотації, яке з точки зору інформаційного пошуку несе смислове навантаження. Сукупність ключових слів повинна відображувати поза контекстом основний зміст наукової праці. Загальна кількість ключових слів - не менше трьох і не більше десяти.

Ключові слова подають у називному відмінку, друкують у рядок, через кому.

2.4. Оформлення автореферату

Примірники автореферату, які здобувач подає до спеціалізованої вченої ради разом з іншими документами та дисертацією, друкують за правилами, встановленими для друкування дисертацій, із урахуванням певних особливостей.

За обсягом автореферат (без обкладинки й анотацій) не може бути меншим як 1,3 авторського аркуша, а також перевищувати 1,9 авторського

аркуша для докторської та, відповідно, не менше ніж 0,7 авторського аркуша та не перевищувати 0,9 авторського аркуша для кандидатської дисертації при друкуванні через 1,5 інтервали на друкарській машинці або з одним інтервалом із використанням текстового редактора Word з розміщенням до 40 рядків на сторінці.

На лицьовому боці обкладинки автореферату подаються: назва організації, спеціалізована вчена рада якої прийняла дисертацію до захисту; індекс УДК; прізвище, ім'я, по батькові здобувача; назва дисертації; шифр і найменування спеціальності за переліком спеціальностей наукових працівників; підзаголовок «Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора (кандидата) (галузь науки)»; місто, рік {форма 6}.

На зворотньому боці обкладинки автореферату вказується організація, в якій виконане дисертаційне дослідження; науковий ступінь, вчене звання, прізвище й ініціали наукового керівника і (або) консультанта, його місце роботи та посада; наукові ступені, вчені звання, місця роботи, посади, прізвища й ініціали офіційних опонентів; назва провідної установи із зазначенням підрозділу (кафедри, відділу), де розглядатиметься дисертація; дата, час проведення захисту, шифр спеціалізованої вченої ради й адреса організації, при якій її створено; бібліотека, де можна ознайомитися з дисертацією; дата розсилання автореферату; підпис ученого секретаря спеціалізованої вченої ради (форма 7). Серед учених звань наукового керівника й опонентів не рекомендується згадувати їх членство в громадських {не державних} академіях наук.

Автореферат не має титульного аркуша.

Номери сторінок проставляються в центрі верхнього поля сторінки. Нумерація починається з цифри 1 на першій сторінці, де міститься загальна характеристика роботи.

Структурні частини автореферату не нумерують, їх назви друкують великими літерами симетрично тексту.

ОБКЛАДИНКА АВТОРЕФЕРАТУ

Назва організації, спеціалізована вчена
рада якої прийняла дисертацію до захисту

Прізвище, ім'я, по батькові

УДК _____

(індекс)

Назва дисертації

Шифр і найменування спеціальності
(подається за Переліком спеціальностей, за якими проводиться
захист дисертацій на здобуття наукових ступенів кандидата і доктора наук,
присудження наукових ступенів та присвоєння вчених звань)

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата (доктора) _____ наук
(галузь науки)

Місто – рік

ЗВОРОТНИЙ БІК ОБКЛАДИНКИ АВТОРЕФЕРАТУ

Дисертацією є _____
(рукопис, монографія)

Робота виконана в _____
(назва організації, відомча підпорядкованість)

Науковий керівник (консультант) _____

_____ (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові, місце роботи, посада)

Офіційні опоненти:

_____ (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові, місце роботи, посада)

_____ (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові, місце роботи, посада)

_____ (науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові, місце роботи, посада)

Захист відбудеться «___» _____ 200__ р. о ___ годині на засіданні
спеціалізованої вченої ради _____
(шифр ради, назва установи, в якій
створена рада, адреса)

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці _____
_____ (назва установи, адреса)

Автореферат розісланий "___" _____ р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради _____
_____ (підпис) (ініціали, прізвище)

5. ПРИКЛАДИ ОФОРМЛЕННЯ БІБЛІОГРАФІЧНОГО ОПИСУ

у списку джерел, який наводять у дисертації, і списку опублікованих робіт, який наводять в авторефераті

Монографії. Один, два або три автори:

Василенко М.В. Теорія коливань / Василенко М.В.- Навчальний посібник. - К.: Вища школа, 1992. - 430 с.

Афанасьев В.В., Расчеты электрических цепей на программируемых микрокалькуляторах: підруч. / Афанасьев В.В., Василевский О.Н. - М.: Энергоиздат, 1992. - 190 с.

Меликов А.З. Математические модели многопоточковых систем обслуживания / Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Рюмшин П.А. - К.: Техніка, 1991. - 265 с.

Чотири автори:

Основы создания гибких автоматизированных производств / Л.А.Пonomаренко, Л.В.Адамович, В.Т.Музычук, А.Е.Гридасов / Под ред. Б.Б.Тимофеева. - К.: Техніка, 1986. - 144 с.

П'ять та більше авторів:

Системный анализ инфраструктуры как элемент народного хозяйства / Белоусова Н.И., Вишняк Е.И., Левит В.Ю. и др. - М.: Экономика, 1981. - 62 с.

Колективний автор:

Составление библиографического описания: Краткие правила / Междувед. каталогизац. комис. при Гос. б-ке СССР им. В.И. Ленина. - 2-е изд., доп. - М.: Изд-во "Кн. палата", 1991. - 224 с.

Багатотомні видання:

Історія Національної академії наук України, 1941-1945 / [упоряд. Л. М. Яременко та інш.]. - М.: Нац. б-ка України ім. В. І. Вернадського, 1982. – (Джерела з історії науки в Україні).

Ч.2: Додатки – 2007.-573, [1] с.

Стандарти:

ГОСТ 7.1.-84. Библиографическое описание документа. Общие требования и правила составления. - Взамен ГОСТ 7.1.-76; Введ. 01.01.86. - М.: Изд-во стандартов, 1984. - 78 с.

Збірки наукових праць:

Валькман Ю. Р. Моделирование НЕ-факторов – основа интеллектуализации компьютерных технологий / Ю. Р. Валькман, В. С. Быков, А. Ю. Рыхальский // Системні дослідження та інформаційні технології. – Київ: Каравелла.- 2007. - № 1.- С. 39-61.

Словники:

Библиотечное дело: Терминологический словарь / [сост. И.М. Сулова, Л.Н. Уланова] - 2-е изд. - М.: Книга, 1986. – 224,[1] с.

Депоновані наукові праці:

Обзор аналитических методов расчета и оптимизации мультиресурсных систем обслуживания / Меликов А.З., Константинов С.Н.; Науч. произв. корпорация "Киев. ин-т автоматики". - Киев, 1996. - 44 с. - Деп. в ГНТБ Украины 11.11.96, N 2210.

Пономаренко Л.А., Алгоритмы управления в неполнодоступных марковских сетях со сложными механизмами обслуживания и очередями / Л.А.Пономаренко, А.З. Меликов - Рига, 1989. - 11 с. Деп. в ВИНТИ 08.12.89 г., N 7305-B89.

Складові частини книги:

Пономаренко Л.А. Организующая система / Л.А. Пономаренко // Автоматизация технологических процессов в прокатном производстве. - М.: Металлургия, 1979. - С.141-148, 175-180.

Складові частини збірника:

Пономаренко Л.А. Структура системы прерывания с ситуационными приоритетами в АСУТП станов горячей прокатки / А.З. Меликов, Л.А. Пономаренко // Разработка автоматизированных систем управления технологическими процессами. - Тбилиси: Сабчота Сакартвело. - 1976. - С.3-16.

Складові частини журналу:

Меликов А.З. Оптимизация цифровой сети интегрального обслуживания с конечным числом пользователей и блокировками / А.З.Меликов, Л.А.Пономаренко // Автоматика и телемеханика. – Київ: Каравелла. - 1992. - N 6. - С.34-38.

Тези доповідей:

Пономаренко Л.А. Структура системы прерывания с ситуационными приоритетами в АСУТП станов горячей прокатки / А.З. Меликов, Л.А. Пономаренко //Оптимальное назначение приоритетов при организации доступа в локальных вычислительных сетях АСУТП: Труды

Международ. конф. "Локальные вычислительные сети" (ЛОКСЕТЬ 88), (Рига, 10-12 лист. 2001 р.). - Рига: ИЭВТ АН Латвии. - 1988. - Том 1. - С.149-153.

Дисертації:

Петров П. П. Исследование оборудования с пневмовакуумным приводом для захвата, перемещения и фиксации при обработке пористых и легкоповреждаемых строительных изделий: Дис... канд. техн. наук: 05.05.04 / Петров Петро Петрович. - М., 1982. - 212 с.

Автореферати дисертацій:

Поликарпов В.С. Философский анализ роли символов в научном познании: Автореф. дис. на здобуття наук. ступеня док. филос. наук: спец. 09.00.08 "Естетика"/ В.С. Поликарпов. - М., 1985. - 35 с.

Препринти:

Пономаренко Л.А., Буадзе В.В. Математические модели и алгоритмы сбора и обработки информации в АСУТП непрерывных станов горячей прокатки. - К.: 1976. - 37 с. (Препр./ АН Украины. Ин-т кибернетики; 76-76).

Звіт про науково-дослідну роботу:

Проведение испытаний и исследований теплотехнических свойств камер КХС-2-12-ВЗ и КХС-2-12-КЗЮ: Отчет о НИР (промежуточн.) / Всесоюзн. заочн. ин-т пищ. пром-ти. - ОЦО 102ТЭ; N ГР 800571; Инв. N В119692. - М., 1981. - 90 с.

Авторські свідоцтва:

А.с. 1007970 СССР, МКИ В 25 J 15/00. Устройство для захвата неориентированных деталей типа валов / В.С.Батулин, В.Г.Кемайкин (СССР). - N 330585/25; заявлено 23.11.81; опубл.30.08.83, Бюл. N 12.

А.с. N 1626362. Украина. Линейный импульсный модулятор / В.Г.Петров (Украина). - 4 с. ил.; Опубл. 30.03.93, Бюл. N 13.

Патенти:

Пат. 2187888 Российская федерация, МПК Н 04 в 1/38, Н 04 J13/00. Приемопередающее устройство / Чугаева В. И.; заявитель и патентообладатель Воронеж. Научно-исслед. Ин-т связи. - № 2000131736/09 заявл. 18.12.00; опубл. 20.08.02, Бюл. № 23 (II ч.)

Пат. 4601572 США, МКИ G 03 В 27/74. Microfilming system with zone controlled adaptive lighting / Wise David'S. (США); McGraw-Hill Inc. - N 721205; Заявл. 09.04.85; Опубл.22.06.86; НКИ 355/68. - 3 с.

Каталоги:

Каталог млекопитающих СССР. Плиоцен - современность / АН СССР, Зоол. ин-т; Под ред. И.М. Громова, Г.И. Барановой. - Л.: Наука, Ленинг. отд-ние, 1981. - 456 с.

Інструкції:

Типовая инструкция по эксплуатации топливоотдачи тепловых электростанций: ТИ 34-70-044-85: Утв.Гл. техн.упр. по эксплуатации энергосистем 01.10.85: Срок действия установлен с 01.01.86 до 01.01.95 / М-во энергетики и электрификации СССР. - М., 1986. - 43 с.

Навчальне видання

ПОВОРОЗНІЮК Анатолій Іванович
ПАНЧЕНКО Володимир Іванович
ФІЛАТОВА Ганна Євгенівна

МЕТОДОЛОГІЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Навчальний посібник

Роботу до видання рекомендував проф. М. Й. Заполовський
Відповідальний за випуск проф. В. Д. Дмитрієнко

В авторській редакції

План 2015 р., поз. 157

Підписано до друку Формат 60x84 1/16. Папір друк. №2
Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 8.6. Обл.-вид. арк. .
Наклад 100 прим. Ціна договірна.

Видавництво "НТМТ" 61072, Харків, пр. Леніна, 58 к. 106.
Свідоцтво про Державну реєстрацію ДК № 1748 від 15.04.2004 г.

Віддруковано в друкарні ТОВ "Цифра Принт"
на цифровому комплексі Херох DocuTech 6135
Свідоцтво про державну реєстрацію А01 № 432705 від 03.08.2009 р.
Адреса: м. Харків, вул. Данилевського, 30.