

**Ю.М.Краснобокий
І.А.Ткаченко
В.І. Хитрук**

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ
З АСТРОФІЗИЧНИМ ЗМІСТОМ**

Умань
ПП Жовтий О.О.
2013

УДК 52 (079)
ББК 22.63я 7-4
З-41

Рецензенти:

М.Т. Мартинюк – д.пед.н., професор, член-кореспондент НАПН України, завідувач кафедри фізики і астрономії Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини;

К.І. Чурюмов – д.фіз.-мат.н., професор, член-кореспондент НАН України, директор Київського планетарію; професор кафедри аерокосмічної геодезії Національного авіаційного університету;

М.І. Шут – д.фіз.-мат.н., професор, академік НАПН України, завідувач кафедри загальної і прикладної фізики Київського національного педагогічного університету ім. М.П.Драгоманова.

**Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(Лист МОН України № 1/11 – 14922 від 02.10.2013)**

**З-41 Збірник задач з астрофізичним змістом / Ю.М. Краснобокий,
І.А. Ткаченко, В.І. Хитрук. – Умань: ПП Жовтий О.О., 2013. – 168с.**

ISBN

Посібник розрахований на студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Він також може бути використаний учителями фізики та учнями старшої школи загальноосвітніх навчальних закладів.

УДК 52 (079)
ББК 22.63я 7-4

© Краснобокий Ю.М., Ткаченко І.А., Хитрук В.І. 2013

ЗМІСТ

Від авторів.....	4
1. Механічні явища у навколопланетному і космічному просторі...	6
2. Молекулярно-теплові процеси в космічному просторі.....	35
3. Електричні явища у навколоземному просторі.....	41
4. Хвильові і квантові ефекти, пов'язані з поширенням випромінювання в міжпланетному та міжзоряному просторі.....	43
5. Інструментальні (експериментальні) методи дослідження небесних тіл.....	59
6. Елементи теорії відносності, релятивістської механіки та атомної фізики в застосуванні до опису космічних процесів.....	73
7. Вказівки, відповіді, розв'язання	88
Довідкові матеріали.....	159
Список використаної літератури.....	162

Від авторів

Одним із факторів, які сприяють поліпшенню якості підготовки учителів фізики для середніх загальноосвітніх навчальних закладів, є засвоєння студентами теоретичних знань з фізико-математичного циклу навчальних дисциплін й уміння застосовувати їх на практиці. Розвиткові практичних навичок сприяє розв'язання задач.

У системі сучасної вищої школи спостерігається помітне намагання посилити роль фундаментальних наук у процесі підготовки в університетах спеціалістів всіх профілів. Звичайно, що ця тенденція може бути зреалізована за умови зростання якості відповідної підготовки випускників шкіл – майбутніх студентів ВНЗ. А це, в свою чергу, автоматично диктує вимогу суттєвого поліпшення якості підготовки вчителів – у даному випадку вчителів фізики.

Відгукуючись на сучасну тенденцію щодо інтеграції в процесі викладання природничо-наукових дисциплін, автори зробили спробу підкріпити викладання такої «інтегративної» дисципліни як астрофізика збірником відібраних задач з астрофізичним змістом.

Причиною, яка спонукала авторів звернути увагу на астрофізичний клас задач, стала надзвичайно мала кількість україномовної навчальної літератури з астрофізики та характерна особливість астрофізичної науки – визнання нею невичерпності Всесвіту, невідворотності несподіваних, непередбачених відкриттів, світу надзвичайно цікавих явищ тощо.

Загальновизнаним є факт, що саме прогрес фундаментальних знань змінює, здавалося б, усталені і непорушні в науці точки зору, відкриває нові горизонти в науці і техніці, докорінно змінює технологію, сприяє створенню нових матеріалів і надає можливості використання абсолютно нових, часто несподіваних явищ в областях, які практично не мали жодного відношення до початкової області досліджень. Саме такою є астрофізика – одна із найсучасніших фундаментальних наук, яка здатна найбільш швидкими темпами розширювати наші знання про основоположні закономірності оточуючого світу.

На сучасному етапі розвитку природознавства Всесвіт стає одним з основних джерел найціннішої нової унікальної інформації, яка повинна значно розширити і поглибити наші знання про еволюцію, закономірності і властивості космічного простору, а з рештою й освоїти людиною нові могутні сили природи і джерела енергії. У зв'язку з цим можна стверджувати, що нова ера у розвитку природознавства буде пов'язана з провідною роллю в ній астрофізики.

Слід відмітити й значення астрофізики для розвитку суспільної свідомості. Вплив цієї науки на формування наукового світогляду загальновідомий. Але цим її вплив на суспільну свідомість не вичерпується. Є ще не менш актуальне завдання, вирішенню якого сприяє сучасна астрофізика. Мова йде про її вплив на різновид мислення нашого

сучасника незалежно від його спеціальності і професії, про розуміння необхідності прогресивного підходу до аналізу процесів і явищ оточуючої дійсності; вона має неперевершений пізнавальний, філософський і світоглядний потенціал. А якщо врахувати існуючий з давніх часів масовий інтерес до питань світобудови, який значно зріс у нашу епоху освоєння космосу, то стає зрозумілим, що наука про Всесвіт може і повинна відіграти важливу роль у розв'язанні того актуального суспільного завдання, про яке йшлося вище. Сподіваємося, що розв'язання астрофізичних задач сприятиме зростанню інтересу студентів до цієї науки та суттєво вплине на формування у них наукового світогляду.

У цьому посібнику знайшли своє відображення багаторічний досвід авторів у викладанні фізики, астрономії та астрофізики на фізико-математичному факультеті педагогічного університету і надбання методичної літератури, основний список якої наводиться у збірнику. Звичайно, що автори не претендують на вичерпність і досконалість вирішення взятого на себе такого складного і багатогранного завдання. У процесі підготовки посібника ми не брали на себе зобов'язання притримуватися якоїсь певної навчальної програми.

Враховуючи зміст, наведених у задачах астрофізичних явищ і процесів, задачі систематизовано у шість розділів, загальна їх кількість – понад 720.

У збірнику порівняно мало простих задач, розв'язання яких не вимагає особливих роздумів і кмітливості. Більшість задач можна розв'язати лише після певних міркувань і уважного опрацювання підручників з фізики, астрономії та астрофізики. Найбільш складні задачі супроводжуються необхідними вказівками, а деякі – навіть розв'язаннями.

1. Механічні явища у навколопланетному і космічному просторі

Задача 1.1. Що сталося б, якби Земля раптово припинила свій рух:
а) навколо своєї осі? б) по орбіті навколо Сонця?

Задача 1.2. Між всіма тілами існує взаємне притягання. Чому ми помічаємо притягання тіл до Землі і не помічаємо взаємного тяжіння оточуючих нас предметів один до одного?

Задача 1.3. Чи відрізнялися б між собою сила тяжіння і сила ваги на поверхні Землі за відсутності обертання Землі навколо своєї осі? Землю вважати однорідною кулею.

Задача 1.4. Чи виконує роботу сила тяжіння, що діє на супутник, при рухові супутника: а) по коловій орбіті? б) по еліптичній орбіті?

Задача 1.5. В кабіні космічного корабля, який рухається по орбіті, підтримується нормальний атмосферний тиск, хоч повітря в кабіні невагоме, як і всі інші тіла, що в ній знаходяться. Поясніть це явище.

Задача 1.6. Чи можна відтворити стан невагомості на Землі? Якщо можна, то як?

Задача 1.7. Чи буде горіти свічка в умовах невагомості?

Задача 1.8. Штучний супутник без двигунів рухається по коловій орбіті навколо Землі. Чому тіла в ньому невагомі?

Задача 1.9. Чи змінюється потенціальна енергія тіл відносно Землі, якщо вони переміщуються всередині штучного супутника, який рухається по орбіті навколо Землі?

Задача 1.10. З якою силою в умовах невагомості діє на рідину, занурене в неї тіло? Чи виконується в умовах невагомості закон Архімеда?

Задача 1.11. Як поведуть себе в умовах невагомості ртутний барометр і барометр-анероїд? Чи можна в цих умовах використовувати відліки водомірного скла?

Задача 1.12. Яким чином космонавт, що знаходиться в космічному просторі поблизу корабля і не зв'язаний з ним, зможе повернутися на корабель без допомоги інших космонавтів?

Задача 1.13. Якою повинна бути швидкість супутника, щоб космонавт, який знаходиться у супутнику, перебував у стані невагомості? Маса космонавта дорівнює m .

Задача 1.14. На Землі, в герметично закритій посудині, яка частково заповнена водою, плаває тіло, яке повністю занурене в рідину. Як зміниться положення тіла у воді, якщо посудину перенести: а) на Місяць; б) на штучний супутник Землі?

Задача 1.15. Один і той же гідравлічний прес використовують на Землі, на Місяці і на штучному супутникові Землі. Що можна сказати про його роботу у кожному з цих випадків?

Задача 1.16. На якій стадії руху міжпланетного корабля космонавт відчує стан невагомості?

Задача 1.17. Як зміниться хід маятникового і пружинного годинників при русі у міжпланетному кораблі?

Задача 1.18. Як виміряти масу тіла в умовах невагомості?

Задача 1.19. Чи можна створити вагомість всередині космічного корабля?

Задача 1.20. Космонавт масою 80 кг знаходиться на поверхні сферичного астероїда радіусом 1 км і густиною 5 г/см^3 . З якою максимальною горизонтальною швидкістю відносно астероїда космонавт може кинути камінь масою 4 кг , не ризикуючи, що сам стане супутником астероїда?

Задача 1.21. Визначити лінійну швидкість Землі, викликану її орбітальним рухом. Середній радіус земної орбіти $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$.

Задача 1.22. Які кутові і лінійні швидкості точок поверхні Землі, зумовлені її обертанням навколо своєї осі: а) на екваторі? б) на широті $\alpha = 45^\circ$? $R_3 \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.23. Чому дорівнює лінійна швидкість руху Землі навколо Сонця в *перигелії*, якщо найменша і найбільша відстані від Землі до Сонця відповідно дорівнюють: $r_1 = 147 \text{ Гм}$ і $r_2 = 152 \text{ Гм}$? Середня швидкість руху Землі по орбіті $\langle v \rangle = 29,8 \text{ км/с}$.

Задача 1.24. Ексцентриситет земної орбіти дорівнює $0,0167$. Визначити відношення значень максимальної до мінімальної орбітальних швидкостей Землі.

Задача 1.25. Знайти лінійну швидкість точок земної поверхні, розташованих уздовж меридіану від екватора до полюса, і закон зміни сили тяжіння на поверхні Землі з широтою у припущенні, що Земля – куля ($R = \text{Const}$).

Задача 1.26. Визначити кутову швидкість ω : добового обертання Землі; штучного супутника Землі, який рухається по коловій орбіті з періодом обертання $T = 88 \text{ хв}$. Яка лінійна швидкість v руху цього штучного супутника, якщо відомо, що його орбіта розташована на відстані $h = 200 \text{ км}$ від поверхні Землі?

Задача 1.27. Тіло запускають на полюсі строго по вертикалі з першою космічно швидкістю $v_1 = \sqrt{gR_3} = 8 \text{ км/с}$. На яку максимальну відстань h від поверхні Землі віддаляться це тіло?

Задача 1.28. Тіло запустили вздовж екватора у напрямі зі сходу на захід з такою швидкістю, що дуже далеко від Землі його швидкість стала рівною нулю. Таке ж тіло з такою ж швидкістю запустили теж уздовж екватора, але у напрямі із заходу на схід. З якою швидкістю тіло буде рухатися на значній відстані від Землі? Опором повітря знехтувати. Довжина екватора $l = 4 \cdot 10^4 \text{ км}$, період обертання Землі $T = 1 \text{ доба}$, радіус Землі $R_3 = 6,4 \cdot 10^3 \text{ км}$. Вважати, що на Землі $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Задача 1.29. Уявимо, що Земля втратила свою орбітальну швидкість і почала падати на Сонце. З якою швидкістю підійде вона до його поверхні? Радіус земної орбіти 150 млн. км , радіус Сонця 700000 км , орбітальна швидкість Землі 30 км/с .

Задача 1.30. У горах можна спостерігати наступне явище: зоря «на очах» швидко ховається за віддаленою вершиною гори. (Звичайно, що таке ж явище можливо спостерігати і на рівнині, якщо є досить віддалена висока споруда). З якою швидкістю необхідно бігти, щоб весь час бачити зорю на одній і тій же кутовій відстані від гори? Відстань від спостерігача до вершини 10 км . Спостереження проводиться на полюсі.

Задача 1.31. Яку швидкість необхідно надати тілу, щоб воно могло віддалитися з поверхні Місяця у нескінченність? Маса Місяця $M_M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$, радіус Місяця $R_M = 1,74 \text{ Мм}$.

Задача 1.32. Визначити швидкість руху Місяця навколо Землі, вважаючи, що Місяць рухається по коловій орбіті. Маса Землі $M_Z = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, відстань між Місяцем і Землею $R = 384,4 \text{ Мм}$.

Задача 1.33. Місяць обертається навколо Землі з періодом $T \approx 27 \text{ діб}$. Середній радіус орбіти Місяця $R \approx 4 \cdot 10^5 \text{ км}$. Знайти лінійну швидкість v руху Місяця навколо Землі і його нормальне прискорення a_n .

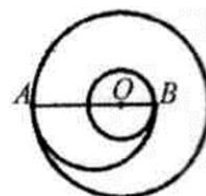
Задача 1.34. Знайти значення першої і другої космічних швидкостей біля поверхонь Місяця і Сонця.

Задача 1.35. Місяць рухається навколо Землі з швидкістю $v_1 = 1,02 \text{ км/с}$. Середня відстань l Місяця від Землі дорівнює $60,3R$ (R – радіус Землі). Визначити за цими даними, з якою швидкістю v_2 повинен рухатися штучний супутник, який обертається навколо Землі на незначній висоті над її поверхнею.

Задача 1.36. Маса Землі у $81,3$ рази більша від маси Місяця. Радіус Землі у $3,66$ рази більший від радіуса Місяця. Визначити першу і другу космічні швидкості для Землі; напруженість і потенціал гравітаційного поля Місяця на його поверхні; у скільки разів космічні швидкості для Землі більші, ніж для Місяця?

Задача 1.37. Визначити швидкість, з якою рухається тінь Місяця по земній поверхні під час повного сонячного затемнення, якщо воно спостерігається на екваторі. Для спрощення вважати, що площини сонячної і місячної орбіт (відносно Землі) співпадають, а вісь Землі до них перпендикулярна. Швидкість світла вважати нескінченно великою порівняно зі всіма іншими швидкостями, що містяться в задачі. Радіус орбіти Місяця $R_M = 3,8 \cdot 10^5 \text{ км}$.

Задача 1.38. Космічна станція рухається навколо Місяця по коловій орбіті, радіус якої дорівнює двом радіусам Місяця. Внаслідок короточасного спрацювання гальмівного двигуна в точці A станція переходить на



еліптичну орбіту й робить посадку в точці B (див. мал.). Який проміжок часу триває посадка? Радіус Місяця дорівнює $1,7 M_m$, а його маса становить $7,4 \cdot 10^{22} \text{ кг}$.

Задача 1.39. Земля обертається навколо Сонця з швидкістю $v_1 = 30 \text{ км/с}$. Визначити швидкість руху навколо Сонця малої планети, якщо її радіус орбіти в $n = 4$ рази більший від радіуса орбіти Землі.

Задача 1.40. Якою буде перша космічна швидкість для планети, маса і радіус якої у два рази більші, ніж у Землі?

Задача 1.41. Чому дорівнює перша космічна швидкість для планети з такою ж густиною, як і у Землі, але з удвічі меншим радіусом?

Задача 1.42. Над екватором планети рухається супутник у напрямі її обертання. Швидкість супутника відносно нерухомої системи відліку, яка не зв'язана з планетою – v_1 , лінійна швидкість точки екватора – v_2 , радіус планети – R_1 , радіус орбіти супутника – R_2 . Визначити швидкість супутника відносно планети.

Задача 1.43. Планета Сонячної системи, рухаючись по коловій орбіті з радіусом r і швидкістю v_1 , раптом втрачає свою орбітальну швидкість. Визначити швидкість u , з якою вона впаде на Сонце. Радіус Сонця R .

Задача 1.44. Визначити найменшу швидкість, яку необхідно надати тілу відносно поверхні Землі на екваторі, щоб воно могло залишити Сонячну систему? Опір повітря не враховувати.

Задача 1.45. На деякій планеті друга космічна швидкість дорівнює 12 км/с . Тілу, яке знаходиться на поверхні цієї планети, надано вертикальну швидкість 13 км/с . Яку швидкість це тіло буде мати на нескінченності?

Задача 1.46. В однорідній планеті, радіус якої дорівнює 1000 км , густина – $2,0 \text{ г/см}^3$, уздовж діаметра прорито тунель. У шахту без початкової швидкості відпускають камінь. За який проміжок часу камінь повернеться в точку кидання? Атмосфери планета не має, обертання планети відсутнє.

Задача 1.47. Беручи значення прискорення вільного падіння біля поверхні Землі рівним $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ і користуючись табличними даними, скласти таблицю значень першої і другої космічних швидкостей біля поверхні планет Сонячної системи.

Задача 1.48. Відстань від Марса до Сонця більша за відстань від Землі до Сонця в $1,524$ рази. Вважаючи орбіти планет коловими, знайти, у скільки разів n період обертання Марса навколо Сонця більший від періоду обертання Землі. З якою орбітальною швидкістю v_1 рухається Марс? Орбітальна швидкість Землі $v = 29,8 \text{ км/с}$.

Задача 1.49. Комета рухається навколо Сонця по еліпсу, ексцентриситет якого $\varepsilon = 0,9$. У скільки разів n швидкість комети в

перигелії (найближча до центра Сонця точка орбіти) більша, ніж в афелії (найвіддаленіша від центра Сонця точка орбіти)?

Задача 1.50. З якою швидкістю v наблизиться до Землі метеор, потрапивши у поле її тяжіння, якщо його швидкість відносно Землі на великій відстані від неї зовсім мала?

Задача 1.51. На поверхню Землі з дуже великої відстані падає метеорит. З якою швидкістю метеорит упав би на Землю, якби атмосфера не гальмувала його рух?

Задача 1.52. Визначити початкову швидкість метеоритів v_∞ , якщо прицільна відстань (довжина перпендикуляра, опущеного з центра Землі на початковий напрям дотичної до траєкторії метеорита, коли він знаходиться на нескінченності), за якої вони ще падають на Землю, дорівнює l ($l > R$, R – радіус земної кулі). Числовий результат отримати для $l = 2R$.

Задача 1.53. Метеорит падає на Сонце з дуже великої відстані, яку практично можна вважати нескінченно великою. Початкова швидкість метеорита нескінченно мала. Яку швидкість v буде мати метеорит у той момент, коли його відстань до Сонця дорівнює середній відстані R Землі від Сонця?

Задача 1.54. З якою швидкістю упаде на поверхню Місяця метеорит, швидкість якого на значному віддаленні від Місяця, мала? Атмосфера на Місяці відсутня.

Задача 1.55. У процесі гравітаційного стиску радіус зірки, що обертається навколо своєї осі, зменшився в 500 разів. Визначити, у скільки разів n змінилася швидкість її обертання.

Задача 1.56. Дві зорі, що утворюють подвійну зорю з масою $3 \cdot 10^{33} \text{ кг}$ кожна, обертаються навколо спільного центра мас на відстані $1,0 \cdot 10^{17} \text{ м}$ від нього.

а) Визначити їх загальну кутову швидкість.

б) Нехай через спільний центр мас обох зір пролітає метеорит під прямим кутом до лінії, що з'єднує обидві зорі. Якою повинна бути швидкість метеорита, щоб він міг вийти за межі тяжіння подвійної зорі?

Задача 1.57. Дві зорі однакової маси m рухаються по колу радіусом R , залишаючись одна напроти одної. Нехтуючи впливом інших небесних тіл, визначити швидкість руху цих зір.

Задача 1.58. Як зміниться відповідь попередньої задачі, якщо в центрі кола їх обертання буде знаходитися ще одна зоря з такою ж масою m ?

Задача 1.59. Найбільша відстань комети Галлея від Сонця $h = 35,4$, найменша – $l = 0,59$ (за одиницю відстані прийнято відстань від Землі до Сонця). Лінійна швидкість руху комети в афелії $v_1 = 0,91 \text{ км/с}$. Яка швидкість v_2 комети в перигелії?

Задача 1.60. Комета рухається навколо Сонця по еліпсу з ексцентриситетом $\varepsilon = 0,6$. У скільки разів лінійна швидкість комети у найближчій до Сонця точці орбіти більша, ніж у найбільш віддаленій?

Задача 1.61. Комета, огинаючи Сонце, рухається по орбіті, яку можна вважати параболічною. З якою швидкістю v рухається комета, коли вона проходить через перигелій, якщо відстань r комети від Сонця в цей момент дорівнює 50 Гм ?

Задача 1.62. Комета пролітає повз Сонце так, що її мінімальна відстань від центра Сонця становить $10r_c$. Прицільний параметр комети на значній відстані від Сонця дорівнює $100r_c$. Яка швидкість комети на цій відстані? Радіус Сонця $r_c = 695 \text{ Мм}$, а його маса становить $1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$. Впливом інших космічних тіл на траєкторію комети знехтувати.

Задача 1.63. Штучний супутник обертається навколо Землі по коловій орбіті на висоті 1200 км . Період обертання супутника 105 хв . Знайти: а) середню кутову швидкість руху супутника; б) його середню лінійну орбітальну швидкість; в) середнє значення його нормального прискорення на орбіті.

Задача 1.64. На яку висоту необхідно запускати штучний супутник Землі, щоб для спостерігача, який знаходиться на Землі, він виявився нерухомим? Орбіту супутника вважати коловою і концентричною з екватором.

Задача 1.65. Стаціонарний штучний супутник рухається по коловій орбіті в площині земного екватора, залишаючись весь час над одним і тим же пунктом земної поверхні. Визначити кутову швидкість ω і радіус R орбіти супутника.

Задача 1.66. Супутник запущено в площині екватора Землі по коловій орбіті таким чином, що він весь час знаходиться над однією і тією ж точкою екватора. Визначити: а) радіус орбіти супутника; б) його висоту над поверхнею Землі; в) орбітальну швидкість супутника.

Задача 1.67. Супутник рухається в екваторіальній площині Землі із сходу на захід по коловій орбіті, радіус якої $R = 10^4 \text{ км}$. Визначити його швидкість і прискорення в системі відліку, пов'язаній із Землею.

Задача 1.68. Вирахувати радіус колової орбіти стаціонарного супутника Землі, який залишається нерухомим відносно її поверхні. Які його швидкість і прискорення в інерціальній системі відліку, пов'язаній у даний момент з центром Землі?

Задача 1.69. Відомо, що штучний супутник Землі можна запускати так, що він нерухомо «висітиме» над одним і тим самим географічним пунктом Землі. Чи можна запускати супутник так, щоб він здавався нерухомим відносно зірок?

Задача 1.70. Штучний супутник рухається навколо Землі по еліпсу з ексцентриситетом $\varepsilon = 0,5$. У скільки разів лінійна швидкість супутника у *перигеї* більша, ніж в *апогеї*?

Задача 1.71. Перший штучний супутник Землі мав швидкість $v = 8 \text{ км/с}$ і період обертання $T = 90 \text{ хв}$. Знайти висоту польоту супутника, вважаючи, що його орбіта колова. Радіус Землі $R = 6370 \text{ км}$. Знайти також відношення частоти обертання супутника до кутової швидкості Землі та його прискорення.

Задача 1.72. Супутник рухається по коловій орбіті навколо Місяця. З якою швидкістю необхідно запускати кабінку з космонавтами з поверхні Місяця, щоб можна було здійснити стиковку кабінки з кораблем без додаткової корекції швидкості модуля кабінки? Прискорення вільного падіння на поверхні Місяця дорівнює $1,7 \text{ м/с}^2$, радіус Місяця 1740 км .

Задача 1.73. Простий аналіз механічних рухів дає змогу з'ясувати, що являє собою кільце планети Сатурн – суцільне утворення чи скупчення дрібних супутників. Для цього потрібно лише знати, який край кільця, внутрішній чи зовнішній, рухається швидше? Які закономірності можна покласти в основу такого аналізу?

Задача 1.74. На яку висоту h над поверхнею Землі підніметься ракета, запущена вертикально вгору, якщо початкова швидкість v ракети дорівнює першій космічній швидкості?

Задача 1.75. Ракета, запущена вертикально вгору, піднялася на висоту $h = 3200 \text{ км}$ і почала падати. Який шлях s пройде ракета за першу секунду свого падіння?

Задача 1.76. Третій ступінь ракети складається із ракети-носія масою $M = 50 \text{ кг}$ і головного захисного конуса масою $m = 10 \text{ кг}$. Конус відкидається вперед стиснутою пружиною. При випробуваннях на Землі із закріпленою ракетою пружина надавала конусу швидкість $v_0 = 5,1 \text{ м/с}$. Яка буде відносна швидкість конуса і ракети, якщо їх відділення відбудеться на орбіті?

Задача 1.77. Яка буде швидкість v ракети на висоті, яка дорівнює радіусу Землі, якщо ракета запущена з поверхні Землі з початковою швидкістю $v_0 = 10 \text{ км/с}$? Опір повітря не враховувати. Радіус R Землі і прискорення вільного падіння g на її поверхні вважати відомими.

Задача 1.78. Ракета запущена з поверхні Землі з початковою швидкістю $v_0 = 15 \text{ км/с}$. До якої межі буде зростати швидкість ракети, якщо відстань ракети від Землі нескінченно зростає? Опір повітря і притягання інших небесних тіл, крім Землі, не враховувати.

Задача 1.79. Яку середню лінійну швидкість мав на орбіті корабель-супутник «Восток-2», якщо період його обертання навколо Землі $T = 88,6 \text{ хв}$? Орбіту вважати коловою; $R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.80. З якою швидкістю корабель підходить до Марса, якщо він запущений із Землі по енергетично мінімальній орбіті? Орбіти Землі і Марса вважати коловими.

Задача 1.81. Космічний корабель вивели на колову орбіту поблизу поверхні Землі. Яку додаткову швидкість необхідно надати кораблеві, щоб він зміг подолати земне притягання?

Задача 1.82. Космічний корабель підлітає до Місяця по параболічній траєкторії, що майже дотикається до поверхні Місяця. У момент максимального зближення з Місяцем на короткий час було увімкнено гальмівний двигун і корабель перейшов на колову орбіту супутника Місяця. Знайти приріст модуля швидкості корабля при гальмуванні.

Задача 1.83. На висоті $h = 2,6 M_{\text{м}}$ над поверхнею Землі космічній ракеті була надана швидкість $v = 10 \text{ км/с}$, напрямлена перпендикулярно до лінії, яка з'єднує центр Землі з ракетою. По якій орбіті відносно Землі буде рухатися ракета? Визначити вид конічного перерізу.

Задача 1.84. Визначити прискорення вільного падіння на Венері, Місяці і Сонці. Використати одержані дані для «оцінки» одиниці тиску 1 Тор на Місяці, на Венері.

Задача 1.85. Якого прискорення a надає Сонце тілам, що знаходяться на Землі?

Задача 1.86. Знайти прискорення сили тяжіння g_c на поверхні Сонця, якщо відомі: тривалість земного року T , відстань від Землі до Сонця R ($\approx 8,3$ світлових хвилин) і кут α , під яким видно діаметр Сонця ($\approx 32'$).

Задача 1.87. Яке прискорення сили тяжіння на поверхні Сонця, якщо радіус його в 108 разів більший від радіуса Землі, а густина відноситься до густини Землі, як 1 до 4 ?

Задача 1.88. Обрахувати відношення наступних прискорень: прискорення w_1 , викликаного силою тяжіння на поверхні Землі, прискорення w_2 , викликаного доцентровою силою інерції на екваторі Землі, і прискорення w_3 , якого надає тілам Сонце на поверхні Землі.

Задача 1.89. На полюсі Землі тілу надали швидкість v_0 , напрямлену вертикально вгору. Знаючи радіус Землі і прискорення вільного падіння на її поверхні, знайти висоту, на яку підніметься тіло. Опором повітря знехтувати.

Задача 1.90. Визначити прискорення вільно падаючих тіл на поверхні Сонця, коли відомі: радіус земної орбіти $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$, радіус Сонця $r = 7 \cdot 10^5 \text{ км}$ і час обертання Землі навколо Сонця $T = 1 \text{ рік}$.

Задача 1.91. Штучний супутник вивели на колову орбіту навколо Землі з швидкістю v відносно системи відліку, яка рухається поступально і зв'язана з віссю обертання Землі. Знайти відстань від супутника до поверхні Землі. Радіус Землі і прискорення сили тяжіння на її поверхні вважати відомими.

Задача 1.92. На якій висоті над полюсом Землі прискорення сили тяжіння зменшується на 1% ; удвічі?

Задача 1.93. На якій відстані від поверхні Землі прискорення сили тяжіння дорівнює 1 м/с^2 ?

Задача 1.94. Визначити прискорення сили земного тяжіння на висоті $h = 20 \text{ км}$ над Землею. Прискорення сили тяжіння на поверхні Землі $g_0 = 981 \text{ см/с}^2$; радіус Землі $R = 6400 \text{ км}$.

Задача 1.95. Чому дорівнює прискорення сили тяжіння на висоті, що дорівнює радіусу Землі? Яку відстань пройде тіло за першу секунду при вільному падінні з цієї висоти?

Задача 1.96. Знайти зміну прискорення вільного падіння при опусканні тіла на глибину h . На якій глибині прискорення вільного падіння g_h складе 25% прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі? Густину Землі вважати постійною. Врахувати, що частини шару Землі товщиною h , який знаходиться над тілом, на тіло не діють, оскільки притягання між ними взаємно компенсується.

Задача 1.97. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від висоти h над поверхнею Землі. На якій висоті h прискорення вільного падіння g_h складає 25% прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі?

Задача 1.98. Місяць обертається навколо Землі по орбіті з радіусом $384 \cdot 10^3 \text{ км}$. Визначити доцентрове прискорення Місяця, якщо період його обертання навколо Землі $27,3 \text{ доби}$.

Задача 1.99. Знайти залежність прискорення вільного падіння g від відстані r , відрахованої від центра планети, густина ρ якої стала по всьому об'єму. Побудувати графік залежності $g(r)$. Радіус R планети вважати відомим.

Задача 1.100. Радіус Землі у $3,66 \text{ рази}$ більший від радіуса Місяця; середня густина Землі в $1,66 \text{ рази}$ більша від середньої густини Місяця. Визначити прискорення вільного падіння на поверхні Місяця.

Задача 1.101. Радіус малої планети дорівнює 250 км , її середня густина – 3 г/см^3 . Визначити прискорення вільного падіння на поверхні цієї планети.

Задача 1.102. Радіус небесного тіла більший від радіуса Землі в m разів, а густина – в n разів. Визначити прискорення сили тяжіння на поверхні цього небесного тіла.

Задача 1.103. Визначити доцентрове прискорення a_n , з яким рухається по коловій орбіті штучний супутник Землі, що знаходиться на висоті $h = 200 \text{ км}$ від поверхні Землі.

Задача 1.104. Космічний корабель рухається до Місяця під впливом його притягання. На великій відстані від Місяця швидкість корабля відносно нього була рівна нулю. На якій висоті від поверхні Місяця повинен бути увімкнений гальмівний двигун для здійснення м'якої посадки, якщо двигун створює п'ятиразове перевантаження ($5g$)? Прискорення вільного падіння на поверхні Місяця в $n = 6$ разів менше,

ніж на Землі. Радіус Місяця $R_M \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ км}$. Зміною маси корабля при гальмуванні знехтувати. Вважати, що поблизу поверхні Місяця $g_M = g/6 = \text{Const}$.

Задача 1.105. Чому дорівнює прискорення вільного падіння поблизу поверхні Марса, якщо період обертання його супутника Фобоса становить 7 год. 39 хв.? Радіус орбіти Фобоса 9380 км, радіус Марса 3390 км. Впливом добового обертання Марса знехтувати.

Задача 1.106. Відомий «білий карлик» – Сіріус-В має радіус, який дорівнює 0,02 радіуса Сонця, маса цієї зорі дорівнює масі Сонця. Чому дорівнює прискорення на поверхні Сіріуса-В і яка його густина?

Задача 1.107. На поверхні Сіріуса-В частинка мала швидкість $v = 10 \text{ км/с}$, яка спрямована вертикально вгору. Обчислити прискорення вільного падіння g_C на Сіріусі-В, якщо частинка, рухаючись вільно в полі тяжіння, перебувала на висоті $h = 10 \text{ м}$ двічі з часовим інтервалом $\Delta t = 1,4 \text{ мс}$.

Задача 1.108. Прискорення вільного падіння на поверхні деякої планети, радіус якої r_0 , дорівнює g_0 . Чому дорівнює перша космічна швидкість для такої планети?

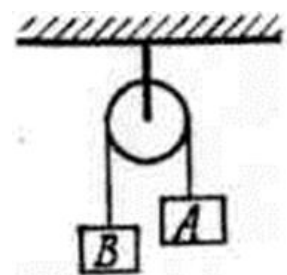
Задача 1.109. Підлетівши до невідомої планети, космонавти надали своєму кораблеві горизонтальну швидкість $v = 11 \text{ км/с}$. Ця швидкість забезпечила політ корабля по коловій орбіті радіусом $r = 9100 \text{ км}$. Яке прискорення вільного падіння на поверхні цієї планети, якщо її радіус дорівнює $R = 8900 \text{ км}$?

Задача 1.110. Деяка планета сферичної форми має густину, яка не залежить від відстані до її центра r . Уздовж діаметра планети прорито тунель, у якому проводять вимірювання прискорення вільного падіння g . Чому дорівнює g ?

Задача 1.111. Яку довжину матиме підвіс маятника Фуко, коли уявити собі, що маятник встановлений на планеті, густина якої дорівнює густині Землі, а радіус у два рази менший? Маятник здійснює 3 коливання за хвилину.

Задача 1.112. Радіус одного з астероїдів $r = 5 \text{ км}$. Допускаючи, що густина астероїда дорівнює $\rho_a = 5,5 \text{ г/см}^3$, 1) знайти прискорення сили тяжіння g_a на його поверхні; 2) визначити, на яку висоту піднялася б людина, яка перебувала б на астероїді і підстрибнула з зусиллям, достатнім для стрибка на висоту 5 см на Землі (астероїд має форму кулі).

Задача 1.113. Космічний мандрівник вирішив побувати на Місяці. У нього є пружинні терези і гиря A масою 1 кг . Якщо підвесити цю гирю до пружини терезів на Землі, то вони покажуть 1 кг . Опустившись на деякій ділянці місячної поверхні, де прискорення вільного падіння точно не відоме (відомо лише, що воно приблизно в шість разів менше, ніж на Землі),



космонавт підбирає камінь B , який на терезах витягує той же 1 кг . Потім він підвішує тягарі A і B до нитки, перекинутої через блок (див. мал.), і виявляється, що камінь опускається з прискоренням $1,2\text{ м/с}^2$. Чому дорівнює маса каменя B ?

Задача 1.114. Чому дорівнюють величина і напрям прискорення Місяця: а) коли Місяць «молодик»; б) у першій чверті; в) коли Місяць уповні?

Примітка. Відстань від Землі до Сонця дорівнює $1,5 \cdot 10^8\text{ км}$; відстань від Землі до Місяця $3,85 \cdot 10^5\text{ км}$; маса Сонця складає $3,33 \cdot 10^5$ земних мас.

Задача 1.115. Якими повинні бути радіус обертання штучного супутника Землі на коловій орбіті і його лінійна швидкість, щоб період обертання супутника був таким же, як і у Землі? Яку траєкторію буде описувати супутник при спостереженні із Землі? У якій площині повинна знаходитися траєкторія руху супутника, щоб спостерігачу, який знаходиться на Землі, супутник здавався нерухомим?

Задача 1.116. Супутник рухається навколо Землі по коловій орбіті з радіусом r . Після гальмування швидкість супутника зменшується і він переходить на еліптичну орбіту, яка торкається до Землі. Через який час після цього супутник приземлиться? Опором атмосфери знехтувати. Радіус Землі R .

Задача 1.117. Чи може рухатися супутник по орбіті, площа якої не проходить через центр Землі?

Задача 1.118. Супутник рухається навколо Землі на відстані h від її поверхні. Радіус Землі R . Вважаючи орбіту супутника коловою, виразити швидкість руху і період обертання супутника через h і R , а також через прискорення сили тяжіння g на поверхні Землі.

Задача 1.119. Супутник рухається навколо Землі на висоті H від її поверхні. Радіус Землі $R \gg H$. Орбіту вважати коловою. Прискорення сили тяжіння біля поверхні Землі $g \approx 9,8\text{ м/с}^2$. Визначити період обертання супутника.

Задача 1.120. Середня висота супутника над поверхнею Землі дорівнює 1700 км . Визначити його швидкість і період обертання. Радіус Землі $R_z = 6400\text{ км}$.

Задача 1.121. Визначити період обертання і орбітальну швидкість штучного супутника, який рухається навколо Місяця на висоті $H = 200\text{ км}$ від його поверхні. $M_M = 7,3 \cdot 10^{22}\text{ кг}$; $R_M = 1,7 \cdot 10^6\text{ м}$.

Задача 1.122. Перший у світі пілот-космонавт Ю.О.Гагарін на кораблі-супутнику «Восток-1» рухався навколо Землі по орбіті, середня відстань якої від поверхні Землі дорівнювала 251 км . Вважаючи орбіту коловою, визначити швидкість корабля на орбіті і період обертання його навколо Землі.

Задача 1.123. Велика піввісь R_1 еліптичної орбіти першого в світі штучного супутника Землі менша від великої півосі R_2 орбіти другого супутника на $\Delta R = 800$ км. Період обертання навколо Землі першого супутника на початку його руху був $T_1 = 96,2$ хв. Знайти велику піввісь R_2 орбіти другого штучного супутника Землі і період T_2 його обертання навколо Землі.

Задача 1.124. Мінімальне віддалення від поверхні Землі космічного корабля-супутника «Восток-2» складало $h_{\min} = 183$ км, а максимальне — $h_{\max} = 244$ км. Знайти період обертання T супутника навколо Землі.

Задача 1.125. Визначити, у скільки разів зменшується вага тіла на екваторі внаслідок добового обертання Землі. Якої тривалості повинна була б бути доба на Землі, щоб тіла на екваторі не мали ваги?

Задача 1.126. Дві зорі з масами m_1 і m_2 рівномірно обертаються по концентричних колових траєкторіях навколо спільного центра. Відстань між зорями завжди постійна і дорівнює l . Визначити радіуси орбіт і періоди обертання цих тіл.

Задача 1.127. Уявимо собі, що ми створили модель Сонячної системи в n разів меншу від натуральної величини, але з матеріалів тієї ж самої середньої густини, що у Сонця і планет. Як зміняться при цьому періоди обертання моделей планет по своїх орбітах?

Задача 1.128. Штучний супутник рухається навколо планети A , маючи період обертання T_1 . Як зміниться період обертання супутника, якщо він буде рухатися навколо планети B , яка має таку ж густину, як і планета A , але вдвічі більший радіус? Супутник рухається по коловій орбіті поблизу поверхні планети в обох випадках.

Задача 1.129. Відстань від Місяця до центра Землі змінюється від 363300 км у *перигеї* до 405500 км в *апогеї*, період обертання Місяця 27,32 доби. Штучний супутник Землі рухається по орбіті з параметрами: в *апогеї* відстань від поверхні Землі 805 км, в *перигеї* — 284 км. Середній діаметр Землі 12756 км. Визначити період обертання супутника.

Задача 1.130. З якою лінійною швидкістю v буде рухатися штучний супутник Землі по коловій орбіті: а) біля поверхні Землі; б) на висоті $h = 200$ км; в) на висоті $h = 700$ км від поверхні Землі? Знайти період обертання T штучного супутника Землі за цих умов.

Задача 1.131. Знайти залежність періоду T обертання штучного супутника, який обертається по коловій орбіті біля центрального тіла, від середньої густини цього тіла. За табличними даними середніх значень густин речовини планет Сонячної системи скласти таблицю значень періодів обертання супутників навколо планет Сонячної системи.

Задача 1.132. Два супутники Землі рухаються в одній площині по колових орбітах. Радіус орбіти одного супутника $r = 7000$ км, радіус

орбіти другого – на $\Delta r = 70$ км менший. Через який проміжок часу супутники будуть періодично зближуватися на мінімальну відстань?

Задача 1.133. Відстань від центра Землі до Місяця коливається в межах від $3,63 \cdot 10^5$ км у *перигеї* до $4,05 \cdot 10^5$ км в *апогеї*. Період обертання Місяця навколо Землі 27,32 доби. Штучний супутник Землі рухається по орбіті так, що його відстань в *перигеї* дорівнює 225 км, а в *апогеї* 710 км. Приймаючи, що середнє значення радіуса Землі дорівнює 6378 км, визначити період обертання супутника.

Задача 1.134. Супутник Сіріуса, так званий Сіріус-В, складається із речовини з густиною $60 \cdot 10^6$ кг/м³. Яким був би період обертання штучного супутника Землі, якби Земля мала таку густину?

Задача 1.135. Радіус орбіти Нептуна у 30 разів більший від радіуса орбіти Землі. Яка тривалість року на Нептуні?

Задача 1.136. Планета Марс має два супутники – Фобос і Деймос. Перший знаходиться на відстані $r_1 = 0,95 \cdot 10^4$ км від центра мас Марса, другий – на відстані $r_2 = 2,4 \cdot 10^4$ км. Визначити періоди обертання T_1 і T_2 цих супутників навколо Марса.

Задача 1.137. Як показали радіолокаційні вимірювання, Венера обертається навколо своєї осі у напрямку, зворотному до напрямку її орбітального руху. Період осьового обертання Венери (відносно зірок) $T_1 = 243$ земних діб. Венера обертається навколо Сонця з періодом $T_2 = 225$ земних діб. Визначити тривалість сонячної доби на Венері, тобто час T між двома послідовними проходженнями Сонця через один і той же меридіан на цій планеті (час від полудня до полудня).

Задача 1.138. Ракета, запущена із Землі на Марс, летить, рухаючись навколо Сонця по еліптичній орбіті. Середня відстань r планети Марс від Сонця дорівнює 1,5 астрономічних одиниці. Протягом якого часу t буде летіти ракета до зустрічі з Марсом?

Задача 1.139. Радіус орбіти штучної планети, яка обертається навколо Сонця, в 30 разів більший від радіуса орбіти Землі. Визначити період T обертання цієї планети.

Задача 1.140. Під час запуску автоматичної станції «Венера-1» спочатку запустили на колову орбіту з радіусом біля 250 км першу космічну базу. З цієї бази стартувала ракета-носій, яка за допомогою власної тяги збільшувала швидкість, і вже від неї відділилася «Венера-1» масою 634,5 кг з швидкістю 11860 м/с відносно Землі. Станція наблизилася до планети Венера на відстань 10^5 км і залишила її, ставши супутником Сонця з періодом обертання 296 діб. Визначити, по якій траєкторії відносно Землі почала рухатися станція після відділення від ракети-носія; середній радіус орбіти станції в гравітаційному полі Сонця; енергію станції при обертанні по орбіті. При розрахунках вважати середню відстань від Сонця до Землі $149 \cdot 10^9$ м, період обертання Землі 365 діб, масу Сонця $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Задача 1.141. Планета Плутон рухається по орбіті з великою піввіссю $a = 40 \text{ а.о.}$ і ексцентриситетом $\varepsilon = 0,25$. Визначити період обертання і максимальну швидкість руху планети.

Задача 1.142. Штучний супутник Місяця рухається по коловій орбіті на висоті 20 км від поверхні Місяця. Визначити лінійну швидкість руху цього супутника, а також період його обертання T навколо Місяця.

Задача 1.143. Відстань від центра Землі до Місяця змінюється від 363300 км у *перигеї* до 405500 км в *апогеї*, а період обертання Місяця навколо Землі складає $27,322 \text{ днів}$. Штучний супутник Землі рухається по орбіті так, що відстань від земної поверхні в *перигеї* дорівнює 225 км , а в *апогеї* 710 км . Середній діаметр Землі дорівнює 12756 км . Визначити період обертання супутника.

Задача 1.144. Чому космічні ракети запускають у напрямі із заходу на схід? Чому найбільш вигідно запускати ракети у площині екватора?

Задача 1.145. На екваторі деякої планети тіла важать удвічі менше, ніж на полюсі. Густина речовини планети $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$. Визначити період обертання планети навколо власної осі.

Задача 1.146. Космічна ракета, яка стала штучною планетою, обертається навколо Сонця по еліпсу. Найменша відстань $r_{\min}$ ракети від Сонця дорівнює $0,97$, найбільша відстань $r_{\max}$ дорівнює $1,31$ астрономічних одиниць (середня відстань Землі від Сонця). Визначити період T обертання (у роках) цієї штучної планети.

Задача 1.147. Знайти період обертання T навколо Сонця штучної планети, якщо відомо, що велика піввісь R_1 її еліптичної орбіти більша за велику піввісь R_2 земної орбіти на $\Delta R = 0,24 \cdot 10^8 \text{ км}$.

Задача 1.148. Деяка планета рухається по коловій орбіті навколо Сонця з швидкістю $v = 34,9 \text{ км/с}$ (відносно геліоцентричної системи відліку). Визначити період обертання цієї планети.

Задача 1.149. Навколо планети по коловій орбіті обертається супутник. Визначити радіус орбіти, якщо період обертання супутника дорівнює T , маса планети M .

Задача 1.150. Деяка планета рухається навколо Сонця по еліпсу так, що мінімальна відстань між нею і Сонцем дорівнює r , а максимальна — R . Визначити за допомогою законів Кеплера період обертання її навколо Сонця.

Задача 1.151. Планета являє собою однорідну кулю з густиною ρ . Який період обертання штучного супутника, який рухається поблизу її поверхні?

Задача 1.152. Період обертання штучного супутника навколо планети дорівнює T . Як зміниться величина періоду, якщо супутник рухатиметься навколо планети, що має таку саму густину, але вдвічі

більший радіус? В обох випадках супутник рухається по коловій орбіті поблизу поверхні планети.

Задача 1.153. Орбіта штучної планети близька до колової. Визначити лінійну швидкість v її руху і період T її обертання навколо Сонця. Вважати відомими діаметр Сонця D і його середню густину ρ . Середня відстань планети від Сонця $r = 1,71 \cdot 10^8$ км.

Задача 1.154. Штучна планета рухається навколо Сонця по орбіті, середній радіус якої дорівнює $R_{пл}$. Знайти період обертання планети навколо Сонця і її лінійну швидкість.

Задача 1.155. Космічна ракета рухається навколо Сонця по орбіті, що майже співпадає з орбітою Землі. При вмиканні гальмівного пристрою ракета раптово втрачає швидкість і починає падати на Сонце. Визначити час t , протягом якого буде падати ракета. (Ракета падає по еліпсу, велика вісь якого майже дорівнює радіусу орбіти Землі, а ексцентриситет майже рівний одиниці. Період обертання по еліпсу не залежить від ексцентриситету).

Задача 1.156. На яку частину зменшується вага тіла на екваторі внаслідок обертання Землі навколо своєї осі?

Задача 1.157. Якої тривалості повинна була б бути доба на Землі, щоб тіла на екваторі не мали ваги?

Задача 1.158. Метеорит масою $m = 10^5$ т, який рухався з швидкістю $v = 50$ км/с, ударився об Землю на широті $\varphi = 60^\circ$. Вся його кінетична енергія перетворилася в теплову (внутрішню) енергію, а сам він випарувався. Який максимальний вплив міг створити удар такого метеорита на тривалість доби на Землі?

Задача 1.159. Визначити тривалість доби на планеті, радіус якої вдвічі менший за радіус Землі, маса дорівнює масі Землі і пружинний динамометр на екваторі показує вагу на 1% меншу, ніж вага тіла на полюсі.

Задача 1.160. Штучний супутник рухається навколо Землі з першою космічною швидкістю. Довести, що період його обертання співпадає з періодом уявного математичного маятника, довжина якого дорівнює радіусу Землі?

Задача 1.161. Якої довжини має бути маятник, щоб його частота коливань на поверхні Місяця становила $\nu = 0,12$ Гц?

Задача 1.162. Як змінився б хід маятникового годинника на Марсі порівняно з ходом на Землі? Відомо, що маса Марса становить 0,1 маси Землі, а його радіус – 0,53 радіуса Землі.

Задача 1.163. Як зміниться період коливань математичного маятника, якщо його по відношенню до поверхні Землі: а) підняти на висоту H ; б) опустити на глибину h ? На поверхні Землі період коливань T . Радіус Землі R .

Задача 1.164. Період коливань математичного маятника на поверхні Землі дорівнює 2 с . Яким був би період коливань такого маятника на Місяці, якщо сила тяжіння на поверхні Місяця в 6 разів менша, ніж на Землі?

Задача 1.165. Уявимо собі, що Сонце стиснеться (зколапсує) в пульсар. Оцінити мінімальний радіус пульсара і період його обертання.

Задача 1.166. Довести, що період обертання тіла зі сферично симетричним розподілом маси поблизу поверхні планети залежить лише від середньої густини планети ρ . Обрахувати період обертання такого тіла навколо нейтронної зорі, вважаючи, що густина речовини нейтронної зорі така ж, як і густина речовини атомних ядер ($\rho \approx 10^{14} \text{ г/см}^3$).

Задача 1.167. Використовуючи уявлення про те, що два тіла, які взаємно притягуються, неперервно «падають» одне на одне, внаслідок чого обертаються навколо однієї нерухомої точки (центра мас системи), довести, що період обертання при фіксованій відстані R між тілами залежить лише від суми їх мас, але не від відношення мас. Довести це твердження і для еліптичних орбіт.

Задача 1.168. Подвійна зірка, яка складається із зірок з масами $m_1 = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ і $m_2 = 5 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, обертається навколо спільного центра ваги. Визначити період обертання, якщо відстань між центрами зірок $l = 3 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

Задача 1.169. Коли Земля рухається швидше по своїй орбіті навколо Сонця – зимою, чи літом (наприклад, для північної її півкулі)?

Задача 1.170. Як почав би рухатися Місяць, якби зникло тяжіння між Місяцем і Землею? Якби припинився рух Місяця по орбіті?

Задача 1.171. Притягання Місяця Сонцем приблизно удвічі більше, ніж притягання його Землею. Чому ж Місяць є супутником Землі, а не самостійною планетою?

Задача 1.172. Якби Сонце і планета не рухалися, то вони, взаємно притягаючись, через деякий проміжок часу упали б одне на одного. Але планета рухається. Сила притягання планети Сонцем проявляється в тому, що планета рухається навколо Сонця. Сонце, притягуючись до планети, повинно було б наближатися до неї (внаслідок руху планети Сонце повинно було б наближатися до неї по спіралі). Проте цього не спостерігається. Чому?

Задача 1.173. Чому буде дорівнювати числове значення величини добутку GM_c , якщо відстань вимірювати в астрономічних одиницях (а.о.), а час у роках?

Задача 1.174. Визначити сталу тяжіння, знаючи радіус R і густину ρ Землі, а також прискорення сили тяжіння g_0 на її поверхні.

Задача 1.175. Беручи значення прискорення вільного падіння біля поверхні Землі рівним $g = 9,80 \text{ м/с}^2$ і, користуючись табличними даними, скласти таблицю значень середніх густин планет Сонячної системи.

Задача 1.176. Радіус R малої планети дорівнює 100 км , середня густина ρ речовини планети дорівнює 3 г/см^3 . Визначити параболічну швидкість v_2 біля поверхні цієї планети.

Задача 1.177. Період обертання супутника, який рухається біля поверхні Землі, дорівнює T . Вважаючи планету однорідною кулею, визначити її густину.

Задача 1.178. Визначити середню густину планети, у якої на екваторі пружинні терези показують на 10% менше, ніж на полюсі. Доба на планеті складає $T = 24 \text{ год}$.

Задача 1.179. На поверхні планети Марс прискорення вільного падіння дорівнює приблизно $2/5$ земного прискорення. Скільки важить гиля вагою 1 кг на поверхні Марса?

Задача 1.180. Визначити силу тяжіння, що діє з боку Землі на тіло масою $m = 1 \text{ кг}$, яке знаходиться на поверхні Місяця. Відстань від Землі до Місяця вважати рівною $r = 38400 \text{ км}$.

Задача 1.181. Дві зорі обертаються одна відносно одної з постійними за модулями швидкостями $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ і з одним і тим же періодом T . Визначити маси цих зірок і відстань між ними.

Задача 1.182. Визначити тиск у центрі рідкої планети, радіус якої R , якщо рідина, з якої вона складається, нестислива і має густину ρ .

Задача 1.183. Однорідна сферична планета обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю $\omega = 0,73 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$. Вага тіла, зваженого на пружинних терезах на поверхні цієї планети, виявилася на полюсі на $0,3\%$ більшою, ніж на екваторі. Визначити густину речовини планети.

Задача 1.184. Супутник рухається навколо сферичної планети на висоті $h = 0,1R$ над її поверхнею (R – радіус планети). Визначити середню густину речовини планети, якщо період обертання супутника $T = 1,5 \text{ год}$.

Задача 1.185. Радіус планети Марс приблизно в два рази менший за радіус Землі, а маса Марса становить приблизно $0,1$ маси Землі. Порівняти вагу тіл однакової маси на Землі і на Марсі.

Задача 1.186. У скільки разів планета Плутон притягується до Сонця слабкіше, ніж Земля, якщо Плутон віддалений від Сонця на відстань, у 40 разів більшу, ніж Земля? Маси Землі і Плутона приблизно однакові.

Задача 1.187. З якою силою F притягуються дві галактики, маси яких $m_1 = 10^{11} m_c$ і $m_2 = 10^{10} m_c$, якщо центри їх містяться на відстані $r = 10^8 \text{ клк}$ одна від одної? Тут m_c – маса Сонця; $1 \text{ клк} = 1 \text{ кілопарсек} = 3,1 \cdot 10^{19} \text{ м}$.

Задача 1.188. Вважаючи, що Земля має форму кулі, а густина її атмосфери є функцією тільки відстані до центра Землі, встановити, з якою силою F атмосфера притягує частинку, що розташована на поверхні Землі.

Задача 1.189. На основі спостережень зроблено висновок, що речовина у Всесвіті розподілена більш-менш рівномірно. Який висновок,

виходячи з теорії тяжіння Ньютона, можна зробити про місцезнаходження нашої Галактики у Всесвіті, якщо вважати, що результуюча сила тяжіння на неї не залежить від часу і дорівнює нулеві?

Задача 1.190. Відомо, що внаслідок обертання планети сила ваги на екваторі менша, ніж на полюсі. На якій висоті h над поверхнею планети на полюсі сила ваги зрівняється з силою ваги на поверхні на екваторі? Вважати, що планета має форму кулі радіусом R . Час обертання планети навколо осі T , середня густина речовини ρ .

Задача 1.191. Порівняти сили, з якими Сонце і Земля діють на Місяць. Як пояснити той факт, що Місяць все ж є супутником Землі, хоча притягання його Сонцем сильніше?

Задача 1.192. Сонце притягує тіла, що містяться на Землі, з більшою силою, ніж Місяць, але явище припливів і відпливів зумовлюється, головним чином, дією Місяця, а не Сонця. Чому?

Відстань від Землі до Місяця $d_1 = 60R$, а відстань від Землі до Сонця $d_2 = 25000R$, де R – радіус Землі. Маса Сонця приблизно в $27 \cdot 10^6$ раз більша за масу Місяця.

Задача 1.193. Космічний корабель масою M , який летить зі швидкістю $\vec{v}_1$, зіштовхується з метеором масою m , який летить зі швидкістю $\vec{v}_2$. Метеор попадає в середину лобової частини корабля під кутом α до його поздовжньої осі. Вважаючи удар абсолютно пружним і нехтуючи тертям між метеором і обшивкою корабля, визначити швидкість корабля після удару.

Задача 1.194. Міжпланетна станція має форму кільця із зовнішнім радіусом R . Для створення штучного поля тяжіння станція здійснює обертовий рух навколо осі симетрії. З цією метою на зовнішньому ободі кільця (на протилежних кінцях діаметра) встановлені два ракетні двигуни. Відносна швидкість витікання газів u спрямована по дотичній до кільця і з часом по величині не змінюється. Загальна щосекундна витрата палива $\mu = \text{Const}$. Початковий момент інерції станції разом з паливом дорівнює I_0 . Через який час після запуску двигунів тіла на станції будуть важити так само, як і на Землі?

Задача 1.195. Радіус земної орбіти – r , радіус Сонця – R . Визначити середню густину Сонця.

Задача 1.196. Визначити відношення маси Сонця до маси Землі за такими даними: Місяць здійснює 13 обертів протягом року; середня відстань від Сонця до Землі у 390 разів більша за відстань від Місяця до Землі; радіус Землі $R_z = 6400$ км. Орбіти Землі і Місяця колові.

Задача 1.197. Один із супутників планети Сатурн знаходиться приблизно на такій же відстані r від планети, як Місяць від Землі, але період його обертання T навколо планети майже в $n = 10$ разів менший, ніж у Місяця. Визначити відношення мас Сатурна і Землі.

Задача 1.198. Маса Землі $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, маса Місяця $m = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}$. Місяць знаходиться на відстані $r = 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}$. Визначити силу притягання між Землею і Місяцем.

Задача 1.199. Радіус Землі $R = 6400 \text{ км}$, густина Землі $\rho = 5,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Відстань від Землі до Сонця $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$. Період обертання Землі навколо Сонця $T = 365 \text{ діб}$. Визначити середнє значення сили притягання F , яка діє з боку Сонця на Землю.

Задача 1.200. Вважаючи, що Земля рухається навколо Сонця по коловій орбіті з радіусом $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$, визначити: а) масу Сонця; б) прискорення сили тяжіння на поверхні Сонця. Радіус Сонця $R_c = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$; період обертання Землі навколо Сонця $T_3 = 365 \text{ діб}$.

Задача 1.201. Визначити масу і середню густину земної кулі, взявши на полюсі Землі значення: $g_3 \approx 9,83 \text{ м/с}^2$; $R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.202. Визначити масу Землі, якщо відомо, що штучний супутник, запущений на висоту 1 Мм , має період обертання 106 хв .

Задача 1.203. Супутник, який рухається в екваторіальній площині Землі із заходу на схід, з'являється над деяким пунктом на екваторі через кожні $\tau = 11,6 \text{ годин}$. Виходячи з цих даних, вирахувати масу Землі. Гравітаційну сталу вважати відомою.

Задача 1.204. Відстань від Землі до Місяця дорівнює $3,85 \cdot 10^5 \text{ км}$, час обертання Місяця навколо Землі $27,32 \text{ діб}$. Знаючи, що супутник Сатурна – Діона знаходиться від нього на відстані $3,77 \cdot 10^5 \text{ км}$ і період обертання цього супутника навколо Сатурна $T_2 = 2,74 \text{ доби}$, визначити, у скільки разів маса Сатурна більша від маси Землі.

Задача 1.205. Відстань від Землі до Місяця $3,84 \cdot 10^5 \text{ км}$, час обертання Місяця навколо Землі $27,32 \text{ діб}$. Відстань від Сатурна до його супутника Діони дорівнює $3,77 \cdot 10^3 \text{ км}$, час обертання Діони навколо Сатурна $2,74 \text{ доби}$. Радіус Землі $6,4 \cdot 10^3 \text{ км}$. Визначити за цими даними масу Сатурна.

Задача 1.206. На якій висоті над поверхнею Землі вага тіла буде у два рази меншою, ніж на поверхні Землі?

Задача 1.207. На екваторі деякої планети тіла важать удвічі менше, ніж на полюсі. Визначити середню густину речовини планети, знаючи, що період її обертання навколо власної осі дорівнює $2 \text{ год. } 27,5 \text{ хв}$.

Задача 1.208. Яким чином можна визначити масу Місяця?

Задача 1.209. Дві зорі A і B рухаються одна навколо одної під дією взаємного гравітаційного притягання. Велика піввісь орбіти цього відносного руху, виміряна в астрономічних одиницях (а.о.), дорівнює R , а період обертання дорівнює T років. Отримати вираз для відношення суми мас зірок $M_A + M_B$ до маси Сонця M_c .

Задача 1.210. Визначити масу і середню густину речовини Місяця, якщо прискорення вільного падіння на його поверхні приблизно дорівнює $1,63 \text{ м/с}^2$. Радіус Місяця $R_M \approx 1,73 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.211. Найближчий супутник Марса знаходиться на відстані $r = 9,4 \text{ Мм}$ від центра планети і рухається навколо неї з швидкістю $v = 2,1 \text{ км/с}$. Визначити масу M Марса.

Задача 1.212. Радіус планети Марс дорівнює $3,4 \text{ Мм}$, її маса $6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$. Визначити напруженість гравітаційного поля на поверхні Марса.

Задача 1.213. Визначити масу M Землі за значенням середньої відстані r від центра Місяця до центра Землі і періоду T обертання Місяця навколо Землі (T і r вважати відомими).

Задача 1.214. Визначити силу взаємного притягання двох космічних кораблів масою $m = 10 \text{ т}$ кожний, якщо вони знаходяться на відстані $r = 100 \text{ м}$.

Задача 1.215. На якій висоті над поверхнею Землі напруженість гравітаційного поля дорівнює 1 Н/кг ? Радіус Землі вважати відомим.

Задача 1.216. Маса Землі у $81,6$ рази більша від маси Місяця. Відстань між центрами мас Землі і Місяця дорівнює $60,3$ земних радіусів. На якій відстані r (в одиницях R_z) від центра Землі знаходиться точка, в якій сумарна напруженість гравітаційного поля Землі і Місяця дорівнює нулю?

Задача 1.217. Визначити значення потенціалу φ гравітаційного поля на поверхні Землі і на поверхні Сонця.

Задача 1.218. Тіло масою $m = 1 \text{ кг}$ знаходиться на поверхні Землі. Визначити зміну ΔP сили тяжіння для двох випадків: 1) при підйманні тіла на висоту $h = 5 \text{ км}$; 2) при опусканні тіла в шахту на глибину $h = 5 \text{ км}$. Землю вважати однорідною кулею з радіусом $R = 6,37 \text{ Мм}$ і густиною $\rho = 5,5 \text{ г/см}^3$.

Задача 1.219. Як показує інтегрування рівнянь руху, планета навколо Сонця рухається по конічних перерізах. Вирахувати, коли траєкторія планети буде еліптичною, гіперболічною і параболічною.

Задача 1.220. Припустимо, що внаслідок вибуху астероїд, який рухався по коловій орбіті навколо Сонця, розпався на два осколки однакової маси. Один осколок безпосередньо після вибуху зупинився, другий продовжував рух. По якій траєкторії буде рухатися другий осколок: еліптичній, гіперболічній чи параболічній?

Задача 1.221. В умові попередньої задачі обидва осколки розлітаються в перпендикулярних напрямках з однаковими швидкостями. По яких орбітах вони будуть рухатися?

Задача 1.222. Третій закон Кеплера, уточнений на підставі закону всесвітнього тяжіння, можна використати для визначення співвідношення

між масою Сонця і масою будь-якої планети, яка має супутника, наприклад Землі. Закон має вигляд:

$$\frac{T_3^2}{T_M^2} \cdot \frac{M_C + m_3}{m_3 + m_M} = \frac{a_3^3}{a_M^3}.$$

Якщо врахувати, що маса Землі мала порівняно з масою Сонця, а маса Місяця – порівняно з масою Землі, то цей закон можна записати в наступному вигляді: $M_C / m_3 = (a_3 / a_M)^3 \cdot (T_M / T_3)^2$. Визначити масу Сонця по відношенню до маси Землі, вважаючи, що середня відстань до Місяця $3,84 \cdot 10^5 \text{ км} = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ а.о.}$, а період обертання Місяця $27,3 \text{ доби} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ року}$.

Задача 1.223. Третій закон Кеплера встановлює наступну залежність між періодами обертання планет навколо Сонця і їх середніми відстанями до Сонця: $T_1^2 / T_2^2 = a_1^3 / a_2^3$, де T_1 і T_2 – періоди обертання двох будь-яких планет, а a_1 і a_2 – їх середні відстані від Сонця. Якщо однією з планет буде Земля, для якої $T_1 = 1 \text{ рік}$, а $a_1 = 1$ астрономічній одиниці (а.о.), то закон Кеплера запишеться у вигляді $T_2^2 = a_2^3$. Використовуючи цю залежність, визначити на якій середній відстані від Сонця знаходиться Венера та найбільш віддалена від Сонця планета Плутон, якщо рік на Венері складає 0,62, а на Плутоні 248,4 земного року. Відстані виразити в кілометрах і в а.о.

Задача 1.224. Згідно з третім законом Кеплера відношення кубу великої півосі еліптичної орбіти a до квадрата періоду обертання планети T є величина, однакова для всіх планет Сонячної системи. Вона називається сталою Кеплера і позначається K . Третій закон Кеплера строго виконується, коли маса планети нехтовно мала порівняно з масою Сонця. Знайти вираз для сталої Кеплера.

Задача 1.225. Як зміниться вигляд третього закону Кеплера, якщо не хнутувати масою планети m порівняно з масою Сонця M ?

Задача 1.226. Невелике тіло починає падати на Сонце з відстані, рівної радіусу земної орбіти. Початкова швидкість тіла в геліоцентричній системі відліку дорівнює нулю. Визначити за допомогою законів Кеплера, скільки часу буде продовжуватися падіння.

Задача 1.227. Якої маси вантаж могла б підняти людина на поверхні Місяця, якщо на поверхні Землі вона може підняти вантаж масою $m_1 = 60 \text{ кг}$, а відношення $R_3 / R_M = 3,7$ і $M_3 / M_M = 81$? Чому дорівнює прискорення вільного падіння на Місяці?

Задача 1.228. Довести, що коли планета рухається по еліпсу, то середнє за часом значення її повної і кінетичної енергій зв'язані співвідношенням: $\langle K \rangle = -\langle E \rangle$.

Задача 1.229. Вважаючи Землю однорідною нестисливою кулею, оцінити сплюснутість Землі, викликану її осьовим обертанням.

Задача 1.230. Нехай відстань від *перигелія* планети до Сонця r_0 , швидкість планети в *перигелії* v_0 . Визначити радіус кривизни траєкторії в *перигелії* і *афелії*, відстань від *афелія* до Сонця та швидкість планети в *афелії*.

Задача 1.231. Вперше комету Галлея було помічено у 1456 р. У 1986 році вона була зафіксована сьомий раз. 19 квітня 1910 р. було виміряно відстань між нею і Сонцем, яка виявилася рівною 0,60 а.о. (астрономічних одиниць). Визначити: а) на яку відстань віддаляється комета від Сонця у найбільш віддаленій точці своєї траєкторії? б) чому дорівнює відношення максимального значення її орбітальної швидкості до мінімального?

Задача 1.232. Планета рухається по еліпсу, у фокусі якого розташоване Сонце. Беручи до уваги роботу сили тяжіння, вказати, у якій точці траєкторії швидкість планети буде максимальною, а в якій – мінімальною?

Задача 1.233. Планета рухається навколо Сонця по еліпсу. Не інтегруючи рівнянь руху, а користуючись лише законами збереження енергії і моменту імпульсу, знайти вираз для довжини великої осі $2a$ цього еліпса.

Задача 1.234. Комета рухається навколо Сонця по вітці гіперболи. Не інтегруючи рівнянь руху, а користуючись лише законами збереження енергії і моменту імпульсу, визначити відстань $2a$ між вершинами розглядуваної і спряженої з нею віток гіперболи.

Задача 1.235. Користуючись табличними даними про астрономічні величини та даними про планети Сонячної системи, обчислити значення гравітаційної сталої. Вважати відомими R_3 , ρ_3 , g_3 .

Задача 1.236. Знайти масу Сонця за значенням сталої тяжіння G і відстані L від Землі до Сонця $L = 1,5 \cdot 10^{11}$ м.

Задача 1.237. Визначити відстань D планети від Сонця, якщо дано: масу Сонця M_c , період обертання планети навколо Сонця T і гравітаційну сталу G .

Задача 1.238. На якій відстані від центра Місяця знаходиться точка, в якій напруженість результуючого поля тяжіння Землі і Місяця дорівнює нулю? Вважати, що маса Землі в $n_1 = 81$ раз більша від маси Місяця, а відстань між центрами цих небесних тіл в $n_2 = 60$ разів більша від радіуса Землі R .

Задача 1.239. На якій відстані від центра Землі повинно знаходитися тіло, щоб сили його притягання до Землі і Місяця взаємно зрівноважувалися? Вважати, що маса Землі у 81 раз більша від маси Місяця, а відстань між їх центрами дорівнює 60 радіусам Землі.

Задача 1.240. На яку максимальну висоту h_m піднялося б тіло, кинуте вертикально вгору на Марсі, якщо на Землі при тій же швидкості

кидання воно піднялося б на висоту h_3 ? Опором рухові і залежності g від h знехтувати: $R_M \approx 0,53R_3$; $M_M \approx 0,11M_3$.

Задача 1.241. На скільки необхідно було змінити швидкість космічного корабля «Аполон-8», щоб перевести його з еліптичної орбіти з максимальним віддаленням від поверхні Місяця $H = 312 \text{ км}$ і мінімальним $h = 112 \text{ км}$ на колову орбіту з висотою польоту над поверхнею Місяця h ? Вважати, що двигун запускався на короткий час, коли корабель знаходився від Місяця на мінімальній відстані.

Задача 1.242. Штучний супутник Землі рухається по коловій орбіті з радіусом R . Період обертання супутника T_1 . У скільки разів необхідно збільшити швидкість супутника, включивши на короткий час двигуна, щоб перевести його на еліптичну орбіту з періодом обертання T_2 ? Якою буде при цьому відстань від супутника до центра Землі в апогеї?

Задача 1.243. Маса Землі у 81 раз більша від маси Місяця, а відстань між центрами Землі і Місяця дорівнює 384000 км . Де знаходиться центр мас системи Земля-Місяць?

Задача 1.244. Період обертання планети Сатурн навколо Сонця в $n \approx 30$ раз більший за період обертання Землі. Знаючи відстань від Землі до Сонця, визначити відстань від Сатурна до Сонця. Орбіти обох планет вважати коловими.

Задача 1.245. Комета, яка захоплена Сонцем, на орбіті має лінійну швидкість в афелії (точці найбільшого віддалення від Сонця) $v_1 = 0,8 \text{ км/с}$; її відстань від Сонця при цьому дорівнює $R = 6 \cdot 10^{12} \text{ м}$. У перигелії $v_2 = 50 \text{ км/с}$. Знайти відстань r комети від Сонця в перигелії. Маса Сонця $M = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Задача 1.246. Обчислити відстань r між центром орбіти Місяця й центром Землі. Вважати відстань між центрами Землі й Місяця як таку, що становить $R = 384,4 \text{ Мм}$.

Задача 1.247. Дві зорі під дією сили їх взаємного гравітаційного притягання описують колові орбіти навколо їх спільного центра мас з періодом T , що дорівнює двом рокам. Сума мас зірок дорівнює двом сонячним масам. Знайти відстань між зорями, знаючи, що середня відстань від Землі до Сонця дорівнює $150 \cdot 10^6 \text{ км}$ (масою Землі порівняно з масою Сонця знехтувати).

Задача 1.248. Зоря Сіріус віддалена від Землі приблизно на $8,4 \cdot 10^{16} \text{ м}$. Виразити цю відстань у світлових роках.

Задача 1.249. Час обертання Юпітера навколо Сонця у 12 разів більший від часу обертання Землі. Скільки кілометрів від Юпітера до Сонця, якщо відстань від Землі до Сонця дорівнює $150 \cdot 10^6 \text{ км}$. Орбіти планет вважати коловими.

Задача 1.250. Період обертання Юпітера навколо Сонця у 12 разів більший від періоду обертання Землі. Вважаючи орбіти планет коловими,

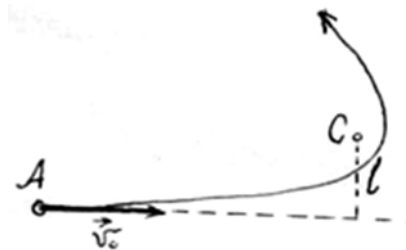
визначити: а) у скільки разів відстань від Юпітера до Сонця перевищує відстань від Землі до Сонця; б) швидкість і прискорення Юпітера у геліоцентричній системі відліку.

Задача 1.251. Штучна планета рухається навколо Сонця з періодом обертання 450 діб. Визначити середню відстань цієї планети від Сонця, якщо відомо, що середня відстань Землі від Сонця 149,5 Гм, а період її обертання складає 365 діб 6 годин 9 хв. 10 с. Орбіти планет вважати коловими.

Задача 1.252. Визначити відстань R між компонентами подвійної зорі, якщо їх загальна маса $M_1 + M_2$ дорівнює подвійній масі Сонця M_0 , і зорі обертаються по колових орбітах навколо їх центра мас з періодом $T = 2T_0$, де T_0 – тривалість земного року. Відстань від Землі до Сонця $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ км.

Задача 1.253. Мінімальна відстань між компонентами подвійної зорі, які обертаються один відносно одного, дорівнює r_1 . Відносна швидкість їх у цьому положенні дорівнює v_1 . Сума мас обох компонентів дорівнює M . Знайти відстань між компонентами r_2 і їх відносну швидкість v_2 при максимальному віддаленні один відносно одного. При якому мінімальному значенні відносної швидкості v_1 подвійна зоря розпадеться?

Задача 1.254. Космічне тіло A рухається до Сонця (C), маючи на віддаленні від нього швидкість v_0 і прицільний параметр l – плече вектора $\vec{v}_0$ відносно центра Сонця (див. мал.). Визначити найменшу відстань, на яку це тіло наблизиться до Сонця.



Задача 1.255. Планета A рухається по еліптичній орбіті навколо Сонця. У момент, коли вона знаходилася на відстані r_0 від Сонця, її швидкість дорівнювала v_0 і кут між радіусом-вектором $\vec{r}_0$ і вектором швидкості $\vec{v}_0$ дорівнював α . Знайти найбільшу і найменшу відстані, на які віддаляється від Сонця ця планета, здійснюючи такий рух.

Задача 1.256. Третій закон Кеплера був доведений для випадку, коли маса планети набагато менша від маси Сонця, тобто, Сонце можна вважати нерухомим. Довести цей закон для випадку, коли два тіла обертаються навколо їх центра мас.

Задача 1.257. Яка сила утримує супутник на орбіті навколо Землі? Яка сила надає йому нормальної складової прискорення?

Задача 1.258. Чи може штучний супутник без двигунів літати навколо Землі по орбіті, площина якої не проходить через центр Землі?

Задача 1.259. Метеорит згоряє в атмосфері, не досягаючи поверхні Землі. Куди «зник» при цьому його імпульс?

Задача 1.260. Визначити максимальну силу Коріоліса $F_{\max}$, що діє на Сонце в системі відліку, пов'язаній із Землею.

Задача 1.261. Обчислити моменти імпульсу Землі відносно Сонця L_c і власної осі обертання L_o . Вважати, що Земля обертається навколо Сонця по колу.

Задача 1.262. У скільки разів орбітальний момент імпульсу Землі відносно Сонця L більший від моменту імпульсу Землі відносно власної осі обертання L_o ?

Задача 1.263. Визначити момент імпульсу Землі відносно осі обертання (власний момент) і енергію її обертання через кутову швидкість.

Задача 1.264. Знайти момент імпульсу L Землі відносно власної осі обертання, врахувавши густину Землі $\rho \approx 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Задача 1.265. Визначити момент інерції I земної кулі відносно осі обертання.

Задача 1.266. Метеорит і ракета рухаються під кутом 90° . Ракета влучає в метеорит і застряє в ньому. Маса метеорита m , маса ракети $m/2$, швидкість метеорита v , швидкість ракети $2v$. Визначити імпульс метеорита і ракети після співудару.

Задача 1.267. Планета масою m рухається по еліпсу навколо Сонця так, що найбільша і найменша відстані її від Сонця дорівнюють відповідно r_1 і r_2 . Визначити момент імпульсу L цієї планети відносно центра Сонця.

Задача 1.268. Знайти момент імпульсу супутника Землі масою $m = 1,5 \text{ т}$, який рухається по коловій орбіті радіуса $r = 1,1R_z$ відносно центру орбіти.

Задача 1.269. Довести, що другий закон Кеплера (радіус-вектор, проведений від Сонця до планети, за рівні проміжки часу описує рівні площі) є наслідком закону збереження моменту імпульсу.

Задача 1.270. Планета рухається навколо Сонця по еліпсу, в одному із фокусів якого знаходиться Сонце. Довести, що момент кількості руху планети відносно Сонця є величина стала.

Задача 1.271. Користуючись результатами попередньої задачі, довести, що момент кількості руху планети відносно Сонця може бути наведений у вигляді $\vec{L} = \vec{r} \cdot m\vec{v} = 2m\vec{\sigma} = \text{Const}$, де m – маса планети, а $\vec{\sigma}$ – секторіальна швидкість планети.

Задача 1.272. Сили припливного тертя, які викликані місячними припливами, уповільнюють обертання Землі навколо своєї осі. Цей процес буде продовжуватися до тих пір, поки кутова швидкість обертання Землі навколо своєї осі не стане рівною до швидкості орбітального руху Місяця навколо Землі. Визначити загальну кутову швидкість обертання Землі і орбітального руху Місяця ω , тривалість земної доби T і радіус місячної орбіти a після того, як таке станеться. Використати наступні

дані: зараз кутова швидкість обертання Землі навколо своєї осі $\omega_3 = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$, момент кількості руху Землі відносно своєї осі $L_3 = 5,91 \cdot 10^{40} \text{ г} \cdot \text{см}^2 / \text{с}$, радіус орбіти Місяця $a_0 = 3,84 \cdot 10^{10} \text{ см}$, час обертання Місяця навколо Землі (відносно зірок) $T_M = 27,3 \text{ доби}$, маса Місяця дорівнює $m = 7,35 \cdot 10^{25} \text{ г}$, момент інерції Землі відносно осі обертання $I_3 = 8,11 \cdot 10^{44} \text{ г} \cdot \text{см}^2$. Для спрощення вважати, що земна вісь перпендикулярна до площини орбіти Місяця.

Задача 1.273. При якій кутовій швидкості обертання зорі з її екватора почне відриватися речовина? Для розрахунку скористатися системою відліку, пов'язаною з обертовою зорею.

Задача 1.274. Чому при запускові супутника Землі з екватора у напрямі обертання Землі витрачається менше енергії?

Задача 1.275. Як змінюються кінетична, потенціальна і повна механічна енергія супутника у випадку його руху по еліптичній орбіті? Опором рухові знехтувати.

Задача 1.276. а) На що необхідно затратити більше енергії, щоб підняти супутник на висоту 3200 км, чи щоб забезпечити його рух по коловій орбіті на тій же висоті? б) Те ж саме питання для висоти 6400 км.

Задача 1.277. Визначити напруженість H_0 і потенціал φ_0 гравітаційного поля Землі біля її поверхні.

Задача 1.278. Яку мінімальну енергію необхідно надати супутникові масою m , щоб він міг досягнути поверхні Місяця? Яка швидкість супутника в момент посадки на поверхню Місяця? При розрахунках вважати, що в процесі руху супутника взаємне розташування Землі і Місяця змінюється не значно, опір атмосфери не враховувати.

Задача 1.279. Яку найменшу роботу необхідно виконати, щоб перенести космічний корабель масою $m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$ з поверхні Землі на Місяць?

Задача 1.280. Перший у світі штучний супутник Землі, який був запущений 4 жовтня 1957 року в тодішньому Радянському Союзі, рухався по орбіті, середня висота якої над Землею була $H = 588 \text{ км}$. Визначити кінетичну енергію супутника на орбіті. Маса супутника $m = 83,6 \text{ кг} \approx 84 \text{ кг}$; $R_3 = 6400 \text{ км}$; $g_3 = 9,8 \text{ м/с}^2$. Орбіту вважати коловою.

Задача 1.281. Супутник повинен рухатися в екваторіальній площині Землі поблизу її поверхні. У скільки разів енергія, необхідна для запуску супутника у напрямі обертання Землі, менша від енергії для запуску в протилежному напрямі. Опір повітря не враховувати.

Задача 1.282. Супутник масою m рухається по еліптичній орбіті навколо Землі таким чином, що його *перигей* і *апогей*, виміряні від центра Землі, дорівнюють відповідно h і H . Визначити: а) повну механічну енергію супутника; б) швидкість супутника в той момент, коли він знаходиться на відстані r від центра Землі; в) період обертання

супутника; г) обчислити масу Землі, використавши параметри орбіти штучного супутника «Космос-380»: $T = 102,2 \text{ хв.}$; $h = 6588 \text{ м}$; $H = 7926 \text{ м}$.

Задача 1.283. Штучний супутник Місяця рухається по коловій орбіті, радіус якої в n разів більший за радіус Місяця. При своєму русі супутник зазнає слабкого опору з боку космічного пилу. Вважаючи, що сила опору залежить від швидкості супутника за законом $F = \alpha v^2$, де α – стала величина, визначити час руху супутника до його падіння на поверхню Місяця.

Задача 1.284. Довести за допомогою законів збереження, що повна механічна енергія планети масою m , яка рухається навколо Сонця по еліпсу, залежить тільки від його великої півосі a . Знайти формулу залежності цієї енергії від a .

Задача 1.285. На Землю з дуже великої відстані падає метеорит масою m . Визначити кінетичну енергію E метеорита на відстані h від поверхні Землі. Вважати, що початкова швидкість метеорита далеко від Землі дорівнює нулю.

Задача 1.286. Яка енергія виділилася б при лобовому непружному зіткненні з Землею метеорита діаметром 10^3 м і густиною 50 кг/м^3 ? Перед зіткненням метеорит рухався по орбіті, на якій його механічна енергія була близька до нуля. Виразити результат у мегатоннах тринітротолуолу ($1 \text{ Мт} = 4 \cdot 10^{15} \text{ Дж}$).

Задача 1.287. Знайти відношення затрат енергії на підняття супутника на висоту $h_1 = 3200 \text{ км}$ і на запуск його по коловій орбіті на тій же висоті. Дати відповідь на таке ж питання для висоти $h_2 = 6400 \text{ км}$.

Задача 1.288. Яку кінетичну енергію потрібно надати тілу масою $m = 5,0 \text{ т}$ на полюсі Землі, щоб воно піднялося вертикально вгору на висоту $H = R_3 = 6370 \text{ км}$? Яку швидкість необхідно надати тілу для цього? Опором повітря знехтувати.

Задача 1.289. Яку мінімальну роботу необхідно виконати, щоб закинути тіло масою $m = 1000 \text{ кг}$ з поверхні Землі на Місяць? Вважати, що в цей час взаємне положення Землі і Місяця не змінюється. Опором повітря знехтувати.

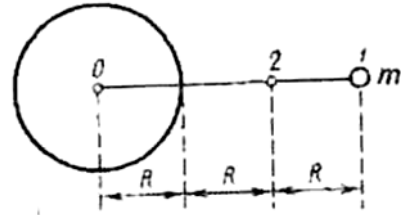
Задача 1.290. Підрахувати роботу, яку необхідно виконати, щоб тіло масою $5 \cdot 10^3 \text{ кг}$, яке знаходиться на поверхні Землі, відправити у міжпланетний простір. Опором повітря знехтувати.

Задача 1.291. Знайти вираз для потенціальної енергії Π гравітаційної взаємодії Землі і тіла масою m , яке знаходиться на відстані r від центра Землі за межами її поверхні. Побудувати графік $\Pi(r)$; $r = R_3 + h$.

Задача 1.292. Довести, що коли космічний корабель рухається по параболічній траєкторії, у фокусі якої знаходиться Земля (або інша планета), то повна механічна енергія корабля буде дорівнювати нулю.

Задача 1.293. Визначити роботу A , яку виконують сили гравітаційного поля Землі, якщо тіло масою $m = 1 \text{ кг}$ упаде на поверхню Землі: 1) з висоти h , яка дорівнює радіусу Землі; 2) із нескінченності. Радіус R Землі і прискорення вільного падіння g на її поверхні вважати відомими.

Задача 1.294. Обрахувати роботу A_{12} сил гравітаційного поля Землі при переміщенні тіла масою $m = 10 \text{ кг}$ з точки 1 у точку 2 (див. мал.). Радіус Землі R і прискорення g вільного падіння поблизу поверхні Землі вважати відомими.



Задача 1.295. У скільки разів кінетична енергія E_k штучного супутника Землі, який рухається по коловій орбіті, менша від його гравітаційної потенціальної енергії E_n ?

Задача 1.296. Відомо, що в міру збільшення радіуса орбіти швидкість штучного супутника Землі зменшується. Чи свідчить це про те, що при запуску супутника на орбіти більшого радіуса двигуни ракети повинні виконувати меншу роботу? Чому?

Задача 1.297. Період обертання супутника по коловій орбіті навколо Землі $T = 240 \text{ хв}$. Маса супутника $m = 1,2 \text{ т}$. Визначити: 1) висоту орбіти супутника над Землею; 2) кінетичну енергію супутника. Радіус Землі $R_z = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.298. Розрахуйте початкове, спрямоване вгору, прискорення ракети масою $1,3 \cdot 10^4 \text{ кг}$, якщо початкова величина тяги двигуна дорівнює $2,6 \cdot 10^5 \text{ Н}$. Чи можна при розрахунках знехтувати вагою ракети як силою, що притягує її до Землі?

Задача 1.299. При виведенні супутника на колову орбіту, що проходить поблизу поверхні Землі, була виконана робота $A = 3,2 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$. Знайти масу супутника. Радіус Землі $R_z = 6400 \text{ км}$.

Задача 1.300. Яку силу тяги розвивають двигуни космічного корабля, який на відстані, що дорівнює двом земним радіусам від центра Землі, розвиває прискорення, що дорівнює $2g$? Вага корабля 10^7 Н .

Задача 1.301. Ракета рівномірно рухається крізь розріджену хмару пилу. У скільки разів необхідно збільшити силу тяги, щоб швидкість ракети стала удвічі більшою?

Задача 1.302. Ракета масою $6 \cdot 10^3 \text{ кг}$ встановлена для запуску по вертикалі. Якщо швидкість вихлопу газів 1000 м/с , то яку їх кількість необхідно виштовхнути за 1 с , щоб забезпечити тягу достатню: а) щоб подолати вагу ракети і б) щоб надати ракеті початкового прискорення вгору, рівного $19,6 \text{ м/с}^2$?

Задача 1.303. Ракета встановлена на поверхні Землі для запуску у вертикальному напрямі. За якої мінімальної швидкості v_1 , наданій ракеті

при запуску, вона віддаляється від поверхні на відстань, рівну радіусу Землі ($R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$). Враховувати лише сили гравітаційної взаємодії ракети і Землі.

Задача 1.304. Ракета з конічною носовою частиною рухається в пиловій хмарі з постійною швидкістю $\vec{v}$, направленою вздовж осі ракети. Густина хмари дорівнює ρ . Площа поперечного перерізу ракети дорівнює S , кут розхилу конічної частини ракети 2α . Визначити силу тяги, яку розвиває двигун ракети. Зіткнення частинок пилу з корпусом ракети вважати пружними.

Задача 1.305. Космічний корабель має масу $m = 3,5 \text{ т}$. При маневруванні із його двигунів виривається струмінь газів із швидкістю $v = 800 \text{ м/с}$, витрата пального $Q_m = 0,2 \text{ кг/с}$. Визначити реактивну силу R двигунів і прискорення a , якого вона надає кораблеві.

Задача 1.306. Відомо, що супутник, висота орбіти якого над поверхнею Землі $h = 3,6 \cdot 10^4 \text{ км}$, здійснює оберт навколо Землі за одну добу і може перебувати над однією і тією ж точкою екватора. Припустимо, що супутник «зависає» над точкою, широта якої 60° . Яку силу тяги повинен розвивати двигун супутника, щоб утримати його на заданій висоті? Маса супутника $m = 1 \text{ т}$, радіус Землі $R_z = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 1.307. Космічному кораблеві з масою спокою $M_0 = 1000 \text{ т}$ надана швидкість V у напрямі дотичної до земної орбіти. Якою повинна бути різниця між швидкістю світла c і швидкістю корабля V , щоб Земля стала рухатися відносно Сонця по параболічній траєкторії? Маса Землі $M = 6 \cdot 10^{21} \text{ т}$, швидкість її орбітального руху $v = 29,8 \text{ км/с}$. Порівняти кінетичну енергію корабля з кінетичною енергією орбітального руху Землі.

Задача 1.308. Тілу з масою m , яке знаходиться на поверхні планети з масою M і радіусом R , надано вертикальну швидкість v_0 . Знайти: 1) потенціальну енергію тіла на висоті h над поверхнею планети; 2) висоту підняття тіла, якщо v_0 менша від другої космічної швидкості v_{II} ; 3) швидкість тіла v_∞ на великій відстані від планети, якщо $v_0 > v_{II}$. Впливом інших тіл знехтувати. Прискорення вільного падіння на поверхні планети дорівнює g_0 .

Задача 1.309. Маса космічної станції після виведення на траєкторію польоту до Місяця становила 1583 кг . За 48 секунд до посадки на поверхню Місяця було запущено гальмівний двигун. Швидкість станції зменшилася з 2600 м/с до нуля біля поверхні Місяця. Паливо складало перед початком гальмування половину ваги станції, і можна вважати, що воно витрачене повністю. Яка реактивна сила діяла на станцію при її посадці? Силу тяжіння не враховувати.

Задача 1.310. Космічний корабель з лобовим перерізом $S = 50 \text{ м}^2$ і швидкістю $v = 10 \text{ км/год}$. потрапляє в хмару мікрометеорів. В одному

кубометрі простору є один мікрометеор. Маса кожного мікрометеора $M = 0,02 \text{ г}$. На скільки треба збільшити силу тяги двигуна, щоб швидкість корабля не змінилася? Удар мікрометеора в обшивку корабля вважати непружним.

Задача 1.311. Однорідний астероїд сферичної форми має радіус R і масу M . Яку мінімальну енергію слід витратити для перетворення астероїда у пилову хмару, розміри якої значно перевищують розміри астероїда?

Задача. 1.312. За яких умов рух планети навколо Сонця буде фінітним, а за яких – інфінітним? (Фінітним називається рух, при якому планета залишається в обмеженій області простору і не може вийти у нескінченність. Якщо ж область, в якій може рухатися планета, необмежена, тобто планета може вийти у нескінченність, то рух називається інфінітним).

Задача 1.313. У нашій Галактиці нараховується приблизно $1,6 \cdot 10^{11}$ зірок. Нехтуючи гравітаційною енергією окремих зірок і вважаючи, що маса кожної зорі дорівнює масі Сонця, а середня відстань між будь-якими двома зірками порядку 10^{21} м , порівняйте гравітаційну енергію Галактики з гравітаційною енергією Сонця.

Задача 1.314. Для подорожей до зірок необхідні швидкості порівняні зі швидкістю світла. Оцінити перспективи використання ракет на хімічному паливі для досягнення зоряних світів. Припустити, що швидкість витікання газу $u = 10 \text{ км/с}$ (що для хімічного палива значно завищено) і ракета повинна рухатися з швидкістю $v = c/4$. Визначити відношення стартової маси ракети m_0 до її маси m після досягнення вказаної швидкості.

Задача 1.315. Для міжзоряних подорожей ідеальною була б фотонна ракета, в якій речовина перетворюється в електромагнітне випромінювання. Роль газового струменя відіграє пучок фотонів, який випромінюється ракетною в певному напрямі. Визначити потужність фотонної ракети, яка рухається за межами Сонячної системи з нерелятивістською швидкістю і постійним прискоренням $g = 10 \text{ м/с}^2$. Маса ракети $m = 1 \text{ т}$.

2. Молекулярно-теплові процеси в космічному просторі

Задача 2.1. У міжзоряному просторі міститься одна молекула в об'ємі 15 см^3 . Яка середня довжина вільного пробігу молекули, якщо припустити, що оточуючими молекулами є молекули водню?

Задача 2.2. За допомогою іонізаційного манометра, який встановлено на штучному супутникові Землі, було виявлено, що на висоті $h = 300 \text{ км}$ від поверхні Землі концентрація частинок газу в атмосфері

$n = 10^{15} \text{ м}^{-3}$. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ частинок газу на цій висоті. Діаметр частинок газу $\sigma = 0,2 \text{ нм}$.

Задача 2.3. Космічний корабель масою M потрапляє у хмару міжпланетного газу. Газ складається з молекул масою m і має температуру T . Концентрація молекул n настільки мала, що довжина вільного пробігу λ молекул у багато разів перевищує лінійні розміри L корабля. Ігноруючи розподіл молекул за швидкостями і вважаючи зіткнення молекул з кораблем непружними, оцінити час, протягом якого швидкість корабля зменшиться удвічі. Швидкістю корабля порівняно зі швидкістю молекул знехтувати.

Задача 2.4. Для створення штучної комети при запускові першого штучного супутника Землі був передбачений пристрій, який випаровував 1 кг натрію. Який об'єм займала пара натрію у верхніх шарах атмосфери при тискові $1,33 \text{ кПа}$ і температурі 200 К ? Відносна атомна маса натрію дорівнює 23.

Задача 2.5. У контейнері висотної ракети початковий тиск був рівний 100 кПа . При підйомі ракети з прискоренням, чисельно рівним g , встановлений у контейнері ртутний барометр став показувати тиск 60 кПа . У скільки разів збільшилася температура всередині контейнера при злеті ракети?

Задача 2.6. Швидкість розсіювання атмосфери планети у світовий простір можна характеризувати часом розсіювання атмосфери τ . Так називають час, протягом якого число частинок в атмосфері зменшується у e разів. Оцінити час розсіювання планетної атмосфери τ , вважаючи, що атмосфера ізотермічна і складається з однакових частинок. Атмосферу вважати нескінченно розрідженою. За цих умов взаємними зіткненнями молекул можна знехтувати – максвеллівський розподіл швидкостей встановлюється внаслідок зіткнень молекул з поверхнею планети. Молекули вибувають із атмосфери і відлітають у міжпланетний простір за умови, якщо внаслідок зіткнень з поверхнею планети вони набувають швидкостей, які перевищують другу космічну швидкість (у цьому випадку її називають швидкістю «втечі» $v_{\text{ет}}$ молекул). Визначити час τ для атомарного і молекулярного водню земної атмосфери, вважаючи її температуру рівною $T = 300 \text{ К}$.

Задача 2.7. Довести, що гравітаційне поле планети не може утримувати необмежено довго планетну атмосферу. Остання повинна розсіятися в оточуючий простір.

Задача 2.8. Оцінити і порівняти середню довжину вільного пробігу $\langle \lambda \rangle$ і час τ між двома співударами для: а) молекул водню за нормальних умов і б) для протонів космічних променів у Галактиці.

Вважати, що середня густина міжзоряного газу складає $10^4 \text{ частинок/м}^3$. Швидкість космічних частинок близька до швидкості світла. Маса протона практично дорівнює масі атома водню. Радіус протона $r \sim 10^{-13} \text{ см}$.

Задача 2.9. Космічні промені «блукають» по Галактиці, відхиляючись у міжзоряних магнітних полях. Цей процес подібний до дифузії. Визначити час τ , за який частинки пройдуть шлях порядку розмірів Галактики ($R \approx 5 \cdot 10^{22} \text{ см}$), якщо ефективна довжина вільного пробігу $l \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ см}$.

Задача 2.10. Оцінити час зменшення у два рази тиску газу у штучному супутникові Землі через сантиметровий отвір, що утворився внаслідок пробою в його обшивці.

Задача 2.11. Об'єм Землі можна вирахувати з достатньою точністю, якщо припустити, що вона має форму кулі з радіусом 6400 км. Визначити середню густину Землі, якщо її маса $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

Задача 2.12. Маса Сонця у $3,33 \cdot 10^5$ рази більша від маси Землі, а радіус Сонця більший від земного у 109 разів. Визначити середню густину Сонця. Необхідні дані взяти з попередньої задачі.

Задача 2.13. Згідно з барометричною формулою $n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$ відношення kT/mg називають характерним параметром задачі. Використавши нижче наведені дані, визначити h для земної атмосфери (h_3) і для навколосонячного простору (h_c): $u_3 = 29$; $T_3 = 300 \text{ K}$; $g_3 = 9,8 \text{ м/с}^2$; $u_c = 1,5$; $T_c = 5500 \text{ K}$; $g_c = 2,7 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2$.

Задача 2.14. На поверхні Венери температура й атмосферний тиск відповідно дорівнюють 750 K і 9120 кПа. Знайти густину атмосфери біля поверхні планети, вважаючи, що вона складається з вуглекислого газу.

Задача 2.15. Атмосфера Венери складається переважно з вуглекислого газу. Визначити, у скільки разів густина ρ_1 атмосфери біля поверхні Венери більша від густини ρ_2 атмосфери біля поверхні Землі, вважаючи, що тиск p_1 атмосфери Венери більший від тиску p_2 атмосфери Землі в 100 разів, а середня температура T_1 на поверхні Венери становить $\frac{7}{3}$ від температури T_2 на Землі.

Задача 2.16. Для дослідження верхніх шарів атмосфери Венери в проекті «Вега» передбачено було використати аеростатний зонд. Визначити об'єм V зонда, наповненого гелієм, якщо на досліджуваних висотах при температурі $t = 10^\circ \text{C}$ тиск атмосфери $p = 50 \text{ кПа}$. Вважати, що атмосфера Венери повністю складається з вуглекислого газу, а маса зонда з апаратурою $m = 20 \text{ кг}$.

Задача 2.17. Маса планети Марс $m = 6,6 \cdot 10^{23} \text{ кг}$, радіус її $r = 3,2 \cdot 10^6 \text{ м}$. Оцінити температуру T атмосфери на поверхні Марса, якщо припустити, що планета оточена газовою оболонкою сталої густини, висота якої $h = 5 \cdot 10^4 \text{ м}$, а середня молярна маса газу $M = 10^{-2} \text{ кг/моль}$.

Задача 2.18. У найпростішій моделі атмосфери Марса передбачається, що планету оточує атмосфера з однаковою в усіх напрямках густиною, висота якої 25 км. Температура атмосфери на планеті

300 K, радіус Марса 3400 км, маса $6 \cdot 10^{23}$ кг. Яка середня молекулярна маса атмосферного газу Марса?

Задача 2.19. Густина фотосфери Сонця дорівнює приблизно $2 \cdot 10^{-4}$ кг/м³. Визначити середній тиск газу в фотосфері і довжину вільного пробігу атомів водню.

Задача 2.20. Товщина фотосфери набагато менша від радіуса Сонця. Виходячи з припущення про рівність гравітаційних сил і сил тиску, спробуйте оцінити за цими даними товщину фотосфери, вважаючи, що вона вся складається із атомарного водню.

Задача 2.21. Знаючи масу M_c і радіус R_c Сонця можна визначити середню густину сонячної речовини. Вважаючи для спрощення розрахунку, що $\rho_c = \text{Const}$ і що прискорення вільного падіння на середині радіуса Сонця дорівнює $g_c/2$ на його поверхні, оцінити тиск, температуру і концентрацію протонів у цій точці.

Задача 2.22. Дайте пояснення, чому Місяць не може утримати атмосферу. Врахувати, що протягом місячного дня поверхня місяця нагрівається вище 373 K.

Задача 2.23. Вимірювання, проведені за допомогою спускних космічних апаратів, показали, що починаючи з висоти 50 км над поверхнею Венери і нижче, температура атмосфери цієї планети змінюється за лінійним законом. Виходячи з даних, наведених у таблиці, довести, що цей шар атмосфери складається в основному з вуглекислого газу.

Висота над поверхнею h , км	50	42	37	15	0
Тиск p , атм	1	3,3	6	37	90
Температура t , °C	80	160	200	360	485
T , K	353	433	473	633	758

Задача 2.24. Визначити середню густину ρ планети, тривалість доби на якій $t = 6$ годин, якщо на її екваторі пружинні терези показують на 10% меншу вагу, ніж на полюсі.

Задача 2.25. Навколо деякої планети по коловій орбіті радіусом $R = 4,7 \cdot 10^6$ км з швидкістю $v = 10$ км/с обертається супутник. Яка середня густина планети, якщо її радіус $r = 15 \cdot 10^4$ км?

Задача 2.26. Чому шар повітря, що прилягає до корпусу космічного корабля, який рухається в атмосфері Землі, сильно нагрівається? Чому більша частина метеорів не досягають Землі?

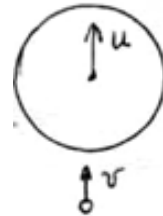
Задача 2.27. У якому випадку і чому при терті повітря космічна ракета нагрівається сильніше: при запуску чи при падінні на Землю?

Задача 2.28. Відомо, що на великих висотах (800–1000 км) швидкості молекул газів, які входять до складу атмосферного повітря,

досягають значень, що відповідають температурі біля 2000°C . Чому не плавиться оболонка штучних супутників Землі, що летять на такій висоті?

Задача 2.29. З якою мінімальною швидкістю відносно космічного корабля повинен рухатися залізний метеор, щоб внаслідок зіткнення з кораблем він міг розплавитись? Температура до зіткнення – 100°C . Вважати, що кількість теплоти, яка виділилась у результаті зіткнення, розподілилась порівну між метеором і кораблем.

Задача 2.30. Земля рухається навколо Сонця з швидкістю $u = 30 \text{ км/с}$. Метеорит, який рухається так, як показано на малюнку, падає на поверхню Землі з швидкістю $v = 5 \text{ км/с}$ (відносно Землі). Що більше: тепло Q , яке виділилося при ударі метеорита, чи викликане цим ударом збільшення кінетичної енергії ΔE_k Землі? У скільки разів?



Задача 2.31. З якою швидкістю влітає метеорит в атмосферу Землі, якщо при цьому він нагрівається, плавиться і перетворюється в пару? Метеорна речовина подібна до заліза. Початкова температура метеорита $T = 273 \text{ K}$. Якою буде обчислена швидкість: мінімальною, середньою, максимальною? Температура плавлення заліза $t_n = 1535^{\circ}\text{C}$, теплота плавлення $\lambda = 2,7 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Питома теплоємність заліза у твердому стані $c = 0,46 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{K}$. Температура кипіння $t_k = 3050^{\circ}\text{C}$, питома теплота пароутворення $q = 0,58 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Передбачається, що пароутворення відбувається при температурі кипіння.

Задача 2.32. Знайти закон зміни тиску повітря з висотою, припустивши, що температура повітря рівномірно знижується з висотою так, що температурний градієнт сталий і дорівнює $-a$. Знайти також тиск повітря як функцію температури. Одержати звідси формули для граничного випадку ізотермічної атмосфери ($a = 0$).

Задача 2.33. Яка була б висота земної атмосфери, якби температурний градієнт її був сталий і дорівнював $-a$? Обчислити цю висоту для окремого випадку адіабатичного розширення, припускаючи, що температура повітря біля земної поверхні $T_0 = 273 \text{ K}$.

Задача 2.34. Яким повинно бути максимальне значення температурного градієнта атмосферного повітря, щоб воно могло перебувати в стійкій механічній рівновазі? Вплив вологості повітря не враховувати. Вважати, що абсолютна температура повітря біля земної поверхні дорівнює $T = 273 \text{ K}$.

Задача 2.35. Дослід показує, що теплові хвилі з періодом в одну добу поширюються всередину Землі з швидкістю 1 м на добу. Знайти швидкість поширення хвиль з періодом в 1 рік.

Задача 2.36. У скільки разів коефіцієнт затухання річних теплових хвиль γ_1 менший від коефіцієнта затухання добових хвиль γ_2 ?

Задача 2.37. В.Томсон для визначення віку Землі припустив, що Земля є напівобмеженим твердим тілом і що в момент затвердіння Землі

її температура дорівнювала по всій масі температурі застигання гірських порід, яка становила приблизно 4000°C . Він припустив також, що температура поверхні Землі була з моменту затвердіння сталою і дорівнювала 0°C . При цьому виявилось, що вік Землі (з моменту затвердіння) можна знайти, знаючи, що температура Землі підвищується на 1° при заглибленні в неї на кожні 25 м . Виходячи з цього значення градієнта температури, а також швидкості поширення добових теплових хвиль в Землі (див. попередні задачі), знайти вік Землі τ .

Вказівка. Розв'язання рівняння теплопровідності

$$t = \frac{2A}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/2a\sqrt{\tau}} e^{-\xi^2} d\xi \quad \text{дає розподіл температури в тілі, яке заповнює}$$

напівпростір $x > 0$ і має в момент $\tau = 0$ температуру A в усій своїй масі, якщо на поверхні $x = 0$ підтримується стала температура 0°C .

Задача 2.38. Згідно з однією із давніх теорій (Гельмгольц, 1854 р.; лорд Кельвін, 1861 р.) сонячне випромінювання підтримується за рахунок тепла, яке утворюється внаслідок стискання Сонця. Вважаючи, що Сонце є однорідна куля, густина речовини якої на різних відстанях від центра однакова, підрахувати, яка кількість тепла Q утвориться, якщо радіус Сонця зменшиться від R_1 до R_2 . На скільки років вистачить виділеного тепла, якщо припустити, що інтенсивність сонячного випромінювання постійна в часі і якщо радіус Сонця зменшиться на $1/10$ своєї початкової величини ($R_2 = 0,9 R_1$)? Маса Сонця $M = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$, середній радіус $R_1 = 6,95 \cdot 10^{10} \text{ см}$, гравітаційна стала $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ дн} \cdot \text{см}^2 / \text{г}^2$, сонячна стала $C = 1,39 \cdot 10^6 \text{ ерг} / (\text{с} \cdot \text{см}^2)$, середня відстань Землі від Сонця $1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}$. Оцінити також, на скільки підвищилася б температура Сонця, якби стискання відбулося раптово. Теплоємність сонячної речовини можна грубо оцінити, вважаючи, що Сонце повністю складається із водню.

Задача 2.39. Середня кінетична енергія матеріальної точки, яка здійснює просторово обмежений рух під дією гравітаційних сил, дорівнює половині її потенціальної енергії, взятої з протилежним знаком. Вважаючи, що середня маса атомів Сонця дорівнює приблизно подвоєній масі $\langle m \rangle = 3 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ протона, оцінити температуру всередині Сонця.

Задача 2.40. Температура фотосфери Сонця близько 6000 К . Чому з поверхні Сонця не вилітають атоми водню, з яких в основному складається фотосфера?

Задача 2.41. На скільки градусів знизилася б температура земної кулі за століття, якби на Землю не поступала сонячна енергія? Радіус Землі $6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$; питома теплоємність $200 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})$; густина $5500 \text{ кг} / \text{м}^3$; середня температура 300 К ; коефіцієнт поглинання $0,8$. За який час температура знизилася б на 27 К ?

Задача 2.42. Які методи можна застосувати для вимірювання температури: а) Сонця; б) верхніх шарів атмосфери Землі; в) Місяця; г) дна океану?

Задача 2.43. Енергія випромінювання Сонця виникає внаслідок ланцюга ядерних реакцій злиття (синтезу), кінцевим результатом яких є перетворення чотирьох атомів водню в один атом гелію. Визначити, скільки води можна було б нагріти від 0°C до кипіння за рахунок перетворення в гелій 4 г водню.

Задача 2.44. Припустимо, що температура горіння хімічного палива для ракетних двигунів $T = 3000\text{ K}$, середня відносна молекулярна маса продуктів горіння $\mu = 30$ і що витікання продуктів горіння відбувається у вакуум адіабатично. Визначити, у скільки разів стартова маса M_0 одноступінчастої ракети повинна перевищувати її кінцеву масу M , щоб ракета могла досягнути першої космічної швидкості $v \approx 8\text{ км/с}$. Молярну теплоємність продуктів горіння орієнтовно вважати рівною $C_p = 8\text{ кал/(моль}\cdot^{\circ}\text{C)}$. При обчисленні швидкості ракети силу тяжіння і силу тертя об повітря не враховувати.

Задача 2.45. Припустимо, що космічний корабель рухається в ідеальному газі зі швидкістю v . В якій точці корабля температура газу буде максимальною? Визначити цю температуру за умови, що температура оточуючого газу дорівнює T .

Задача 2.46. Густина в центрі Сонця дорівнює приблизно 80 г/см^3 , а температура $\sim 13 \cdot 10^6\text{ K}$. Речовина Сонця майже цілком складається із протонів і електронів. Визначити тиск газу і радіаційний тиск у центрі Сонця.

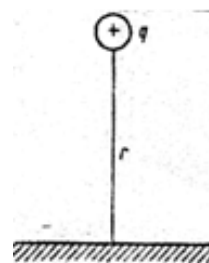
Задача 2.47. Дайте пояснення твердженню: космічні промені, які падають на Землю, неперервно зменшують її ентропію. Чи знаходиться це твердження у протиріччі з другим законом термодинаміки?

3. Електричні явища у навколоземному просторі

Задача 3.1. На відстані r (див. мал.) від поверхні Землі міститься точковий заряд $+q$. За індукцією він наводитиме в Землі заряд протилежного знаку. Внаслідок цього виникне сила електричного притягання до Землі. Визначити величину цієї сили.

Задача 3.2. Якої величини рівні позитивні заряди повинні бути розміщені на Місяці і на Землі для того, щоб вони нейтралізували дію гравітаційного притягання?

Задача 3.3. Поблизу Землі напруженість електричного поля біля 130 В/м . Чи можна використати напругу між точками, відстань по вертикалі між якими 1 м , для живлення електричної лампочки? Дайте пояснення. Визначити заряд Землі і електричний потенціал поверхні, якщо радіус Землі $R = 6400\text{ км}$.



Задача 3.4. Напруженість електричного поля біля поверхні Землі 130 В/м . Це поле створює струм $4,78 \text{ мкА}$ через поверхню 10^6 м^2 . Оцінити концентрацію йонів кожного знаку в атмосфері повітря, вважаючи йони однозарядними. За який час напруженість поля біля поверхні Землі зменшилася б у 10 разів внаслідок вертикального потоку йонів, якби були відсутні зустрічні потоки?

Задача 3.5. Оцінити середню густину електричних зарядів у земній атмосфері, якщо відомо, що напруженість електричного поля на поверхні Землі 100 В/м , а на висоті $1,5 \text{ м}$ — 25 В/м .

Задача 3.6. Визначити різницю потенціалів між вершиною і основою Ейфелевої вежі внаслідок обертання Землі. Широта Парижу 45° , висота Ейфелевої вежі 350 м .

Задача 3.7. Визначити ємність C земної кулі. Радіус Землі $R = 6400 \text{ км}$. На яку величину зміниться потенціал φ земної кулі, якщо їй надати заряд $q = 1 \text{ Кл}$?

Задача 3.8. Визначити середню напруженість електричного поля випромінювання Сонця на Землі. Значення сонячної сталої ($C = 1,4 \text{ Вт/м}^2$) $2 \text{ кал/(см}^2 \cdot \text{хв)}$. Поглинанням в атмосфері знехтувати.

Задача 3.9. Користуючись даними попередньої задачі, визначити напруженість H_0 магнітного поля електромагнітної хвилі, яка надходить на Землю від Сонця.

Задача 3.10. Яка амплітуда напруженості H_0 магнітного поля електромагнітної хвилі в місці зображення Сонця, яке отримується у фотоапараті при світлосилі об'єктива, рівній $1/4$? Кутовий діаметр Сонця $\approx 0,01 \text{ рад}$. Втратами енергії випромінювання в атмосфері і об'єктиві знехтувати.

Задача 3.11. На скільки зміниться прискорення тіла, яке падає на Землю, якщо йому надати заряд $+4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$? Маса тіла 5 г ; напруженість поля біля поверхні Землі 100 Н/Кл .

Задача 3.12. Напруженість електричного поля біля поверхні Землі дорівнює приблизно 130 В/м . Визначити заряд Землі, вважаючи, що вона має форму кулі з радіусом 6400 км .

Задача 3.13. Чому північні саява: а) не відбуваються в екваторіальних країнах; б) дуже рідко спостерігаються в середніх широтах; в) супроводжуються магнітними бурями; г) стають частішими та інтенсивнішими в періоди найбільшої сонячної активності?

Задача 3.14. Супутники Землі неперервно опромінюються космічними променями, які головним чином складаються з протонів високих енергій. Середня кінетична енергія E_k протонів у космічних променях дорівнює декількох мільярдів електрон-вольт; інтенсивність потоку протонів, що досягають земної поверхні, складає приблизно $10^4 \text{ частинок/(м}^2 \cdot \text{с)}$. Оцінити час, необхідний для того, щоб космічні протони підвищили потенціал супутника до такої величини, щоб його

заряд перестав зростати. Чому буде дорівнювати при цьому заряд супутника? Вважати, що супутник має форму кулі радіусом 2 м .

Задача 3.15. Земля неперервно опромінюється космічними променями високих енергій, які надходять із простору поза сонячної системи. Встановлено, що космічні промені в основному складаються з протонів. Середня енергія протонів у космічних променях становить декілька мільярдів електрон-вольт; інтенсивність потоку протонів, які досягають земної атмосфери приблизно дорівнює одному протону в секунду на 1 см^2 . Визначити час, необхідний для того, щоб заряджені частинки космічних променів підвищили потенціал Землі настільки, щоб протони вже не змогли потрапити на поверхню Землі через електричне відштовхування. Порівняти цей час з віком Землі, який оцінюється приблизно у 5 мільярдів років. Якщо цей час менший за вік Землі, то чому космічні промені продовжують і по цей час досягати її поверхні?

Задача 3.16. Заломлення радіохвиль в іоносфері (внаслідок чого вони знову повертаються до Землі) спрощено можна розглядати як повне внутрішнє відбивання від різкої границі іоносфери. Виходячи з цього спрощеного уявлення, визначити найбільш коротку хвилю $\lambda_{\min}$, яка ще повернеться до Землі, якщо кут її падіння на границю іоносфери (кут з нормаллю до цієї границі) дорівнює $\varphi = 45^\circ$, а концентрація електронів у іоносфері $N = 1 \cdot 10^6\text{ см}^{-3}$.

Задача 3.17. Показник заломлення іоносфери для радіохвиль з частотою $\omega = 100\text{ мкс}^{-1}$ дорівнює $n = 0,90$. Визначити об'ємну густину електронів в іоносфері.

Задача 3.18. Визначити фазову швидкість гармонічної хвилі з частотою 10 МГц в однорідному шарі іоносфери з концентрацією електронів $n = 10^{10}\text{ м}^{-3}$.

Задача 3.19. Чим зумовлене огинання земної кулі радіохвилями?

Задача 3.20. Концентрація електронів на Сонці на відстані $r = 0,06R$ від границі фотосфери ($R = 6,95 \cdot 10^8\text{ м}$ – радіус Сонця) приблизно дорівнює $N = 2 \cdot 10^8\text{ см}^{-3}$. Чи можуть радіохвилі із цієї області Сонця досягати Землі, якщо довжина хвилі (у вакуумі) дорівнює: 1) $\lambda = 1\text{ м}$; 1) $\lambda = 10\text{ м}$; 1) $\lambda = 50\text{ м}$.

4. Хвильові і квантові ефекти, пов'язані з поширенням випромінювання в міжпланетному та міжзоряному просторі

Задача 4.1. Чому дорівнює швидкість поширення світла, якщо відстань від Землі до Місяця становить $3,84 \cdot 10^5\text{ км}$, воно проходить за $1,28\text{ с}$?

Задача 4.2. За який час сонячне світло досягає Землі? Радіус земної орбіти $R \approx 1,5 \cdot 10^{11}\text{ м}$.

Задача 4.3. Який шлях проходить світловий сигнал за час $t = 1$ рік?

Задача 4.4. Яким чином Галілей у своїй спробі виміряти швидкість світла зміг експериментально переконатися в тому, що джерелом великих похибок були відмітки моментів часу?

Задача 4.5. Похибка у визначенні відстані від Землі до Місяця методом відбивання від нього хвиль, що надсилаються радаром, біля $0,8$ км. Вважаючи, що ця похибка пов'язана виключно з вимірюванням проміжку часу, обрахуйте похибку при вимірюванні останнього.

Задача 4.6. Визначити радіус земної кулі, якщо світло проходить у вакуумі відстань, рівну довжині екватора Землі, за $0,139$ с.

Задача 4.7. Радіус орбіти Венери дорівнює $1,08 \cdot 10^{11}$ м. Визначити час, протягом якого доходить до Землі світло від Венери у випадку, коли Земля, Венера і Сонце знаходяться на одній прямій. Радіус орбіти Землі дорівнює $1,5 \cdot 10^{11}$ м.

Задача 4.8. Посланий на Місяць радіосигнал повернувся назад і був зафіксований радіоприймачем через $2,56$ с. Визначити радіус орбіти Місяця.

Задача 4.9. Середній період обертання одного із супутників Юпітера – Іо дорівнює $42,5$ години. Ремер виявив, що цей період регулярно змінюється протягом року і періодичність змін теж дорівнює приблизно одному рокові. Максимальне відхилення періоду обертання від середнього значення було 15 с і повторювалося приблизно через 6 місяців. Нехтуючи рухом самого Юпітера, визначити за цими даними швидкість світла. Радіус земної орбіти $1,5 \cdot 10^{11}$ м.

Задача 4.10. Світна сферична оболонка зорі, яка вибухнула, почала розширюватися в точці O з швидкістю v у момент часу t_1 . Знайти місце точок («видиму» оболонку), випромінювання від якого досягає спостерігача в точці P в момент часу $t \geq t_0 = t_1 + R/c$, де $R = OP$ – достатньо велика відстань.

Задача 4.11. Визначити швидкість u розширення «видимої» оболонки, розглянутої в попередній задачі. Які максимальні значення цієї швидкості, а також швидкості оболонки, перпендикулярної до променя зору?

Задача 4.12. Як видно з попередньої задачі, «видима» швидкість $u_{\perp \max}$ може бути якою завгодно великою і, зокрема, може перевищувати швидкість поширення світла c . Чому це не суперечить теорії відносності?

Задача 4.13. Висота Сонця змінюється від кута α_1 до α_2 . Як змінюється освітленість поверхні Землі?

Задача 4.14. Опівдні, під час днів весняного і осіннього рівнодення, Сонце перебуває на екваторі у зеніті. У скільки разів у цей час освітленість поверхні Землі на екваторі більша від освітленості Землі на широті $\varphi = 60^\circ$?

Задача 4.15. 21 березня, у день весняного рівнодення, на крайній півночі Сонце перебуває опівдні під кутом $\alpha = 10^\circ$ до горизонту. У скільки разів освітленість площадки, розташованої вертикально, буде більшою від освітленості горизонтальної площадки?

Задача 4.16. У скільки разів у Києві ($\varphi = 50^\circ$) освітленість поверхні Землі 22 грудня менша, ніж 22 червня? Висота Сонця 22 червня $63^\circ 27'$, а 22 грудня $16^\circ 33'$.

Задача 4.17. У скільки разів освітленість у місячну ніч, коли Місяць перебуває у повні (повний Місяць), менша, ніж у сонячний день? Висота Місяця і Сонця над горизонтом однакова. Вважати, що Місяць розсіює в середньому частину $\eta = 0,07$ сонячного світла, яке падає на нього, рівномірно по всій півкулі. Відстань від Місяця до Землі $l \sim 4 \cdot 10^5$ км, радіус Місяця $r \sim 2 \cdot 10^3$ км.

Задача 4.18. Сонце, знаходячись у зеніті, створює на горизонтальній поверхні Землі освітленість, приблизно рівну 10^5 люксів. Діаметр Сонця видно під кутом $32'$. Визначити за цими даними видиму яскравість Сонця.

Задача 4.19. Освітленість поверхні Землі при висоті Сонця над горизонтом 45° дорівнює 80000 лк. Визначити освітленість за умови, коли висота Сонця над горизонтом 25° .

Задача 4.20. Визначити освітленість поверхні Землі, що створюється сонячним промінням, яке перпендикулярно падає на неї. Яскравість Сонця $B = 1,2 \cdot 10^9$ кд/м². Відстань від Землі до Сонця $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м, радіус Сонця $R = 7 \cdot 10^8$ м.

Задача 4.21. Освітленість Землі повним Місяцем складає приблизно 0,1 лк. Сила світла потужних прожекторів досягає 2 млрд. св. Порівняти силу світла Місяця із силою світла прожектора, вважаючи, що земна атмосфера поглинає половину світла, що його посиляє Місяць. Відстань від Землі до Місяця 384000 км.

Задача 4.22. В якій області спектра лежить довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності Сонця ($T = 6000$ К)?

Задача 4.23. Визначити довжину хвилі λ , на яку припадає максимум енергії в спектрі зорі, температура поверхні якої $T = 3 \cdot 10^4$ К. Чому дорівнює інтенсивність випромінювання такої зорі?

Задача 4.24. Яка частина енергії, що випромінюється Сонцем, потрапляє на Землю? Радіус Землі 6400 км; середня відстань від Землі до Сонця $\sim 1,5 \cdot 10^8$ км.

Задача 4.25. Освітленість поверхні Землі у точці нормального падіння сонячних променів 10^5 лк. Приймаючи, що випромінювання Сонця підкоряється закону Ламберта, і нехтуючи поглинанням світла в атмосфері, визначити: а) яскравість Сонця; б) середню освітленість поверхні Землі; в) середню і максимальну яскравість Землі при спостереженні її з поверхні Сонця. Середній радіус земної орбіти

$1,5 \cdot 10^8$ км, діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^6$ км, коефіцієнт відбивання Землі взяти рівним 0,8.

Задача 4.26. Лазерний пучок світла діаметром 10^{-2} м, в якому відхилення променів від прямолінійного поширення визначається лише явищем їх дифракції, спрямований на Місяць. Довжина хвилі лазерного випромінювання 0,633 мкм. Чому дорівнює діаметр освітленої на Місяці поверхні?

Задача 4.27. Визначити енергетичну освітленість, створювану Сонцем на поверхні Землі, якщо середня кількість тепла, яку отримує протягом 1 хв. 1 см^2 земної поверхні, що розташований перпендикулярно до сонячних променів, дорівнює 6,27 Дж.

Задача 4.28. Визначити енергетичну світність поверхні Сонця, якщо енергетична освітленість, створювана Сонцем на поверхні Землі, дорівнює $1050 \text{ Вт} / \text{м}^2$. Відношення $R_c / R_z = 1/200$. Атмосфера Землі пропускає 70% сонячного випромінювання.

Задача 4.29. Визначити енергетичну яскравість поверхні Сонця, якщо діаметр Сонця видно із Землі під кутом $32'$, а енергетична освітленість, створювана Сонцем поблизу Землі (за межами земної атмосфери), дорівнює $1360 \text{ Вт} / \text{м}^2$.

Задача 4.30. Обрахувати об'ємну густину променистої енергії сонячного випромінювання біля поверхні Землі, якщо енергетична освітленість поверхні Землі складає $1050 \text{ Вт} / \text{м}^2$.

Задача 4.31. Пояснити за допомогою малюнка, чому опівдні, коли Сонце буває високо над горизонтом, освітленість поверхні Землі найбільша і чому вона зменшується з наближенням Сонця до горизонту?

Задача 4.32. Визначити відношення освітленостей земної поверхні на широті $\varphi = 45^\circ$ у північній і південній півкулях опівдні, якщо в північній півкулі літо? Земна вісь нахилена до площини земної орбіти під кутом $\alpha = 66,5^\circ$.

Задача 4.33. Освітленість Сонцем поверхні Землі $E \approx 10^5$ лк. Яку освітленість E_1 дає зображення Сонця, отримане за допомогою тонкої лінзи, діаметр якої $D = 3 \text{ см}$, фокусна відстань $f = 6 \text{ см}$? Вважати, що діаметр Сонця видно із Землі під кутом $\alpha = 32'$.

Задача 4.34. Сонце, яке міститься поблизу зеніту, в ясний день створює на горизонтальній поверхні Землі освітленість $E = 7 \cdot 10^4$ лк. Діаметр Сонця спостерігається із Землі під кутом $\alpha = 32'$. Визначити яскравість B_c поверхні Сонця. Поглинанням атмосферою сонячного випромінювання знехтувати.

Задача 4.35. Сонце із Землі спостерігають як диск, що має кутовий діаметр $0^\circ 32'$. Якщо висота Сонця над горизонтом дорівнює 45° , то безхмарного дня воно зумовлює освітленість горизонтальної поверхні Землі близько 100 клк . Яка яскравість поверхні Сонця, якщо його спостерігати із Землі за цих умов?

Задача 4.36. Порівняти яскравість B_c Сонця і середню яскравість B ідеально білого матового аркуша паперу, що розміщений горизонтально на поверхні Землі й освітлюється Сонцем.

Задача 4.37. Визначити освітленість E горизонтальної земної поверхні, яка створюється нічною півсферою неба. Вважати, що яскравість безмісячного небозводу $B = 10^{-4} \text{ кд/м}^2$. Чи буде така освітленість достатньою для орієнтування, яке можливе за мінімальної освітленості 1 лк ?

Задача 4.38. Сонце, знаходячись у зеніті, створює на горизонтальній поверхні Землі освітленість 10^5 лк . Визначити масу, відповідну світловій енергії (видимого світла), яку отримує освітлена Сонцем поверхня Землі.

Задача 4.39. Чому вдень Місяць має чистий білий колір, а після заходу Сонця набуває жовтуватого відтінку?

Задача 4.40. Чому вдень зірок не видно?

Задача 4.41. Чому на горизонті зорі менш яскраві?

Задача 4.42. Пояснити блакитний колір неба і червоний колір зорі. Яким би був колір неба і зорі, якби повітря не розсіювало світло, а його дисперсія була значною?

Задача 4.43. У скільки разів інтенсивність молекулярного розсіювання синього світла ($\lambda = 460 \text{ нм}$) перевищує інтенсивність розсіювання червоного світла ($\lambda = 650 \text{ нм}$)?

Задача 4.44. Як пояснити білий колір хмар?

Задача 4.45. Можна помітити, що освітлена променями Сонця, яке заходить, біла стіна здається яскравішою за поверхню Місяця, який знаходиться на тій же висоті над горизонтом, що й Сонце. Чи означає це, що поверхня Місяця складається з темних порід?

Задача 4.46. При розсіюванні світла газами атмосферного повітря зміна світлового потоку Φ у шарі повітря товщиною dx визначається співвідношенням: $d\Phi/\Phi = -kdx$. Коефіцієнт розсіювання за Релеєм дорівнює $k = 32\pi^3(n-1)^2/3N\lambda^4$, де N – число молекул в одиниці об'єму; λ – довжина хвилі випромінювання; n – показник заломлення повітря для відповідної довжини хвилі. Обчислити, на скільки відсотків зменшиться внаслідок розсіювання монохроматичний потік ($\lambda = 5896 \text{ Å}$) при проходженні 1 км атмосферного повітря, якщо вважати, що N і n по всій товщині шару повітря однакові і відповідають нормальним умовам; $n = 1,00049$.

Задача 4.47. Обчислити, у скільки разів коефіцієнт розсіювання k (див. попередню задачу) для фіолетових променів ($\lambda = 3966 \text{ Å}$) більший від коефіцієнта розсіювання для червоних променів ($\lambda = 7604 \text{ Å}$), якщо показник заломлення повітря за нормальних умов для фіолетових променів дорівнює $1,000297$, а для червоних $1,000290$.

Задача 4.48. Скільки блакитного світла ($\lambda = 4500 \text{ \AA}$), яке випромінюється Сонцем, проходить через атмосферу, коли Сонце знаходиться: а) в zenіті; б) під кутом 10° до горизонту?

Задача 4.49. Сонячна радіація при проходженні через шар води товщиною 10 м втрачає 82% енергії, а рентгенівське випромінювання ($\lambda = 10^{-10} \text{ м}$) цим шаром води послаблюється в e разів. Визначити коефіцієнт поглинання води для цього рентгенівського випромінювання і порівняти його з коефіцієнтом поглинання сонячної радіації.

Задача 4.50. На якій кутовій висоті α має бути Сонце, щоб відбите від поверхні води сонячне світло повністю поляризувалося?

Задача 4.51. Внутрішня корона Сонця (K -корона) являє собою, власне, сонячне світло, розсіяне вільними електронами. Видима яскравість цієї K -корони на відстані одного сонячного радіуса від сонячного диска складає біля 10^{-8} від яскравості самого диска (на одиницю площі). Обчислити число вільних електронів у 1 см^3 простору поблизу Сонця.

Задача 4.52. Міжзоряний простір заповнений хмарами з крихітних пилинок, які складаються з вуглецю, льоду і дуже малої кількості інших елементів. Якою повинна бути мінімальна маса таких пилинок, віднесена до одиниці площі (1 г/см^2), щоб погіршити наші спостереження за зорями, наприклад, у 100 разів (тобто на $5,0$ зоряної величини). Варто не забувати, що світло від зірок може не лише розсіюватися на пилинках, але й просто поглинатися ними.

Задача 4.53. Спостерігається сонячне затемнення. У деякий момент край Сонця, край Місяця і око спостерігача знаходяться на одній прямій. Як швидко після цього спостерігач побачить перші сонячні промені?

Задача 4.54. Оцінити діаметр області на поверхні Землі, де одночасно спостерігається повне або часткове сонячне затемнення.

Задача 4.55. Діаметр Сонця дорівнює $\sim 1390000 \text{ км}$, віддаль Сонця від Землі становить в середньому $\sim 150000000 \text{ км}$ і змінюється на невелику величину. Віддаль від центра Місяця до поверхні Землі змінюється від $\sim 357000 \text{ км}$ до $\sim 399000 \text{ км}$. Коли сонячне затемнення буває повним і коли кільцеподібним, якщо діаметр Місяця дорівнює 3480 км ?

Задача 4.56. Поясніть, чому у місячну ніч на поверхні моря видно «місячну доріжку», а не зображення місячного диска.

Задача 4.57. Гало, тобто білі слабо забарвлені кола навкруги Сонця (або Місяця), спостерігаються тоді, коли небо вкрите тонкою пеленою перисто-шаруватих або високих шаруватих хмар. Гало виникає внаслідок заломлення світлових променів в безладно орієнтованих льодяних кристаликах, які мають форму правильних шестигранних призм (гексагональна система). Знайти видимий кутовий радіус гало і описати характер розподілу забарвлення в них. Показник заломлення льоду $n = 1,31$.

Задача 4.58. Чи можна в Москві під час літнього сонцестояння (22 червня) спостерігати веселку опівдні? (У цей час Сонце у північній півкулі знаходиться найвище над горизонтом).

Задача 4.59. На Землі спостерігають дифракцію світла далекої зорі від краю Місяця. Оцінити ширину Δx дифракційних смуг поблизу межі тіні від краю Місяця, вважаючи край прямолінійним. Прийняти, що відстань від Землі до Місяця $R = 4 \cdot 10^5$ км.

Задача 4.60. У 1728 р. Брадлей відкрив аберацію світла, суть якої полягає в тому, що при спостереженні зорі здаються зміщеними через те, що Земля рухається по своїй орбіті. Тому в дослідах, коли розглядаються зорі, які знаходяться поблизу полюса екліптики, оптичну вісь телескопа необхідно відхилити вперед (у напрямі руху Землі) на $20,5''$. Якщо вважати, що швидкість світла дорівнює $3 \cdot 10^8$ м/с, то яка величина радіуса земної орбіти, розрахована за результатами цього досліду?

Задача 4.61. У чому помилковість наступного міркування: «Аберація світла залежить від руху зорі відносно Землі. Кут аберації θ визначається співвідношенням $\tan \theta = v/c$, де v – перпендикулярна складова швидкості зорі відносно Землі. Оскільки швидкості різних зірок значно відрізняються одна від одної, спостережувані кути аберації (у протиріччі з дослідом) повинні були б також значно відрізнятися один від одного навіть для зірок, які близько розташовані на небесній сфері»?

Задача 4.62. 1) Яка величина аберації, викликані обертанням Землі навколо своєї осі (на екваторі)? 2) У скільки разів вона менша від аберації, пов'язаної з річним рухом Землі?

Задача 4.63. Чим ближче до поверхні Землі, тим більша оптична густина повітря. Як вплине це на хід променя, який падає в атмосферу Землі з космосу?

Задача 4.64. Як змінилося б видиме розташування зірок на небі, якби раптом зникла земна атмосфера?

Задача 4.65. Інколи місячне затемнення відбувається в той час, коли Сонце і Місяць знаходяться у діаметрально протилежних точках горизонту, але безпосередньо над горизонтом. Чому це можливо?

Задача 4.66. Чому дійсна тривалість дня дещо більша, ніж та, яку дають астрономічні обчислення?

Задача 4.67. При сході Сонця воно часто видається приплюснутим. Чому?

Задача 4.68. Вважаючи, що показник заломлення n повітря залежить тільки від віддалі до центра Землі, вивести формулу для обчислення астрономічної рефракції з урахуванням кривизни земної поверхні.

Задача 4.69. Знайти рефракцію $\alpha_\infty - \alpha_0$, якщо видима зенітна віддаль α_0 світила дорівнює 70° , а показник заломлення повітря біля поверхні Землі $n_0 = 1,000293$.

Задача 4.70. Показати, що коли знехтувати кривизною земної поверхні (це можна робити, коли зірка міститься не дуже близько до горизонту), то астрономічна рефракція не залежатиме від закону зміни показника заломлення повітря з висотою, а тільки від значень n_0 і α_0 . Показати, що для світила, яке міститься не дуже близько до горизонту, рефракцію можна обчислювати за наближеною формулою:

$$\alpha_\infty - \alpha_0 = (n_0 - 1) \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Задача 4.71. Вважаючи, що різниця $n-1$ пропорційна густині повітря, і припускаючи, що густина повітря змінюється з висотою, згідно з барометричною формулою (ізотермічна атмосфера), вивести вираз для рефракції $\alpha_\infty - \alpha_0$ з урахуванням кривизни земної поверхні.

Задача 4.72. Знайти рефракцію $\alpha_\infty - \alpha_0$ для ізотермічної атмосфери, припускаючи, що видима зенітна віддаль $\alpha_0 = 90^\circ$; молекулярна маса повітря $M = 28,8$; прискорення сили тяжіння $g = 981 \text{ см} \cdot \text{с}^{-2}$; температура $T = 273 \text{ К}$; газова стала $R = 8,3143 \cdot 10^7 \text{ ерг. град}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$; радіус Землі $r_0 = 6367 \text{ км}$; показник заломлення повітря біля Землі $n_0 = 1,000293$.

Задача 4.73. Градієнт показника заломлення повітря поблизу земної поверхні становить близько $3 \cdot 10^{-10} \text{ см}^{-1}$. Визначити радіус кривизни світлового променя, коли він поширюється в атмосфері в горизонтальному напрямі. Який повинен бути градієнт, щоб промінь світла, вийшовши в горизонтальному напрямі, описав коло навкруги земної кулі?

Задача 4.74. Визначити силу світлового тиску сонячного випромінювання на поверхню земної кулі, вважаючи її абсолютно чорним тілом і не враховуючи поглинання випромінювання атмосферою Землі. Якби атмосфера не поглинала, то 1 см^2 земної поверхні, розташований перпендикулярно до променів, отримував би біля $8,12 \text{ Дж} / \text{хв}$ енергії. ($R_\odot = 6400 \text{ км}$).

Задача 4.75. Оцінити порядок величини радіуса сферичної космічної частинки, для якої сила притягання до Сонця зрівноважується силою світлового тиску сонячного випромінювання.

Поверхню частинки вважати абсолютно чорною, а густину частинки рівною $7,8 \text{ г} / \text{см}^3$. Вважати, що Сонце випромінює як абсолютно чорне тіло з температурою 6000 К . Маса Сонця $1,97 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, радіус Сонця $6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$.

Задача 4.76. Припустимо, що міжпланетний простір заповнений малими частинками пилу з середньою питомою вагою ρ і приблизно сферичної форми з радіусом R .

а) Довести, що для частинки будь-якого розміру відношення сили гравітаційного притягання і радіаційного відштовхування Сонцем не залежить від відстані до нього.

б) Використовуючи той факт, що інтенсивність сонячного випромінювання на земній орбіті складає 1374 Вт/м^2 , і покладаючи переріз поглинання випромінювання рівним πR^2 знайти, для якого значення радіуса R частинки сили радіаційного тиску і гравітаційного притягання будуть скомпенсовані?

Задача 4.77. Якщо комету на небі видно увечері, то в який бік спрямований її «хвіст»?

Задача 4.78. Російський астроном Бредихін пояснив форму кометних «хвостів» тиском сонячних променів. Знайти: 1) світловий тиск на абсолютно чорне тіло, розташоване на такій же відстані від Сонця, як і Земля; 2) якої маси має бути частинка у кометному «хвості», розміщена на такій же відстані, щоб сила світлового тиску на неї зрівноважувалася силою притягання частинки Сонцем? Площа частинки, яка відбиває всі падаючі на неї промені, дорівнює $0,5 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2$. Сонячна стала дорівнює $C = 1,4 \text{ кВт/м}^2$.

Задача 4.79. Частинка пилу в Сонячній системі зазнає дії двох сил: сили притягання до Сонця і планет та сили світлового тиску, яка пропорційна поперечному перерізові частинки. Існує такий розмір частинки, при якому ці сили зрівноважують одна одну. Вважаючи, що частинка має форму кульки і поглинає все падаюче на неї світло, визначити радіус частинки, який відповідає її рівновазі в полі цих двох сил.

Пояснення того факту, що «хвости» комет спрямовані в бік від Сонця, ґрунтується на припущенні про існування такої рівноваги і на тому, що «хвіст» комети складається з частинок малого розміру, можливо, що навіть з молекул газу. Чи допустиме таке пояснення? Потужність випромінювання Сонця дорівнює $4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$, маса Сонця $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Задача 4.80. Який діаметр повинна мати алюмінієва кулька, яка знаходиться в космічному просторі, щоб її притягання до Сонця зрівноважувалося б силою світлового тиску сонячних променів? Коефіцієнт відбивання кульки 0,9. Сонце вважати абсолютно чорним тілом з температурою 6000 К .

Задача 4.81. Визначити тиск теплового випромінювання у внутрішніх областях Сонця, де температура оцінюється у $1,3 \cdot 10^6 \text{ К}$. Порівняти цей тиск з кінетичним тиском плазмового газу, вважаючи, що він складається лише з протонів і електронів і, вважаючи, що газ описується рівнянням стану ідеальних газів. Густина речовини в центрі Сонця дорівнює $8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Задача 4.82. Оцінити розмір r частинки, якщо для неї сила світлового тиску F_m від Сонця зрівноважує силу гравітаційного F_g притягання. Частинку вважати абсолютно чорною; її густина $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, сонячна стала дорівнює $C = 1,39 \text{ кВт/м}^2$.

Задача 4.83. Вважаючи Землю абсолютно чорним тілом, обчислити силу тиску сонячного випромінювання на земну кулю. Радіус Землі $R_z = 6400 \text{ км}$.

Задача 4.84. Визначити величину світлового тиску сонячного випромінювання на 1 м^2 земної поверхні, перпендикулярної до напрямку випромінювання, якщо сонячна стала дорівнює $C \approx 1,4 \text{ кВт} / \text{м}^2$. Коефіцієнтами поглинання в атмосфері Землі і відбивання від земної поверхні знехтувати.

Задача 4.85. Метеорит діаметром $1,2 \text{ мм}$ знаходиться на орбіті Землі. У скільки разів сила його притягання до Сонця більша від сили світлового тиску, якщо густина речовини метеорита $7,0 \cdot 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$?

Вважати, що метеорит повністю поглинає падаюче на нього випромінювання. Як буде змінюватися відповідь до задачі при зменшенні діаметра метеорита?

Задача 4.86. Нехтуючи абсорбцією в атмосфері, оцінити величину сили тиску сонячного випромінювання на земну кулю. Максимум енергії випромінювання Сонця припадає на довжину хвилі 48 мкм . Кутовий діаметр Сонця $30'$. Розглянути три випадки: земна поверхня абсолютно чорна; дзеркальна з коефіцієнтом відбивання $0,60$; така, що абсолютно відбиває промені, але не дзеркальна, а матова (задовільняє закон Ламберта).

Задача 4.87. Визначити тиск променів Сонця: а) на поверхню чорного тіла, розташованого на такій же відстані від Сонця, як і Земля; б) на поверхню тіла, яке відбиває всі промені; в) на поверхню скляної пластинки, яка відбиває 4% енергії сонячних променів, а поглинає 6% цієї енергії. Кут падіння променів у всіх випадках дорівнює нулеві, інтенсивність сонячної радіації $I_0 = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

Задача 4.88. Визначити силу світлового тиску F_1 сонячного випромінювання на поверхню земної кулі, вважаючи її абсолютно чорною. Знайти відношення цієї сили до сили гравітаційного притягання Сонця F_2 . Середня густина Землі $\rho = 5,5 \text{ г} / \text{см}^3$.

Задача 4.89. Форма кометних хвостів пояснюється тиском сонячних променів на частинки, з яких складається комета. Вважаючи для спрощення частинку кулькою, оцінити за порядком величини радіус її a так, щоб тиск сонячного випромінювання на неї перевищував силу гравітаційного притягання Сонця. Вважати, що поверхня частинки абсолютно чорна, а її густина $\rho = 1 \text{ г} / \text{см}^3$.

Вказівка. Див. попередню задачу. Сила світлового тиску, як і сила гравітаційного притягання, змінюється обернено пропорційно квадратові віддалі кульки від Сонця, тому їх відношення не залежить від віддалі до Сонця. Користуючись цим, можна вважати, що розглядувана кулька міститься на такій же віддалі від Сонця, як і Земля, тому значення

густини енергії сонячного випромінювання можна взяти таке ж, як біля поверхні Землі.

Задача 4.90. Марс, віддалений від Сонця у 1,52 рази далше, ніж Земля. У скільки разів відрізняються тиски P_3 і P_M сонячного випромінювання, які воно чинить на поверхню однієї й тієї ж космічної станції поблизу Землі й поблизу Марса?

Задача 4.91. Як засіб пересування космічного корабля в межах Сонячної системи було запропоновано використати світловий тиск, для чого потрібен був би великий парус із алюмінієвої фольги. Які повинні бути розміри паруса, щоб відштовхувальна сила сонячної радіації зрівнялася б з силою сонячного притягання? Припустимо, що загальна маса корабля і паруса $m = 1460 \text{ кг}$, а поверхня паруса ідеально відбиває промені і орієнтована під прямим кутом до сонячних променів. Маса Сонця $M_C = 1,97 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Задача 4.92. Визначити діаметр кулеподібного супутника, який рухається навколо Землі, якщо сила тиску сонячного світла на супутник $11,2 \text{ мН}$, коефіцієнт відбивання світла від поверхні супутника дорівнює $\rho = 1$, сонячна стала $S = 1,4 \text{ кВт / м}^2$. Поглинанням сонячного світла в атмосфері знехтувати.

Задача 4.93. Припустимо, що невеликих розмірів космічний корабель, маса якого разом з екіпажем дорівнює 1460 кг , попадає в простір, де гравітаційне поле відсутнє. Якщо з корабля починає випускатися прожекторний промінь, який випромінює в простір 10^4 Вт , то якої швидкості набуде корабель протягом першої доби руху внаслідок дії сили реакції, пов'язаної з імпульсом світлового променя прожектора?

Задача 4.94. Земля обертається навколо Сонця по еліптичній орбіті. Коли провести довільну уявну пряму через центр Сонця до перетину з орбітою Землі, то вона розмежується на два відрізки. Показати, що загальна кількість світлової енергії, яку отримує Земля на цих двох відрізках орбіти, однакова.

Задача 4.95. Дослідження спектра випромінювання Сонця показало, що його максимальна випромінювальна здатність припадає на довжину хвилі $\lambda_{\text{max}} \approx 500 \text{ нм}$. Взявши Сонце за абсолютно чорне тіло, визначити: повну випромінювальну здатність (енергетичну світність) $e(T)$ Сонця; потік енергії Φ , випромінюваний Сонцем; еквівалентну масу випромінювання за 1 с .

Задача 4.96. У спектрі Сонця максимум спектральної інтенсивності енергетичної світності припадає на довжину хвилі $\lambda_0 \approx 0,47 \text{ мкм}$. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити інтенсивність сонячної радіації (тобто густину потоку випромінювання) поблизу Землі, за межами її атмосфери.

Задача 4.97. Джерелом радіовипромінювання Сонця в метровому діапазоні є його корона. Визначити потік Φ радіовипромінювання від

Сонця на Землі у смузі шириною 1 МГц , вважаючи, що це випромінювання є тепловим. Ефективна температура випромінювання корони $T \approx 10^6 \text{ К}$.

Задача 4.98. Вважаючи, що атмосфера поглинає 10% променистої енергії, яку посиляє Сонце, знайти потужність випромінювання, що отримує від Сонця горизонтальна ділянка Землі площею $S = 0,5 \text{ га}$. Висота Сонця над горизонтом $\varphi = 30^\circ$. Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Задача 4.99. На 1 см^2 земної поверхні падає в середньому 2 кал променистої енергії за 1 хв . Відстань від Землі до Сонця 150 млн. км , діаметр Сонця $1,39 \text{ млн. км}$, температура поверхні Сонця 6000 К . Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, знайти значення сталої σ в законі Стефана-Больцмана, який зв'язує енергію, що випромінюється 1 см^2 поверхні абсолютно чорного тіла (в один бік) за 1 секунду, з абсолютною температурою.

Задача 4.100. На 1 см^2 атмосфери Землі падає в середньому біля 2 кал сонячної енергії за 1 хв . Вважаючи, що густина атмосфери постійна і дорівнює густині повітря на поверхні Землі, а її висота $h = 10 \text{ км}$ («еквівалентна атмосфера»), обрахувати потік енергії S , який досягає земної поверхні, вважаючи випромінювання монохроматичним з довжиною хвилі: 1) $\lambda = 6000 \text{ Å}$; 2) $\lambda = 4000 \text{ Å}$.

Задача 4.101. Земля внаслідок випромінювання в середньому щохвилини втрачає з поверхні площею 1 м^2 енергію $5,4 \text{ кДж}$. За якої температури абсолютно чорне тіло випромінювало б таку ж енергію?

Задача 4.102. Обрахувати енергію, яка випромінюється з поверхні Сонця площею 1 м^2 за 1 хв , взявши температуру його поверхні рівною 5800 К . Вважати, що Сонце випромінює як абсолютно чорне тіло.

Задача 4.103. Визначити потужність випромінювання Сонця. Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла. Температура поверхні Сонця $T = 5800 \text{ К}$.

Задача 4.104. Щохвилини Сонце випромінює енергію $E = 6,6 \cdot 10^{21} \text{ кВт} \cdot \text{год}$. Вважаючи випромінювання Сонця постійним, визначити час, протягом якого маса Сонця зменшиться удвічі ($1 \text{ кВт} \cdot \text{год} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$).

Задача 4.105. Потужність випромінювання Сонця $\approx 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$. На скільки щосекунди зменшується маса Сонця? З яким прискоренням рухалося б Сонце і якої швидкості воно набуло б за 1 рік, якби все світло воно випромінювало в одному напрямі (так званий «фотонний двигун»)?

Задача 4.106. Дослідження спектра випромінювання Сонця показує, що максимум випромінювальної здатності припадає на довжину хвилі $0,480 \text{ мкм}$. Відстань між Землею і Сонцем $1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$, радіус Сонця $6,9 \cdot 10^5 \text{ км}$. Нехтуючи поглинанням в атмосфері, визначити потужність сумарного випромінювання Сонця; енергію, яка надходить на 1 м^2

поверхні Землі; щосекундне зменшення маси Сонця внаслідок випромінювання; час, протягом якого маса Сонця зменшиться на величину маси Землі.

Задача 4.107. Густина потоку сонячних променів при нормальному падінні на земну поверхню складає $q_1 = 1,36 \text{ кДж} / (\text{с} \cdot \text{м}^2)$.

Визначити потік енергії сонячних променів, яку отримує вся поверхня Землі. Яку частку цей потік складає від всього потоку енергії світлового випромінювання Сонця? Яка планета отримує від Сонця більше енергії – Земля чи Юпітер? Радіус Землі $R_1 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$, радіус R_2 Юпітера в 11,14 рази більший. Відстань від Землі до Сонця $r_1 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$, відстань r_2 Юпітера до Сонця в 5,20 рази більша.

Задача 4.108. На скільки щосекунди повинна збільшуватися маса Землі за рахунок повного поглинання сонячного випромінювання? Чому в дійсності такого збільшення маси не спостерігається?

Задача 4.109. На кожний квадратний метр межі земної атмосфери, розташованої перпендикулярно до сонячних променів, сонячне випромінювання приносить щосекунди $1,37 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ енергії. Визначити енергію, яку випромінює Сонце за одну секунду.

Задача 4.110. На освітлену поверхню Землі від Сонця щосекунди падає випромінювання з інтенсивністю $I = 1,36 \text{ кВт} / \text{м}^2$. Визначити, яку внутрішню енергію і масу втрачає Сонце кожної секунди. Скільки часу буде тривати випромінювання до втрати Сонцем 10% його маси? Об'єм Сонця вважати незмінним.

Задача 4.111. Визначити сонячну сталу, тобто кількість променистої енергії, яку посиляє Сонце в одиницю часу через одиничну площадку, перпендикулярну до сонячних променів і яка знаходиться на такій же відстані від Сонця, як і Земля. Температура поверхні Сонця $T = 5800 \text{ К}$. Випромінювання Сонця вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Задача 4.112. Знаючи значення сонячної сталої, визначити: 1) масу, яку втрачає Сонце протягом одного року; 2) на скільки зміниться маса води в океані за один рік, якщо припустити, що поглинається 50% падаючої на поверхню океану енергії випромінювання. Площа поверхні океану рівна $S = 3,6 \cdot 10^8 \text{ км}^2$.

Задача 4.113. Знаючи значення сонячної сталої для Землі, визначити значення сонячної сталої для Марса.

Задача 4.114. Вважаючи, що Марс віддалений від Сонця в 1,52 рази далше, ніж Земля, визначити за цими даними сонячну сталу на Марсі.

Задача 4.115. Чи залежить значення сонячної сталої від відстані до Сонця? Якщо залежить, то як саме?

Задача 4.116. Визначити сонячну сталу на Венері, якщо відстань від Венери до Сонця $108 \cdot 10^6 \text{ км}$, а від Землі до Сонця $150 \cdot 10^6 \text{ км}$.

Задача 4.117. Падінню скількох фотонів за 1 хв. на 1 см^2 поверхні відповідає сонячна стала, яка дорівнює $1,9\text{ кал} / \text{см}^2 \cdot \text{хв.}$ Середню довжину хвилі вважати рівною 5500 Å .

Задача 4.118. Потужність сонячного випромінювання, яка поглинається в земній атмосфері, складає приблизно $1,4 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$. Якщо вся ця енергія отримується на Сонці за рахунок перетворення звичайного водню в гелій, то скільки ж тонн водню в секунду «згорає» на Сонці? (Втратами на випромінювання нейтрино знехтувати).

Задача 4.119. Визначити довжину хвилі, на яку припадає максимум енергії в спектрі зірки, температура якої 30000 К . Чому дорівнює інтенсивність випромінювання такої зорі?

Задача 4.120. За сучасними уявленнями пульсар – це зоря, яка складається практично цілком з нейтронів. Враховуючи, що маса пульсара дорівнює масі Сонця ($2 \cdot 10^{30}\text{ кг}$), а його радіус біля 10 км , оцінити кінетичну енергію нейтронів.

Задача 4.121. Порівняти кінетичну енергію обертання пульсара і Сонця (за умов попередньої задачі). За рахунок чого зростає кінетична енергія?

Задача 4.122. У свій час Г.Гельмгольц і В.Томсон висунули гіпотезу, згідно з якою випромінювання Сонця підтримується за рахунок гравітаційної енергії, яка вивільняється при його стисненні. Оцінити вік Сонця t згідно з цією гіпотезою, вважаючи, що в початковому стані речовина Сонця була рівномірно розподілена по всьому нескінченному просторі, а в кінцевому стані густина сонячної речовини стала однаковою по всьому об'ємі Сонця. Маса Сонця $M = 2 \cdot 10^{33}\text{ г}$, радіус $R = 7 \cdot 10^{10}\text{ см}$. Вважати, що потужність випромінювання Сонця за весь час його утворення залишалася постійною і дорівнювала сучасному значенню $P = 3,86 \cdot 10^{33}\text{ ерг} / \text{с}$. З'ясувати правдоподібність гіпотези Гельмгольца-Томсона, взявши до уваги, що за геологічними даними вік Землі складає $4 \div 4,5 \cdot 10^9$ років.

Задача 4.123. Знаючи, що в спектрі Сонця максимум енергії припадає на довжину хвилі 550 нм , визначити температуру поверхні Сонця.

Задача 4.124. Сонячна стала $C = 1,4\text{ кВт} / \text{м}^2$. Вважаючи, що Сонце випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити температуру його випромінюючої поверхні.

Задача 4.125. Оцінити середню температуру земної кулі, вважаючи, що вона випромінює як абсолютно чорне тіло і енергія цього випромінювання знаходиться у рівновазі з тією, яку Земля отримує від Сонця. Діаметр Сонця видно із Землі під кутом $30'$, температуру поверхні Сонця вважати рівною 5800 К . Притік теплоти від внутрішніх джерел планети не враховувати.

Задача 4.126. Земля, проходячи афелій, знаходиться на 3,3% далі від Сонця, ніж коли вона проходить перигелій. Вважаючи Землю чорним тілом з середньою температурою 288 K , визначити різницю температур, які Земля має в цих позиціях.

Задача 4.127. Температура поверхні зорі 12000 K . Чи можна визначити таку температуру за законом Віна, якщо земна атмосфера поглинає всі промені з довжиною хвилі, коротшою за 290 нм ?

Задача 4.128. Максимум випромінювальної здатності яскравої зірки Арктур припадає на довжину хвилі $\lambda_{\text{max}} = 580\text{ нм}$. Вважаючи, що зірка випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити температуру поверхні зірки.

Задача 4.129. Радіус Сонця дорівнює $r_C = 6,96 \cdot 10^5\text{ км}$, радіус орбіти Меркурія $R_{\text{Мк}} = 5,79 \cdot 10^7\text{ км}$, Марса — $R_{\text{Мс}} = 2,28 \cdot 10^8\text{ км}$. Температура поверхні Сонця дорівнює приблизно $T_C = 6000^\circ\text{ K}$. Використовуючи закони теплового випромінювання, оцінити середні температури Меркурія і Марса.

Задача 4.130. Температура поверхні Сонця близька до $5,8 \cdot 10^3\text{ K}$. Якби нагрівання Землі було зумовлене лише поглинанням випромінювання Сонця, якою мала б бути середня температура поверхні Землі? Випромінювання Сонця і Землі за спектральним складом вважати близькими до випромінювання АЧТ (абсолютно чорне тіло). Діаметр Сонця дорівнює $1,4\text{ Гм}$, а радіус орбіти Землі — 150 Гм .

Задача 4.131. Температура «блакитної» зірки $T = 3000\text{ K}$. Визначити енергетичну світність випромінювання R_e , довжину хвилі, що відповідає максимуму випромінювання λ_{max} , а також енергетичну світність ΔR_e , що припадає на вузький інтервал довжин хвиль $\Delta l = 1\text{ нм}$ в області максимуму спектральної густини енергетичної світності цієї зірки.

Задача 4.132. Температура поверхні «білих карликів» становить біля 10^4 K . У якій ділянці спектра знаходиться максимум їх випромінювання?

Задача 4.133. Освітленість L , створювана зорею першої величини на поверхні Землі при нормальному падінні світла, складає близько 10^{-6} лк . Чи можна пояснити мерехтіння зірок квантовими флуктуаціями світла?

Задача 4.134. У 1725 році було відкрито аберацію світла – видиме зміщення зірок на небесній сфері внаслідок руху Землі. На відміну від паралакса, аберація зумовлена змінами не положення, а швидкості Землі (при аберації величина кутового зміщення не залежить від відстані до зорі). Якщо світло – це потік корпускул, аберацію легко можна пояснити вже в рамках класичної фізики. Але якщо світло – це хвильовий процес, то аберацію можна пояснити лише за допомогою теорії відносності. Пояснити явище аберації з корпускулярної і хвильової точок зору.

Задача 4.135. За теорією Декарта веселка утворюється внаслідок відбивання сонячних променів всередині водяних крапель. Промені, які зазнали всередині краплі одноразового відбивання, дають так звану основну веселку або веселку першого порядку. Промені, які зазнали двохразового відбивання, дають побічну веселку або веселку другого порядку. Кутові розміри веселки можна визначити із вимоги, щоб кут відхилення світлового променя при відбиванні і заломленні всередині краплі був мінімальним, оскільки в цьому випадку незначній зміні кута відхилення відповідають великі зміни кута падіння, а отже, отримується максимальна інтенсивність світла, відбитого всередині краплі. Теорія Декарта допускає також існування веселок вищого порядку, коли число відбивань світла всередині краплі води дорівнює трьом, чотирьом і т.д.

Виходячи з наведених міркувань Декарта, побудувати елементарну напівкількісну теорію веселки, шляхом вирішення таких завдань:

1) визначити кут θ відхилення променя від його початкового напрямку для випадку одноразового відбивання від внутрішньої поверхні краплини води кулястої форми; на краплину падає один промінь світла під кутом i ;

2) визначення значення кутів θ відхилення паралельного пучка променів від початкового напрямку для різних значень кута падіння: 0° ; 20° ; 40° ; 50° ; 60° ; 65° ; 70° ;

3) побудувати графік залежності θ від i ; за цим графіком знайти приблизне значення кута найменшого відхилення $\theta_{\min}$;

4) визначити, поблизу яких значень кута θ промені, що вийшли з краплини, поширюються приблизно паралельно;

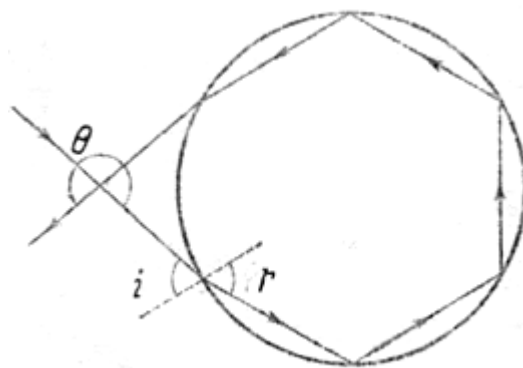
5) під яким кутом i повинен падати світловий промінь на поверхню краплі, щоб він зазнав найменшого відхилення при одноразовому і двохразовому відбиванні всередині краплі?

6) знайти кутовий радіус α основної і побічної веселок для червоних і фіолетових променів світла ($n_r = 1,333$; $n_v = 1,343$);

7) припустимо, що сонячний промінь зазнає всередині краплі N відбивань. Визначити кут падіння i (див. мал.), якому відповідає екстремальне відхилення від початкового напрямку променя, який вийшов з краплі;

8) довести, що екстремальне відхилення завжди відповідає мінімуму кута відхилення;

9) визначити кут найменшого відхилення $\theta_{\min}$ і кутовий радіус α для веселок третього, четвертого, п'ятого і шостого порядків, вважаючи, що показник заломлення води $n = 1,33$;



10) пояснити, чому ці веселки і веселки ще вищих порядків ніколи не спостерігаються;

11) показати, що центр веселки знаходиться на прямій, проведеній від Сонця через око спостерігача і, що дуга веселки являє собою частину кола, всі точки якого спостерігаються під кутом 42° (для червоного світла) по відношенню до прямої, яка з'єднує око спостерігача і центр веселки;

12) яке чергування кольорів у першій (основній) і другій (побічній) веселках?

5. Інструментальні (експериментальні) методи дослідження небесних тіл

Задача 5.1. У свій час робилися спроби виявити рух Землі відносно «нерухомого ефіру», вимірюючи час проходження світлом шляху від спостерігача A до дзеркала B і назад у двох випадках: 1) коли AB спрямоване вздовж руху Землі по орбіті; 2) коли AB спрямоване перпендикулярно до руху Землі по орбіті. З якою точністю необхідно було б вимірювати час у досліді, якщо шлях світла AB у приладі зробити рівним 10 м ? Якої довжини повинна була б бути установка, якщо для вимірювання часу користуватися приладом з точністю $0,1\text{ мкс}$? Швидкість Землі при русі по орбіті $3 \cdot 10^6\text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. В якому досліді і яким чином були подолані труднощі такого вимірювання? Яким був результат досліду?

Задача 5.2. Спосіб Ремера вимірювання швидкості світла полягав у спостереженні за видимим часом обертання одного із супутників Юпітера, в той час як істинний період обертання цього супутника був рівний $42,5\text{ години}$.

а) Якщо взяти до уваги скінченність швидкості поширення світла, то як змінився б видимий час обертання супутника в результаті проходження Землею чверті своєї орбіти?

б) Які спостереження повинні були виконані, щоб вирахувати швидкість світла? Орбітальним рухом Юпітера можна знехтувати.

Задача 5.3. У будь-який телескоп зорі видно як світні точки. У чому ж перевага застосування телескопів для розглядання зірок, коли вони не дають переваги у збільшенні порівняно з неозброєним оком?

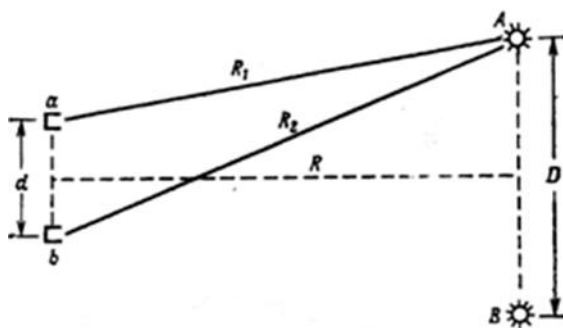
Задача 5.4. Чому в телескоп найбільш яскраві зірки, які містяться далеко від Сонця, можна спостерігати навіть удень?

Задача 5.5. Відстань найближчих до Землі зірок настільки велика, що їх діаметр не можна визначити навіть за допомогою найкращих сучасних телескопів, оскільки їхня кутова роздільна здатність більша, ніж «кутові розміри» зірок. У 1956 р. Браун і Твісс запропонували для вимірювання діаметра зірок «метод кореляції інтенсивностей». Вони випробували його на зорі Сіріус. Для цього вони використали два параболічних рефлектори, у фокусі кожного з яких був встановлений

фотопомножувач. Виходи фотопомножувачів з'єднувалися з електронною схемою, яка реєструвала середнє значення від добутків струмів у обох помножувачах (так звану «кореляційну функцію»). За значенням цього добутку в залежності від відстані між рефлекторами визначався кутовий діаметр зорі.

Аргументами проти достовірності цього методу висувалися такі міркування: оскільки світло – це фотони, то кожен фотон може попадати або на один рефлектор, або на другий і тому ніякої кореляції двох струмів спостерігатися не може.

З метою заперечити або підтвердити ці аргументи, можна розглянути такий ідеалізований експеримент. Два джерела світла невеликих розмірів, наприклад дві електролампочки A і B , розташовуються на великих відстанях від фотонних лічильників a і b . Геометричні умови досліду



зображено на малюнку. Лічильники a і b включені в схему «співпадань», яка реєструє P_{12} – кількість випадків у одиницю часу, коли фотони реєструються одночасно (тобто протягом одного малого проміжку часу τ) в обох детекторах. Нехай $\langle a|A \rangle$ – амплітуда появи фотона, випущеного джерелом A , в детекторі a протягом даного проміжку часу, який може бут визначений роздільною здатністю схеми. Тоді $\langle a|A \rangle = ce^{i\alpha_1}$, де c – комплексна стала, а $\alpha_1 = kR_1$ (R_1 – відстань від A до a , k – хвильове число). Аналогічно, $\langle b|A \rangle = ce^{i\alpha_2}$, де $\alpha_2 = kR_2$, а R_2 – відстань від A до b . Довести, що швидкість лічби співпадань пропорційна $2 + \cos 2k(R_2 - R_1)$. Як використати цей результат для визначення D , якщо R відомо? Нехтуйте тим фактом, що реальний процес являє собою «накладання» таких простих процесів, оскільки світло надходить з всіх областей поверхні зорі, а не лише від крайніх, діаметрально протилежних точок.

Задача 5.6. Діаметр об'єктива телескопа дорівнює 60 см, а діаметр зіниці ока дорівнює 6 мм. У скільки разів цей телескоп збільшує видиму яскравість зірок?

Задача 5.7. Діаметр d об'єктива телескопа дорівнює 8 см. Яка найменша кутова відстань β між двома зірками, якщо їх дифракційні зображення у фокальній площині об'єктива отримуються роздільними?

Задача 5.8. Місяць видно неозброєним оком під кутом $31'$. Під яким кутом його буде видно в телескоп, якщо фокусна відстань об'єктива телескопа дорівнює 200 см, а фокусна відстань окуляра 10 см?

Задача 5.9. Спостерігач з нормальним зором розглядає Місяць у телескоп, об'єктив і окуляр якого мають фокусні відстані, відповідно

рівні $F_{об} = 2 \text{ см}$ і $F_{ок} = 5 \text{ см}$. На скільки потрібно розсунути трубу, щоб отримати зображення Місяця на екрані на відстані $f'_2 = 25 \text{ см}$ від окуляра? Яка буде при цьому величина зображення h Місяця, якщо неозброєним оком його видно під кутом $\alpha = 30'$?

Задача 5.10. Телескоп має об'єктив з фокусною відстанню $F_1 = 150 \text{ см}$ і окуляр з фокусною відстанню $F_2 = 10 \text{ см}$. Під яким кутом зору θ видно повний Місяць у цей телескоп, якщо неозброєним оком Місяць видно під кутом $\theta_0 = 31'$?

Задача 5.11. Діаметр дзеркала телескопа дорівнює $2,6 \text{ м}$. Якою повинна бути мінімальна довжина відрізка на Місяці, щоб його зображення можна було відрізнити від зображення точки?

Задача 5.12. Діаметр Марса 3400 км . Мінімальна відстань між Землею і Марсом $78 \cdot 10^6 \text{ км}$. Чи може людина з нормальним зором бачити Марс у вигляді диска? Яким має бути мінімальне кутове збільшення телескопа, щоб зображення Марса можна було відрізнити від зображення зорі?

Задача 5.13. Коли Марс знаходиться в конфігурації «великого протистояння», яке найбільш сприятливе для його спостереження, телескоп із збільшенням, рівним 75 , дозволяє бачити диск Марса під таким же кутом, під яким ми бачимо Місяць неозброєним оком ($31'$). Визначити кутовий розмір Марса і вирахувати відстань від Землі до Марса при «великому протистоянні» Марса. Діаметр Марса 6700 км .

Задача 5.14. Марс перебуває у великому протистоянні щодо Землі. У цей час відстань між планетами мінімально можлива й дорівнює 56 Гм . Поверхню Марса спостерігають у телескоп, діаметр об'єктива якого дорівнює 50 см . Спостереження проводять крізь червоний інтерференційний фільтр, що пропускає випромінювання, довжина хвилі якого лежить в межах $690 \div 700 \text{ нм}$. Який мінімальний розмір об'єктів на поверхні Марса, що спостерігають у телескоп ще як протяжні?

Задача 5.15. Знайти яскравість зображення Місяця, спостережуваного в телескоп з об'єктивом діаметром в 75 мм , при збільшеннях: 1) 20-кратному, 2) 25-кратному, 3) 50-кратному. Яскравість Місяця, видимого неозброєним оком, взяти за одиницю. Вважати, що діаметр зіниці ока дорівнює 3 мм .

Задача 5.16. Астрономічний телескоп має діаметр об'єктива, який дорівнює 18 см . Вважаючи, що коефіцієнт пропускання всієї оптичної системи телескопа дорівнює $0,5$, а неозброєне око розрізняє зірки шостої величини, знайти: 1) величину найслабших зірок, які можна побачити з допомогою цього телескопа; 2) найвигідніше збільшення для спостереження зірок; 3) величину зірок, що їх буде видно при збільшенні в 10 разів. Діаметр зіниці ока дорівнює 3 мм .

Примітка. Зростанню величини зірки на одиницю відповідає зменшення їх видимої яскравості в $\sqrt[5]{100} \approx 2,5$ рази.

Задача 5.17. Якої величини зірку можна побачити в телескоп з діаметром об'єктива в 2 м? Неозброєне око розрізняє зірки шостої величини. Діаметр зіниці ока дорівнює 3 мм. Втратами світла знехтувати.

Задача 5.18. Видимий блиск зоряних об'єктів вимірюється у зоряних величинах, які виражаються цілими числами і визначаються тією освітленістю, яку створює зоря у місці спостереження на площадці, перпендикулярній до її променів. Залежність між освітленістю і зоряною величиною виражається формулою $E_{m_1} / E_{m_2} = 2,512^{m_2 - m_1}$, де E_{m_1} – освітленість, створювана об'єктом у m_1 зоряних величин; E_{m_2} – освітленість, створювана об'єктом у m_2 зоряних величин; m_1 і m_2 – зоряні величини об'єктів. Сонце є небесним тілом у –26,8 зоряних величин. Обрахувати, яку зоряну величину мало б Сонце, якби воно знаходилося на відстані у 10 парсеків.

Задача 5.19. Як змінюється освітленість, створювана зорею у місці спостереження, якщо її зоряна величина збільшується на дві одиниці?

Задача 5.20. Телескоп зі 100-кратним збільшенням має окуляр з фокусною відстанню 2 см. Вважаючи діаметр зіниці ока рівним 4 мм, визначити роздільну здатність φ телескопа для довжини хвилі $5500 \text{ \AA}$; розміри зерен емульсії плівки, розміщеної у фокальній площині об'єктива, щоб при даному значенні φ зображення зірок на світлинці отрималося роздільним.

Задача 5.21. Вирахувати найбільший оптимальний діаметр об'єктива телескопа і найменшу кутову відстань між двома зірками, зображення яких отримується роздільно на фотографічній пластинці, розміщеній у фокальній площині об'єктива телескопа. Фокусна відстань об'єктива 2 м. Розмір зерна емульсії фотопластинки 0,01 мм. Ефективна довжина хвилі світла $5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.22. Розрахувати найбільший діаметр і фокусну відстань об'єктива телескопа, якщо окуляр має фокусну відстань 2 см і збільшення системи повинно дорівнювати 100. Діаметр зіниці ока людини 2 мм.

Задача 5.23. Діаметр дзеркального об'єктива телескопа дорівнює 2,6 м. Визначити роздільну здатність телескопа. Вважати, що око найбільш чутливе до довжини хвилі світла $5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.24. Діаметр об'єктива телескопа дорівнює 20 см. Визначити найменшу кутову відстань між двома зірками, які можна розрізнити в такий телескоп. Яким повинно бути збільшення телескопа, щоб його роздільна здатність була використана сповна? Вважати, що око розрізняє кут $1'$ і найбільш чутливе до випромінювання з довжиною хвилі $5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.25. Яке найменше значення діаметра телескопа, який може розрізнити дифракційні зображення двох зірок, якщо кутова

відстань між ними $2''$? Вважати, що око найбільш чутливе до довжини хвилі $5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.26. Об'єктив рефрактора проектує зображення двох зірок на фотопластинку. Радіуси кривизни об'єктива $R_1 = R_2 = 2 \text{ м}$. Яким повинен бути діаметр об'єктива, щоб дифракційні зображення зірок на пластинці було видно роздільно? (Відстань між центрами дифракційних картин повинна перевершувати розміри зерен емульсії, що відповідає відстаням порядку $0,01 \text{ мм}$). Довжину хвилі світла вважати рівною $0,55 \text{ мкм}$. Показник заломлення скла лінзи $1,5$.

Задача 5.27. Діаметр дзеркала телескопа, встановленого в астрономічній обсерваторії поблизу станції Зеленчуцька на півночі Кавказького хребта, дорівнює $D = 6 \text{ м}$. Визначити, яку роздільну кутову відстань $\delta\theta$ дає цей телескоп для довжини хвилі $\lambda = 5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.28. Фокусна відстань об'єктива одного із рефракторів у Пулковому $F_{об} = 14,1 \text{ м}$. Яке збільшення дає цей рефрактор при використанні окуляра з фокусною відстанню $F_{ок} = 2,5 \text{ см}$?

Задача 5.29. При спостереженні у телескоп з нормальним збільшенням освітленість зображення зорі на сітчатці ока у $\alpha = 10$ разів менша від освітленості денного неба, спостережуваного в той же телескоп. У скільки разів необхідно збільшити діаметр об'єктива для того, щоб освітленість зображення зорі на сітчатці ока стала в $\beta = 10$ разів більшою від освітленості зображення неба, якщо разом з об'єктивом телескопа замінено і окуляр таким чином, що збільшення телескопа залишилося нормальним?

Задача 5.30. Телескоп, об'єктив якого має діаметр $D = 8 \text{ см}$, наведений на віддалену світну точку (зорю). Із окуляра телескопа виходить паралельний пучок променів, який можна виявити, помістивши перед окуляром матове скло або просто листок паперу у вигляді круглої світлої плями. Діаметр цієї плями $d = 4 \text{ мм}$. Шлях променів у телескопі не обмежений ніякими діафрагмами (не рахуючи вхідного отвору об'єктива). Яке збільшення дає телескоп?

Задача 5.31. Телескоп, діаметр об'єктива якого 10 см , наведений на віддалену світну точку (зорю). Із окуляра виходить пучок паралельних променів діаметром 4 мм . Визначити збільшення телескопа. Шлях проходження променів у телескопі обмежений лише оправою об'єктива.

Задача 5.32. Діаметр дзеркального об'єктива телескопа Кримської обсерваторії дорівнює $2,6 \text{ м}$. Визначити роздільну здатність телескопа. Вважати, що око найбільш чутливе до довжини хвилі 550 нм .

Задача 5.33. Де буде знаходитися і який розмір y_2 буде мати зображення Сонця, отримане в рефлекторі, радіус кривизни дзеркала якого $R = 16 \text{ м}$? Діаметр Сонця $\approx 1,4 \cdot 10^6 \text{ км}$; відстань від Землі до Сонця $\approx 150 \cdot 10^6 \text{ км}$.

Задача 5.34. Фокусна відстань F_1 об'єктива телескопа дорівнює 1 м. У телескоп розглядали будівлю, яка знаходиться на відстані $a = 1$ км. У якому напрямі і на скільки необхідно пересунути окуляр, щоб отримати різке зображення у двох випадках: 1) якщо після будівлі будуть розглядати Місяць; 2) якщо замість Місяця будуть розглядати близькі предмети, що знаходяться на відстані $a_1 = 100$ м?

Задача 5.35. Телескоп наведено на Сонце. Фокусна відстань F_1 об'єктива телескопа дорівнює 3 м. Окуляр з фокусною відстанню $F_2 = 50$ мм проектує дійсне зображення Сонця, створене об'єктивом, на екран, розташований на відстані $b = 60$ см від окуляра. Площина екрана перпендикулярна до оптичної осі телескопа. Визначити лінійний діаметр d зображення Сонця на екрані, якщо діаметр Сонця на небі видно неозброєним оком під кутом $\alpha = 32'$.

Задача 5.36. Оптична сила D об'єктива телескопа дорівнює 0,5 дптр. Яке збільшення Γ_2 дає телескоп, якщо окуляр діє як лупа, збільшення якої $\Gamma_1 = 10$?

Задача 5.37. При окулярі з фокусною відстанню $F = 50$ мм телескоп дає кутове збільшення $\Gamma_1 = 60$. Яке кутове збільшення Γ_2 дасть один об'єктив, якщо прибрати окуляр і розглядати дійсне зображення, створюване об'єктивом, неозброєним оком з відстані найкращого зору?

Задача 5.38. Планета розглядається в телескоп, об'єктив якого має фокусну відстань $F = 800$ мм і діаметр $D = 80$ мм. Як зміниться освітленість E зображення планети на сітчатці ока, якщо окуляр з фокусною відстанню $F_2 = 50$ мм замінити окуляром з фокусною відстанню $F'_2 = 25$ мм або окуляром з фокусною відстанню $F''_2 = 100$ мм?

Задача 5.39. При спостереженні у телескоп освітленість зображення зорі в $n = 10$ разів менша від освітленості поверхні денного неба, спостережуваного у той же телескоп. У скільки разів необхідно збільшити діаметр об'єктива телескопа, для того, щоб освітленість зображення стала в $n_1 = 10$ разів більшою від освітленості неба?

Задача 5.40. Пучок світла ($\lambda = 600$ нм) від лазера, який знаходиться на Землі, фокусується з допомогою телескопа, діаметр об'єктива якого 2 м, на місячний кратер. Яким буде розмір світлової плями на Місяці, якщо відстань від Місяця до Землі 384400 км? Впливом атмосфери знехтувати.

Задача 5.41. Зорова труба налаштована для спостереження Місяця. Щоб розглянути за допомогою неї предмети, розташовані на відстані 100 м, окуляр необхідно змістити на 2,5 см. Чому дорівнює фокусна відстань об'єктива?

Задача 5.42. За допомогою подвійно опуклої лінзи, яка має діаметр $D = 9$ см і фокусну відстань $F = 50$ см, зображення Сонця проектується на екран. Який діаметр має зображення Сонця, якщо кутовий діаметр Сонця $\alpha = 32'$? У скільки разів освітленість, що

створюється зображенням Сонця, буде більша від освітленості, яка створюється Сонцем безпосередньо?

Задача 5.43. Вирахувати найменшу кутову відстань між двома зірками, які можна розрізнити в телескоп з діаметром об'єктива, рівним 25 см. При якому збільшенні буде використана роздільна здатність телескопа, якщо діаметр зіниці ока людини дорівнює 2 мм? Око найбільш чутливе до довжини хвилі світла $5500 \text{ \AA}$.

Задача 5.44. Випромінювання лазера неперервної дії на хвилі $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ потужністю $P = 1 \text{ Вт}$ спрямовується на супутник за допомогою телескопа, діаметр об'єктива якого дорівнює $D = 30 \text{ см}$. Світло, розсіяне супутником, потрапляє у другий такий же телескоп і фокусується на фотопомножувач з пороговою чутливістю $P_{\text{пор}} = 10^{-14} \text{ Вт}$. При яких відстанях l до супутника відбитий сигнал може бути зафіксований, якщо поверхня супутника рівномірно розсіює падаюче на нього світло (за законом Ламберта)? Діаметр супутника $d = 20 \text{ см}$.

Задача 5.45. а) Наскільки малою може бути кутова відстань між двома зірками, якщо їх зображення ледь розрізняються рефрактором, діаметр об'єктива якого 76 см, а фокусна відстань 14 м. Довжина світлової хвилі $5500 \text{ \AA}$.

б) Визначити відстань між цими розрізненими на межі можливостей рефрактора зорями, якщо кожна з них віддалена від Землі на 10 світлових років.

в) Щодо зображення окремої зорі, видимої в телескоп, визначити діаметр першого темного дифракційного кільця. Вважати, що структура зображення пов'язана виключно з дифракцією на апертурі об'єктива, а не з його малими абераціями.

Задача 5.46. Видимі розміри дисків Сонця і Місяця поблизу горизонту видаються збільшеними порівняно з їх видимими розмірами у зеніті. Як можна за допомогою лінзи експериментально довести, що це збільшення є позірним?

Задача 5.47. Освітленість Сонцем поверхні Землі приблизно 10^5 лк . Яку освітленість дає зображення Сонця, отримане за допомогою тонкої лінзи діаметром 3 см з фокусною відстанню 6 см? Вважати, що кутовий діаметр Сонця $30'$.

Задача 5.48. Який діаметр дійсного зображення Сонця, якщо це зображення дає лінза з фокусною віддаллю 3 м? Діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^6 \text{ км}$, відстань від Сонця до Землі $150 \cdot 10^6 \text{ км}$.

Задача 5.49. За допомогою лінзи отримано зображення Сонця. Діаметр зображення дорівнює $d = 3 \text{ мм}$, а розташоване воно на відстані $L = 32 \text{ см}$ від лінзи. Відомо, що відстань від Землі до Сонця $R = 150 \text{ млн. км}$, а тривалість земного року $T = 365 \text{ діб}$. Вирахувати на основі цих даних прискорення вільного падіння біля поверхні Сонця.

Задача 5.50. Висота Сонця над горизонтом складає $\alpha = 38^\circ$. Під яким кутом β до горизонту слід розташувати дзеркало, щоб освітити сонячними променями дно вертикального колодязя?

Задача 5.51. Зоря спостерігається у зорову трубу після двохкратного відбивання від кутового дзеркала з розхилом α . Як буде переміщуватися зображення в трубі при невеликих поворотах кутового дзеркала навколо ребра?

Задача 5.52. Зорова труба налаштована для спостереження Місяця. На яку відстань і в який бік потрібно перемістити окуляр, щоб можна було розглядати предмети, віддалені від труби на $d = 100 \text{ м}$? Фокусна відстань об'єктива $F = 60 \text{ см}$.

Задача 5.53. Із астрономічної труби, у якої фокусна відстань об'єктива $F = 3 \text{ м}$, вийняли окуляр і просто оком розглядають зображення, отримане у головному фокусі об'єктива. Труба наведена на дуже віддалений предмет (зорю). Яке збільшення дає у цьому випадку астрономічна труба?

Задача 5.54. Фокусна відстань об'єктива зорової труби $F_{об} = 100 \text{ см}$, окуляра — $F_{ок} = 8 \text{ см}$. Під яким кутом видно радіус місячного диска, якщо розглядати його зображення з відстані найкращого зору $L = 25 \text{ см}$? Кутовий діаметр, під яким спостерігається диск Місяця, дорівнює $\alpha = 0,5^\circ$.

Задача 5.55. При фотографуванні Місяця із Землі за допомогою об'єктива з фокусною відстанню F , отримано не чітке зображення Місяця у вигляді кола з радіусом r_1 . Чітке зображення Місяця повинно мати радіус r_2 . На яку відстань необхідно змістити фотопластинку, щоб зображення стало чітким? Діаметр лінзи дорівнює D . Областю зображення вважати ту область, куди потрапляє хоча б один промінь від Місяця. Дифракцію світла на діафрагмі об'єктива не враховувати.

Задача 5.56. На якій мінімальній відстані l могли б бути розміщені на Місяці два яскравих джерела світла таким чином, щоб їх було видно із Землі в телескоп окремо? Фокусна відстань об'єктива телескопа $F_1 = 8 \text{ м}$ і окуляра $F_2 = 1 \text{ см}$. Око людини може розрізняти два предмети окремо, якщо вони спостерігаються під кутом не менше $\varphi_0 = 0,001 \text{ рад}$. Відстань від Землі до Місяця $r \approx 38 \cdot 10^4 \text{ км}$.

Задача 5.57. Яскравість поверхні місячного диска 50 кд/м^2 . Оцінити величину радіуса круглого дзеркала, яке необхідно встановити на супутникові, щоб з його допомогою можна було отримати освітленість Москви у темну ніч таку ж саму, яка буває, коли Місяць уповні. Середній діаметр Москви взяти рівним 50 км . Поглинанням світла в атмосфері і дзеркалі знехтувати. Сонячна стала 1350 Вт/м^2 . Кутовий діаметр Місяця 10^{-2} рад .

Задача 5.58. При фотографуванні зворотного боку Місяця з міжпланетної станції застосовувалися два об'єктиви з фокусними

відстанями 200 мм і 500 мм. Якого розміру повинно було бути зображення Місяця на фотоплівці для кожного об'єктиву? Кутовий діаметр Місяця при спостереженні із Землі дорівнює $31'$. Відстань від Землі до Місяця $38 \cdot 10^7$ м. Відстань від центра Місяця до міжпланетної станції при фотографуванні дорівнює $67 \cdot 10^6$ м.

Задача 5.59. З міжпланетної станції сфотографували зворотний бік Місяця за допомогою апарата з фокусними відстанями 200 і 500 мм. З якої найменшої відстані треба фотографувати Місяць через об'єктив з меншою фокусною відстанню, щоб зображення місячного диска повністю помістилося на кіноплівці, ширина якої 24 мм? Якої величини дістанемо зображення, коли сфотографуємо з цієї відстані Московське море (радіус якого 300 км) через об'єктив з більшою фокусною відстанню? Радіус Місяця $r = 1738$ км.

Задача 5.60. При фотографуванні місячного диска, коли Місяць уповні, об'єктивом із світлосилою 10^{-2} на плівку з чутливістю 1 лк·с якісна світлина була отримана при витримці 0,1 с. Кутовий розмір Місяця 10^{-2} рад. Яку освітленість створює Місяць на Землі, коли Місяць уповні?

Задача 5.61. Коли Місяць уповні, темні плями на його дискові неозброєним оком видно зверху. Чому ж на картах поверхні Місяця ці плями розташовані внизу місячного диска?

Задача 5.62. Зображення Сонця отримано на екрані за допомогою системи з двох лінз із фокусними відстанями $f = 0,1$ м, які встановлені на відстані $l = f/2$ одна від одної. Посередині між лінзами знаходиться кругла діафрагма діаметром $d = 0,75$ см. Вважаючи діаметр лінз достатньо великим, кутовий діаметр Сонця 10^{-2} рад, визначити, у скільки разів яскравість зображення Сонця більша, ніж яскравість екрана, який освітлюється прямими променями. Втрати світла в лінзах знехтувати.

Задача 5.63. Від фотографування зірок на негативах виникають темні кільця – «ореоли», які оточують зображення найбільш яскравих зірок. Внутрішній край кільця найбільш чіткий, а зовнішній – розмитий. Пояснити виникнення ореолу та його вигляд.

Задача 5.64. У невеликий телескоп розглядають віддалені предмети на лінії горизонту. В якому напрямі і на яку відстань треба змістити окуляр, щоб можна було чітко бачити предмети на відстані 100 м? Головна фокусна відстань об'єктива 1 м. Система телескопічна, тобто фокуси об'єктива й окуляра збігаються.

Задача 5.65. Об'єктив і окуляр зорової труби Галілея мають фокусні віддалі, які відповідно дорівнюють $F_1 = 57$ см і $F_2 = -4$ см. Трубу наведено на Сонце. На відстані $b = 12$ см від окуляра розміщений білий екран. При якій відстані L між об'єктивом і окуляром на екрані утвориться чітке зображення Сонця? Який буде діаметр D цього зображення, якщо кутовий розмір Сонця $\alpha = 30'$?

Розв'язати ту саму задачу, коли використано трубу Кеплера з фокусними віддальми об'єктива і окуляра $F_1 = 40 \text{ см}$ і $F_2 = 3 \text{ см}$, а екран розміщений на відстані $b = 15 \text{ см}$ від окуляра.

Задача 5.66. Об'єктив зорової труби з оптичною силою 2 діоптрії і діаметром 10 см встановлений у трубі Кеплера з 12-кратним збільшенням. Визначити оптичну силу і діаметр окуляра, а також найменший кут роздільної здатності цієї труби.

Яких розмірів деталі на Сонці може розрізнити такий телескоп?

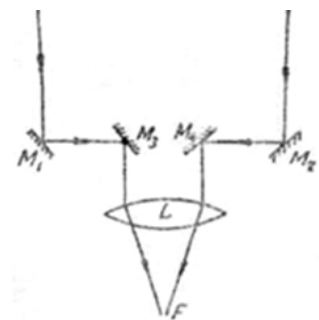
Задача 5.67. Об'єктив дає у фокальній площині дійсне зображення Сонця. Чи можна знайти таке положення розсіючої лінзи з оптичною силою $D = 1 \text{ дп}$, при якому зображення Сонця, залишаючись дійсним, було б у три рази більшим, ніж без лінзи?

Задача 5.68. Які предмети можна розглядати на світлині, зробленої з супутника, якщо роздільна здатність плівки $0,01 \text{ мм}$? Яким повинен бути час експозиції τ , для того, щоб повністю використати можливості плівки? Фокусна відстань об'єктива використовуваної фотокамери $F = 10 \text{ см}$.

Задача 5.69. Яка повинна бути мінімальна довжина відрізка на Місяці і Сонці, щоб його зображення в рефлекторі з діаметром дзеркала в шість метрів можна було відрізнити від зображення точки?

Задача 5.70. Яка повинна бути мінімальна віддаль між двома точками на поверхні Марса, щоб їх зображення в телескопі (рефракторі) з діаметром об'єктива в 60 см можна було відрізнити від зображення однієї точки? Вважати, що Марс спостерігається в момент великого протистояння, коли віддаль до нього від Землі мінімальна і становить 56 мільйонів кілометрів.

Задача 5.71. На малюнку зображена схема установки, призначеної для вимірювання кутових діаметрів зірок. Дзеркала M_1, M_2, M_3, M_4 , що мають круглі діафрагми, направляють в об'єктив телескопа два пучки світла, які інтерферують один з одним у фокальній площині об'єктива. Який вигляд матиме дифракційна картина, спостережувана у фокальній площині?



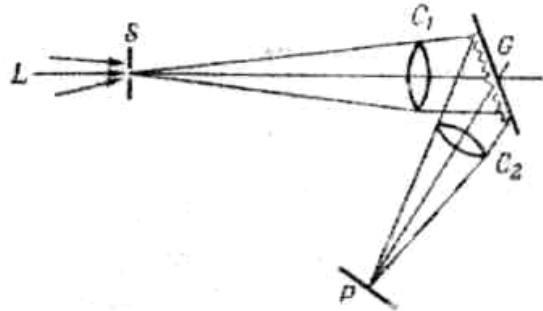
Задача 5.72. За якої умови в установці, описаній в попередній задачі, зникнуть інтерференційні смуги, коли джерелом світла є: 1) подвійна зоря; 2) одинока зірка кінцевого кутового розміру? (Для спрощення розрахунків можна вважати, що зірка має форму квадрата з сталою поверхневою яскравістю). Як змінюватиметься інтерференційна картина при зміні віддалі між дзеркалами M_3 і M_4 .

Задача 5.73. При вимірюванні кутового діаметра гігантської червоної зірки Бетельгейзе установкою, описаною в попередніх задачах, інтерференційні смуги зникали, коли віддаль між зовнішніми

дзеркалами M_1 і M_2 дорівнювала $306,5 \text{ см}$. Вважаючи, що ефективна довжина хвилі світла від Бетельгейзе дорівнює $5750 \text{ \AA}$, обчислити кутовий діаметр цієї зірки.

Задача 5.74. Чи можна за допомогою оптики мікроскопа побачити зорю?

Задача 5.75. На малюнку зображено загальний вигляд спектрографічної ґратки. Світло від джерела L проходить через вузьку щілину S , потім через коліматорну лінзу (або дзеркало) C_1 , яка перетворює його в паралельний пучок променів (так що на ґратку неначе падає плоска хвиля, яка поширюється з нескінченності). Далі паралельний пучок променів дифрагує від ґратки G , дифраговане світло, яке поширюється у певному кутовому інтервалі, падає на лінзу C_2 , яку називають камерною, і фокусується нею у площині P . Отримується набір вузьких спектральних ліній. Нехай довжина щілини дорівнює h , її ширина w , фокусні відстані лінз C_1 і C_2 дорівнюють F_1 і F_2 , а кути між нормаллю до ґратки і осями лінз C_1 і C_2 дорівнюють θ_i і θ_d ; 1 мм ґратки містить N ліній. Дати відповідь на наступні питання:



- яку ширину буде мати смуга всього спектра у площині P ?
- якій довжині хвилі (λ) буде відповідати лінія, що лежить у площині P у місці проходження осі лінзи C_2 ?
- на якій відстані одна від одної будуть знаходитися у фокальній площині дві спектральні лінії, довжини хвиль яких відрізняються на $1,00 \text{ \AA}$? Таку величину часто називають дисперсією оптичного пристрою.
- яка ширина спектральної лінії у площині P , якщо ширина щілини w набагато більша від роздільної здатності коліматорної лінзи [рівної $1,22\lambda(F_1/A_1)$, де A_1 – апертура] і розширення, створюваного ґраткою і рівного $(\lambda/L)F_1$, де L – розмір ґратки?

Задача 5.76. Спектрограф 150-футового сонячного баштового телескопа, який знаходиться в обсерваторії Маунт Вільсон, схематично зображений на малюнку. У цьому пристрої одна й та ж лінза діє і як коліматорна, і як камерна, а $\theta_i = -\theta_d$ (майже!). Фокусна відстань всього пристрою $F = 23 \text{ м}$, а ґратка має площу $15 \text{ см} \times 25 \text{ см}$, причому в 1 мм її міститься 600 ліній. Зазвичай, при спостереженнях використовується спектр п'ятого порядку. Визначити:

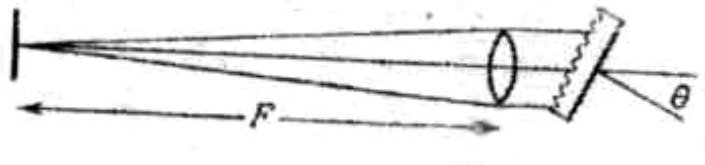
- при якому куті θ нахилу ґратки лінія спектра збудження нейтрального атома заліза, відповідна довжині хвилі $\lambda = 5250,218 \text{ \AA}$, буде співпадати з положенням щілини у спектрі п'ятого порядку?

б) для яких інших довжин хвиль в інтервалі від $\lambda = 3600 \text{ \AA}$ до $\lambda = 7000 \text{ \AA}$ лінія спектра також буде співпадати з положенням щілини?

в) запропонуйте простий спосіб усунення у спостережуваній картині спектрів небажаних порядків, залишивши тільки спектр п'ятого порядку.

г) яка дисперсія розгляданого пристрою при довжині хвилі

$\lambda = 5250 \text{ \AA}$, яка відповідає лінії у спектрі п'ятого порядку?



д) яке мінімальне теоретичне значення $\Delta\lambda$, яке ще може бути розділене при довжині хвилі $\lambda = 5250 \text{ \AA}$ у спектрі п'ятого порядку?

Задача 5.77. На екран з двома вузькими паралельними щілинами падають промені безпосередньо від Сонця. При якій відстані D між щілинами можуть спостерігатися інтерференційні смуги за екраном? Кутовий діаметр Сонця $\alpha \approx 0,01 \text{ рад}$. (Для спрощення розрахунків диск Сонця можна замінити квадратом з постійною поверхневою яскравістю).

Задача 5.78. Зображення Сонця отримане за допомогою лінзи з фокусною відстанню $f = 50 \text{ мм}$ на отворі в екрані (розмір отвору рівний з величиною зображення). За екраном розташовано дві вузькі паралельні щілини на відстані $D = 1 \text{ мм}$ одна від одної. При якій відстані l між екраном і щілинами можуть спостерігатися інтерференційні смуги. (Див. попередню задачу).

Задача 5.79. Один із методів вимірювання кутових діаметрів зірок полягає в наступному. Світло від зорі під час, коли Місяць «молодик», проходить повз край Місяця і на ньому зазнає дифракції. На поверхні Землі утворюються дифракційні смуги, які переміщуються з швидкістю біля 500 м/с . Для їх спостереження у фокусі телескопа розташовують фотоелемент. Збуджуваний фотоелектричний струм підсилюється і за допомогою осцилографа записується на рухомій стрічці. Різкість максимумів і мінімумів на осцилограмі залежить від кутового розміру зорі. Порівнюючи осцилограму з теоретичною, отриманою в припущенні, що зоря випромінює як диск, який рівномірно світиться, можна вирахувати її кутовий діаметр φ . Вважаючи спочатку край Місяця абсолютно гладеньким, оцінити, які кутові діаметри зірок прийнятні для вимірювання цим методом. Оцінити висоту нерівностей поверхні Місяця h для можливості отримання дифракційних смуг. Відстань до Місяця $b = 380 \cdot 10^6 \text{ м}$.

Задача 5.80. Для вимірювання методом Майкельсона кутової відстані θ між компонентами подвійної зорі перед об'єктивом телескопа помістили діафрагму з двома вузькими паралельними щілинами, відстань d між якими можна змінювати. Зменшуючи d , виявили перше погіршення видимості дифракційної картини у фокальній площині

об'єктива при $d = 95 \text{ см}$. Визначити θ , взявши довжину хвилі світла $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$.

Задача 5.81. Фотографуючи спектри зоряних об'єктів, фотографічну пластинку доводиться ставити не перпендикулярно до оптичної осі об'єктива спектрографа. Обчислити, який треба дати переки́с пластинці і в який бік, щоб отримати весь спектр різким, якщо відомо, що показник заломлення оптичного скла, з якого зроблено об'єктив, дорівнює для лінії C 1,502, для лінії F 1,510, кутова дисперсія призми спектрографа між тими самими лініями дорівнює 3° .

Вказівка. Можна вважати, що коли лінії C і F обидві будуть сфокусовані, то й увесь спектр буде різким. При розв'язанні слід ще мати на увазі, що одноколірні пучки виходять з призми паралельними.

Задача 5.82. Астрономічна камера для фотографування Сонця має об'єктив з фокусною відстанню 10 м . Перед об'єктивом розташована кругла діафрагма діаметром 5 см . Використовувана фотоплівка має чутливість $10 \text{ лк} \cdot \text{с}$. Яким повинен бути при цьому час експозиції? Відомо, що прямі сонячні промені створюють на перпендикулярній до них площадці освітленість $E = 40 \text{ клк}$. Кутовий діаметр Сонця $0,01 \text{ рад}$.

Задача 5.83. Ракету, яка віддаляється від Землі, фотографують на фотоплівку, розміщену у фокальній площині об'єктива астрономічного телескопа. При діаметрі об'єктива $D_1 = 80 \text{ мм}$ дифракційне зображення ракети вже не можна розрізнити на фоні зображення неба, коли ракета знаходиться на відстані $l_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ км}$ від Землі. На якій відстані l_2 від Землі можна буде помітити ракету на світлині, отриманій з допомогою об'єктива діаметром $D_2 = 200 \text{ мм}$ при такій же контрастній чутливості плівки?

Задача 5.84. Визначити:

а) подовжню сферичну аберацію для паралельного пучка променів біля сферичного дзеркала, діаметром 1 м з фокусною віддалю 10 м ;

б) діаметр зображення зірок, отриманих у цьому дзеркалі.

Задача 5.85. Радіотелескоп з діаметром близько півкілометра працює в діапазоні сантиметрових хвиль водневого спектра (21 см). Оцінити його роздільну здатність. Порівняти її з роздільною здатністю оптичного телескопа з трьохметровим дзеркалом.

Задача 5.86. Знайти радіус кривизни світлового променя, який поширюється в горизонтальному напрямі поблизу поверхні Землі, де градієнт показника заломлення повітря приблизно рівний $3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$. При якому значенні цього градієнта промінь світла поширювався б по колу навколо Землі?

Задача 5.87. Один із принципово можливих (але практично не здійснених) способів підвищення роздільної здатності радіоустановок для вивчення радіовипромінювання космічних мас полягає в тому, щоб використати дифракційний максимум інтенсивності радіовипромінювання, який отримується в центрі геометричної тіні

Місяця від точкового джерела. Оцінити роздільну здатність цього методу, знайти мінімальну кутову роздільну відстань для довжин хвиль $\lambda = 1 \text{ м}$ і $\lambda = 10 \text{ см}$. Поміркуйте над можливостями використання запропонованого методу. Діаметр Місяця $D = 3470 \text{ км}$.

Задача 5.88. Існуючі радіотелескопи і радіоустановки, призначені для вивчення радіовипромінювання Сонця і Галактики, мають малу роздільну здатність через великі довжини хвиль радіовипромінювання. 1) Знайти мінімальну роздільну кутову відстань δ_p радіотелескопа з діаметром дзеркала $d = 50 \text{ м}$ для довжин хвиль $\lambda = 1 \text{ м}$ і $\lambda = 10 \text{ см}$.

Для збільшення роздільної здатності пропонувалося використати дифракцію радіохвиль від краю Місяця. 2) Оцінити роздільну здатність цього методу для тих же хвиль у припущенні, що край Місяця діє як тонкий непрозорий екран, обмежений прямолінійним краєм. 3) Оцінити, якої висоти h повинні бути нерівності місячної поверхні, щоб можна було використати цей метод. Відстань до Місяця $b = 38 \cdot 10^7 \text{ м}$.

Задача 5.89. В якості одного з двох дзеркал (антен) радіоінтерферометра можна використати пасивний відбивач, наприклад, морську поверхню. Визначити кутову роздільну здатність інтерферометра для хвилі з довжиною $\lambda = 1 \text{ м}$, антена якого розташована над морем на скалі висотою $h = 500 \text{ м}$. (Діаграми спрямованості антени для прийому і для випромінювання радіохвиль однакові).

Задача 5.90. Яка мінімальна кутова роздільна здатність радіоінтерферометра, встановленого на Землі, при його роботі на хвилі $\lambda = 10 \text{ м}$?

Задача 5.91. Яка кутова роздільна здатність радіоінтерферометра, одна із антен якого розташована на штучному супутникові Місяця? Мається на увазі, що використовується відбивання від поверхні Місяця; поверхню слід вважати плоскою, оскільки розглядається супутник, що летить на невеликій висоті. Час обертання супутника по коловій орбіті навколо Місяця дорівнює 10^4 с , довжина хвилі $\lambda = 100 \text{ м}$. Чому в даному випадку бажано використати супутник Місяця, а не Землі?

Задача 5.92. Дві параболічні «чаші» радіотелескопу КАЛТЕХа в Оуенс Веллі розташовані на відстані 480 м одна від одної. Кожна «чаша» випромінювання, яке потрапляє в неї, концентрує у малому приймачі, що знаходиться в її фокусі. Два сигнали, що приймаються, подаються в розташований посередині між «чашами» змішувач, де вони накладаються, а потім вираховується середній квадрат результуючої амплітуди. З якою точністю можна встановити кутове положення віддаленого точкового джерела, яке спостерігається за допомогою цього радіотелескопу, якщо 10%-ві флуктуації вихідного сигналу вже вважаються помітними? Довжину хвилі вважати рівною 50 см .

6. Елементи теорії відносності, релятивістської механіки та атомної фізики в застосуванні до опису космічних процесів

Задача 6.1. Як зміниться розташування зірок на небесній сфері для спостерігача на космічному кораблі, який рухається з релятивістською швидкістю v відносно Землі?

Задача 6.2. Всі зірки віддаляються від Сонця зі швидкістю $v = Hr$, де H – стала Габбла; r – модуль радіуса-вектора, що визначає положення зірки відносно Сонця. Записати закон зміни швидкості v_1 будь-якої зірки відносно іншої зірки, положення якої відносно Сонця визначається радіусом-вектором $\vec{R}$.

Задача 6.3. В атмосфері Землі на відстані $l = 20$ км від її поверхні в космічних променях утворився мюон. Рухаючись зі швидкістю $v = 0,9996 c$ відносно системи відліку, пов'язаної із Землею, мюон досягає земної поверхні. До яких розмірів l_0 скоротиться ця відстань, якщо не враховувати сповільнення часу?

Задача 6.4. У деякий момент часу на Сонці відбувся спалах, а через $\Delta t = 5$ хв. на Землі відбувся землетрус. 1) Яким – часоподібним чи просторовоподібним – інтервалом розділені ці події? 2) Чи можна розглядати землетрус на Землі як наслідок спалаху на Сонці? 3) Чи існують такі системи відліку, в яких вказані події відбуваються в оберненому порядку?

Задача 6.5. При якій швидкості v тіла відносно Землі його маса m у цій системі відліку буде вдвічі більшою за масу спокою m_0 ?

Задача 6.6. Галактика, маса спокою якої $m_0 = 10^{41}$ кг, рухається відносно Землі зі швидкістю $v_0 = 0,8 c$. Чому дорівнює різниця Δm між масою Галактики в системі відліку, що пов'язана із Землею та її масою спокою?

Задача 6.7. На міжпланетній станції подається радіосигнал певної тривалості τ_0 . На скільки відсотків буде відрізняться тривалість сигналу τ , зареєстрованого приладом, що знаходиться на Землі? Міжпланетна станція рухається з швидкістю 8 км/с по відношенню до Землі.

Задача 6.8. Довжина космічного корабля, виміряна перед стартом, дорівнює 10 м. У скільки разів швидкість корабля повинна була б перевищувати другу космічну швидкість, щоб його довжина в системі відліку, зв'язаної із Землею, змінилася на 1 мкм? Річним і добовим обертанням Землі знехтувати.

Задача 6.9. Скільки часу для земного спостерігача і для космонавтів займе космічна подорож до зірки і назад на ракеті, що летить із швидкістю $0,99 c$? Відстань (для земного спостерігача) до зорі дорівнює 40 світлових років.

Задача 6.10. Власний час життя мю-мезона $2,21 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Встановити, чи прилітають мю-мезони, які спостерігаються біля поверхні Землі, зі світового простору чи вони народжуються в атмосфері Землі. Швидкість мю-мезона відносно Землі вважати рівною $0,99 \text{ с}$.

Задача 6.11. Чи може швидкість віддалення Галактики від нас дорівнювати швидкості світла? Якщо це можливо, то як ми можемо бачити цю Галактику? Іншими словами, як може світло від неї коли-небудь досягнути нас?

Задача 6.12. Міжзоряний корабель рухається до зорі, яка знаходиться на відстані $L = 4,3$ світлових років, зі швидкістю $v = 1000 \text{ км/год}$. Досягнувши зорі, корабель повертається назад. На який час Δt годинник на кораблі відстане від земного годинника після повернення корабля на Землю? Зважаючи на велику швидкість корабля, рухом зорі відносно Сонця можна знехтувати.

Задача 6.13. Космічний корабель рухається з швидкістю $v = 0,9 \text{ с}$ за напрямком до центру Землі. Яку відстань l пройде цей корабель у системі відліку, пов'язаній із Землею (K – система), за проміжок часу $\Delta t_0 = 1 \text{ с}$, відлічений за годинником, що знаходиться в космічному кораблі (K' – система)? Добовим обертанням Землі і її орбітальним рухом навколо Сонця знехтувати.

Задача 6.14. На космічному кораблі-супутникові знаходиться годинник, синхронізований до польоту із земним годинником. Швидкість v_0 супутника складає $7,9 \text{ км/с}$. На скільки відстане годинник на супутникові порівняно з годинником земного спостерігача за час $\tau_0 = 0,5$ року?

Задача 6.15. Фотонна ракета рухається відносно Землі зі швидкістю $v = 0,6 \text{ с}$. У скільки разів сповільниться хід часу в ракеті з точки зору земного спостерігача?

Задача 6.16. Який вік космонавта за годинником Землі, якщо він у 30-літньому віці полетів на відстань до 20 світлових років? Вважати його вік за годинником космонавта 35 років.

Задача 6.17. Мезон, який входить до складу космічних променів, рухається з швидкістю, що складає 95% від швидкості світла. Який проміжок часу $\Delta \tau$ за годинником нерухомого спостерігача відповідає одній секунді «власного часу» мезона?

Задача 6.18. Визначити швидкість космічної частинки, якщо її повна енергія в k разів перевищує енергію спокою. Швидкість світла – c .

Задача 6.19. Визначити швидкість кванта світла, який випущений зорею, що рухається в напрямі Землі з швидкістю v .

Задача 6.20. Швидкість руху Землі навколо Сонця $v = 30 \text{ км/с}$. Визначити скорочення діаметра Землі в системі координат, зв'язаній з Сонцем.

Задача 6.21. Один із братів-близнюків у віці 20 років відправляється у далеку космічну подорож до зорі Арктур на кораблі з швидкістю $v = 0,99c$. Відстань від зорі Арктур до Землі складає 40 світлових років. На скільки років космічний мандрівник виявиться молодшим від свого брата, який залишився на Землі?

Задача 6.22. У космічних променях зустрічаються протони з енергією порядку 10^{10} GeV . Якщо діаметр Галактики дорівнює приблизно 10^5 світлових років, то за який час протон пройде крізь Галактику з точки зору спостерігача, зв'язаного з Галактикою і «з точки зору протона»?

Задача 6.23. Зоря-супутник обертається навколо дуже масивного центрального світила по коловій орбіті, площина якої проходить через Землю. Намалювати наступні графіки: по горизонтальній осі відкладаються моменти часу t випускання зорею-супутником певної «порції» світла, а по вертикальній осі – моменти часу τ , коли ця порція доходить до Землі. Зобразити два таких графіки – один у припущенні, що швидкість світла не залежить від руху джерела, другий – що швидкість джерела додається до швидкості випромінюваного ним світла. Змінами відстані від зорі-супутника до Землі знехтувати.

Задача 6.24. Яку кінетичну енергію необхідно надати міжзоряному кораблеві масою $m = 10^4 \text{ кг}$, щоб його годинник після повернення на Землю показував удвічі менший час, ніж годинник на Землі? Яка маса урану M повинна прореагувати, щоб виділилася така кількість енергії? (При поділі одного атома урану виділяється енергія 170 MeV). Яку швидкість v буде мати корабель за такої кінетичної енергії?

Задача 6.25. З огляду на надзвичайно великі відстані до зірок для досягнення навіть найближчих зірок потрібні космічні кораблі, що рухаються з швидкістю порядку швидкості світла c . Припустимо, що фантастичний космічний корабель являє собою ракету, що працює на хімічному паливі, яке дозволяє отримувати гази, що викидаються з ракети з відносною швидкістю $u = 10 \text{ км/с}$. Ракета повинна досягнути швидкості $v = c/3$. Оцінити, яку кількість палива m_0 потрібно буде в цьому випадку на кожен тонну корисного вантажу ракети.

Задача 6.26. Визначити швидкість і мінімальне відношення маси на початку шляху до маси в кінці шляху фотонної ракети (двигун якої перетворює «паливну речовину», яка знаходиться на ракеті, у напрямлений пучок світла), необхідні для досягнення ракетою туманності Андромеди (віддаленої на $R = 1,8 \cdot 10^6$ світлових років) протягом 25 років за власним часом ракети. Часом прискорення і сповільнення ракети знехтувати.

Задача 6.27. Яку мінімальну потужність на початку шляху повинен мати двигун фотонної ракети для польоту до центру Галактики ($R = 3 \cdot 10^4$ світлових років), якщо першу половину шляху ракета рухається з постійним прискоренням $a = 10 \text{ м/с}^2$ (у власній системі відліку), а другу половину шляху вона сповільнюється з тим же прискоренням за умови,

що все паливо знаходиться в ракеті, а маса ракети M_k в кінці шляху дорівнює $10^3 m$.

Задача 6.28. Чому дорівнює інтенсивність корпускулярного космічного випромінювання на космічному кораблі, зумовленого наявністю в міжзоряному середовищі атомів водню з густиною $\rho = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$? Умови руху корабля ті ж самі, що і в попередній задачі.

Задача 6.29. Сили гравітаційної взаємодії заряджених елементарних частинок надзвичайно малі порівняно з електричними силами, що діють між ними, так що гравітаційною взаємодією можна повністю знехтувати. Чому ж електричні сили, які діють між зарядженими макроскопічними тілами не зовсім малих розмірів, зазвичай нехтовно малі порівняно з силою тяжіння, а в переміщеннях астрономічних і космічних мас взагалі не відіграють ніякої ролі?

Задача 6.30. Для оцінки середніх і інтегральних характеристик міжзоряної плазми можна використати експериментальний факт, встановлений відразу ж після відкриття пульсарів. Він полягає в тому, що через дисперсію плазми імпульси радіовипромінювання пульсарів на більш низьких частотах завжди запізнюються по відношенню до імпульсів більш високих частот. (У цьому можна переконатися, фіксуючи випромінювання від пульсара за допомогою двох радіоприймачів, налаштованих на різні частоти).

Два квазіхроматичних сигнали з довжинами хвиль $\lambda_1 = 3 \text{ см}$, $\lambda_2 = 5 \text{ см}$ генеруються одночасно і поширюються від пульсара у міжзоряній плазмі. Визначити повне число N вільних електронів на шляху сигналів у циліндрі площею 1 см^2 і висотою l , рівною відстані пульсара до Землі, якщо ці сигнали запізнюються відносно один одного на $\Delta t = 10^{-5} \text{ с}$.

Задача 6.31. Ще у 1798 році Лаплас відмітив, що у випадку достатньо масивної зорі промені світла не зможуть її покидати внаслідок їх притягання зорею і що «саме з цієї причини самі великі світні тіла у Всесвіті будуть для нас невидимими». Зрозуміло, що Лаплас спирався на механіку Ньютона і закон всесвітнього тяжіння в поєднанні з корпускулярною теорією світла. Яким, з цієї точки зору, повинен бути радіус r зорі з масою M , щоб її поверхня стала невидимою?

Задача 6.32. Визначити відхилення світлового променя при його проходженні поблизу Сонця, користуючись класичною нерелятивістською теорією.

Задача 6.33. Ефект Доплера дав можливість відкрити подвійні зорі настільки віддалені, що розділення їх за допомогою телескопа виявилось неможливим. Спектральні лінії таких зірок періодично стають подвійними, саме з чого й можна допустити, що їх джерелом є дві зорі, які обертаються навколо їх спільного центра мас. Вважаючи маси обох зірок однаковими, знайти відстань між ними і їх маси, якщо максимальне

розщеплення спектральних ліній $(\Delta\lambda/\lambda)_m = 1,2 \cdot 10^{-4}$, причому воно виникає через кожних $\tau = 30$ днів.

Задача 6.34. Фотон з частотою ν_0 , випущений з поверхні зорі, маса якої M і радіус R . Знайти величину гравітаційного зміщення частоти фотона $\Delta\nu/\nu_0$ на дуже великій відстані від зорі.

Задача 6.35. Визначити гравітаційне зміщення частоти на Сонці, на «білому карликові» і на пульсарі. Вважати масу всіх зірок однаковою і рівною $2 \cdot 10^{30}$ кг; радіус Сонця $7 \cdot 10^5$ км, «білого карлика» – 10^3 км, пульсара – 10 км.

Задача 6.36. За допомогою ефекту Доплера були відкриті так звані спектрально-подвійні зорі. У цих зірок спектральні лінії періодично стають подвійними, з чого можна зробити висновок, що їх джерело являє собою дві зорі, які обертаються навколо спільного центра мас. У спектрі однієї такої зорі найбільша відстань між компонентами спектральної лінії водню з довжиною хвилі $4340,47 \text{ \AA}$, яка періодично роздвоюється, складає $0,53 \text{ \AA}$. Визначити орбітальну швидкість зірок, які складають таке подвійне джерело випромінювання, у проекції на промінь зору.

Задача 6.37. У подвійної зорі відносне максимальне зміщення спектральних ліній $2,08 \cdot 10^{-3}$, період розщеплення ліній складає 3 дні, 2 години і 46 хвилин. Вважаючи обидві зорі однаковими, визначити відстань між ними та їх маси.

Задача 6.38. Визначити доплерівське розширення спектральних ліній у спектрі «білого карлика», температура поверхні якого біля 10^4 К. Порівняти його з гравітаційним червоним зміщенням ліній спектра, взявши масу «білого карлика» рівною масі Сонця, а його радіус рівним 0,01 радіуса Сонця.

Задача 6.39. При спостереженні спектральних ліній водню H_ρ з довжиною хвилі $4861,33 \text{ \AA}$ у спектрі Сонця було виявлено, що на протилежних краях його диска на екваторі спектральної лінії відрізняються по довжині хвилі на $0,065 \text{ \AA}$. Визначити за цими даними період обертання Сонця навколо своєї осі.

Задача 6.40. На Землі приймаються радіосигнали з штучного супутника Землі, який знаходиться на висоті $h = 800$ км над поверхнею Землі. Враховуючи лінійний і квадратичний ефект Доплера, визначити повну відносну зміну частоти, зумовлену ефектом Доплера і гравітаційним полем Землі, якщо:

1) супутник рухається по коловій орбіті; 2) супутник рухається під кутом $\theta = 80^\circ$ до вертикалі, наближаючись до Землі з швидкістю $v = 7,5$ км/с.

Задача 6.41. Радіохвиля поширюється уверх. Хвилі яких частот можуть проходити через іоносферу? Які хвилі будуть повністю відбиватися?

Задача 6.42. На Землі приймаються сигнали з штучного супутника Землі, який знаходиться на висоті $h = 800$ км над земною поверхнею. Визначити відносну зміну частоти радіохвиль з супутника, зумовлену гравітаційним полем Землі. У яку ділянку спектра буде відбуватися гравітаційне зміщення – у червону чи фіолетову?

Задача 6.43. Визначити відносну зміну частоти, зумовлену земним полем тяжіння, якщо передавач розташований на горі, висотою $h = 5$ км вище від приймача.

Задача 6.44. Довести, що гравітаційне зміщення частоти радіосигналу з штучного супутника Землі є ефектом другого порядку відносно v/c (v – швидкість супутника; c – швидкість світла).

Задача 6.45. Світло, яке випромінюється з поверхні фотосфери зорі, спостерігається на Землі. У який бік спектру буде відбуватися гравітаційне зміщення спектральних ліній?

Задача 6.46. Оцінити гравітаційне зміщення довжини хвилі випромінювання з поверхні нейтронної зорі. Вважати масу зорі рівною масі Сонця ($M = 2 \cdot 10^{33}$ з), густину постійною по всьому об'ємі зорі, а середню відстань між нейтронами рівною $3 \cdot 10^{-13}$ см.

Задача 6.47. Як рухається відносно Землі деяка туманність, якщо відомо, що лінія водню H_γ ($\lambda = 4340$ Å) у спектрі туманності зміщена на 20 Å до його червоного краю?

Задача 6.48. Яке максимальне піврічне зміщення $\Delta\lambda$ зелених ліній ($\lambda = 5500$ Å) спектрів зірок, які лежать у площині земної орбіти?

Задача 6.49. Довжина хвилі деякої фраунгоферової лінії в сонячному спектрі дорівнює 5900 Å при спостереженні у напрямі полюсу Сонця. При спостереженні тієї ж лінії у напрямі на край сонячного диска на екваторі виявляється зміщення на $0,04$ Å. Визначити лінійну швидкість v сонячного екватора.

Задача 6.50. Яке число штрихів повинна мати дифракційна ґратка, щоб з її допомогою у спектрі випромінювання Сонця можна було виявити гравітаційне зміщення спектральних ліній, якщо спостереження проводиться у другому порядку ($m = 2$). Необхідну кількість числових даних можна отримати, знаючи кутовий радіус Сонця (при спостереженні із Землі) $\alpha = 0,00465$ рад і швидкість руху Землі по її орбіті $v = 30$ км/с.

Задача 6.51. Період обертання Сонця навколо осі, виміряний за сонячним екватором, дорівнює $24,7$ земних діб. Радіус Сонця дорівнює $7,0 \cdot 10^8$ м. Якої величини доплерівське зміщення можна очікувати для

характеристичних довжин хвиль, що розташовані поруч з хвилею $5000 \text{ \AA}$, яка випромінюється з краю сонячного диска?

Задача 6.52. Штучний супутник Землі, який передає радіосигнали на частоті 40 МГц , проходить прямо над приймальною станцією, перебуваючи на висоті 400 км і рухаючись з швидкістю $29 \cdot 10^3 \text{ км/год}$. Накреслити графік залежності від часу для частоти, віднесеної до ефекту Доплера, причому $t = 0$ є моментом, коли супутник знаходиться прямо над приймальною станцією.

Задача 6.53. Довжина хвилі однієї з ліній сонячного спектру дорівнює $0,590 \text{ мкм}$ при спостереженні у напрямі полюсу Сонця. Якщо спостерігати цю ж лінію у напрямі на край сонячного диска на екваторі, то виявляється зміна зміщення на $4 \cdot 10^{-6} \text{ мкм}$. Радіус Сонця $7,0 \cdot 10^8 \text{ м}$. Визначити період обертання Сонця навколо власної осі.

Задача 6.54. При спостереженні зорі, яка спалахнула, було виявлено, що її кутовий діаметр α збільшується з швидкістю $d\alpha/dt = 0,3''$ $1/\text{рік}$. Спектр зірки являє собою звичайний зоряний спектр з додатковими широкими лініями випускання, ширина яких залишалася постійною і рівною $\Delta\lambda = 10^{-3} \text{ мкм}$ в області довжин хвиль $\lambda = 0,500 \text{ мкм}$. Ширину цих ліній можна тлумачити як міру доплерівського зміщення між випромінюванням частин оболонки зорі тієї, що наближається до Землі і тієї, що віддаляється від неї. Оцінити за цими даними відстань R до нової зорі, враховуючи, що оболонка зорі оптично прозора і ми бачимо світло від її ближньої і дальньої півкулі.

Задача 6.55. Спектральні лінії далеких зірок періодично стають подвійними. Це дозволяє допустити, що джерелом випромінювання є дві зорі, які обертаються навколо їх центра мас. Знаючи, що максимальне розщеплення спектральних ліній $\Delta\lambda/\lambda = 1,2 \cdot 10^{-4}$ відбувається через кожні 30 діб, оцінити відстань між зорями і їх масу, вважаючи, що обидві зорі однакові.

Задача 6.56. Компоненти деяких подвійних зірок розташовані настільки близько одна до одної, що безпосередніми спостереженнями їх розрізнити не вдається. Достатньо тривале спостереження спектра такої зорі дозволяє за своєрідними періодичними зміщеннями спектральних ліній помітити, що ця зоря подвійна. Такого типу зорі називають спектрально подвійними.

Визначити межі, в яких повинні лежати результати вимірювань довжини хвилі лінії магнію ($4481 \text{ \AA}$) у спектрі подвійної зорі, якщо одна з її компонент рухається з швидкістю 200 км/с , а друга з швидкістю 50 км/с . Період обертання зірок відносно спільного центра тяжіння складає чотири доби.

Задача 6.57. Тепловий рух атомів, які випромінюють, є причиною того, що спектральні лінії випромінювання кожного атома зміщуються в спектрі внаслідок ефекту Доплера. Найбільш ймовірний доплерівський

зсув лінії за довжиною хвилі визначає напівширину спектральної лінії, пов'язаної з ефектом Доплера. Обчислити доплерівську ширину лінії атомарного водню ($4861 \text{ \AA}$), який міститься в атмосфері Сонця ($T = 5700 \text{ K}$).

Задача 6.58. З якою швидкістю від нашої Галактики віддаляється деяка інша Галактика, якщо лінія водню H_β , довжина хвилі якої дорівнює 486 нм , у її спектрі зміщена на 162 нм ?

Задача 6.59. Космічне тіло віддаляється від Сонячної системи зі швидкістю $v = 0,2 c$. Визначити зміщення $\Delta\lambda$ спектральної лінії водню ($\lambda_0 = 486 \text{ нм}$), що випромінюється цим тілом.

Задача 6.60. З якою швидкістю віддаляється від Сонячної системи квазар Q-0051-279, якщо відносна зміна довжини хвилі в його спектрі $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 4,43$?

Задача 6.61. Якою є максимальна піврічна зміна $\Delta\lambda$ зелених ліній ($\lambda = 5500 \text{ \AA}$) спектра зірок, що лежать у площині земної орбіти і нерухомі відносно Сонця?

Задача 6.62. Визначити напрям швидкості туманності відносно Землі, якщо лінія водню з довжиною хвилі $6563 \text{ \AA}$ у спектрі туманності зазнає доплерівського зміщення на $12 \text{ \AA}$ до червоного краю спектра.

Задача 6.63. У спектрі зорі спектральна лінія гелію $4472 \text{ \AA}$ лежить у межах від $4469 \text{ \AA}$ до $4475 \text{ \AA}$. Вважаючи, що ефект розширення спектральної лінії пов'язаний з обертанням зорі, визначити лінійну швидкість її обертання.

Задача 6.64. Спостереження спектрів атмосфер зірок дозволяють встановити, що в атмосферах зірок відбуваються не лише теплові рухи атомів, але й своєрідні бурхливі рухи, пов'язані з перенесенням великих мас.

Визначити, на скільки ангстрем переміститься у спектрі зорі спектральна лінія заліза ($4260 \text{ \AA}$) внаслідок руху великих мас речовини в атмосфері зорі при швидкості 67 км/с .

Задача 6.65. Визначити червоне зміщення D-лінії Na, випромінюваної Сонцем. Маса Сонця $M = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$, радіус його фотосфери $R = 696000 \text{ км}$.

Задача 6.66. Фотони мають масу і їм притаманні гравітаційні властивості, тому при спостереженні на Землі у випромінюванні, яке йде від зірок, спектральні лінії зміщуються до червоної межі спектра. Знайти: а) величину червоного зміщення $\Delta\nu$; б) відносне зменшення енергії фотона; в) гравітаційне зміщення довжини хвилі ($\Delta\lambda/\lambda$), яке випромінюється з поверхні Сонця; г) з поверхні нейтронної зорі, маса якої дорівнює масі Сонця і її середня густина становить $8 \cdot 10^{15} \text{ кг/м}^3$.

Задача 6.67. При спостереженні D -лінії випромінювання атомів натрію (лабораторна довжина хвилі $589,0 \text{ нм}$) встановлено, що вона зміщена в спектрі випромінювання зорі і має довжину хвилі $588,0 \text{ нм}$. Чому дорівнює швидкість зорі відносно спостерігача?

Задача 6.68. Астроном із КАЛТЕХа Р.Мінковський прийшов до висновку, що найбільш віддалена туманність, яку він спостерігав, мала швидкість руху $0,6 c$ (віддалені космічні об'єкти рухаються від нас). Чому дорівнює доплерівське зміщення для світла, яке надходить від цієї туманності? Знайти спостережувану довжину хвилі у спектрі світла від цієї туманності, якщо довжина хвилі в системі, пов'язаній із зорею, складає 300 нм .

Задача 6.69. У 1965 році було виявлено, що для квазара 3C9 параметр червоного зміщення $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 2$. Чому в цьому випадку не можна застосовувати формулу $z = v/c$? Визначити значення швидкості для даного об'єкта.

Задача 6.70. З якою швидкістю летить космічний корабель, якщо червоний промінь лазера, посланий із Землі на корабель, здається космонавту зеленим? Збільшується чи зменшується відстань між Землею і кораблем? Довжини хвиль рівні: $\lambda_{\text{ч}} = 620 \text{ нм}$; $\lambda_{\text{з}} = 550 \text{ нм}$.

Задача 6.71. Визначити довжину хвилі лінії у спостережуваному спектрі зорі, якщо Земля, обертаючись по орбіті, рухається в напрямі до зорі. Лабораторна довжина хвилі спектральної лінії зорі 4861 Å .

Задача 6.72. У 1960 році було визначено відносно червоне зміщення в спектрі радіогалактики 3C295, яке дорівнює $0,46$. Приблизна відстань галактики від нас $5 \text{ млрд. світлових років}$. Наближається чи віддаляється від нас ця радіогалактика? Яка її швидкість у напрямі променя зору? Визначити, на скільки буде зміщена зелена лінія $\lambda_0 = 5000 \text{ Å}$.

Задача 6.73. У 1963 році при вимірюванні червоного зміщення у спектрі найбільш яскравого із близьких до нас квазара 3C273–В було встановлено, що воно дорівнює $0,16$. Визначити швидкість у напрямі променя зору, з якою змінюється відстань цього квазара від Землі.

Задача 6.74. Швидкість поширення світла не залежить від того, у спокої чи в русі знаходиться джерело світла або спостерігач. Проте довжини хвиль, які сприймає спостерігач у випадку нерухомого (λ_0) або рухомого (λ) джерела, різні і їх різниця складає так зване доплерівське зміщення ($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$). При швидкостях об'єктів, далеких від швидкості світла, справджується вираз $\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = z = v/c$, де z – величина відносного зміщення спектральної лінії; v – швидкість об'єкта, що випромінює світло; c – швидкість світла. Зсув ліній у червону частину спектра (червоне зміщення) дає $z > 0$ і відповідає віддаленню об'єкта.

Відносне червоне зміщення для однієї із галактик складає 0,001. Наближається чи віддаляється ця галактика по відношенню до земного спостерігача? Визначити абсолютну величину зміщення для голубої лінії водню $\lambda_0 = 4861 \text{ \AA}$. Яка швидкість руху галактики по променю зору в напрямі спостерігача?

Довідка: при $v \approx c$
$$z = \left[\left(1 + \frac{v}{c} \right) / \sqrt{1 - v^2 / c^2} \right] - 1.$$

Задача 6.75. При рухові Землі протягом року лінії в спектрах зірок, до яких у даний момент спрямований рух Землі, зміщені у фіолетову частину. Визначити абсолютну величину швидкості руху Землі, якщо для зеленої лінії $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ зміщення складає $0,5 \text{ \AA}$.

Задача 6.76. Визначити лінійну швидкість обертання точок на сонячному екваторі, якщо відомо, що для зеленої лінії водню $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ доплерівське зміщення складає $0,035 \text{ \AA}$.

Задача 6.77. При фотографуванні спектра Сонця було знайдено, що жовта спектральна лінія ($\lambda = 589 \text{ нм}$) у спектрах, отриманих від лівого і правого країв Сонця, була зміщена на $\Delta\lambda = 0,008 \text{ нм}$. Визначити за цими даними швидкість v обертання сонячного диска.

Задача 6.78. При фотографуванні спектра зорі ε Андромеди було знайдено, що лінія титану ($\lambda = 495,4 \text{ нм}$) зміщена до фіолетового краю спектра на $\Delta\lambda = 0,17 \text{ нм}$. Як рухається ця зоря відносно Землі?

Задача 6.79. Два космічних кораблі рухаються вздовж однієї прямої. Швидкості v_1 і v_2 їх у деякій інерціальній системі відліку відповідно дорівнюють 12 і 8 км/с . Визначити частоту ν сигналу електромагнітних хвиль, які приймає другий космічний корабель, якщо антена першого корабля випромінює електромагнітні хвилі з частотою $\nu_0 = 1 \text{ МГц}$. Розглянути наступні випадки: 1) космічні кораблі рухаються назустріч один одному; 2) космічні кораблі віддаляються один від одного у протилежних напрямках; 3) перший космічний корабель наздоганяє другий; 4) перший космічний корабель віддаляється від другого у тому ж напрямі.

Задача 6.80. Космічний корабель віддаляється від Землі з швидкістю $v = 10 \text{ км/с}$. Частота ν_0 електромагнітних хвиль, які випромінюються антеною корабля, дорівнює 30 МГц . Визначити доплерівське зміщення $\Delta\nu$ частоти, яка фіксується приймачем.

Задача 6.81. При вивченні спектра випромінювання деякої туманності лінія випромінювання водню ($\lambda_\alpha = 656,3 \text{ нм}$) виявилася зміщеною на $\Delta\lambda = 2,5 \text{ нм}$ у бік червоної частини спектра. Визначити швидкість v руху туманності відносно Землі і встановити, віддаляється вона від Землі, чи наближається до неї.

Задача 6.82. Туманність віддаляється від Сонячної системи зі швидкістю $v = \frac{1}{3}c$. На яку відстань зміститься до червоного краю її спектра лінія водню з довжиною хвилі $\lambda = 434 \text{ нм}$?

Задача 6.83. У видимій ділянці спектра деякої галактики виявлено лінії, що відповідають довжинам хвиль $6877 \text{ \AA}$, $4989 \text{ \AA}$ і $4548 \text{ \AA}$. Якій речовині вони належать? Що можна сказати про рух цієї галактики?

Задача 6.84. Досліджується спектр зорі, яка лежить у площині земної орбіти. На скільки будуть відрізнятись у спектрі зорі два вимірювання довжини хвилі лінії $\lambda = 0,4227 \text{ мкм}$, якщо перше зроблене при рухові Землі у напрямі до зорі, а друге – через півроку, коли напрям руху Землі на орбіті зміниться на протилежний?

Задача 6.85. Випромінювані пульсарами імпульси радіовипромінювання фіксуються на різних частотах («несучих» частотах, що реєструються радіоапаратурою) із запізненням тим більшим, чим нижча частота. Цей ефект пояснюється впливом на поширення хвиль міжзоряної плазми. Знайти час цього запізнення залежно від частоти, середньої концентрації міжзоряного газу N і відстані до пульсара L .

Задача 6.86. Концентрація електронів на Сонці на відстані $r = 0,06R$ від границі фотосфери ($R = 6,95 \cdot 10^{10} \text{ см}$ – радіус Сонця) приблизно дорівнює $N = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$. Чи можуть радіохвилі із цієї області Сонця досягати Землі, якщо довжина хвилі (у вакуумі) дорівнює: 1) $\lambda = 1 \text{ м}$; 2) $\lambda = 10 \text{ м}$; 3) $\lambda = 50 \text{ м}$?

Задача 6.87. Показник заломлення повітря для жовтої лінії спектра натрію ($\lambda_1 = 0,589 \text{ мкм}$) видимого світла $n_1 = 1,00029$. Визначити показники заломлення n_2 повітря для ультрафіолетового випромінювання, довжина хвилі якого $\lambda_2 = 0,3 \text{ мкм}$ і n_3 для інфрачервоного випромінювання, довжина хвилі якого $\lambda_3 = 2 \text{ мкм}$. Вважати, що частота власних коливань зовнішніх атомних електронів $\omega_0 = 7,5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$.

Задача 6.88. Для радіохвиль, довжина хвилі яких $\lambda = 3 \text{ м}$, показник заломлення іоносфери $n = 0,91$. Визначити концентрацію N електронів у плазмі іоносфери, вважаючи їх вільними.

Задача 6.89. Вважаючи електрони в іоносферній плазмі вільними, а їх концентрацію $N \sim 10^{11} \text{ м}^{-3}$, оцінити показник n заломлення іоносферної плазми для радіохвиль: а) коротких ($\lambda \sim 30 \text{ м}$); б) ультракоротких ($\lambda \sim 3 \text{ м}$). Як, спираючись на одержаний результат, пояснити характер поширення радіохвиль в іоносфері Землі?

Задача 6.90. Скласти із гравітаційної сталої G , сталої Планка $\hbar$ і швидкості світла c величину з розмірністю довжини. Обрахувати цю довжину. Який час і густина відповідають цій довжині (тобто отримуються тільки при використанні тих же сталих)?

Задача 6.91. Обрахувати масу частинки, гравітаційний радіус якої дорівнює довжині, визначеній у попередній задачі. Якою була б поведінка такої нейтральної частинки, якщо її помістити на поверхні Землі?

Задача 6.92. Було висловлене припущення, що гравітаційна стала G насправді не стала, а повільно зменшується з часом, так що $|dG/dt|/G \approx 3 \cdot 10^{-11} \text{ рік}^{-1}$. Як вплинула б зміна G на колові орбіти планет і їх супутників (оцінити відповідний ефект)? Як відобразилася б зміна G на коливаннях маятника, що знаходиться на Землі?

Задача 6.93. Дуже компактні космічні тіла, яким притаманні дуже сильні гравітаційні поля («білі карлики», нейтронні зорі, «чорні діри»), можуть тривалий час випромінювати за рахунок падіння на них оточуючого газу (так звана «акреція»). Визначити верхню межу світності джерела, яка зумовлена акрецією.

Задача 6.94. Яка енергія протонів, які падають на поверхню нейтронної зорі внаслідок акреції (тобто попадання газу на зорю під дією її гравітаційного притягання)?

Задача 6.95. На зорю з масою M і радіусом R відбувається падіння (акреція) речовини з швидкістю $\dot{M}(r)$, де r – відстань до центра зорі. Вважається, що світність зорі L зумовлена в основному акрецією (тобто визначається переходом гравітаційної енергії падаючої речовини у випромінювання), а основним джерелом поглинання світла в атмосфері є томсонівське розсіювання вільними електронами з ефективним перерізом

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2.$$

Визначити максимально можливу швидкість акреції $\dot{M}$.

Оцінити максимально можливу густину акреції $\dot{m}$ речовини для «білих карликів» з масою $M \approx M_c = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$ і нейтронних зірок з масою $M \approx M_c$ і $R \approx 10 \text{ км}$.

Задача 6.96. Радіоастрономічними методами зафіксовано випромінювання іонізованого водню у міжзоряному просторі на довжині хвилі 21 см . Визначити найменше значення номера енергетичного стану, з якого можливий такий перехід електрона.

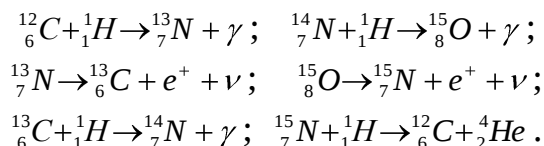
Задача 6.97. Вважаючи, що температура всередині Сонця дорівнює 20 МК та знаючи довжину хвилі першої лінії серії Бальмера для водню, визначити, атоми яких елементів повністю іонізовані всередині Сонця.

Задача 6.98. Основним джерелом сонячного випромінювання є термоядерні реакції, які відбуваються в глибинах Сонця. З достатнім наближенням можна вважати, що в результаті цих реакцій відбувається перетворення водню в гелій за схемою $4p + 2e \rightarrow {}^4\text{He} + 2\gamma + 26,2 \text{ МеВ}$. Знаючи також, що $z = 5/6$ від загальної кількості частинок Сонця припадає на протони, $1/6$ – на ядра гелію і що товщина шару фотосфери $h = 10^3 \text{ км}$, визначити: на який час вистачить ядерних запасів Сонця за незмінної потужності випромінювання; потужність потоку променистої енергії, яка

надходить на поверхню Землі. Маса Сонця $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, радіус Сонця $7 \cdot 10^5 \text{ км}$, відстань від Сонця до Землі $1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$, температура поверхні Сонця 5800 К .

Задача 6.99. У деяких зірках відбувається процес $3^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$. Яка кількість теплоти Q виділяється під час утворення одного моля вуглецю? Маса ядра гелію $m = 4,00152 \text{ а.о.м.}$

Задача 6.100. За гіпотезою Г. Бете вважається, що в середині певного типу зірок відбуваються термоядерні реакції за циклом, тривалість якого декілька мільярдів років. Послідовність реакцій у циклі така:



Обчислити енергію, яка виділяється в результаті циклу при утворенні одного моля гелію.

Задача 6.101. Радіус Сонця $6,95 \text{ Мм}$, а середня густина 1410 кг/м^3 . Яким був би радіус Сонця, якби при тій же масі його густина дорівнювала б густині ядерної речовини?

Задача 6.102. Визначити, яка кількість вуглецю утвориться на висоті 16 км в атмосфері Землі за рахунок космічних нейтронів протягом: а) одного року; б) протягом тижня. Інтенсивність космічних нейтронів на цій висоті вважати рівною $2 \text{ нейтр./см}^2 \cdot \text{с}$. Вважати, що після відповідного уповільнення повітрям практично всі нейтрони поглинаються азотом повітря з утворенням радіоактивного ізотопу вуглецю – ^{14}C .

Задача 6.103. Яка частка допустимої інтенсивності космічних нейтронів спостерігається на висоті 16 км (див. попередню задачу)?

Задача 6.104. Обрахувати ймовірність поглинання нейтрино ν_e з енергією 100 MeV речовиною Землі, коли воно рухатиметься крізь Землю через її центр. Оцінюючи ймовірності вважати, що переріз поглинання нейтрино $\sigma \sim 10^{-39} \text{ см}^2$. Радіус Землі $R = 6,4 \cdot 10^3 \text{ км}$, маса $6 \cdot 10^{27} \text{ г}$. Можна вважати, що в Землі 50% нейтронів і 50% протонів.

Задача 6.105. Яка ймовірність того, що нейтрино з енергією 1 MeV , утворене в центрі Сонця, буде поглинуте раніше, ніж поки вийде на поверхню? Переріз поглинання нейтрино $\sigma \sim 10^{-43} \text{ см}^2$, радіус Сонця $0,7 \cdot 10^{11} \text{ см}$, маса Сонця $2 \cdot 10^{33} \text{ г}$. Вважати, що Сонце в основному складається із водню, гелію в 4 рази менше, а решти елементів не більше 1%.

Задача 6.106. Чому при синтезі важкого ядра із легких не враховують гравітаційний дефект маси? Розрахувати відносний гравітаційний дефект мас для Сонця і ядра урану. Радіус Сонця дорівнює $R_C = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}$, а радіус ядра урану $\approx 8 \cdot 10^{-13} \text{ см}$. Маса Сонця $M_C = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$, а ядра урану $4 \cdot 10^{-22} \text{ г}$.

Задача 6.107. Інтенсивність космічних променів $I_{\text{кл}}$ у метагалактичному просторі невідома. Її можна визначити, вимірюючи інтенсивність I_γ для гама-променів, які випромінюються при розпаді π -мезонів у Метагалактиці. Виразити $I_{\text{кл}}$ через I_γ , вважаючи концентрацію міжзоряного газу рівною $n = (400)^{-1} \text{ см}^{-3}$ і враховуючи розширення Метагалактики.

Вказівка. Швидкість віддалення галактик і газу на відстань R від Землі дорівнює $u = hR$, де $h = 55 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$ – постійна Габбла. Закон $u = hR$ справедливий при $u \ll c = 3 \cdot 10^8 \text{ км}/\text{с}$, але ним можна користуватися і при $u < 0,5 c$.

Задача 6.108. Космічні гамма-промені є продуктом розпаду π^0 -мезонів, які утворюються в деякій області (оболонці наднової зорі, галактиці), яка містить газ масою M . Яким буде потік γ -променів з енергією $\varepsilon > 100 \text{ MeV}$, спостережуваний на Землі, якщо відстань до джерела дорівнює R , інтенсивність космічних променів у джерелі $I_{\text{кл}}$ така ж сама, як і біля Землі і для спостережуваних біля Землі космічних променів середній за спектром добуток перерізу утворення γ -променів на інтенсивність космічних променів ($\langle \sigma I_{\text{кл}} \rangle$) для $\varepsilon > 100 \text{ MeV}$ дорівнює $10^{-26} \text{ с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$?

Задача 6.109. Чому від Сонця йде потік нейтрино, а всі реактори поділу атомних ядер є джерелами антинейтрино?

Задача 6.110. Основна реакція у водневому середовищі в центрах зірок $H^1 + H^1 \rightarrow H^2 + e^+ + \nu_e$ відбувається за слабкою взаємодією з дуже малим перерізом. Наприклад, при енергії протонів 1 MeV $\sigma = 10^{-47} \text{ см}^2$, а при енергії 1 keV $\sigma = 10^{-51} \text{ см}^2$. Тому цю реакцію в лабораторних умовах здійснити практично неможливо. Розрахувати, який струм I протонів з енергією 1 MeV повинен падати на мішень, щоб за 1 годину відбулася одна така реакція. Пробіг протона $l = 8 \cdot 10^{-4} \text{ з}/\text{см}^2$.

Задача 6.111. У центрі Сонця густина водню $\rho = 158 \text{ з}/\text{см}^3$, температура $15 \cdot 10^6 \text{ К}$. Поперечний переріз реакції синтезу дейтерію порядку 10^{-51} см^2 . Розрахувати час вигорання водню в центрі Сонця на 50% за рахунок вказаного процесу.

Задача 6.112. Визначити інтенсивність γ -променів (тобто число фотонів $\cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$), які утворюються в Галактиці в результаті розпаду π^0 -мезонів і потрапляють у межі Сонячної системи від центра, антицентра та від полюса Галактики. Переріз утворення π -мезонів космічними променями на протонах міжзоряного газу $\sigma = 2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$. Інтенсивність космічних променів у Галактиці вважати ізотропною і рівною $I_{\text{кл}} = 0,2 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$. Число протонів у міжзоряному середовищі $N(L)$ на промені зору в напрямі від Сонячної системи на центр, антицентр і на полюс Галактики приблизно дорівнює $6 \cdot 10^{22}$, 10^{22} і 10^{21} відповідно.

Задача 6.113. Після ядерного вибуху в оточуючому середовищі залишається багато радіоактивних ізотопів з найрізноманітнішими періодами напіврозпаду. Які з них становлять найбільшу небезпеку для людей, що потрапили в це середовище через деякий час після вибуху?

7. Вказівки, відповіді, розв'язання

До розділу 1

1.13. $v = R\sqrt{g/(R+h)}$. Це означає, що космонавт рухається з такою ж швидкістю, що й супутник, тобто він перебуває в стані невагомості незалежно від значення своєї маси m .

1.20. 23,6 м/с.

1.21. $v = 30$ км/с.

1.22. а) $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$ рад/с; $v = 4,64 \cdot 10^2$ м/с;

б) $\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$ рад/с; $v \approx 3,3 \cdot 10^2$ м/с.

1.23. $v = \frac{2v_{\varphi}r_n}{r_1 + r_2} = 30,3$ км/с.

1.24. Орбітальна швидкість планети така, що за рівні проміжки часу τ її радіус-вектор описує рівні площі (другий закон Кеплера). Розглянемо рух Землі поблизу *перигелію* і *афелію* за такі малі інтервали часу Δt , щоб її траєкторію можна було вважати прямолінійною. Тоді описувані площі є трикутники з основами $v_{\min} \Delta t$ і $v_{\max} \Delta t$ і висотами r_a і r_n відповідно, так що $(1/2)v_{\min} \cdot \Delta t \cdot r_a = (1/2)v_{\max} \cdot \Delta t \cdot r_n$.

Звідки

$$\gamma = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \frac{r_a}{r_n}.$$

Але для еліпса $r_a = a(1+e)$, а $r_n = a(1-e)$; отже, $\gamma = (1+e)/(1-e) \approx 1+2e$ (оскільки $e \ll 1$. Це дає $\gamma \approx 1,0334$.

1.25. $v = \omega R \cos \varphi$, де φ – широта; $P_{\varphi} = m(g - \omega^2 R \cos^2 \varphi)$.

1.26. $7,26 \cdot 10^{-5}$ рад/с; $1,19 \cdot 10^{-3}$ рад/с; 7,8 км/с.

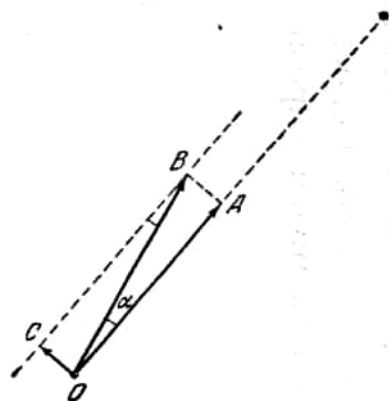
1.27. $h = R_3 = 6,4 \cdot 10^3$ км.

1.28. $v = 2 \left[\frac{l}{T} \left(\frac{l}{T} + \sqrt{2gR_3} \right) \right]^{1/2}$

1.29. 620 км/с.

1.30. Спочатку спостерігач знаходиться на полюсі (точка O , див. мал.).

Вісь Землі проходить через точку O перпендикулярно до площини малюнка. OA (паралельне BC) – напрям на зорю. Гора знаходиться праворуч від точки A . $\alpha = \omega \Delta t$ – кут, на який повернеться земна куля за час Δt . ω – кутова швидкість обертання Землі. Щоб бачити зорю, спостерігач повинен пробігти за цей час відстань $OC \cong OA \omega \Delta t$.



Швидкість спостерігача $v = \frac{OC}{\Delta t} = OA\omega = 0,7 \text{ м/с}$.

1.31. $v = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = 2,4 \text{ км/с}$.

1.32. $v = 10^3 \text{ м/с}$.

1.33. $v = \frac{2\pi R}{T} = 3880 \text{ км} \cdot \text{год}^{-1}$; $a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 38,1 \text{ км} \cdot \text{год}^{-2}$.

1.34. Для Місяця: $1,68 \text{ км/с}$; $2,37 \text{ км/с}$; для Сонця: 436 км/с ; 617 км/с .

1.35. $v_2 = 7,92 \text{ км/с}$.

1.36. $v_1 = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $v_2 = 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $G_M = 1,62 \text{ м/с}^2$;

$\varphi = -2,82 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$; $v_3/v_M = 4,7$.

1.37. Тінь рухається із заходу на схід з швидкістю $v = 2\pi(R_M/t_{mic} - R_3/t_{об}) \approx 0,5 \text{ км/с}$, де t_{mic} – тривалість місяця; $t_{об}$ – тривалість доби.

1.38. $3 \text{ год. } 36 \text{ хв.}$

1.39. $v_2 = 15 \text{ км/с}$.

1.40. $v_1 \approx 8 \text{ км/с}$.

1.41. $\approx 4 \text{ км/с}$.

1.42. $v_{відн} = v_1 - \frac{v_2 R_1}{R_2}$.

1.43. $u = v \sqrt{\frac{2(r-R)}{R}}$.

1.44. $v = 43,5 - (29,7 + 0,46) = 13,3 \text{ км/с}$.

1.45. 5 км/с .

1.46. 140 хв.

1.47.

Планети	v_1 , км/с	v_2 , км/с	Планети	v_1 , км/с	v_2 , км/с
Меркурій	3,0	4,25	Юпітер	42,6	60,4
Венера	7,2	10,2	Сатурн	25,7	36,4
Земля	7,9	11,2	Уран	15,2	21,5
Марс	3,57	5,05	Нептун	16,6	23,5

1.48. $n = 1,88$; $v_1 = 24,14 \text{ км/с}$.

1.49. $n = (1+\varepsilon)/(1-\varepsilon) = 19$.

1.50. З умови задачі випливає, що на великій відстані від Землі повна енергія E метеора дорівнювала нулю. Поблизу поверхні Землі, на відстані від її центра, що дорівнює радіусу Землі R ,

$E = W_k + U = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R}$ (m і M – маси метеора і Землі). Згідно з законом збереження енергії: $\frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R} = 0$, звідки $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$; $v \approx 11,2 \text{ км/с}$.

1.51. $v = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \text{ км/с}$.

1.52. $v_\infty = R \sqrt{\frac{2gR}{l^2 - R^2}}$. При $l = 2R$ $v_\infty = \sqrt{2/3 gR} \approx 6,5 \text{ км/с}$.

1.53. $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 42,1 \text{ км/с}$.

1.54. $v = \sqrt{2G \frac{M_M}{R_M}} = 2,35 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

1.55. $n = \omega_2 / \omega_1 = (R_1 / R_2)^2 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ разів}$.

1.56. а) $7,1 \cdot 10^{-15} \text{ рад/с}$; б) $2 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

1.57. $\sqrt{Gm/4R}$.

1.58. $\sqrt{5Gm/4R}$.

1.59. $v_2 = v_1 \frac{h}{l} = 54,6 \text{ км/с}$.

1.60. У чотири рази.

1.61. $72,6 \text{ км/с}$.

1.62. $19,6 \text{ км/с}$.

1.63. а) $\omega = 93 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \approx 0,001 \text{ с}^{-1}$; б) $v \approx 7,4 \text{ км/с}$; в) $a_n \approx 0,7g$.

1.64. $h = \sqrt[3]{\frac{gR^2}{\omega^2}} - R$.

1.65. $\omega = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$; $R = 42,2 \text{ Мм}$.

1.66. а) $R \approx 42,4 \cdot 10^6 \text{ м}$; б) $H \approx 36 \cdot 10^6 \text{ м}$; в) $v \approx 3,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

1.67. $v' = 2\pi R/T + \sqrt{gR} = 7,0 \text{ м/с}$; $w' = g(1 + 2\pi/T \sqrt{gR})^2 = 4,9 \text{ м/с}^2$.

R – радіус Землі; T – період обертання Землі навколо власної осі; $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

1.68. $r = \sqrt[3]{GM(T/2\pi)^2} = 4,2 \cdot 10^4 \text{ км}$, де M і T – маса Землі і її період обертання навколо власної осі; $v = 3,1 \text{ км/с}$; $a = 0,22 \text{ м/с}^2$.

1.69. Не можна. В інерціальній системі відліку, пов'язаній із зірками, кутова швидкість нерухомого відносно зірок супутника, дорівнює нулеві. Тому доцентрове прискорення такого супутника повинне дорівнювати нулеві і він не може обертатися навколо будь-якої точки простору, у тому числі і навколо Землі. Отже, таке тіло не може бути супутником Землі.

1.70. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = 3$.

1.71. $h = \frac{vT}{2\pi} - R = 970 \text{ км}$;

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{96} \text{ хв}^{-1};$$

$$\omega = \frac{1}{24} \text{ год}^{-1} = \frac{1}{1440} \text{ хв}^{-1};$$

$$\frac{\nu}{\omega} = 15.$$

$$a_{\tau} = 0;$$

$$a_n = \frac{\nu^2}{R+h} = 8,74 \text{ м/с}^2.$$

$$1.72. \approx 2,1 \text{ км/с}.$$

1.73. В основу аналізу можна покласти те, що лінійна швидкість руху будь-якого супутника по орбіті обернено пропорційна кореню квадратному з відстані від супутника до планети ($\nu = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, де M – маса планети). Лінійна швидкість елементів суцільного кільця, навпаки, прямо пропорційна їх відстані від планети ($\nu = 2\pi Rn$).

$$1.74. h = R_3.$$

$$1.75. s = 2,18 \text{ м}.$$

$$1.76. \nu = \frac{\nu_0}{M} \cdot \sqrt{M(m+M)} \approx 5,6 \text{ м/с}.$$

$$1.77. \nu = \sqrt{\nu_0^2 - gR} = 6,12 \text{ км/с}.$$

$$1.78. \nu = \sqrt{\nu_0^2 - 2gR} = 10 \text{ км/с}.$$

$$1.79. \approx 7,8 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

$$1.80. \nu = \sqrt{\frac{2GM_c R_3}{R_M(R_3 + R_M)}}.$$

$$1.81. \Delta\nu = \sqrt{gR}(\sqrt{2}-1) = 3,27 \text{ км/с}, \text{ де } R - \text{ радіус Землі}.$$

$$1.82. \Delta\nu = \sqrt{GM/R}(1-\sqrt{2}) = -0,70 \text{ км/с}, \text{ де } M \text{ і } R - \text{ маса і радіус Місяця}.$$

1.83. Необхідно визначити, які б швидкості на цій висоті мала ракета, якби вона рухалася по коловій орбіті ($\nu_{кл}$), по параболічній ($\nu_{пр}$). Порівняти ν з $\nu_{кл}$ і $\nu_{пр}$:

– якщо $\nu = \nu_{кл}$, то ракета рухається по колу;

– якщо $\nu_{кл} < \nu < \nu_{пр}$, то ракета рухається по еліпсу;

– якщо $\nu_{кл} = \nu_{пр}$, то ракета рухається по параболі;

– якщо $\nu > \nu_{пр}$, то ракета рухається по гіперболі.

Ракета рухається по гіперболі.

1.85. Якщо знехтувати розмірами Землі порівняно з її відстанню до Сонця, то прискорення тілам на Землі Сонце буде надавати таке ж, як і

$$\text{самій Землі: } a = \frac{4\pi^2 R_3}{T_3^2} \approx 0,6 \text{ см/с}^2.$$

$$1.86. g_c \approx \frac{4\pi^2 R}{T^2} \left(\frac{2}{\alpha} \right)^2 \approx 275 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}.$$

1.87. Прискорення сили тяжіння g_c на поверхні Сонця

$$g_c = \frac{GM_c}{R_c^2} = \frac{G}{R_c^2} \cdot \frac{4}{3} \pi R_c^3 \rho_c = \frac{4}{3} \pi R_c \rho_c G, \quad (1)$$

де R_c – радіус Сонця, ρ_c – густина Сонця. Для Землі за аналогією з (1) маємо

$$g_z = \frac{4}{3} \pi R_z \rho_z G, \quad (2)$$

де R_z – радіус Землі, ρ_z – густина Землі. З (1) і (2)

$$g_c = \frac{g_z R_c \rho_c}{R_z \rho_z}. \quad (3)$$

Оскільки $\frac{R_c}{R_z} = 108$, $\frac{\rho_c}{\rho_z} = 0,25$, з (3) остаточно дістанемо

$$g_c \approx 265 \text{ м} / \text{с}^2.$$

$$1.88. w_1 : w_2 : w_3 = 1 : 0,0034 : 0,0006.$$

$$1.89. h = \frac{R}{2gR/v_0^2 - 1}.$$

1.90. Припустимо, що земна орбіта має форму кола. Доцентрове прискорення, з яким Земля рухається по орбіті, визначається силою всесвітнього тяжіння:

$$G \frac{M_c m}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R. \quad (1)$$

Тут M_c – маса Сонця, m – маса Землі; G – гравітаційна стала. Прискорення вільного падіння g_c на поверхні Сонця також описується законом всесвітнього тяжіння: $g_c = \frac{M_c G}{r^2}.$ (2)

З (1) і (2) легко дістанемо $g_c = \frac{4\pi^2 R^3}{r^2 T^2} \approx 265 \text{ м} / \text{с}^2.$

$$1.91. h = \frac{R}{gR/v^2 - 1}.$$

$$1.92. 32 \text{ км}; 2650 \text{ км}.$$

$$1.93. 13600 \text{ км}.$$

$$1.94. 975 \text{ м} / \text{с}^2.$$

$$1.95. 2,45 \text{ м} / \text{с}^2; 1,225 \text{ м}.$$

$$1.96. 1) \frac{g_h}{g} = \frac{R_3 - h}{R_3}; 2) h = 0,75 R_3.$$

$$1.97. 1) \frac{g_h}{g} = \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}; 2) h \approx \frac{0,75 R_3}{2}.$$

$$1.98. 27 \cdot 10^{-4} \text{ м} / \text{с}^2.$$

$$1.99. \text{ При } r \ll R, g(r) = \frac{4}{3} \pi G \rho r; \text{ при } r \gg R, g(r) = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi G \rho R^2}{r^2}.$$



1.100. $1,61 \text{ м/с}^2$.

1.101. $g = \frac{4}{3}\pi G \rho R = 0,21 \text{ м/с}^2$.

1.102. $g_T = mng_3$.

1.103. $a_n = 9,20 \text{ м/с}^2$.

1.104. $h = R_M/30 \approx 60 \text{ км}$.

1.105. $g_M = \frac{4\pi^2 R_\phi^2}{T^2 R_M^2} \approx 3,9 \text{ м/с}^2$.

1.106. $g_C \approx 7 \cdot 10^4 g_3$; $\rho_C \approx 1,75 \cdot 10^8 \text{ кг/м}^3$.

1.107. $g_C = 4h \left(\sqrt{1 + \frac{v_0^2 \Delta r^2}{4h^2}} - 1 \right) / \Delta t^2 = 4,5 \text{ Мм/с}^2$.

1.108. $\sqrt{g_0 r_0}$.

1.109. $g_{nl} = \frac{v^2 r}{R^2} \approx 14 \text{ м/с}^2$.

1.110. $g \sim r$.

1.111. Прискорення сили тяжіння на поверхні планети знайдемо так само, як у задачі 101:

$$g_n = \frac{4}{3}\pi R_n \rho_n G.$$

Аналогічно для Землі:

$$g = \frac{4}{3}\pi R_3 \rho_3 G.$$

Тут R_3 і R_n – радіуси, а ρ_3 і ρ_n – густини Землі і планети. Оскільки $\rho_3 = \rho_n$, а $R_3 = 2R_n$, то

$$g_n = g \frac{R_n}{R_3} = \frac{g}{2}.$$

Довжина маятника пов'язана з періодом відомим співвідношенням:

$$l = \frac{T^2}{4\pi^2} \frac{g_3}{2} = 49,6 \text{ м}.$$

1.112. Нехай M_a – маса астероїда. Як впливає з закону всесвітнього тяжіння, $g_a = G \frac{M_a}{R^2}$. (1)

Тут g_a – прискорення вільного падіння на астероїді, G – гравітаційна стала. Ураховуючи, що $M_a = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a$, (2)

$$\text{дістанемо } g_a = \frac{4}{3} \pi \rho_a R G \approx 0,008 \text{ м/с}^2. \quad (3)$$

За умовою задачі людина в момент стрибка на Землі і на астероїді має таку ж саму кінетичну енергію. Тому потенціальна енергія у найвищій точці підйому як на Землі, так і на астероїді також буде однаковою: $mg_a h_a = mgh$, (4)

де m – маса людини, h_a – висота стрибка на астероїді, а h – на Землі. З (3) і (4)

$$h_a = \frac{g}{g_a} h \approx 64 \text{ м}.$$

Зауважимо, що насправді стрибок буде вищий, бо значення g_a спадає з висотою за законом, який описує формула (1).

1.113. Вага гирі A на Місяці менша від 1 кг , тому камінь B на блоці перетягує гирю. Запишемо рівняння руху цих тіл: $m_B a = m_B g_M - T$, $m_A a = -m_A g_M + T$, де g_M – прискорення вільного падіння на Місяці; T – натяг нитки. Звідси $(m_B + m_A)a = (m_B - m_A)g_M$.

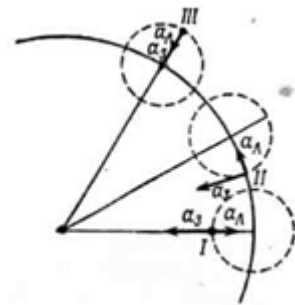
Крім того, відомо, що камінь розтягує пружину на Місяці так само, як гиря A розтягує її на Землі. Це означає, що $m_A g = m_B g_M$, тобто $g_M = (m_A / m_B)g$ (g – прискорення вільного падіння на Землі).

Підставивши це значення g_M у попередній вираз, отримуємо квадратне рівняння відносно m_B :

$$a m_B^2 - m_A (g - a) m_B + m_A^2 g = 0.$$

Звідки знаходимо $m_B = 5,75 \text{ кг}$. Другий розв'язок квадратного рівняння $m_B = 1,34 \text{ кг}$ відкидаємо, оскільки за умовою задачі $g / g_M \approx 6$, тому повинно бути і $m_B / m_A \approx 6$.

1.114. На малюнку схематично показано і відмічено цифрами I, II, III положення Місяця, коли він «молодик», у першій чверті й уповні. Розглянемо рух Місяця відносно Землі. Будемо вважати, що навколо Землі Місяць рухається по коловій орбіті, тому його прискорення завжди спрямоване по радіусу орбіти до Землі. Величина цього



прискорення дорівнює $a_M = \frac{v^2}{R_M} = \frac{4\pi^2 R_M}{T_M^2}$, де R_M –

відстань від Землі до Місяця, а T_M – період обертання Місяця.

Раніше у розв'язках задач було показано, що $\left(\frac{T_M}{T_3}\right)^2 = \left(\frac{R_M}{R_3}\right)^3 \cdot \frac{M_C}{M_3}$,

де T_3 – період обертання Землі навколо Сонця, R_3 – відстань від Землі до Сонця, а M_3 і M_C – маси Землі і Сонця.

Враховуючи це, знаходимо $a_M = \frac{4\pi^2}{T_3^2} \left(\frac{R_3}{R_M}\right)^3 \cdot \frac{M_3}{M_C} R_M \approx 0,27 \text{ см/с}^2$.

Рухаючись разом із Землею по коловій орбіті навколо Сонця, Місяць має ще одне доцентрове прискорення, спрямоване по радіусу до Сонця, величиною $a_3 = \frac{4\pi^2}{T_3^2} R_3 \approx 0,60 \text{ см/с}^2$;

при цьому ми знехтували R_M порівняно з R_3 . Таким чином, результуюче прискорення Місяця по відношенню до Сонця в будь-який момент часу дорівнює $\vec{a} = \vec{a}_M + \vec{a}_3$. Тому: $a_I = a_3 - a_M = 0,33 \text{ см/с}^2$ – спрямоване до Сонця;

$a_{II} = \sqrt{\vec{a}_3^2 + \vec{a}_M^2} \approx 0,66 \text{ см/с}^2$ – спрямоване під кутом α до лінії Місяць-Сонце, причому $\text{tg}\alpha = a_M / a_3 = 0,45$, $\alpha = 24^\circ 13'$; $a_{III} = a_3 + a_M = 0,87 \text{ см/с}^2$ – спрямоване до Сонця.

1.115. $R_C = \sqrt[3]{\frac{R_3}{\omega^2}} \approx 42000 \text{ км}$; $v \approx 3,1 \text{ км/год.}$; повинна виконуватися умова $\omega_C = \omega_3 = \omega$; із Землі буде здаватися, що супутник рухається назад-вперед уздовж меридіана. Він буде здаватися нерухомим, якщо його орбіта буде лежати у площині екватора.

1.116. $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{R\sqrt{g}} \left(\frac{R+r}{2} \right)^{3/2}$.

1.118. $v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$; $T = 2\pi \frac{R+h}{R} \sqrt{\frac{R+h}{g}}$.

1.119. $T = 2\pi \sqrt{\frac{R_3}{g}}$.

1.120. $v = 7,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $T = 7,1 \cdot 10^3 \text{ с}$.

1.121. $T \approx 7,44 \cdot 10^3 \text{ с}$; $v \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

1.122. $v_{орб} \approx 7,7 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $T = 5,4 \cdot 10^3 \text{ с}$.

1.123. $R_2 = 1,46 \cdot 10^4 \text{ км}$; $T_2 = 104 \text{ хв}$.

1.124. $T = 88 \text{ хв}$.

1.125. 1) Відносне зменшення ваги $\delta = \frac{\omega^2 R}{g} \approx 0,34\%$. 2) За умови, що $P=0 \rightarrow \delta=1$, тоді $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$. Тривалість доби $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 1 \text{ год. } 25 \text{ хв}$.

1.126. $r_1 = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}$; $r_2 = \frac{m_1 l}{m_1 + m_2}$; $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l^2}{G(m_1 + m_2)}} = T_2$.

1.127. Не зміняться.

1.128. $T_2 = T_1$.

1.129. $T = 1,58 \text{ год}$.

1.130.

$h, \text{ км}$	$v, \text{ км/с}$	T
0	7,91	1 год. 25 хв.
200	7,79	1 год. 28 хв.

7000	5,46	4 год. 16 хв.
------	------	---------------

1.131. 1) $T = \sqrt{3\pi/G\rho}$; ρ – густина центрального тіла;

2)

Планети	T , год.	Планети	T , год.
Меркурій	1,41	Юпітер	2,86
Венера	1,50	Сатурн	3,90
Земля	1,41	Уран	2,94
Марс	1,66	Нептун	2,61

$$\Delta t \approx \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} \cdot \frac{\sqrt[3]{r^2}}{3\Delta r/(2r+\delta)} = \begin{cases} 4,5 \text{ діб } (\delta = 0), \\ 0,80 \text{ годин } (\delta = 2). \end{cases}$$

1.133. $T \approx 1,55$ години.

1.134. $T \approx 48$ с.

1.135. ≈ 165 років (земних).

1.136. $T_1 = 7,8$ год.; $T_2 = 31,2$ год.

1.137. $T = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = 116$ земних діб.

1.138. $t = 255$ діб.

1.139. $T = 164,32$ року.

1.140. По гіперболі; $R_c = 1,32 \cdot 10^{11}$ м; $E = -3,1 \cdot 10^{11}$ Дж.

1.141. 250 років; ≈ 3650 км/с.

1.142. $v = 1,7$ км/с; $T = 1$ год. 50 хв.

1.143. Елементи орбіти Місяця наведені в умові задачі. Для супутника ж відстань від центра Землі в *перигеї* і *апогеї* відповідно рівні: $r_c^n = R_3 + 225$ км = 6603 км, $r_c^a = R_3 + 710$ км = 7088 км, де $R_3 = 6378$ км – радіус Землі.

Для визначення періоду супутника скористаємося третім законом Кеплера: $T_C^2/T_M^2 = a_C^3/a_M^3$, де a_C і a_M – великі півосі орбіт супутника і Місяця відповідно, а T_M – період обертання Місяця.

Виразимо довжину великої півосі a через r^n і r^a , використавши формули зв'язку між параметрами еліпса: $r^n = a - c$; $r^a = a + c$, звідки $a = (r^n + r^a)/2$, де c – відстань від центра еліпса до одного з його фокусів.

Підставивши a у формулу для відношення періодів, знаходимо:

$$T_C^2 = \left(\frac{r_c^n + r_c^a}{r_M^n + r_M^a} \right)^3 T_M^2; T_C = 1,55 \text{ години}.$$

1.145. $T = \sqrt{\frac{6\pi}{\rho G}} \approx 2$ год. 42 хв.

1.146. $T = 1,22$ року.

1.147. $T = 15$ міс. = 450 діб.

$$1.148. T = \frac{2\pi GM}{v^3} = 225 \text{ діб}.$$

1.149. Доцентровою силою в цьому випадку є сила притягання між планетою і супутником. Тому $G \frac{mM}{R^2} = m\omega^2 R$, (1)

де m – маса супутника, G – гравітаційна стала, ω – кутова швидкість. Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то з (1) дістанемо $R = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} T^2}$.

1.150. $T = \pi \sqrt{\frac{(r+R)^3}{2GM}}$. Досить розглянути рух по колу, радіус якого дорівнює великій півосі даного еліпса, тобто $\frac{r+R}{2}$, – за Кеплером період обертання буде тим же.

$$1.151. T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}.$$

1.152. Період обертання супутника $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ залежить лише від густини планети, а тому період обертання навколо другої планети буде таким самим, як і навколо першої.

$$1.153. v = 27,6 \text{ км/с}; T = 450 \text{ діб}.$$

$$1.154. T_{nl} = T_3 \left(\frac{R_{nl}}{R_3} \right)^{3/2}; v = \frac{2\pi R_{nl}}{T_3} \left(\frac{R_3}{R_{nl}} \right)^{3/2}.$$

$$1.155. t = 65 \text{ діб}.$$

$$1.156. 0,34\%.$$

$$1.157. 1 \text{ год. } 25 \text{ хв}.$$

1.158. Максимальна зміна тривалості доби ΔT , викликана ударом метеорита, визначається формулою

$$\frac{\Delta T}{T} = \pm \frac{MgR \cos \varphi}{2\pi I} T,$$

де T – тривалість доби; M, R, I – маса, радіус, момент інерції Землі відповідно.

$$\Delta T/T \sim 2 \cdot 10^{-15}; \Delta T \sim 2 \cdot 10^{-10} \text{ с}.$$

$$1.160. T = 2\pi \sqrt{\frac{R_3}{0,08g}} \approx 5 \text{ год}.$$

$$1.161. l = \frac{GMm}{4\pi^2 v^2 R^2} = 2,86 \text{ м}.$$

1.162. $\frac{T_M}{T_3} = \sqrt{\frac{g_3}{g_M}} = \sqrt{\frac{M_3 R_M^2}{M_M R_3^2}}; \frac{T_M}{T_3} \approx 1,7$. Це означає, що на Марсі годинник уповільнить свій хід ($T_M > T_3$) приблизно в 1,7 рази.

$$1.163. \text{ а) } T' = T \left(1 + \frac{H}{R} \right); \text{ б) } T'' = T \sqrt{\frac{R}{R-h}}.$$

1.164. Період коливань маятника на Землі $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ с}$, а на поверхні Місяця $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}$, де l – довжина маятника; g – прискорення сили тяжіння на Землі, g_1 – на Місяці. Отже, $\frac{T}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g}}$, звідки $T_1 = T\sqrt{\frac{g}{g_1}}$. Але $\frac{g}{g_1} = \frac{F}{F_1}$. Тоді $T_1 = \sqrt{\frac{F}{F_1}}T \approx 4,9 \text{ с}$.

1.165. Скористаємося законом збереження моменту імпульсу. Матимемо:

$$I_C \omega_C = I_n \omega_n, \text{ або } \frac{2}{5}MR_C^2 \frac{2\pi}{T_C} = \frac{2}{5}MR_n^2 \frac{2\pi}{T_n}.$$

Звідси отримуємо $R_C^2/T_C = R_n^2/T_n$, або $T_n = T_C R_n^2 / R_C^2$.

Щоб при збільшенні швидкості обертання не відбувалося відриву від пульсара його речовини, необхідно, щоб на його екваторі сила тяжіння забезпечувала обертання речовини з відповідною кутовою швидкістю, при якій $m\omega^2 R < F_{\text{тяж}} = \frac{GmM_C}{R_n^2}$, тобто, в цьому випадку $R_n^2/T_n^2 < GM_C/4\pi^2$.

Виключивши з обох рівнянь T_n , отримуємо $R \geq \frac{4\pi^2 R_C^4}{GM_C T_C^2} \approx 15 \text{ км}$;
 $T_n \approx 10^{-3} \text{ с}$.

1.166. $T = \sqrt{3\pi/(G\rho)} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

1.167. Спочатку представимо деякі властивості еліпса, які будуть використовуватися при розв'язанні задачі:

- a – велика піввісь;
- b – мала піввісь;
- c – відстань від центра до фокуса;
- e – ексцентриситет;
- r_n – найкоротша відстань від фокуса до лінії

еліпса;

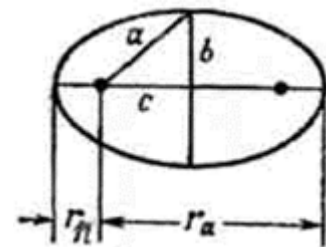
r_a – найбільша відстань від фокуса до лінії еліпса.

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

$$r_n = a - c = a(1 - e),$$

$$e = \frac{c}{a} \text{ (за визначенням);}$$

$$r_a = a + c = a(1 + e).$$



Нехай M_1 і M_2 обертаються по колових орбітах з радіусами r_1 і r_2 відповідно, причому $r_1 + r_2 = R$ – постійна відстань між масами. Обертаючись навколо нерухомої точки (їх спільного центра мас), ці тіла постійно знаходяться на одній прямій, яка з'єднує ці маси і проходить

через нерухому точку обертання. Тому періоди обертання обох тіл однакові і дорівнюють T .

Розглянемо рух одного з тіл, наприклад першого. Сила притягання, яка діє на нього з боку другого тіла, дорівнює

$$F^{(1)} = GM_1M_2 / R^2.$$

Під дією цієї сили тіло рухається з доцентровим прискоренням

$$a_g^{(1)} = v_1^2 / r_1.$$

Враховуючи, що період обертання $T = 2\pi / v_1$ і що $F^{(1)} = M_1 a_g^{(1)}$, отримуємо

$$F^{(1)} = M_1 \frac{(2\pi)^2 r_1^2}{T^2 r_1} = G \frac{M_1 M_2}{R^2}, \text{ звідки } \frac{(2\pi)^2 r_1}{T^2} = \frac{GM_2}{R^2}.$$

Аналогічний вираз можна записати і для другого тіла:

$$\frac{(2\pi)^2 r_2}{T^2} = \frac{GM_1}{R^2}.$$

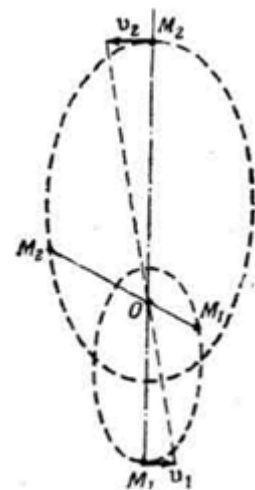
Додавши два останніх вирази і врахувавши, що $r_1 + r_2 = R$, знаходимо:

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{G(M_1 + M_2)}.$$

Отримана формула показує, що період обертання тіл залежить лише від відстані між ними і їх сумарної маси (а не від маси кожного з тіл, або від відношення їх мас).

Розглянемо тепер випадок еліптичних орбіт.

Тут мова йтиме, по суті, про три еліпси: по еліптичних орбітах рухаються обидва тіла (легше – по великому, важче – по малому) і, крім того, відносний рух тіл також відбувається по еліпсу. Всі три еліпси подібні один до одного, тобто мають один і той же ексцентриситет. Якщо при цьому врахувати, що центр мас системи залишається нерухомим (він лежить у спільному фокусі орбіт обох тіл), а відстань від центра мас обох тіл обернено пропорційна до їхніх мас, то можна погодитися з висновком, що розташування тіл і їх орбіт буде такий, як показано на малюнку.



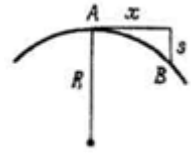
Позначимо $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ швидкості тіл M_1 і M_2 у той момент часу, коли вони знаходяться в апогеї. Як видно з малюнка,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1 + c_1}{a_2 + c_2} = \frac{a_1(1+e)}{a_2(1+e)} = \frac{a_1}{a_2}.$$

(Індекси 1 і 2 стосуються еліпсів, по яких рухаються тіла M_1 і M_2).

Щоб отримати для еліптичних орбіт ті ж вирази, що й для колових, зауважимо, що еліпс можна отримати з кола, якщо змінити масштаб вздовж однієї з осей координат. Щоб отримати прискорення тіла (наприклад, M_1) у нашому випадку, уявимо собі, що його орбіта отримана

із колової збільшенням масштабу у «вертикальному напрямі» в a_1/b_1 разів. Величина переміщення x тіла по горизонталі при цьому не зміниться, а величина переміщення s по вертикалі збільшиться і стане рівною $s_1 = (a_1/b_1)s$. Підставивши у співвідношення $x^2 = 2Rs$ (справедливе для кола) значення x і s після збільшення масштабу $x_1 = x$, $s_1 = (a_1/b_1)s$ і $R = b_1$ («горизонтальні» розміри не змінилися, тому мала піввісь еліпса дорівнює радіусу початкового кола), отримаємо:



$$x^2 = 2 \frac{b_1^2}{a_1} s_1.$$

Таким чином, радіус кривизни еліпса у точці перетину з великою піввіссю дорівнює b_1^2/a_1 . Вважаючи, що протягом дуже короткого проміжку часу перше тіло рухається по коловій орбіті цього радіуса, можна записати $\frac{v_1^2 a_1}{b_1^2} = \frac{GM_2}{(a+c)^2} = \frac{GM_2}{a^2(1+e)^2}$

(тут a і c – параметри орбіти відносного руху тіл: $a = a_1 + a_2$, $c = c_1 + c_2$). Аналогічно для другого тіла:

$$\frac{v_2^2 a_2}{b_2^2} = \frac{GM_1}{a^2(1+e)^2}.$$

Додавши два останні вирази, замінивши при цьому v_2 на v_1 , отримуємо

$$\frac{v_1^2(1+e)}{a_1^2(1-e)} = \frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}.$$

Залишається з'ясувати, яке відношення має до періоду обертання величина, яка стоїть у лівій частині цього рівняння. Насамперед відмітимо, що площа, яку «описує» за одиницю часу радіус-вектор тіла M_1 (проведений з точки O), дорівнює $(1/2)v_1(a_1 + c_1) = (1/2)v_1 a_1(1+e)$. Хоча фактично у даному випадку ми обрахували швидкість зміни «описуваної» площі для того моменту, коли тіло M_1 знаходиться в апогеї, ця швидкість, згідно з другим законом Кеплера, не змінюється при русі тіла по орбіті. Тому величина $(1/2)v_1 a_1(1+e)T$ (тут T – період обертання) дорівнює площі орбіти тіла M_1 . Площу еліпса легко обрахувати, якщо пригадати, що при збільшенні масштабу по одній із осей площа фігури збільшується у стільки ж разів, що й масштаб. Тому площа еліпса дорівнює $\pi b_1^2 \frac{a_1}{b_1} = \pi a_1 b_1 = \pi a_1^2 \sqrt{1-e^2}$. Тепер легко переконатися, що

$$T = \frac{2\pi a_1}{v_1} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}, \text{ а } T^2 = \frac{(2\pi)^2 a^3}{G(M_1 + M_2)}.$$

1.168. З рівняння руху однієї із зірок навколо спільного центра

$$G \frac{m_1(m_1 + m_2)}{l^2} = \frac{m_1 4\pi^2 l}{T^2}$$

дістанемо

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^3}{G(m_1 + m_2)}} = 4,8 \cdot 10^7 \text{ с}.$$

1.173. Скористаємося формулою для періоду обертання планети, отриманою в попередніх задачах:

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{G(M_1 + M_2)}.$$

Застосовуючи цю формулу для системи Сонце-Земля і нехтуючи масою Землі порівняно з масою Сонця, отримуємо:

$$GM_C = \frac{(2\pi)^2 R^3}{T^2}.$$

Але тут $R = 1 \text{ а.о.}$, а $T = 1 \text{ рік}$. Таким чином:

$$GM_C = (2\pi)^2 \approx 40 \frac{(\text{а.о.})^3}{(\text{рік})^2}.$$

1.174. $G = \frac{3g_0}{4\rho R}$

1.175.

Планети	ρ , кг/м^3	Планети	ρ , кг/м^3
Меркурій	5500	Юпітер	1320
Венера	4800	Сатурн	710
Земля	5500	Уран	1260
Марс	3900	Нептун	1600

1.176. $v_2 = 130 \text{ м/с}$.

1.177. $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$.

1.178. $\rho = \frac{30\pi}{T^2 G} \approx 180 \text{ кг/м}^3$.

1.179. Приблизно 400 Г .

1.180. $F = mg \frac{R^2}{r^2} \approx 2,73 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$, де $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$; R – радіус Землі.

1.181. $m_1 = \frac{T v_2}{2\pi G} (v_1 + v_2)^2$; $m_2 = \frac{T v_1}{2\pi G} (v_1 + v_2)^2$; $l = r_1 + r_2 = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2)$, де r_1 і r_2 – радіуси колових орбіт, по яких рухаються зорі.

1.182. $P = \frac{2}{3} \pi G \rho^2 R^2$.

1.183. Вага тіла на полюсі дорівнює силі тяжіння $G \frac{mM}{R^2}$, а на екваторі $\frac{GmM}{R^2} - m\omega^2 R$. Згідно з умовою задачі $m\omega^2 R = 0,0034 G \frac{mM}{R^2}$. Але $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$. Підставивши це значення в попередню рівність і розв'язавши

її відносно ρ , дістанемо $\rho = \frac{3\omega^2}{0,0034 \cdot 4\pi G} \approx 5,27 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

$$1.184. \rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3 \approx 6,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

1.185. Запишемо для тіла сталої маси m на Марсі і на Землі:

$$P_M = G \frac{m_M m}{R_M^2}; \quad P_3 = G \frac{m_3 m}{R_3^2}.$$

Звідси

$$\frac{P_M}{P_3} = \frac{m_M R_3^2}{m_3 R_M^2}; \quad \frac{P_M}{P_3} = \frac{m_M 4R_M^2}{10m_3 R_M^2}; \quad \frac{P_M}{P_3} = \frac{4}{10} = 0,4; \quad P_M = 0,4P_3.$$

Отже, вага тіла на Марсі становить 0,4 його ваги на Землі. Тому й падатиме воно на Марсі з прискоренням $g_M = 0,4g_3$.

1.186. Запишемо для обох випадків формулу закону всесвітнього тяжіння:

$$F_{II} = G \frac{m_C m_{II}}{R_{II}^2}; \quad F_3 = G \frac{m_C m_3}{R_3^2}.$$

Звідси маємо

$$\frac{F_{II}}{F_3} = \frac{R_3^2}{R_{II}^2}; \quad \frac{F_{II}}{F_3} = \frac{R_3^2}{40^2 R_3^2}; \quad \frac{F_{II}}{F_3} = \frac{1}{40^2} = \frac{1}{1600}.$$

Отже, Плутон притягується до Сонця з силою, у 1600 раз меншою, ніж Земля.

$$1.187. F = Gm_1 m_2 / r^2 = 2,75 \cdot 10^{16} \text{ Н}.$$

$$1.188. F = 0.$$

1.189. Галактика розміщується у центрі сферично-симетричного Всесвіту.

1.190. Під силою ваги тут розуміють силу тиску тіла на поверхню планети, що дорівнює, очевидно, силі N , з якою планета тисне на тіло (цю силу можна виміряти за допомогою пружинного динамометра). На полюсі ця сила точно дорівнює силі всесвітнього тяжіння GMm/R^2 (G – гравітаційна стала, M – маса планети, m – маса тіла). На екваторі різниця сил GMm/R^2 і N надає йому доцентрового прискорення $\omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} R$. Крім того, як впливає з умови задачі, в останньому випадку

$$N = G \frac{Mm}{(R+h)^2}.$$

$$\text{Тому } G \frac{Mm}{R^2} - N = G \frac{Mm}{R^2} - G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R. \quad (1)$$

$$\text{Оскільки } M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho, \text{ то з (1) дістанемо: } h = R \left(\pm \sqrt{\frac{G\rho T^2}{G\rho T^2 - 3\pi}} - 1 \right).$$

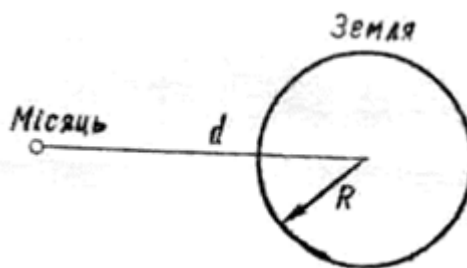
Величина h за смислом задачі додатна, тому перед коренем слід брати знак «+».

1.191. Шукане відношення сил

$$\frac{F_C}{F_3} = \frac{M_C R_3^2}{M_3 R_C^2} \approx 2.$$

Причина того, що Місяць є супутником Землі, не дивлячись на те, що Сонце притягує його удвічі сильніше, полягає у початкових умовах – початковій координаті і початковій швидкості, тобто значеннях цих величин у той момент, коли Місяць виявився у полі тяжіння обох цих тіл.

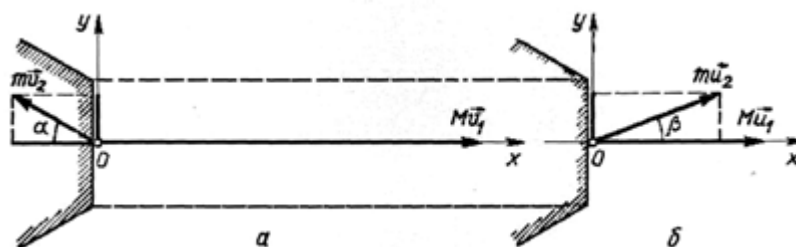
1.192. Припливи і відпливи виникають внаслідок того, що дане небесне тіло (Сонце, Місяць) надає неоднакового прискорення всій земній кулі в цілому і воді, яка є на її поверхні.



Усій земній кулі в цілому небесне тіло надає такого прискорення, якого воно надавало б тілу, вміщеному в центр земної кулі. За законом всесвітнього тяжіння, прискорення, що його надало тіло масою M іншому, яке міститься на відстані d , становить $a = G \frac{M}{d^2}$. Отже, різниця прискорень води, що є на поверхні Землі, і всієї Землі в цілому становить: $G \frac{M}{(d-R)^2} - G \frac{M}{d^2} = G \frac{M(2dR - R^2)}{d^2(d-R)^2}$, де d – відстань від небесного тіла до центра Землі, а R – радіус Землі (див. мал.). Оскільки $R \ll d$, то наближено цю рівність можна записати так: $2RG \frac{M}{d^3}$.

Значення цієї різниці від Сонця й Місяця і визначає величину припливної дії, яку вони зумовлюють. Для Місяця ця різниця становить $2GR \frac{M_M}{216 \cdot 10^3 R^3}$, а для Сонця – $2GR \frac{M_C}{25^3 \cdot 10^9 R^3}$. Врахувавши, що $M_C = 27 \cdot 10^6 M_M$, знайдемо, що ця різниця для Місяця втричі більша за припливну дію Сонця.

1.193. $u_1 = \frac{(M-m)v_1 - 2mv_2 \cos \alpha}{M+m}$.



1.194. $t = \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{gR}}{u}\right) \right] \frac{I_o}{\mu R^2}$.

1.195. $\rho = \frac{M}{V} = \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{r}{R} \right)^3$.

1.196. $\frac{M_C}{M_3} = \frac{R_{3C}^3 T_M^2}{R_{3M}^3 T_3^2}$.

1.197. 100.

1.198. $F = GMm/r^2 = 2 \cdot 10^{20} \text{ H}$.

1.199. Доцентрове прискорення Землі $a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$; за другим законом Ньютона $F = Ma = 4\pi^2 Mr/T^2$, де $M = 4\pi\rho R^3/3$. Отже

$$F = \frac{16\pi^3}{3} \cdot \frac{\rho R^3 r}{T^2} \approx 4 \cdot 10^{22} \text{ Н}.$$

1.200. $M_C \approx 1,96 \cdot 10^{30} \text{ кг}$; $g_C \approx 2,72 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2$.

1.201. $M \approx 5,97 \cdot 10^{24} \text{ кг}$; $\rho_{cp} \approx 5,53 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.202. $M_3 = \frac{4\pi^2 (R_3 + h)^3}{GT^2} = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$

1.203. $M_3 = (4\pi^2 R^3 / GT^2)(1 + T/\tau)^2 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, де T – період обертання Землі навколо власної осі.

1.204. $\frac{M_C}{M_3} \approx 94.$

1.205. $\approx 5,9 \cdot 10^{26} \text{ кг}.$

1.206. $h = 0,4R_3.$

1.207. $\rho = \frac{6\pi}{GT^2} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$

1.208. У попередніх задачах було доведено, що період обертання двох тіл відносно їх спільного центра мас дорівнює

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{G(M_1 + M_2)},$$

де R – відстань між тілами; M_1 і M_2 – їхні маси.

Застосувавши цю формулу до системи Земля-Місяць, визначимо масу Місяця:

$$M_M = \frac{(2\pi)^2 R_M^3}{GT_M^2} - M_3,$$

де T_M – період обертання Місяця навколо Землі; M_3 – маса Землі; M_M – маса Місяця; R_M – відстань від Землі до Місяця.

Існує інший спосіб визначення маси Місяця. Якщо запустити штучний супутник Місяця з періодом його обертання T і великою піввіссю його орбіти R , то для цих його параметрів можна записати

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{GM_M}, \text{ звідки } M_M = \frac{(2\pi)^2 R^3}{GT^2}$$

(тут ми знехтували масою супутника порівняно з масою Місяця).

Щоб виключити з розрахунків G , можна скористатися третім законом Кеплера: $\frac{T^2}{R^3} = \frac{R^3}{R_M^3} \cdot \frac{M_3}{M_M}$, звідки $M_M = \frac{R^3}{R_M^3} \cdot \frac{T_M^2}{T^2} M_3$.

1.209. Як було показано в попередній задачі, квадрат періоду обертання двох тіл навколо їх центра мас може бути представлений виразом

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{G(M_1 + M_2)},$$

де R – велика піввісь відносного руху двох зірок.

Застосовуючи цю формулу до руху двох зірок A і B і до системи Сонце-Земля, можна записати

$$T^2 = \frac{(2\pi)^2 R^3}{G(M_A + M_B)} \quad \text{і} \quad T_3^2 = \frac{(2\pi)^2 R_3^3}{G(M_C + M_3)},$$

де R_3 і T_3 – велика піввісь земної орбіти і період обертання Землі.

Взявши відношення цих періодів і нехтуючи масою Землі порівняно з масою Сонця, отримуємо

$$\frac{M_A + M_B}{M_C} = \left(\frac{R}{R_3} \right)^3 \left(\frac{T_3}{T} \right)^2.$$

Поклавши $T_3 = 1$ рік; $R_3 = 1$ а.о. (за визначенням а.о. довжини), маємо:

$$\frac{M_A + M_B}{M_C} = \frac{R^3}{T^2}.$$

1.210. $M_M \approx 7,3 \cdot 10^{22}$ кг; $\rho_M \approx 3,3 \cdot 10^3$ кг/м³.

1.211. $M = 6,21 \cdot 10^{23}$ кг.

1.212. $3,7$ Н/кг.

1.213. $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ кг.

1.214. 667 нН.

1.215. $h = 13,6$ Мм

1.216. $54,3 R_3$.

1.217. $\varphi_3 = -62,6$ МДж/кг; $\varphi_C = -190$ ГДж/кг.

1.218. 1) $\Delta P = \frac{8}{3} \pi G \rho t h = 15,4$ мН; 2) $\Delta P = \frac{4}{3} \pi G \rho t h = 7,71$ мН.

1.219. Якщо $E < 0$, то траєкторія планети – еліпс, якщо $E > 0$ – гіпербола. У проміжному випадку $E = 0$ траєкторія – парабола. Еліпс може вироджуватися у відрізок прямої, а гіпербола – у пряму лінію, яка прямує у нескінченність.

1.220. По гіперболічній.

1.221. Обидва осколки будуть рухатися по параболі.

1.222. $3,33 \cdot 10^5$ мас Землі.

1.223. $1,082 \cdot 10^8$ км; $0,723$ а.о.

1.224. $K \equiv a^3 / T^2 = GM / 4\pi^2$ (розглядається коловий рух планет).

1.225. Якщо маса планети нехтовно мала, то Сонце можна вважати нерухомим і записати $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$. З врахуванням руху Сонця це рівняння запишеться у вигляді $\mu\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$, де $\mu = Mm/(M + m)$ – приведена маса. Переписавши його у формі $m\ddot{\vec{r}} = \frac{M + m}{M} \vec{F}$, бачимо, що врахування руху

Сонця формально еквівалентне збільшенню значення гравітаційної сталої в $(M + m)/M$ раз. Тому

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{M + m}{M} G \frac{M}{4\pi^2}, \text{ або } \frac{a^3}{T^2(M + m)} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

1.226. Падіння тіла на Сонце можна розглядати як рух по дуже витягнутому (в границі – по виродженому) еліпсу, велика вісь якого практично дорівнює радіусу R земної орбіти. Тоді за Кеплером $(2\tau/T)^2 = [R/2]/R_-^3$, де τ – час падіння (час половини оберту по витягнутому еліпсу), T – період обертання Землі навколо Сонця. Звідси $\tau = T/4\sqrt{2} = 65 \text{ діб}$.

1.227. $m_2 \approx 3,6 \cdot 10^2 \text{ кг}$; $g_M \approx 1,65 \text{ м/с}^2$.

1.228. Якщо p – імпульс, а r – радіус-вектор планети відносно Сонця, то

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}\vec{r}) = \vec{F}\vec{r} + \vec{p}\vec{v} = -G \frac{Mm}{r} + 2K = U + 2K = E + K.$$

При періодичному рухові середнє за часом значення $\frac{d}{dt}(\vec{p}\vec{r})$, очевидно, дорівнює нулю, звідки і випливає результат:

$$\langle E \rangle + \langle K \rangle = 0.$$

1.229. Оскільки фігура Землі мало відрізняється від кулястої, то прискорення вільного падіння всередині земної кулі можна вважати спрямованим до центра Землі і пропорційним відстані до її центра. У цьому наближенні з врахуванням відцентрової сили рівняння гідростатистики набувають вигляду

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g \frac{x}{R_0} + \rho \omega^2 x; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g \frac{y}{R_0} + \rho \omega^2 y; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \frac{z}{R_0},$$

де R_0 – радіус Землі, ω – кутова швидкість її обертання.

Початок координат знаходиться в центрі Землі, а вісь z спрямована уздовж осі її обертання. Інтегруючи ці рівняння, отримуємо

$$P = \frac{\rho}{2} \left(\omega^2 - \frac{g}{R_0} \right) (x^2 + y^2) - \frac{\rho g}{2R_0} z^2 + C,$$

де C – стала інтегрування, яка визначає значення тиску P на земній поверхні (його можна вважати рівним нулю, оскільки атмосферний тиск незрівнянно малий). Сплюснутість Землі визначиться із вимоги сталості тиску на земній поверхні. Обравши спочатку точку на екваторі, а потім на полюсі, запишемо $P(R_e, 0, 0) = P(0, 0, R_n)$, де R_e і R_n – екваторіальні і полярний радіус Землі. З урахуванням явного виду тиску отримуємо:

$$\left(\omega^2 - \frac{g}{R_0} \right) R_e^2 = -\frac{g}{R_0} R_n^2, \text{ або } R_e - R_n = \frac{\omega^2}{g} \frac{R_e^2 R_0}{R_e + R_n} \approx \frac{\omega^2 R_0^2}{2g}.$$

Отже, для сплюснутості ε земної кулі отримується

$$\varepsilon = \frac{R_e - R_n}{R_0} = \frac{\omega^2 R_0}{2g} \approx \frac{1}{580}.$$

Насправді сплюснутість Землі дещо більша, а саме $1/297$. Розбіжність пояснюється неточністю моделі, покладеної в основу міркувань, а також недосконалістю методу розрахунку. За умови точнішої постановки задачі необхідно враховувати, що поле тяжіння сплюснутої кулі не є центральним (з урахуванням цієї обставини розрахунок дає значення $\varepsilon = 5/4\omega^2 R_0 / g \approx 1/232$). Тим самим задача надто ускладнюється, оскільки саме гравітаційне поле завчасно невідоме, а залежить від невідомої форми поверхні Землі. Детальні дослідження показують, що задача, сформульована таким чином, не має однозначного вирішення. Можливі варіанти декількох різних форм рівноважної поверхні, у тому числі й еліпсоїд обертання з певним ступенем стиснення.

1.230. Позначимо радіус кривизни траєкторії планети в перигелії через R_0 , кінетичну енергію планети в цій точці $E_k = mv_0^2/2$, потенціальну енергію $E_n = -GmM/r_0$.

Радіус кривизни в перигелії знайдемо з 2-го закону Ньютона

$$\frac{mv_0^2}{R_0} = \frac{GmM}{r_0^2}, \text{ звідки } R_0 = \frac{mv_0^2 r_0^2}{GmM} = -\frac{2r_0 E_k}{E_n}.$$

Виходячи із симетрії фігури еліпса, радіус кривизни в афелії r_a такий же, як і в перигелії. Тому для цієї точки маємо:

$$\frac{mv_a^2}{R_0} = \frac{GmM}{r_a^2}.$$

За законом збереження енергії повна механічна енергія планети

$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM}{r_0} = \frac{mv_a^2}{2} - \frac{GmM}{r_a}.$$

Виключивши з цього виразу швидкості, отримаємо:

$$\frac{GmMR_0}{2r_0^2} - \frac{GmM}{r_0} = \frac{GmMR_0}{2r_a^2} - \frac{GmM}{r_a}.$$

Після скорочень отримуємо квадратне рівняння:

$$r_a^2(2r_0 - R_0) - 2r_a r_0^2 + R_0 r_0^2 = 0.$$

Перший корінь рівняння $r_a = r_0$. Це означає, що в цьому випадку еліпс вироджується в коло з радіусом r_0 . Тоді і радіус кривизни $R_0 = r_0$, а швидкість руху по орбіті $v = v_0 = \sqrt{GM/r_0}$.

Другий корінь рівняння $r_a = r_0 R_0 / (2r_0 - R_0) = -r_0 E_k / E$.

Оскільки відстань від афелія до Сонця – суттєво додатня величина, то $E < 0$. Це означає, що планета може рухатися по еліптичній орбіті лише в тому випадку, коли її повна механічна енергія є від'ємною величиною. Зокрема, для колової орбіти

$$E = -\frac{GmM}{2r_0}.$$

1.231. а) За даними про появу комети знаходимо період T її обертання навколо Сонця. Він дорівнює $T \approx 76$ років. Користуючись третім законом Кеплера, знайдемо для великої півосі a орбіти комети:

$$\left(\frac{a}{a_3}\right)^3 \left(\frac{T_3}{T}\right)^2 = 1,$$

де a_3 і T_3 – велика піввісь орбіт і період обертання Землі.

Якщо вимірювати a в а.о., а T в роках, то

$$a = T^{2/3} \approx 18 \text{ а.о.}$$

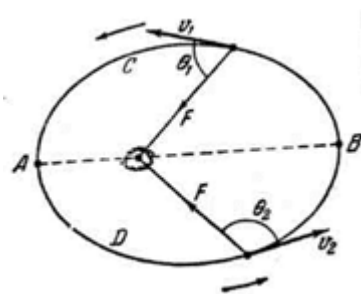
Для відстаней в апогеї і перигеї маємо:

$$r_a = a + c, \quad r_n = a - c, \quad \text{що дає } r_a = 2a - r_n = 35,4 \text{ а.о.}$$

б) У попередніх задачах було показано, що відношення γ максимальної і мінімальної швидкостей дорівнює відношенню відстаней у апогеї і перигеї. Таким чином,

$$\gamma = \frac{r_a}{r_n} = 59.$$

1.232. На ділянці траєкторії BCA (див. мал.) сила тяжіння виконує додатню роботу (кут θ_1 гострий), а, отже, швидкість планети зростає. У точці A швидкість досягає свого максимального значення. На ділянці ADB сила тяжіння виконує від'ємну роботу (кут θ_2 тупий), а, отже, при русі по цій ділянці швидкість планети зменшується, досягаючи мінімального значення у точці B .



1.233. У перигелії P і афелії A (див. мал.) радіальна швидкість планети дорівнює нулю.

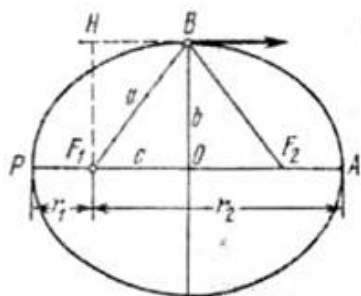
Тому момент кількості руху планети у цих точках можна записати у вигляді mvr . Враховуючи рівняння збереження моменту кількості руху і енергії, отримаємо для цих точок:

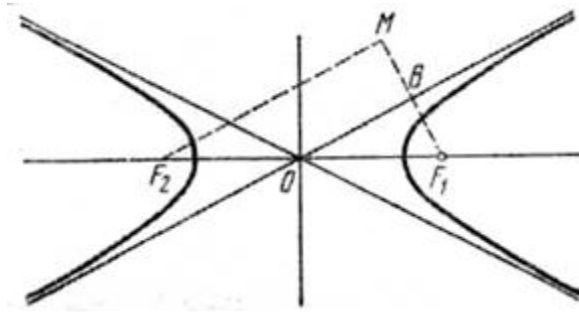
$$r^2 + G \frac{Mm}{E} r - \frac{L^2}{2mE} = 0. \quad (1)$$

При $E < 0$ це квадратне рівняння має два дійсних додатніх корені r_1 і r_2 . Один із коренів відповідає перигелію P , другий – афелію A . Сума коренів $r_1 + r_2$ дає довжину великої осі еліпса: $2a = r_1 + r_2 = -G \frac{Mm}{E} = -G \frac{M}{\varepsilon}$, (2)

де $\varepsilon = E/m$ – повна енергія, що припадає на одиницю маси планети. Оскільки для руху по еліпсу $\varepsilon < 0$, то вираз (2) суттєво додатній, як це й повинно бути.

1.234. Нехай планета рухається по правій вітці гіперболи (див. мал.).





Для її вершини справедливим буде рівняння $r^2 + G \frac{Mm}{E} r - \frac{L^2}{2mE} = 0$.

Уявімо, що по спряженій вітці гіперболи рухається допоміжна частинка з такою ж масою m і енергією E , але на цю частинку діє сила відштовхування, спрямована з фокуса F_1 , величина якої співпадає з силою притягання, що діє на комету. Для такої частинки у вершині гіперболи справедливим буде рівняння $r^2 - G \frac{Mm}{E} r - \frac{L^2}{2mE} = 0$.

Різниця додатніх коренів записаних рівнянь і дає шукану довжину

$$2a = G \frac{Mm}{E} = \frac{GM}{\varepsilon},$$

де $\varepsilon = E/m$ – повна енергія, що припадає на одиницю маси планети.

1.235. $G = 3g / 4\pi\rho R = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

1.236. $M_C \approx 2 \cdot 10^{33} \text{ з}.$

1.237. $D = \sqrt[3]{\frac{M_C G T^2}{4\pi^2}}.$

1.238. $r = n_2 R / (1 + \sqrt{n_1}) = 3,8 \cdot 10^4 \text{ км}.$

1.239. $54R.$

1.240. $h_M \approx 2,3h_3.$

1.241. $42 \text{ м/с}.$

1.242. $\sqrt{2 - (T_1/T_2)^{2/3}}; \quad R_{\max} = [2(T_2/T_1)^{2/3} - 1] R.$

1.243. 4683 км від центра Землі.

1.244. Згідно з третім законом Кеплера, $\frac{T_C^2}{T_3^2} = \frac{R_C^3}{R_3^3}$, причому за умовою задачі $\frac{T_C}{T_3} = n$; відси $R_C = R_3 \sqrt[3]{n^2}$; $R_C \approx 1,4 \cdot 10^9 \text{ км}.$

1.245. Повна енергія комети, яка складається з кінетичної $W_k = \frac{mv^2}{2}$ і потенціальної $U = -G \frac{mM}{R}$ енергій, в афелії і перигелії, згідно з законом збереження енергії, буде однакою. Тому

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GmM}{R} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM}{r}.$$

Скорочуючи це рівняння на m , знаходимо r :

$$r = \frac{GM}{\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{GM}{R}}; \quad r \approx 10^{11} \text{ м.}$$

1.246. $r = 4667 \text{ км.}$

1.247. Якщо m_1 і m_2 – маси зірок, а r_1 і r_2 – їх відстані від спільного центра мас, то $m_1 : m_2 = r_2 : r_1$. Беручи до уваги, що $m_1 + m_2 = 2M$, де M – маса Сонця, і позначаючи відстань між зорями через R , дістанемо $m_2 = \frac{2Mr_1}{R}$. (1)

Оскільки сила їх гравітаційного притягання є для кожної зорі доцентровою силою, зорі обертаються навколо їх спільного центра мас. При цьому $m_1 \frac{4\pi^2}{T^2} r_1 = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$. (2)

З (1) і (2) дістаємо $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2GM}{R^3}$. (3)

Для системи Сонце-Земля можна написати аналогічне співвідношення: $\frac{4\pi^2}{(T/2)^2} = \frac{GM}{R_0^3}$ (4), де R_0 – відстань від Землі до Сонця, а $M \approx m_3 + M$. З (3) і (4) дістаємо $R = 2R_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ км.}$

1.248. $\approx 8,9 \text{ св.років.}$

1.249. $\approx 785 \cdot 10^6 \text{ км.}$

1.250. а) $У 5,2 \text{ рази;}$ б) $13 \text{ км/с; } 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$.

1.251. 197 Гм.

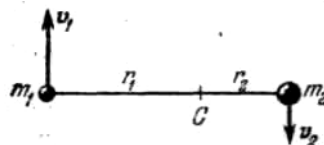
1.252. $R = R_0 \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \frac{M_1 + M_2}{M_0}} = 2R_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ км.}$

1.253. $r_2 = \left(\frac{2GM}{2GM - r_1 v_1^2} - 1 \right) r_1; \quad v_2 = \frac{r_1}{r_2} v_1$. Зоря розпадеться, якщо $v_1 \geq \sqrt{2GM/r_1}$.

1.254. $r_{\min} = \frac{Gm_c}{v_0^2} \left[\sqrt{1 + (lv_0^2 / Gm_c)^2} - 1 \right]$, де m_c – маса Сонця.

1.255. $r_{\max} = \frac{r_0}{2-n} \left[1 \pm \sqrt{1 - (2-n)n \sin^2 \alpha} \right]$, де $n = \frac{r_0 v_0^2}{Gm_c}$, m_c – маса Сонця.

1.256. Положення центра мас C визначається з умови (див. мал.) $m_1 r_1 = m_2 r_2$.



Нехай $r_1 + r_2 = R$, тоді за законами динаміки $\frac{m_1 v_1^2}{r_1} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$,

$\frac{m_2 v_2^2}{r_2} = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$. Ділимо $m_1 v_1^2 / r_1 = m_2 v_2^2 / r_2$ на $m_1 r_1 = m_2 r_2$. Отримуємо $v_1^2 / r_1^2 = v_2^2 / r_2^2$. Звідки випливає, що обидва тіла навколо центра мас

обертаються з однаковим періодом $T = 2\pi_1/\nu_1 = 2\pi_2/\nu_2$. Перетворимо: $\nu_1^2/r_1^2 = 4\pi^2/T^2 = Gm_2/R^2r_1$; аналогічно $\nu_2^2/r_2^2 = Gm_1/R^2r_2$. Звідки: $R^2r_1 = Gm_2T^2/4\pi^2$, $R^2r_2 = Gm_1T^2/4\pi^2$. Склавши ці рівняння, отримаємо вираз об'єднаного закону Кеплера $R^3 = \frac{G(m_1+m_2)}{4\pi^2}T^2$.

1.259. Імпульс метеорита передається молекулам повітря і, в кінцевому випадку, Землі.

1.260. $F_{\max} = 4\pi m_C \nu_3 / T_3 = 8,62 \cdot 10^{30} \text{ Н}$, де m_C – маса Сонця; $\nu_3 = 29,8 \text{ км/с}$ – швидкість Сонця в системі відліку, пов'язаній із Землею; T_3 – період добового обертання Сонця відносно Землі. Кут нахилу осі Землі до площини екліптики дорівнює $66,5^\circ$. Кут між векторами $\vec{\nu}_C$ і $\vec{\omega}$ змінюється у межах від $66,5^\circ$ до $113,5^\circ$. Максимальна сила $F_{\max}$ спостерігається в точках сонцестоянь (при куті 90°).

1.261. $L_C = m_3 \nu_3 r_0 = 2,67 \cdot 10^{40} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, де m_3 – маса Землі; ν_3 – середня швидкість руху Землі навколо Сонця; r_0 – середня відстань від Землі до Сонця; $L_0 = 0,8\pi m_3 R_3^2 / T = 7,06 \cdot 10^{33} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$, де T – період обертання Землі навколо своєї осі.

1.262. $\frac{L}{L_0} = \frac{5}{2} \frac{l^2}{R^2}$, де l – відстань від Землі до Сонця; R – радіус Землі.

$$\mathbf{1.263.} \quad L = I\omega = \frac{2}{5}mr^2\omega; \quad E = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{5}.$$

$$\mathbf{1.264.} \quad L = \frac{16}{15}\pi^2\rho R^5 \frac{1}{T} \approx 5,2 \cdot 10^{33} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

$$\mathbf{1.265.} \quad I \approx 9,7 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$\mathbf{1.266.} \quad p = \sqrt{2} \cdot mv.$$

$$\mathbf{1.267.} \quad L = m\sqrt{2Gm_C r_1 r_2 / (r_1 + r_2)}, \text{ де } m_C \text{ – маса Сонця.}$$

$$\mathbf{1.268.} \quad L = m\sqrt{1,1GM_3 R_3} = 7,95 \cdot 10^{13} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

1.270. Згідно з другим законом динаміки $\vec{M} = d\vec{L}/dt$, де $\vec{L}$ – вектор моменту кількості руху планети; $\vec{M}$ – момент сили, що діє на планету; $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, де $\vec{r}$ – радіус-вектор планети; $\vec{F}$ – сила тяжіння, що діє на планету з боку Сонця. Оскільки вектори $\vec{r}$ і $\vec{F}$ спрямовані по одній прямій, то $\vec{M} = 0$, а отже $\vec{L} = \text{Const}$.

1.271. $\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{\nu}) = m\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = m\vec{r} \times \left(\frac{d\vec{\alpha}}{dt} \times \vec{r} \right)$, де $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\alpha}}{dt}$ – кутова швидкість планети; $\vec{\alpha}$ – кут повороту її радіуса-вектора. Згідно з правилами векторної алгебри можна записати: $\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega} \cdot \vec{r}^2 - \vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{\omega}) = \vec{\omega} \vec{r}^2$, оскільки $\vec{r} \perp \vec{\omega}$; $\vec{\omega} \vec{r}^2 dt = \vec{r}^2 d\vec{\alpha}$ – є подвійна площа, що описується радіусом-вектором $\vec{r}$ за час t . Тому:

$$m\vec{r} \times \left(\frac{d\vec{\alpha}}{dt} \times \vec{r} \right) = \frac{mr^2 d\vec{\alpha}}{dt} = 2m \frac{d\vec{s}}{dt} = 2m\vec{\sigma}.$$

Згідно з розв'язком попередньої задачі, отримуємо, що $\vec{\sigma} = \text{Const}$, отже і $\vec{L} = 2m\vec{\sigma} = \text{Const}$.

1.272. Використовуючи наведені в умові задачі дані, знаходимо: момент інерції Місяця відносно осі обертання Землі $I_M = ma_0^2 = 1,08 \cdot 10^{47} \text{ з} \cdot \text{см}^2$ (моментом інерції Місяця відносно його власної осі нехтуємо); кутову швидкість обертання Місяця по орбіті $\omega_M = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ рад/с}$; момент кількості руху Місяця $L_M = I_M \omega_M = 28,9 \cdot 10^{10} \text{ з} \cdot \text{см}^2 / \text{с}$; повний момент кількості руху системи Земля-Місяць $L = L_3 + L_M = 34,8 \cdot 10^{40} \text{ з} \cdot \text{см}^2 / \text{с}$. За законом збереження моменту кількості руху $(I_3 + ma^2)\omega = L$. Згідно із законом Кеплера $a^3 \omega^2 = a_0^3 \omega_M^2$. Із цих двох рівнянь можна отримати невідомі a і ω . Нехтуючи моментом інерції I_3 , отримуємо $ma^2 \omega = L$ і знаходимо:

$$a = a_0 \frac{L^2}{m^2 a_0^4 \omega_M^2} = a_0 \left(\frac{L}{L_M} \right)^2 = 1,45 a_0 = 5,58 \cdot 10^{10} \text{ см};$$

$$\omega / \omega_M = (a_0 / a)^{3/2} = 0,573; \quad T = 27,3 / 0,573 = 47,7 \text{ діб}.$$

1.273. В обертовій системі відліку на частинки речовини на екваторі зорі діють сила тяжіння $F_T = GmM/R^2$ і відцентрова сила інерції $F_{\text{вц}} = m\omega^2 R$. Речовина почне відриватися, якщо $F_{\text{вц}} \geq F_T$, тобто, коли

$$\omega \geq \sqrt{GM/R^2}.$$

1.276. При підйомі необхідно затратити у 2 рази більше енергії у випадку а) і у 3 рази – б).

$$\mathbf{1.277.} \quad H_0 = g \approx 9,8 \text{ Н/кг}; \quad \varphi_0 = -6,2 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}.$$

$$\mathbf{1.278.} \quad E = Gm \left\{ \sqrt{M_3} \left[\frac{(r - R_3) \sqrt{M_3} - R_3 \sqrt{M_M}}{r \cdot R_3} \right] - \frac{\sqrt{M_3 M_M}}{r} \right\};$$

$$v = \sqrt{2G \left(\frac{M_M - M_3}{r} + \frac{M_M}{R_M} \right)}.$$

$$\mathbf{1.279.} \quad A \approx G \cdot m \left(\frac{M_3}{R_3} + \frac{M_M}{R_M} \right) = 1,3 \cdot 10^8 \text{ кДж}.$$

$$\mathbf{1.280.} \quad \approx 2,4 \cdot 10^9 \text{ Дж}.$$

$$\mathbf{1.281.} \quad \text{У } 1,27 \text{ рази}.$$

$$\mathbf{1.282.} \quad \text{а) } E = -G \frac{mM_3}{h+H}; \quad \text{б) } v = \sqrt{2GM_3 \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{h+H} \right]};$$

$$\text{в) } T = \frac{2\pi}{\sqrt{GM_3}} \left(\frac{h+H}{2} \right)^{3/2}; \quad \text{г) } M_3 \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}.$$

1.283. Зменшення повної енергії E супутника за час dt дорівнює $-dE = F v dt$. Представивши E і v як функції відстані r між супутником і центром Місяця, перетворимо це рівняння до виду, зручного для інтегрування.

Тоді отримаємо: $\tau \approx \frac{h}{\alpha \sqrt{gR}} (\sqrt{n} - 1)$.

1.284. $E = K + \Pi = -\frac{Gmm_c}{2a}$, де m_c – маса Сонця.

1.285. $E \approx \frac{mgR}{1+h/R}$, де R – радіус Землі.

1.286. $\approx 4 \cdot 10^4 \text{ Мм}$.

1.287. Для h_1 : $\frac{A}{A_1} = 1$; для h_2 : $\frac{A}{A_1} = 2$.

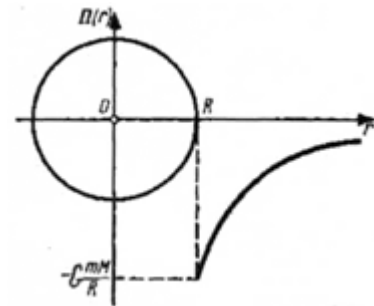
1.288. $E_k \approx 1,56 \cdot 10^{11} \text{ Дж}$; $v \approx 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$.

1.289. $6,1 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$.

1.290. $A = mgR_3 = 310 \text{ ГДж}$.

1.291. 1) Якщо вважати потенціальну енергію нескінченно віддалених одне від одного тіл рівною нулеві, то $\Pi(r) = -G \frac{mM}{r}$.

2) Якщо вважати потенціальну енергію рівною нулеві на поверхні Землі, то при $h \ll R_3$
 $\Pi(h) = mgh$, де $g = G \frac{M}{R_3^2}$.



1.292. Повна механічна енергія корабля в перигелії (тобто у вершині параболи): $E = mv_0^2/2 - GmM/r_0$. За 2-им законом Ньютона $GmM/r_0^2 = mv_0^2/R_0$, де R_0 – радіус кривизни в цій точці. Звідси $GmM/r_0 = mv_0^2 r_0/R_0$, і повна енергія $E = mv_0^2(1/2 - r_0/R_0)$. Але $r_0 = f = p/2$, а $R_0 = p$, де p – параметр параболи.

Підставивши всі значення величин у формулу для E , переконаємося, що вона дорівнює нулю. Згідно із законом збереження енергії вона буде рівною нулю й у будь-якій точці траєкторії.

1.293. 1) $A = \frac{1}{2} mgR = 31,2 \text{ МДж}$; 2) $A = mgR = 62,4 \text{ МДж}$.

1.294. $A_{12} = 104 \text{ МДж}$.

1.295. $E_n/E_k = 2$.

1.296. Ні. Тому, що при запускові штучного супутника на орбіту більшого радіуса його кінетична енергія зменшується, але зростає потенціальна енергія, і сумарна робота, яка необхідна для запуску супутника, зростає.

1.297. $H = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$; $E_k = 1,87 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$.

1.298. а) $10,2 \text{ м/с}^2$; б) ні.

1.299. $m = \frac{2A}{gR_3} = 500 \text{ кг}$.

1.300. $2,25 \cdot 10^7 \text{ Н}$.

1.301. Щоб $v'/v = 2$, необхідно, щоб $F'_{тяги}/F_{тяги} = 4$.

1.302. а) $58,8 \text{ кг/с}$; б) $176,4 \text{ кг/с}$.

1.303. $v_1 = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$

1.304. $F_{\text{тяги}} = 2\rho v^2 S \sin^2 \alpha.$

1.305. $R = -Q_m v = -160 \text{ Н}; \quad a = -\frac{Q_m v}{m} = -4,57 \text{ м/с}^2.$

1.306. $F = mg \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2} \sin \alpha \approx 0,02mg \approx 200 \text{ Н}.$

1.307. $c - v \approx \frac{m_0^2 c^2}{2(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) M^2 v^2} c = 8 \cdot 10^{-28} \cdot 3 \cdot 10^{11} \text{ (м/с)}$ (у формулі c – швидкість світла); $E_\kappa / E_3 \approx 2(\sqrt{2} - 1) c / v \approx 8,3 \cdot 10^3.$

1.308. 1) $\Pi = mg_0 R \frac{h}{R+h};$ 2) $h = \frac{v_0^2 R}{2g_0 R - v_0^2};$ 3) $v_\infty = \sqrt{v_0^2 - v_{II}^2}.$

1.309. $F = -\frac{v_0 m_0}{2t_0 \ln 2} \approx -6,2 \cdot 10^4 \text{ Н}.$

1.310. Зміну сили тяги двигуна можна знайти, скориставшись другим законом Ньютона, записаним так: $\Delta(mv) = F\Delta t,$ (1)

де Δt – деякий проміжок часу, а $\Delta(mv)$ – зміна кількості руху мікрометеорів, які зіткнулися з кораблем за час Δt . Оскільки, за умовою, швидкість корабля постійна, то з (1) $F = v \frac{\Delta m}{\Delta t}.$ (2)

Тут Δm – маса мікрометеорів, які зіткнулися з кораблем за час Δt . Якщо ρ – густина мікрометеорів (тобто маса в одиниці об'єму), то, очевидно, що $\Delta m = v S \rho \Delta t.$ (3)

З (2) і (3) остаточно дістаємо $F = v^2 S \rho = 98 \cdot 10^8 \text{ дин} \approx 10 \text{ т}.$

1.311. $G \frac{3M^2}{5R}.$

1.312. Кінетична енергія планети $E = \frac{mv_r^2}{2} + \frac{L^2}{2I},$ де перший член виражає енергію радіального, а другий – обертального руху, причому момент імпульсу планети L відносно Сонця зберігається. Оскільки момент інерції планети відносно Сонця $I = mr^2,$ то закон збереження енергії запишеться у вигляді

$$\frac{mv_r^2}{2} + \frac{L^2}{2mr^2} - G \frac{Mm}{r} = E = \text{Const},$$

де M – маса Сонця; m – маса планети. При $r = \infty$ $E = mv_r^2/2.$ Ця рівність може виконуватися лише при $E > 0.$ При $E < 0$ вона виконуватися не може. Це означає, що при $E < 0$ рух планети буде фінітним, а при $E > 0$ – інфінітним.

1.313. $\frac{E_z}{E_c} \approx 2 \cdot 10^{10}.$

1.314. За даних в умові задачі з рівнянь руху тіл змінної маси отримаємо значення відношення $m_0/m = 5 \cdot 10^{3327}.$ Для порівняння відмітимо, що вся маса Галактики $\sim 3 \cdot 10^{44} \text{ з},$ Метагалактики $\sim 10^{56} \text{ з}.$ Таким

чином, навіть маса Метагалактики неймовірно мала порівняно з масою такого гіпотетичного космічного корабля. Цей приклад демонструє абсолютну непридатність ракет на хімічному паливі у якості зорельотів.

1.315. Якщо v – швидкість ракети, то $mv = P = E/c$, де P – повний імпульс, а E – енергія випромінюваного світла. Диференціюючи за часом і нехтуючи зміною маси ракети, знаходимо шукану потужність $\frac{dE}{dt} = mcg = 3 \cdot 10^{12} \text{ Вт} = 3 \cdot 10^9 \text{ кВт}$, що перевищує потужність великої електростанції приблизно у 1000 разів.

До розділу 2

2.1. $64 T_M$.

2.2. $\langle \lambda \rangle = 5,6 \text{ км}$.

2.3. $t \approx \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{nm \langle v \rangle L^2} \cdot \ln 2$.

2.4. 54 м^3 .

2.5. В 1,2 рази.

2.6. $\tau = \left(\frac{2\pi kT}{m} \right)^{1/2} \frac{\exp \left(-\frac{x_{em}^2}{2} \right)}{g \sqrt{2\pi} x_{em}^2 + 1}$, де $x_{em}^2 = \frac{v_{em}}{2kT/m}$.

Для атомарного водню $\tau \approx 27 \text{ років}$; для молекулярного – $\tau \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ років}$.

2.7. Потенціальна енергія молекули в гравітаційному полі планети дорівнює $-GMm/r$, де M – маса планети. Якби атмосфера знаходилася в тепловій і механічній рівновазі, то концентрація молекул n повинна була б визначатися формулою Больцмана

$$n = n_{\infty} \exp \left\{ \frac{GMm}{kT} \right\},$$

тобто, залишалася б скінченною при $r = \infty$, що неможливо, оскільки число молекул в атмосфері обмежене. Протиріччя зникає лише при $n_{\infty} = 0$, а отже при $n = 0$, тобто при повній відсутності атмосфери. Планети мають атмосфери лише тому, що останні розсіюються дуже повільно (див. попередню задачу).

2.8. а) $\langle \lambda \rangle \sim 10^{-5} \text{ см}$; $\tau \sim 10^{-10} \text{ с}$;

б) $\langle \lambda \rangle \sim 10^{25} \text{ м}$; $\tau \sim 10^{16} \text{ с} \sim 10^9 \text{ років}$.

2.9. $\tau \approx \frac{R^2}{6D} \approx \frac{R^2}{2lv} \approx \frac{R^2}{2lc} \approx 1,4 \cdot 10^{14} \text{ с} \approx 4,4 \cdot 10^4 \text{ років}$, де $v \approx c$; D –

коефіцієнт дифузії.

2.10. Нехай об'єм супутника $V \approx 1 \text{ м}^3$; площа отвору $S = 10^{-4} \text{ м}^2$; швидкість v витікання газу дорівнює швидкості звуку $v \approx 3 \cdot 10^2 \text{ м/с}$. Тоді $t \sim V/2vS \approx 10 \text{ с}$.

2.11. $5,53 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

2.12. $1,4 \cdot 10^3 \text{ кг / м}^3$.

2.13. $h_3 = 8,8 \text{ км}$; $h_c = 113 \text{ км}$.

2.14. Густина атмосфери

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1)$$

де m – маса газу; V – об’єм. Але величини m і V входять також у рівняння Менделєєва-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$, з якого можна знайти, що

$$m = \frac{pVM}{RT}. \quad (2)$$

Із виразів (1) і (2) маємо

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Підставляючи числові значення величин, отримуємо:

$$\rho = \frac{9,12 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}}{8,31 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{К)} \cdot 750 \text{ К}} = 64,4 \text{ кг / м}^3.$$

2.15. $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{p_1 T_2 M_1}{p_2 T_1 M_2} = 65 \text{ разів}$, де M_1 , M_2 – молярні маси відповідно

вуглекислого газу й повітря.

2.16. $V = \frac{mTR}{p(M_2 - M_1)} = 23,5 \text{ м}^3$, де M_1 і M_2 – молярні маси відповідно

гелію та вуглекислого газу.

2.17. $T = \frac{GMmh}{(r + h/2)^2 R} = 259 \text{ К}$, де G – гравітаційна стала.

2.18. 29 кг / кмоль .

2.20. Оскільки товщина фотосфери мала, то можна вважати її густину в середньому сталою, а також вважати постійним прискорення вільного падіння. Для того щоб фотосфера знаходилася у рівновазі, необхідно, щоб гідростатичний тиск врівноважувався б тиском газу, тобто: $p = \rho g_c h = pRT / \mu$, де μ – молярна маса газу. Звідси випливає, що

$$h = RT / \mu g_c.$$

2.21. Як і в попередній задачі, виходимо з рівності тиску газу гідростатичному тиску, який приблизно дорівнює

$$P = \rho_c g_c h = \rho_c \frac{GM_c}{2R_c^2} \cdot \frac{R_c}{2}, \text{ де } \rho_c = \frac{M_c}{V_c} = \frac{3M_c}{4\pi R_c^3}.$$

Решту невідомих можна визначити за рівнянням Клапейрона-Менделєєва.

2.22. При температурі вище 373 К середня квадратична швидкість молекул водню дорівнює $2,15 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Друга космічна швидкість для Місяця $2,4 \text{ км/с}$. Звичайно, що тяжіння Місяця утримати водень не зможе. Але згідно з розподілом Максвелла завжди існує певна частина молекул, швидкості яких у декілька разів більші за середню. Тому й інші гази не

можуть утриматися тяжінням Місяця і розсіюються у космічному просторі.

2.23. Із барометричного розподілу визначаємо молярну масу газу:

$$\mu = \frac{\alpha R T_0 \lg(P_0/P)}{g \lg(T_0/T)}, \text{ де } \alpha = \frac{T_0 - T}{h T_0} = 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}.$$

Зважаючи, що для Венери $g = 8,52 \text{ м/с}^2$, для чотирьох значень висот атмосфери визначаємо значення молярної маси. Середнє її значення: $\mu_{cp} = \frac{40,0 + 43,2 + 44,4 + 46,0}{4} = 43,4 \text{ кг/кмоль}.$

Молярна маса CO_2 дорівнює $44 \text{ кг/кмоль}.$ Це свідчить про те, що атмосфера Венери в основному складається з вуглекислого газу.

2.24. $\rho = \frac{3\pi}{0,1 G t^2} \approx 3,03 \text{ г/см}^3.$

2.25. $\rho = 3v^2 R / 4\pi G r^3 \approx 500 \text{ кг/м}^3.$

2.29. Оскільки, кількість теплоти, яка виділяється, розподіляється порівну між метеором і кораблем, то $\frac{1}{4} m v^2 = c m \Delta t + \lambda m$, де c і λ – питомі теплоємність і теплота плавлення заліза; Δt – різниця між температурою плавлення заліза (1530°C) і початковою температурою метеора – (-100°C). Звідси $v = 2\sqrt{c\Delta t + \lambda} \approx 1,94 \text{ км/с}.$

2.30. $\Delta E_k / Q = 12.$

2.31. $v \approx 2,2 \text{ км/с};$ мінімальна.

2.32. $p = p_0 \left(1 - \frac{az}{T_0}\right)^n; \quad \frac{p}{T^n} = \text{const},$ де T_0 – абсолютна температура на земній поверхні; $n = \frac{g}{Ca};$ C – газова стала, віднесена до одиниці маси повітря. В граничному випадку, коли $a \rightarrow 0$, одержуємо барометричну формулу:

$$p = p_0 e^{-\frac{gz}{CT_0}}.$$

Вказівка. За умовою задачі $\frac{dT}{dz} = -a.$

Умова рівноваги $\frac{dp}{dz} = -\rho g.$

Нарешті, на підставі рівняння Клапейрона $p = C\rho T.$

З цих трьох рівнянь можна одержати формули, наведені у відповіді.

2.33. $z = \frac{T_0}{a}.$ Для адіабатичного розширення (див. розв'язання попередніх задач) $z \approx 28 \text{ км}.$

З відповіді видно, що температурний градієнт не може бути однаковим у всій товщі атмосфери.

2.34. Умова механічної рівноваги, очевидно, полягає ось у чому. Якщо деяку масу повітря перемістити вгору, не надаючи їй і не віднімаючи від неї тепла, то температура її знизиться, згідно з рівнянням адіабати. Якщо ця температура буде нижчою, ніж температура навколишнього повітря, то густина піднятої маси буде більша від густини навколишнього повітря, і ця маса буде прагнути повернутися вниз. У цьому випадку рівновага повітря стійка. Навпаки, коли температура піднятої маси повітря буде вища від температури навколишнього повітря, то ця маса буде підніматися ще вище, і рівновага буде нестійкою. Рівність температур характеризує так зване адіабатичне розшарування і відповідає індіферентній рівновазі. Знайдемо температурний градієнт при адіабатичному розшаруванні. Якщо p – тиск повітря, а ρ – густина, то на підставі рівняння Пуассона $\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const}$, де $\gamma = C_p / C_v$, а на підставі рівняння Клапейрона $\frac{p}{\rho T} = \text{const}$.

З цих двох рівнянь знаходимо: $\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} + \frac{d\rho}{\rho}$, звідки $dT = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{p} dp$.

Спрямуємо вісь Z вертикально вгору. Для механічної рівноваги необхідно, щоб $\frac{dp}{dz} = -\rho g$.

Порівняння цієї формули з попередньою дає:

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{p} \rho g \approx -0,001 \text{ град} / \text{м}.$$

Якщо температура повітря зменшується з висотою швидше, ніж при адіабатичному розшаруванні, то рівновага нестійка.

2.35. $v = \frac{1}{\sqrt{365}} = 0,052 \text{ метра на добу}.$

2.36. $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{1}{365}} = \frac{1}{19}.$

2.37. $\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{A}{a\sqrt{\pi\tau}} = \frac{1}{25} \text{ град} / \text{м}; \quad 2a\sqrt{\pi} = 1 \text{ метр на добу. Звідси}$
 $\tau = 4 \cdot 10^{10} \text{ діб}.$

2.38. Розрахунки згідно давньої теорії. У системі СГС:

$$Q = \frac{3}{5} GM^2 \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{3}{5} GM^2 \frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}.$$

Оскільки $R_2 = 0,9R_1$, то $Q = \frac{3}{50} \frac{GM^2}{R_1} = 2,3 \cdot 10^{17} \text{ ерг}.$

Енергія, яка випромінюється Сонцем протягом одного року, складає біля $1,2 \cdot 10^{41} \text{ ерг}$. Виділеного при стисненні Сонця тепла вистачить приблизно на $1,9 \cdot 10^6 \text{ років}$. Температура Сонця при раптовому стисненні

його на одну десяту початкового радіуса підвищилася б приблизно на $4,6 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Розрахунки згідно із сучасними поглядами. Розрахуємо спочатку теплоту утворення Сонця W із нескінченно розрідженої матерії. Виділимо нескінченно тонкий сферичний шар з масою dm , центр якого співпадає з центром Сонця. Результируюча гравітаційних сил, з якими на елемент маси сферичного шару діють всі маси, що знаходяться далі за нього від центра Сонця, дорівнює нулю. Маса ж, що розташована ближче до центра Сонця, діють на цей шар так, неначе вони зосереджені в центрі Сонця. Якщо їх загальна маса дорівнює m , то при переміщенні шару із нескінченності на відстань r від центра Сонця гравітаційні сили виконають роботу

$$G \frac{mdm}{r} = \frac{4\pi}{3} G \rho r^2 dm,$$

де ρ – густина Сонця. Припустимо тепер, що процес утворення Сонця із нескінченно розрідженої матерії скінчився. Тоді $dm = 4\pi r^2 \rho dr$ і для теплоти утворення ми отримаємо вираз

$$W(R) = \int_0^R \frac{4\pi}{3} G \rho r^2 4\pi r^2 dr = \frac{16}{15} \pi^2 G \rho^2 R^5 = \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R},$$

де R – радіус Сонця. Аналогічно для тепла Q , яке утворилося при зменшенні радіуса Сонця, отримуємо:

$$Q = W(R_2) - W(R_1).$$

Якби Сонце складалося лише із водню, то, зрозуміло, що водень був би не тільки дисоційований, але й повністю іонізований. Таким чином на кожен грам маси Сонця припадало б $2N$ частинок: N електронів і N протонів. Середня кінетична енергія їх теплового руху дорівнює $2N \cdot \frac{3}{2} kT = 3RT$ (R – універсальна газова стала). Отже, питома теплоємність сонячної речовини у цьому випадку була б рівна $C_v = 3R \approx 6 \text{ кал}/(^{\circ}\text{C})$.

Із наведених обчислень випливає, що теорія Гельмгольца-Кельвіна невірна. Випромінювання зірок (в тому числі і Сонця) відбувається за рахунок енергії ядерних реакцій всередині зірок. Гравітаційне стиснення стає основним джерелом енергії лише на пізніх етапах еволюції зірок («білі карлики», нейтронні зорі, або пульсари, колапсари, або «чорні дірки»).

2.39. $\approx 10^7 \text{ K}$.

2.40. Середня квадратична швидкість атомів водню у фотосфері

$$\langle v \rangle = \sqrt{3RT/M} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ м/с},$$

де R – універсальна газова стала. Друга космічна швидкість

$$v = \sqrt{2GM_C/R_C} = 6,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Як видно, $\langle v \rangle$ у 51 раз менша від v , тому більшість атомів водню не можуть вирватися з поля тяжіння Сонця. Лише дуже невелике число

атомів, швидкості яких набагато більші від середньої, можуть вилетіти – вони і створюють сонячний вітер.

2.41. $0,5 \text{ K}$; $\approx 84 \text{ століття}$.

2.42. У названих випадках можна скористатися: а) даними спектрального аналізу і болометром; б) вище, приблизно, 30 км акустичними і оптичними методами, нижче – термографом, який піднятий кулею-зондом; в) методом Росса, який «збирав» місячне світло у фокусі гігантського рефлектора і використовував болометр; г) за допомогою опущеного на дно ртутного термографа, поміщеного в захисну оболонку від механічних пошкоджень і в першу чергу від тиску води.

2.43. $1,54 \cdot 10^6 \text{ кг}$.

2.44. $M_0 / M = e^{v/v_0} \approx 22$, де $v_0 = \sqrt{\frac{2C_p T}{\mu}} \approx 2,58 \text{ км/с}$.

2.45. У системі відліку, в якій корабель перебуває у спокої, течію газу можна вважати стаціонарною. Рівняння Бернуллі в цій системі запишеться у вигляді

$$c_p T + \frac{v^2}{2} = \text{const}.$$

Температура буде максимальною в точці, де $v=0$. Вона рівна

$$T_{\text{макс}} = T \left(1 + \frac{v^2}{2C_p} \right), \text{ або } T_{\text{макс}} = T \left[1 + \frac{1}{2} M^2 \gamma - 1 \right],$$

де $M = v/v_{\text{зв}}$ – число Маха; $v_{\text{зв}}$ – швидкість звуку; $\gamma = c_p/c_v$.

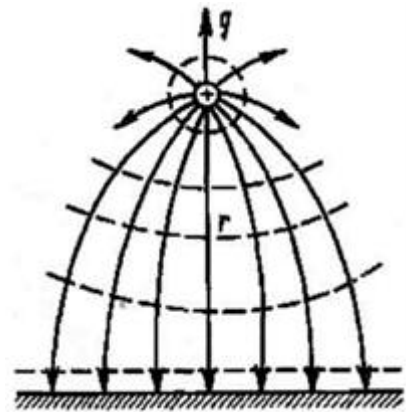
2.46. Тиск газу в центрі Сонця можна визначити із рівняння стану ідеального газу $P_z = nkT$, де n – число частинок в одиниці об'єму. Концентрації протонів і електронів на Сонці в припущенні про його електронейтральність необхідно вважати рівними $n/2$. Оскільки густина газу $\rho = (m_p + m_e)(n/2) \approx (1/2)m_p \cdot n$ (m_p і m_e – маси протона і електрона), то $P_z = 2\rho RT / \mu_p$. Покладаючи $\rho = 80 \text{ г/см}^3$ і $\mu_p = 1$, для заданої температури в центрі Сонця знаходимо $P_z = 1,7 \cdot 10^{16} \text{ Н/м}^2$. Радіаційний тиск $P_{\text{рад}} = (4/3)\sigma T^4 / c = 7,2 \cdot 10^{14} \text{ Н/м}^2$.

2.47. Відомо, що ентропія системи має ймовірнісний характер. Систему Земля – Сонце в енергетичному відношенні можна вважати ізольованою. Тоді внаслідок щосекундного зменшення кількості теплоти, яку отримує Земля від Сонця, що охолоджується вкрай повільно та внаслідок зворотнього процесу довгохвильового випромінювання Землею в простір, ентропія Землі зростає. Що стосується енергії, яка надходить на Землю від космічних променів, то хоча цей процес і відбувається неперервно, ефективність його надто мала, щоб ймовірність зростання ентропії Землі (чого вимагає другий закон термодинаміки для ізольованої системи) могла змінитися ймовірністю її зменшення. В останньому випадку система Земля – Сонце просто не може вважатися ізольованою.

До розділу 3

3.1. Заряд, наведений по індукції в Землі, чисельно дорівнюватиме заряду $+q$. Проте цей заряд не зосереджений в одній точці, а розподілений по поверхні Землі. Отже, шукана сила має бути менша від значення $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

Цю силу притягання заряду до Землі можна визначити, розглянувши електростатичне поле між зарядом і поверхнею Землі, яка є еквіпотенціальною поверхнею. Отже, поблизу поверхні Землі еквіпотенціальні поверхні поля мають бути близькими до площин. Водночас поблизу точкового заряду еквіпотенціальні поверхні повинні мати форму сфер. Тоді можна якісно зобразити картину еквіпотенціальних поверхонь (точніше перерізів поверхонь). Маючи цю картину та скориставшись властивістю взаємної перпендикулярності силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь (див. мал.), можна провести силові лінії. Дістанемо картину силових ліній, подібну до тієї, коли маємо два однакові за величиною і різні за знаком точкові заряди, тобто вигляд поля поблизу заряду $+q$ подібний до того, коли на відстані $2r$ від нього буде такої самої величини заряд протилежного знаку. Тоді шукана сила



$$F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 r^2}.$$

3.2. $5,7 \cdot 10^{13} \text{ Кл}.$

3.3. Ні; $q = 4\pi\epsilon_0 ER^2 \approx 5,9 \cdot 10^5 \text{ Кл}; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = ER \approx 8,3 \cdot 10^8 \text{ В}.$

3.4. $7 \cdot 10^8 \text{ м}^{-3}; 18,5 \text{ хв}.$

3.5. $\rho = \frac{3\epsilon_0(E - E_0)}{h} \approx -1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/м}^2.$

3.6. $\Delta\varphi = \frac{m}{2e}\omega_3^2 R_3 h \sin 2\varphi \approx 2,9 \cdot 10^{-11} \text{ В}.$

3.7. $C = 710 \text{ мкФ}; \Delta\varphi = 1400 \text{ В}.$

3.8. $E \approx 0,024 \text{ ГГСЭ} = 7,2 \text{ В/см}.$

3.9. $H_0 \approx 0,024 \text{ Ерстед}.$

3.10. $H_0 \approx 0,85 \text{ Ерстед}.$

3.14. $\approx 10^5 \text{ років}; \approx 0,2 \text{ Кл}.$

3.15. Заряд, який накопичився б на Землі за час t , дорівнює $q = \eta S q_p t$, де $\eta = 1 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ — густина потоку протонів, $S = 4\pi R^2$ — площа

поверхні Землі, R – радіус Землі, q_p – заряд протона. Критичний заряд q Землі, при якому всі заряди з кінетичною енергією $E < 4 \cdot 10^9 \text{ eV}$ не будуть попадати на Землю, можна знайти з умови:

$$\frac{qq_p}{4\pi\epsilon_0 R} = \eta \frac{Stq_p^2}{4\pi\epsilon_0 R} \geq E,$$

$$\text{звідки } t_{\text{крит}} = \frac{E\epsilon_0}{\eta q_p^2 R} \approx 0,1 \text{ року}.$$

Земля ж (за оцінками) існує $5 \cdot 10^9$ років. Здавалося б, що на Землю вже давно не повинно падати жодного протона. Насправді ж позитивний заряд Землі постійно компенсується за рахунок потоку електронів, енергія яких надто мала, щоб їх можна було приписати космічним променям.

3.16. $\lambda_{\min} = c \cos \varphi \sqrt{\frac{\pi m}{Ne^2}} \approx 23 \text{ м}$, де c – швидкість світла у вакуумі; e і m – заряд і маса електрона.

3.17. $n = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$.

3.18. $v = 3,01 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

3.19. Огинання земної кулі електромагнітними хвилями зумовлене рефракцією та заломленням в іоносфері.

3.20. Щоб радіохвиля могла досягнути Землі, її довжина хвилі повинна становити $\lambda < 3,34 / \sqrt{N} \cdot 10^6 \text{ см} = 2,3 \cdot 10^2 \text{ см} = 2,3 \text{ м}$.

До розділу 4

4.1. $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

4.2. $t = R/c = 8,3 \text{ хв}$.

4.3. $s = ct \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м} = 1 \text{ св.рік}$, де $t = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}$.

4.4. Швидкість світла у досліді Галілея повинна була визначатися із співвідношення $c = 2d/t$, де d – відстань між двома учасниками досліду, які тримали ліхтарі; величина t , за задумом Галілея, – це час, необхідний для проходження світлом відстані d у прямому і зворотньому напрямках; час же, який був необхідний для суб'єктивної реакції учасників досліду на сигнал, вважався рівним нулю. У дійсності саме реакція на сигнал і поглинала весь час t , у чому можна було б переконатися, поставивши учасників досліду поряд. Тоді час t у межах похибок спостереження виявився б таким самим, а «швидкість світла» у досліді зменшилася б у відповідне число разів.

4.5. $2,1 \cdot 10^{-4}\%$.

4.6. 6640 км .

4.7. $2 \text{ хв. } 20 \text{ с}$.

4.8. $3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$.

4.9. $3,07 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

4.10. Будемо характеризувати точки «видимої» поверхні відстанню r від точки O і кутом θ між вектором $\vec{r}$ і лінією OP (див. мал.).

Час випромінювання світла t'_1 , який відповідає точці (r, θ) , і відповідний час спостереження t , зв'язані співвідношенням $t'_1 = t - R'/c \approx t - R/c + \frac{r}{c} \cos \theta$;

з іншого боку, $t'_1 - t_1 = t'_1 - t_0 + R/c = r/v$, оскільки шлях r пройдено з швидкістю v . Звідси $r = \frac{v(t - t_0)}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$.

4.11. Швидкість $u = dr/dt = \frac{v}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$ буде

максимальна при $\theta = 0$ і дорівнює $u_{\max} = \frac{v}{1 - v/c}$. Швидкість, перпендикулярна до променя зору $u_{\perp}$, дорівнюватиме $u_{\perp} = \frac{dr}{dt} \sin \theta = \frac{v \sin \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}$ і буде максимальною, коли $du_{\perp}/d\theta = 0$.

Максимальне ж її значення $u_{\perp \max}$ дорівнює $u_{\perp \max} = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ при кутові $\theta = \theta_{\max} = \arccos(v/c)$.

4.12. «Видима» швидкість оболонки не є швидкістю якогось матеріального об'єкту (тіла) або сигналу.

4.13. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$.

4.14. у 2 рази.

4.15. у 5,7 рази (отже на Північній Землі краще засмагати стоячи, ніж лежачи).

4.16. $E = 3,92E_1$.

4.17. $n = E_M / E_C \approx \frac{\eta}{2} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \approx 0,9 \cdot 10^{-6}$.

4.18. $B = \frac{E}{\pi g^2 \frac{\alpha}{2}} = 1,5 \text{ ГкД} / \text{м}^2$.

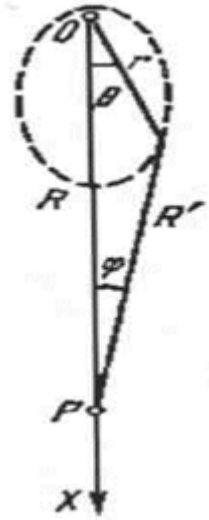
4.19. $48 \cdot 10^3 \text{ лк}$.

4.20. $E = \pi B \frac{R^2}{2r^2} \approx 8 \cdot 10^4 \text{ лк}$.

4.21. Сила світла Місяця дорівнює $0,1 \cdot 2 \cdot (384 \cdot 10^6)^2 = 3 \cdot 10^{16} \text{ (св)}$.

Шукане відношення дорівнює: $\frac{3 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^9} = 15 \cdot 10^6$.

4.22. $\lambda_m = 500 \text{ нм}$ — область видимого світла.



4.23. $\lambda_{\text{маа}} = 96 \text{ нм}$; $I = 4,6 \cdot 10^{10} \text{ Дж} / \text{м}^2 \cdot \text{с}$.

4.24. На Землю потрапляє $1/2,25 \cdot 10^9$ частина всієї енергії Сонця.

4.25. а) $1,5 \cdot 10^9 \text{ кДж} / \text{м}^2$; б) $5 \cdot 10^4 \text{ лк}$; в) $1,7 \cdot 10^4 \text{ кДж} / \text{м}^2$; $2,25 \cdot 10^4 \text{ кДж} / \text{м}^2$.

4.26. $\approx 24 \text{ км}$.

4.27. $1050 \text{ Вт} / \text{м}^2$.

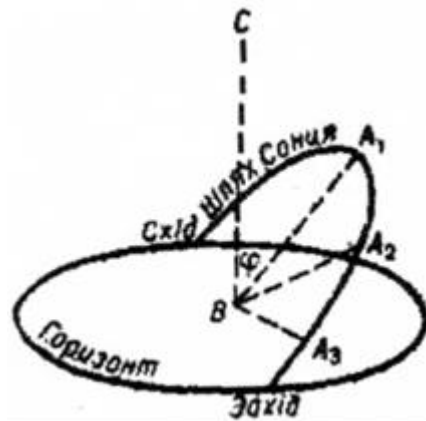
4.28. $6 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2$.

4.29. $2 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{ср}$.

4.30. $14 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} / \text{м}^3$.

4.31. Зобразимо умовно лінію горизонту і орбіту видимого руху Сонця (див. мал.).

Сполучимо прямими лініями точки A_1 , A_2 , A_3 , в яких перебуває Сонце, рухаючись по орбіті, з центром B площини горизонту. Аналізуючи малюнок, приходимо до висновку, що з наближенням Сонця до горизонту величина кута φ змінюється від $\varphi \approx 0$ до $\varphi \approx 90^\circ$. У зв'язку з цим освітленість



E зменшуватиметься (промені падають косо). Освітленість буде найбільша, коли Сонце перебуватиме високо над горизонтом.

4.32. Освітленість поверхні Землі паралельними сонячними променями пропорційна косинусу кута падіння їх. З геометричних міркувань можна встановити, що кут падіння променів на поверхню Землі у північній півкулі $\varphi + \alpha - \frac{\pi}{2}$, а в південній $\varphi - \alpha + \frac{\pi}{2}$. Тоді

$$n = \frac{E_{\text{півн}}}{E_{\text{півд}}} = \frac{\cos\left(\varphi + \alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\varphi - \alpha + \frac{\pi}{2}\right)} \approx 2,54.$$

4.33. Діаметр зображення $d = 2f \tan(\alpha/2)$. Потік світла крізь лінзу дорівнює потокові, що концентрується на зображенні. Звідси

$$E_1 = E \frac{D^2}{4f^2 \tan^2(\alpha/2)} = 2,83 \cdot 10^8 \text{ лк}.$$

4.34. Сонце, поверхня якого $S_C = 4\pi R_C^2$, випромінює світловий потік $\Phi_{\text{випр}}$. Він падає зсередини на поверхню сфери $S_{\text{орб}}$ радіуса $R_{\text{ЗС}}$, який дорівнює відстані від Землі до Сонця – радіусу орбіти Землі. Отже, освітленість поверхні Землі $E = \Phi_{\text{пад}} / S_{\text{орб}} = \Phi_{\text{випр}} / S_{\text{орб}}$. Яскравість поверхні

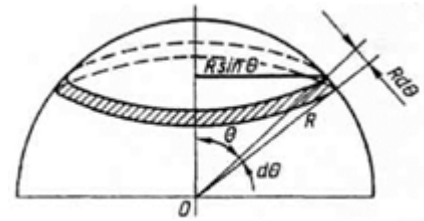
$$\text{Сонця як ламбертового джерела} \quad B_C = \frac{\Phi_{\text{випр}}}{\pi S_C} = \frac{E S_{\text{орб}}}{\pi S_C} = \frac{E}{\pi \tan^2(\alpha/2)};$$

$$B_C = 1,03 \cdot 10^9 \text{ кДж} / \text{м}^2.$$

4.35. $2,2 \text{ ГкДж} / \text{м}^2$.

4.36. Яскравість паперового аркуша $B = \rho E / \pi$, освітленість $E = I / R_{\text{ЗС}}^2$, де $R_{\text{ЗС}}$ – відстань від Землі до Сонця. Оскільки Сонце можна вважати ламбертовим джерелом світла, то сила світла Сонця пропорційна видимій площі Сонця: $I = B_{\text{С}} \pi R_{\text{С}}^2$. Тоді $B = \rho \left(\frac{R_{\text{С}}}{R_{\text{ЗС}}} \right)^2 B_{\text{С}}$, звідки $\frac{B_{\text{С}}}{B} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{R_{\text{ЗС}}}{R_{\text{С}}} \right)^2 = \frac{1}{\rho \alpha^2}$, де α – кутовий радіус Сонця, $\alpha = \frac{R_{\text{С}}}{R_{\text{ЗС}}} = 16'$. Для ідеально білої поверхні коефіцієнт відбиття $\rho = 1$. Отже, $\frac{B_{\text{С}}}{B} = 4,64 \cdot 10^4$.

4.37. Освітленість поверхні Землі, що створюється елементом сферичної поверхні ds у точці O (див. мал.), $dE = \frac{dI}{R^2} \cos \theta$. Для ламбертових джерел $dI = B dS$, де dI – сила світла в напрямі нормалі (радіуса); dS – елементарна площадка, що є видимою з точки O . З малюнка видно, що площа елементарної поверхні, яка вказана штриховкою, $dS = (2\pi R \sin \theta) R d\theta$. Тоді $dE = 2\pi B \sin \theta \cos \theta d\theta$. З інтегрування за θ у межах від 0 до $\pi/2$, одержуємо $E = 2\pi B \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi B$, $E = 3,14 \cdot 10^{-4}$ лк.



Ні.

4.38. $m = \frac{\pi E R^2 t}{680 c^2} \approx 1,76 \cdot 10^4$ кг.

4.39. Удень розсіяне небом блакитне світло додається до жовтуватого світла самого Місяця. Це змішування кольорів сприймається оком як біле світло. Після заходу Сонця блакитний колір неба послаблюється і Місяць набуває жовтуватого відтінку.

4.40. Розсіяне атмосферою сонячне світло значно яскравіше світла зірок, тому зірок не видно.

4.41. Світло від цих зірок проходить в атмосфері більший шлях, ніж світло від зірок, розташованих поблизу зеніту, і більше розсіюється.

4.42. Згідно із законом Релея короткі хвилі (фіолетова частина спектра) розсіюються значно сильніше. Пряме сонячне світло (зоря) збагачене червоними променями. Колір неба був би чорним. Якби дисперсія була значною, а поглинання і розсіювання слабкими, то сонячні промені під час сходу або заходу Сонця розрізнялися б кольорами. Спочатку колір Сонця був би синім, потім зеленим і т.д.

4.43. $I_{\text{С}} / I_{\text{М}} \approx 4$.

4.44. Якщо розміри частинок (крапель води), на яких відбувається розсіювання світла значно перевищують довжину світлової хвилі ($r \gg \lambda$), то інтенсивність розсіяного світла не залежить від λ – хмари будуть білими.

4.45. Відстань між Сонцем і Землею і Сонцем і Місяцем практично однакові. Тому якби Місяць і стіна мали однакові коефіцієнти відбивання,

то яскравість їх здавалася б однаковою. Тому можна вважати, що поверхня Місяця складається з темних порід.

4.46. На 2,4%.

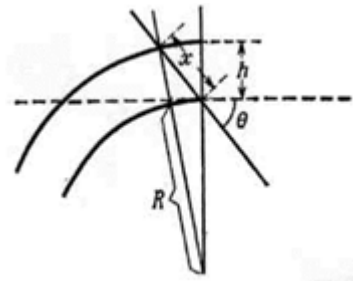
4.47. У 14,5 разів.

4.48. Для повітря $n-1=0,000292$; при атмосферному тиску число молекул в одиниці об'єму $N=2,7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Товщина атмосфери приведена до сталого тиску 1 атм., дорівнює $h \approx 10 \text{ км}$. Інтенсивність сонячного випромінювання, яке пройшло в атмосфері шлях x , визначається за формулою: $I(x) = I_0 e^{-N\sigma x} = I_0 e^{-\frac{2(n-1)^2}{3\pi N} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^4 x}$. (1)

Залежність x від кута θ , під яким Сонце стоїть над горизонтом, можна визначити геометрично (див. мал.).

Оскільки $h \ll R$ (R – радіус Землі), то маємо: $x \approx h / \sin \theta$.

Підставляючи у цей вираз відповідні значення кутів з умови задачі, отримаємо: а) $x(90^\circ) = h$; б) $x(10^\circ) = 5,620h$.



Таким чином, з виразу (1) знаходимо: а) $I(90^\circ) / I_0 \approx 78\%$; б) $I(10^\circ) / I_0 \approx 24\%$.

4.49. $\mu_1 = 0,03$; $\mu_1 / \mu_2 = 15$.

4.50. $\alpha = 37^\circ$.

4.51. Для проведення розрахунків необхідно зробити уточнююче припущення про розподіл електронів у навколосонячному просторі. Для необхідної оцінки можна припустити, що вони рівномірно заповнюють сферу радіусом удвічі більшим від сонячного. Світло, розсіяне в K -короні вільними електронами, рівномірно випромінюється в усі сторони і визначає яскравість свічення корони. Якщо вважати, що кожен квант світла розсіюється не більше одного разу, то на відстані, рівній сонячному радіусу, розсіюється частина повного сонячного випромінювання, яка рівна $r' = 1 - e^{-N_e \sigma R}$, (1)

де N_e – шукана густина електронів; $\sigma = 8\pi/3(e^2 / mc^2)^2 = 6,25 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ – томсонівський переріз розсіювання. Це розсіяне світло випромінюється сферою, радіус якої удвічі, а поверхня в четверо більші від аналогічних параметрів Сонця. Тому відношення яскравості цієї поверхні (сфери) до яскравості сонячного диска (яскравість у даному випадку визначається кількістю квантів, які випускаються з одиниці площі поверхні в одиницю часу) дорівнює $r = r' / 4$. Оскільки для розсіяного випромінювання величина $N_e \sigma R$, а, отже, й показник експоненти у виразі (1) малі, то можна скористатися наближеною формулою $e^{-x} \approx 1 - x$. Тоді, прирівнюючи r до числового значення з умови задачі, отримаємо $r = 10^{-8} = N_e \sigma R / 4$. Підставивши $R = 7 \cdot 10^{10} \text{ см}$, отримаємо:

$$N_e = \frac{4r}{\sigma R} = \frac{4 \cdot 10^{-8}}{6,25 \cdot 10^{-25} \cdot 7 \cdot 10^{10}} \approx 10^6 \text{ см}^{-3}.$$

4.52. Якщо розмір частинки R менший за довжину хвилі λ , всі розсіюючі атоми випромінюють з близькими фазами, а інтенсивність розсіяного світла і переріз розсіювання приблизно пропорціональні N^2 (N – число атомів у частинці) тобто:

$$\sigma \sim N^2 \sim R^6.$$

У цьому випадку переріз розсіювання одиницею маси $\Sigma = \sigma n \sim R^3$ ($n \sim 1/R^3$ – число частинок в одиниці маси).

При $R > \lambda$ ситуація змінюється – всередину непрозорої частинки великих розмірів світло не проникає, воно розсіюється і поглинається лише атомами, розташованими на поверхні частинки. У цьому випадку сумарний переріз поглинання і розсіювання приблизно дорівнює поперечному перерізові частинки: $\sigma = \pi R^2$, а $\Sigma \sim 1/R$.

Такий випадок схематично показаний на малюнку.

Отже, ефективність розсіювання одиницею маси досягає максимуму приблизно при $R = \lambda$ і при цьому $\sigma \approx \pi \lambda^2$. Для оцінки можна скористатися цим приблизним співвідношенням. За умовою задачі $N_1 \cdot \alpha x = \ln 100$, де N_1 –

число частинок в одиниці об'єму, а x – відстань до зорі. Шукана маса, на одиницю площі дається виразом:

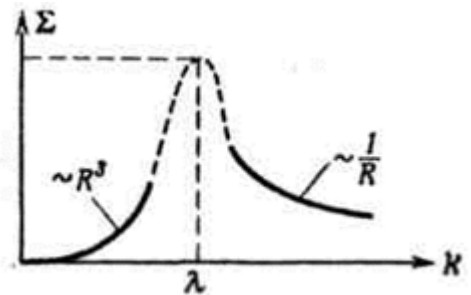
$$M = N_1 x m = \frac{m \ln 100}{\sigma},$$

де m – маса однієї частинки. Підставляючи в останній вираз $m = (4/3)\pi \lambda^3 \rho$, $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ (густина льоду); $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ (видиме світло), отримуємо:

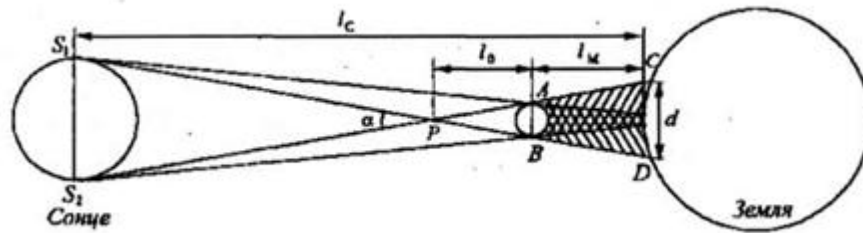
$$M = 3 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3.$$

4.53. Спостерігач побачить перші сонячні промені через проміжок часу, який необхідний для світла, щоб пройти відстань від Місяця до ока спостерігача, тобто приблизно через 1,3 с.

4.54. Сонячне затемнення спостерігається, коли Місяць знаходиться між Сонцем і Землею (див. мал.). Навколо повної тіні знаходиться півтінь, діаметр якої на малюнку приблизно дорівнює відрізку CD . Відрізок CD утворений променями, що йдуть на Землю від двох протилежних точок сонячного диска S_1 і S_2 і проходять вздовж дотичних до поверхні Місяця так, як показано на малюнку. Ці промені перетинаються у точці P , отже, трикутники $S_1 S_2 D$, CDP і ABP є подібними.



На малюнку неможливо в однаковому масштабі зобразити розміри небесних тіл і відстані між ними. У дійсності точка P перетину променів S_1D і S_2C лежить значно ближче до Місяця, ніж до Сонця. Доведемо це.



Із подібності трикутників S_1S_2P і ABP маємо пропорцію:

$$\frac{AP}{S_2P} = \frac{AB}{S_1S_2} \quad \text{або} \quad \frac{l_0}{l_C - l_0 - l_M} = \frac{R_M}{R_C}, \quad (1)$$

де l_0 – відстань від точки P до Місяця, l_C і l_M – відстані від Землі до Сонця і до Місяця, R_M і R_C – радіуси Місяця і Сонця.

Із виразу (1) знаходимо, що

$$l_0 = \frac{l_C - l_M}{1 + \frac{R_C}{R_M}}; \quad l_0 = \frac{1496 \cdot 10^8 \text{ м} - 3,8 \cdot 10^8 \text{ м}}{1 + \frac{696 \cdot 10^6 \text{ м}}{1,76 \cdot 10^6 \text{ м}}} = \frac{1492 \cdot 10^8 \text{ м}}{396} = 3,77 \cdot 10^8 \text{ м}.$$

Бачимо, що $l_0 \approx l_M = l_C / 396$, тобто відстань від точки P до Місяця приблизно дорівнює відстані від Місяця до Землі і майже в 400 разів менша за відстань від точки P до Сонця. Тому можна вважати, що $PS_2 \approx l_C = 1496 \cdot 10^8 \text{ м}$.

4.55. Повне затемнення буває в тому випадку, коли віддаль від центра Місяця до поверхні Землі менша від 376000 км; кільцеподібне, коли вона більша від цієї величини.

4.57. $21^\circ 52'$; $45^\circ 44'$. В обох колах зовнішній край синюватий, а внутрішній червонуватий.

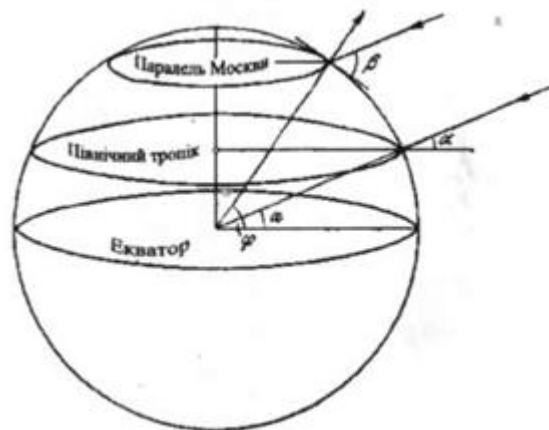
4.58. Географічна широта Москви, тобто кут між площиною екватора і нормаллю до поверхні земної кулі, $\varphi = 56^\circ$.

У момент, що вказаний у задачі, Сонце стоїть у зеніті над північним тропіком (ПТ; широта $\alpha = 23,5^\circ$). Отже, кут між напрямом на Сонце і горизонтом (див. мал.)

$$\beta = 90^\circ - \varphi + \alpha = 57^\circ 30'.$$

Веселку ж може бути видно лише в тому випадку, коли висота Сонця над горизонтом не перевищує 42° . Отже, спостерігати веселку у вказаний час неможливо.

4.59. $\Delta x \sim \sqrt{\lambda R} \approx 14 \text{ м}.$



4.60. Безпосереднє спостереження аберації дозволяє вирахувати швидкість Землі по орбіті із співвідношення $\operatorname{tg} \varphi = v/c$ (φ – кут аберації). Звідси $v = c \operatorname{tg} \varphi = 30 \text{ км/с}$. Прирівнявши відцентрову силу до сили сонячного притягання, отримаємо

$$G = \frac{M_3 M_c}{R^2} = \frac{v^2}{R} M_3.$$

$$\text{Звідки } R = \frac{GM_c}{v^2} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}.$$

4.61. Аберація світла – це зміна напрямку поширення світлової хвилі при переході від однієї системи відліку до іншої, яка перебуває в стані руху відносно першої. Якби швидкість Землі $\vec{v}$ відносно зорі залишалася сталою, то рух Землі відзначився б лише на видимому (позірному) положенні зорі на небосхилі і аберація не могла б спостерігатися. Аберація світла виникає внаслідок зміни швидкості $\vec{v}$, зумовленої обертанням Землі навколо Сонця. Кут аберації $\Delta\theta$ визначається різницею відносних швидкостей Землі Δv у діаметрально протилежних точках земної орбіти: $\operatorname{tg} \Delta\theta = \frac{1}{2} \Delta v / c$. Ця різниця відносних швидкостей, а з нею і кут $\Delta\theta$, однакові для всіх зірок і не залежать від власного руху останніх.

4.62. 1) $0,32''$; 2) в 64 рази.

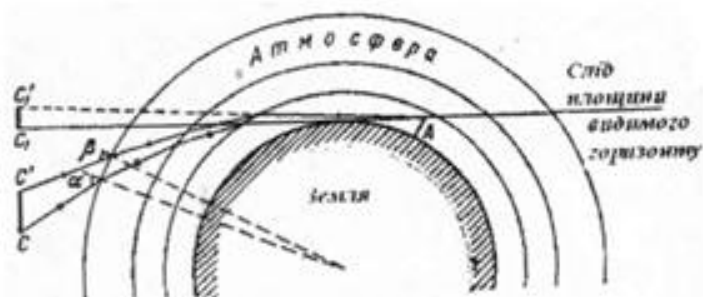
4.63. Промінь в атмосфері викривляється, видиме положення світила не співпадає з його дійсним положенням (атмосферна рефракція).

4.64. Видиме положення кожної зорі дещо змістилося б у напрямі від зеніту. Зорі, які було видно поблизу лінії горизонту, стали б невидимими.

4.65. Внаслідок атмосферної рефракції.

4.66. Внаслідок рефракції Сонце, яке сходить, видно дещо раніше, а яке заходить – дещо пізніше.

4.67. Рефракція сонячних променів у земній атмосфері від країв діаметра і хорд сонячного диска, паралельних до площини видимого горизонту, відбувається в однакових умовах, і тому в цьому напрямі ми не

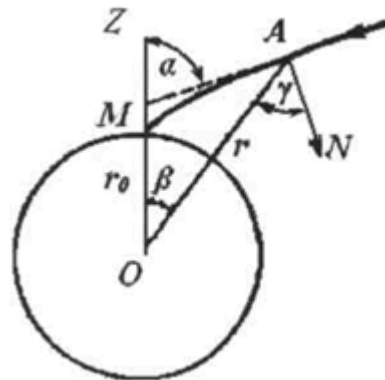


помічаємо ніякого спотворення сонячного диска. Інакше складаються умови для променів, що йдуть від країв діаметра і хорд сонячного диска, які перпендикулярні до площини видимого горизонту. Коли спостерігач бачить нижній край сонячного диска, промені від нижніх країв падають на верхній шар земної атмосфери під більшим кутом, ніж промені, що йдуть від верхніх країв сонячного диска, і, тому, перші викривляються

сильніше від других. Тому нижні краї Сонця здаються нам більше припіднятими, ніж верхні (див. мал., де A – спостерігач, CC' – дійсний, а $C_1C'_1$ видимий діаметри Сонця. Причому $C_1C'_1$ перпендикулярний до площини видимого горизонту, а $\alpha > \beta$). Це й є причиною того, що в цьому напрямі Сонце здається приплюснутим.

4.68. Коли n залежить тільки від r , то шлях світлового променя AM (див. мал.) буде плоска крива, яка лежить у площині, що проходить через зірку і вертикаль MZ місця спостереження.

Позначимо через α змінний кут, утворений вертикаллю MZ і дотичною до променя (цей кут називається зенітною віддалю). Через s позначимо довжину променя, відлічувану від точки M . Тоді



$$\frac{1}{\rho} = \frac{da}{ds} = \frac{d}{dN} \ln n;$$

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{d\alpha}{dr} \cdot \frac{dr}{ds} = \frac{d\alpha}{dr} \sin \gamma = \frac{d\alpha}{dr} \cos(\alpha - \beta);$$

$$\frac{d}{dN} (\ln n) = -\frac{d}{dr} (\ln n) \cos \gamma = -\frac{d}{dr} (\ln n) \sin(\alpha - \beta).$$

$$\text{Звідси } \frac{d\alpha}{dr} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = -\frac{d}{dr} (\ln n). \quad (1)$$

Далі з малюнка $d\beta = \frac{ds}{r} \cos \gamma = \frac{ds}{r} \sin(\alpha - \beta)$, звідки

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{d\beta}{dr} \frac{dr}{ds} = \frac{d\beta}{dr} \cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{r} \sin(\alpha - \beta).$$

$$\text{Отже, } \frac{d\beta}{dr} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = \frac{1}{r}. \quad (2)$$

$$\text{Віднімаючи (2) з (1), знаходимо: } \frac{d(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)} = -d \ln(nr).$$

$$\text{Інтегрування цього рівняння дає: } \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\sin \alpha_0} = \frac{n_0 r_0}{nr}, \quad (3)$$

де r_0 – радіус земної кулі, n_0 – показник заломлення повітря біля поверхні Землі, α_0 – видима зенітна віддаль зірки при спостереженні з точки M . Обчисливши з (3) $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ і підставивши одержане значення в

$$(1), \text{ знайдемо після інтеграції } \alpha_\infty - \alpha_0 = -n_0 r_0 \sin \alpha_0 \int_{r_0}^{\infty} \frac{d \ln n}{dr} \frac{dr}{\sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha_0}}. \quad (4)$$

Тут α_∞ позначає кут, утворюваний асимптотою до променя з вертикаллю місця. Різниця $\alpha_\infty - \alpha_0$ дає кут відхилення напрямку променя при проходженні через земну атмосферу і має назву рефракції. Знаючи закон зміни показника заломлення n з висотою і вимірявши видиму зенітну віддаль зірки α_0 , можна за формулою (4) обчислити рефракцію $\alpha_\infty - \alpha_0$.

4.69. Для видимих зенітних віддалей, які не більші, приблизно, від 75° , можна користуватися наближеною формулою:

$$\alpha_\infty - \alpha_0 = (n_0 - 1) \operatorname{tg} \alpha_0.$$

При $\alpha_0 = 70^\circ$ одержуємо $\alpha_\infty - \alpha_0 = 2'46''$. У Пулковських таблицях для $\alpha_0 = 70^\circ$ знаходимо: $\alpha_\infty - \alpha_0 = 2'45''$, 673.

4.71. Оскільки $(n-1) \ll 1$, то $\ln n = \ln \left[1 + (n-1) \right] \approx n-1$.

$$\text{Тоді } \alpha_\infty - \alpha_0 = \frac{Mg}{RT} n_0 r_0 \sin \alpha_0 (n_0 - 1) \int_{r_0}^{\infty} \frac{e^{-\frac{Mg}{RT}(r-r_0)}}{\sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha_0}} dr,$$

де M – молярна маса повітря, R – газова стала, T – абсолютна температура. Підкореневий вираз можна замінити наближеним виразом:

$$\begin{aligned} n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 \alpha_0 &= (nr + n_0 r_0 \sin^2 \alpha_0)(nr - n_0 r_0 \sin^2 \alpha_0) \approx \\ &\approx n_0^2 r_0 (1 + \sin \alpha_0)(r - r_0 \sin \alpha_0). \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } \alpha_\infty - \alpha_0 = 2(n_0 - 1)x_0 \operatorname{tg} \alpha_0 \int_{\alpha_0}^{\infty} e^{-(x^2 - x_0^2)} dx,$$

$$\text{де } x_0^2 = \frac{Mg r_0}{RT} (1 - \sin \alpha_0).$$

Для інтеграла $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha_0} e^{-x^2} dx$ складені спеціальні таблиці, якими й

можна користуватися при малих x_0 .

$$\mathbf{4.72.} \quad \alpha_\infty - \alpha_0 = \sqrt{\frac{\pi M g r_0}{2 R T}} (n_0 - 1) = 35'29''.$$

$$\mathbf{4.73.} \quad 33000 \text{ км}; \quad 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-1}.$$

$$\mathbf{4.74.} \quad 5,8 \cdot 10^8 \text{ Н}.$$

4.75. $8,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}$. (Одержаний результат слід розглядати як приблизний, оскільки при цьому не враховувалася дифракція електромагнітних хвиль на частинках такого малого розміру).

4.76. а) Сила гравітаційного притягання зменшується обернено пропорційно квадрату відстані від Сонця. Сила світлового тиску пропорційна імпульсу, переданому частинці за одиницю часу поглинутим випромінюванням, а імпульс, у свою чергу, – енергії випромінювання на одиницю площі ($\sim L^{-2}$), тобто інтенсивності. Таким чином, сили світлового тиску і притягання однаково залежать від L , і отже їх відношення – постійне.

б) Якщо позначити інтенсивність сонячного випромінювання через W , то сила світлового тиску, тобто імпульс, переданий в одиницю часу, дорівнює $F = \frac{dP}{dt} = W c \pi R^2$.

Прирівнюючи цю величину силі притягання $F_3 = \frac{4}{3} \frac{\pi R^3 \rho v^2}{L}$, де L – радіус земної орбіти; v – швидкість руху Землі по орбіті, отримаємо $R = \frac{3 W c L}{4 \rho v^2} = \frac{0,6}{\rho} \text{ мк}$, якщо ρ виразити в г/см^3 .

4.78. 1) $4,7 \text{ мкПа}$; 2) $4 \cdot 10^{-16} \text{ кг}$.

4.79. Сила світлового тиску на частинку записується у вигляді

$$F = \frac{S_1}{S_0} \frac{W}{c} (1 + \beta),$$

де S_1 – площа поперечного перерізу кулястої частинки з радіусом r ; $S_0 = 4\pi R^2$ (R – відстань частинки від Сонця); W – енергія, яку випромінює Сонце в одиницю часу; β – коефіцієнт відбивання (за умовою задачі $\beta = 0$).

Сила гравітаційного притягання дорівнює

$$F_1 = \frac{GMm}{R^2},$$

де m – маса частинки; M – маса Сонця.

У рівновазі будуть знаходитися лише ті частинки, радіус яких задовольняє умові $F = F_1$. Звідки знаходимо

$$r = \frac{3}{16\pi} \frac{W}{GM\rho c}.$$

Вважаючи густину речовини частинки $\rho \approx 1 \text{ г/см}^3$, оцінюємо її радіус:

$$r_0 \approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 6 \text{ \AA}.$$

Під дією світлового тиску частинки з радіусом $r < r_0$ будуть відхилятися від Сонця. Таким чином, звичайне пояснення походження «хвостів» комет цілком допустиме.

4.80. $0,9 \text{ мкм}$.

4.81. $7,2 \cdot 10^8 \text{ Па}$; $8,6 \cdot 10^{14} \text{ Па}$.

4.82. $F_r = \pi^2 I / c$, де I – інтенсивність електромагнітної хвилі в даній точці.

$F_2 = 4\pi G \rho M_C / 3R^2$, де R – відстань від частинки до Сонця.

Із рівності сил отримуємо: $r = 3IR^2 / 4G\rho c M_C$. Але $IR^2 = CR_0^2$, де R_0 – відстань від Землі до Сонця. Тому $r = 3CR_0^2 / 4G\rho c M_C$.

4.83. $5,9 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

4.84. $P = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$.

4.85. У 7200 разів ; буде зменшуватися.

4.86. $6 \cdot 10^8 \text{ Н}$; $9,65 \cdot 10^8 \text{ Н}$; $9 \cdot 10^8 \text{ Н}$.

4.87. а) I_0 / c ; б) $2I_0 / c$; в) $6,3 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$.

$$4.88. \quad F_1 = 5,9 \cdot 10^{13} \text{ дин} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ Н}. \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{16} \frac{uT^2}{\pi^2 a R \rho} = 1,6 \cdot 10^{-14}. \quad \text{Тут } a -$$

радіус земної кулі, R – віддаль від Землі до Сонця, T – час обертання Землі навколо Сонця. Порівняно з силою тяжіння сила світлового тиску мізерно мала і її вплив на рух планет лежить далеко за межами точності астрономічних вимірів.

$$4.89. \quad a < \frac{3}{16} \frac{uT^2}{\pi^2 R \rho} = 5,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}. \quad \text{Результат одержано з припущенням,}$$

що оскільки обчислене значення a того самого порядку, що й довжина світлової хвилі, то тут істотне значення має вплив дифракції. При врахуванні дифракції a вийде, очевидно, менше, бо світло тисне не тільки на передню, але й на задню сторону кульки. Тому геометрична оптика може дати лише верхню межу для a . Проте по порядку величин вона збігається з тим, що дає теорія дифракції.

$$4.90. \quad P_3 / P_M = 2,31.$$

$$4.91. \quad 0,93 \text{ км}^2.$$

$$4.92. \quad 39 \text{ м}.$$

$$4.93. \quad 1,5 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

4.95. Згідно із законом Стефана-Больцмана повна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла дорівнює

$$e(T) = \sigma T^4,$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Дж/м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4$ – стала Стефана-Больцмана.

Температуру Сонця визначимо за законом Віна:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

$$\text{звідки } T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0,002896}{500 \cdot 10^{-9}} = 5800 \text{ К}.$$

Підставивши знайдене значення T в закон Стефана-Больцмана, дістанемо

$$e(T) = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 = 6,42 \cdot 10^7 \text{ Дж/м}^2 \cdot \text{с} = 6,42 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

Потік енергії, яку випромінює Сонце, дорівнює добутку $e(T)$ Сонця на площу S його поверхні:

$$\Phi = e(T)S = e(T)4\pi R_C^2.$$

Підставивши числові значення, отримаємо $\Phi = 6,42 \cdot 10^7 \cdot 4\pi(6,95 \cdot 10^8)^2 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$

Еквівалентну масу випромінювання Сонця за 1 с знайдемо із співвідношення між масою та енергією: $E = mc^2$, звідки

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\Phi_t}{c^2} = \frac{3,9 \cdot 10^{26} \cdot 1}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ кг} = 4 \cdot 10^6 \text{ т}.$$

Отже: $e(T) = 64,2 \text{ МВт/м}^2$; $\Phi = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$; $m = 4 \cdot 10^6 \text{ т}.$

$$4.96. \quad I = 1,8 \text{ кВт/м}^2.$$

4.97. За формулою Релея-Джинса

$$\Phi = \frac{2\pi k T}{\lambda^2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \approx \frac{1,86 \cdot 10^{-15}}{\lambda^2} \text{ Вт / (м}^2 \cdot \text{МГц)},$$

де R – радіус земної орбіти; r – «ефективний радіус» корони, який ми поклали рівним радіусу фотосфери r_ϕ ; λ – в метрах.

4.98. 3,1 МВт.

4.99. $\sigma \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ ерг / (с} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{К}^4)$. Сучасні дані дають значення $\sigma = (5,6687 \pm 0,0010) \cdot 10^5 \text{ ерг / (с} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{К}^4)$.

4.100. 1) $S = S_0 e^{-\alpha h} = 1,84 \text{ кал}$, де $\alpha = 7,94 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$

2) $S = S_0 e^{-\alpha h} = 1,34 \text{ кал}$, де $\alpha = 4 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}$.

Таким чином, до Землі доходило б у першому випадку 92%, а в другому – 67% падаючої на поверхню атмосфери енергії Сонця.

4.101. 200 К.

4.102. 3,85 ГДж.

4.103. $3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$.

4.104. За 1 хв Сонце втрачає масу

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} \approx 26,4 \cdot 10^{10} \text{ кг};$$

$$t = \frac{M_c}{2\Delta m} \approx 7 \cdot 10^{12} \text{ років}.$$

4.105. $\Delta m = \frac{E}{c^2} \approx 4,44 \cdot 10^9 \text{ кг}$; $a = 6,7 \cdot 10^{-13} \text{ м / с}^2$; $v = at \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$.

4.106. $4,5 \cdot 10^{23} \text{ кВт}$; $1,6 \cdot 10^3 \text{ Дж / м}^2$; $5 \cdot 10^{12} \text{ кг / с}$; $\approx 3,8 \cdot 10^7 \text{ років}$.

4.107. Потік енергії, що падає на Землю $Q_1 = \pi R_1^2 q_1 \approx 10^{22} \text{ Дж}$.

$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\omega_1}{4\pi} = \frac{R_1^2}{4r_1^2} \approx 0,46 \cdot 10^{-9}$ (Q – весь потік енергії; ω_1 – тілесний кут, під яким

видно Землю з Сонця). $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_1^2 r_2^2}{R_2^2 r_1^2} \approx 0,22$ (Q_2 – потік енергії, який

отримує Юпітер; ω_2 – тілесний кут, під яким Юпітер видно з Сонця).

4.108. На 2,0 кг; випромінювання Землі зменшує її масу.

4.109. $\approx 1,41 \cdot 10^9 \text{ еВ}$.

4.110. Помноживши сонячну сталу на поверхню сфери з радіусом, що дорівнює одній астрономічній одиниці, отримаємо повну потужність сонячного випромінювання: $P = 4\pi R^2$. Щосекундна втрата маси $\mu = P / c^2$. Десять відсотків маси Сонце втратить за час

$$\tau = \frac{0,1 M_c}{\mu} = \frac{M_c c^2}{40\pi R^2}.$$

4.111. $1,37 \text{ кВт / м}^2$.

4.112. 1) $1,37 \cdot 10^{17} \text{ кг}$; 2) $8,82 \cdot 10^7 \text{ кг}$.

4.113. $\approx 595 \text{ Вт / м}^2$.

4.114. $\approx 600 \text{ Дж / м}^2 \cdot \text{с} = 600 \text{ Вт / м}^2$.

4.115. Залежить; вона обернено пропорційна квадрату відстані.

4.116. $2680 \text{ Дж} / \text{м}^2 \cdot \text{с}.$

4.117. $2,2 \cdot 10^{19} \text{ хв}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}.$

4.118. Якщо W – потужність сонячного випромінювання, яка поглинається кожним квадратним метром земної атмосфери, то енергія, яка виділяється на Сонці в 1 с , дорівнює $E = 4\pi D^2 W$, де D – відстань від Землі до Сонця. Таким чином, енергії, яка виділяється в одиницю часу, відповідає маса $m = E/c^2$. Реакція утворення гелію полягає в тому, що чотири атоми водню ($m_H = 1,0081 \text{ а.о.м.}$) об'єднуються в атом гелію ($m_{He} = 4,0039 \text{ а.о.м.}$). Хоча при цьому утворюються дві частинки з масою спокою, відмінною від нуля, вони в подальшому також перетворюються у випромінювання (позитрони, взаємодіючи з електронами, перетворюються у γ -кванти). Тому можна стверджувати, що частина маси водню $k = \frac{4m_H - m_{He}}{4m_H} = 7,1 \cdot 10^{-3}$ відповідає енергії, яка виділилася в результаті реакції. Таким чином, за 1 с на Сонці «згорає» маса водню

$$M = \frac{m}{k} = \frac{4\pi D^2 W}{kc^2} = 6,25 \cdot 10^8 \text{ т},$$

що складає приблизно $3 \cdot 10^{-17}\%$ маси Сонця.

4.119. $96 \text{ нм}; 4,6 \cdot 10^{10} \text{ Дж} / \text{м}^2 \cdot \text{с}.$

4.120. Визначимо спочатку кількість нейтронів і їх концентрацію:

$$N = \frac{2 \cdot 10^{30}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 1,2 \cdot 10^{57}; n = \frac{N}{4/3\pi r^3} = 3 \cdot 10^{44} \text{ м}^{-3}.$$

Область локалізації нейтрона $a = n^{-1/3} = 1,5 \cdot 10^{-15} \text{ м}$. Імпульс нейтрона $p \geq \hbar/a \approx 7 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}$; релятивістський множник

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{P}{m_0 c} = \frac{7 \cdot 10^{-20}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^8} = 0,14,$$

звідки випливає, що $\beta \approx 0,14$, тобто, що нейтрон не є релятивістською частинкою. Його кінетична енергія

$$E_k \approx \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2m} \approx 1,3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \approx 9 \text{ MeV}.$$

4.121. Кінетична енергія обертання Сонця

$$E_C = \frac{I_C \omega_C^2}{2} = \frac{4\pi^2 M_C R_C^2}{5T_e^2}.$$

Кінетична енергія обертання пульсара: $E_n = \frac{4\pi^2 M_C R_n^2}{5T_n^2}.$

Відношення цих величин складає: $E_n / E_C = T_C^2 / T_n^2 \approx 2 \cdot 10^9.$

Зростання кінетичної енергії пульсара при його колапсі відбувається за рахунок роботи сил тяжіння.

4.122. $t = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{RP} \approx 5,9 \cdot 10^{14} \text{ с} \approx 1,9 \cdot 10^7 \text{ років}.$

4.123. $\approx 5800 \text{ К}.$

4.124. $T = \sqrt[4]{\frac{GR^2}{\sigma^2}} = 5800 \text{ K}$, де R – відстань від Землі до Сонця; r – радіус Сонця.

4.125. 280 K .

4.126. $4,8 \text{ K}$.

4.127. Не можна, оскільки $\lambda_m = 242 \text{ нм}$.

4.128. Скористаємося законом Віна, гідно з яким довжина хвилі, що відповідає максимальному значенню випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

де $b = 0,002896 \text{ м} \cdot \text{K}$ – стала Віна.

З виразу закону Віна знайдемо:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}} = \frac{0,002896}{580 \cdot 10^{-9}} = 500 \text{ K}.$$

4.129. Оскільки радіуси орбіт планет значно перевищують радіус Сонця, то можна вважати, що промені Сонця падають на поверхню планети паралельно (див. мал.).

Обчислимо інтенсивність сонячного випромінювання на орбіті планети. Вважаючи Сонце абсолютно чорним тілом, можна записати потік енергії за одиницю часу з усієї поверхні Сонця у вигляді:

$$q = \sigma T_c^4 S_c = \sigma T_c^4 4\pi r_c^2.$$

Вся ця випромінена енергія проходить через сферу радіусом R , де R – радіус орбіти планети. Оскільки сонячне випромінювання падає на цю сферу нормально, то $q = \sigma T_c^4 S_c = I_0 4\pi R^2$,

де I_0 – інтенсивність потоку сонячного випромінювання на орбіті

планети, Отже, з (а) знаходимо: $I_0 = \sigma T_c^4 \left(\frac{r_c}{R}\right)^2$.

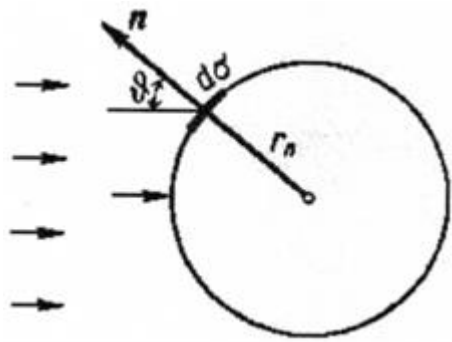
Енергія, яку поглинає планета за одиницю часу, дорівнює:

$$q' = AI_0 \int \cos \vartheta d\sigma = AI_0 \pi r_n^2, \quad (\text{в})$$

де A – поглинальна здатність речовини планети. Інтеграл у (в) по опромінюваній половині поверхні планети дає, очевидно, просто площу перерізу планети, πr_n^2 , r_n – радіус планети.

Далі, згідно з законом Кірхгофа і законом Стефана-Больцмана, випромінювана планетою енергія q'' дорівнює:

$$q'' = A\sigma T_n^4 4\pi r_n^2,$$



де T_n – температура планети. У стаціонарному режимі, якщо знехтувати всіма іншими джерелами теплової енергії на планеті, повинно бути $q' = q''$, звідки

$$I_0 = 4\sigma T_n^4 = \sigma T_c^4 \left(\frac{r_c}{R} \right)^2.$$

Розв'язуючи це рівняння відносно T_n , знаходимо:

$$T_n = T_c \sqrt{\frac{r_c}{2R}}.$$

Підставляючи сюди дані задачі, обчислюємо середні температури планет: $T_{Mk} = 465 \text{ K}$, $T_{Mc} = 234 \text{ K}$.

4.130. 280 K .

4.131. $R_e = 4,59 \cdot 10^{10} \text{ Bm} / \text{м}^2$; $\lambda_m = 96 \text{ нм}$; $\Delta R_e = 3,16 \cdot 10^8 \text{ Bm} / \text{м}^2$.

4.133. Середнє число фотонів, які потрапляють від зорі у зіницю ока за 1 с , $\langle N \rangle = \frac{LAS}{h\lambda/c} \approx 10^{34}$, де A – механічний еквівалент світла ($0,00160 \text{ Bm} / \text{лм}$), $S = 0,5 \text{ см}^2$ – площа зіниці ока. У розглядуваній області спектра з достатнім наближенням можна скористатися формулою Віна, а тому:

$$\langle \Delta N \rangle = \langle N \rangle, \frac{1}{\langle N \rangle} \sqrt{\langle \Delta N \rangle} \sim 10^{-17}.$$

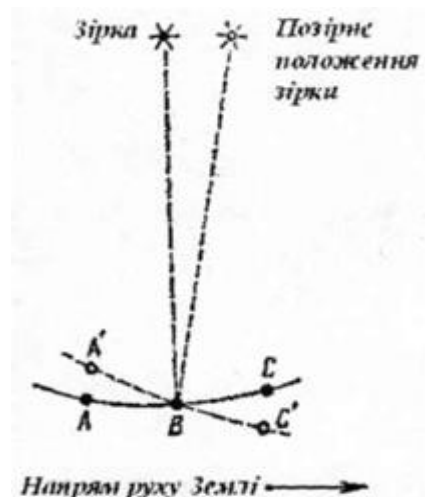
Звідси видно, що квантові флуктуації світла до явища мерехтіння зірок не мають відношення.

4.134. Щоб світлова корпускула, пройшовши через телескоп, створила зображення у його головному фокусі, оптична вісь телескопа повинна бути паралельною до вектора відносної швидкості корпускули по відношенню до Землі $\vec{c} - \vec{v}_3$, де $\vec{c}$ і $\vec{v}_3$ – вектори швидкостей корпускули і Землі у системі «Зорі». Напрямок вектора відносної швидкості $\vec{c} - \vec{v}_3$ утворює з прямою «Земля-Зоря» кут $\varphi = \arctg(v_3 / c)$.

З хвильової точки зору напрям, у якому поширюється світло, перпендикулярний до фронту хвилі, тобто до поверхні, в усіх точках якої максимуми напруженості поля досягаються в один і той же момент часу.

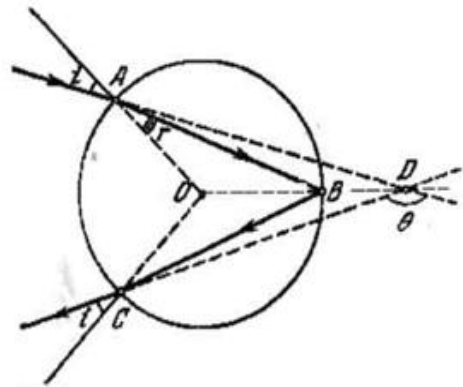
У системі «Зорі» фронт хвилі – це сфера з розглядуваною зорею в центрі. Невелика ділянка фронту хвилі поблизу Землі може розглядатися як елемент площини, перпендикуляр до якого проходить через зорю. Позначимо через A , B і C (мал.) три точки фронту хвилі.

У системі «Зорі» максимум напруженості приходить у ці точки одночасно. Земля рухається відносно зорі з швидкістю $\vec{v}_3$, напрям (а



частково і величина) якої змінюється з періодом в один рік. Але протягом значно більш коротких проміжків часу ці зміни майже не відчуються, що дозволяє розглядати. Землю як майже інерціальну систему відліку, яка рухається відносно зірок. У такій системі вже інша одночасність, так що максимум хвилі приходить в точку A пізніше, а в точку C раніше, ніж у точку B . Одночасно ж максимум приходить в точки A' , B і C' , які і визначають розташування фронту хвилі у системі «Земля». Перпендикуляр до цього фронту якраз і вказує, в якому напрямі буде видно зорю для спостерігача, нерухомого відносно Землі. Із зміною напрямку руху Землі в системі «Зорі» змінюється й видиме положення зорі на небесній сфері.

4.135. 1) Як видно з малюнка, кут заломлення $r = \angle OAB = \angle ABO = \angle OBC = \angle OCB$, а $\angle BAD = \angle BCD = i - r$. У точці A промінь повертається на кут $i - r$, у точці B – на кут $\pi - 2r$ і в точці C на кут $i - r$.



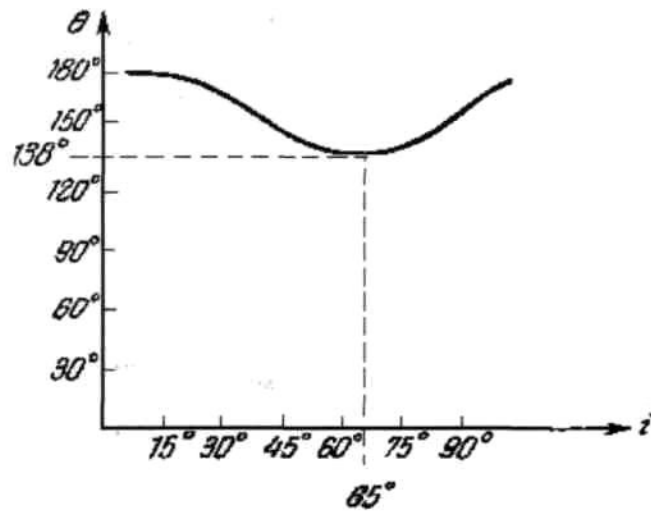
Таким чином, повний кут відхилення променя від початкового напрямку $\theta = i - r + \pi - 2r + i - r = \pi + 2i - 4r$. Кут r можна визначити із співвідношення $\sin i / \sin r = n$.

2) При падінні на краплю паралельного пучка променів, промінь, який йде вздовж діаметра краплини, має кут падіння $i = 0^\circ$, а промені, які йдуть вище і нижче нього, мають кути падіння, які набувають всіх можливих значень від 0 до 90° .

Використовуючи результати, отримані в п. 1) і закон заломлення світла, можна знайти значення кута θ для різних значень кута i . Ці дані наведені в таблиці:

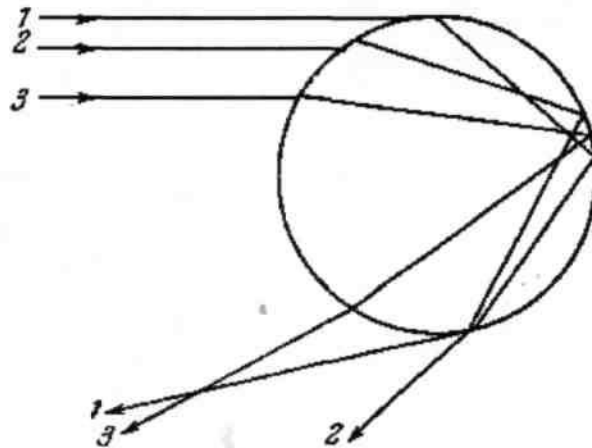
i	θ	i	θ
0°	180°	55°	$138^\circ 20'$
20°	$160^\circ 24'$	60°	$137^\circ 56'$
40°	$144^\circ 40'$	65°	$138^\circ 40'$
50°	$139^\circ 40'$	70°	$140^\circ 44'$

3) Графік залежності θ від i зображено на малюнку.



Найменше значення кута відхилення приблизно дорівнює $\theta_{\min} = 138^\circ$.

4) Промені, які вийшли з краплі, йдуть, приблизно, паралельно саме при $\theta = \theta_{\min}$, оскільки при цьому, як видно з таблиці і графіка, θ змінюється найбільш повільно при зміні i . Приблизний хід променів у краплі має вигляд, зображений на малюнку.



5) Якщо r – кут заломлення в краплі, то при одноразовому відбиванні

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}, \quad \alpha = 4r - 2i;$$

при двохразовому відбиванні

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{8}}, \quad \alpha = 180^\circ + 2i - 6r.$$

6) Кутів радіуси дорівнюють:

при одноразовому відбиванні – $\alpha_{\text{ч}} = 42^\circ 42'$; $\alpha_{\text{ф}} = 40^\circ 44'$;

при двохразовому відбиванні – $\alpha_{\text{ч}} = 49^\circ 46'$; $\alpha_{\text{ф}} = 53^\circ 29'$.

$$7) \cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{N(N+2)}}.$$

8) $\theta = N\pi + 2i - 2(N+1)r$; (див. п. 2, 3).

9) Веселки 3÷6-х порядків характеризуються наступними даними:

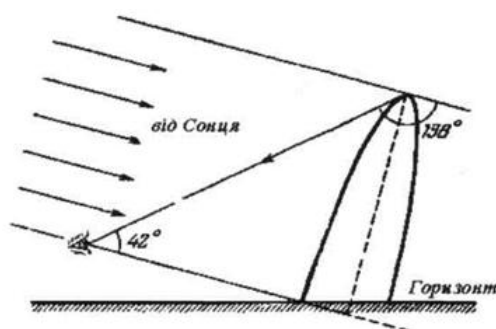
Ном ер веселки	i	r	θ	α
3	76°55'	47°04'	317°20'	42°40'
4	79°41'	47°42'	42°20'	42°40'
5	81°29'	48°02'	126°30'	53°30'
6	82°40'	48°14'	210°00'	30°00'

10) Третя і четверта веселки знаходяться позаду спостерігача, якщо він повернутий обличчям до першої веселки. Якщо хмара проходить між спостерігачем і Сонцем, то спостерігач бачить краплі сильно освітленими від тих променів, які заломлюються в краплях без внутрішнього відбивання. Інтенсивність цих променів значно перевершує інтенсивність променів третьої і четвертої веселок. П'ята веселка майже точно співпадає з другою, а шоста знаходиться в середині першої. Ці веселки ніколи не бувають видимими, оскільки при кожному внутрішньому відбиванні інтенсивність світла послаблюється внаслідок заломлення.

11) Оскільки сонячні промені поширюються з великої відстані, то при падінні на краплину дощу, їх можна вважати паралельними. При виході із краплі після одноразового відбивання на внутрішній поверхні краплі, промені розходяться в усіх напрямках. Лише промені, які зазнали найменшого відхилення, йдуть приблизно паралельно. Тому саме ці промені, попадаючи в око викличуть найбільше зорове враження. Ці промені йдуть, так би мовити, з найбільшою «щільністю». Решта променів розсіюються в усі сторони. Для паралельних променів кут відхилення, як було показано в п. 4), дорівнює 138° . Отже, кут між падаючими від Сонця променями і напрямом на веселку складає 42° (для червоного світла) (див. мал.).

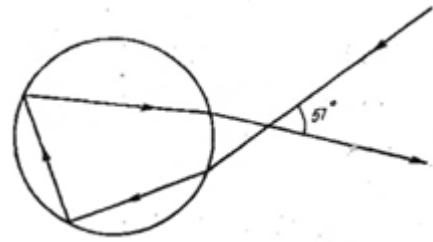
В око попадає світло від тих крапель, які знаходяться в напрямі, який складає кут 42° з лінією, проведеною через око і Сонце. Для фіолетових променів цей кут складає приблизно 40° .

12) Як сказано в умові задачі, перша (основна) веселка спостерігається завдяки променям, що зазнали одноразового відбивання всередині краплин води. При заломленні найбільш сильно відхиляються від початкового напрямку фіолетові промені (див. п. 1) (кут θ збільшується із зростанням значення n , оскільки r зменшується), тому зовнішня дуга буде червоною, а внутрішня – фіолетовою.



Друга веселка створюється завдяки променям, що зазнали двохразового відбивання всередині крапель. Приблизний хід променя зображено на малюнку.

Напрямок на веселку складає, як неважко показати, 51° з лінією, яка з'єднує око і Сонце. Чергування кольорів при двох заломленнях і двох відбиваннях буде зворотнім: зовнішня дуга буде фіолетовою, а внутрішня – червоною.



Варто зазначити, що Декартова теорія веселки оснований на законах геометричної оптики і пояснює лише окремі основні риси цього явища. Для пояснення всіх його особливостей необхідно враховувати дифракцію світла на водяних краплях.

До розділу 5

5.1. 10^{-16} с; $3 \cdot 10^6$ км.

5.2. а) 498 с.

5.3. Кутові розміри майже всіх зірок набагато менші від роздільних кутових віддалей навіть найбільших телескопів. За таких умов величина зображення зірки на сітчатці ока визначається виключно дифракційними ефектами в оптичній системі (телескоп + око) і не залежить від збільшення. Але яскравість цього зображення пропорційна світловому потокові, який надходить в оптичну систему. Цей світловий потік при користуванні телескопом у стільки разів більший від світлого потоку, який проходить через зіницю неозброєного ока, в скільки разів площа отвору об'єктива більша від площі зіниці ока (коли збільшення телескопа не менше від нормального, що повинно бути завжди). Тому в телескоп можна бачити слабші зірки, ніж неозброєним оком. Збільшення телескопа повинно бути таке, щоб діаметр вихідної зіниці дорівнював діаметрові зіниці ока (так зване нормальне збільшення). Застосування більших збільшень при розгляданні зірок непотрібне. При менших збільшеннях не все світло, що надійшло в телескоп, проходить через зіницю ока.

5.5. Одночасне попадання фотонів у детектори a і b може відбутися декількома способами:

1) фотон, випущений джерелом A , попадає в детектор a , а фотон із джерела B попадає у детектор b ;

2) фотон із джерела B потрапляє в детектор a , а фотон із джерела A потрапляє в детектор b ;

3) в обидва детектори попадають фотони із джерела A (це, звичайно, не означає, що в детектори a і b попадає один і той же фотон – має ж місце потік фотонів);

4) в обидва детектори попадають фотони з джерела B .

Способи 1 і 2 розрізнити неможливо, оскільки відповідні амплітуди повинні складатися (при цьому передбачається, що фотони з джерел A і B мають однакові енергії). Способи 3 і 4 в принципі можна відрізнити як один від одного, так і від перших двох способів. Тому тут уже будуть складатися не амплітуди, а лише ймовірності. Таким чином, можна записати

$$P_{12} = [|\langle a|A \rangle \langle b|B \rangle + \langle a|B \rangle \langle b|A \rangle|^2 + |\langle a|A \rangle \langle b|A \rangle|^2 + |\langle a|B \rangle \langle b|B \rangle|^2] N,$$

де N – число фотонів, які випускає кожне джерело в одиницю часу.

Підставляючи сюди вирази для амплітуд

$$\langle a|A \rangle = \langle b|B \rangle = ce^{ikR_1},$$

$$\langle b|A \rangle = \langle a|B \rangle = ce^{ikR_2}$$

і виконуючи необхідні перетворення, знаходимо

$$P_{12} = 2|c|^4 [1 + \cos 2k(R_2 - R_1)] N.$$

$$\text{Відстані до джерел: } R_1 = \sqrt{R^2 + (D-d)^2/4}; \quad R_2 = \sqrt{R^2 + (D+d)^2/4}.$$

При $R \gg D$ і $R \gg d$ маємо: $R_2 - R_1 \approx Dd/2R$, так що аргумент косинуса $2k(R_2 - R_1) = 2\pi Dd/R\lambda$. Зрозуміло, що коли змінювати d (відстань між детекторами), то швидкість лічби співпадань буде періодично змінюватися. Оцінимо порядок величини періоду Δd .

Покладемо $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $R = 10^{17} \text{ м}$ (відстань до ближніх зірок), $D = 10^{11} \text{ м}$ (діаметр зорі може бути порівняним з відстанню від Сонця до планет). Тоді $\Delta d = R\lambda/D = 0,5 \text{ м}$, тобто цю величину виміряти не важко. Таким чином – «діаметр зорі» можна визначити із співвідношення $D = R\lambda/(d_2 - d_1)$, де d_1 і d_2 – два найближчих значення d , для яких швидкості лічби співпадань однакові, наприклад, максимальні.

5.6. $Y \left(\frac{600}{6} \right)^2 = 10000 \text{ разів}.$

5.7. $\beta = 1,6''.$

5.8. $10^\circ 20'.$

5.9. $x \approx 2 \text{ см}; \quad h = 7 \text{ см}.$

5.10. $\theta = 7^\circ 45'.$

5.11. $\approx 98 \text{ м}.$

5.12. Не може. Не менше п'ятикратного.

5.13. $25''; \quad 5,7 \cdot 10^7 \text{ км}.$

5.14. Біля $28 \text{ км}.$

5.15. 1) 1; 2) 1; 3) 0,25.

5.16. 1) чотирнадцять; 2) шістдесятикратне; 3) десята.

5.17. $96 \text{ км}.$

5.18. Двадцять.

5.19. Зменшується у $2,512^2$ разів.

5.20. $\approx 0,34''; \quad 3,34 \text{ мкм}.$

5.21. 13,4 см; 1".

5.22. 20 см; 200 см.

5.23. 19 кутових s^{-1} .

5.24. Відстань – 0,69"; збільшення – 87.

5.25. 6,9 см.

5.26. 13,4 см.

5.27. $\delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 0,023^\circ$.

5.28. $k = 564$.

5.29. $\sqrt{\alpha\beta} = 10$ разів.

5.30. $k = 20$.

5.31. $k = 25$.

5.32. $3,87 \cdot 10^6$.

5.33. $a_2 = R/2$ – зображення буде знаходитися у фокусі дзеркала;
 $y_2 = 7,5$ см.

5.34. 1) До об'єктива на 1 мм; 2) від об'єктива на 9 мм.

5.35. $d = 30,3$ см.

5.36. $\Gamma_2 = 80$.

5.37. $\Gamma_2 = 12$.

5.38. При окулярі з $F'_2 = 25$ мм освітленість зображення планети буде в чотири рази меншою, ніж при окулярі з $F_2 = 50$ мм, а при окулярі з $F_2'' = 100$ мм буде такою ж, як при окулярі з F_2 .

5.39. У 10 разів.

5.40. $R = 140,8$ м.

5.41. $F = 1,6$ м.

5.42. У 383 рази.

5.43. 0,55"; 125.

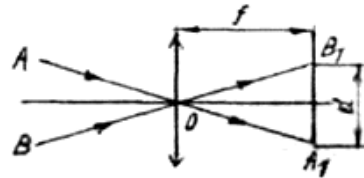
5.44. $l \leq \frac{D}{d} \sqrt[4]{\frac{Pd^2}{2P_{\text{пор}}\lambda^2}} \approx 250$ км.

5.45. а) 0,16"; б) $7,4 \cdot 10^7$ км; в) $2,2 \cdot 10^{-2}$ мм.

5.46. Для доведення рівності видимих розмірів сонячного диску біля самого горизонту і високо над ним необхідно спроектувати сонячний диск в обох випадках на лист паперу за допомогою лінзи з великою фокусною відстанню. При цьому лист паперу повинен бути перпендикулярним до світлових променів. Лінза повинна бути довгофокусною, оскільки розміри зображення пропорційні фокусній відстані. Вимірюючи розміри обох зображень на папері, можна переконатися, що вони рівні.

5.47. $E_n = 8,2 \cdot 10^7$ лк.

5.48. Проведемо промені від протилежних країв сонячного диска через оптичний центр лінзи (промені AO і BO на мал.).



Зображення країв будуть у точках перетину цих променів з фокальною площиною лінзи (точки A_1 і B_1). З мал. маємо $\frac{D}{R} = \frac{d}{F}$, де D – діаметр Сонця, R – відстань від Сонця до Землі, d – діаметр зображення. Підставивши числові значення, дістанемо $d \approx 2,8 \text{ см}$.

5.49. $g_c = \frac{16\pi^2 RL^2}{T^2 d^2} = 270 \text{ м/с}^2$.

5.50. $\beta = 2\alpha$.

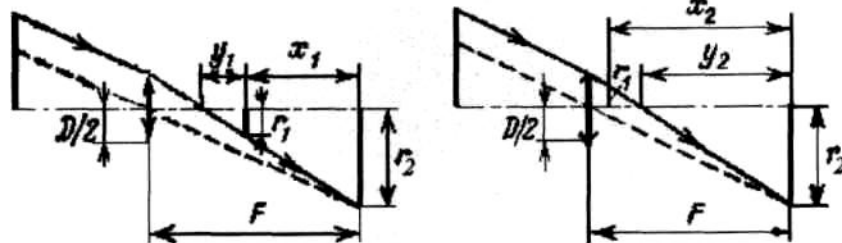
5.51. $\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}$.

5.52. Об'єктив і окуляр необхідно розсунути на $3,6 \text{ мм}$.

5.53. $k = 12$.

5.54. $6,25^\circ$.

5.55. $x_{1,2} = 2F \frac{r_2 \mp r_1}{D + 2r_2}$ (див. мал.).



5.56. $l \geq \varphi_0 r F_2 / F_1 \approx 475 \text{ м}$.

5.57. $\approx 170 \text{ м}$.

5.58. $\sim 100 \text{ мм}$; $\sim 25 \text{ мм}$.

5.59. Зображення диска Місяця повністю розміститься на плівці за умови фотографування його через об'єктив з фокусною відстанню $F = 200 \text{ мм}$ з найменшої відстані біля 29000 км . Діаметр Московського моря на світлинці, зроблений з відстані 29000 км , близько 1 см .

5.60. $0,1 \text{ лк}$.

5.61. Місяць на картах зображується так, як його видно в телескоп.

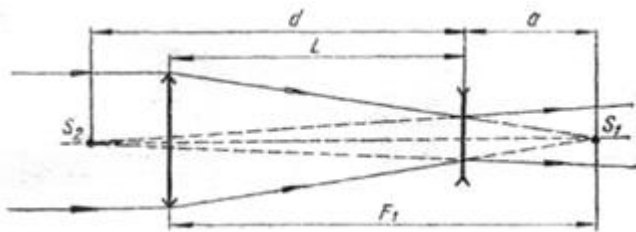
5.62. У 225 разів.

5.63. Від місця, де в світлочутливому желатині виникає зображення зірки, розсіяні промені йдуть у різних напрямках у склі. Центральна частина цих променів проходить крізь скло. Для більш віддалених променів характерне повне внутрішнє відбивання. Промені знову потрапляють в желатин і створюють ореол. Різкий внутрішній край ореолу відповідає граничному куту внутрішнього відбивання. З

подальшим відхиленням променів інтенсивність освітлення поволі зменшується.

5.64. Окуляр треба змістити ближче на 1 см до ока спостерігача.

5.65. Об'єктив зорової труби дає в своїй фокальній площині зображення Сонця діаметром $d = \alpha F_1$. Це зображення є уявним джерелом для окуляра (див. мал.).



Маємо $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_2}$ ($\alpha < 0$, $F_2 < 0$), але $a = L - F_1$, звідки

$$L = F_1 + \frac{bF_2}{b - F_2} = 54 \text{ см.}$$

Далі з співвідношення $\frac{D}{d} = \frac{b}{F_1 - L}$ знаходимо діаметр зображення Сонця

$$D = \alpha F_1 \frac{b}{F_1 - L} = 2 \text{ см.}$$

Для труби Кеплера радимо читачеві розв'язати задачу самостійно.
Відповідь: $L = 43,7 \text{ см}$, $D = 1,4 \text{ см}$.

5.67. Можна (пояснить!)

5.68. Предмети розміром $l \ll 8 \text{ м}$; $\tau \approx 10^{-3} \text{ с}$.

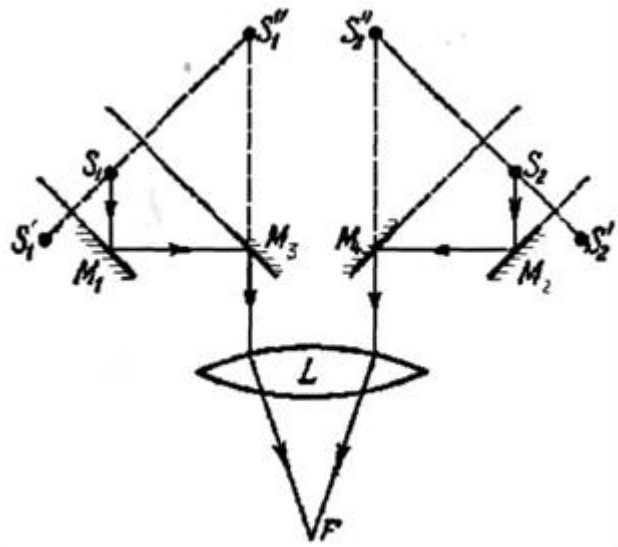
5.69. На Місяці – близько 40 м, на Сонці – близько 20 км.

5.70. Близько 28 км.

5.71. Для одного пучка світла (дзеркало M_1 або M_2 закрито) у фокальній площині буде спостерігатися система дифракційних кілець, які з'являються в результаті дифракції на круглій діафрагмі дзеркала. Діаметри кілець визначаються розміром діафрагми. Для двох пучків світла (дзеркала M_1 і M_2 відкриті) одночасно будуть спостерігатися дві системи кілець, які, власне кажучи, не збігаються одна з одною. Але поворотом дзеркал M_2 і M_4 можна досягти збігу другої системи кілець з першою. Тоді вони будуть інтерферувати одна з одною і кільця будуть пересічені темними і світлими смугами, перпендикулярними до лінії M_1M_2 .

5.72. За принципом Гюйгенса дійсні джерела світла можна замінити віртуальними джерелами, розподіленими в площинах діафрагм, які стоять перед дзеркалами M_1 і M_2 . Для простоти (це не є обмеженням) будемо вважати діафрагми настільки малими, що їх можна вважати за точки. Тоді задача зводиться до знаходження інтерференційної картини від двох точкових джерел S_1 і S_2 (мал.), когерентних між собою.

Світлові пучки від цих джерел, перш ніж вони досягнуть об'єктива L , відбиваються від дзеркал M_1, M_2, M_3, M_4 . Ми можемо в наших міркуваннях виключити з розгляду ці відбиття, якщо замінимо джерела S_1 і S_2 уявними джерелами S_1'' і S_2'' , які є їхніми зображеннями в плоских дзеркалах. При такій заміні фази S_1 і S_1'' будуть однакові, так само як і фази S_2 і S_2'' .



При зближенні дзеркал M_3 і M_4 зменшується віддаль між S_1'' і S_2'' , що веде до збільшення ширини інтерференційних смуг.

Припустимо, що одна з зірок посиляє світло перпендикулярно до прямої S_1S_2 . Тоді фази джерел S_1 і S_2 (отже, S_1'' і S_2'') будуть однакові. Для того щоб друга зірка дала систему смуг, зміщену відносно першої на половину ширини смуги, необхідно, щоб фази вторинних джерел S_1S_2 , які збуджуються другою зіркою, відрізнялися на π . Це дає:

$$D \sin \vartheta \approx D \vartheta = \frac{\lambda}{2}, \text{ де } \vartheta - \text{кутова віддаль між зірками, а } D - \text{віддаль}$$

між центрами дзеркал M_1 і M_2 . Таким чином, $\vartheta = \frac{\lambda}{2D}$.

Коли обидві зірки однакові, то при додержанні цієї умови смуги інтерференції зникають. Взагалі інтерференційні смуги будуть зникати, якщо $\vartheta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{D}$.

Коли одинока зірка має форму квадрата сталої поверхневої яскравості, то цей квадрат можна розбити на лінійні джерела, паралельні до однієї із сторін квадрата, а саме тієї, яка перпендикулярна до S_1S_2 . Коли кутові розміри сторін квадрата дорівнюють

$$\vartheta = \frac{\lambda}{D},$$

то кожне лінійне джерело однієї половини квадрата знищить інтерференційні смуги, що їх дає відповідне джерело другої половини квадрата. Взагалі смуги інтерференції зникають за виконання умови:

$$\vartheta = 2 \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{D}.$$

Розрахунок для зірок з круглим диском сталої поверхневої яскравості трохи складніший. Він показує, що перше зникнення

інтерференційних смуг настає тоді, коли $\vartheta = 1,22 \frac{\lambda}{D}$, де ϑ – кутовий діаметр зірки.

5.73. 0,047".

5.74. Можна, якщо поміняти місцями об'єктив і окуляр і наблизити окуляр до об'єктива до суміщення їх головних фокусів.

5.75. а) Щілина спектрографа паралельна до осі, навколо якої повертається ґратка, тому незалежно від кута її повороту довжина зображення щілини на екрані P (а це і є ширина спектральної смуги) визначається збільшенням системи із двох лінз, яке дорівнює F_2/F_1 . Отже

$$h' = \frac{hF_2}{F_1}.$$

(Не плутати ширину смуги спектра із шириною лінії в спектрі).

б) Умова, при якій максимум інтенсивності для заданої довжини хвилі відповідає напрямку, що співпадає з віссю C_2 , тобто кутові виходу точно θ_d , має вигляд:

$$\lambda = \frac{d}{m} |\sin \theta_d - \sin \theta_i| = \frac{1}{Nm} |\sin \theta_d - \sin \theta_i| = 10^{-7} \text{ Å},$$

де m – порядок спектра, λ – довжина хвилі.

в) Шукана відстань дорівнює $D = F_2 \Delta \theta_d$, де $\Delta \theta_d$ – різниця між кутами, які відповідають максимумам з різницею довжин хвиль 1 Å при фіксованому куті

θ_i . Диференціюючи співвідношення $\sin \theta_d = \sin \theta_i + m\lambda/d$, отримуємо $\cos \theta_d \Delta \theta_d = m \Delta \lambda / d$. Звідси при $\Delta \lambda = 1 \text{ Å}$ отримуємо $D = F_2 m \lambda / \cos \theta_d$.

г) Рішення аналогічне до випадку а) з тією різницею, що ширина зображення щілини на відміну від довжини змінюється при поворотах ґратки і лінзи C_2 пропорційно $\cos \theta_i / \cos \theta_d$. Отже

$$w' = \frac{w F_2 \cos \theta_i}{F_1 \cos \theta_d}.$$

5.76. а) $\sin \theta_i = -\sin \theta_d = \sin \theta$ і умова максимуму має вигляд $2 \sin \theta = m\lambda/d$. Підставивши числові значення, маємо $\sin \theta \approx 0,788$, $\theta \approx 51,96^\circ$.

б) Шукані лінії містяться в спектрах інших порядків m_i і їх довжини хвиль зв'язані з довжиною хвилі λ (п. а) співвідношеннями $\lambda_i = 5\lambda/m_i$. У межах видимого спектра вкладається три таких лінії, відповідні значенням $m_i = 7, 6, 4$ з довжинами хвиль $\lambda_i = 3750, 4375, 6560 \text{ Å}$.

в) Лінію 5250 Å можна відділити від решти трьох, підібравши відповідний фільтр. Загальний спосіб отримання відразу спектра високого порядку полягає у забезпеченні значної початкової різниці фаз, відповідної декільком довжинам хвиль, між сусідніми штрихами ґратки. Цей спосіб реалізується в ґратках зі ступінчастим профілем.

г) Використовуючи розв'язок попередньої задачі (п. в) і підставляючи в отриманий там вираз для D кут θ , обчислений в п. а) цієї задачі, отримуємо $D=11,2$ мм (у припущенні, що із вказаних в умові розмірів довжини ґратки відповідає 25 см).

д) $\delta\lambda = \lambda / mn$, де n – повне число ліній на ґратці. Звідси $\delta\lambda = 0,007$ Å.

5.77. $D < \lambda / \alpha \approx 0,05$ мм.

5.78. $l > fD\alpha / \lambda \approx 100$ см.

5.79. $\varphi \approx \sqrt{\lambda/b} = 3,6 \cdot 10^{-8}$ рад $= 0,0075''$; $h \leq \sqrt{b\lambda} = 14$ м. Значення кута φ отримано в припущенні, що можливо виміряти кутову відстань між двома зорями, коли дифракційні картини від них зсунуті одна відносно одної на величину порядку ширини смуги. Вказана межа може бути зменшена приблизно разів у десять.

5.80. Кожна зоря дає у фокальній площині об'єктива свою дифракційну картину, причому їх нульові максимуми відстоять один від одного на кут θ (мал.).

При зменшенні d кут φ між сусідніми максимумами у кожній дифракційній картині буде збільшуватися, і коли φ стане рівним 2θ , настане перше погіршення видимості:

максимуми однієї системи полос співпадут з мінімумами другої. Таким чином, із умови $\varphi = 2\theta$ і формули $\sin \varphi = \lambda / d$ отримаємо $\theta \approx \lambda / 2d = 0,06''$.

5.81. Кут між площиною пластинки і оптичною віссю об'єктива $\alpha \approx 72^\circ$; ближче до об'єктива повинна бути та частина пластинки, на яку фокусується фіолетовий край спектра.

5.82. 10^{-3} с.

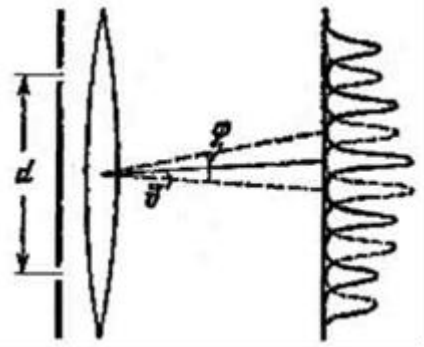
5.83. $l_2 = l_1 \frac{D_2}{D_1} = 5 \cdot 10^4$ км.

5.84. а) 3,1 мм; б) $\sim 0,3$ мм.

5.85. $3 \cdot 10^7$ м; $1,6 \cdot 10^{-7}$ м $^{-1}$.

5.87. $\delta\varphi \approx \lambda / D$. При $\lambda = 1$ м $\delta\varphi \approx 0,06''$; при $\lambda = 10$ см $\delta\varphi \approx 0,006''$.

Цей метод вимагає, щоб джерело радіовипромінювання знаходилося на прямій, що з'єднує точку спостереження з центром Місяця. Крім того, він висуває дуже жорсткі вимоги до гладкості поверхні Місяця і відхилення його форми від сферичної. Висота нерівностей поверхні по всій межі місячного диска повинна бути меншою порівняно з $h = b\lambda / D$. Різниця найбільшого і найменшого діаметрів диска Місяця також не повинна бути більшою за цю величину. При $\lambda = 1$ м $h \approx 100$ м; при $\lambda = 10$ см $h \approx 10$ м. Ці жорсткі вимоги виключають можливість використання розглянутого методу, принаймні, для радіохвиль з довжиною хвилі $\lambda < 100$ м.



5.88. 1) $\delta\varphi \approx \lambda/d$. При $\lambda=1\text{ м}$ $\delta\varphi \approx 1^\circ$; при $\lambda=10\text{ см}$ $\delta\varphi \approx 7^\circ$.

2) $\delta\varphi \approx \sqrt{\lambda/b}$. При $\lambda=1\text{ м}$ $\delta\varphi \approx 2'$; при $\lambda=10\text{ см}$ $\delta\varphi \approx 40''$.

3) $h \ll \sqrt{b\lambda}$. При $\lambda=1\text{ м}$ $\sqrt{b\lambda}=19,5\text{ км}$; при $\lambda=10\text{ см}$ $\sqrt{b\lambda}=6,2\text{ км}$.

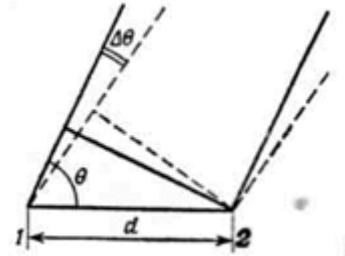
5.89. $\theta \approx \lambda/\sqrt{hR} \approx 3'$.

5.90. $\theta \approx \lambda/\sqrt{hR} \approx 0,2''$, де R – радіус Землі.

5.91. $\theta \approx \lambda/\sqrt{hR} \approx 20''$. Висота супутника над поверхнею Місяця $h \approx 500\text{ км}$. Супутник Землі під час роботи на хвилі з довжиною 100 м використати важко, а взагалі навіть неможливо через вплив земної іоносфери.

5.92. На малюнку схематично зображено радіотелескоп з відстанню між чашами (приймачами) 1 і 2, рівною d .

Телескоп реєструє сигнали від віддаленого джерела. Малі зміни кутового положення джерела викликають фазовий зсув $\Delta\varphi$ між сигналами, які поступають у приймачі. Цей зсув фаз з кутом $\Delta\theta$ зв'язаний формулою:



$$\Delta\varphi = \frac{d \sin \theta \cdot \Delta\theta \cdot 2\pi}{\lambda},$$

де λ – довжина хвилі радіовипромінювання. Сигнали рівної амплітуди A змішуються (векторно додаються), тому інтенсивність I вихідного сигналу дорівнює:

$$I = 2A^2 \left(1 + \cos \Delta\varphi\right) = 4A^2 \cos^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \approx 4A^2 \left[1 - \frac{(\Delta\varphi)^2}{4}\right].$$

За умовою задачі мінімально реєстроване коливання інтенсивності дорівнює 10%, що відповідає $(\Delta\varphi)^2/4 = 0,1$. Звідси, покладаючи $\sin \theta \approx 1$, знаходимо

$$\Delta\varphi = \sqrt{0,4} = 0,63 = 2\pi \frac{480}{0,5} \Delta\theta. \text{ Отже, } \Delta\theta \approx 10^{-4} \text{ рад} = 21''.$$

До розділу 6

6.1. Внаслідок аберації відбувається зміщення видимого положення зірок на небесній сфері. Порівняно із земним спостерігачем для космонавта зорі неначе «збігаються» до точки небесної сфери, до якої напрямлена швидкість руху корабля, і «розбігаються» від діаметрально протилежної точки. Це зміщення видимого положення описується співвідношенням

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \beta}{1 - \beta \cos \theta}, \text{ або } \sin \theta' = \sin \theta \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta},$$

де $\beta = v/c$, v – швидкість корабля відносно Землі, θ' – кут між напрямом руху корабля і зорею в системі відліку корабля, а кут θ – той

же кут у системі відліку Землі. Наприклад, при галактичній швидкості $\beta = 1 - 0,5 \cdot 10^{-8}$ зорі, розташовані в напівсфері в земній системі координат, на космічному кораблі будуть видимі в межах конуса з кутом розхилу $2\theta' \approx 0,6$ кутових хвилин.

$$6.2. \quad v_1 = H|\vec{r} - \vec{R}|.$$

$$6.3. \quad l_0 = l\sqrt{1 - v^2/c^2} = 565,61 \text{ м}.$$

6.4. 1. $\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta r^2 < 0$, де $\Delta r = R$ – середня відстань від Сонця до Землі, просторовоподібний. 2. Ні, не можна, бо ці події зв'язані між собою просторовоподібним інтервалом (тобто не існує сигналу, який би за час Δt подолав відстань $\Delta r = R$). 3. Такі системи існують: проміжок часу $\Delta t'$ між подіями, які розділені відстанню Δx (передбачається, що події відбуваються в точках, що лежать на осі Ox системи K). У системі K' він дорівнює $\Delta t' = \frac{\Delta t - (V/c^2)\Delta x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$ і, якщо $\Delta t' < 0$, то у системі K' події відбуваються у порядку, оберненому порядку в системі K . Такі системи рухаються відносно системи Сонце-Земля зі швидкостями, які задовольняють нерівність $V > c^2 \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0,6 c$.

$$6.5. \quad v = 0,86 c.$$

$$6.6. \quad \Delta m = m - m_0 = m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = 6,67 \cdot 10^{40} \text{ кг}.$$

$$6.7. \quad \text{На } 3,5 \cdot 10^{-8} \%.$$

$$6.8. \quad \text{У } 12 \text{ разів}.$$

$$6.9. \quad 59 \text{ хв. } 59,8 \text{ с}.$$

6.11. Згідно з ТВ швидкість v будь-яких тіл, від макроскопічних до елементарних частинок, не може перевищувати швидкість світла c . Якби все ж виявилось можливим, що $v = c$, то земний спостерігач рано чи пізно зміг би побачити Галактику, оскільки світло, випромінене нею у якийсь момент, поширюючись у просторі, дійшло б до нас незалежно від того, чи рухалася і випромінювала світло Галактика у подальшому, чи ні. Про це світло, так би мовити, «не знало б».

$$6.12. \quad \Delta t = \frac{2L}{v} \left(-\sqrt{1 - \beta^2} \right) \approx \frac{L}{c} \left(\frac{v}{c} \right) = 5,24 \text{ доби}.$$

$$6.13. \quad l = \frac{v \Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2}} = 619 \text{ Мм}.$$

$$6.14. \quad \tau = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{c^2} \tau_0 = 0,57 \text{ с}.$$

$$6.16. \quad (ct_{12})^2 - (\Delta x)^2 = (ct'_{12})^2 - (\Delta x')^2; \Delta x' = 0;$$

$$t_{12} = \sqrt{\left(ct_{12} \right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{c} \right)^2} \approx \sqrt{25 + 400} = 20,6 \text{ років}; 30 + 20,6 = 50,6 \text{ років}.$$

6.17. $\Delta\tau = 3,2 \text{ с.}$

6.18. $v = \frac{c}{k} \sqrt{k^2 - 1}.$

6.19. $\frac{c+v}{1+\frac{cv}{c^2}} = c.$

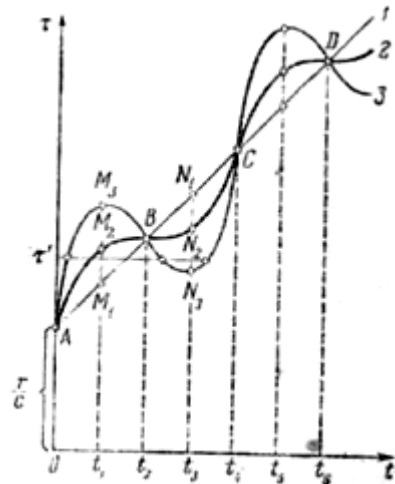
6.20. $\Delta D = D_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) \approx 12,7 \text{ см},$ де D_0 – середній діаметр Землі.

6.21. На 69,4 років.

6.22. $t_{\text{Гал}} = 10^5 \text{ років}; t_{\text{np}} = 10^{-5} \text{ років} \approx 5 \text{ хв.}$

6.23. Прямолінійний графік 1 (див. мал.) відповідає припущенню про незалежність швидкості світла від руху джерела [тоді $\tau = t + (L/c)$, де L – відстань від зорі до Землі, а c – швидкість світла].

Хвилясті графіки 2 і 3 побудовані у припущенні, що швидкість джерела додається до швидкості випромінюваного ним світла. У моменти $t=0, t_2, t_4, \dots$, коли швидкість зорі у напрямі до Землі дорівнює нулю, світло поширюється в бік Землі з швидкістю c , тобто приходить до нас з таким же запізненням, як і у випадку, коли його швидкість не залежить від швидкості джерела (точки A, B, C, D всіх графіків співпадають). У моменти t_1 і t_5 , коли зоря віддаляється від Землі, світло йде до Землі з меншою швидкістю і досягає нас пізніше (точки M_2, M_3 розташовані вище, ніж M_1). У момент t_3 зоря рухається в бік Землі, її швидкість арифметично додається до швидкості світла і воно приходить до нас раніше (точки N_2, N_3 лежать нижче, ніж N_1).



Графіки 2 і 3 відповідають різним лінійним швидкостям руху зорі по орбіті (при більшій швидкості ефект сильніший). Заслужовує уваги той факт, що в момент часу τ' більш «швидко» зорю видно із Землі відразу в трьох положеннях.

6.24. $E = mc^2 = 9 \cdot 10^{20} \text{ Дж}; M = 13 \cdot 10^3 \text{ т}; v = c\sqrt{3/2} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ км/с.}$

6.25. $m_0 = m \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{c/2u} = 2,84 \cdot 10^{4515} \text{ т.}$ Ця цифра неймовірно велика

(порівняно: маса Землі – $6 \cdot 10^{21} \text{ т}$; маса Сонця – $2 \cdot 10^{27} \text{ т}$; маса Галактики – $\sim 3 \cdot 10^{38} \text{ т}$). Було б необгрунтованою екстраполяцією застосовувати до тіл таких розмірів, якби вони існували, закони фізики, які встановлені для тіл зовсім інших масштабів. Наведений розрахунок показує ілюзорність і цілковиту безглуздість пробувати вирішувати проблему міжзоряних сполучень за допомогою ракет на хімічному паливі. Ідеальною для

вирішення цієї проблеми була б фотонна ракета, в якій роль газової струмینی відіграє світлове випромінювання, яке випускається з ракети. В цьому випадку u досягає граничного значення $u=c$. Для фотонної ракети наведена формула набуває вигляду

$$m_0/m = \sqrt{1+\beta} \sqrt{1-\beta}^{1/2}.$$

6.26. Час τ , який пройде на ракеті (якщо припустити, що вона рухається з постійною швидкістю v відносно Землі), зв'язаний із земним часом співвідношенням

$$\tau = \int_0^t \sqrt{1-\beta^2} dt = \sqrt{1-\beta^2} \cdot t, \text{ де } \beta = v/c.$$

Час t , необхідний для проходження відстані R , дорівнює R/v . Звідси для заданих τ і R отримуємо необхідну швидкість:

$$v = \frac{c}{\sqrt{1+c^2\tau^2/R^2}} \approx c \left(1 - \frac{1}{2} \frac{c^2\tau^2}{R^2} \right) \approx c(1-0,963 \cdot 10^{-10}).$$

Для знаходження шуканого відношення мас скористаємося формулою з розв'язання попередньої задачі для фотонної ракети. При прискоренні ракети $u=+c$, при гальмуванні $u=-c$. Якщо M_0 – початкова, а M_κ – кінцева маси ракети, а M – маса в кінці прискорення (тобто, рівна масі на початку гальмування), то $\frac{M_0}{M} = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2}$, $\frac{M}{M_\kappa} = \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{-1/2} = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2}$.

Отже, $\frac{M_0}{M_\kappa} = \frac{1+\beta}{1-\beta} = \frac{4R^2}{c^2\tau^2}$. За цією формулою знаходимо

$$\frac{M_0}{M_\kappa} \approx 4 \cdot 10^{10}.$$

$$\mathbf{6.27.} \quad P_0 = M_0 \cdot a \cdot c = \frac{1+\beta}{1-\beta} ac M_\kappa \approx M_\kappa ac \frac{R^2 a^2}{c^4} = M_\kappa R^2 a^3 / c^3; \quad P_0 \approx 3 \cdot 10^{21} \text{ кВт}.$$

$$\mathbf{6.28.} \quad P_{\max} \approx \rho_0 m_H c^3 \left(\frac{aR}{2c^2} \right)^2 \approx 6,3 \cdot 10^{15} \text{ ерг/(см}^2 \cdot \text{с)}, \text{ де } \rho_0 = \rho \sqrt{1-\beta^2}.$$

$$\mathbf{6.30.} \quad \text{Час поширення сигналу } t = \int_{v_{ep}} \frac{dx}{c} = \frac{1}{c} \int \frac{dx}{\sqrt{1-(\omega_{nl}/\omega)^2}}, \text{ де } \omega_{nl} -$$

плазмова частота, тобто $\omega_{nl}^2 = 4\pi n(x) l^2 / m_e$. Розкладаючи корінь, знаходимо час запізнення Δt , а потім число вільних електронів

$$N = \int n(x) dx = \frac{\Delta t}{r_0/c} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2} \approx 4 \cdot 10^{17} \text{ електронів},$$

де $r_0 = e^2 / m_e c^2 = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ – класичний радіус електрона.

6.31. Припустимо, що світло складається з корпускул, маса яких m (наприклад, нехай $m = h\nu/c^2$, де $h\nu$ – енергія фотона). Така корпускула зможе віддалитися від тіла з масою M з відстані r на нескінченність за умови $mv^2/2 \geq GMm/r$, де v – радіальна швидкість корпускули. Покладаючи $v=c$, отримуємо звідси умову невидимості поверхні зорі

$r \leq r_g \equiv 2GM/c^2 \approx 3M/M_C$ км, де M_C – маса Сонця, r_g – гравітаційний радіус тіла.

Відповідь не залежить від маси корпускули m , але застосування нерелятивістських співвідношень до світла робить випадковим точне співпадання отриманого результату з тим, який дає загальна теорія відносності.

6.32. $\Delta\varphi = \frac{2GM}{Rc^2}$, де R – відстань світлового променя від центра Сонця. Згідно із загальною теорією відносності ефект повинен бути удвічі більший. Якщо промінь проходить поблизу краю Сонця (R – радіус Сонця), то $2\Delta\varphi = 4GM/Rc^2 = 1,75''$.

$$\mathbf{6.33.} \quad d = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_m \cdot \frac{c\tau}{\pi} = 3 \cdot 10^7 \text{ км}; \quad m = \frac{\pi^3}{2\pi G} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_m^3 = 2,9 \cdot 10^{29} \text{ кг}.$$

$$\mathbf{6.34.} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = - \left(-e^{-GM/Rc^2} \right) < 0, \text{ тобто частота фотона зменшується.}$$

6.35. Для Сонця і «білого карлика» $\Delta\nu/\nu = \varphi/c^2 = GM/c^2 R$. Для пульсара точна формула має вигляд: $\Delta\nu/\nu = 1 - \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R}}$. M – маси тіл; φ – потенціал гравітаційного поля; R – радіуси тіл.

6.36. Максимальне зміщення спектральних ліній буде спостерігатися, коли одна зоря на орбіті рухається прямо на спостерігача, а друга – від нього. Оскільки орбітальні швидкості зірок набагато менші за швидкість світла, розширення спектральних ліній можна розрахувати за нерелятивістською формулою Доплера:

$$\Delta\lambda = \lambda_0(1 + \beta) - \lambda_0(1 - \beta) = 2\lambda_0\beta = 2\lambda_0\nu/c,$$

де ν – проекція орбітальної швидкості на промінь зору.

6.37. Період обертання зірок навколо їх спільного центра мас удвічі більший від періоду розширення спектральних ліній. Знаючи орбітальну швидкість і період, можна визначити радіус орбіти: $R = \nu T / 2\pi$. Потім за законом всесвітнього тяжіння $GM^2/(2R)^2 = M\nu^2/R$, звідки $M = 4\nu^2 R / \nu = 2\nu^3 T / \pi \nu$.

6.38. Доплерівське розширення $\frac{\Delta\nu_g}{\nu} = \pm \frac{\nu}{c} = \pm \sqrt{\frac{3RT}{\mu c^2}}$, де μ – молярна маса. Гравітаційне зміщення спектральних ліній $\frac{\Delta\nu_z}{\nu} = \frac{\varphi_z}{c^2} = \frac{Gm}{c^2 r}$, де m і r – маса і радіус зорі. На «білому карликові» $\Delta\nu_z$ більше від $\Delta\nu_g$ приблизно на порядок.

6.39. Швидкість обертання Сонця набагато менша за швидкість світла, тому можна скористатися класичним виразом для ефекту Доплера. Від ділянки диска, який рухається до спостерігача, $\lambda_1 = \lambda_0(1 - \beta)$, від протилежного $\lambda_2 = \lambda_0(1 + \beta)$. Отже

$$\Delta\lambda = 2\beta\lambda_0 = \frac{4\pi\lambda_0 R_C}{c \cdot T_C},$$

де R_C – екваторіальний радіус Сонця.

Період обертання Сонця $T_C = \frac{4\pi\lambda_0 R_C}{\Delta\lambda \cdot c}$.

$$6.40. \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu}{c} \cos\theta - \frac{\nu^2}{2c^2} \left(-2\cos^2\theta \right) \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{c^2}.$$

$$1) \theta = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\nu^2}{2c^2} + \frac{gRh}{c^2(R+h)} = -2,3 \cdot 10^{-10}.$$

$$2) \theta = 80^\circ \cdot \frac{\Delta\nu}{\nu} = 4,38 \cdot 10^{-7}.$$

6.41. Якщо $\omega > \omega_0$, то хвиля пройде через іоносферу; якщо $\omega < \omega_0$, то хвиля повністю відіб'ється. Тут

$$\omega_0 = \sqrt{4\pi N_{\max} \frac{e^2}{m}} = 5,64 \cdot 10^4 \sqrt{N_{\max}} c^{-1},$$

де $N_{\max}$ – концентрація електронів на такій висоті, де вона максимальна.

$$6.42. \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gRh}{c^2(R+h)} = 7,8 \cdot 10^{-11}; \text{ у фіолетову.}$$

$$6.43. \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gh}{c^2} = 5,45 \cdot 10^{-13}.$$

6.44. При русі супутника по коловій орбіті $\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{h}{R} \cdot \frac{\nu^2}{c^2}$. При його рухові по еліптичній орбіті в правій частині цієї рівності з'явиться коефіцієнт порядку одиниці.

6.45. У бік червоної ділянки спектра.

6.46. $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{GM}{r_0 c^2} \approx 0,075$, де $r_0 \approx 2 \cdot 10^6$ см – радіус зорі, визначений за середньою відстанню між нейтронами.

6.47. Віддаляється з швидкістю $\nu = 1380$ м/с.

$$6.48. \Delta\lambda = 1,1 \text{ \AA}.$$

$$6.49. \nu = 2 \text{ км/с}.$$

$$6.50. N \geq \frac{\alpha}{m} \left(\frac{c}{\nu} \right)^2 = 2,3 \cdot 10^5.$$

$$6.51. 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}.$$

6.52. Вказівка. Швидкість u у формулі Доплера відображає не дійсну швидкість супутника, а лише її компоненту у напрямі приймальної станції. Користуватися слід нерелятивістською формулою. Кривизною поверхні Землі і кривизною орбіти супутника можна знехтувати.

$$6.53. \approx 24,7 \text{ діб}.$$

$$6.54. 1,3 \cdot 10^{16} \text{ км}.$$

$$6.55. 1,5 \cdot 10^{10} \text{ м}; \approx 2,9 \cdot 10^{29} \text{ кг}.$$

$$6.56. 4482 - 4478 \text{ \AA} \text{ і через дві доби } 4484 - 4480 \text{ \AA}.$$

6.57. $0,31 \text{ \AA}$.

6.58. $0,28 \text{ c}$; де c – швидкість світла у вакуумі.

6.59. $\Delta\lambda = \lambda_0 \left(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1 \right) \approx 109 \text{ нм}$.

6.60. $v = 0,93 \text{ c}$.

6.61. $\Delta\lambda = 1,09 \text{ \AA}$.

6.62. 550 км/с ; туманність віддаляється від Землі.

6.63. 200 км/с .

6.64. На $0,95 \text{ \AA}$.

6.65. $\Delta\lambda = \frac{\lambda GM}{Rc^2} = 0,0012 \text{ нм}$.

6.66. а) $\Delta\nu = -\frac{\nu GM}{Rc^2}$, де M – маса зорі, R – її радіус;

б) $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 1 - \exp\left(-\frac{GM}{Rc^2}\right)$; в) $\approx 2,1 \cdot 10^{-4}\%$; г) $\approx 3,8\%$.

6.67. Зоря наближається до спостерігача з швидкістю $\sim 500 \text{ км/с}$.

6.68. Довжина хвилі 600 нм .

6.69. $v = \frac{8}{9} \text{ c}$.

6.70. $3,8 \cdot 10^4 \text{ км/с}$; зменшується.

6.71. $486,051 \text{ нм}$.

6.72. Віддаляється; $1,38 \cdot 10^5 \text{ км/с}$; на 230 нм .

6.73. $4,8 \cdot 10^4 \text{ км/с}$.

6.74. Віддаляється; $0,4861 \text{ нм}$; 300 км/с .

6.75. 30 км/с .

6.76. $2,1 \text{ м/с}$.

6.77. $v = c\Delta\lambda/2\lambda = 2 \text{ км/с}$.

6.78. $v = c\Delta\lambda/2\lambda = 103 \text{ км/с}$; зоря рухається до Землі.

6.79. 1) 1000067 Гц ; 2) 999933 Гц ; 3) 1000013 Гц ; 4) 999987 Гц .

6.80. Фіксована частота менша від ν_0 на 10 кГц .

6.81. $v = 1,1 \text{ Мм/с}$.

6.82. На 13 нм .

6.83. Наведені лінії спектра надто нагадують перші три лінії серії

Бальмера спектра водню: $6563 \text{ \AA}$, $4861 \text{ \AA}$, $4340 \text{ \AA}$. Щоб переконатися, що це ті ж самі лінії, знайдемо відношення довжин хвиль у спектрі галактики до довжин хвиль, виміряних у лабораторії. Отримаємо одне і те ж відношення:

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{6877}{6563} = \frac{4989}{4861} = \frac{4548}{4340} = 1,045.$$

Зсув ліній у червоний бік спектра відбувся, мабуть, за рахунок того, що галактика від нас віддаляється (ефект Доплера). Маємо:

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}, \text{ звідки } \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 1,045.$$

Розв'язавши останнє рівняння, визначимо швидкість віддалення галактики.

6.84. $4 \cdot 10^{-5} \text{ мкм}.$

6.85. У розрідженій плазмі показник заломлення $n = 1 - \frac{2\pi Ne^2}{m\omega^2}$; групова швидкість $u = cn$, таким чином, час запізнення

$$\tau(\omega) = L \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{c} \right) \approx \frac{2\pi Ne^2 L}{mc\omega^2} = 1,34 \cdot 10^{-3} \left(\frac{NL}{v^2} \right) \text{ с}.$$

6.86. Щоб радіохвиля могла досягти Землі, її довжина хвилі повинна становити

$$\lambda < 3,34\sqrt{N} \cdot 10^6 \text{ см} = 2,3 \cdot 10^2 \text{ см} = 2,3 \text{ м}.$$

6.87. $n_2 = 1,0008$; $n_3 = 1,00024$.

6.88. $N = 4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 m(1 - n^2) / (e^2 \lambda^2) = 2,13 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}.$

6.89. $n^2 = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$, де $\omega_p^2 = Ne^2 / (m\varepsilon_0)$: а) $n < 1$, тобто для коротких радіохвиль іоносфера є оптично менш густою, ніж повітря, і при деяких кутах падіння відбувається повне відбиття коротких радіохвиль від іоносфери, що використовується в радіозв'язку; б) $n \rightarrow 1$, радіохвилі вільно проходять крізь іоносферу.

6.90. $l_g \sim \sqrt{G\hbar/c^2} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ см}$; $t_g \sim l_g / c \sim 0,5 \cdot 10^{-43} \text{ с}$;

$\rho_g \sim c^5 / (\hbar G^2) \sim \hbar / cl_g^4 \sim 5 \cdot 10^{93} \text{ г/см}^3.$

6.91. $M_g = l_g c^2 / 2G \sim 10^{-5} \text{ г}$. Така частинка, на яку діють лише сили гравітації, майже вільно проходила б через всі тіла. Тому частинки рухалися б до центра Землі і при відсутності втрат енергії коливалися б навколо цього центра; при врахуванні втрат енергії, частинки накопичувалися б у центрі Землі.

6.92. Адіабатичним інваріантом при русі тіла по колу є момент кількості руху $L = mvr = m\sqrt{GMr}$ (враховано, що $v^2/r = GM/r^2$, де M – маса центрального тіла). Тому при повільній зміні параметра G отримується $\Delta G/G = -\Delta r/r$, і за рік для Землі $\Delta r \sim 500 \text{ см}$ при $\Delta G/G = -3 \cdot 10^{-11}$.

Оскільки прискорення вільного падіння g пропорціональне G , то період маятника буде пропорціональний $G^{-1/2}$.

6.93. Потік речовини не може бути необмежено великим, оскільки буде зупинений зростаючим тиском радіації. Сила тиску на електрон з боку випромінювання дорівнює $\sigma L / (4\pi^2 c)$, де L – світність; $\sigma = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ – томсонівський переріз; r – відстань до джерела. Якщо ця сила стане більшою за гравітаційну $GM\mu/r^2$ (μ – маса, яка припадає на один електрон і дорівнює масі протона, якщо газ – чистий водень), акреція припиниться. Верхня межа світності, зумовлена акрецією, визначається із рівності цих сил:

$$\frac{\sigma L}{4\pi r^2 c} = \frac{GM\mu}{r^2}, \text{ звідси } L_{кр} = \frac{4\pi GM\mu c}{\sigma} = 1,3 \cdot 10^{38} \frac{M}{M_c} (erg/c),$$

де $M_c = 2 \cdot 10^{33} \text{ г}$ – маса Сонця. Ця межа називається межею Еддінгтона і залежить лише від маси джерела.

6.94. Типовий радіус нейтронної зорі $r_0 \sim 10 \text{ км}$ ($r = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho}}$; $M \sim M_c$; $\rho \sim 10^{14} \text{ г/см}^3$). За таких параметрів енергія протона $\varepsilon = \frac{Gm_p M}{r_0} \sim 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ ерг} \sim 1,4 \cdot 10^8 \text{ еВ} \sim 0,15 m_p c^2$.

$$\text{6.95. } \dot{M} = \frac{4\pi GM\mu c}{\sigma}; \quad \dot{m} = \frac{\dot{M}}{4\pi R^2}.$$

Для «білих карликів»: $\dot{m} \approx 1 \text{ г/(с} \cdot \text{см}^2)$; для нейтронних зірок $\dot{m} \approx 10^4 \text{ г/(с} \cdot \text{см}^2)$.

6.96. Якщо $n \approx m$, то з формули Бальмера матимемо $\frac{1}{\lambda} = \frac{2R}{n^3}$. Тоді $n \approx \sqrt[3]{2R\lambda} = 165$.

$$\text{6.97. } Z_{\max} \leq \sqrt{\frac{5kT\lambda_B}{36hc}} = 11.$$

$$\text{6.98. } \approx 5,5 \cdot 10^{10} \text{ років}; \approx 1,75 \cdot 10^{11} \text{ МВт}.$$

$$\text{6.99. } Q = (3m - m_c)c^2 = 4,24 \text{ Мев}, \text{ де } m_c - \text{маса ядра } {}^{12}\text{C}.$$

$$\text{6.100. } E = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ Дж}.$$

$$\text{6.101. } R = R_c \sqrt[3]{\frac{\rho_c}{\rho_y}} = 12,2 \text{ км}.$$

$$\text{6.102. } \text{У рік} - 2,9 \cdot 10^{26} \text{ атомів}; \text{ за тиждень} - \sim 5 \cdot 10^{24}.$$

$$\text{6.103. } 0,07.$$

6.104. Ймовірність поглинання нейтрино нейтронами з енергією 100 Мев дорівнює $P \sim 0,5 \rho N_A \cdot 2R\sigma = \frac{3M}{4\pi R^2} \sigma N_A = 2 \cdot 10^{-6}$,

де ρ – густина Землі; M – її маса; R – радіус; N_A – число Авогадро. Таким чином, нейтрино проходить крізь Землю практично без поглинання.

6.105. Ймовірність поглинання нейтрино

$$P = \frac{K \cdot 3M}{4\pi R^2} \sigma N_A = 7 \cdot 10^{-10} \sim 10^{-9},$$

де K – доля нейтронів (згідно даних умови задачі $K = 0,12$).

6.106. При утворенні зорі із більш розрідженої хмари вивільняється енергія зв'язку, яку відразу можна оцінити за порядком величини:

$$\varepsilon \sim \frac{GM^2}{R}, \quad G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2).$$

Потенціал гравітаційного поля на поверхні дорівнює GM/R . Середній потенціал – величина того ж порядку. Точний розрахунок дає

$\varepsilon = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$. Звідси $\frac{\Delta M}{M} \approx \frac{GM}{Rc^2}$. Величину $\frac{GM}{c^2}$ (інколи $\frac{2GM}{c^2}$) називають гравітаційним радіусом. Із наведених в умові задачі даних отримуємо для гравітаційного радіуса Сонця і ядра урану значення 1,46 км і $3 \cdot 10^{-50}$ см. А відносний дефект мас складає: $2 \cdot 10^{-6}$ і $4 \cdot 10^{-38}$ відповідно.

6.107. $I_{\kappa\eta} \approx \frac{I_\gamma}{2\sigma n R_\phi} \approx 200 I_\gamma \text{ (см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}\text{)}, \quad \text{де} \quad R_\phi \approx 5 \cdot 10^{25} \text{ см} \quad -$

фотометричний радіус Метагалактики. Його приблизно можна визначити з рівняння Габбла $u = hR$ за умови, що $u \approx c/2$.

6.108. $\Phi_\gamma = \frac{(< \sigma I_{\kappa\eta} >) N}{R^2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} M}{R^2} \left[\frac{\text{фотон}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}} \right], \quad \text{де} \quad N \approx \frac{M}{2 \cdot 10^{-24}} \quad -$ середнє

число ядер у джерелі; $2 \cdot 10^{-24}$ г – середня маса ядер міжзоряного газу, який містить в основному водень, а також гелій.

6.109. Осколки поділу β^- – радіоактивні. Із закону збереження лептонного заряду слідує, що при розпаді нелептонів повинні народжуватися лептон і антилептон. Оскільки електрон – частинка, то з ним повинно народжуватися антинейтрино. Тому разом з β^- -частинками (електронами) з реактора завжди вилітають антинейтрино. На Сонці відбувається синтез ядер із протонів, отже, частина протонів повинна перетворюватися у нейтрони з випусканням позитронів. Оскільки позитрон – античастинка, разом з нею повинне народжуватися нейтрино.

6.110. $I = \frac{e}{n\sigma t}$. Тут $t = 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$; $nl = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{23}$;

$\sigma = 10^{-47} \text{ см}^2$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$; $I = 9260 \text{ А}$.

6.111. $\frac{dn}{dt} = -\frac{n^2}{2} \sigma v$, де n – густина речовини; v – теплова

швидкість. Інтегруючи це рівняння, отримуємо

$$\frac{1}{n(t)} = \frac{1}{2} \sigma v t + \frac{1}{n(0)}, \quad t_2 = \frac{2}{n(0) \sigma v},$$

де t_2 – час, за який густина водню зменшується у два рази.

Середня квадратична швидкість атома водню
 $v = \sqrt{3kT/m} = 6,1 \cdot 10^7 \text{ см/с}$; густина водню $n = \rho N_A = 9,5 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$;
 $t_2 = 1,1 \cdot 10^{10} \text{ років}$.

6.112. $I_\gamma = 2\sigma I_{\kappa\eta} N(L)$,

I_γ , центр $\approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$;

I_γ , антицентр $\approx 10^{-4} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$;

I_γ , полюс $\approx 10^{-5} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$.

6.113. Речовини з великими періодами піврозпаду.

Довідкові матеріали

Деякі астрономічні сталі

Астрономічна одиниця (<i>а. о.</i>)	149600000 км
Світловий рік (<i>св. р.</i>)	63240 <i>а.о.</i>
Парсек (<i>пс</i>)	206265 <i>а.о.</i>
Середня віддаль до Місяця	$3,844 \cdot 10^5$ км
Віддаль від Сонця до центра Галактики	10000 <i>пс</i>
Сидеричний рік	$365^d, 2564$ середн. часу
Тропічний рік	$365^d, 2422$ середн. часу
Юліанський рік	$365^d, 25$ середн. часу
Сидеричний місяць	$27^d 7^h 43^m 11^s$ середн. часу
Середня сонячна доба	$24^h 3^m 56^s, 5554$ зор. часу
Зоряна доба	$23^h 56^m 4^s, 0905$ середн. часу
Швидкість світла у вакуумі	$2,998 \cdot 10^8$ м/с
Стала аберації	$20'', 496$
Стала тяжіння	$6,67 \cdot 10^{-11}$ Н · м ² / кг ²
Нахил екліптики до екватора	$23^\circ 27' 8''$ (Для епохи 1900,0)
Річна прецесія по екліптиці	$50'', 26$ (Для епохи 1900,0)
Стала в законі Стефана-Больцмана	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт / м ² · град ⁴
Стала в законі зміщення Віна	$2,9 \cdot 10^{-3}$ м · град
Сонячна стала	$1,35 \cdot 10^3$ Вт / м ²
Земля:	
Маса	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Екваторіальний радіус	6378,160 км
Полярний радіус	6356,863 км
Лінійна швидкість точки екватора	465 м/с
Швидкість критична (звільнення)	11,2 км/с
Середня орбітальна швидкість	29,765 км/с
Сонце:	
Маса	$1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус	$6,95 \cdot 10^5$ км
Середній видимий кутовий діаметр	$31' 59'', 26$
Середній горизонтальний паралакс	$8'', 794$
Середня густина	1410 кг / м ³
Прискорення сили тяжіння (біля поверхні)	$273,8$ м/с ²
Швидкість критична (звільнення)	619,4 км/с
Лінійна швидкість точки екватора	2,025 км/с
Сидеричний період точки екватора	25,38 діб
Синодичний період точки екватора	27,35 діб

Нахил екватора до екліптики	$7^{\circ}15'$
Видима фотовізуальна зоряна величина	$-26^m,8$
Показник кольору	$+0^m,63$
Абсолютна візуальна зоряна величина	$+4^m,8$
Ефективна температура поверхні	6000 К
Середня тривалість активності	11,13 років
Швидкість руху навколо центра Галактики	250 км/с
Період обертання навколо центра Галактики	$1,9 \cdot 10^8$ років
Місяць:	
Маса	$7,35 \cdot 10^{22}\text{ кг}$
Радіус	$1,7367 \cdot 10^3\text{ км}$
Середній видимий кутовий діаметр	$31'5'',16$
Середній горизонтальний паралакс	$57'2'',7$
Середня густина	3330 кг/м^3
Прискорення сили тяжіння (біля поверхні)	$1,61\text{ м/с}^2$
Швидкість критична (звільнення)	$2,38\text{ км/с}$
Середня орбітальна швидкість	$1,02\text{ км/с}$
Видима середня кутова швидкість	$12^{\circ},15$ за добу
Показник кольору	$+1^m,2$

Таблиця I

Фізичні характеристики планет і елементи їх орбіт

Планета	Екваторіальний діаметр (Земля-I)	Стиск	Маса (Земля-I)	Густина речовини, г/см^3	Критична швидкість на поверхні, км/с	Період обертання навколо осі	Зоряна величина в середньому максимумі блиску
Меркурій	0,39	—	0,05	5,5	4,3	59^d	$+0^m,16$
Венера	0,97	—	0,81	4,9	10,4	258^d	$-4,07$
Земля	1,00	1:298	1,00	5,5	11,2	$23^h56^m04^s$	—
Марс	0,53	1:192	0,11	4,0	5,1	$24^h37^m23^s$	$-1,85$
Юпітер	11,25	1:16	318,36	1,3	60,8	9^h50^m	$-2,23$
Сатурн	9,02	1:10	95,22	0,7	36,6	10^h14^m	$+0,89$ до $-0,18$
Уран	4,00	1:18	14,58	1,01	22,2	10^h49^m	$+5,74$
Нептун	3,89	1:45	17,26	1,6	24,8	15^h48^m	$+7,65$
Плутон	1?	?	0,93	5?	3?	$6^d?$	$+15$

Продовження табл. I

Планета	Альbedo	Кількість супутників	Нахил екватора до орбіти	Сидеричний період обертання, рік	Середній синодичний період, доба	Середня відстань від Сонця, а. о.	Ексцентриситет орбіти	Середня швидкість орбітального руху, км/с	Нахилення орбіти до екліптики
Меркурій	0,06	–	0°	0,241	115,9	0,387	0,2056	47,83	7°
Венера	0,76	–		0,615	583,9	0,723	0,0068	34,99	3°23'
Земля	0,39	1	23°27'	1,000	–	1,000	0,0167	29,76	–
Марс	0,15	2	25°10'	1,881	779,9	1,524	0,0934	24,11	1°51'
Юпітер	0,51	12	3°06'	11,86	398,9	5,203	0,0484	13,05	1°18'
Сатурн	0,50	10	26°45'	29,46	378,1	9,539	0,0557	9,64	2°29'
Уран	0,66	5	98°	84,01	369,7	19,191	0,0472	6,80	0°46'
Нептун	0,62	2	29°	164,7	367,5	30,071	0,0086	5,43	1°46'
Плутон	0,16	–		248,9	366,7	39,65	0,2486	4,73	17°

Таблиця II

Найголовніші спектральні лінії оптичного інтервалу довжин хвиль

Позначення лінії	Довжина хвилі, $\text{\AA}$	Позначення лінії	Довжина хвилі, $\text{\AA}$	Позначення лінії	Довжина хвилі, $\text{\AA}$
Водень H		Кальцій іонізов. Ca^+		Магній Mg	
H_{α}	6562,8	H	3968,6		5183,6
H_{β}	4861,3	K	3933,6		5172,7
H_{γ}	4340,5	Залізо Fe			5167,3
H_{δ}	4101,7		5269,6	Натрій Na	
Кисень O			5169,0	D_1	5895,9
	7621		5167,5	D_2	5890,0
	6870		4957,6	D_3	5875,6
	6278,1		4668,0	Стронцій іонізов. Sr^+	
Кальцій Ca			4383,6		4215
	4307,7		4325,8		4078
	4226,7		4307,9		
	5171,6				

Список використаної літератури

1. Ащеулов, С. В. Задачи по элементарной физике / С. В. Ащеулов, В. А. Барышев. – Л. : Изд. Ленинград. ун-та, 1974. – 192 с.
2. Балаш, В. А. Задачи по физике и методы их решения / В. А. Балаш. – М. : Просвещение, 1983. – 431 с.
3. Батыгин, В. В. Сборник задач по электродинамике / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. – М. : Наука, 1970. – 503 с.
4. Бойко, Г. М. Курс астрономії : лабораторний практикум з практичної астрофізики : навч. посібн. для ВНЗ / Г. М. Бойко, Г. О. Грищенко. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2009. – 208 с.: іл.
5. Варгин, А. Н. Механика Ньютона // Как решать задачи по физике, и почему их надо решать / А. Н. Варгин. – М., 2009. – 146 с.
6. Варикаш, В. М. Избранные задачи по физике с решениями / В. М. Варикаш, М. С. Цедрик. – Минск : Вышэйшая школа, 1967. – 240 с.
7. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1985. – 382 с.
8. Гольдфарб, Н. И. Сборник вопросов и задач по физике / Н. И. Гольдфарб. – М. : Высшая школа, 1975. – 368 с.
9. Гончаренко, С. У. Конкурсні задачі з фізики / С. У. Гончаренко. – К.: Вища шк., 1979. – 446 с.
10. Гончаренко, С. У., Корженевич Є.Л. Задачі для фізичних олімпіад : посіб. для вчителів / С. У. Гончаренко, Є. Л. Корженевич. – К. : Радянська школа, 1975. – 168 с.
11. Гончарский, А. В. Некорректные задачи астрофизики / А. В. Гончарский, А. М. Черепашук, А. Г. Ягола. – М. : Наука, 1985.
12. Гофман, Ю. В. Законы, формулы, задачи физики : [справочник] / Ю. В. Гофман. – К. : Наукова думка, 1977. – 574 с.

13. Гусев, Е. Б. Расширяя границы Вселенной : история астрономии в задачах : учебно-метод. пособие для учителей астрономии и физики и студентов физико-матем. ф-тов вузов / Е. Б. Гусев, В. Г. Сурдин. – М. : МЦНМО, 2003. – 176 с. : ил.
14. Дагаев, М. М. Книга для чтения по астрономии : Астрофизика : учеб. пособие для учащихся 8-10 кл. / М. М. Дагаев, В. М. Чаругин. – М. : Просвещение, 1988. – 207 с. : ил.
15. Дагаев, М. М. Сборник задач по астрономии : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – М. : Просвещение, 1980. – 128 с. : ил.
16. Загальна фізика : зб. задач : навч. пос. / В. М. Барановський, П. В. Бережний, П. О. Возний [та ін.] ; за ред. І. Т. Горбачука. – К. : Вища школа, 1993. – 359 с.
17. Загальний курс фізики : зб. задач / І. П. Гаркуша, І. Т. Горбачук, В. П. Курінний [та ін.] ; за ред. І. П. Гаркуші. – К. : Вища школа, 2003. – 560 с.
18. Засов, А. В. Общая астрофизика / А. В. Засов, К. А. Постнов. – М. : Век-2, 2011.
19. Збірник задач з фізики / Л. П. Баканіна, В. Є. Белонучкін, С. М. Козел [та ін.]. – К. : Вища школа, 1970. – 448 с.
20. Зубов, В. Г. Задачи по физике : пособие для самообр. / В. Г. Зубов, В. П. Шальнов. – М. : Госиздат. физмат. лит-ры, 1985. – 256 с.
21. Иродов, И. Е. Сборник задач по общей физике / И. Е. Иродов, И. В. Савельев, О. И. Замша. – М. : Наука, 1975. – 320 с.
22. Івах, І. В. Методика розв'язування задач з фізики / І. В. Івах, М. Г. Кікець, М. А. Килимник. – К. : Радянська школа, 1969. – 368 с.
23. Кобушкин, В. К. Методика решения задач по физике / В. К. Кобушкин. – Л. : Изд. ЛГУ, 1972. – 280 с.
24. Коган, Б. Ю. Задачи по физике / Б. Ю. Коган. – М. : Просвещение, 1971. – 202 с.
25. Коган, Б. Ю. Сто задач по механике / Б. Ю. Коган. – М. : Наука, 1973. – 78 с.

26. Коган, Б. Ю. Сто задач по физике / Б. Ю. Коган. – М. : Наука, 1965. – 62 с.
27. Коган, Б. Ю. Сто задач по электричеству / Б. Ю. Коган. – М. : Наука, 1976. – 62 с.
28. Коршак, Є. В. Методика розв'язування задач з фізики / Є. В. Коршак, С. У. Гончаренко, Н. М. Коршак. – К. : Вища школа, 1976. – 240 с.
29. Краснобокий, Ю. М. Загальна фізика : навч. модуль ПП.05.01 – Механіка : (практичні заняття) : посібн. для студ. / Ю. М. Краснобокий. – Умань : РВЦ «Софія», 2010. – 205 с.
30. Краснобокий, Ю. М. Збірник нестандартних задач з фізики : посібн. для студ. / Ю. М. Краснобокий, М. М. Яровий, П. П. Товбушенко. – Умань : Видавець «Сочінський», 2012. – 165 с.
31. Краснобокий, Ю. М. Розв'язування задач з фізики : (механіка) : навч. пос. / Ю. М. Краснобокий, П. П. Товбушенко, М. М. Яровий. – К. : Науковий світ, 2001. – 127 с.
32. Краснобокий, Ю. М. Розв'язування задач з фізики : (молекулярна фізика, термодинаміка) : навч. пос. / Ю. М. Краснобокий, М. М. Яровий, П. П. Товбушенко. – К. : Науковий світ, 2002. – 170 с.
33. Краснобокий, Ю. М. Розв'язування задач з фізики : (оптика) : навч. пос. / Ю. М. Краснобокий, М. М. Яровий, П. П. Товбушенко. – Умань : РВЦ «Софія», 2006. – 106 с.
34. Краснобокий, Ю. М. Розв'язування задач з фізики : (Квантова фізика. Фізика атома та атомного ядра) : навч. пос. / Ю. М. Краснобокий, П. П. Товбушенко, М. М. Яровий. – Умань : РВЦ «Софія», 2008. – 134 с.
35. Кузьменков, С. Г. Зорі: Астрофізичні задачі з розв'язаннями: навч. посіб. / С. Г. Кузьменков. – К.: Освіта України, 2010. – 206 с.
36. Ткаченко, И. А. Из опыта проведения астрофизического практикума / И. А. Ткаченко, Ю. Н. Краснобокий // Сборник тезисов XII Международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум» – М. : Издательский дом МФО, 2012. – С. 148.

- 37.Лободюк, В. А. Справочник по элементарной физике / В. А. Лободюк, К. П. Рябошапка, О. И. Шулишова. – К. : Наукова думка, 1978. – 448 с.
- 38.Мартынов, Д. Я. Курс общей астрофизики: Учеб. для вузов / Д. Я. Мартынов. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
- 39.Мартынов, Д. Я. Сборник задач по астрофизике / Д. Я. Мартынов, В.М. Липунов. – М.: Наука, 1986. – 128 с.
- 40.Меледин, Г. В. Физика в задачах : экзаменационные задачи с решениями / Г. В. Меледин. – М. : Наука, 1990. – 270 с.
- 41.Мислінчук, В. О. Фізика зір : комплексне довгострокове завдання з астрономії : кредитно-модульні технології навчання : модулі 1-2 : навч.-метод. посібн. / В. О. Мислінчук, В. І. Тищук. – Рівне : РВВ РДГУ, 2009. – 140 с.
- 42.Новодворская, Е. М. Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриев. – М. : Высшая школа, 1981. – 320 с.
- 43.Пастушенко, С. М. Розв'язуємо задачі з фізики. Механіка / С. М. Пастушенко. – К. : Діал ; Кам'янець-Подільський : Абетка, 2002. – Вип. 1. – 220 с.
- 44.Пастушенко, С. М. Розв'язуємо задачі з фізики : Молекулярна фізика і термодинаміка. Електрика і магнетизм / С. М. Пастушенко. – К. : Діал ; Кам'янець-Подільський : Абетка, 2002. – Вип. 2. – 200 с.
- 45.Пастушенко, С. М. Розв'язуємо задачі з фізики. Коливання і хвилі. Оптика. Квантова фізика / С. М. Пастушенко. – К.: «Діал»; Кам'янець-Подільський: «Абетка», 2004. – Вип. 3. – 183 с.
- 46.Пинский, А. А. Задачи по физике / А. А. Пинский. – М. : Наука, 1977. – 288 с.
- 47.Розв'язування задач з курсу загальної фізики / А. А. Остроухов, – В. Л. Стрижевський, М. Г. Цвелих [та ін.]. – К. : Радянська шк., 1966. – 504 с.

- 48.Сборник задач по общему курсу физики / Л. Г. Гурьев, А. В. Кортнев, А. Н. Куценко [и др.]. – М. : Высшая школа, 1972. – 432 с.
- 49.Сборник задач по общему курсу физики : механика / С. П. Стрелков, Д. В. Сивухин, В. А. Угаров [и др.] ; под общ. ред. И. А. Яковлева. – М. : Наука, 1977. – 288 с.
- 50.Сборник задач по общему курсу физики : оптика / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, Д. В. Сивухин [и др.] : под ред. Д. В. Сивухина. – М. : Наука, 1977. – 320 с.
- 51.Сборник задач по общему курсу физики : термодинамика и молекулярная физика / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, Д. В. Сивухин [и др.] ; под ред. Д. В. Сивухина. – М. : Наука, 1976. – 207 с.
- 52.Сборник задач по общему курсу физики : электричество и магнетизм / С. П. Стрелков, Д. В. Сивухин, С. Э. Хайкин [и др.] ; под ред. И. А. Яковлева. – М. : Наука, 1977. – 272 с.
- 53.Сборник задач по общему курсу физики. Атомная физика. Физика ядра и элементарных частиц / В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин, М. С. Рабинович [и др.] : под общ. ред. Д. В. Сивухина. – М. : Наука, 1981. – 223 с.
- 54.Сборник задач по оптике и атомной физике / под ред. А. Г. Грамакова. – Л. : Изд. Ленингр. ун-та, 1973. – 144 с.
- 55.Сборник задач по физике / под общ. ред. М. С. Цедрика. – Минск : Вышэйшая школа, 1976. – 320 с.
- 56.Сборник задач по элементарной физике / Б. Б. Буховцев, В. Д. Кривченков, Г. Я. Мякишев [и др.]. – М. : Наука, 1974. – 439 с.
- 57.Серова, Ф. Г. Сборник задач по термодинамике / Ф. Г. Серова, А. А. Янкина. – М. : Просвещение, 1976. – 160 с.
- 58.Соболев, В. В. Курс теоретической астрофизики / В. В. Соболев. – 3-е изд., перераб. – М. : Наука, 1977. – 544 с.
- 59.Сперанський, М. М. Як розв'язувати задачі з фізики / М. М. Сперанський. – К. : Радянська школа, 1972. – 288 с.

- 60.Тарасов, Л. В. Вопросы и задачи по физике / Л. В. Тарасов, А. И. Тарасова ; под ред. Г. И. Епифанова. – М. : Высшая школа, 1968. – 294 с.
- 61.Ткаченко, І. А. Астрофізика : лабораторно-практичні роботи : навч.-метод. посібник / Ткаченко І. А. – Умань : Пронікс, 2012. – 128 с.
- 62.Ткаченко, І. А. Використання розрахункових завдань на лабораторно-практичних заняттях з астрофізики / І. А. Ткаченко, Ю. М. Краснобокий // Вісник Чернігівського державного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка / Чернігівський державний педагогічний університет імені Т. Г. Шевченка ; гол. ред. Носко М. О. – Чернігів : ЧДПУ, 2012. – Вип. 99. – С. 323-327.
- 63.Ткаченко, І. А. Геометричний спосіб розв'язування задач із сферичної астрономії / І. А. Ткаченко // Фізика та астрономія в школі. – 2006. – № 5. – С. 25-28.
- 64.Ткаченко, І. А. Лабораторно-практичні заняття з астрономії : навч. посібн. з астрономії / І. А. Ткаченко. – К. : Науковий світ, 2002. – 61с.
- 65.Ткаченко, І. А. Підготовка вчителя астрономії до розв'язування задач з астрофізичним змістом / І. А. Ткаченко, Ю. М. Краснобокий // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наукових праць. Вип. 10 : в 3 т. – Кривий Ріг : В-во НМетАУ, 2012. – Т. 2. Теорія та методика навчання фізики. – С. 272-278.
- 66.Ткаченко, І. А. Розв'язування задач з астрофізичним змістом – дієвий спосіб формування фундаментальних знань студентів / І. А. Ткаченко, Ю. М. Краснобокий // Фізика та астрономія в школі. – 2012. – № 5. – С. 13-17.
- 67.Фейнман, Р. Задачи и упражнения с ответами и решениями // Фейнмановские лекции по физике. Вип. 10 : пер. с англ. / Р.Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс ; под ред. А. П. Леванюка. – М. : Мир, 1978. – 540 с.
- 68.Фирганг, Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е. В. Фирганг. – М. : Высшая школа, 1978. – 351 с.
- 69.Холидей, Д. Вопросы и задачи по физике / Д. Холидей, Р. Резник ; пер. с англ. С. Н. Немирова. – М. : Просвещение, 1969. – 240 с.

- 70.Чепрасов, В. Г. Практикум з курсу загальної астрономії / В. Г. Чепрасов. – К. : Радянська школа, 1967. – 192 с.
- 71.Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высшая школа, 1988. – 527 с.
- 72.Шаскольская, М. П. Сборник избранных задач по физике / М. П. Шаскольская, И. А. Эльцин. – М. : Наука, 1969. – 256 с.
73. Яровий, М. М. Розв'язування задач з фізики : (електрика і магнетизм) : навч. посібн. / М. М. Яровий, Ю. М. Краснобокий, П. П. Товбушенко. – К. : Науковий світ, 2004. – 219 с.