

Практикум. Частина 2

Практичні роботи з спортивної метрології



ББК УУ. УУ - друкований українська мова

ББК УУ. УУ. 01 - електронний українська мова

ББК УУ. УУ - друкований російська мова

ББК УУ. УУ. 01 - електронний російська мова

У ZZ

УДК 796.01 : 389(07)

Рецензенти: доктор тих. наук В. В. Гнатушенко,
доктор тих. наук В. І. Корсун

У ZZ Гвоздак А. П. Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія. Практикум. Частина 2. Практичні роботи з спортивної метрології. Навчальний посібник. Дніпро ДДІФКіС, 2020. - 60 с.

Про посібнику 6 рядків

Посібник ілюстровано прикладами.

Для студентів гуманітарних спеціальностей та викладачів.

Темплан 2020, поз. 99

Навчальне видання

Гвоздак Андрій Павлович

Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія. Практикум. Частина 2.

Практичні роботи з спортивної метрології.

Навчальний посібник

Редактор В. І. Котова

Технічний редактор В. М. Пластун

Коректор А. В. Колісник

Підписано до друку 09. 09. 2020. Формат 60х84/16. Папір друкарський. Друк плоский.

Умів. друк. арк. 4, 56. Облік. -вид. арк. 4, 75. Наклад 100 прим. Замовлення № 5000

Редакційно- видавничий відділ ДНУ,

вул. Наукова 13, м. Дніпро 49050.

Ротапринт ДНУ, вул. Козакова 4б, м. Дніпро 49050.

© Гвоздак А. П. 2020

35-36 рядків на сторінку

УДК 796.01 : 389(07)

Практикум з курсу «Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія». Методичні вказівки по виконанню практичних робіт з дисципліни «Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія» з використанням статистичних обчислювальних функцій MSO Excel для обробки результатів вимірювальних експериментів і отриманих при дослідженні фізіологічних функцій організму людини. Методичні вказівки містять варіанти індивідуальних завдань і методичні вказівки для виконання 8 практичних робіт з дисципліни «Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія» для студентів гуманітарних педагогічних спеціальностей денної форми навчання / Разроб. А. П. Гвоздак. - Дніпро: Вид-во ПДАФКіС, 2020. - 72 с.

Посібник призначені для студентів гуманітарних педагогічних спеціальностей що навчаються по напрямку фізкультура і спорт денної і заочної форм навчання, що вивчають дисципліну «Спортивна метрологія». Посібник містить 8 практичних робіт, в кожній роботі 30 варіантів завдань, що охоплюють розділи обробки вимірювальної інформації в спорті і оцінці отриманих значень методами математичної статистики. У кожній практичній роботі є короткі теоретичні відомості і детальна інструкція поетапного виконання завдання роботи з використанням MSO Excel. Для самоконтролю до кожної практичної роботи наводиться список питань. Для поглибленого вивчення матеріалів практичних робіт приведений список учбової і додаткової літератури.

Методичні вказівки схвалені і затверджені на засіданні кафедри Анатомії, біомеханіки і спортивної метрології, протокол № 9 від 10.03.2020 року.

Допущено навчально-методичним центром ПДАФКіС в якості методичних вказівок для проведення практичних робіт з дисципліни «Методи математичної статистики, засоби комп'ютерних інформаційних технологій і спортивна метрологія».

Рецензенти:

академік, д.т.н., професор, завідувач кафедри

Метрології і інформаційно-вимірювальних технологій

Національного гірського університету

В. И. Корсун

д.т.н., професор, завідувач кафедри

Автоматизованих систем обробки інформації

Дніпропетровського національного університету

ім. Олеса Гончара

В. В. Гнатушенко

Зміст

Вступ.....	5
Практична робота № 1. Обробка експериментальних даних на ПЕОМ	7
Практична робота № 2. Оцінка випадкової і грубої погрішності	12
Практична робота № 3. Оцінка результатів декількох серій вимірів	18
Практична робота № 4. Оцінка результатів прямих вимірів.....	27
Практична робота № 5. Вивчення способів оцінювання результатів непрямих вимірів	33
Практична робота № 6. Кількісна оцінка якісного показника.....	48
Практична робота № 7. Оцінка особистого фізичного стану	54
Практична робота № 8. Вивчення особливостей оцінювання метрологічних властивостей засобами аналізу MSO Excel	62
Рекомендована література	69

Вступ

У сучасній теорії і практиці фізичної культури і спорту для вирішення самих різних задач, що виникають при підготовці спортсменів, наприклад, при вивченні педагогічних і біомеханічних параметрів спортивної майстерності, діагностиці енергетико-функціональних параметрів спортивної працездатності, обліку анатомо-морфологічних параметрів фізичного розвитку, контролі за психічними станами, широко використовуються технічні засоби вимірів (ТЗВ).

Створюються автоматизовані вимірювальні комплекси і принципово нові технічні засоби збору, зберігання і обробки вимірювальної інформації про рухову діяльність спортсменів, розробляються методи активного впливу на організм спортсмена в тренувальному занятті.

Істотне зростання значення ТЗВ в спорті за останні роки обумовлене загальними тенденціями розвитку сучасної спортивної науки :

- інтенсивними темпами її розвитку, підвищенням ефективності наукових досліджень завдяки вдосконаленню її методів і випереджаючому розвитку засобів виміру;

- тенденцією колективності і комплексності як необхідної умови для вирішення проблем, що постійно ускладняється, висунених науково-технічним прогресом;

- математизацією і комп'ютеризацією спортивної педагогіки як одного з проявів інтеграції науки;

- підвищенням вимог до якості наукової продукції — точності, надійності, об'єктивності і достовірності наукової інформації.

Виникнення і розвиток вимірів в спорті пов'язане з необхідністю отримувати точні дані про стан спортсменів і осіб, що займаються масовими формами фізичної культури.

Як відомо, кожна освічена людина має бути грамотною, знати граматику своєї мови. В той же час сама граматика може бути предметом серйозного вивчення фахівцями. Подібна ситуація виникла і для метрології. Мовою технічних вимірів, або основами метрології, Повинні володіти фахівці усіх галузей господарської діяльності, проте питання забезпечення єдності і достовірності вимірів, метрологічного контролю, перевірки, випробувань і експертизи засобів вимірів є предметом серйознішого вивчення з боку фахівців метрологічних служб, що мають відповідну кваліфікацію.

Немає жодної галузі науки і техніки, галузі господарської діяльності, де не робилися б виміри фізичних величин. Важливою умовою порівнянності і об'єктивності результатів вимірів є забезпечення їх єдності і необхідної точності. Цілям забезпечення єдності вимірів служить комплекс державних стандартів і інших нормативних документів, об'єднаний в Державну систему забезпечення єдності вимірів (ДСЕ). У стандартах і інших нормативних документах регламентуються методи випробувань і контролю продукції, методики виконання вимірів. Процес вимірів — складна і відповідальна область виробничої і науково-дослідної діяльності, що вимагає високого рівня професійної підготовки фахівців.

З огляду на те, що на факультетах фізичної культури педагогічних ЗВО вивченню точних наук відведений дуже обмежений час, рівень метрологічних знань і умінь

наших педагогів і тренерів користуватися сучасними вимірювальними комплексами у своїй дослідницькій і тренерсько-педагогічній практиці з кожним роком зростає у все більшу проблему.

Введення спортивної метрології в число дисциплін, що вивчаються на факультетах фізичної культури педагогічних університетів і інститутів, ще раз доводить необхідність таких знань сучасним фахівцям. Задача підготовки по цій дисципліні полягає у вихованні у студентів здатності використати основні положення метрології, стандартизації у своїй практичній діяльності, що забезпечує кінець кінцем отримання студентами необхідних знань, умінь і навичок в цій області. Метрологічна підготовка студентів повинна знаходити відображення на усіх етапах і в усіх ланках учбового процесу : при вивченні дисциплін загальнокультурної, медико-біологічної, психолого-педагогічної і предметної підготовки; у курсових і дипломних роботах; у учбово-дослідницькій діяльності і педагогічній практиці студентів.

Випускник ВНЗ повинен знати:

- основні положення державної системи стандартизації (ДСС);
- основні положення державної системи вимірів (ДСВ);
- основні положення державної служби стандартних зразків (ДССЗ);
- основні положення державної служби стандартних довідкових даних (ДССДД);
- методи і принципи забезпечення єдності вимірів;
- умови і чинники, що впливають на якість вимірів;
- про відповідальність за порушення законодавства про державні стандарти.

Після закінчення учбового закладу спортивний педагог повинен уміти:

- здійснювати пошук необхідної нормативної документації і користуватися Показником державних стандартів;
- кваліфіковано застосовувати метрологічно обґрунтовані засоби і методи виміру і контролю у фізичному вихованні і спорті;
- метрологічно грамотне використати вимірювальну інформацію для обробки і аналізу показників фізичної, технічної, тактичної, теоретичної і інших видів підготовленості спортсменів і їх навантажень змагань і тренувальних.

Оскільки об'єм курсу має певні межі, встановлені учбовим планом, деяким проблемам приділяється менше уваги, ніж вони того заслуговують. Так, опущені питання статистики(вони вивчаються в дисципліні «Математика і інформатика»), частина матеріалу по технічних засобах вимірів. Увесь матеріал, що стосується вимірів у фізичній культурі і спорті, неможливо вивчити у рамках однієї дисципліни, і він досить повно висвітлений в доступній для фахівців літературі.

Практична робота № 1. Обробка експериментальних даних на ПЕОМ

1.1. Мета роботи.

Вивчення правил і способів обробки цих отриманих в результаті процедур виміру на ПЕВМ. Ознайомлення з програмним забезпеченням для введення і зберігання експериментальних даних.

1.2. Вираз результатів вимірів і побудова графіків

Усі виміри містять дві або більше змінні величини, одна з яких - незалежна, вона служить аргументом, інша - залежна, служить функцією.

Точність результатів досліджень визначається точністю вимірювальних приладів, точністю методу вимірів і ретельністю проведення експерименту.

Основні правила обробки результатів вимірів :

- точність результатів вимірів не може бути підвищена методом різних арифметичних дій.
- у інженерній практиці точність вимірів і розрахунків не повинна перевищувати 1,5-3 %.
- Наприклад: Виміряне або розраховане число 637842 необхідно представити у вигляді 640000, при цьому його точність не перевищує $1/64 \cdot 100 \% = 1,5 \%$. Аналогічне число 0,003432 необхідно представити у вигляді 0,034 (точність - 3 %).
- при додаванні і відніманні, а також множенні і діленні в результаті розрахунків зберігати стільки значущих цифр після коми, скільки їх є в найменш достовірному числі.

Наприклад: $2,143 + 1,3 = 3,4$; $3,314 \cdot 3,12 = 10,34$.

- при піднесенні в степінь і добування кореня в результаті зберігати стільки значущих цифр, скільки їх в числі, що підноситься в степінь, або в підкорінному числі.

Наприклад: $1,212 = 1,46$; $\sqrt{3,14} = 1,77$.

Результати вимірів і розрахунків можуть бути представлені в табличному виді і у вигляді графіку. Графічний метод кращий, оскільки має велику наочність, можна легко знайти точки перегину, швидкості зміни і періодичність параметрів.

Окрім цього на графіках можна робити деякі вимірювальні і обчислювальні операції: інтерполяцію, екстраполяцію, диференціювання, інтеграцію та ін.

Основні правила представлення результатів вимірів і розрахунків в графічному виді.

1. При нанесенні точок зазвичай спостерігається деякий їх розкид за рахунок помилок виміру. Узагальнення цих точок прямою або кривою лініями називається апроксимацією. Вид узагальнюючої лінії визначається фізичним процесом, який описується цією лінією.
2. При апроксимації можливе отримання рівнянь (статечної, логарифмічної функції, а також полінома 2-ої, 3-ої і іншій мірі) узагальнюючої лінії, а також величини достовірності апроксимації - R^2 . Найбільш достовірні результати отримують при використанні ПЕВМ із застосовною програмою MSO Excel.
3. Для побудови графіків вибираються звичайні десяткові координати. При зміні

значень аргументу або функції у великому діапазоні (декілька порядків: 10^2 ; 10^3 і так далі) використовуються напівлогарифмічні координати (рис. 1.1, а). При зміні значень і аргументу, і функції у великому діапазоні використовують логарифмічні координати (рис. 1.1, б).

- Побудова графіку не обов'язкова починати з початку координат. Наприклад, якщо x змінюється в межах 0,46-0,92 одиниці, то вісь абсцис доцільно починати з 0,4, а закінчувати значенням 1,0.
- Форма апроксимуючої кривої залежить від масштабу. Масштаб рекомендується вибирати так, щоб ця крива (чи пряма) була нахилена до осі абсцис під кутом, близьким до 45° .

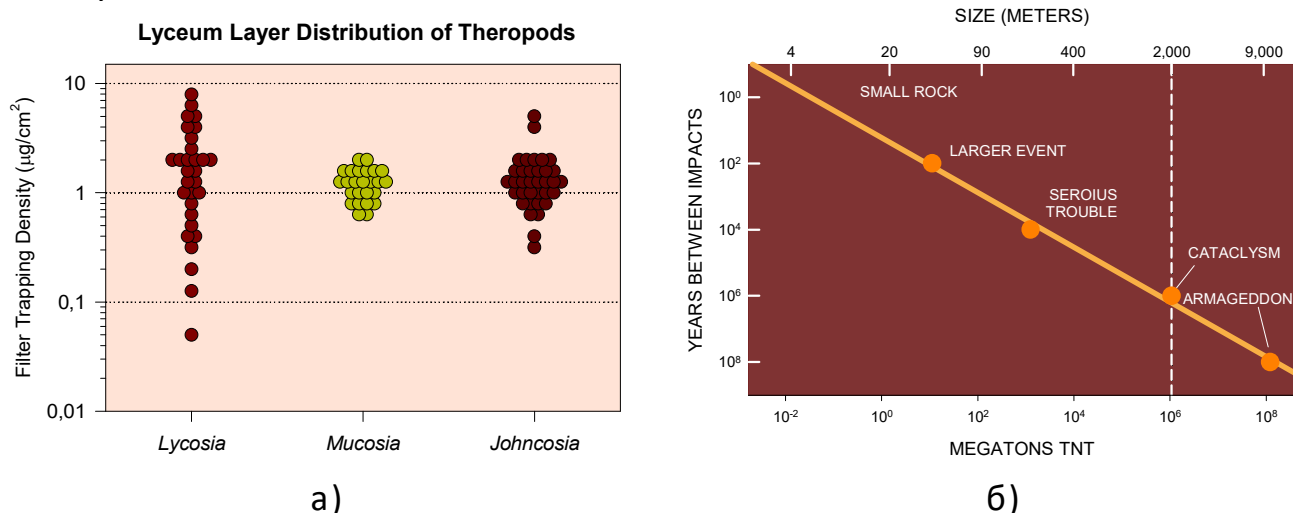


Рисунок 1.1. Напівлогарифмічна (а) і логарифмічна (б) шкали координати.

- При побудові графіку для встановлення виду кривою достатні 10-15 вимірів. Якщо на кривій намічається перегин, то в цій області слід отримувати більше точок з меншим кроком.

1.3. Завдання роботи

- По заданому варіанту вибрати значення експериментальних даних, представлених в табл. 1.2.
- Побудувати графік заданої залежності.
- Знайти оптимальний вид апроксимуючої залежності.
- Оцінити погрішність апроксимації.

1.4. Порядок виконання роботи

- Запустити програму MSO Excel.
- Набрати колонки заданих початкових даних. Завдання видається у вигляді тризначного числа (таблиця. 1.1), де кожна цифра - номер колонки в таблиці початкових даних (таблиця. 1.2).
- Виділити 1-шу (значення X) і 2-гу (значення Y) колонки з назвами набраних даних.
- На вкладці ВСТАВКА вибрати точковий тип діаграми, вид діаграми - «Точкова діаграма з прямими відрізками і маркерами».
- На робочому аркуші з'явиться графік обраного типу діаграми.

6. Виділити криву отриманого графіку. За допомогою правої клавіші «Мишки» вибрати команду «Додати лінію тренду».
7. У опції «Тип» вибрати по черзі декілька апроксимуючих кривих – тренду (лінійна, логарифмічна, експоненціальна, степенева і обов'язково, поліноміальна другої степені).
8. У опції «Параметри» задати назву апроксимуючої кривою. Задати команду «Показувати рівняння на діаграмі», «Помістити на діаграму величину достовірності апроксимації - R^2 ». Натиснути ОК.
9. В кінці зробити висновок, який тип лінії тренду апроксимує задані початкові дані з більшою точністю.
10. Так само виділити 1-у (значення X) і 3-ю (значення Y) колонки даних і побудувати другу діаграму.
11. Повторити пункти 6-9 для другого графіку.

Примітка. Перше значення цифри номера колонки таблиці. 1.2 - значення по осі X. Друга і третя цифри значення по осі Y для першого і другого графіків. Графіки розмістити на різних діаграмах.

Приклад побудови трендів, оцінок і рівнянь представлений на рис. 1.2.

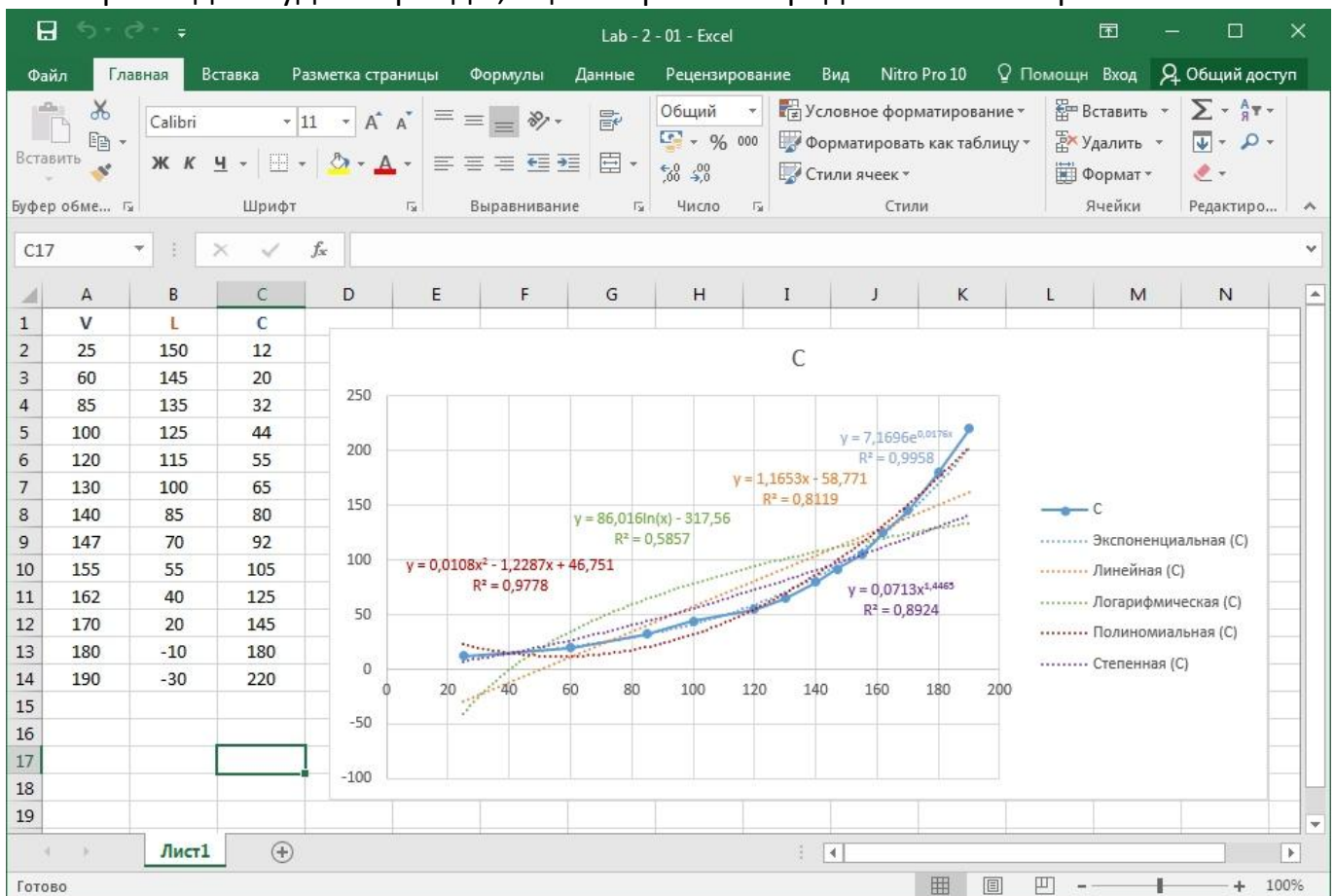


Рисунок 1.2. Приклад побудови трендів і оцінок для $C=f(V)$ в MSO Excel.

1.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу – Група-Прізвище И. Б.№ П.Р. - Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Кожен пункт завдання на окремому робітнику листі. Де необхідно пояснити отримані статистичні оцінки і графіки і представити наступну інформацію:

1. Привести номер варіанту і початкові дані.
2. Графіки з двома кривими.
3. Апроксимуючі залежності.
4. Висновки за якістю апроксимації для обох графіків окремо.

1.6. Варіанти завдань

Таблиця 1.1. Варіанти завдань.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
№ коло- нок	123	134	145	156	167	178	189	190	120	139	148	157	164	173	182
Варіант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
№ коло- нок	196	234	245	256	267	278	289	290	301	312	324	345	356	367	378

Таблиця 1.2. Початкові дані.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
I м	V м ³	L мм	C м/с	I А	U В	W Вт	G кг/с	P кг/с	H мм. рт. ст.
0	25	150	12	175	15	190	0	190	100
20	60	145	20	135	18	184	80	145	145
40	85	135	32	105	20	183	110	95	170
60	100	125	44	80	23	182	130	65	175
80	120	115	55	60	25	180	140	45	185
100	130	100	65	45	28	175	148	25	185
120	140	85	80	32	30	170	150	15	183
140	147	70	92	25	35	162	148	8	177
160	155	55	105	20	45	152	146	6	167
180	162	40	125	15	55	140	142	10	152
200	170	20	145	13	75	120	134	20	135
250	180	-10	180	11	110	70	115	50	95
300	190	-30	220	10	180	-10	90	95	20

1.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповід- ність викона- ної роботи умові	Повнота викона- ння	Правиль- ність вико- нання	Наявність помилки	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повні- стю	1	2	2	1	6

1.8. Питання для самоконтроля

1. Що таке метрологія?
2. Які особливості спортивної метрології?
3. Які задачі законодавчої метрології?
4. Що називають фізичною величиною?
5. Чим відрізняються основні і похідні величини?
6. Що називається одиницею фізичної величини, а що її значенням?
7. Як створювалася метрична система заходів?
8. Що називається системою одиниць фізичних величин?
9. Які системи одиниць фізичних величин ви знаєте?

Практична робота № 2. Оцінка випадкової і грубої погрішності

2.1. Мета роботи

Вивчення випадкової і грубої погрішностей, придбання навичок по статистичній обробці результатів вимірів.

2.2. Погрішності вимірів

Погрішності виміру - це відхилення результату виміру від істинного значення вимірюваної величини. **Точність** - ця якість виміру, що характеризує близькість результатів вимірів до істинного значення. Кількісно точність - зворотна величина модуля відносної погрішності.

Розрізняють види погрішності :

- **абсолютна** - різниця вимірюваної величини і істинного значення. Ця величина розмірна, має малу інформативність;
- **відносна** - відношення абсолютної погрішності до істинного(чи вимірюваному) значення вимірюваної величини. Ця величина безрозмірна, більше показова, оскільки дає порівняння погрішності з вимірюваною величиною. Оскільки істинне значення невідоме, те відношення береться до середньоарифметичного значення, і, отже, результат отримують приблизно.

Залежно від характеру появи погрішності розрізняють:

- систематична;
- груба;
- випадкова.

Систематична погрішність - постійна або така, що закономірно змінюється при повторних вимірах однієї і тієї ж величини. Виключається введенням поправок.

Різновиди цієї погрішності:

- *інструментальна* - залежна тільки від засобів виміру;
- *методу вимірів* - залежна від недосконалості методів виміру;
- *суб'єктивна* - викликається індивідуальними особливостями спостерігача(запізнювання в реєстрації результату, паралакс ...);
- *установки* - визначається неправильною установкою приладу відносно горизонтальної або вертикальної площини та ін.
- *методичні* - визначаються умовами виміру величин(зміна тиску, температури та ін.).

Груба погрішність - така, яка істотно перевищує очікувану за даних умов.

Випадкова погрішність - погрішність виміру, що змінюється випадковим чином при повторних вимірах однієї і тієї ж величини. Наприклад, при виготовленні верстатом-автоматом яких-небудь деталей їх розмір в серії змінюватиметься за випадковим законом. Ця погрішність визначається кількісно методами статистики і теорії ймовірності. Цими методами, можливо, встановити певний зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і ймовірністю їх появи. Цей зв'язок виражається законами розподілу.

Численними дослідженнями встановлено, що розсіювання відхилень випадко-

вих величин відносно середнього значення відбувається за законом нормального розподілу (закону Гауса)

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{X})^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.1)$$

де $f(\Delta x)$ - щільність розподілу ймовірності зміни випадкової величини x_i ; σ - середньоквадратичне відхилення; $e = 2,718$ - основа натурального логарифма; $\bar{X}$ - математичне сподівання або середнє арифметичне значення вибірки випадкових величин; $\Delta X_i = x_i - \bar{X}$ - відхилення від середнього значення.

Середньоквадратичне відхилення (СКВ) результату виміру характеризує розкид відхилень відносно середнього значення. Ця величина в квадраті носить назву дисперсії (або розсіювання) $D = \sigma^2$.

При великій кількості вимірів (велика вибірка) СКВ знаходиться по формулі

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}, \quad (2.2)$$

де n - число вимірів, x_i - величина в i -у вимірі; $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ - середнє арифметичне значення.

Крива нормального розподілу представлена на рис. 2.1.

На кривій є точки перегину A , яким відповідають величини відхилення Δx_i рівні середньому квадратичному відхиленню

$$\Delta x_a = \sigma \text{ і } -\Delta x_a = -\sigma,$$

при щільності розподілу ймовірності, рівної $f = 68,3\%$.

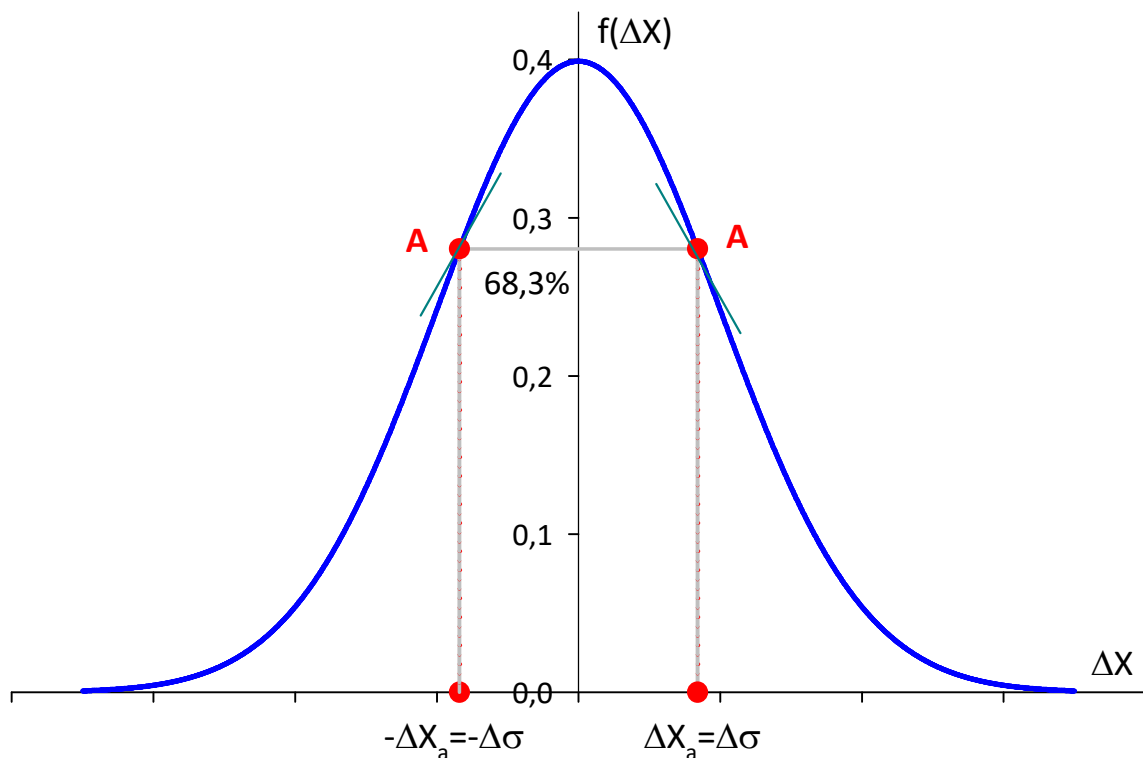


Рисунок 2.1. Нормальний розподіл відхилень Гауса.

Форма кривої характеризує велику ймовірність отримання відхилень з малим значенням і ймовірність отримання відхилень, що різко зменшується, з великими значеннями.

Для повної характеристики точності і надійності виміру величини, що змінюється випадковим чином, необхідно представити:

- середнє арифметичне значення вимірюваної величини $\bar{X}$;
- довірчу ймовірність $P(\%)$;
- довірчий інтервал $\pm \varepsilon$.

Довірча ймовірність P характеризує ймовірність відхилення серії виміряних величин в заданих межах від середнього значення. Довірчий інтервал $\pm \varepsilon$ визначається довірчими межами $+\varepsilon$ і $-\varepsilon$. Це означає із заданою (чи прийнятою) ймовірністю $P(\%)$: за межі довірчих меж $+\varepsilon$ і $-\varepsilon$ (в межах довірчого інтервалу $\pm \varepsilon$) не вийдуть значення випадкових відхилень $\Delta x_i = (x_i - \bar{X})$.

Виміряна величина, що змінюється за випадковим законом, представляється у вигляді:

$$I = \bar{X} \pm \varepsilon \text{ при } P(\%). \quad (2.3)$$

У інженерній практиці $P = 90 - 99\%$.

Для різних значень ймовірності P величина довірчого інтервалу $\pm \varepsilon$ буде різною.

Довірчий інтервал $\pm \varepsilon$ визначається величиною СКВ і t - критерію (критерію Стюдента):

$$\varepsilon = \pm t \sigma. \quad (2.4)$$

Для нескінченної кількості вимірів n (на практиці вважається $n > 200$) критерій Стюдента визначається тільки довірчою ймовірністю (табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Критерій Стюдента.

$P, \%$	68,3	90	95	98	99	99,7
t_p	1	1,64	1,96	2,33	2,58	3

На практиці число спостережень (вимірів) величини, що змінюється за випадковим законом, не перевищує $n = 15-20$, а іноді і менше. Це впливає на величину довірчого інтервалу, зі зменшенням n величина ε збільшується.

У розрахунках кількість вимірів враховується критерієм Стюдента (табл. 2.2). У цій таблиці ступінь свободи k знаходиться через число вимірів $k = n - 1$.

На підставі численних досліджень встановлено, що відхилення дійсних розмірів від середнього розміру більшості вимірів знаходиться в межах довірчих меж $[-3\sigma; +3\sigma]$. Тобто виміри, x_i у яких відхилення перевищують 3σ ($|\Delta x_i| > 3\sigma$), вважаються не заслуговуючими довіри (є грубою погрешністю виміру) і відкидаються. Обчислення σ і ε після цього уточнюються.

2.3. Завдання роботи

Виміряти необхідні параметри, розрахувати і представити основні дані (середнє арифметичне, довірчу ймовірність і довірчий інтервал) для серії вимірів, розміри яких

змінюються за випадковим законом, використовуючи MSO Excel. Необхідні матеріали і інструменти:

Таблиця 2.2. Критерій Стюдента.

<i>k</i>	<i>P</i> , %				
	68,3	90	95	99	99,7
1	1,8	6,31	12,7	63,7	23,5
2	1,32	2,92	4,3	9,92	19,2
3	1,2	2,35	3,18	5,84	9,2
4	1,15	2,13	2,78	4,6	6,6
5	1,11	2,02	2,57	4,03	5,5
8	1,07	1,86	2,31	3,36	4,3
10	1,05	1,81	2,23	3,17	3,9
12	1,05	1,78	2,18	3,06	3,8
15	1,04	1,75	2,13	2,95	3,6
20	1,03	1,72	2,09	2,84	3,4
30	1,02	1,7	2,04	2,75	3,3
50	1,01	1,68	2,01	2,68	3,2
100	1,00	1,66	1,98	2,63	3,1

1. Набір деталей або предметів (20-50 шт. в партії). Наприклад, парти в класі - виміряти довжину і ширину кришки парти.
2. Вимірювальний інструмент - лінійка з ціною поділка 0,5-1,0 мм.

2.4. Порядок виконання роботи

1. Виміряти необхідні розміри деталей, заповнити таблицю (табл. 2.3).
2. Розрахувати середнє арифметичне $\bar{X}$ і середньоквадратичне відхилення σ (формула 2.2).
3. Розрахувати довірчі інтервали $\pm \varepsilon$ (формула 2.4) для умови, що $n = \infty$ для довірчої ймовірності $P = 68,3, 90$ і 99 %. Результатів привести в табл. 2.4.
4. Розрахувати довірчі інтервали $\pm \varepsilon$ (формула 2.3) для умови $n \neq \infty$ для довірчої ймовірності $P = 68,3, 90$ і 99 %. Результатів привести в табл. 2.4.
5. Порівняти дані по довірчих інтервалах для $n = \infty$ і $n \neq \infty$.
6. Привести результати вимірів і розрахунків у виді (2.3). При цьому довірчий інтервал ε привести в розмірному виді і в %.

Таблиця 2.3. Результати вимірів і розрахунків.

<i>i</i>	<i>x_i</i> , мм	Відхилення і квадрат	
		$(x_i - \bar{X})$	$(x_i - \bar{X})^2$
1			
2			
3			
...			
<i>n</i>			

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \dots$$

7. Визначити межі грубих погрішностей вимірів, вказати номери вимірів з грубою погрішністю в табл. 2.4.

Таблиця 2.4. Результати розрахунків.

$\bar{X}$	σ	n	$\pm \varepsilon$, при			$3 \sigma $	№ вимірів з грубою погрішністю
			$P = 68,3\%$	$P = 90,0\%$	$P = 99,0\%$		
		∞					

2.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані значення і результати обчислень, представити наступну інформацію:

- завдання, основні розрахункові залежності;
- результати вимірів і розрахунків (у табличній формі);
- висновки.

2.6. Варіанти завдань

Таблиця 2.5. Варіанти завдань і початкові дані до роботи № 2.

№ вар.	Ціла частина числа	Цифри після коми
1	28	82, 9, 86, 52, 07, 71, 84, 92, 96, 93, 89, 98, 73
2	34	3, 41, 53, 35, 46, 57, 12, 42, 94, 78, 48, 37
3	56	23, 37, 48, 02, 33, 45, 28, 92, 57, 76, 55, 47, 39
4	63	57, 04, 9, 73, 88, 72, 94, 96, 99, 78, 48, 62
5	77	28, 42, 61, 99, 38, 02, 48, 52, 58, 57, 62, 60
6	82	41, 36, 92, 26, 49, 01, 53, 57, 59, 66, 47, 58
7	45	6, 73, 88, 03, 63, 72, 75, 78, 83, 95, 73, 67
8	51	54, 6, 76, 53, 08, 62, 65, 59, 69, 98, 47, 65
9	72	84, 52, 71, 63, 48, 86, 09, 67, 96, 98, 77, 76
10	38	34, 57, 12, 03, 38, 47, 53, 61, 98, 48, 35, 43
11	38	3, 41, 53, 35, 46, 57, 12, 42, 94, 48, 57, 02
12	37	82, 9, 83, 86, 52, 07, 71, 84, 92, 96, 93
13	58	48, 02, 33, 45, 28, 92, 57, 46, 35, 47, 37
14	61	9, 82, 73, 64, 99, 78, 81, 69, 03, 63
15	49	61, 99, 38, 02, 48, 52, 58, 37, 62, 68, 55
16	47	03, 43, 52, 45, 48, 95, 46, 64, 62, 53, 62, 49
17	62	6, 76, 53, 08, 62, 65, 89, 69, 93, 47, 59, 52, 46
18	59	57, 12, 03, 38, 47, 53, 41, 98, 15, 36, 48
19	72	76, 62, 65, 89, 69, 93, 77, 65, 89, 03, 66
20	53	37, 48, 02, 33, 45, 28, 92, 57, 76, 55, 47

№ вар.	Ціла частина числа	Цифри після коми
21	47	82, 73, 86, 52, 07, 71, 84, 92, 96, 93, 89, 98
22	72	88, 03, 73, 42, 75, 78, 83, 95, 73, 67, 58, 49
23	55	3, 41, 54, 45, 36, 59, 14, 43, 84, 38, 58, 04
24	89	84, 11, 85, 88, 54, 05, 73, 84, 94, 93, 95
25	19	46, 05, 35, 47, 26, 94, 56, 48, 37, 45, 39
26	33	7, 85, 75, 66, 97, 77, 83, 67, 05, 61
27	27	63, 97, 35, 07, 47, 54, 56, 39, 64, 63, 57
28	41	05, 45, 53, 47, 44, 93, 44, 62, 66, 57, 64, 47
29	11	8, 74, 53, 09, 64, 62, 87, 66, 91, 49, 57, 53, 47
30	37	55, 14, 05, 37, 45, 51, 43, 97, 13, 33, 45

2.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконаної роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

2.8. Питання для самоконтроля

1. Що називають виміром?
2. На які види ділять виміру за способом набуття числового значення?
3. Як розрізняються виміри за характером зміни вимірюваної величини?
4. Якими бувають виміри по кількості вимірювальної інформації?
5. Як ділять виміри по відношенню до основних одиниць?
6. Що таке шкала вимірів?
7. Як утворюється шкала порядку?
8. Що називається шкалою інтервалів?
9. Які особливості шкали стосунків?
10. Що таке шкала найменувань?
11. Як понизити вплив об'єкту вимірів на точність вимірювального експерименту?
12. Як впливають на процес виміру суб'єкти вимірів?
13. Що можна віднести до умов вимірів?
14. Як понизити вплив об'єкту вимірів на точність вимірювального експерименту?
15. Що можна віднести до умов вимірів?

Практична робота № 3. Оцінка результатів декількох серій вимірів

3.1. Мета роботи

- отримання практичних навичок виконання вимірів;
- ознайомлення з імовірнісним підходом до оцінки результатів вимірів;
- отримання навичок обробки результатів декількох серій вимірів.

3.2. Оцінка результатів вимірів як випадкових величин

При проведенні з однаковою ретельністю і в однакових умовах повторних вимірів однієї і тієї ж величини, що не змінюється, ми отримуємо результати, деякі з яких відрізняються один від одного, а деякі співпадають. Такі результати говорять про наявність в них **випадкових погрішностей**, тобто погрішностей, що змінюються хаотично, непередбачувано.

Розгляд випадкових погрішностей (і, відповідно, результатів одноразових вимірів) як випадкових подій дає основу використати математичний апарат теорії ймовірності і математичної статистики для оцінки випадкових погрішностей і знаходження значення вимірюваної величини, ближчого до істинного значення, чим результат одного виміру.

Теорія ймовірності називає випадковим таку подію, яка може статися або не статися. Стосовно вимірів можна сказати, що при повторних вимірах в однакових умовах кожна з безлічі можливих незначних причин випадкових змін результатів може або з'явитися, або не з'явитися. Кількісна оцінка об'єктивної можливості появи події називається його **ймовірністю**. Ймовірність достовірної події дорівнює 1, а ймовірність неможливої події - 0. Ці події невинуваті; для випадкових подій ймовірності їх появи більше нуля і менше одиниці.

Найбільш універсальним способом опису випадкових величин (у тому числі результатів вимірів і випадкових погрішностей) є закони розподілу ймовірності. Законом розподілу ймовірності випадкової величини називається всяке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і ймовірністю, що відповідає їм.

Якщо на процес виміру діють декілька впливаючих чинників, а вклад кожного з чинників незначний в порівнянні з їх сумарною дією, то, згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірності, результат виміру фізичної величини X підкоряється **нормальному закону або закону Гауса**.

На рис. 4.1 показана крива щільності ймовірності або диференціальної функції нормального розподілу. Аналітично ця функція описується вираженням

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (3.1)$$

де M_x - математичне сподівання випадкової величини X , σ_x - середнє квадратичне відхилення (СКВ) випадкової величини.

Математичним сподіванням (M_x) випадкової величини X називається таке її значення, навколо якого групуються результати окремих спостережень; при нормальному розподілі математичному очікуванню відповідає найбільша щільність ймовірності.

Статистичною оцінкою математичного сподівання для ряду однорідних результатів є середнє арифметичне :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (3.2)$$

Середнє квадратичне відхилення (СКВ) σ_x випадкової величини є мірою розсіювання значень випадкової величини відносно її математичного сподівання

$$\sigma_x^2 = D_x,$$

де D_x - дисперсія випадкової величини.

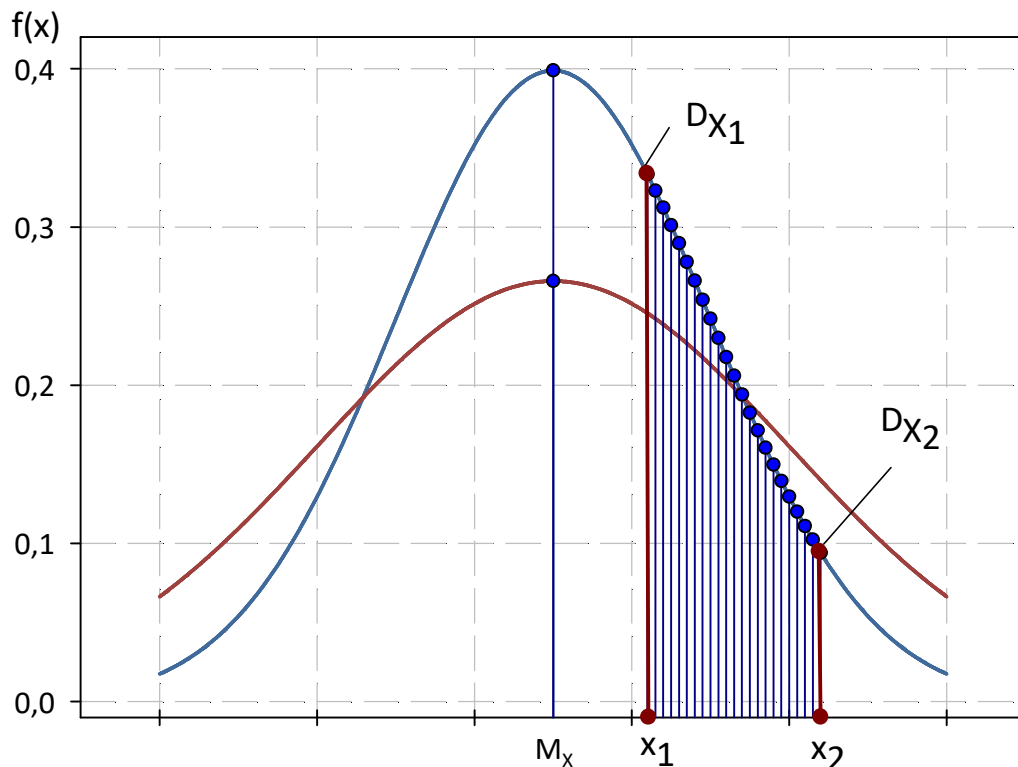


Рисунок 3.1. Криві функцій нормального розподілу.

Чим більше дисперсії (чи середнє квадратичне відхилення), тим значніше розсіювання. Наприклад $D_{x_2} > D_{x_1}$ (рис. 3.1).

Статистичною оцінкою СКВ є так зване **стандартне відхилення**:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (3.3)$$

де n - число спостережень (вимірів).

Ймовірність попадання випадкової величини в інтервал (x_1, x_2) рівна:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx, \quad (3.4)$$

що відповідає площі під кривою розподілу на цій ділянці (рис. 3.1).

Інтервал ε , який із заданою ймовірністю P покриває істинне значення випадкової величини, називається **довірчим інтервалом**, а ймовірність P - **довірчою ймовірністю**. Як правило, довірчий інтервал $\pm \varepsilon$ розташовується симетрично по відношенню до математичного сподівання.

Відношення довірчого інтервалу до середнього квадратичного відхилення - це **відносний довірчий інтервал**:

$$t = \frac{\varepsilon}{\sigma_x}. \quad (3.5)$$

При досить великому числі спостережень (вимірів) вичислене стандартне відхилення близьке до дійсного значення середнього квадратичного відхилення. Якщо при цьому встановлено, що закон розподілу ймовірності результатів виміру - нормальний, то для знаходження відносного довірчого інтервалу по довірчій ймовірності (і навпаки, довірчій ймовірності по відносному довірчому інтервалу) використовуються математичні таблиці спеціальної функції Лапласа. Аргументом функції Лапласа є відносний довірчий інтервал, що розраховується по формулі :

$$t = \frac{x - \bar{x}}{S_x}. \quad (3.6)$$

Проте дії з функцією Лапласа виявляються тим менш надійними, чим менше числа спостережень. У подібних випадках слід визначати довірчу ймовірність або довірчий інтервал по таблицях розподілу Стюдента, залежно від довірчої ймовірності і числа спостережень.

3.2.1. Обробка результатів багатократних вимірів

Багатократні виміри однієї і тієї ж величини постійного розміру робляться при підвищених вимогах до точності вимірів. Результат багатократних вимірів описується вираженням:

$$x = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (3.7)$$

Як і результат одноразового виміру, він є випадковим значенням вимірюваної величини, але його дисперсія в n разів менше дисперсії результату одноразового виміру:

$$D_{\bar{x}} = \frac{D_x}{n}, \text{ відповідно } S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}. \quad (3.8)$$

Тобто **точність визначення значення вимірюваної величини підвищується в $\sqrt{n}$ разів**.

Результат багатократних вимірів записується у формі довірчого інтервалу

$$\bar{x} - tS_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + tS_{\bar{x}}, \quad (3.9)$$

де величина t знаходиться залежно від заданої довірчої ймовірності.

При проведенні багатократних вимірів деякі результати можуть містити **грубі погрішності**, тобто погрішності, що явно перевищують за своїм значенням, виправдані умовами проведення експерименту (виміри). Очевидно, що найбільш підозрілими є мінімальне і максимальне значення. Питання про те, чи містить цей результат грубу погрішність, вирішується загальними методами перевірки статистичних гіпотез.

Гіпотеза, що перевіряється, полягає в твердженні, що результат X_i не містить грубої погрішності. Для перевірки цієї гіпотези при невеликому числі спостережень використовують розподіли наступних величин:

$$V_p = \frac{X_{\max} - \bar{X}}{S_x}, \quad (3.10)$$

$$V_p = \frac{\bar{X} - X_{\min}}{S_x}. \quad (3.11)$$

Ці функції співпадають між собою, і для нормального розподілу результатів виміру вони протабульовані. По таблиці. А4.1 (в додатку) після заданої довірчої ймовірності P і кількості вимірів в серії n знаходять табличне (гранично допустиме) значення V_T ; його порівнюють з розрахунковим значенням V_p . Якщо виконується умова $V_p < V_T$, то гіпотеза про відсутність грубої погрішності приймається з ймовірністю P .

Після того, як грубі погрішності (промахи) виключені з результатів виміру, необхідно знову визначити оцінки числових характеристик і знову переконалися у відсутності грубих погрішностей.

3.2.2. Однорідні і неоднорідні серії вимірів

Часто вимірювальна процедура буває організована таким чином, що за допомогою кожного засобу вимірів отримують ряд значень відліку - **серію вимірів**. При цьому можуть виходити як однорідні, так і неоднорідні серії.

Однорідними серіями вимірів називаються такі, у яких розподіл ймовірності результатів вимірів підкоряється одному закону. На практиці однорідними вважають такі серії вимірів, у яких числові характеристики законів розподілу ймовірності (ЗРЙ) $\bar{X}$ і S_x відрізняються випадковим чином. Якщо хоч би одна з цих числових характеристик відрізняється від характеристик інших серій не випадково, то ці серії вважаються **неоднорідними**.

При не випадковій відмінності середніх $\bar{X}$ результати серій вимірів не підлягають спільній обробці, оскільки **результати вимірів не сходяться**. Зазвичай причиною розбіжності є не виключена систематична погрішність або умови вимірів, що різко змінилися. Проте оскільки при виконанні цієї лабораторної роботи жодна з цих обставин не виникає, то виконувати перевірку збіжності середніх в даному випадку не передбачається.

При не випадковій відмінності дисперсій S_x^2 серії вимірів є **нерівноточними (нерівнорозсіяними)**.

Результати рівноточних і нерівноточних серій вимірів підлягають спільній обробці, але по різних методиках. Тому перед тим, як приступити до обробки результатів декількох серій вимірів, необхідно зробити перевірку їх рівноточності.

Найчастіше для перевірки рівноточності дисперсій використовують критерій Фішера. Критерій Фішера визначається по формулі:

$$F_p = \frac{S_{\max}^2}{S_{\min}^2}, \quad (3.12)$$

де F_p - розрахункове значення критерію Фішера, $S_{\max}^2$, $S_{\min}^2$ - найбільша і найменша дисперсії з усіх серій.

Якщо виконується умова

$$F_p < F_T, \quad (3.13)$$

то дисперсії $S_{\max}^2$, $S_{\min}^2$ - однорідні. Отже, інші дисперсії однорідні тим більше.

Критичне (табличне) значення F- критерію F_T вибирається по таблиці. А4.3 додатку залежно від довірчої ймовірності P і числа ступенів свободи $k_1 = n_1 - 1$, $k_2 = n_2 - 1$, де k_1 і k_2 - числа ступенів свободи для найбільшої і найменшої дисперсій відповідно.

3.2.3. Обробка результатів декількох серій вимірів

Якщо встановлено, що серії вимірів - однорідні, то їх можна об'єднати в єдиний масив і обробляти як результати багатократних рівноточних вимірів (п. 3.2.1).

При цьому загальне середнє арифметичне визначається по формулі

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^m \bar{x}_j}{m}, \quad (3.14)$$

де j - номер серії, m - число серій.

Загальну дисперсію допускається визначити як

$$S_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^m S_j^2}{m}, \quad (3.15)$$

де S_j^2 - дисперсія j - ї серії.

Загальний результат записується відповідно до вираження (3.9)

$$\bar{x} - tS_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + tS_{\bar{x}}, \text{ де } S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{N}}; \quad N = n_1 + n_2 + \dots \quad (3.16)$$

Відносний довірчий інтервал t береться з таблиць розподілу Стюдента залежно від числа $N - 1$ і прийнятої довірчої ймовірності.

Якщо серії вимірів визнані нерівноточними (якщо умова $F_p < F_T$ не виконується), то кожную групу результатів спостережень, що відносяться до однакових умов (кожную серію), необхідно оцінити з точки зору ступеня довіри, визначити їх «вагу», тобто ступень довіри до них в загальній сукупності усіх результатів, що підлягають обробці.

Значення вагового коефіцієнта g_j визначають по наступній формулі:

$$g_j = \frac{\frac{1}{S_{\bar{x}_j}^2}}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{S_{\bar{x}_j}^2}} . \quad (3.17)$$

Середнє значення для таких серій вимірів визначиться як середнє зважене:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^m g_j \bar{x}_j = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{S_{\bar{x}_j}^2} \bar{x}_j}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{S_{\bar{x}_j}^2}} \quad (3.18)$$

Оцінка дисперсії розраховується по формулі:

$$S_{\bar{x}}^2 = \sum_{j=1}^m g_j S_{\bar{x}_j}^2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{S_{\bar{x}_j}^2}} \quad (3.19)$$

$$S_{x_j}^2 = \frac{S_x^2}{n_j} . \quad (3.20)$$

Остаточний результат записується в прийнятій форми довірчого інтервалу згідно з вираженням (3.9).

$$\bar{x} - tS_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + tS_{\bar{x}} .$$

3.3. Завдання роботи

Виконати багатократні виміри (дві серії) однієї і тієї ж лінійної величини декількома спостерігачами. Результати вимірів занести в таблицю бланка розрахунку (таблицю MSO Excel).

Здійснити обробку результатів багатократних вимірів.

1. Визначимо основні характеристики випадкової величини : $\bar{X}$ - середнє арифметичне по серіях, S_x - стандартне відхилення по серіях, $S_{\bar{x}}$ - стандартне відхилення середніх по серіях.

2. Зробити перевірку відсутності грубих промахів в кожній серії з використанням v - критерію.

3. Перевірити однорідність дисперсій серій вимірів, використовуючи критерій Фішера.

4. Розрахувати остаточний результат у формі довірчого інтервалу.

3.4. Порядок виконання роботи

1. Експериментальна частина роботи полягає у виконанні багатократних вимірів однієї і тієї ж лінійної величини декількома спостерігачами або способами.

2. Результати вимірів (5...7 значень в кожній серії) заносяться в таблицю бланка звіту; причому в одну колонку записують безпосередньо показання приладу, а в іншу

- значення розміру, вчислені як алгебрична сума показань приладу і номінального розміру.

3. Для кожної серії вимірів обчислюється середнє арифметичне $\bar{X}$, стандартне відхилення S_x і стандартне відхилення середнього $S_{\bar{x}}$ з використанням формул (3.2), (3.3) і (3.8).

4. Для кожної серії вимірів перевіряється наявність або відсутність грубих промахів з використанням v - критерію (розділ 3.2). Якщо грубі промахи виявлені, то їх необхідно виключити з результатів вимірів і зробити повторний розрахунок середнього арифметичного $\bar{X}$, стандартного відхилення S_x і стандартного відхилення середнього $S_{\bar{x}}$, а потім знову зробити перевірку на грубі промахи. Тут, а також в інших розрахунках прийняти довірчу ймовірність $P = 0,95$.

5. За допомогою критерію Фішера по формулах (3.12) і (3.13) встановити однорідність або неоднорідність серій вимірів.

6. Якщо встановлено, що серії вимірів - однорідні рівноточні, то отримані результати об'єднуються в один масив, для якого виконуються обчислення за формулами (3.14), (3.15) і (3.16). Остаточний результат записується у формі довірчого інтервалу (3.9).

7. Якщо встановлено, що серії вимірів - нерівноточні, то слід розрахувати середнє, зважене по формулі (3.18) і дисперсію по формулі (3.20), тобто з урахуванням вагових коефіцієнтів. Остаточний результат також записується у формі довірчого інтервалу (3.9).

3.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані значення і результати обчислень, представити наступну інформацію:

- завдання, основні розрахункові залежності;
- результати вимірів і розрахунків(у табличній формі);
- висновки.

3.6. Варіанти завдань

Варіант	Еталон	Серії	Вимір (Вивірення)					
			1	2	3	4	5	6
1	25,0	I	24,99190	24,82369	24,81648	25,23471	25,04519	24,95794
		II	24,85595	25,08388	25,11285	24,99667	25,10202	25,05647
2	20,0	I	20,00123	20,01322	20,00764	19,99851	20,00744	19,98198
		II	20,00073	20,00069	19,98518	20,01925	20,00481	19,98981
3	15,0	I	15,01344	14,99981	15,00485	14,99061	15,00162	15,0083
		II	14,99336	15,01567	15,01335	14,99032	15,00076	14,98615
4	10,0	I	10,14602	10,01843	9,92586	10,16737	9,978183	9,956176
		II	10,06558	10,00025	10,06336	9,892182	10,01419	10,03384
5	5,0	I	4,969769	5,02748	5,025804	4,899817	4,993682	4,991776
		II	4,924321	5,042307	4,967529	4,974949	4,976958	5,004894

Варіант	Еталон	Серії	Вимір (Вивірення)					
			1	2	3	4	5	6
6	6,0	I	6,034394	5,955547	5,912683	5,931515	5,989319	6,001325
		II	6,006731	6,043389	6,011646	6,08465	6,100013	6,013078
7	12,0	I	11,98737	12,01177	11,99006	11,99388	12,00716	11,99483
		II	11,99162	12,00413	12,00721	11,99746	12,01015	12,00423
8	18,0	I	18,00858	18,09746	18,00357	17,96454	18,08206	17,98502
		II	17,95501	18,02936	17,96737	17,99237	18,07578	17,99645
9	21,0	I	21,04607	20,99002	20,95935	21,0522	21,05148	20,96364
		II	21,07356	21,03174	21,02039	21,03253	20,94225	20,99259
10	32,0	I	31,95246	32,04956	32,00511	31,96234	32,00581	31,99959
		II	32,03157	32,01305	32,06228	31,94927	32,00424	32,02101
11	30,0	I	29,99433	29,99808	30,02788	29,98983	29,98465	30,05561
		II	30,01518	29,9865	30,02168	30,00781	30,03394	29,98843
12	21,0	I	21,10519	21,03077	21,07474	20,96829	21,05464	21,03914
		II	20,99807	21,01485	20,90018	21,01728	21,03964	20,96381
13	18,0	I	17,99809	17,91955	18,06983	18,03025	17,96047	17,98386
		II	17,98475	18,08915	17,93172	17,94239	18,0547	17,97993
14	12,0	I	11,99514	11,99271	12,00376	12,01629	12,01132	12,01407
		II	11,97609	11,97844	11,99403	11,99685	11,99115	12,01401
15	6,0	I	6,026278	5,969594	6,08093	6,036909	5,954202	6,070618
		II	5,990653	6,080789	5,984275	5,943646	6,061525	6,013228
16	5,0	I	5,000786	4,998066	5,00648	5,04173	4,984053	5,062224
		II	4,99434	5,111128	5,013601	5,048031	5,072209	4,947266
17	10,0	I	10,0913	10,10232	9,980769	10,01679	9,949428	9,872404
		II	10,13387	9,998596	10,07437	9,982209	9,89533	10,03288
18	15,0	I	15,00604	15,01273	14,98504	14,98368	15,00161	14,99974
		II	15,00009	14,99965	15,00884	15,00264	14,98123	14,99597
19	20,0	I	19,99891	20,00666	20,0138	20,00196	19,99727	20,00575
		II	20,00157	20,00144	19,9955	19,98409	19,99024	19,99499
20	25,0	I	25,14698	24,96546	24,96322	25,15172	24,91782	25,07235
		II	24,84757	25,05475	25,03181	25,12031	25,07931	24,89005
21	30,0	I	29,97103	29,96691	29,98151	30,03199	30,03028	29,96438
		II	29,92444	30,04099	29,9524	29,98524	30,01292	30,05513
22	21,0	I	20,99438	21,03234	21,01228	20,99891	20,92224	20,92477
		II	21,03735	21,1046	21,06675	21,02834	21,02658	21,01502
23	18,0	I	18,04592	17,99617	17,89587	17,98485	18,01171	18,01805
		II	17,9137	17,96997	18,00721	18,04564	17,92212	17,98991
24	12,0	I	11,98648	11,98822	12,00354	11,98685	11,98593	11,98662
		II	12,00517	12,00029	11,97896	11,99308	12,01551	11,9991
25	6,0	I	6,078728	5,979011	5,955085	6,006218	6,002171	6,006577
		II	5,944554	6,027774	6,050175	5,944667	6,023939	5,986653
26	5,0	I	4,984251	5,115512	4,933252	5,096286	4,945172	4,953799
		II	5,053338	4,934445	4,95808	5,02109	5,061827	5,076372
27	10,0	I	9,965699	9,987155	9,871989	10,12503	10,03436	9,998818
		II	10,01617	10,0384	9,929418	10,01491	10,10017	9,996691
28	15,0	I	14,99031	14,99542	15,01875	14,99673	15,01802	14,98941
		II	15,00845	15,00753	14,99815	15,00684	15,00688	14,98712

Варіант	Еталон	Серії	Вимір (Вивірення)					
			1	2	3	4	5	6
29	20,0	I	20,00572	20,00448	20,00527	19,98445	20,00077	19,99596
		II	20,00421	20,00007	20,00672	19,98729	20,00394	20,00668
30	25,0	I	24,9121	25,03552	25,03708	24,86105	25,10484	25,00851
		II	25,07181	24,9504	24,97017	24,95356	24,92609	25,07143

3.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконаної роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

3.8. Питання для самоконтроля

1. Які погрішності називають випадковими?
2. Що таке закон розподілу ймовірності випадкової величини?
3. Що таке математичне сподівання випадкової величини?
4. Що характеризує дисперсія випадкової величини? Як пов'язані між собою дисперсія і середньо квадратичне відхилення?
5. Що таке довірчий інтервал? Довірча ймовірність?
6. Як робиться перевірка результатів багатократних вимірів на предмет виявлення грубих промахів?
7. Що таке рівноточні і нерівноточні серії вимірів?
8. Як перевіряється однорідність (рівноточність) серій вимірів за допомогою критерію Фішера?
9. Що таке вагові коефіцієнти?

Практична робота № 4. Оцінка результатів прямих вимірів

4.1. Мета роботи

- придбання навичок проведення багатократних рівноточних вимірів фізичних величин;
- ознайомлення з імовірнісним підходом до оцінки результатів вимірів;
- визначення відповідності цього методу вимірів встановленим вимогам до точності.

4.2. Оцінка результатів вимірів як випадкових величин

При проведенні з однаковою ретельністю і в однакових умовах повторних вимірів однієї і тієї ж величини, що не змінюється, ми отримуємо результати, деякі з яких відрізняються один від одного, а деякі співпадають. Такі результати говорять про наявність в них **випадкових погрішностей**, тобто погрішностей, що змінюються хаотично, непередбачувано, що призводить до неможливості визначення істинного розміру вимірюваної величини.

Розгляд випадкових погрішностей (і, відповідно, результатів одноразових вимірів) як випадкових подій дає основу використати математичний апарат теорії ймовірності і математичної статистики для оцінки випадкових погрішностей і знаходження значення вимірюваної величини, ближчого до істинного значення, чим результат одного виміру.

Теорія ймовірності називає випадковим таку подію, яка може статися або не статися. Стосовно вимірів можна сказати, що при повторних вимірах в однакових умовах кожна з безлічі можливих незначних причин випадкових змін результатів може або з'явитися, або не з'явитися. Кількісна оцінка об'єктивної можливості появи події називається його **ймовірністю**. Ймовірність достовірної події дорівнює 1, а ймовірність неможливої події - 0. Ці події невинуваті; для випадкових подій ймовірності їх появи більше нуля і менше одиниці.

Найбільш універсальним способом опису випадкових величин (у тому числі результатів вимірів і випадкових погрішностей) є закони розподілу ймовірності. Законом розподілу ймовірності випадкової величини називається всяке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і ймовірністю, що відповідає їм.

Якщо на процес виміру діють декілька впливаючих чинників, а вклад кожного з чинників незначний в порівнянні з їх сумарною дією, то, згідно з центральною граничною теоремою теорії ймовірності, результат виміру фізичної величини X підкоряється **нормальному закону** або **закону Гауса**.

На рис. 4.1 показана крива щільності ймовірності або диференціальної функції нормального розподілу. Аналітично ця функція описується вираженням

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (4.1)$$

де M_x - математичне сподівання випадкової величини X , σ_x - середнє квадратичне відхилення (СКВ) випадкової величини.

Математичним сподіванням (μ_x) випадкової величини X називається таке її значення, навколо якого групуються результати окремих спостережень; при нормальному розподілі математичному очікуванню відповідає найбільша щільність ймовірності.

Статистичною оцінкою математичного сподівання для ряду однорідних результатів є **середнє арифметичне**:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (4.2)$$

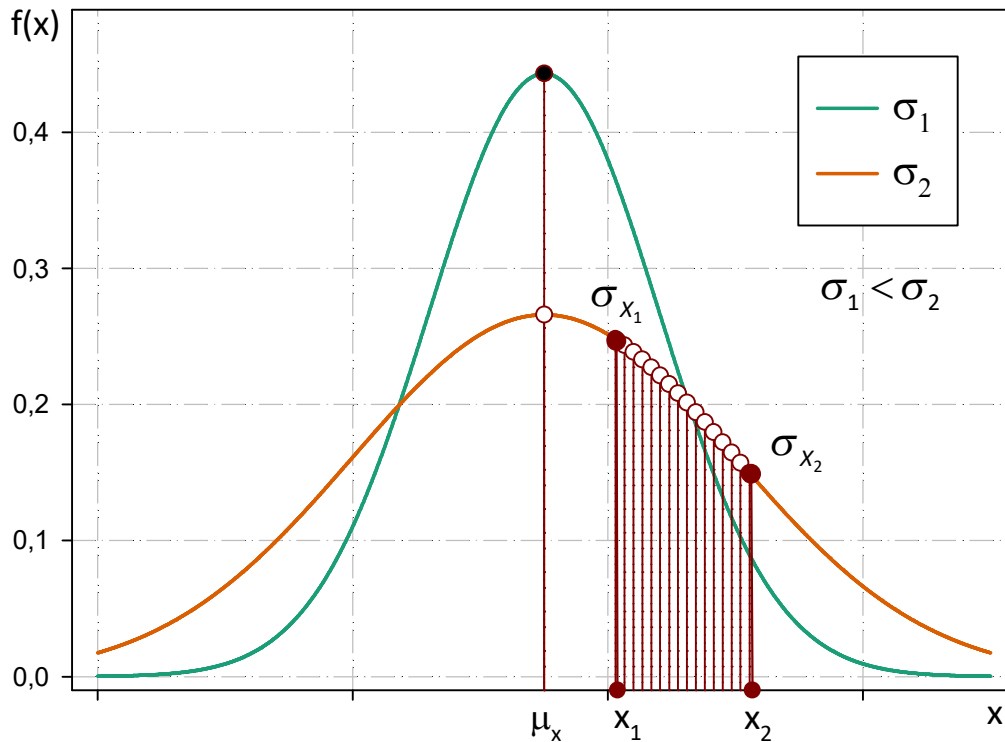


Рисунок 4.1. Криві функцій нормального розподілу.

Середнє квадратичне відхилення (СКВ) σ_x випадкової величини є мірою розсіювання значень випадкової величини відносно її математичного сподівання

$$\sigma_x^2 = D_x,$$

де D_x - дисперсія випадкової величини.

Чим більше дисперсії (чи середнє квадратичне відхилення), тим значніше розсіювання. Наприклад $D_{x_2} > D_{x_1}$ (рис. 4.1).

Статистичною оцінкою СКВ є так зване стандартне відхилення:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad (4.3)$$

де n - число спостережень (вимірів).

Ймовірність попадання випадкової величини в інтервал (x_1, x_2) дорівнює:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx, \quad (4.4)$$

що відповідає площі під кривою розподілу на цій ділянці (рис. 4.1).

Інтервал ε , який із заданою ймовірністю P покриває істинне значення випадкової величини, називається **довірчим інтервалом**, а ймовірність P - **довірчою ймовірністю**. Як правило, довірчий інтервал $\pm \varepsilon$ розташовується симетрично по відношенню до математичного сподівання.

Відношення довірчого інтервалу до середнього квадратичного відхилення - це **відносний довірчий інтервал**:

$$t = \frac{\varepsilon}{\sigma_x}. \quad (4.5)$$

Якщо йдеться про довірчі межі випадкової погрішності, то

$$t = \frac{\Delta}{\sigma_\Delta}. \quad (4.6)$$

При досить великому числі спостережень (вимірів) для знаходження відносного довірчого інтервалу по довірчій ймовірності (і навпаки, довірчій ймовірності по відносному довірчому інтервалу) використовуються математичні таблиці спеціальної функції Лапласа, аргументом якої є відносний довірчий інтервал. Проте дії з функцією Лапласа виявляються тим менш надійними, чим менше число спостережень. У подібних випадках слід визначати довірчу ймовірність або довірчий інтервал по таблицях розподілу ймовірності Стюдента, залежно від довірчої ймовірності і числа спостережень (див. додаток).

Отриманий при одноразових вимірах результат не співпадає з істинним значенням величини. Ми можемо лише вказати деякий довірчий інтервал, в якому це значення знаходиться з прийнятою довірчою ймовірністю, тобто:

$$x_i - \varepsilon \leq x \leq x_i + \varepsilon, \quad (4.7)$$

де ε - максимально можливе відхилення результату одноразового виміру x_i від істинного значення вимірюваної величини x . Якщо за це відхилення прийняти межі випадкової погрішності Δ , то:

$$x_i - \Delta \leq x \leq x_i + \Delta, \quad (4.8)$$

$$\Delta = t \cdot \sigma_\Delta, \quad (4.9)$$

де $\sigma_x = \sigma_\Delta$ - середнє квадратичне відхилення цього методу вимірів, t - відносний довірчий інтервал, визначуваний при нормальному розподілі по функції Лапласа.

Якщо параметр σ_x невідомий заздалегідь, його знаходять як $S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

, а параметр t_c - по розподілу Стюдента. В цьому випадку експериментально отримані довірчі межі погрішності:

$$\Delta = \pm t_c \cdot S_x = \pm t_c \cdot S_\Delta. \quad (4.10)$$

Порівнюючи їх з граничними межами $\Delta_{\text{доп}}$, що допускаються, можна:

1. зробити висновок про придатність цього методу для вимірів із заданої похибки, що припускається;
 2. оцінити відповідність цього методу вимірів встановленим вимогам до точності.
- У обох випадках робиться перевірка умови

$$\Delta \leq \Delta_{\text{доп}} . \quad (4.11)$$

Багатократні виміри однієї і тієї ж величини постійного розміру робляться при підвищених вимогах до точності вимірів. Результат багатократних вимірів описується вираженням:

$$x = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} . \quad (4.12)$$

Як і результат одноразового виміру, він є випадковим значенням вимірюваної величини, але його дисперсія в n раз менше дисперсії результату одноразового виміру :

$$D_{\bar{x}} = \frac{D_x}{n}, \text{ відповідно } S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} . \quad (4.13)$$

Тобто **точність визначення значення вимірюваної величини підвищується в $\sqrt{n}$ раз.**

Результат багатократних вимірів при невеликому числі даних записується у формі довірчого інтервалу

$$\bar{x} - t_c S_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + t_c S_{\bar{x}} . \quad (4.14)$$

4.3. Завдання роботи

Виконати багатократні прямі виміри кінцевої міри довжини. Результати вимірів занести в таблицю MSO Excel або таблицю бланка звіту.

Здійснити обробку результатів вимірів і зробити висновок об відповідності цього методу вимірів встановленим вимогам до точності.

Визначити межі довірчого інтервалу для середнього арифметичного відхилення.

4.4. Порядок виконання роботи

1. Провести n прямих вимірів кінцевої міри довжини і результати занести в таблицю бланка звіту практичної роботи. Кожен результат x_i є відхиленням від еталонного розміру, що відповідає нульовому відліку.

2. По формулі (4.2) обчислити середнє арифметичне $\bar{x}$, потім визначити погрішність окремого виміру як відхилення від середнього $(x_i - \bar{x})$. Результати занести у бланк звіту.

3. По формулах (4.3) і (4.13) визначити стандартне відхилення S_x і стандартне відхилення для середнього арифметичного $S_{\bar{x}}$.

4. По формулі (4.10) визначити межі випадкової погрішності одноразового виміру $\Delta = \pm t_c \cdot S_x = \pm t_c \cdot S_{\Delta}$ і порівняти їх з допустимими межами цього методу вимірів (табл. 4.1). Зробити висновок про відповідність цього методу вимірювання встановленим вимогам до точності по умові (4.11).

5. По прийнятій довірчій ймовірності P_c визначити відносний довірчий інтервал t_c по таблицях розподілу ймовірності Стюдента (див. додаток). Число ступенів свободи k визначається по формулі $k = n - 1$.

6. Визначити межі довірчого інтервалу для середнього арифметичного:

$$\bar{x} - t_c S_{\bar{x}} \leq x \leq \bar{x} + t_c S_{\bar{x}}.$$

4.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу – Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання практичної роботи. Де необхідно пояснити отримані значення і результати обчислень, представити наступну інформацію:

- завдання, основні розрахункові залежності;
- результати вимірів і розрахунків(у табличній формі);
- висновки.

4.6. Варіанти завдань

Варіант	n	$\Delta_{\text{доп}}$, мм	P_c	x_i														
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	10	$\pm 0,5$	0,8	-0,5	-1,0	+1,0	+1,5	+0,0	-2,0	+1,0	+0,5	+1,5	-1,0					
2	12	$\pm 1,0$	0,9	+1,0	+1,0	+0,5	+1,5	-2,0	-2,0	+1,5	+2,0	+0,0	-0,5	-1,5	+2,0			
3	15	$\pm 1,5$	0,95	-0,5	-1,5	+2,0	+0,0	-0,5	+1,5	+2,0	-1,0	+1,5	-1,0	-1,0	+1,5	-2,0	-1,0	+0,0
4	10	$\pm 1,0$	0,98	+1,0	-2,0	+0,5	+1,0	-2,0	+1,5	-1,0	-1,0	-2,0	+0,0					
5	12	$\pm 0,5$	0,99	-2,0	-1,5	+1,0	-1,5	+2,0	-1,0	-1,0	+0,5	+1,5	+1,0	+0,5	+1,5			
6	15	$\pm 1,5$	0,8	-0,5	+2,0	-0,5	-1,0	-2,0	-1,5	+0,0	+0,5	-1,5	+0,5	-1,0	+0,0	+2,0	+1,5	+2,0
7	10	$\pm 1,5$	0,9	+2,0	-1,5	+0,0	+1,5	-1,5	-1,5	-0,5	+2,0	-1,0	+1,5					
8	12	$\pm 0,5$	0,95	-1,5	+0,5	-1,5	+0,0	+1,5	+1,0	-1,5	-1,0	-0,5	0,0	+0,5	+1,0			
9	15	$\pm 1,0$	0,98	+1,5	+2,0	+0,5	+1,0	+0,5	+0,0	-1,5	+0,5	+1,5	+1,0	+2,0	+1,0	-1,5	-1,0	+0,0
10	10	$\pm 1,0$	0,99	-2,0	-1,5	-1,5	+2,0	+1,0	-1,5	+1,5	+0,0	-2,0	+1,0					
11	12	$\pm 1,5$	0,8	+1,0	+0,0	+0,5	+1,0	+1,0	+0,0	+2,0	+1,0	+0,5	-1,0	-1,0	-1,0			
12	15	$\pm 0,5$	0,9	-1,5	+1,0	-0,5	+2,0	-2,0	+0,5	+0,0	+1,5	+0,0	-1,0	+0,5	+1,5	+2,0	-1,5	+0,5
13	10	$\pm 0,5$	0,95	-1,5	-0,5	-1,0	+2,0	-2,0	+1,5	-1,0	-1,5	-0,5	-0,5					
14	12	$\pm 1,0$	0,98	+2,0	+1,5	-0,5	+2,0	-2,0	+1,5	-1,5	-2,0	+1,0	+0,5	-1,0	+0,0			
15	15	$\pm 1,5$	0,99	+1,0	+2,0	-2,0	+1,5	-2,0	-1,5	+0,0	-1,0	-0,5	+0,5	-0,5	+1,0	-0,5	+1,5	-1,5
16	10	$\pm 1,0$	0,8	+0,0	-1,0	+0,0	-0,5	-1,0	+0,0	-1,5	+1,0	-1,0	+0,0					
17	12	$\pm 0,5$	0,9	+0,0	-2,0	-0,5	-0,5	+0,5	-2,0	+1,0	+0,5	-0,5	-2,0	+1,0	+2,0			
18	15	$\pm 1,5$	0,95	-1,0	+0,5	+1,5	+0,5	+1,5	-2,0	+0,5	+1,5	+2,0	-1,5	+0,5	-0,5	+0,0	+0,0	+1,0
19	10	$\pm 1,5$	0,98	+0,0	+1,0	-0,5	+2,0	-0,5	-0,5	+1,5	+2,0	+1,5	+1,5					
20	12	$\pm 0,5$	0,99	-0,5	-1,5	-0,5	+1,0	+0,0	-1,0	+2,0	+2,0	+0,5	-2,0	-2,0	-1,0			
21	15	$\pm 1,0$	0,8	+1,5	+1,0	-2,0	-1,0	-1,0	+0,0	+0,5	+1,0	+1,5	+0,5	+1,5	+1,0	+1,0	-0,5	-0,5
22	10	$\pm 1,0$	0,9	-1,5	+0,5	+0,0	-0,5	+0,0	-1,5	-0,5	-2,0	+0,0	+1,0					
23	12	$\pm 1,5$	0,95	+1,5	-1,0	-0,5	+1,0	-1,5	-0,5	+0,0	+1,0	+0,0	+0,5	+1,0	-1,5			
24	15	$\pm 0,5$	0,98	+1,0	+1,5	+0,0	-2,0	-1,5	-0,5	+0,5	+1,0	-0,5	+0,0	+0,5	-1,5	+1,5	+1,0	+0,0
25	10	$\pm 0,5$	0,99	+1,5	-2,0	+1,5	+0,5	+1,0	-0,5	-2,0	+0,0	-1,0	+1,0					
26	12	$\pm 1,0$	0,8	-2,0	+0,0	-0,5	+0,0	+1,0	-2,0	+0,5	-1,5	+1,5	+0,5	+0,5	-1,0			

Варіант	n	$\Delta_{\text{доп}}$, мм	P_c	X_i														
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
27	15	$\pm 1,5$	0,9	+1,0	-1,5	+2,0	-2,0	+1,0	+1,0	-0,5	+1,5	+1,5	-1,5	+1,0	-0,5	-2,0	-1,0	+2,0
28	10	$\pm 1,0$	0,95	+0,5	+2,0	+2,0	+2,0	-1,5	+1,0	-1,0	+1,0	+2,0	-1,5					
29	12	$\pm 0,5$	0,98	+1,5	+1,5	-2,0	+1,0	+2,0	+0,5	+0,0	-2,0	+1,0	+1,5	-1,0	+0,0			
30	15	$\pm 1,0$	0,99	+0,0	-2,0	+2,0	-0,5	-1,5	-2,0	+1,0	-1,0	+2,0	-1,5	+0,5	+0,0	+1,5	+0,0	+0,0

4.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконавчої роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

4.8. Питання для самоконтроля

1. Які погрішності називають випадковими?
2. Що таке закон розподілу ймовірності випадкової величини?
3. Що таке математичне сподівання випадкової величини?
4. Що характеризує дисперсія випадкової величини?
5. Як пов'язані між собою дисперсія і середнє квадратичне відхилення?
6. Що таке довірчий інтервал? Довірча ймовірність?
7. Як визначити відповідність цього методу вимірів встановленим?

Практична робота № 5. Вивчення способів оцінювання результатів непрямих вимірів

5.1. Мета роботи

Набути навичок оцінювання погрішностей результатів непрямих вимірів використовуючи методи статистичних оцінок.

5.2. Класифікація типів вимірів і оцінок

У метрології за способом знаходження шуканого значення вимірюваної величини розрізняють прямі, непрямі, спільні і сукупні виміри.

Прямий вимір - вимір, при якому шукане значення величини знаходять безпосередньо за свідченнями засобу вимірів (вимір потужності вольтметром, проміжку часу - секундоміром).

Непрямий вимір - вимір, при якому шукане значення величини знаходять розрахунком на підставі відомої залежності між цією величиною і величинами, функціонально пов'язаними з шуканою і визначуваними за допомогою вимірів. Іншими словами, шукане значення фізичної величини розраховують по формулі, а значення величин, що входять у формулу, отримують вимірами.

Спільні виміри - одночасні виміри двох або декількох різнорідних величин для встановлення залежності між ними.

Сукупні виміри - вироблювані одночасно виміри декількох однойменних величин, при яких шукані значення величин знаходять рішенням системи рівнянь, що отримуються при прямих вимірах різних поєднань цих величин.

Значення величини може бути знайдене за допомогою одноразового її виміру, або шляхом декількох, наступних один за одним вимірів з подальшою статистичною обробкою їх результатів. У першому випадку виміру називають одноразовими або простими, в другому - багатократними або статистичними.

По режиму роботи засобу вимірів розрізняють статичні (вихідний сигнал засобу виміру залишається незмінний) і динамічні (вихідний сигнал змінюється під час формування спостереження).

По точності оцінювання погрішності виміру бувають:

- **Виміри з точним оцінюванням погрішності** - виміри, при яких враховують індивідуальні властивості засобів вимірювання (ЗВ) і контролюють умови вимірів;
- **Виміри з наближеним оцінюванням погрішностей** - виміри, при яких враховують НТД і ЗВ і приблизно оцінюють умови вимірів;
- **Виміри з попереднім оцінюванням погрішностей** - виміри, при яких регламентовані типи (марки) ЗВ що застосовуються, умови виконання вимірів і заздалегідь оцінені погрішності.

5.2.1. Класифікація погрішностей виміру

Погрішність виміру (ПВ) Δ - різниця між істинним значенням властивості A і її оцінкою A^* :

$$\Delta = A^* - A.$$

За характером прояви в часі виділяються систематичні і випадкові складові погрішності.

Систематичною погрішністю виміру називається погрішність, яка при повторних вимірах однієї і тієї ж величини в одних і тих же умовах залишається постійною або закономірно змінюється.

Випадковою погрішністю виміру називають погрішність, яка при повторних вимірах однієї і тієї ж величини в одних і тих же умовах змінюється випадковим чином по знаку і (чи) величині.

Обов'язковим компонентом будь-якого виміру є засіб виміру, метод виміру і людина, що проводить вимір. Недосконалість кожного з цих компонентів призводить до появи своєї складової погрішності результату. Відповідно до цього, по джерелу виникнення розрізняють інструментальні, методичні і особисті погрішності:

- Δ_m методична погрішність;
- Δ_i інструментальна погрішність;
- Δ_o особиста погрішність;

$$\Delta = \Delta_m + \Delta_i + \Delta_o.$$

5.2.2. Виявлення і виключення систематичної погрішності

Джерелами систематичних складових погрішності виміру можуть бути усі його компоненти: методи виміру, засоби виміру і експериментатор. Оцінювання систематичних складових представляє досить важку метрологічну задачу. Важливість її визначається тим, що знання систематичної погрішності дозволяє внести відповідну поправку в результат виміру і тим самим підвищити його точність. Трудність же полягає в складності виявлення систематичної погрішності, оскільки вона не може бути виявлена шляхом повторних вимірів(спостережень). Будучи постійною за величиною для цієї групи спостережень, систематична погрішність ніяк візуально не проявиться при повторних вимірах однієї і тієї ж величини і, отже, експериментатор утруднюватиметься відповісти на питання - чи є систематична погрішність в спостережуваних результатах. Таким чином, проблема виявлення систематичних погрішностей чи не головна у боротьбі з ними.

Постійні інструментальні систематичні погрішності зазвичай виявляють за допомогою перевірки засобу виміру. Перевіркою називають визначення метрологічним органом погрішностей засобу виміру

і встановлення придатності засобу виміру до застосування. Перевірка робиться шляхом порівнянь показань приладу, що повіряється, зі свідченнями точнішого(еталонного) засобу виміру. Якщо на відмітці шкали свідчення приладу $X_{пов}$, що повіряється, а еталонного - $X_{ем}$, то погрішність приладу, що повіряється, на цій відмітці:

$$\Delta X_{пов} = X_{пов} - X_{ем}.$$

Перевірка засобів виміру робиться відповідно до вимог, що встановлюються в нормативно-технічній документації, а її результати вказуються у свідоцтві про переві-

рку або в паспорті приладу. Виявлені таким чином систематичні погрішності виключаються з результату виміру шляхом введення поправки. Таким чином, істинне значення величини рівне:

$$X_{em} = X_{пов} - \Delta X_{пов}.$$

Тобто поправка ($-\Delta X_{пов}$) є погрішністю, узятою з протилежним знаком.

5.2.3. Виявлення і виключення випадкової складової погрішності

Для оцінки випадкової складової погрішності приводять 5-10 спостережень. Результати спостережень заносять в таблицю.

5.2.4. Оцінка погрішності непрямого виміру

Перш ніж розглядати погрішності результату непрямих вимірів, відмітимо, що ці погрішності, підраховані по рекомендаціях, викладених в цьому параграфі, носять орієнтовний характер. Вони виправдовуватимуться тим краще, чим більше числа вимірів і чим вище точність окремих вимірів. У найбільш відповідальних випадках при визначенні надійності результату непрямих вимірів необхідно застосовувати розподіл ймовірності цієї конкретної функції випадкових величин і звернутися до складніших розділів математичної статистики (дисперсійний аналіз, перевірка гіпотез та ін.).

Тут ми зупинимось лише на дещо спрощеному трактуванні. Нехай шукана величина Z визначається з прямих вимірів величини a , причому

$$z = f(a). \quad (5.1)$$

Позначимо точне значення результату непрямих вимірів через $z = \bar{z} \pm \Delta z = f(\bar{a} \pm \Delta a)$, де $a = \bar{a} + \Delta a$, $\bar{z} = f(\bar{a})$. Вважаючи величину абсолютної погрішності прямих вимірів Δa дуже малої в порівнянні з $\bar{a}$, можна для визначення погрішності непрямих вимірів

$$\Delta_{\bar{z}} = \sqrt{[f(a) - f(\bar{a})]^2} = f(a) - f(\bar{a}),$$

скористатися зв'язком диференціала функції df з нескінченно малою зміною аргументу $df(a) = \frac{df}{da} da$.

Абсолютна погрішність результату непрямих вимірів в цьому випадку рівна

$$\Delta_{\bar{z}} = df(a) = f(\bar{a} + \Delta a) - f(\bar{a}) = \frac{df}{da}(\bar{a}) \Delta a, \quad (5.2)$$

де $\Delta a = t_{\alpha}(n) \cdot \Delta S_{\bar{a}} = t_{\alpha}(n) \cdot \frac{\Delta S_n}{\sqrt{n}}$, $t_{\alpha}(n)$ - коефіцієнт Стюдента для надійності α для різних значень n , $\Delta S_{\bar{a}}$ - середньоквадратична погрішність результату.

Відносна погрішність рівна

$$\varepsilon_z = \frac{f'(\bar{a})}{f(\bar{a})} \cdot \Delta a \cdot 100\% \quad (5.3)$$

чи, вважаючи що $\Delta a \sim da$ і $\Delta z \sim dz$

$$\varepsilon_z = \frac{df(a)}{f(a)} = d(\ln a), \quad (5.4)$$

де знак d після диференціювання слід замінити на Δ .

Розглянемо тепер випадок, коли шукана величина є функцією двох змінних a і b , значення яких визначаються безпосередньо з серій k і m вимірів відповідно:

$$z = f(a, b). \quad (5.5)$$

Зупинимося спочатку на простому випадку:

$$z = a + b, \quad (5.6)$$

причому величина, a визначається з серії k вимірів a_i , ($i=1, 2, \dots, k$), а величина b — з серії m вимірів b_j , ($j=1, 2, \dots, m$).

Істинні значення a і b пов'язані з середніми значеннями $\bar{a}$ і $\bar{b}$ співвідношеннями

$$a = \bar{a} + \widetilde{\Delta a}, \quad b = \bar{b} + \widetilde{\Delta b}. \quad (5.7)$$

Якщо позначити середнє значення функції $\bar{z} = \bar{a} + \bar{b}$, то середній квадрат відхилення z від $\bar{z}$ (при цьому припускаємо, що $\Delta a \ll \bar{a}$ і $\Delta b \ll \bar{b}$) дорівнює

$$\Delta z^2 = \overline{(z - \bar{z})^2} = \overline{(a - \bar{a} + b - \bar{b})^2} = \overline{(\widetilde{\Delta a} + \widetilde{\Delta b})^2} = \overline{\widetilde{\Delta a}^2} + 2\overline{\widetilde{\Delta a} \cdot \widetilde{\Delta b}} + \overline{\widetilde{\Delta b}^2} = \Delta a^2 + \Delta b^2. \quad (5.8)$$

Тут риса згори означає усереднювання по розподілу відповідних випадкових величин. Член $2\overline{\widetilde{\Delta a} \cdot \widetilde{\Delta b}}$ дорівнює нулю в силу симетрії кривих розподілу величин $\widetilde{\Delta a}$ і $\widetilde{\Delta b}$.

Аналогічно, якщо

$$z = Q \cdot a + R \cdot b, \quad (5.9)$$

де Q і R — постійні, отримуємо

$$\Delta z^2 = Q^2 \cdot \Delta a^2 + R^2 \cdot \Delta b^2. \quad (5.10)$$

У найзагальнішому випадку, коли

$$z = f(a, b),$$

можна показати

$$\Delta z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \Delta b^2 \quad (5.11)$$

і, отже

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \right)^2 \Delta b^2}. \quad (5.12)$$

Тут $\frac{\partial f}{\partial a}$ і $\frac{\partial f}{\partial b}$ — частинна похідні функції $f(a, b)$ по змінних a і b відповідно.

Нагадаємо, що частинна похідна функції багатьох змінних f по одній змінній, скажімо a , являється звичайній похідній функції f по a , причому інша змінна b вважається

постійним параметром. Усі похідні у вираженні (5.12) обчислюються при значеннях $a = \bar{a}$ і $b = \bar{b}$.

Нині немає універсального способу оцінки меж довірчого інтервалу при заданій надійності для результату непрямих вимірів. Навіть для оцінки меж довірчого інтервалу різниці двох величин в літературі є суперечливі рекомендації [20, 23]. Тому ми тут даємо простий, хоча і недостатньо строгий рецепт отримання оцінки α при непрямих вимірах (см також [24-26]).

Якщо $k < 20$ і $m < 20$, то погрішності Δa і Δb визначаються за допомогою коефіцієнтів Стюдента для одного і того ж значення надійності α . Відносна погрішність рівна

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}, \quad (5.13)$$

де Δz визначається співвідношенням (5.12).

Аналогічно для

$$z = f(a, b, c, \dots) \quad (5.14)$$

отримуємо .

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\right)^2 \Delta c^2 + \dots} \quad (5.15)$$

Відносна погрішність рівна також

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}, \quad (5.16)$$

і оскільки

$$\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \ln f, \quad \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \ln f, \quad \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c} \ln f, \dots,$$

то

$$\varepsilon_z^2 = \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 = \left(\frac{\partial}{\partial a} \ln f\right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial}{\partial b} \ln f\right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial}{\partial c} \ln f\right)^2 \Delta c^2 + \dots \quad (5.17)$$

Зокрема, якщо

$$z = f(a, b, c, \dots) = a^\beta \cdot b^\gamma \cdot c^\delta, \quad (5.18)$$

де $\beta, \gamma, \delta, \dots$, можуть приймати як позитивні, так і негативні значення, то $\ln f = \beta \ln a + \gamma \ln b + \delta \ln c$

$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f = \frac{\beta}{a}, \quad \frac{\partial}{\partial b} \ln f = \frac{\gamma}{b}, \quad \frac{\partial}{\partial c} \ln f = \frac{\delta}{c}$$

і

$$\varepsilon_z^2 = \beta^2 \cdot \frac{\Delta a^2}{a^2} + \gamma^2 \cdot \frac{\Delta b^2}{b^2} + \delta^2 \cdot \frac{\Delta c^2}{c^2} = \beta^2 \cdot \varepsilon_a^2 + \gamma^2 \cdot \varepsilon_b^2 + \delta^2 \cdot \varepsilon_c^2, \quad (5.19)$$

тобто

$$\varepsilon_z = \sqrt{\beta^2 \cdot \varepsilon_a^2 + \gamma^2 \cdot \varepsilon_b^2 + \delta^2 \cdot \varepsilon_c^2}. \quad (5.20)$$

Розглянемо декілька окремих випадків оцінки погрішності непрямих вимірів.

а) Погрішність суми двох величин :

$$z = a + b, \quad (5.21)$$

$$\Delta z = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}, \quad (5.22)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}}{\bar{a} + \bar{b}}. \quad (5.23)$$

б) Погрішність різниці двох величин :

$$z = a - b, \quad (5.24)$$

$$\Delta z = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}, \quad (5.25)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}}{\bar{a} - \bar{b}}. \quad (5.26)$$

Ми бачимо, що при одній і тій же величині абсолютної погрішності Δz , тобто при одній і тій же величині Δa і Δb , відносна погрішність різниці може бути значно більше відносною погрішності суми при близьких значеннях $\bar{a}$ і $\bar{b}$.

в) Погрішність добутку двох величин :

$$z = a \cdot b, \quad (5.27)$$

$$\Delta z = \sqrt{\bar{b}^2 \Delta a^2 + \bar{a}^2 \Delta b^2}, \quad (5.28)$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}. \quad (5.29)$$

г) Погрішність відношення двох величин :

$$z = \frac{a}{b}, \quad (5.30)$$

$$\Delta z = \sqrt{\frac{1}{\bar{b}^2} \cdot \Delta a^2 + \frac{\bar{a}^2}{\bar{b}^4} \cdot \Delta b^2}, \quad (5.31)$$

$$\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}. \quad (5.32)$$

Слід зазначити, що якщо непрямі виміри проводяться в невідтворюваних умовах, то значення функції обчислюються для кожного окремого виміру, а межі довірчого інтервалу визначають в результаті обробки вичислених результатів непрямих вимірів, тобто самих функцій, так само як це робиться для прямих вимірів.

Як вже вказувалося вище, якщо випадкові погрішності результату вимірів(чи погрішності окремих вимірів) виявляються значно менше, чим погрішність вимірювального приладу, визначувана класом точності останнього, то тільки погрішність приладу визначає погрішність остаточного результату серії як прямих, так і непрямих вимірів. Для оцінки погрішності результату серії непрямих вимірів і в цьому випадку в якості першого наближення можна застосовувати співвідношення (5.16), (5.17), (5.29) і (5.32), де Δa , Δb , Δc , ... будуть погрішності вимірювальних приладів.

Застосування цих співвідношень для обліку впливу погрішностей вимірювальних приладів може бути в якійсь мірі обґрунтоване тим, що ці погрішності задаються максимальним значенням(за абсолютною величиною) для усієї сфери застосування цих

приладів. Тому поява тієї або іншої величини погрішності і того або іншого знаку її носить випадковий характер.

Коли випадкова погрішність, отримана з розкиду окремих вимірів відносно середнього значення, виявляється порівнянною з погрішністю приладу δ , то межі довірчого інтервалу визначаються співвідношенням

$$\Delta a = \sqrt{t_{\alpha}^2(n) \Delta S_a^2 + \left(\frac{k_a}{3}\right)^2 \delta^2}, \quad (5.33)$$

де

$$k_a \equiv t_a(\infty).$$

Співвідношення (5.33) може бути отримане з формули (5.22), якщо вважати, що погрішність приладів δ дорівнює потрібній дисперсії розподілу погрішностей приладу $3 \cdot \sigma_{пр.}$, тобто погрішності, що відповідає надійності $\alpha = 0,997$. (Це справедливо як у разі нормального розподілу погрішностей приладу, так і у разі рівномірного розподілу.)

Числовий приклад обробки результатів вимірів діаметру циліндра показує, що число значущих цифр результату обмежене: воно визначається порядком величини абсолютної погрішності. Природно, якщо величина абсолютної погрішності складає соті долі, тобто якщо ми не ручаємося за правильність сотих долей, то і в результаті необхідно залишити тільки соті долі, округлюючи результат (бо немає сенсу зберігати тисячні долі, якщо ми не ручаємося за правильність сотих долей). Відмітимо, що будь-яке округлення чисел є систематичною погрішністю.

Тому усі обчислення остаточного результату слід робити з числом значущих цифр, що перевищують на одиницю число значущих цифр, отриманих при вимірах (для подальшого округлення результату), тобто при відносній погрішності вимірів близько $1 \div 10\%$ розрахунки можна проводити, користуючись трьома значущими цифрами, за допомогою логарифмічної лінійки; при відносній погрішності вимірів близько $0,1 \div 1\%$ можна користуватися чотиризначними таблицями логарифмів і т. д.

Іншими словами, відносна погрішність, що виходить в результаті обчислень, має бути приблизно на порядок менше погрішності результату непрямих вимірів ε_z . Так, наприклад, округлюючи трансцендентне число π , тобто замінюючи π на наближене

значення $\pi_{пр}$, ми здійснюємо відносні погрішності $\varepsilon_{\pi} = \frac{\Delta\pi}{\pi}$, де $\Delta\pi = \pi - \pi_{пр}$ з пев-

ним знаком, що дорівнює:

$$\pi_{пр} = 3; \Delta\pi \simeq +0,142; \varepsilon_{\pi} \approx +5\% ;$$

$$\pi_{пр} = 3,1; \Delta\pi \simeq +0,0416; \varepsilon_{\pi} \approx +1,3\% ;$$

$$\pi_{пр} = 3,14; \Delta\pi \simeq +0,00016; \varepsilon_{\pi} \approx +0,05\% ;$$

$$\pi_{пр} = 3,142; \Delta\pi \simeq -0,00041; \varepsilon_{\pi} \approx -0,01\% ;$$

$$\pi_{пр} = 3,1416; \Delta\pi \simeq -7,35 \cdot 10^{-6}; \varepsilon_{\pi} \approx -2,10^{-4}\% \text{ і так далі.}$$

Якщо табличні або експериментальні дані наводяться без вказівки погрішності, то зазвичай вважається, що ця погрішність складає $\pm 0,5$ останньої значущої цифри.

Розглянемо тепер застосування вищевикладених правил до аналізу різних окремих випадків непрямих вимірів.

5.2.5. Приклад 5.1. Вимір об'єму кулі

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{\pi}{6} d^3,$$

де R — радіус, а d — діаметр кулі (рис. 5.1).

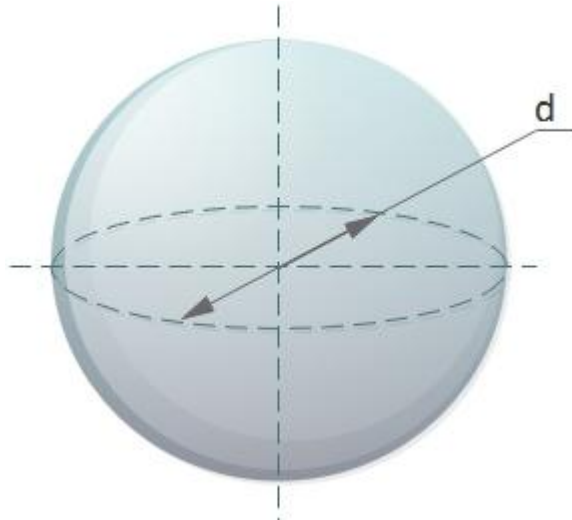


Рисунок 5.1. Геометрична фігура куля.

$$\bar{V} = \left(\frac{1}{6} \right)_{пр} \pi_{пр} \bar{d}^3, \quad (5.a)$$

$$\Delta V = \frac{\pi_{пр}}{2} \bar{d}^2 \Delta d, \quad (5.6)$$

$$\ln V = \ln \frac{1}{6} + \ln \pi + 3 \ln d. \quad (5.b)$$

Погрішність у визначенні об'єму обумовлюється в основному випадковою погрішністю при вимірі діаметру. Тому для зменшення погрішності у визначенні об'єму слід зменшити систематичні погрішності у визначенні $1/6$ і π , пов'язані з округленням цих чисел.

Оцінимо величину допустимих погрішностей при округленні, щоб вони не змінили точності визначення об'єму. Для цієї мети покладемо, що вони на порядок менше погрішності, що вноситься погрішністю діаметру, тобто,

$$\varepsilon_V \cong 3\varepsilon_d \cong 10|\varepsilon_\pi| \cong 10\left|\varepsilon_{\frac{1}{6}}\right|, \quad (5.г)$$

де $\frac{1}{6} = 0,16666\dots$

Нехай виміри діаметру кулі гвинтовим мікрометром дали значення $d = 12,050 \pm 0,005$ мм.

Тоді

$$\varepsilon_d = \frac{0,5}{12} \% = 0,04\%, \quad 3\varepsilon_d = 0,1\%.$$

Звідси $\varepsilon_\pi \approx 0,01\%$, тобто $\pi_{пр} = 3,142$; $\varepsilon_{1/4} \approx 0,01\%$, звідки,

$$\varepsilon_{1/4} = 0,0001 = \frac{0,00003}{0,1667}, \quad \text{і } (1/6)_{пр} = 0,1667.$$

5.2.6. Приклад 5.2. Вимір об'єму прямокутної пластини

$$V = a \cdot b \cdot c,$$

де a, b, c — сторони пластини (рис. 5.2).

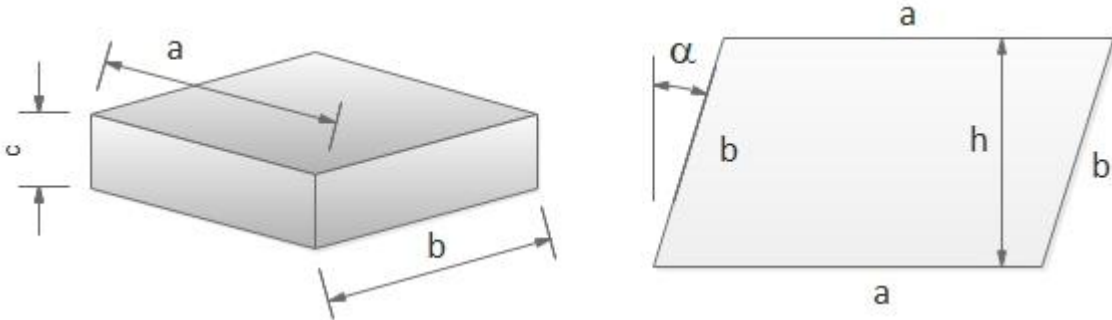


Рисунок 5.2. Геометрична фігура пластини і систематичні погрішності, що виникають із-за неправильного обліку форми.

$$\bar{V} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}, \quad (5.д)$$

$$\ln V = \ln a + \ln b + \ln c, \quad (5.е)$$

$$\varepsilon_V^2 = \varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_c^2, \quad (5.ж)$$

$$\Delta V = \bar{V} \cdot \varepsilon_V = \bar{V} \cdot \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_c^2} \quad (*). \quad (5.з)$$

Якщо виміри сторін пластини робляться одним і тим же вимірювальним приладом, то при достатньому числі вимірів абсолютна погрішність $\Delta a = \Delta b = \Delta c$ стає рівній погрішності приладу. В цьому випадку при $c \ll b \sim a$ погрішність об'єму ε_V визначатиметься в основному погрішністю ε_c . Дійсно, при $a = b \approx 3c$, $\varepsilon_a^2 = \varepsilon_b^2 = 1/9 \varepsilon_c^2$, тобто на порядок менше ε_c^2 , і їх впливом можна нехтувати. З цієї ж причини виміри сторін a і b можна робити грубішим приладом — це трохи збільшить при $c \ll a \sim b$ відносну погрішність об'єму.

Слід зазначити, що на об'єм пластини досить великий вплив робить систематична погрішність, пов'язана із спотворенням форми. Якщо між сторонами a і b кут рівний не $\pi/2$, а $(\pi/2) - \alpha$, а кут між стороною c і площиною (a, b) — $(\pi/2) - \beta$, то площа поверхні пластини S рівна $S = ah$, де $h = b \cos \alpha$ (рис. 5.2).

Аналогічно товщина пластини буде рівна $h_1 = c \cos \beta$.

При малих значеннях α і β маємо

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \approx 1 - \alpha^2,$$

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta \approx 1 - \beta^2,$$

оскільки $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \beta \approx \beta$ при малих α і β . Звідси

$$\cos \alpha \approx \sqrt{1 - \alpha^2} = (1 - \alpha^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} \alpha^2 + \dots$$

і $\cos \beta \approx 1 - \frac{1}{2} \beta^2$. Тому

$$V = abc \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta.$$

Абсолютна систематична погрішність при застосуванні формули $V = a \cdot b \cdot c$ складає:

$$\Delta V = abc \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta - abc = abc (\cos \alpha \cdot \cos \beta - 1) \approx abc \left[\left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) \left(1 - \frac{\beta^2}{2} \right) - 1 \right] =$$

$$= -abc \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2}, \text{ а відносна погрішність}$$

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V} = (\cos \alpha \cdot \cos \beta - 1) \cdot 100\% = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \cdot 100\%.$$

При $\alpha = \beta = 1^\circ$, тобто $\alpha = \beta = \frac{2\pi}{360} \text{ рад} = 0,02 \text{ рад}$, $\alpha^2 = \beta^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ рад}^2$.

Тому систематична погрішність $\varepsilon_V = -\frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \cdot 100\% = -0,04\%$. Очевидно, що ця величина погрішності визначатиме максимальну точність вимірів об'єму, що обчислюється за формулою $V = a \cdot b \cdot c$.

5.2.7. Приклад 5.3. Вимір об'єму круглого циліндра

$$V = \frac{\pi}{4} h d^2,$$

де h — висота, d — діаметр циліндра (рис. 6.3).

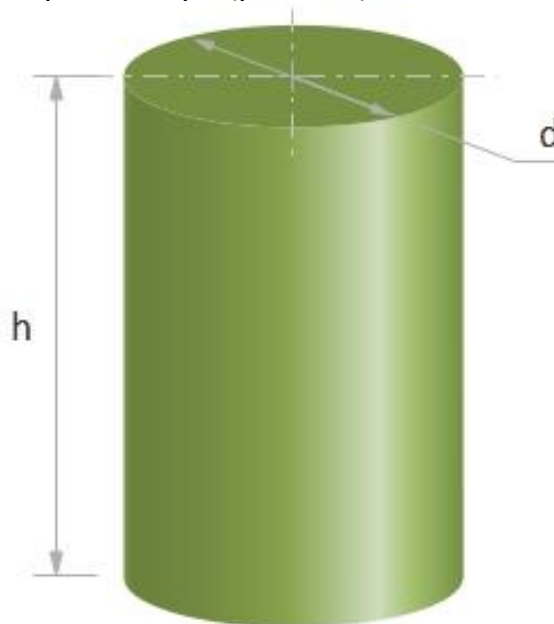


Рисунок 5.3. Геометрична фігура круглий циліндр.

$$\bar{V} = \frac{\pi_{np}}{4} \bar{h} \cdot \bar{d}^2, \quad (5.i)$$

$$\ln V = -\ln 4 + \ln \pi + \ln h + 2 \ln d, \quad (5.k)$$

$$\varepsilon_V^2 = \varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_d^2 \approx 100\varepsilon_\pi^2, \quad (5.l)$$

оскільки погрішність у визначенні π має бути на порядок менше погрішності у визначенні об'єму: $\varepsilon_V \cong 10\varepsilon_\pi$.

$$\Delta V = \bar{V} \cdot \varepsilon_V = \bar{V} \cdot \sqrt{\varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_d^2}. \quad (5.m)$$

Видно, що відносна погрішність вимірів діаметру входить в погрішність об'єму з більшим множником («вагою»), ніж погрішність виміру висоти (якщо $h > d/2$). Тому для отримання більшої точності виміру діаметру циліндра слід робити приладом з меншою приладовою погрішністю.

5.2.8. Приклад 5.4. Вимір об'єму конуса

$$V = \frac{\pi}{12} h d^2,$$

де h — висота, d — діаметр основи правильного конуса (рис. 5.4).

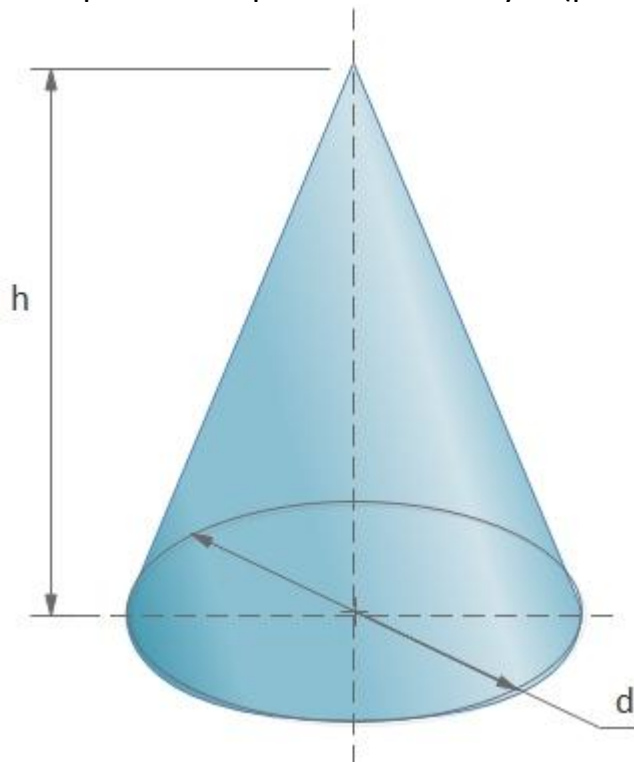


Рисунок 5.4. Геометрична фігура правильний конус.

$$\bar{V} = \frac{\pi_{np}}{12} \bar{h} \cdot \bar{d}^2, \quad (5.n)$$

$$\ln V = -\ln 12 + \ln \pi + \ln h + 2 \ln d, \quad (5.o)$$

$$\varepsilon_V^2 = \varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_d^2 \approx 100\varepsilon_\pi^2, \quad (5.p)$$

$$\Delta V = \bar{V} \cdot \varepsilon_V = \bar{V} \cdot \sqrt{\varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_d^2}. \quad (5.p)$$

Видно, що відносна погрішність вимірів діаметру входить в погрішність об'єму з більшим множником («вагою»), ніж погрішність виміру висоти (якщо $h > d/2$). Тому для отримання більшої точності виміру діаметру основи слід робити приладом з меншою приладовою погрішністю.

5.2.9. Приклад 5.5. Вимір об'єму піраміди

$$V = \frac{1}{3} h a^2,$$

де h — висота, a — сторона основи правильної (основа квадрат) піраміди (рис. 5.5).

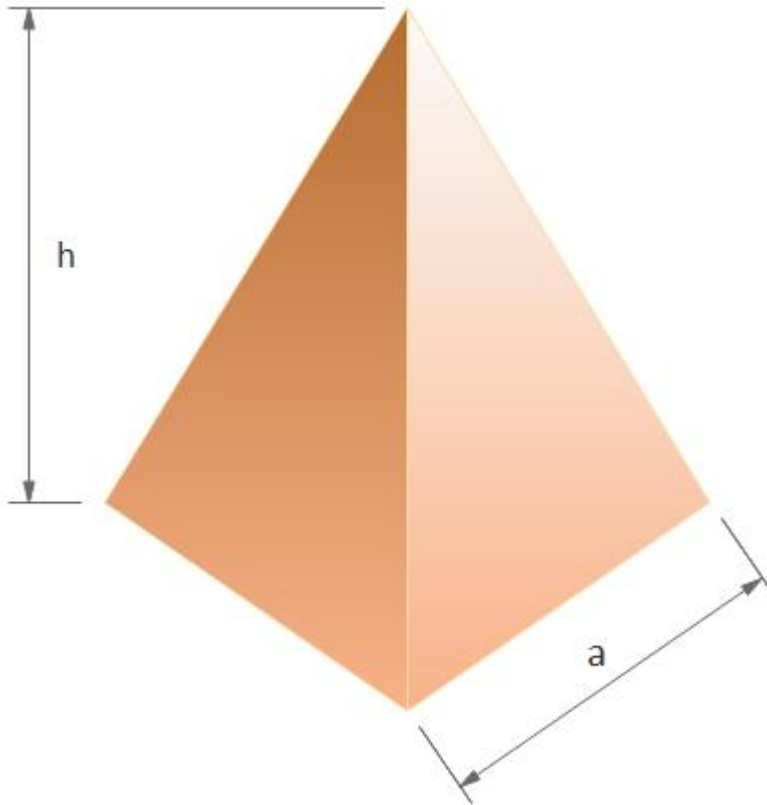


Рисунок 5.5. Геометрична фігура правильна піраміда.

$$\bar{V} = \frac{1}{3} \bar{h} \cdot \bar{a}^2, \quad (5.c)$$

$$\ln V = -\ln 3 + \ln h + 2 \ln a, \quad (5.т)$$

$$\varepsilon_V^2 = \varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_a^2, \quad (5.y)$$

$$\Delta V = \bar{V} \cdot \varepsilon_V = \bar{V} \cdot \sqrt{\varepsilon_h^2 + 4\varepsilon_a^2}. \quad (5.ф)$$

Видно, що відносна погрішність вимірів сторони основи входить в погрішність об'єму з більшим множником («вагою»), ніж погрішність виміру висоти (якщо $h > a/2$). Тому для отримання більшої точності виміру основи слід робити приладом з меншою приладовою погрішністю.

5.3. Завдання роботи

Вичислити погрішність непрямого виміру об'єму геометричного тіла і записати результат з погрішністю: абсолютною - $V \pm \Delta V$ см³ і відносною - $V \pm \varepsilon_V$.

5.4. Порядок виконання роботи

1. Відповідно до варіанту завдання визначити процедуру обчислення оцінки і помилки непрямого виміру об'єму геометричної фігури на основі прикладів 5.1 - 5.5.
2. Використовуючи формули в прикладах розрахувати: $\bar{V}$, ε_V і ΔV . Значення кожної оцінюваної розмірності обчислюються за формулою оцінки погрішності математичної операції з урахуванням точності виміру кожної величини і константи по формулах 5.23, 5.26, 5.29 і 5.32.
3. Зробити вимір об'єму з використанням середніх значень кожної вимірюваної величини формули об'єму. Записати результат.
4. Зробити вимір об'єму з використанням кожного значення вимірюваної величини формули об'єму. Знайти середній об'єм і середню непряму оцінку помилки. Записати результат.
5. Порівняти значення непрямих вимірів об'єму п. 3 і п. 4. Зробити висновки по точності вимірів і оцінки помилок.

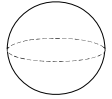
5.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п. р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані розраховані значення і представити наступну інформацію:

1. Початкові дані.
2. Представити результати розрахунку (у табличному виді).
3. Висновок по точності непрямих вимірів і оцінки помилок.

5.6. Варіанти завдань

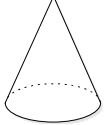
Таблиця 5.1. Варіанти завдань для виміру об'єму кулі.

 Варіант	Вимір d_1 , мм	Вимір d_2 , мм	Вимір d_3 , мм	Вимір d_4 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta$, мм
1	10,02	10,03	10,01	9,98	0,01
6	12,45	12,50	12,40	12,55	0,005
11	16,002	16,001	16,0015	15,995	0,0005
16	6,03	6,02	5,98	6,01	0,01
21	27,035	27,030	27,040	26,995	0,005
26	8,0015	8,0010	8,0020	8,0005	0,0005

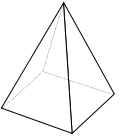
Таблиця 5.2. Варіанти завдань для виміру об'єму циліндра.

 Варіант	Вимір d_1 , мм	Вимір d_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_d$, мм	Вимір h_1 , мм	Вимір h_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_h$, мм
2	5,50	5,55	0,05	20,0	21,0	0,5
7	6,22	6,20	0,01	25,1	24,9	0,1
12	9,030	9,035	0,005	30,1	30,05	0,05
17	12,505	12,507	0,001	35,0	36,0	0,5
22	15,55	15,50	0,05	42,1	42,0	0,1
27	16,03	16,01	0,01	50,10	50,05	0,05

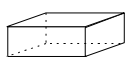
Таблиця 5.3. Варіанти завдань для виміру об'єму конуса.

 Варіант	Вимір d_1 , мм	Вимір d_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_d$, мм	Вимір h_1 , мм	Вимір h_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_h$, мм
3	20,005	20,007	0,001	45,1	45,05	0,05
8	30,015	30,010	0,005	50,1	49,9	0,1
13	40,02	40,03	0,01	55,5	54,5	0,5
18	50,05	50,10	0,05	60,05	60,10	0,05
23	60,002	60,003	0,001	70,1	70,2	0,1
28	70,01	70,015	0,005	60,5	59,5	0,5

Таблиця 5.4. Варіанти завдань для виміру об'єму правильної піраміди.

 Варіант	Вимір a_1 , мм	Вимір a_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_a$, мм	Вимір h_1 , мм	Вимір h_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_h$, мм
4	24,05	24,15	0,05	40,02	40,03	0,01
9	28,02	27,99	0,01	50,10	50,05	0,05
14	32,1	32,2	0,1	60,1	59,9	0,1
19	36,1	36,3	0,1	70,01	70,02	0,01
24	40,10	40,15	0,05	80,05	80,10	0,05
29	44,01	44,02	0,01	85,1	85,0	0,1

Таблиця 5.5. Варіанти завдань для виміру об'єму пластини.

 Варіант	Вимір a_1 , мм	Вимір a_2 , мм	Вимір b_1 , мм	Вимір b_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_{ab}$, мм	Вимір c_1 , мм	Вимір c_2 , мм	Погрішність приладу $\pm \delta_c$, мм
5	50,01	50,02	60,01	59,99	0,01	3,010	3,005	0,005
10	60,05	60,10	70,10	69,95	0,05	4,01	3,99	0,01
15	70,1	70,2	79,9	80,0	0,1	5,05	5,10	0,05
20	80,01	80,02	90,01	89,99	0,01	6,005	5,995	0,005
25	90,05	90,10	100,05	99,95	0,05	7,01	7,00	0,01
30	100,1	100,0	120,0	120,1	0,1	8,05	7,95	0,05

5.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповід- ність вико- ної роботи умові	Повнота вико- нання	Правиль- ність вико- нання	Наявність помилки	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повні- стю	1	2	2	1	6

5.8. Питання для самоконтроля

1. На яких головних припущеннях про властивості випадкових погрешностей заснований закон нормального розподілу Гауса?
2. Що називається довірчим інтервалом? Від чого залежить його величина?
3. Як визначити довірчий інтервал при надійності α ?
4. Як визначити абсолютну помилку непрямих вимірів через помилки прямих вимірів?
5. Як визначити величину відносної помилки непрямих вимірів?
6. Що розуміється під єдністю вимірів?
7. Що називається еталоном?
8. Як класифікують еталони?
9. Які функції робочого еталону?
10. Що називають засобами вимірів?
11. Які заходи використовуються в практиці вимірів?
12. Які технічні пристрої називаються індикаторами?
13. Які датчики використовуються у фізичній культурі і спорті?
14. Які засоби вимірів називаються вимірювальними приладами?
15. З яких блоків складаються вимірювальні установки?
16. У чому особливості вимірювальних систем?
17. Якими способами здійснюється передача результатів виміру?
18. Як використовується у фізичній культурі і спорті радіотелеметрія?
19. Які існують форми представлення результатів вимірів?
20. Які існують варіанти оцінки результатів тестування спортсменів по комплексу тестів?

Практична робота № 6. Кількісна оцінка якісного показника

6.1. Мета роботи

Ознайомлення з методикою кількісної оцінки якісного показника на прикладі оцінки якості підготовки спортсменів.

6.2. Оцінка якісного показника кількісною мірою

Оцінка якісного показника широко використовується при експертизі і атестації якості підготовки фахівців у ВНЗ, спортсменів і атлетів в професійному і олімпійському спорті, оцінці якості виготовлення продукції (харчовою, косметичною ...) та ін.

При експертизі якості експерти висловлюють свою думку за трирівневою шкалою:

В	- вищий рівень
С	- середній рівень
Н	- нижче середнього

(6.1)

Рівень визначається тільки особистою думкою експерта.

При оцінці якості може використовуватися суцільний або вибірковий контроль. Кількість вибірки, а також вид контролю визначаються кількістю об'єктів, що підлягають оцінці. При їх кількості менш $n < 20$ контролю піддаються усі об'єкти повністю (суцільний контроль). При $n > 20$ кількість об'єктів, що підлягають контролю, вибирається з табл. 6.1 (вибіркового контролю). При цьому конкретні об'єкти для контролю вибираються по номерах з використанням принципу випадкових явищ (генератора випадкових чисел).

Таблиця 6.1. Об'єм вибірки і приймальне число.

Кількість предметів, що підлягають контролю	Об'єм вибірки	Приймальне число
20	12	2
21-24	13	
25	14	
26-28	15	3
29-32	16	
33-34	17	
35	18	4
36-40	19	
41-45	20	
46-48	22	5
49-64	23	
65-74	24	
75-80	26	6
81-112	27	
113-125	28	
126-148	30	7
149-170	31	

У цій же таблиці приведено значення приймального числа - числа, при перевищенні якого при контролі уся вибірка вважається не атестованою.

Якщо контроль якості робиться по декількох напрямках, наприклад якість підготовки студентів спортсменів по напрямках(циклам) :

- ігровий спорт;
- водні види спорту;
- легкоатлетичні види спорту;
- спеціальні види;

то при кількісній оцінці комплексного показника робиться облік вагового коефіцієнта g_i .

Це коефіцієнт, що характеризує значущість кожного з напрямів (циклів) для цієї спеціалізації. Для спеціалізації футбол або стрибки в довжину вагові коефіцієнти по ігровому або легкоатлетичному циклу можуть бути вищі, ніж по циклу водні види спорту. Для спеціалізації гімнастика важливішими циклами можна вважати цикли легкоатлетичні і спеціальні дисципліни.

Комплексний показник якості для кожного об'єкту по 4 напрямам визначається по формулі

$$q = 1 - \sum_{i=1}^{n_H} g_{H_i} - 0,5 \sum_{i=1}^{n_C} g_{C_i}, \quad (6.2)$$

де n_H , n_C - число одиничних показників якості, що отримали оцінки «Н» і «С»; g_{H_i} , g_{C_i} - вагові коефіцієнти i -го показника якості, що отримала оцінки «Н» і «С».

Якщо комплексний показник $q \geq 0,5$, то цей об'єкт вибірки вважається атестованим. Інакше цей об'єкт (студент при контролі якості підготовки фахівців) не атестований.

6.3. Завдання роботи

Провести комплексну оцінку якості підготовки фахівців використовуючи MSO Excel. При цьому оцінку треба зробити по 4 циклам:

- гуманітарному і соціально-економічному (ГСЕ) - дисципліни: іноземна мова, філософія, психологія, педагогіка, основи права, гігієна, історія спорту, соціологія, культурологія та ін.;
- природно-науковому (ПН) - дисципліни: анатомія, інформатика, біомеханіка, біохімія, екологія, інформаційні технології та ін.;
- загальнопрофесійному (ЗП) - дисципліни: теорія і методика фізичного виховання, теорія майстерності вибраного виду спорту, підвищення спортивної майстерності, педагогічні методи дослідження у фізичній культурі і спорті, дошкільне фізичне виховання дітей, спортивна метрологія, спортивна морфологія, психологія спорту;
- спеціальних дисциплін (СД) - дисципліни: організація управління у фізичній культурі і спорті, фізична реабілітація, масаж, організація масової спортивно-оздоровчої роботи, основи біохімічного контролю у фізичній культурі і спорті та ін.

6.4. Порядок виконання роботи

1. Вибрати і погоджувати з викладачем чотири дисципліни з різних циклів підготовки.
2. Визначити кількість студентів, що підлягають атестації (табл. 6.1). Випадковим чином вибрати номери студентів по журналу, внести в табл. 6.2.
3. Призначити рівень якості підготовки фахівців з трирівневої шкали (6.1) для кожного студента. При цьому оцінці «відмінно» повинен відповідати рівень «В», оцінці «добре» - рівень «С», оцінці «задовільно» - рівень «Н». Цим переслідуються прогресивність атестації - більш високі вимоги середньому рівню підготовки.

Дані по рівнях якості звести в табл. 6.2.

Призначити вагові коефіцієнти по циклах (табл. 6.2) :

ГСЄ: $g = 0,21$

ПН : $g = 0,24$

ЗП : $g = 0,26$

СД : $g = 0,29$

Таблиця 6.2. Результати оцінки рівня підготовки студентів-спортсменів.

Загальна кількість студентів							
№ з/п	№ студента по журналу	Цикли				q	Атестація
		ГСЄ	ЕН	ОП	СД		
		$g=0,21$	$g=0,24$	$g=0,26$	$g=0,29$		
	2	Н	С	С	В	0,56	Атестовано
	3	В	Н	В	С	0,61	Атестовано
	6	Н	Н	С	В	0,44	Не атестован.

4. Розрахувати комплексний показник якості (6.2) по кожному студентові, його значення ввести в табл. 6.2. Зробити висновок, чи атестовано цього студента (за величиною значення показника q).
5. Визначити, чи атестована ця група студентів зіставленням числа неатестованих студентів і приймального числа K_n (табл. 6.1).

6.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані розраховані значення і представити наступну інформацію:

1. Описати принцип кількісної оцінки якісного показника.
2. Представити результати розрахунку(у табличному виді).
3. Висновок по атестації студентів-спортсменів і групи.

6.6. Варіанти завдань

Таблиця 6.3. Варіанти завдань по циклах дисциплін.

Варіант завдання	Номер колонок з таблиці. 7.4 по циклах				Ф. И. О. студента
	ГСЕ	ПН	ЗП	СД	
1	1	2	3	4	
2	2	3	4	5	
3	3	4	5	6	
4	4	5	6	7	
5	5	6	7	8	
6	6	7	8	9	
7	7	8	9	0	
8	8	9	0	1	
9	9	0	1	2	
10	0	1	2	3	
11	1	2	0	9	
12	2	3	8	7	
13	2	4	6	5	
14	1	3	5	7	
15	2	4	6	8	
16	9	1	3	5	
17	0	2	4	6	
18	7	9	1	3	
19	8	0	2	4	
20	5	8	1	4	
21	6	9	2	5	
22	7	0	3	6	
23	8	9	4	7	
24	9	8	5	8	
25	0	7	6	9	
26	1	6	7	0	
27	2	5	8	1	
28	3	4	9	2	
29	4	3	0	7	
30	5	2	1	8	

Таблиця 6.4. Таблиця початкових даних.

№ з/п	№ колонок									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	4	4	5	3	4	5	5	4	5	3
2	4	4	5	4	5	4	4	5	4	4
3	5	3	4	5	4	4	5	3	4	5
4	4	5	3	5	5	5	3	5	4	5
5	4	5	4	4	5	3	4	5	3	4
6	5	4	5	5	4	5	5	4	5	5
7	3	5	4	4	5	5	5	3	4	4
8	4	4	4	5	5	5	3	5	3	4
9	5	5	5	5	5	3	5	5	4	4

№ з/п	№ колонок									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
10	3	5	3	4	4	4	5	5	5	4
11	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5
12	4	4	4	4	5	5	5	5	3	3
13	4	5	3	4	4	5	5	3	4	4
14	4	4	5	5	3	4	4	5	5	3
15	5	5	5	3	3	4	4	4	5	5
16	5	4	3	5	4	3	5	4	5	4
17	5	5	4	4	3	5	5	4	4	3
18	4	4	4	5	5	5	3	3	4	4
19	4	4	5	5	5	3	3	4	4	4
20	4	5	5	3	4	5	5	4	3	5
21	5	4	4	3	5	4	4	5	5	4
22	5	5	5	4	4	4	3	3	4	4
23	5	4	3	3	5	4	3	4	5	5
24	3	4	4	5	5	3	4	5	4	5
25	4	5	5	3	3	5	4	5		
26	5	5	5	4	5	3	4			
27	3	3	4	5	5	4				
28	3	4	4	5	4					
29	4	4	3	4						
30	5	4								

6.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконаної роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

6.8. Питання для самоконтроля

1. Поняття кваліметрія. Різниця між метрологією і кваліметрією.
2. Типи моделей представлення об'єктів.
3. Поняття «властивість» і його особливості.
4. Класифікація видів кваліметрії.
5. Варіанти відносної оцінки якості.
6. Основні властивості характеристик якості.
7. Основні задачі процесу вимірів.
8. Класифікація вимірів.
9. Органолептичне оцінювання.

10. Відмінність між експериментом і теоретичною оцінкою.
11. Поняття «Статистична шкала вимірів»
12. Шкала класів еквівалентності.
13. Шкала класів переваги.
14. Структурна схема засобу виміру.
15. Шкала інтервалів.
16. Шкала стосунків.
17. Порівняння статистичних шкал.
18. Оцінка рівня невизначеності.
19. Необхідні умови при знятті невизначеності.
20. Джерело помилок при знятті невизначеності.
21. Види кваліметричних оцінок.
22. Необхідні вхідні дані при комплексній оцінці.
23. Основні міркування приймаються при комплексній оцінці.

Практична робота № 7. Оцінка особистого фізичного стану

7.1. Мета роботи

Мета роботи полягає в ознайомленні з методикою оцінки особистого фізичного стану студента на основі реєстрації ряду функціональних показників і проведення комплексу тестів.

7.2. Теоретичні основи визначення фізичного стану

Під **тестом** в спортивній практиці розуміється програма виміру або випробування з метою визначення стану або здібностей людини. Процедура проведення тесту називається **тестуванням**, а отримані при цьому чисельні значення - **результатом тестування**.

Тести в області фізичної культури і спорту підрозділяються на моторні (рухові), біологічні, психологічні і змішані. Моторні тести можуть бути **стандартними, максимальними**, а також **кваліметричними**. Стандартні тести полягають у виконанні завдання з дозованим неграничним навантаженням, максимальні, - в досягненні гранично можливого рухового результату, кваліметричні - визначальні не вимірювані кількісно характеристики. До максимальних тестів відносяться спеціальні контрольні вправи.

Функціональні показники, вимірювані у спокої, підрозділяються на показники фізичного розвитку (маса тіла, об'єм грудної клітки і так далі) і показники, що характеризують роботу основних систем організму (частота серцевих скорочень, частота дихання, склад крові і тому подібне).

Комплексом, або **батареею тестів** називається декілька тестів, що мають єдину кінцеву мету. Розрізняють гомогенні тести, що оцінюють одну яку-небудь якість, і гетерогенні, оцінюючі декілька різних якостей.

Тести повинні задовольняти метрологічним вимогам стандартності, надійності і інформативності. **Стандартність** тесту - це вибір однакових програм, методик і процедур тестування в усіх випадках застосування тесту. **Надійність** тесту - це міра збігу результатів при повторному тестуванні одних і тих же людей в однакових умовах. **Інформативність** тесту - це міра обґрунтованості, з якою вимірюється властивість, для оцінки якого тест призначений. Тести, що задовольняють вимогам надійності і інформативності, називаються добротними.

Методика оцінки фізичного стану припускає порівняння фактичних і належних значень показників або результатів тестів з подальшою оцінкою цих відмінностей у балах і включає наступні дії:

1. Визначення належних значень показників або результатів тестів.

Належні значення зазвичай заздалегідь відомі. Вони встановлюються на підставі вимог, що пред'являються до певної групи людей, і придатні тільки для цієї групи. У пропонованій роботі приведені належні значення показників і тестів для людей у віці 17-20 років, що не мають істотних відхилень в стані здоров'я і мають необхідний рівень фізичного розвитку (за даними Ф. В. Викторова, 1990; И. В. Аулика, 1979; Е. Я. Бондаревского та ін., 1983; В. В. Аванесова, 1972; К. В. Щикно, 1984).

Належні значення по кожному з пунктів оцінки представлені у вигляді статистично достовірних значень (нормативів), або розраховуються по емпіричних залежностях (математичним рівнянням).

2. Порівняння фактичних і належних значень з подальшою оцінкою у балах. Для цієї операції використовують шкали оцінок. Шкала оцінок може бути задана у вигляді формули, таблиці або графіку. Зустрічається пропорційна, прогресуюча, регресуюча і сигмовидна шкали. У пропонованій роботі оцінка у балах робиться по відповідних формулах для кожного тіста. Формули складені, виходячи з наступного положення: якщо фактичний показник або результат тесту дорівнює належному значенню, то він оцінюється в 30 балів; якщо ж він гірший за належне значення, то кількість балів зменшується, якщо краще - зростає на величину, прийняту окремо для кожного тіста. Визначення значущості кожного з показників або тестів і відповідних "вагових" коефіцієнтів у формулах - задача досить складна, а, частенько, і творча.
3. Визначення суми балів за усіма показниками і тестами, порівняння її з порівняльними нормами і виведення загальної оцінки фізичного стану. Нормою називається гранична величина (точкова норма) або інтервал вимірюваних значень (інтервальна норма) показника, результату тесту або комплексу тестів, на підставі якої проводиться класифікація обстежуваних (загальна оцінка фізичного стану). Порівняльні норми встановлюються по середньостатистичному результату тестування людей, що належать до однієї і тієї ж групи. У пропонованій роботі загальна оцінка - особистий фізичний стан, визначуваний з урахуванням порівняльних норм, може оцінюватися як погане, нижче середнього, середнє, вище за середній і відмінне.
4. Графічне представлення отриманих результатів у вигляді профілю і гістограми фізичного стану.

Профіль фізичного стану якісно характеризує отримані результати. Він є пелюстковою діаграмою. З центру дванадцятикутника (чи круга) проведені 12 променів по числу показників і тестів (рис. 8.1).

На променях від центру відкладаються значення показників і результати тестів. Належні значення відкладаються на однаковій відстані від центру і з'єднуються потовщеною лінією. Замкнута фігура є рівностороннім дванадцятикутником. Значення гірше належних (не обов'язково менше!) відкладають з урахуванням приблизного масштабу на відповідних променях всередину рівностороннього багатокутника, краще належних - назовні від нього. Точки на променях, що відповідають відкладеним фактичним значенням, з'єднуються ламаною лінією, і отримана фігура штрихується. Для зручності знаходження масштабу кожен промінь від центру до перетину з жирним багатокутником прийнятий за 100% і розділений на десять рівних інтервалів, тобто кожен інтервал складає 10%. Такий же масштаб розділення зберігається на всьому протязі променя. Для визначення положення точки на промені, що відповідає фактичному значенню, знаходять абсолютну різницю належного і фактичного значень, потім знаходять відносне значення цієї різниці у відсотках по відношенню до належного.

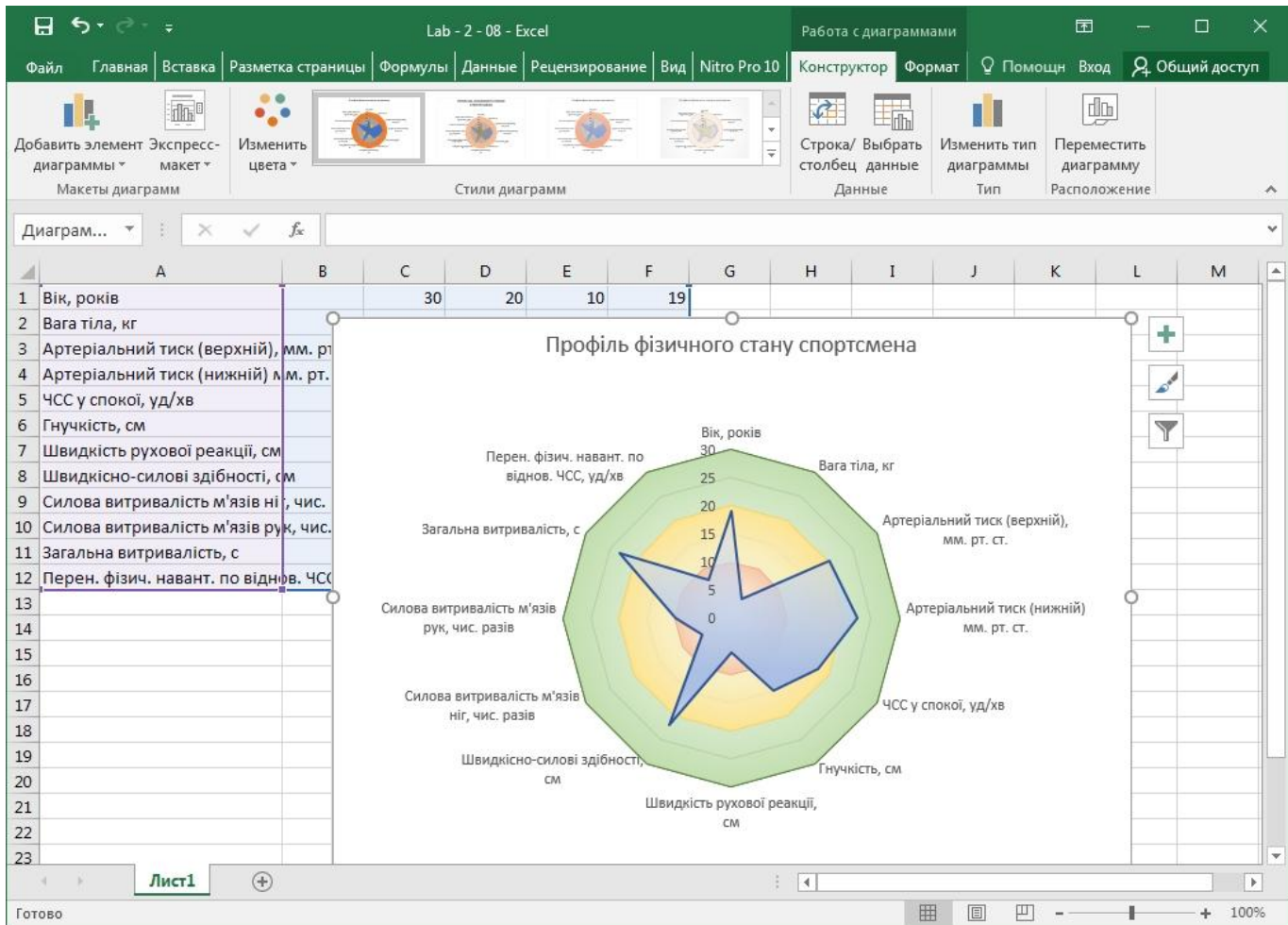


Рисунок 7.1. Приклад профілю фізичного стану (кольорами відмічені рівні показників на діаграмі (колірній шкалі ВООЗ) : червоний - зона ризику, жовтий - зона допустимого значення і зелений показник в нормі).

Відсутність або мале зміщення заштрихованої області по відношенню до рівностороннього (жирному) багатокутника вказує на рівномірний розвиток фізичних якостей і функціональних систем. Нерівномірне зміщення заштрихованої фігури від центру всередину або назовні виділеного багатокутника свідчить, відповідно, про недостатній або, навпаки, підвищений розвиток окремих фізичних якостей або функціональних систем.

Діаграма фізичного стану кількісно характеризує результати тестування. Вона є стовпчиковою діаграмою у вигляді ступінчастої фігури, по осі абсцис якої відкладаються порядкові номери показників і тестів, а по осі ординат - оцінка у балах по кожному з них (рис. 8.2).

Умовні позначення:

Індекси «Ф» і «Н» - відповідно, **ф**актичні і **н**алежні значення показників і результати тестів.

Індекси «Ч» і «Ж» - результати, що відносяться, відповідно, до **ч**оловічих і **ж**іночих показників.

$n_1; n_2; \dots; n_{12}$ – оцінки у балах по кожному з 12 показників і тестів (1, 2, ..., 12 - їх порядковий номер).

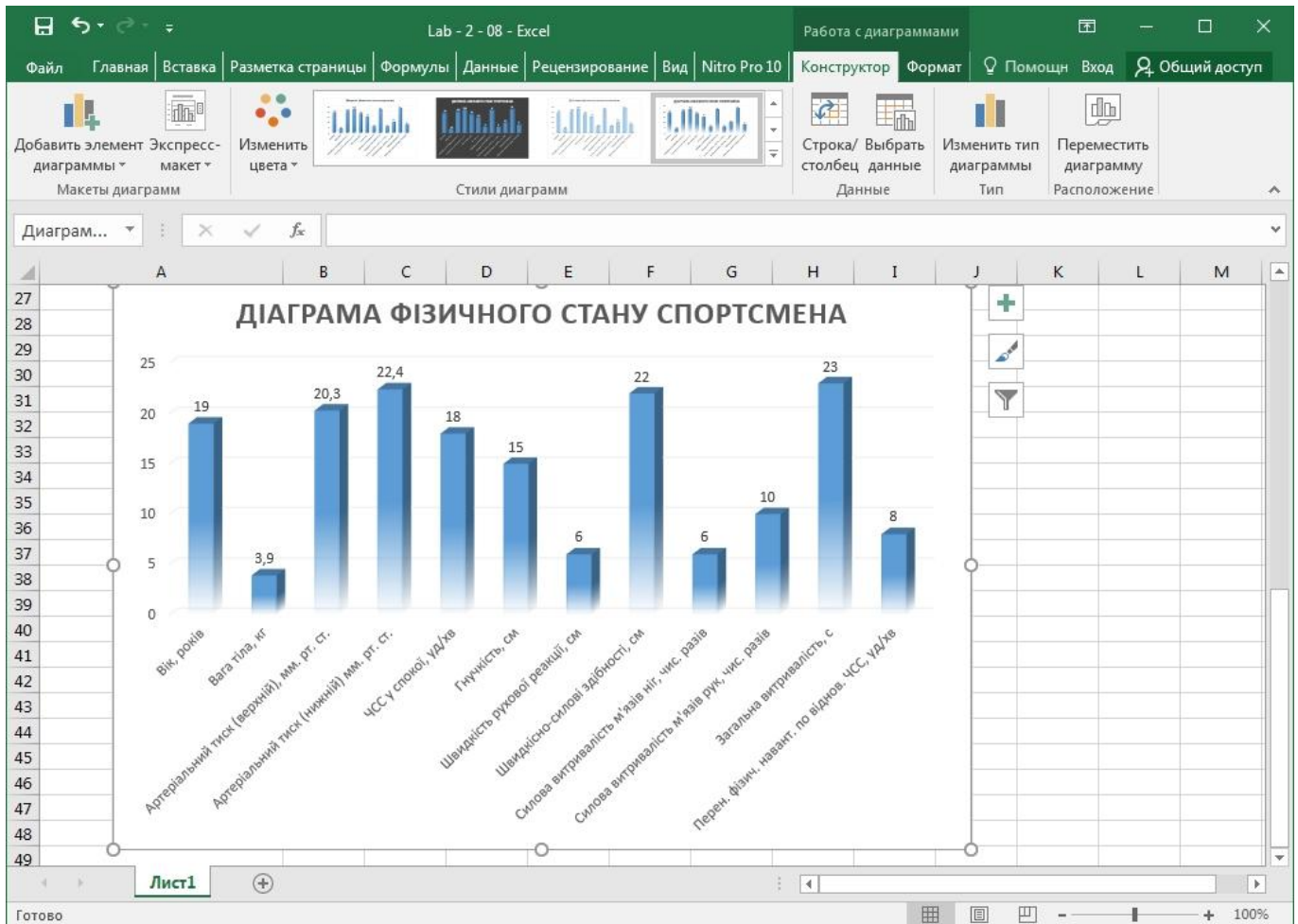


Рисунок 7.2. Приклад діаграми фізичного стану.

Показники, їх належні значення і оцінка

1. Вік (t).

Приймається:

$$n_1 = t.$$

2. Вага тіла (P).

$$P_H = k_1 L - k_2 \text{ (кг)}$$

де L - довжина тіла (зріст), см; k_1 , k_2 - коефіцієнти типів статури (конституції).

Таблиця 7.1. Значення коефіцієнтів типів статури для різних стій.

Тип статури	Чоловіки		Жінки	
	k_1	k_2	k_1	k_2
Астенічний	0,83	80	0,72	65
Нормостеничний	0,74	60	0,73	62
Гиперстеничний	0,89	75	0,69	48

$$n_2 = 30 - 3 \cdot (P_\phi - P_H).$$

Зауваження. Астенічний тип характеризується переважанням подовжніх розмірів тіла, гиперстеничний - переважанням поперечних розмірів, а нормостеничний займає проміжне положення між ними і може бути віднесений до деякої середньої норми.

3. Артеріальний тиск верхній (систоличне) (ATB).

$$ATB_H = 1,7 \cdot t + 83 \text{ (мм. рт. ст.)}$$

де t - вік, років. (Справедливо для вікової групи до 30 років)

$$n_3 = 30 - (ATB_\phi - ATB_H).$$

4. **Артеріальний тиск нижній (діастолічне) (ATH).**

$$ATH_H = 1,6 \cdot t + 42 \text{ (мм. рт. ст.)}$$

де t - вік, років. (Справедливо для вікової групи до 30 років)

$$n_4 = 30 - (ATH_\phi - ATH_H).$$

5. **Частота серцевих скорочень у спокої ($ЧСС$).**

Для чоловіків $ЧСС_{HЧ} = 60$ уд/хв; для жінок $ЧСС_{HЖ} = 70$ уд/хв.

$$n_5 = 30 - (ЧСС_\phi - ЧСС_H).$$

6. **Гнучкість (Γ).**

З положення, стоячи на гімнастичній лавці або сходинці заввишки 30-50 см виконується нахил вперед без згинання ніг в колінах до торкання пальцями рук відмітки нижче рівня стоп. Похиле положення утримується не менше 2 с. Гнучкість фактична Γ_ϕ (см) визначається по відстані від нульової відмітки (рівня стоп) до точки дотику. Фіксується кращий результат з трьох спроб. Якщо пальці рук не дістають до рівня стоп, то Γ_ϕ приймається зі знаком "-". Для чоловіків $\Gamma_{HЧ} = 9$ см; для жінок $\Gamma_{HЖ} = 11$ см

$$n_6 = 30 - 3 \cdot (\Gamma_H - \Gamma_\phi).$$

7. **Швидкість реакції ($ШР$) (різновид прояву швидкості).**

Випробовуваний знаходиться в положенні стоячи. На відстані 1-2 см від розкритої долоні витягнутої вперед провідної руки випробовуваного помічник утримує лінійку завдовжки 40-50 см. Нульова відмітка лінійки знаходиться на рівні нижнього краю долоні. Після команди «Увага»! лінійка в довільний момент часу відпускається. Необхідно якнайшвидше затримати її падіння, стиснувши пальці і не опускаючи вниз витягнуту руку. $ШР_\phi$ (см) визначається по відстані від нижнього краю долоні до нульової відмітки лінійки. Фіксується середній результат з трьох спроб. Для чоловіків $ШР_{HЧ} = 9$ см, для жінок $ШР_{HЖ} = 13$ см

$$n_7 = 30 - 3 \cdot (ШР_\phi - ШР_H).$$

8. **Швидкісно-силові здібності ($ШС$).**

З положення, стоячи біля вертикальної стіни, не відриваючи п'ять від підлоги, витягнутою вгору рукою крейдою наноситься відмітка на стіні. Потім виконується стрибок вгору з місця з махом рук, і в максимально високій точці стрибка наноситься друга відмітка. $ШС_\phi$ (см) визначається по відстані між двома відмітками, тобто по висоті стрибка. Фіксується середній результат з трьох спроб. Для чоловіків $ШС_{HЧ} = 56$ см, для жінок $ШС_{HЖ} = 40$ см

$$n_8 = 30 - 2 \cdot (ШС_H - ШС_\phi).$$

9. **Силовa витривалість при роботі м'язів ніг і тулуба (CBH).**

З положення, лежачи на спині, руки уздовж тіла, впродовж 20 с виконуються підйоми прямих ніг до кута 90° . CBH_ϕ визначається по максимальному числу підйомів ніг за вказаний час. Для чоловіків $CBH_{HЧ} = 19$, для жінок $CBH_{HЖ} = 16$.

$$n_9 = 30 - 3 \cdot (CBH_H - CBH_\phi).$$

10. Силова витривалість при роботі м'язів рук (СВР).

У упорі лежачи (для жінок - в упорі лежачи на колінах) впродовж 30 с виконується згинання рук. $СВР_\phi$ визначається по максимальному числу віджимань за вказаний час. Для чоловіків $СВР_{HЧ} = 33$, для жінок $СВР_{HЖ} = 26$.

$$n_{10} = 30 - 4 \cdot (СВР_H - СВР_\phi).$$

11. Загальна витривалість (ЗВ).

Проводиться забіг на 3000 м для чоловіків і на 2000 м для жінок. $ЗВ_\phi$ визначається за часом пробігу дистанції, обов'язково вираженому в секундах.

Для чоловіків $ЗВ_{HЧ} = 12$ мін 00 с (720 с);

для жінок $ЗВ_{HЖ} = 10$ мін 15 с (615 с).

$$n_{11} = 30 - 0,2 \cdot (ОВ_\phi - ОВ_H).$$

12. Переносимість фізичних навантажень (ПН).

Вимірюється ЧСС до навантаження і через 10 мін після навантаження (відповідно, ЧСС_{д.н.} і ЧСС_{п.н.}). Навантаженням для чоловіків служить пробіг 3000 м, для жінок - 2000 м або будь-яка інша фізична вправа, аналогічна по потужності і тривалості.

Приймається: $ПН_\phi = ЧСС_{п.н.}$ (уд/мін) $ПН_H = ЧСС_{д.н.}$ (уд/мін).

$$n_{12} = 30 - (ЧСС_{п.н.} - ЧСС_{д.н.}).$$

Для визначення підсумкової оцінки сума набраних балів порівнюється з нормою (таблиця. 7.2).

Таблиця 7.2. Порівняльні норми для загальної оцінки фізичного стану.

Сума балів за усіма показниками і тестами	Фізичний стан
менше 70	поганий
71 – 160	нижче середнього
161 – 250	середній
251 – 340	вище за середній
більше 340	відмінний

7.3. Завдання роботи

Зробити оцінку фізичного стану студента-спортсмена з використанням 12 розглянутих тестів. Занести значення тестів «Ф» і «Н» в підсумкову таблицю і побудувати профіль фізичного стану (рис 8.1) з використанням кольорних меж таблиці. 8.2 (пелюсткова діаграма в MSO Excel) і діаграму (рис 8.2). Зробити висновки про фізичний стан і розвиток фізичних якостей.

7.4. Порядок виконання роботи

Визначити фактичні значення показників і результати тестів і занести в таблицю звіту. В якості фактичних значень можуть бути використані результати що проводиться раніше медичного обстеження і тестування.

Визначити належні значення показників і тестів, записати їх в таблицю звіту. Належні значення розраховуються по наявних формулах. Розрахунок з підстановкою чисел у формули і кінцеві результати мають бути представлені в окремій графі таблиці звіту. Результати розрахунків округляються до цілих чисел.

На основі порівняння фактичних і належних значень показників і результатів тестів зробити розрахунок оцінки по кожному з них у балах і занести в таблицю звіту. Розраховане значення занести в таблицю звіту.

Визначити суму балів за усіма показниками і тестами, записати її у кінці таблиці звіту.

На підставі порівняння суми балів з порівняльними нормами зробити загальну оцінку особистого фізичного стану і зробити висновок.

Побудувати профіль фізичного стану, використовуючи радіальну сітку (рис. 8.1), в MSO Excel пелюсткова діаграма і ці таблиці звіту.

Побудувати діаграму, використовуючи координатне поле (рис. 8.2) і фактичні оцінки (таблиця звіту).

За профілем фізичного стану (рис. 8.1) зробити висновок про рівномірність фізичного розвитку. Якщо розвиток нерівномірний, вказати які фізичні якості або функціональні системи розвинені більшою чи меншою мірою.

7.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані розраховані значення і представити наступну інформацію:

1. Таблицю показників тестів по балах.
2. Діаграму профілю фізичного стану.
3. Діаграму - гістограма фізичного стану.
4. Висновки.

7.6. Варіанти завдань

Як фактичні дані студент використовує власні значення тестів, отримані на спортивних тренуваннях, при здачі нормативів і медичного обстеження.

7.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконавчої роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

7.8. Питання для самоконтроля

1. Які параметри є основними вимірюваними і контрольованими в сучасній теорії і практиці спорту?
2. Чому мінливість є однією з особливостей спортсмена як об'єкту вимірів?
3. Чому слід прагнути зменшити число вимірюваних змінних, контролюючих стан спортсмена?
4. Що характеризує квалітативність при дослідженнях в спорті?
5. Яку можливість надає спортсменові адаптивність?
6. Що називається тестом?
7. Які метрологічні вимоги до тестів? .
8. Які тести називаються добротними?
9. У чому різниця між нормативно-орієнтованим і критерійно-орієнтованим тестом?
10. Які існують різновиду рухових тестів?
11. У чому різниця гомогенних і гетерогенних тестів?
12. Які вимоги повинні дотримуватися для стандартизації проведення тестування?
13. Що називається надійністю тесту?
14. Що вносить погрішність в результати тестування?
15. Що розуміють під стабільністю тесту?
16. Від чого залежить стабільність тесту?
17. Чим характеризується узгодженість тесту?
18. Які тести називаються еквівалентними?
19. Що розуміють під інформативністю тесту?
20. Які існують методи визначення інформативності тестів?
21. У чому суть логічного методу визначення інформативності тестів?
22. Що зазвичай використовують як критерій при визначенні інформативності тестів?
23. Як поступають при визначенні інформативності тестів, коли відсутній одиничний критерій?
24. Що називається педагогічною оцінкою?
25. За якою схемою відбувається оцінювання?
26. Якими способами можна перевести результати тестування у бали?
27. Що таке шкала оцінок?
28. Які особливості пропорційної шкали?
29. У чому відмінності прогресуючої шкали від тієї, що регресує?
30. У яких випадках застосовуються сигмовидні шкали оцінок?

Практична робота № 8. Визначення статистичного типу вихідних даних і описових статистик для них

8.1. Мета роботи

Виконати метрологічну оцінку функціями MSO Excel - описова статистика (розрахунок середнього, стандартного відхилення) засобом «Аналіз даних».

8.2. Основи теорії метрологічного оцінювання

Об'єктом виміру є випадкова величина.

Випадкова величина - це відома функція від випадкової події, яка ставить йому в однозначну відповідність число.

У цій практичній роботі змінюються такі числові характеристики випадкової величини, як:

1. **Математичне сподівання** - початковий момент першого порядку.

Для безперервної випадкової величини: $M[x^k] = \int_A^B x^k * f(x) dx$.

Для дискретної випадкової величини: $M[x] = \sum_{i=1}^n x_i * P(x_i)$.

2. **Дисперсія** - це середня міра розкиду реалізації випадкової величини від свого математичного очікування.

Для дискретної випадкової величини: $D[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[x])^2 * P(x_i)$.

Для безперервної випадкової величини: $D[x] = \int_A^B (x - m_x)^2 * f(x) dx$.

3. **Ексцес** обчислюється за формулою: $E = \frac{\alpha^{(4)}}{\sigma^4} - 3$, де α - центральний момент 4 порядку, σ - середньоквадратичне значення 4 степені.

4. **Асиметричність** використовується для виявлення коефіцієнта асиметрії: $K = \frac{\alpha^{(3)}}{\sigma^3}$.

Виміром називають сукупність операцій, що виконуються за допомогою технічного засобу, що зберігає одиницю фізичної величини і дозволяє зіставити з нею вимірювану величину. Отримане значення і є результат вимірів.

Погрішністю вимірів називають різницю між результатом виміру і істинним значенням фізичної величини.

За характером прояви погрішності розділяють:

1. **Систематична складова** - це та складова результату виміру, яка залишається постійною при повторенні вимірів або закономірно змінюється. Особливістю є можливість її визначення.
2. **Випадкова складова** проявляється кожного разу при новому вимірі по-різному. Грубі погрішності обумовлені неправильним виміром.

Засобом виміру є функція "Описова статистика" пакету MS Excel. Оцінка погрішності виміру здійснюється по формулі:

$$\Delta\alpha = \alpha^* - \alpha_{uct}, \text{ тобто } \Delta M = M^* - M_{uct}, \Delta\delta = \delta^* - \delta_{uct}.$$

8.3. Завдання роботи

1. Вивчити методи побудови моделей об'єктів вимірів програмними засобами.
2. Вивчити функціональний склад процедур «описова статистика» в MSO Excel.
3. Розробити і виконати обчислювальний експеримент для знаходження залежності погрішності виміру числових характеристик випадкової величини від об'єму вибірки n , встановлених значень параметрів (μ_x, σ_x) і рівня засміченості (k) .
4. Обробка результатів вимірів і їх інтерпретація.

8.4. Порядок виконання роботи

У цьому експерименті треба знайти значення математичного очікування $M[x]$ і середньоквадратичного відхилення $\sigma(x)$. Але оскільки усі реалізації випадкової величини невідомі, то для знаходження цих величин використовуються наближені формули:

$$M[x] \approx X_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^*, \quad \sigma(x) \approx S(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i^* - X_{cp})^2}{n(n-1)}}.$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	-0,357	-0,52485	0,458624	-0,3076	-2,05397	0,280443	0,071702	0,054456	-0,38058	0,76098				
2	-0,74898	0,808336	0,223502	0,082598	0,746547	-1,4527	1,281674	-0,32788	-0,91351	-0,40023				
3	0,827577	1,772223	-0,38528	0,491165	-0,89463	0,23961	1,054541	0,119892	0,680046	0,477745				
4	0,157045	-0,03876	0,8333	1,051878	-0,00371	-0,73648	-0,77909	0,383628	0,999453	-0,49263				
5	0,689718	-0,26885	-0,06649	-2,04336	-0,86857	-0,74251	2,237266	-1,81582	0,381488	1,111755				
6	0,124207	-0,15534	0,294555	-1,34472	0,086513	-0,12768	1,363082	0,048097	-0,43269	0,310893				
7	-0,832	0,522742	-0,71656	0,881921	-0,7663	-2,2972	0,901389	0,451752	-0,2542	-0,10573				
8	0,475859	3,315217	-2,87117	1,061235	-1,58736	0,343986	-0,08352	-0,13084	-1,83073	-0,52011				
9	-1,37283	-0,02927	1,905591	-1,42324	0,480662	0,899438	1,202279	0,923076	-0,07071	1,696853				
10	-0,61005	-0,42757	0,486336	0,754048	-0,64744	0,048097	-0,73979	-0,73608	0,006082	-0,40455				
11	1,377953	-0,72728	0,557081	1,100473	0,026969	-0,99442	-0,73798	-1,18853	-0,81664	-1,62918				
12	0,192466	-1,13738	0,514603	-1,99017	-0,42598	1,027449	-0,01557	1,382514	-0,4515	-0,56084				
13	0,434704	0,609593	-0,15155	0,31274	0,359285	1,031219	-1,56459	0,166345	-0,84243	0,329494				
14	-0,09934	0,75853	-0,25665	-0,43984	-1,20086	0,226719	-0,0517	1,768194	-0,57703	1,078729				
15	-0,02245	-1,57376	0,885425	-0,93984	0,682071	1,374403	0,148144	-0,69906	0,9007	-0,45726				
16	-0,4954	0,620594	-1,33161	-0,45871	0,361733	-0,43748	0,77795	-2,09955	0,252226	-0,48092				

Рисунок 8.1. Фрагмент рабочего листа с выборкой случайных чисел, что генерируется.

Для побудови експерименту треба згенерувати вибірку за допомогою статистичного пакету MS Excel. Для цього у вкладці «Дані» треба вибрати кнопку «Аналіз Даних». У списку, що з'явився, треба вибрати пункт «Генерація випадкових чисел». У цьому діалоговому вікні в полі «Число змінних» треба внести число вибірок (10), в полі «Число випадкових чисел» - потужність вибірки (100). У списку «Тип розподілу» треба вибрати «Нормальний розподіл». У пункти «Середнє» і «Стандартне відхилення» вноситься відповідно заздалегідь набутих значень математичного очікування і середньоквадратичного відхилення. У параметрах виведення необхідно задати вихідний інтервал.

В результаті цієї операції отримаємо вибірку, зображену на рис. 8.1.

Далі так само генеруємо матрицю засміченості. Її параметри: середнє - 15, стандартне відхилення - 2, число змінних - 10, випадкових чисел - $n = 100$. У кожен вибірку (стовпець) скопіюємо $n \cdot k$ елементів випадковим чином з відповідного стовпця матриці засміченості.

У цьому експерименті використовується метод повного факторного експерименту. Це означає що для того, щоб оцінити погрішності середньоквадратичного відхилення і математичного сподівання, відносно заданих значень цих величин і рівня засміченості, треба провести генерацію для двох варіантів значень кожної із заданих величин ($k = 0.05; 0.3, m_x = 10; 15, \sigma_x = 2; 6$). Кількість дослідів дорівнюватиме $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Далі до кожної матриці вибірок (із заміненними елементами) звертаємося функцією «Описова статистика». Для цього вибираємо відповідний пункт в діалоговому вікні «Аналіз даних». Приклад виконання операції наведений на рис. 8.2.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	Л	М	Н
1	Столбец1	Столбец2	Столбец3	Столбец4	Столбец5	Столбец6	Столбец7	Столбец8	Столбец9	Столбец10	Столбец11	Столбец12	Столбец13	Столбец14
2														
3	Среднее	2,898534	Среднее	3,214848	Среднее	2,934988	Среднее	2,787963	Среднее	2,897503	Среднее	3,242049	Среднее	3,052661
4	Стандарт	0,614998	Стандарт	0,617611	Стандарт	0,599053	Стандарт	0,594686	Стандарт	0,613827	Стандарт	0,625516	Стандарт	0,608383
5	Медиана	0,122088	Медиана	0,508465	Медиана	0,372577	Медиана	0,255712	Медиана	0,079837	Медиана	0,481082	Медиана	0,379041
6	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д
7	Стандарт	6,149979	Стандарт	6,176107	Стандарт	5,990526	Стандарт	5,946861	Стандарт	6,138267	Стандарт	6,255159	Стандарт	6,083825
8	Дисперси	37,82224	Дисперси	38,1443	Дисперси	35,8864	Дисперси	35,36515	Дисперси	37,67832	Дисперси	39,12701	Дисперси	37,01293
9	Эксцесс	0,6565	Эксцесс	0,65089	Эксцесс	0,600917	Эксцесс	0,435503	Эксцесс	0,601936	Эксцесс	0,634349	Эксцесс	0,471293
10	Асимметр	1,535646	Асимметр	1,534541	Асимметр	1,518241	Асимметр	1,470727	Асимметр	1,540565	Асимметр	1,527136	Асимметр	1,5042
11	Интервал	21,23746	Интервал	20,97819	Интервал	22,31445	Интервал	19,48499	Интервал	19,97751	Интервал	21,93784	Интервал	19,65434
12	Минимум	-2,30368	Минимум	-1,57376	Минимум	-2,87117	Минимум	-2,58835	Минимум	-2,05397	Минимум	-2,39539	Минимум	-1,66604
13	Максимум	18,93378	Максимум	19,40443	Максимум	19,44328	Максимум	16,89664	Максимум	17,92355	Максимум	19,54245	Максимум	17,9883
14	Сумма	289,8534	Сумма	321,4848	Сумма	293,4988	Сумма	278,7963	Сумма	289,7503	Сумма	324,2049	Сумма	305,2661
15	Счет	100	Счет	100	Счет	100	Счет	100	Счет	100	Счет	100	Счет	100
16														

Рисунок 8.2. Виконання операції аналізу даних - описова статистика до масиву із засміченими даними.

Для подальших розрахунків нам знадобляться наступні дані: Середнє, Стандартна помилка. Для кожної вибірки розраховуємо погрішності результатів виміру математичного очікування, стандартного відхилення по наступних формулах:

$$\Delta m = m_{izm} - m_{вст} - \text{математичне сподівання,}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_{izm} - \sigma_{вст} - \text{стандартне відхилення,}$$

де - ізм. (виміряне значення з таблиці рис. 8.2) вст. - значення, встановлене при генерації значень.

Випишуємо їх окремо і знову звертаємося до них описовою статистикою (по рядках). Результат розрахунків і початкових значень представлений на рис. 8.3.

На рис. 8.3. середнє - систематична погрішність, стандартна помилка - випадкова погрішність. Також для розрахунків коефіцієнтів рівнянь регресії нам знадобиться дисперсія цієї вибірки.

В результаті проведення 8 вимірювальних експериментів отримаємо значення, які представляються в таблиці. 8.1.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	К	Л	М	Н
17		Столбец1	Столбец2	Столбец3	Столбец4	Столбец5	Столбец6	Столбец7	Столбец8	Столбец9	Столбец10			
18	Среднее	2,898534	3,214848	2,934988	2,787963	2,897503	3,242049	3,052661	2,909392	3,059015	3,094553			
19	Стандарт	0,614998	0,617611	0,599053	0,594686	0,613827	0,625516	0,608383	0,596439	0,637757	0,624781			
20														
21		Среднее		Стандартная ошибка					Δm			Δσ		
22									Систем.	Випад.	Диспер.	Систем.	Випад.	Диспер.
23		Среднее	3,009151	Среднее	0,613305		1	3,009151	0,046822	0,021923	0,613305	0,004421	0,000195	
24		Стандарт	0,046822	Стандарт	0,004421		2							
25		Медиана	2,993825	Медиана	0,614412		3							
26		Мода	#Н/Д	Мода	#Н/Д		4							
27		Стандарт	0,148063	Стандарт	0,01398		5							
28		Дисперси	0,021923	Дисперси	0,000195		6							
29		Эксцесс	-0,87732	Эксцесс	-0,67997		7							
30		Асимметр	0,308001	Асимметр	0,191671		8							
31		Интервал	0,454086	Интервал	0,043071									
32		Минимум	2,787963	Минимум	0,594686									
33		Максимум	3,242049	Максимум	0,637757									

Рисунок 8.3. Застосування описових статистик до оцінки середнього і стандартного відхилення по кожному стовпцю початкових даних (рис. 8.1): рядок (1) - середнє значення стовпця (рис. 8.2.); рядок (2) - стандартне відхилення стовпця.

Оцінка погрішності вимірюваних величин виражатиметься лінійною регресією виду:

$$Y = \sum_{i=1}^n b_i A_i, \quad (8.1)$$

де b_i - вагові коефіцієнти, A_i - аргументи, що впливають на Y . Для побудови регресійної моделі треба побудувати матрицю планування (табл. 8.2).

Результати експерименту представимо у вигляді рівнянь лінійної регресії :

$$\Delta = a_0 + a_1 k + a_2 m + a_3 \sigma + a_4 x_4 + a_5 x_5 + a_6 x_6 + a_7 x_7.$$

Таблиця 8.1. Погрішності вимірів досліджуваних величин.

№ екс.	Δm			$\Delta \sigma$		
	системна	випадкова	дисперсія	системна	випадкова	дисперсія
1	-6,2	0,21	0,46	5,83	0,2	0,39
2	-1,06	0,2	0,39	2	0,13	0,18
3	-0,78	0,15	0,22	1,18	0,14	0,2
4	-0,97	0,2	0,41	1,02	0,17	0,27
5	-6,1	0,1	0,1	8,76	0,13	0,18
6	-1,09	0,05	0,02	3,7	0,21	0,46
7	0,3	0,1	0,1	1,83	0,24	0,59
8	-0,05	0,04	0,02	0,55	0,09	0,08

Коефіцієнти лінійної регресії обчислюється за формулою:

$$a_j = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (x_i \cdot y_i).$$

Таблиця 8.2. Матриця планування.

№	n	k	m	σ	$km\sigma$	km	$k\sigma$	$m\sigma$	$\Delta m_{\text{сумт}}$	$\Delta \sigma_{\text{сумт}}$	$\Delta m_{\text{вип}}$	$\Delta \sigma_{\text{вип}}$	S_m^2	S_σ^2
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3	y_4		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	-6,2	5,83	0,21	0,2	0,46	0,39
2	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1,06	2	0,2	0,13	0,39	0,18
3	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-0,78	1,18	0,15	0,14	0,22	0,20
4	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-0,97	1,02	0,2	0,17	0,41	0,27
5	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-6,1	8,76	0,1	0,13	0,10	0,18
6	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1,09	3,7	0,05	0,21	0,02	0,46
7	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	0,3	1,83	0,1	0,24	0,10	0,59
8	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-0,05	0,55	0,04	0,09	0,02	0,08

де n , k - об'єм і рівень засміченості вибірки.

Значущість коефіцієнтів перевіряється по формулах:

$$a_j = 0, \text{ при } t_p \leq t_{кр},$$

де $t_{кр}$ - знаходиться по таблиці розподілу Стюдента (тут при $P_d = 0,475$ і 9 степенях свободи $t_{кр} = 0,6779$),

$$t_{\text{расч}} = \frac{|a_j|}{S_{a_j}}; S_{a_j} = \frac{S_y}{\sqrt{72}}; S_y = \sqrt{\frac{\sum d_i}{8}}, \text{ де } d_i = S^2 - \text{дисперсія, вчислена раніше.}$$

Підсумкові рівняння регресії :

$$\Delta m_{\text{сумт.}} = -1,99 - 1,2k - 1,62m + 1,33x_5 + 0,24x_7;$$

$$\Delta m_{\text{случ.}} = 0,13 + 0,0587\sigma;$$

$$\Delta \sigma_{\text{сумт.}} = 3,109 + 1,29k + 1,96m - 0,601\sigma + 0,93x_5 - 0,29x_6 - 0,556x_7;$$

$$\Delta \sigma_{\text{случ.}} = 0,164 + 0,0645x_4.$$

В результаті виконання роботи за допомогою функції «Описова статистика» надбудови MSO Excel «Аналіз даних» були вчислені систематична і випадкова складові

погрішності виміри математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення, побудована регресійна модель вимірювального процесу.

8.5. Зміст звіту

В якості звіту надати файл MSO Excel (ім'я файлу - Група. Прізвище І. Б. № п.р. Варіант.xlsx) що містить виконані завдання лабораторної роботи. Де необхідно пояснити отримані значення і результати обчислень, представити наступну інформацію:

- завдання, основні розрахункові залежності;
- результати розрахунків (у табличній формі);
- висновки.

8.6. Варіанти завдань

Варіант	Коефіцієнти засміченості						Варіант	Коефіцієнти засміченості					
	k		m_x		σ_x			k		m_x		σ_x	
1	0,03	0,2	10	15	2,0	6,0	16	0,07	0,16	16	25	3,1	8,5
2	0,05	0,18	12	18	2,2	6,6	17	0,08	0,14	18	28	3,3	9,1
3	0,04	0,22	14	21	2,4	7,2	18	0,09	0,12	20	31	3,5	9,7
4	0,06	0,24	16	24	2,6	7,8	19	0,10	0,10	22	34	3,7	10,3
5	0,07	0,16	18	27	2,8	8,4	20	0,05	0,08	24	37	3,9	10,9
6	0,08	0,20	20	30	3,0	9,0	21	0,10	0,30	26	35	1,8	4,8
7	0,09	0,22	22	33	3,2	9,6	22	0,09	0,28	24	32	2,0	5,4
8	0,10	0,24	24	36	3,4	10,2	23	0,08	0,26	22	29	2,2	6,0
9	0,02	0,26	26	39	3,6	10,8	24	0,07	0,24	20	26	2,4	6,6
10	0,04	0,16	28	42	3,8	11,4	25	0,06	0,25	18	23	2,6	7,2
11	0,02	0,26	6	10	2,1	5,5	26	0,05	0,23	16	20	2,8	7,8
12	0,03	0,24	8	13	2,3	6,1	27	0,04	0,22	14	17	3,0	8,4
13	0,04	0,22	10	16	2,5	6,7	28	0,03	0,21	12	14	3,2	9,0
14	0,05	0,20	12	19	2,7	7,3	29	0,02	0,20	10	11	3,4	9,6
15	0,06	0,18	14	22	2,9	7,9	30	0,03	0,18	8	10	3,6	10,2

8.7. Оцінка виконання практичної роботи

	Відповідність виконаної роботи умові	Повнота виконання	Правильність виконання	Наявність помилок	Всього
Не виконано	0	0	0	0	0
Виконано повністю	1	2	2	1	6

8.8. Питання для самоконтроля

1. Опишіть математичну модель виміру за шкалою стосунків.
2. Які чинники впливають на якість вимірів?
3. Що називається погрішністю вимірів?
4. Як розділяються погрішності залежно від умов проведення?
5. Як розділяють погрішності залежно від причин виникнення?
6. Як розділяють погрішності за формою представлення?
7. Опишіть погрішності за характером прояви.

8. Які погрішності називаються систематичними?
9. Які способи усунення систематичних погрішностей ви знаєте?
10. Які погрішності називаються випадковими, і які грубими?
11. Що розуміється під єдністю вимірів?
12. Чим встановлюються правові норми метрології?
13. Що є правовою основою забезпечення єдності вимірів?
14. Що є технічною базою для забезпечення єдності вимірів?

Рекомендована література

Основна література

1. Сергієнко Л. П. Спортивна метрологія : теорія і практичні аспекти. Підручник. Затверджено Міносвіти України. Видавництво: К.: КНТ, 2010, 776 с.

1. Начинская С. В. Спортивная метрология. Учеб. Пособие для студ. высш. учеб. заведений, 4-е издание. М.: Издательский центр «Академия», 2012, 240 с.

Додаткова і допоміжна література

1. Бешелев С. Д., Гурвич Ф. М. Математико-статистические методы экспертных оценок. - М.: Статистика, 1986, 156 с.

2. Благуш П. К. К теории тестирования двигательных способностей: сокр. пер. с чеш. - М.: 1982, 165 с.

3. Бубе Х., Фэк Г., Штюблер Х. Тесты в спортивной практике. Пер. с нем. - М.: Физкультура и спорт, 1982, 165 с.

4. Годик М. А. Спортивная метрология: Учебник для институтов физической культуры. - М.: Физкультура и спорт, 1988, 192 с.

5. Годик М. А. Контроль тренировочных и соревновательных нагрузок. - М.: Физкультура и спорт, 1980, 156 с.

6. Губа В. П., Шестаков М. П., Бубнов Н. Б., Борисенков М. П. Измерения и вычисления в спортивно-педагогической практике: Учебное пособие для вузов физической культуры, 2-е издание. - М.: Физкультура и спорт, 2006, 220 с.

7. Зациорский В. М. Основы спортивной метрологии. М.: Физкультура и спорт, 1979, 152 с.

8. Зациорский В. М., Булгакова Н. Ж. Теоретические и метрологические основы отбора в спорте. - М.: ГЦОЛИФК, 1980. 86 с.

9. Иванов В. В. Комплексный контроль в подготовке спортсменов. - М.: Физкультура и спорт, 1987. 256 с.

10. Корренберг В. Б. Спортивная метрология. Словарь справочник: Учебное пособие. - М.: Советский спорт, 2004. 240 с.

11. Крылова Г. Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии: Учебник для вузов. - М.: Аудит: ЮНИТИ, 1998. 189 с.

12. Лакин Г. Ф. Биометрия. Учебное пособие для биол. спец. Вузов., 4-е изд. перераб и доп. - М.: Высшая школа, 1990, 352 с.

13. Лях В. И. Тесты в физическом воспитании школьников. Пособие для учителя. - М.: Изд. АСТ, 1988, 272 с.

14. Масальгин Н. А. Математико-статистические методы в спорте. М.: Физкультура и спорт, 1974. 186 с.

15. Основы математической статистики. Учебное пособие для ИФК. Под общ. ред. Иванова В. С. - М.: Физкультура и спорт, 1990. 176 с.

16. Самостоятельная работа студентов факультетов физической культуры по дисциплинам предметной подготовки. Под ред. Туревского И. М. Учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. - М.: Издательский центр «Академия», 2003. 266-292 с.

17. Сергеев А. Г., Крохин В. В. Метрология: Учебное пособие для Вузов. - М: Логос, 2001. 213 с.
18. Смирнов Ю. И., Полевщиков М. М. Спортивная метрология. Учебник для студентов педагогических вузов. - М.: Академия, 2000. 232 с.
19. Спортивная метрология. Учебник для ИФК, под общей ред. Зациорского В. М. - М.: Физкультура и спорт, 1982. 256 с.
20. Уткин В. Л. Измерение в спорте: введение в спортивную метрологию. - М.: ГЦОЛИФК, 1987. 6-18, 42-48 с.