МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

О. В. Дмитрієнко, Н. М. Фатєєва,
О. М. Фатєєв, Н. Г. Шевченко

ГІДРАВЛІКА

Навчально-методичний посібник
для студентів спеціальностей «Галузеве машинобудування»,
«Прикладна механіка», «Гідроенергетика»
усіх форм навчання
вищих навчальних закладів

Рекомендовано
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 28.06.2023 р.

Харків

НТУ «ХПІ»

2024

УДК 621.22 (072)
Г46

Рецензенти:
О. М. Хорєв, канд. техн. наук., ІПМаш НАН України;
К. А. Миронов, канд. техн. наук., доцент, НТУ «ХПІ»

Г46 Гідравліка : навч.-метод. посібн. / О. В. Дмитрієнко, Н. М. Фатєєва, О. М. Фатєєв, Н. Г. Шевченко. – Харків: НТУ «ХПІ», 2024. – 117 с.

Коротко викладено основні розділи гідравліки: статика, кінематика, динаміка.

На початку кожного розділу наводяться основні визначення, теоретичний матеріал, зв’язаний з висновком основних рівнянь гідравліки. Далі наводиться методика розв'язання задач по цьому розділу, що надає змогу студентам більш глибоко засвоювати теоретичний матеріал і сприяє формуванню практичних навичок у розв'язанні конкретних задач, пов'язаних з їх професійною діяльністю.

Призначено для студентів спеціальностей «Галузеве машинобудування», «Прикладна механіка», «Гідроенергетика».

Табл. 10. Іл. 40. Бібліогр.: 9 найм.

УДК 621.22 (072)

ВСТУП

Область застосування законів гідравліки у техніці велика. Будучи теоретичною основою багатьох дисциплін, гідравліка знаходить широке застосування в машинобудуванні, зокрема в гідромашинобудуванні (насоси, гідротурбіни, гідроприводи), в гідроенергетиці, нафтогазовій промисловості, хімічному машинобудуванні, водопостачанні тощо.

У навчальному посібнику коротко викладено основні розділи гідравліки: статика, кінематика та динаміка.

На початку розділів наводяться основні визначення, теоретичний матеріал, пов'язаний з виведенням основних рівнянь гідравліки. Далі наводиться методика вирішення завдань з цього розділу, що дає можливість студентам більш глибоко засвоїти теоретичний матеріал і сприяє формуванню практичних навичок у вирішенні конкретних завдань, пов'язаних з їх професійною діяльністю.

Наприкінці кожного розділу вміщено тридцять варіантів завдань, які можуть бути використані як для проведення практичних занять, так і для самостійної роботи студентів. Ці варіанти можна використовувати для формування розрахункових індивідуальних завдань.

При складанні допомоги міжнародна система одиниць виміру (СІ) прийнята як основна. Однак, враховуючи застосування в техніці вимірювальних приладів, градуйованих в одиницях інших систем, а також одиниці виміру, які досі використовуються в техніці, у посібнику наведено й інші одиниці виміру.

Для кращого сприйняття матеріалу наводяться таблиці переходу від одних одиниць виміру до інших.

У посібнику містяться довідкові дані, які поміщені у тексті у вигляді графіків та у додатках у вигляді таблиць.

Навчальний матеріал можна вважати засвоєним лише за умови, якщо студент вміє правильно застосовувати теорію для вирішення практичних завдань.

РОЗДІЛ 1. **ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ГАЗІВ**

1.1. Основні поняття та визначення

Рідина є фізичне тіло, в якому сили міжмолекулярного зчеплення менші, ніж у твердих тіл. Тому рідина має властивість плинності. ***Плинністю*** називається здатність рідини необмежено деформуватися під дією скільки завгодно малих сил.

Зазвичай під загальною назвою «рідина» об'єднують краплинні рідини та гази, коли їх можна розглядати як суцільне малостисливе, легкорухливе середовище.

У гідравліці розглядаються лише краплинні рідини.

Основною механічною характеристикою рідини є густина. ***Густиною*** ρ називають масу *m* рідини, що міститься в одиниці об'єму, *V*, кг/м^3:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{1.1}$$

Густина рідини залежить від температури $\rho = f\left(t\,^\circ\mathrm{C}\right)$. Зі збільшенням температури густина зменшується. Виняток становить вода, яка при $t = 4\,^\circ\mathrm{C}$ має найбільшу густину $\rho = 1000$ кг/м^3. Густина рідини визначається за таблицями (див. додатки 1, 2).

Для досконалих газів справедливе рівняння Клапейрона, що дозволяє визначати густину при відомому тиску і температурі:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \tag{1.2}$$

де p – абсолютний тиск, Па;
T – абсолютна температура, К;
R – питома газова постійна, різна для різних газів, але не залежить від тиску і температури, Дж/кг·град (див. додаток 3).

У довідкових матеріалах густину газу зазвичай призводять до нормальних фізичних умов ($t_0 = 0$ °C; $p_0 = 101325$ Па) (див. додаток 3). За інших умов густина газу може бути визначена за формулою:

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}. \tag{1.3}$$

У разі газорідинної суміші середня густина визначається за формулою:

$$\rho = \beta \cdot \rho_2 + \left(1 - \beta\right) \cdot \rho_1, \tag{1.4}$$

де $\beta = \dfrac{V_2}{V_1 + V_2}$ – об'ємна концентрація газової фази в рідинній;

ρ_1 та V_1 – густина та об'єм рідинної фази;

ρ_2 та V_2 – густина и об'єм газової фази.

Питома вага. Питома вага γ однорідної рідини є вагою G рідини, що припадає на одиницю об'єму, V, Н/м^3:

$$\gamma = \frac{G}{V}, \tag{1.5}$$

де $G = m \cdot g$, $\gamma = \dfrac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g$. Строго кажучи, питома вага, на відміну від густини, не є фізичною характеристикою речовини, оскільки залежить від географічної широти та висоти над рівнем моря, а також залежить від температури $\gamma = f\left(t\ {}^\circ\mathrm{C}\right)$.

Відносна густина. Відношення густини рідини до густини дистильованої води при температурі $t = 4\ {}^\circ\mathrm{C}$ та нормальному атмосферному тиску називається відносною густиною:

$$\delta = \frac{\rho_{\text{р}}}{\rho_{\text{в}_{t=4\,{}^\circ\mathrm{C}}}}. \tag{1.6}$$

Питомий об'єм. Питомий об'єм υ – об'єм одиниці маси речовини, величина обернена густині, м^3/кг:

$$\upsilon = \frac{1}{\rho}. \tag{1.7}$$

1.2. Властивості рідини

Стисливість. Стисливістю рідини називається властивість рідини змінювати свій об'єм при зміні тиску і (або) температури.

Стисливість рідини характеризується коефіцієнтом ізотермічного об'ємного стиснення β_p (часто в літературі зустрічається просто *коефіцієнт об'ємного стиснення*). *Коефіцієнтом ізотермічного об'ємного стиснення* β_p називається число, що виражає відносну зміну об'єму рідини, викликану зміною тиску на одиницю при постійній температурі, Па$^{-1}$:

$$\beta_p = \frac{1}{V_1} \cdot \left(\frac{\Delta V}{\Delta p}\right)_{t=\mathrm{const}}, \tag{1.8}$$

де $\Delta V = V_1 - V_2$ – різниця об'ємів рідини до і після зміни тиску на величину $\Delta p = p_2 - p_1$.

У звичайних умовах стисливість крапельної рідини незначна, тому в гідравлічних розрахунках її можна розглядати як нестисливу.

Величина β_p залежить від роду рідини і визначається за таблицею (див. додаток 4).

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення, називається *модулем об'ємної пружності E* рідини, Па:

$$E = \frac{1}{\beta_p}. \tag{1.9}$$

Об'ємний модуль пружності газорідинної суміші може бути визначений за формулою:

$$E_{\text{сум}} = E \cdot \frac{\frac{V_1}{V_2} + 1}{\frac{V_1}{V_2} + E_0 \cdot \frac{p_0}{p}}, \tag{1.10}$$

де E – модуль пружності рідини, що не містить газу;
V_1 – об'єм рідинної фази при атмосферному тиску p;
V_2 – об'єм газової фази при атмосферному тиску p_0;
p – атмосферний тиск у системі.

Температурне розширення. Число, що виражає відносну зміну об'єму при зміні температури на 1 °С в умовах постійного тиску, називається температурним коефіцієнтом об'ємного розширення β_t, К$^{-1}$:

$$\beta_t = \frac{1}{V_1}\left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right)_{p=\text{const}}, \tag{1.11}$$

де $\Delta V = V_1 - V_2$ – різниця об'ємів рідини до і після зміни температури на величину $\Delta t = t_2 - t_1$.

Температурний коефіцієнт об'ємного розширення змінюється зі зміною тиску; для води його значення збільшується зі зростанням тиску, для більшості інших рідин зменшується.

Наближене співвідношення зміни густини крапельних рідин зі зміною температури за незмінного тиску визначається як

$$\rho_t = \rho_0 \frac{1}{1 + \beta_t (t - t_0)}, \tag{1.12}$$

де ρ_t – густина рідини при температурі t і певному тиску p;
ρ_0 – густина рідини при температурі t_0 і тому ж тиску p.

В'язкість (внутрішнє тертя). В'язкістю називається властивість рідини чинити опір відносному руху (зсуву) частинок рідини. Ця властивість проявляється в рідині тільки в стані руху. В'язкість – властивість, протилежна плинності. В'язкість рідини залежить від температури. Для чисельної характеристики в'язкості в гідравліці вводиться поняття *коефіцієнта динамічної* μ і *кінематичної* ν *в'язкості*.

Властивість в'язкості проявляється в тому, що в рухомій рідині виникають дотичні напруження τ, зумовлені виникненням у рухомій рідині сил внутрішнього тертя. Сили внутрішнього тертя між шарами в рідині, що знаходиться в стані спокою, відсутні.

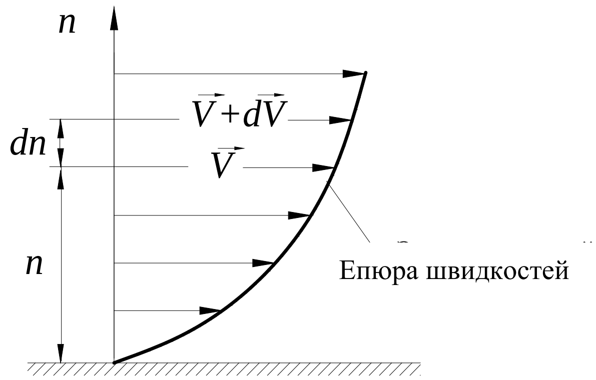


Рисунок 1.1 – До поняття про внутрішнє тертя рідини

Дотичне напруження τ (Н/м^2, Па) – це сила тертя T, що виникає між шарами рухомої рідини, віднесена до одиниці площі зіткнення шарів S:

$$\tau = T/S\,. \tag{1.13}$$

Динамічна в'язкість μ являє собою дотичне напруження в рухомій рідині під час руху при градієнті швидкості $dV/dn = 1$.

Величина приросту швидкості на одиницю довжини нормалі, тобто dV/dn, носить назву відносної швидкості переміщення шарів рідини і називається *градієнтом швидкості за нормаллю*.

$$\mu = \frac{\tau}{dV/dn}\,. \tag{1.14}$$

Розмірність динамічної в'язкості в різних системах:

СІ: $[\mu] = \text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = \text{Па}\cdot\text{с}$;

МКГСС: $[\mu] = \text{кГ}\cdot\text{с}/\text{м}^2$;

СГС: $[\mu] = \text{г}/(\text{см}\cdot\text{с}) = \text{П}(\text{Пуаз})$.

Крім динамічної в'язкості часто застосовується кінематична в'язкість ν.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \tag{1.15}$$

У системі СІ та МКГСС розмірність кінематичної в'язкості однакова: $[\nu] = \text{м}^2/\text{с}$; у системі СГС $[\nu] = \text{см}^2/\text{с} = \text{Ст}$ (Стокс).

Динамічна та кінематична в'язкості залежать від температури і зменшуються зі збільшенням температури. В'язкість газів, навпаки, збільшується зі зростанням температури (див. додатки 1–4).

Практично в'язкість визначається приладами, які називаються віскозиметрами, вони бувають різних типів. Найширше застосування знайшов віскозиметр Енглера, який дає змогу визначити значення умовної в'язкості рідини. Умовну в'язкість виражають у градусах Енглера $°\text{Е}$ або в градусах умовної в'язкості $°\text{ВУ}$.

В'язкість рідини в градусах умовної в'язкості $°\text{ВУ}$ визначається за формулою:

$$°\text{ВУ} = \frac{t_\text{р}}{t_\text{в}},$$

де $t_\text{р}$ – час спливу 200 см^3 досліджуваної рідини при заданій температурі;

$t_\text{в}$ – час спливу 200 см^3 дистильованої води за температури 20 °С через калібрований отвір віскозиметра ($t_\text{в}$ = 51 с).

Переведення градусів умовної в'язкості в одиниці кінематичної в'язкості виконується за формулою Уббелоде, $\text{м}^2/\text{с}$:

$$\nu = \left(0{,}0731\ °\text{ВУ} - \frac{0{,}0631}{°\text{ВУ}}\right)\cdot 10^{-4}, \tag{1.16}$$

для зворотного перекладу використовується формула, де ν має бути підставлена у Ст.

$$°\text{ВУ} = 6{,}83\cdot\left(\nu + \sqrt{\nu^2 + 0{,}0185}\right). \tag{1.17}$$

Для переведення значень умовної в'язкості, що перевищує $16\,°\text{ВУ}$, використовується формула $\nu = 7{,}4\cdot 10^{-6}\,°\text{ВУ}$.

Під час перерахунку градусів умовної в'язкості в одиниці динамічної в'язкості (Пуаз) для мастил, що застосовуються в гідросистемах, можна користуватися формулою:

$$\mu = 6{,}7\cdot 10^{-2}\,°\text{ВУ} - \frac{5{,}8\cdot 10^{-2}}{°\text{ВУ}}. \tag{1.18}$$

В'язкість суміші двох мастил може бути визначена за формулою:

$$°\text{ВУ}_\text{сум} = \frac{a\,°\text{ВУ}_1 + b\,°\text{ВУ}_2 - c\left(°\text{ВУ}_1 - °\text{ВУ}_2\right)}{100}, \tag{1.19}$$

де $^\circ ВУ_{сум}$ – в'язкість суміші;

$^\circ ВУ_1$ и $^\circ ВУ_2$ – в'язкість компонентів;

a і b – процентний вміст компонентів у суміші ($a + b = 100\ \%$);

c – емпіричний коефіцієнт, який визначають залежно від a і b.

Залежність в'язкості від температури в більшості випадків визначається за емпіричними формулами.

Для чистої прісної води залежність кінематичної в'язкості від температури визначається за формулою Пуазейля, м^2/с,

$$\nu = \frac{177{,}5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0{,}0337 \cdot t + 0{,}000221 \cdot t^2}, \tag{1.20}$$

де t – температура, $^\circ C$.

Для мастил і рідин із в'язкістю менше ніж $10\ ^\circ ВУ$, застосовуваних у гідроприводах у діапазоні температур від $30\ ^\circ C$ до $150\ ^\circ C$, залежність кінематичної в'язкості від температури визначається формулою

$$\nu = \nu_{50} \left(\frac{50}{t} \right)^n, \tag{1.21}$$

де ν_{50} – кінематичний коефіцієнт в'язкості мастила (Ст) при температурі $t = 50\ ^\circ C$;

t – температура, $^\circ C$;

n – показник ступеня, який визначається за формулою $n = \lg \nu_{50} + 2{,}7$ і залежить від вихідної в'язкості при $50\ ^\circ C$ (додаток 6).

Залежність в'язкості газів від температури виражається формулою Сазерленда

$$\mu = \mu_0 \frac{273 + C_\mu}{T + C_\mu} \cdot \left(\frac{T}{273} \right)^{\frac{3}{2}}, \tag{1.22}$$

де μ_0 – динамічна в'язкість газу при температурі $t = 0\ ^\circ C$ ($T_0 = 273$ K);

T – абсолютна температура, K;

C_μ – постійна Сазерленда, що залежить від роду газу (див. додаток 3).

Для визначення динамічної в'язкості повітря за малих відхилень від нормальних умов може бути застосована формула Міллікена, $кГ \cdot с/м^2$,

$$\mu = 1{,}745 \cdot 10^{-6} + 5{,}03 \cdot 10^{-9} \cdot t, \tag{1.23}$$

де t – температура, $^\circ C$.

В'язкість рідин залежить від величини тиску, збільшуючись для більшості рідин з підвищенням останнього. Для визначення кінематичної в'язкості мінеральних мастил, що застосовуються в гідросистемах, залежно від тиску користуються емпіричним виразом

$$\nu = \nu_0 (1 + kp), \tag{1.24}$$

де ν_0 – кінематичний коефіцієнт в'язкості мастила за атмосферного тиску, Ст;

p – надлишковий тиск у гідросистемі, МПа (див. розділ 2);

k – коефіцієнт, що залежить від сорту мастила (для легких мастил при $\nu < 15$ сСт, $k = 0{,}02$ і для важких мастил при $\nu > 15$ сСт, $k = 0{,}03$).

Наявність у рідині нерозчиненого повітря у вигляді бульбашок збільшує її в'язкість. Співвідношення в'язкостей рідини $\mu_в$ з бульбашками повітря і μ_0 без бульбашок може бути виражено емпіричним виразом:

$$\mu_в = \mu_0 (1 + 0{,}015b), \tag{1.25}$$

де b – процентний вміст нерозчиненого повітря.

Поверхневий натяг. Поверхня краплинної рідини піддається впливу сил поверхневого натягу, які прагнуть надати об'єму рідини сферичної форми і спричиняють у ній додатковий тиск p, Па:

$$p = \frac{\sigma \cdot 2}{r}, \tag{1.26}$$

де σ – поверхневий натяг, що залежить від густини рідин, що граничать (або рідини і газу), і температури, Н/м, (див. додаток 7);

r – радіус кривизни елемента поверхні рідини, м.

Залежність поверхневого натягу від температури для деяких рідин (вода, бензин, гас, ефір тощо) є близькою до лінійної і має вигляд:

$$\sigma = \sigma_0 - \beta \cdot \Delta t, \tag{1.27}$$

де σ_0 – поверхневий натяг при температурі t_0, Н/м;

β – температурний коефіцієнт, $\text{Н}/(\text{м} \cdot {}^\circ\text{C})$;

Δt – різниця температур $(t - t_0), {}^\circ\text{C}$.

Капілярність. Явище капілярності проявляється в тому, що у відкритих трубах малого діаметра (капілярах), занурених одним кінцем у рідину, під дією додаткового тиску p, спричиненого силами поверхневого натягу, рідина в трубці встановлюється вище (або нижче) за рівень рідини, в яку занурена трубка.

Якщо рідина змочує поверхню трубки (наприклад, вода – скло), поверхня рідини в капілярі увігнута (увігнутий меніск) і має місце капілярне підняття рідини. За незмочуваної поверхні трубки (наприклад, ртуть – скло) спостерігається опуклий меніск і має місце опускання рідини.

Висота $h_{кап}$ капілярного підняття (опускання) рідини в скляній трубці:

$$h_{кап} = \frac{k}{d}, \tag{1.28}$$

де k – дослідний коефіцієнт, що має різні значення для різних рідин, мм^2 (див. додаток 8);

d – діаметр капіляра, мм.

У разі капілярних скляних пластин висота капілярного підняття (опускання) рідини:

$$h_{кап} = \frac{k}{2a}, \tag{1.29}$$

де a – відстань між пластинами, мм.

Одна й та сама рідина в капілярах одного й того самого діаметра може піднятися (у разі змочування) або опуститися (якщо немає змочування) залежно від матеріалу, з якого виготовлена капілярна трубка. У разі капілярного підняття дослідний коефіцієнт k вважається позитивним, у разі капілярного опускання – негативним.

Опір розтягуванню. Технічно чисті рідини, що містять зважені тверді частинки і найдрібніші бульбашки газів, не витримують навіть незначних напружень розтягування. Тому надалі вважатимемо, що напруга розтягування в крапельних рідинах неможлива.

Випаровуваність. Випаровуваність притаманна всім краплинним рідинам, проте інтенсивність випаровування різних рідин неоднакова і залежить від умов, у яких перебуває рідина.

Одним із показників, що характеризують випаровуваність рідини, є температура її кипіння за нормального атмосферного тиску.

1.3. Приклади розв'язання задач

Задача 1. Визначити густину, відносну густину та питому вагу мастила "Турбінне-22". Об'єм мастила $V = 10\ л$, температура $t = 40\ °C$; тиск абсолютний $p = 1{,}5\ МПа$; тиск атмосферний $p_а = 0{,}1\ МПа$.

Розв'язок

I. Густину мастила при заданих тиску і температурі визначаємо в два етапи:

1) Визначаємо зміну густини при зміні тиску:

$$\Delta\rho = \beta_p \cdot \rho_0 \cdot \Delta p = 6 \cdot 10^{-10} \cdot 900 \cdot 1{,}4 \cdot 10^6 = 0{,}756\ кг/м^3,$$

де $\beta_p = 6 \cdot 10^{-10}$ Па – коефіцієнт об'ємного стиснення для мастила "Турбінне-22" (див. додаток 4);

$\rho_0 = 900$ кг/м^3 – густина мастила "Турбінне-22" при температурі $t_0 = 50$ °С і тиску $p = 0{,}1$ МПа (див. додаток 4);

$\Delta p = 1{,}4 \cdot 10^6$ Па – різниця між заданим тиском $p = 1{,}5$ МПа і тиском $p_а = 0{,}1$ МПа, якому відповідає густина, вказана в додатку 4.

Густина мастила при тиску $p = 1{,}5$ МПа і температурі $t = 50$ °С

$$\rho_p = \rho_0 + \Delta\rho = 900 + 0{,}756 = 900{,}756 \text{ кг/м}^3 .$$

2) За формулою (1.12) визначаємо густину мастила при заданій температурі $t = 40$ °С

$$\rho_t = \frac{\rho_p}{1 + \beta_t (t - t_0)} = \frac{900{,}756}{1 + 7 \cdot 10^{-4} (40 - 50)} = 907{,}106 \text{ кг/м}^3 ,$$

де $\rho_p = 900{,}756$ кг/м^3 – густина мастила при температурі $t_0 = 50$ °С;

$\beta_t = 7 \cdot 10^{-4}$ °С$^{-1}$ – коефіцієнт температурного розширення для мастила "Турбінне-22" (див. додаток 4);

$t = 40$ °С – задана температура;

$t_0 = 50$ °С – температура, якій відповідає густина ρ_0.

Отже: густина мастила при заданих тиску і температурі $\rho_м = \rho_t = 907{,}106$ кг/м^3.

Увага: результат розрахунку не зміниться, якщо при визначенні густини мастила на першому етапі врахувати зміну температури, а на другому – зміну тиску.

II. За формулою (1.6) обчислюємо відносну густину мастила:

$$\delta = \frac{\rho_м}{\rho_{в\,4\,°С}} = \frac{907{,}106}{1000} = 0{,}907106,$$

де $\rho_м = 907{,}106$ кг/м^3 – густина мастила;

$\rho_{в\,4\,°С} = 1000$ кг/м^3 – густина води при температурі $t = 4$ °С (див. додаток 1).

III. Знаходимо питому вагу мастила:

$$\gamma = \rho \cdot g = 907{,}106 \cdot 9{,}81 = 8898{,}710 \text{ Н/м}^3 .$$

Задача 2. Визначити густину і відносну густину мастила "Турбінне-22", що включає нерозчинене повітря. Загальний об'єм газорідинної суміші $V = 10$ л; об'єм повітряних бульбашок $V_{пов} = 0,1$ л; температура $t = 40\ °C$; тиск абсолютний $p = 1,5$ МПа; тиск атмосферний $p_а = 0,1$ МПа.

Розв'язок

I. У задачі 1 вже визначено густину мастила при тиску $p = 1,5$ МПа і температурі $t = 40\ °C$. Вона дорівнює $\rho_м = \rho_t = 907,106\ кг/м^3$.

II. За формулою (1.2) визначаємо густину повітря

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{1,5 \cdot 10^6}{287 \cdot 313} = 16,698\ кг/м^3,$$

де $p = 1,5$ МПа – заданий абсолютний тиск;

$T = 273 + t = 273 + 40 = 313$ K – абсолютна температура;

$R = 287$ Дж/кг·К – питома газова постійна для повітря (див. додаток 3).

III. За формулою (1.4) визначаємо середню густину газорідинної суміші:

$$\rho_{сум} = \beta \cdot \rho_2 + (1-\beta) \cdot \rho_1 = 0,01 \cdot 16,698 + (1 - 0,01) \cdot 907,106 = 898,197\ кг/м^3,$$

де $\rho_1 = \rho_м = 907,106\ кг/м^3$ – густина мастила;

$\rho_2 = \rho_{пов} = 16,698\ кг/м^3$ – густина повітря;

$\beta = \frac{V_{пов}}{V} = \frac{0,1}{10} = 0,01$ – об'ємна концентрація газової фази в рідинній.

IV. За формулою (1.6) визначаємо відносну густину суміші:

$$\delta = \frac{\rho_{сум}}{\rho_{в\,4\,°C}} = \frac{898,197}{1000} = 0,898197,$$

де $\rho_{сум} = 898,197\ кг/м^3$ – густина суміші (мастила і повітря);

$\rho_{в\,4\,°C} = 1000\ кг/м^3$ – густина води при температурі $t = 4\ °C$ (див. додаток 1).

Задача 3. Визначити густину суміші двох мастил: "Індустріальне І-8а" об'ємом $V_1 = 2$ л і "Турбінне-46" об'ємом $V_2 = 8$ л за температури $t = 35\ °C$, якщо тиск атмосферний $p_а = 0,1$ МПа, тиск абсолютний 50 ат.

Розв'язок

I. Визначаємо густину мастила "Індустріальне І-8а" за умови $p_{а} = 0{,}1$ МПа і заданій температурі $t = 35\ °\text{C}$ за формулою (1.12):

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\beta_t(t-t_0)} = \frac{872}{1+8\cdot 10^{-4}(35-50)} = 882{,}591\ \text{кг/м}^3,$$

де $\rho_0 = 872\ \text{кг/м}^3$ – густина мастила "Індустріальне І-8а" при тиску $p_{а} = 0{,}1$ МПа і температурі $t_0 = 50\ °\text{C}$ (див. додаток 4);

$\beta_t = 8\cdot 10^{-4}\ °\text{C}^{-1}$ – коефіцієнт температурного розширення для мастила "Індустріальне І-8а" (див. додаток 4);

$t = 35\ °\text{C}$ – задана температура;

$t = 50\ °\text{C}$ – температура, якій відповідає густина ρ_0.

II. За формулою (1.8) визначаємо зміну густини мастила "Індустріальне І-8а" при зміні тиску від $p_{а} = 0{,}1$ МПа до тиску 50 ат:

$$\Delta\rho = \beta_p\cdot\rho_t\cdot\Delta p = 7\cdot 10^{-10}\cdot 882{,}591\cdot\left(4{,}905-0{,}1\right)\cdot 10^6 = 2{,}9686\ \ \text{кг/м}^3,$$

де $\beta_p = 7\cdot 10^{-10}$ Па – коефіцієнт об'ємного стиснення для мастила "Індустріальне І-8а" (див. додаток 4);

$\rho_t = 882{,}591\ \text{кг/м}^3$ – густина мастила "Індустріальне І-8а" при температурі $t = 35\ °\text{C}$ і тиску $p = 0{,}1$ МПа;

$\Delta p = 50\cdot 98100 - 0{,}1\cdot 10^6\,\text{Па} = 4805000\ \text{Па} = 4{,}805\ \text{МПа}$ – різниця між заданим тиском $p = 50$ ат і тиском $p = 0{,}1\cdot 10^6$ Па, якому відповідає густина, зазначена в додатку 4.

III. Густина мастила "Індустріальне І-8а" при тиску $p = 50$ ат і температурі $t = 50\ °\text{C}$

$$\rho_1 = \rho_t + \Delta\rho = 882{,}591 + 2{,}969 = 885{,}560\ \ \ \text{кг/м}^3.$$

IV. Визначаємо густину мастила "Турбінне-46" за умови $p_{а} = 0{,}1$ МПа і заданій температурі $t = 35\ °\text{C}$ за формулою (1.12):

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\beta_t(t-t_0)} = \frac{892}{1+7\cdot 10^{-4}(35-50)} = 901{,}465\ \text{кг/м}^3,$$

де $\rho_0 = 892$ кг/м^3 – густина мастила "Індустріальне І-8а" при температурі $t = 50$ °C і тиску $p_{\text{а}} = 0{,}1$ МПа (див. додаток 4);

$\beta_t = 7 \cdot 10^{-4}$ °C^{-1} – коефіцієнт температурного розширення для мастила "Індустріальне І-8а" (див. додаток 4);

$t = 35$ °C – задана температура;

$t = 50$ °C – температура, якій відповідає густина ρ_0, заданої в додатку 4.

V. Визначаємо зміну густини мастила "Турбінне-46" при зміні тиску від $p_{\text{а}} = 0{,}1$ МПа до тиску 50 ат:

$$\Delta\rho = \beta_p \cdot \rho_t \cdot \Delta p = 6 \cdot 10^{-10} \cdot 901{,}465 \cdot 4{,}805 \cdot 10^6 = 2{,}599 \ \text{кг/м}^3,$$

де $\beta_p = 6 \cdot 10^{-10}$ Па – коефіцієнт об'ємного стиснення для мастила "Турбінне-46" (див. додаток 4);

$\Delta p = 4{,}805 \cdot 10^6$ Па – різниця між заданим тиском $p = 50$ ат, якому відповідає густина, зазначена в додатку 4.

Отже: густина мастила при тиску $p = 50$ ат і температурі $t = 50$ °C

$$\rho_2 = \rho_t + \Delta\rho = 901{,}465 + 2{,}599 = 904{,}064 \ \text{кг/м}^3.$$

VI. Визначаємо середню густину суміші за формулою

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{m_{\text{сум}}}{V_{\text{сум}}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2},$$

де $m_{\text{сум}} = m_1 + m_2$ – маса суміші;

$V_{\text{сум}} = V_1 + V_2$ – об'єм суміші;

$\rho_1 = 885{,}560$ кг/м^3 – густина мастила "Індустріальне І-8а";

$\rho_2 = 904{,}064$ кг/м^3 – густина мастила "Турбінне-46";

$V_1 = 2$ л – заданий об'єм мастила "Індустріальне І-8а";

$V_2 = 8$ л – заданий об'єм мастила "Турбінне-46".

$$\rho_{\text{сум}} = \frac{885{,}56 \cdot 2 + 904{,}064 \cdot 8}{2 + 8} = 900{,}363 \ \text{кг/м}^3.$$

Задача 4. Визначити кінематичний і динамічний коефіцієнт в'язкості та умовну в'язкість суміші двох мастил, що зазначена в задачі 3.

Розв'язок

I. Визначаємо за формулою (1.21) кінематичну в'язкість мастила "Індустріальне І-8а" при заданій температурі $t = 35$ °C і атмосферному тиску $p_а = 0{,}1$ МПа:

$$\nu_{01} = \nu_{50}\left(\frac{50}{t}\right)^n = 0{,}07\left(\frac{50}{35}\right)^{1{,}545} = 0{,}1215 \text{ Ст},$$

де $\nu_{50} = 0{,}07$ Ст – кінематична в'язкість мастила "Індустріальне І-8а" при температурі $t = 50$ °C (див. додаток 4);

$t = 35$ °C – задана температура;

$n = \lg\nu_{50} + 2{,}7 = \lg 0{,}07 + 2{,}7 = 1{,}545$ – показник ступеня, що залежить від вихідної в'язкості при температурі $t = 50$ °C.

II. Визначаємо за формулою (1.24) кінематичну в'язкість мастила "Індустріальне І-8а" при заданому тиску $p = 50$ ат:

$$\nu_1 = \nu_{01}\left(1 + kp_{\text{надл}}\right) = 0{,}1215\left(1 + 0{,}02 \cdot 4{,}805\right) = 0{,}1332 \text{ Ст},$$

де $\nu_{01} = 0{,}1215$ Ст – кінематична в'язкість мастила "Індустріальне І-8а" за атмосферного тиску;

$p_{\text{надл}} = 4{,}805$ МПа – надлишковий тиск;

$k = 0{,}02$ – коефіцієнт, що залежить від сорту мастила (див. пояснення до формули (1.24)).

Отже: за заданих тиску і температури кінематична в'язкість мастила "Індустріальне І-8а" $\nu_1 = 0{,}1332$ Ст.

III. Визначаємо за формулою (1.15) динамічну в'язкість мастила "Індустріальне І-8а":

$$\mu_1 = \nu_1 \cdot \rho_1 = 0{,}1332 \cdot 10^{-4} \cdot 885{,}56 = 0{,}0118 \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}) = 0{,}118 \text{ П}.$$

IV. Кінематичну та динамічну в'язкість мастила "Турбінне-46" визначаємо аналогічно до попередньої:

$$\nu_{02} = \nu_{50}\left(\frac{50}{t}\right)^n = 0{,}46\left(\frac{50}{35}\right)^{2{,}363} = 1{,}0685 \text{ Ст},$$

де $\nu_{01} = 0{,}46$ Ст (див. додаток 4);

$t = 35$ °C – задана температура;

$n = \lg\nu_{50} + 2{,}7 = \lg 0{,}46 + 2{,}7 = 2{,}363$.

$$\nu_2 = \nu_{02}\left(1+kp_{\text{надл}}\right) = 1{,}0685\left(1+0{,}03\cdot 4{,}805\right) = 1{,}2225 \text{ Ст},$$

де $\nu_{02} = 1{,}0685$ Ст;
$p_{\text{надл}} = 4{,}805$ МПа;
$k = 0{,}03$.

$$\mu_2 = \nu_2 \cdot \rho_2 = 1{,}2225\cdot 10^{-4}\cdot 912{,}172 = 0{,}1115 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с}) = 1{,}115 \text{ П}.$$

Визначаємо за формулою (1.19) динамічну в'язкість суміші двох мастил:

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{a\mu_1 + b\mu_2 - c(\mu_1 - \mu_2)}{100},$$

де $\mu_1 = 0{,}118$ П – динамічна в'язкість мастила "Індустріальне І-8а";
$\mu_2 = 1{,}115$ П – динамічна в'язкість мастила "Турбінне-46";
$a = 20\,\%$ – відсотковий вміст мастила "Індустріальне І-8а" в суміші;
$b = 80\,\%$ – відсотковий вміст мастила "Турбінне-46" у суміші;
$c = 13{,}1$ – коефіцієнт, що залежить від a та b (див. додаток 5).

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{20\cdot 0{,}118 + 80\cdot 1{,}115 - 13{,}1(0{,}118 - 1{,}115)}{100} = 1{,}046 \text{ П}.$$

V. Визначаємо кінематичну в'язкість суміші двох мастил за формулою (1.15):

$$\nu_{\text{сум}} = \frac{\mu_{\text{сум}}}{\rho_{\text{сум}}} = \frac{0{,}1046}{900{,}363} = 1{,}1618\cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с},$$

де $\mu_{\text{сум}} = 0{,}1046$ кг/(м·с) – динамічна в'язкість суміші двох мастил;
$\rho_{\text{сум}} = 900{,}363$ кг/м^3 – середня густина суміші (див. задачу 3).

VI. Визначаємо умовну в'язкість суміші за формулою:

$$°\text{ВУ} = \frac{\mu_{\text{сум}}\cdot 10^2}{6{,}5} = \frac{1{,}046\cdot 10^2}{6{,}5} = 16{,}1.$$

Задача 5. Трубопровід наповнений водою, що перебуває у стані спокою, за тиску $p_1 = 2\cdot 10^6$ Па і температурі $t_1 = 10$ °C. Визначити, нехтуючи деформаціями і розширенням стінок труб, тиск води в трубопроводі при підвищенні температури води в ньому до $t_2 = 20$ °C.

Розв'язок

I. Визначаємо за формулою (1.11) збільшення об'єму води при підвищенні її температури:

$$\Delta V = \beta_t \cdot \Delta t \cdot V = \beta_t \cdot \Delta t \cdot V_{\text{тр}},$$

де $\beta_t = 0{,}00015\ ^\circ\text{C}^{-1}$ – коефіцієнт температурного розширення води в діапазоні температур $10 \div 20\ ^\circ\text{C}^{-1}$ (див. додаток 2);

$\Delta t = t_2 - t_1 = 20\ ^\circ\text{C} - 10\ ^\circ\text{C} = 10\ ^\circ\text{C}$ – різниця температур;

$V = V_{\text{тр}}$ – початковий об'єм води, що дорівнює об'єму трубопроводу.

II. Унаслідок збільшення температури об'єм води збільшиться, а (за умовою задачі) трубопровід не деформується. Тому потрібна така величина тиску, яка стисне воду до розмірів трубопроводу.

$$V_{\text{поч}} = V_{\text{тр}} + \Delta V,$$

де $V_{\text{поч}}$ – початковий об'єм.

З формули (1.11) маємо:

$$\Delta p = -\frac{\Delta V}{V \cdot \beta_p} = \frac{V_{\text{к}} - V}{V \cdot \beta_p} = -\frac{V_{\text{тр}} - (V_{\text{тр}} + \Delta V)}{\left(V_{\text{тр}} + \Delta V\right) \cdot \beta_p} = \frac{\Delta V}{\left(V_{\text{тр}} + \Delta V\right) \cdot \beta_p},$$

де $\beta_p = \dfrac{1}{E}$, $E = 2110 \cdot 10^{-6}$ Па – об'ємний модуль пружності при $t = 20\ ^\circ\text{C}$ (див. додаток 2);

$V_{\text{к}} = V_{\text{тр}}$ – кінцевий об'єм води в трубопроводі.

Спільний розв'язок рівнянь (1.30) і (1.31) дає вираз:

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{\left(V_{\text{тр}} + \Delta V\right) \cdot \beta_p} = \frac{\beta_t \cdot \Delta t \cdot V_{\text{тр}}}{\left(V_{\text{тр}} + \beta_t \cdot \Delta t \cdot V_{\text{тр}}\right) \cdot \beta_p} = \frac{\beta_t \cdot \Delta t}{\left(1 + \beta_t \cdot \Delta t\right) \cdot \beta_p}.$$

У рівняння (1.32) підставляємо чисельні значення і визначаємо підвищення тиску води в трубопроводі.

$$\Delta p = \frac{0{,}00015 \cdot 10}{\left(1 + 0{,}00015 \cdot 10\right) \cdot 0{,}474 \cdot 10^{-9}} = 3{,}16 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

III. Визначаємо тиск води в трубопроводі за температури, що дорівнює $20\ ^\circ\text{C}$:

$$p_2 = p_1 + \Delta p = 2 \cdot 10^6 + 3{,}16 \cdot 10^6 = 5{,}16 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

1.4. Варіанти завдань для самостійного розв'язання

Задача 1. Визначити густину, відносну густину, питому вагу, кінематичну, динамічну й умовну в'язкість рідини (суміші двох рідин) за заданих значень температури, тиску, об'ємів суміші. Вихідні дані для різних варіантів наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Варіант	Рідина (газ, суміш)	t, °С	p, МПа	V_1, м^3	V_2, м^3
1	2	3	4	5	6
1	Індустріальне І-8А – повітря	55	0,5	10	0,05
2	Вазелінове Т – повітря	25	0,1	6	0,06
3	Турбінне ТП-22 – повітря	70	0,2	5	0,03
4	Індустріальне І-12А – повітря	15	0,3	10	0,1
5	ГТН – Турбінне ТП-30	40	0,4	2	2
6	АМГ-10 – Трансформаторне	25	1,0	15	5
7	Спирт – гліцерин	30	0,165	3	7
8	Веретенне АУ – гас	10	0,1	6	1,5
9	Турбінне ТП-46	45	2,0	-	-
10	Автотракторне АК-10	30	1,5	-	-
11	Веретенне АУ – повітря	35	0,5	5	0,02
12	Велосит – повітря	40	0,4	4	0,02
13	Приладове – повітря	45	0,6	6	0,03
14	Турбінне ТП-30 – гліцерин	40	0,5	12	4
15	Індустріальне І-12А – Турбінне ТП-22	35	0,4	4	1
16	АМГ-10 – Веретенне АУ	45	0,5	6	2
17	Автотракторне АК-10 – повітря	35	0,6	5	0,03
18	Вода	80	1,0	-	-
19	Приладове МВП	30	0,6	-	-
20	Велосит	45	0,9	-	-
21	Нафта	30	0,8	-	-
22	Бензин	45	0,4	-	-

Примітка. Атмосферний тиск у всіх варіантах приймається рівним 0,1 МПа.

Задача 2. Визначити тиск p_2 у закритому об'ємі при зміні температури від t_1 до t_2. Тиск p_1 задано. Витоками рідини та деформацією елементів конструкції знехтувати. Вихідні дані для різних варіантів наведено в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Варіант	Тиск p_1, МПа	Температура t_1, °С	Температура t_2, °С	Рідина
1	2	5	15	Вода
2	3	10	15	
3	1	15	25	
4	3	13	30	Нафта
5	2	20	25	
6	3	10	20	Гас
7	1	25	35	
8	2	10	25	Бензин
9	1,5	25	45	
10	5	18	38	

Примітка. У всіх варіантах температура $t = 20$ °С.

Задача 3. Висота відкритого циліндричного вертикального резервуара дорівнює H, його діаметр D. Визначити об'єм рідини, який можна налити в резервуар за умови t_1, якщо його температура може піднятися до t_2. Розширенням стінок резервуара знехтувати. Вихідні дані для різних варіантів наведені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Варіант	Висота H, м	Діаметр D, м	Температура t_1, °С	Температура t_2, °С	Рідина
11	5	1	10	15	Нафта
12	10	8	15	25	
13	8	3	20	40	Вода
14	20	10	25	45	Бензин
15	14	8	30	55	
16	6	2	10	40	
17	10	7	20	60	Гас
18	8	4	15	20	
19	12	6	25	75	
20	16	5	35	50	

Примітка. У всіх варіантах температура $t = 20$ °С.

Задача 4. Під час гідравлічного випробування трубопроводу діаметром d і довжиною l тиск було піднято до p_1. Через якийсь час тиск упав до p_2. Визначити об'єм рідини, що витікає через зазори трубопроводу. Вихідні дані для різних варіантів наведено в табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Варіант	Діаметр D, мм	Довжина l, м	Тиск p_1, МПа	Тиск p_2, МПа	Рідина
21	200	10	3	2	Вода
22	400	80	4	1,5	
23	500	150	5	4	
24	150	50	6	4	
25	250	75	3	1,5	
26	300	100	4	2	
27	350	60	5	3,5	
28	800	500	6	5,5	
29	100	15	3	2,5	
30	450	70	4	2,5	

Примітка. У всіх варіантах температура $t = 20\ °\mathrm{C}$.

1.5. Довідкові дані (додатки 1–9)

Додаток 1

Залежність характеристик води від температури

t, °C	ρ, кг/м^3	ν, Ст	μ, Па·с	β_t, °C^{-1}	E, МПа
1	2	3	4	5	6
0	999,9	0,0179	0,00179	-	1950
4	1000	0,0157	0,00157	0,000014	1980
10	999,7	0,0131	0,0013	-	2030
20	998	0,0101	0,00101	0,00015	2110
30	995	0,008	0,0008	-	2150
40	992	0,0066	0,000654	0,000422	-
60	983	0,0048	0,00047	-	-
80	972	0,0037	0,00036	0,000226	-
90	965	0,0033	0,000316	-	-
99	959	0,0028	0,000265	0,000719	-

Примітка. Характеристики води наведено за тиску $p = 101325$ Па.

Додаток 2

Характеристики деяких рідин

Рідина	ρ, кг/м^3	β_t, °C^{-1}	E, МПа	ν_{50}, Ст
Вода	998	0,00015	2110	0,0101
Гліцерин	1260	0,00050	4500	11,89
Спирт	790	0,00110	1275	0,0154
Нафта	800	0,00060	1350	0,25
Бензин	700	0,00124	1305	0,0093
Гас	815	0,00096	1275	0,027
Ртуть	13546	0,00018	32400	0,0011

Примітка. Характеристики наведені за температури t = 0 °C і тиску p = 101325 Па.

Додаток 3

Характеристики деяких газів

Газ	Газова стала R, Дж/кГ·К	Коефіцієнт Сазерленда, C_μ	Динамічна в'язкість μ, сП
Повітря	287	111	0,0171
Водень	4160	71	0,0084
Кисень	260	125	0,0192
Водяна пара	462	673	0,0089
Азот	298	107	0,0166
Метан	520	198	0,0102
Ацетилен	315	215	0,0095
Етилен	296	225	0,00945
Окис вуглецю	298	100	0,0168
Вуглекислий газ	198	254	0,0138

Примітка. Коефіцієнти в'язкості наведені за температури $t = 0$ °C і тиску $p = 101325$ Па.

Додаток 4

Характеристики деяких мастил, що застосовуються в гідросистемах

Сорт мастила	ρ, кг/м^3	ν_{50}, Ст	β_t, °C^{-1}	β_p, МПа$^{-1}$	E, МПа
Приладове МВП	873	0,074	$8\cdot10^{-4}$	$7\cdot10^{-4}$	1430
АМГ-10	830	0,010			
Велосит	854	0,045			
Вазелінове Т	875	0,068			
Трансформаторне	884	0,096			
Веретенне АУ	892	0,130			
Індустріальне І-6А	872	0,070			
Гідротормозна нафтова рідина ГТН	850	0,10	$7\cdot10^{-4}$	$6\cdot10^{-4}$	1670
Індустріальне І-12А	901	0,12			
Турбінне ТП-22	900	0,22			
Турбінне ТП-30	900	0,30			
Турбінне ТП-46	900	0,46			
Автотракторне АК-10	918	0,70			
Індустріальне ІГП-30	875	0,30			
Індустріальне ІГП-49	875	0,50			

Примітка. Характеристики наведені за тиску $p = 0,1$ МПа і температурі $t = 50$ °C.

Додаток 5

Значення коефіцієнта c для визначення в'язкості суміші мастил

a, %	10	20	30	40	50	60	70	80	90
b, %	90	80	70	60	50	40	30	20	10
c	6,7	13,1	17,9	22,1	25,5	27,9	28,2	25	17

Додаток 6

Значення показника ступеня *n* у формулі (1.26) залежно від в'язкості при температурі $t = 5$ °C

ν_{50}, сСт	*n*	ν_{50}, сСт	*n*
2,8	1,39	37,3	2,24
6,25	1,59	45,1	2,32
9,0	1,72	52,9	2,42
11,8	1,79	60,6	2,49
21,2	1,99	68,4	2,52
29,3	2,13	80,0	2,56

Примітка. Ті самі значення *n* можна вважати справедливими для сумішей із гасом і для суміші спирту з гліцерином.

Додаток 7

Коефіцієнти поверхневого натягу σ_0 і температурні коефіцієнти β для деяких рідин у контакті з повітрям

Рідина	t, °C	β, кг/м^3	σ_0, Н/м	β, Н/(м$^3 \cdot$°C)
Вода	20	998	0,073	0,00015
Ртуть	20	13546	0,460 (0,378*)	-
Спирт етиловий	20	790	0,022	-
Ефір етиловий	20	710	0,017	0,0001
Гліцерин	20	1260	0,065	-
Бензин	20	700	0,023	0,0002
Гас	20	815	0,028	0,0001
Дизельне паливо	20	830	0,029	0,0001
Нафта	20	800	0,032	-
Мастило АМГ-10	20	850	0,030	-
Розплавлені метали				
Сталь	1550	6900	1,9	-
Чавун	1200	7000	0,92	-
Алюміній	661	2380	8,4	-
Свинець	328	10880	4,42	-
Срібло	962	9300	9,3	-
Золото	1100	17240	11,02	-

Примітка. * – коефіцієнт поверхневого натягу для ртуті в контакті з водою.

Додаток 8

Значення коефіцієнта k для скляних капілярів при $t = 20$ °C

Рідина	Вода	Спирт	Ртуть	Толуол
k, мм^2	+30	+11,5	–10,15	+13

Додаток 9

Розмірності основних величин

Величина	Основні одиниці системи СІ	Допоміжні
$[p]$	$1\ \text{Па} = 1\ \dfrac{\text{Н}}{\text{м}^2}$	див. додаток 2
$[F]$	$1\text{Н} = 1\dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}$	$1\ \text{дина} = 10^{-5}\ \text{Н}$ $1\ \text{кгс} \approx 9{,}81\ \text{Н}$
$[\mu]$	$1\ \text{Пуаз} = 0{,}1\dfrac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2} = 0{,}1\ \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$	$1\ \text{сантипуаз} = 10^{-3}\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}$
$[\nu]$	$1\ \text{Стокс} = 1\dfrac{\text{см}^2}{\text{с}} = 10^{-4}\ \dfrac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$1\text{сантистокс} = 0{,}01\text{стокс}$

Контрольні питання

1. У чому різниця між густиною та питомою вагою?

2. Як змінюється густина рідини в разі збільшення тиску та температури?

3. Який зв'язок між коефіцієнтом об'ємного стиснення та об'ємним модулем пружності?

4. Що представляє собою коефіцієнт температурного розширення?

5. Поясніть залежність в'язкості рідини від температури та тиску.

6. Опишіть зв'язок між динамічним і кінематичним коефіцієнтами в'язкості.

7. Що таке капілярність?

8. У яких одиницях виражають густину, питому вагу, коефіцієнти температурного розширення та об'ємного стиснення, об'ємний модуль пружності, динамічний і кінематичний коефіцієнти в'язкості?

РОЗДІЛ 2. **ГІДРОСТАТИКА**

2.1. Сили, які діють в рідині, що знаходиться в стані спокою

Рідина перебуває в абсолютному (відносно Землі) або відносному спокої, якщо частинки не переміщаються відносно одна одної. При цьому на рідину діють зовнішні сили, прикладені до рідини з боку інших тіл або фізичних полів. На рідину, що перебуває в рівновазі, діють дві групи зовнішніх сил: масові сили і поверхневі сили.

Масові сили пропорційні масі рідини і діють на всі частинки виділеного об'єму. До них належать сили тяжіння, сили інерції, переносного руху.

Поверхневі сили безперервно розподілені по поверхні рідини і пропорційні її площі. Ці сили зумовлені безпосереднім впливом сусідніх об'ємів рідини на цей об'єм або ж впливом інших тіл (твердих або газоподібних), які дотикаються до цього рідкого тіла.

Як масові, так і поверхневі сили в гідравліці розглядають у вигляді одиничних сил. Масові сили відносять до одиниці маси, поверхневі – до одиниці поверхні.

Одинична масова сила чисельно дорівнює відповідному прискоренню. Розмірність одиничної масової сили, тобто прискорення, м/с^2.

Одинична поверхнева сила називається *напругою поверхневої сили* і відноситься до одиниці поверхні. Розмірність одиничної поверхневої сили – Па.

У найзагальнішому випадку поверхнева сила R (рис. 2.1), що діє на площадку S, спрямована під деяким кутом до неї і може бути розкладена на дві складові: P і T. P – нормальна складова, T – дотична складова.

Нормальне напруження, тобто напруження сили тиску, називається *гідромеханічним* (у разі спокою *гідростатичним*) *тиском* або просто *тиском* і позначається буквою p.

Напруга поверхневої сили $p = \dfrac{P}{S}$ називається *нормальним напруженням* і спрямоване за нормаллю к площадці; напруження поверхневої сили $\tau = \dfrac{T}{S}$ називається *дотичним напруженням* і спрямоване вздовж площадки.

2.2. Визначення гідростатичного тиску

Розглянемо рідке тіло обмеженого об'єму і розділимо його площиною на дві частини, одну з яких подумки відкинемо і замінимо її дію силою R, яка називається *поверхневою* силою (рис. 2.1).

Якщо покласти, що сила R, діюча на якийсь переріз площею S, має довільний напрямок, то її можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові: P і T. Наявність дотичної сили T призводить до появи дотичних напружень τ, які виникають тільки під час руху рідини. У рідині, що покоїться, дотичні напруження відсутні. Крім того, рідина не здатна чинити опір

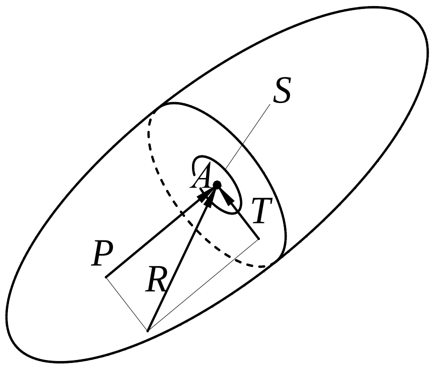


Рисунок 2.1 – Поверхнева сила, що діє в об'ємі рідини

зусиллям, що розтягують. Отже, єдина сила, яка може мати місце в рідині, що покоїться, – це нормальна сила P (сила тиску), яка завжди спрямована за нормаллю всередину об'єму і є стискаючою.

Таким чином, у нерухомій рідині можливий лише один вид напруження – напруження стиснення.

Стискаюче напруження, що виникає всередині рідини, яка покоїться, називається *напруженням гідростатичного тиску* або *гідростатичним тиском*.

Середній тиск $p_{\text{сер}}$, що чиниться силою P на одиницю площі S, визначається співвідношенням $p_{\text{сер}} = \dfrac{P}{S}$.

Межа цього відношення у разі зменшення площі S до нуля виражає *гідростатичний тиск* (напругу) в даній точці:

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta S} = \frac{dP}{dS}. \qquad (2.1)$$

Перша властивість гідростатичного тиску: гідростатичний тиск (як і сила тиску) спрямований завжди за внутрішньою нормаллю к площадці дії.

Одиниці вимірювання тиску в системі СІ: $\dfrac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$. Використовують також позасистемні одиниці: технічну атмосферу і бар, метри водяного стовпа, міліметри ртутного стовпа.

$$1\ \text{ат} = 9{,}81 \cdot 10^4\ \text{Па} = 10\ \text{м вод.ст.} = 735{,}5\ \text{мм рт.ст.} = 1\frac{\text{кГс}}{\text{см}^2};$$

1 бар = 10^5 Па = 1,02 ат; 1 Па = 0,102 мм вод.ст.;

$$1\frac{\text{кГс}}{\text{см}^2} = 98100\ \text{Па};\quad 1\ \text{мм рт.ст.} = 133{,}32\ \text{Па}.$$

2.3. Основне рівняння гідростатики. Абсолютний і надлишковий тиск. Вакуум. П'єзометрична висота

Основне рівняння гідростатики дає змогу знаходити гідростатичний тиск у будь-якій точці об'єму рідини, що розглядається.

Рідина в ємності (рис. 2.2) перебуває в рівновазі під дією сили тяжіння (власної ваги рідини) і тиску навколишнього середовища. На поверхні рідини діє тиск p_0. ***Вільною поверхнею (п'єзометрична площина)*** називається площина розділу рідкого і газоподібного середовища, надлишковий тиск на якій дорівнює нулю.

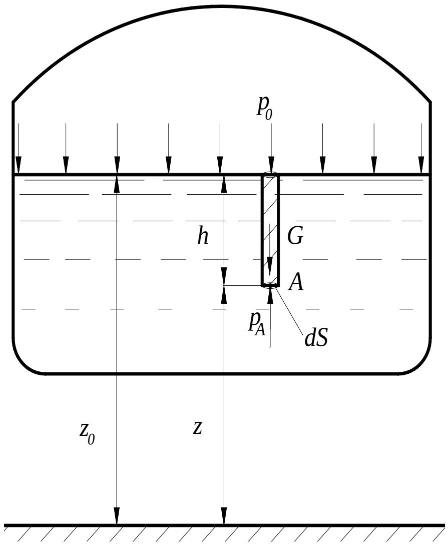


Рисунок 2.2 – До виведення основного рівняння гідростатики

Необхідно визначити тиск у точці A, що знаходиться на глибині h від рівня вільної поверхні. Виділимо біля точки A нескінченно малу елементарну горизонтальну площадку dS і побудуємо на ній вертикальний об'єм висотою h. Розглянемо умову рівноваги об'єму рідини, побудованого на цій площадці.

Тиск рідини на нижню основу циліндра p_A тепер буде зовнішнім тиском і буде спрямований за нормаллю всередину об'єму, тобто вгору.

Розглянемо суму всіх сил, що діють на об'єм, який розглядається, у вертикальному напрямку. Будемо мати:

$P_0 = p_0 \cdot dS$ – сила поверхневого тиску, спрямована вертикально вниз;

$G = m \cdot g = \rho \cdot h \cdot dS \cdot g$ – сила тяжіння, спрямована вертикально вниз;

$P_A = p_A \cdot dS$ – сила тиску рідини на нижню основу циліндра, спрямована вертикально вгору.

Запишемо рівняння рівноваги: $P_A = G + P_0$.

$$p_A \cdot dS = p_0 \cdot dS + \rho \cdot g \cdot h \cdot dS,$$

скоротивши на dS, остаточно отримаємо

$$p_A = p_0 + \rho \cdot g \cdot h. \qquad (2.2)$$

Отримане рівняння називають ***основним рівнянням гідростатики***, воно дає змогу обчислити тиск у будь-якій точці рідини, що знаходиться в спокої. Цей тиск, як видно з рівняння, складається з двох величин: тиску на вільній поверхні рідини p_0 і тиску $\rho \cdot g \cdot h$, зумовленого вагою шарів рідини, що лежать вище, тобто вагового тиску.

Тиск рідини, як видно з формули (2.2), зростає зі збільшенням глибини за лінійним законом, і на даній глибині є величина постійна.

Поверхня, у всіх точках якої тиск однаковий, називається поверхнею рівного тиску. У цьому випадку поверхнями рівного тиску є горизонтальні площини, а вільна поверхня є однією з поверхонь рівного тиску.

Величина p_0 є однаковою для всіх точок об'єму рідини і передається всім точкам рідини в усіх напрямках без зміни (закон Паскаля).

Друга властивість гідростатичного тиску: тиск у точці не залежить від орієнтації площадки, тобто кутів нахилу площадки щодо координатних осей (закон Паскаля).

В інженерній практиці розрізняють ***абсолютний і надлишковий тиск***.

Абсолютний тиск $p_{абс}$ відлічується від площини абсолютного нуля (космічний вакуум) (див. рис. 2.3). Абсолютний тиск може бути тільки позитивною величиною.

Надлишковий тиск $p_{над}$ рахується від атмосферного (див. рис. 2.3).

Атмосферний тиск є абсолютним тиском. Площина, на якій надлишковий тиск $p_{над} = 0$, називається п'єзометричною площиною (п.п.) або вільною поверхнею рідини.

Абсолютний нуль $p_{абс}$ тиску відповідає відсутності стискаючих напружень у рідині, а надлишковий тиск може бути позитивним або негативним.

Позитивний надлишковий тиск називають ***манометричним тиском*** і позначають $p_м$.

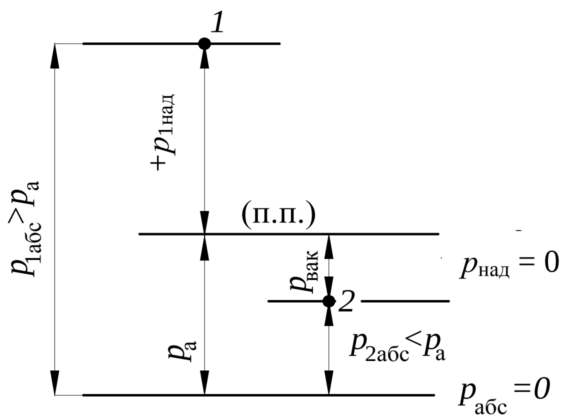


Рисунок 2.3 – До визначення абсолютного та надлишкового тиску

Негативний надлишковий тиск (розрідження) називають ***вакуумметричним тиском*** або ***вакуумом***. Абсолютний тиск у рідині в цьому випадку меньше атмосферного.

$$p_{вак} = p_а - p_{абс}.$$

З рис. 2.3 видно, що абсолютний тиск у точці 1 дорівнює: $p_{1абс} = p_а + p_{1над}$; абсолютний тиск у точці 2 дорівнює $p_{2абс} = p_а - p_{вак}$.

Граничне значення вакууму дорівнює $p_{вак} = 1$ ат. Практично величина вакууму досягає $(0{,}6 \div 0{,}8)\, p_а$.

П'єзометр, п'єзометрична висота. П'єзометр являє собою вертикальну скляну трубку, верхній кінець якої відкритий в атмосферу, а нижній – приєднаний до того об'єму рідини, де вимірюється тиск (рис. 2.4). Якщо ємність відкрита, рівні рідини в ємності та п'єзометричній трубці встановляться на одному рівні (сполучені ємності). На поверхні рідини в закритій ємності діє абсолютний тиск $p_0 > p_а$. Рідина в п'єзометричній трубці підніметься на висоту , яку необхідно визначити.

Оскільки площинами рівного тиску є горизонтальні площини, запишемо основне рівняння гідростатики в точці для рідини, що міститься в ємності та в п'єзометричній трубці.

Маємо

$$p_0 + \rho g h_A = \rho g h_п .$$

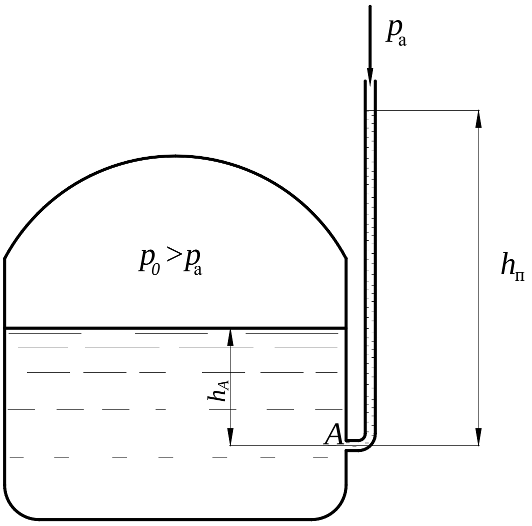


Рисунок 2.4 – П'єзометр, приєднаний до бака

Звідси

$$h_п = \frac{p_0 + \rho g h_A}{\rho g} = \frac{p_A}{\rho g} .$$

Отже, ***п'єзометрична висота*** являє собою висоту стовпа даної рідини, що відповідає надлишковому тиску в точці A.

П'єзометри являють собою найпростіші прилади для вимірювання надлишкового тиску в точці приєднання.

2.4. Прилади для вимірювання тиску

Ці прилади вимірюють тільки надлишковий тиск («+» – манометричний або «–» – вакуумметричний).

Прилади для вимірювання тиску в рідині діляться: на рідинні, механічні, електричні та комбіновані.

Найпростішим пристроєм для вимірювання вакууму може служити скляна трубка, показана на рис. 2.5 у двох варіантах. Вакуум в об'ємі рідини A може вимірюватися або за допомогою U-образної трубки (на рис. 2.5 праворуч), або шляхом використання перевернутої U-образної трубки, один кінець якої опущений у посудину з рідиною (на рис. 2.5 ліворуч).

Для вимірювання тиску рідин і газів у лабораторних умовах, крім п'єзометрів, користуються різними манометрами, що поділяються на рідинні та механічні.

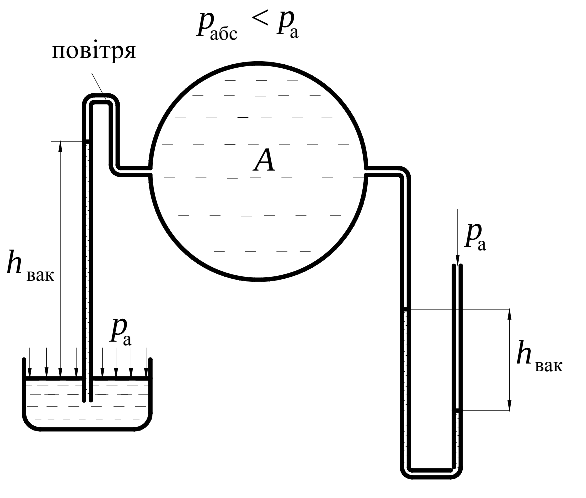
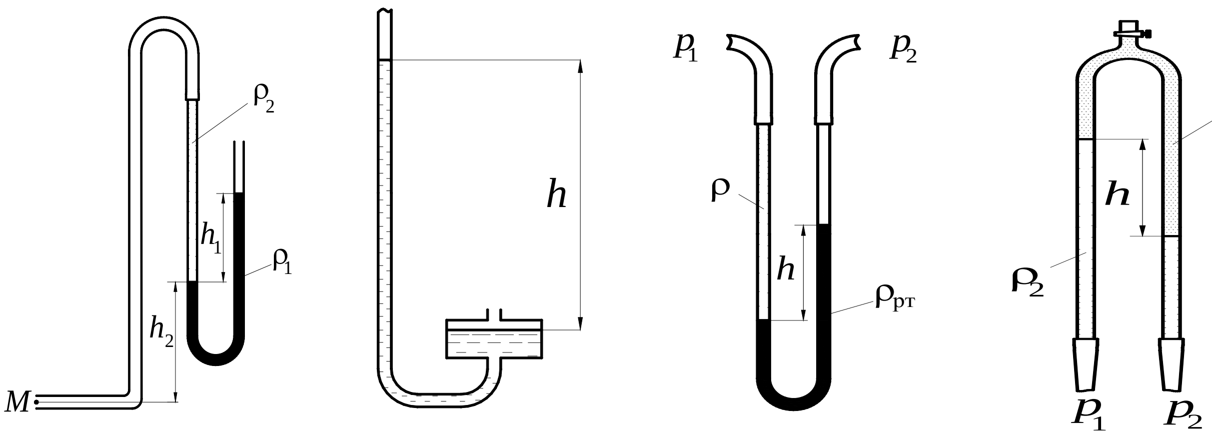


Рисунок 2.5 – Найпростіші вакуумметри

На рис. 2.6 показано схеми рідинних манометрів. Так званий ***U-образний манометр*** (рис. 2.6, *а*) представляє собою заповнену рідиною вигнуту скляну трубку, яка зазвичай містить ртуть. Якщо вимірюється тиск у точці M і сполучна трубка заповнена цією рідиною, то потрібно враховувати висоту розташування манометра над точкою M. Так, для надлишкового тиску в точці M маємо:

$$p_M = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 .$$

Чашковий манометр (рис. 2.6, *б*) зручніший за попередній тим, що під час використання його потрібно фіксувати положення лише одного рівня рідини. При досить великому діаметрі чашки порівняно з діаметром трубки рівень рідини в чашці можна вважати незмінним.



а *б* *в* *г*

Рисунок 2.6 – Схеми рідинних манометрів

Для вимірювання різниці тисків у двох точках використовуються ***диференціальні манометри***, найпростішим з яких є *U*-образний манометр (рис. 2.6, *в*). Якщо за допомогою такого манометра, що містить ртуть, проводиться вимірювання різниці тисків p_1 і p_2 у рідині з густиною ρ, яка повністю заповнює сполучні трубки, то нескладно бачити, що $p_1 - p_2 = \left(\rho_{рт} - \rho\right) \cdot h \cdot g$.

Для вимірювання менших перепадів тиску води застосовується дворідинний мікроманометр, що являє собою перевернуту *U*-образну трубку з мастилом або гасом у верхній частині (рис. 2.6, *г*). Для цього випадку маємо $p_1 - p_2 = \left(\rho_2 - \rho_1\right) \cdot g \cdot h$.

2.5. Визначення тиску на вільній поверхні

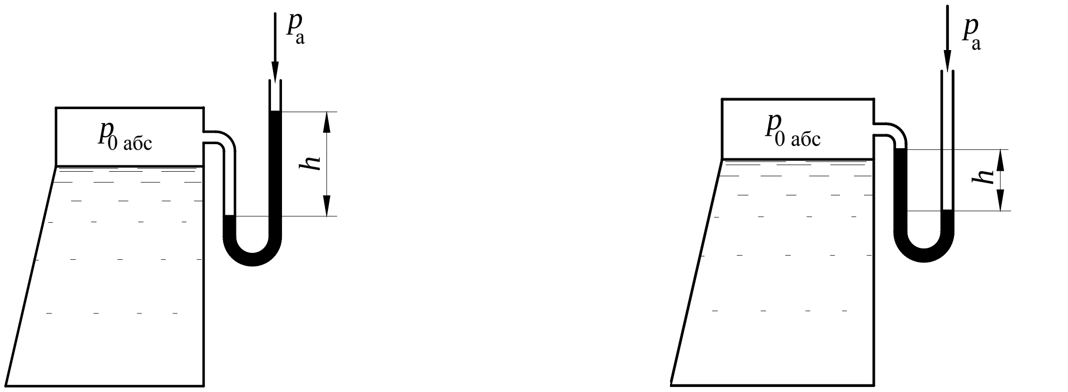
Під час обчислення надлишкового тиску на вільній поверхні рідини необхідно вміти визначати тиск за показаннями приладу. Причому спочатку визначається знак тиску (якщо надлишковий, то «+»,якщо вакуум, то «–»),а потім записується вираз для визначення тиску.

Значення тиску на вільній поверхні, визначені за показаннями ***U-образного манометра***, наведені на рис. 2.7.

На рис. 2.8, *а* і *б* показано значення тиску на вільній поверхні, визначені за показаннями ***п'єзометра***.

У разі, коли до бака під'єднано ***чашковий манометр*** (рис. 2.9), тиск визначають так (рис. 2.9, *а*, *б*).

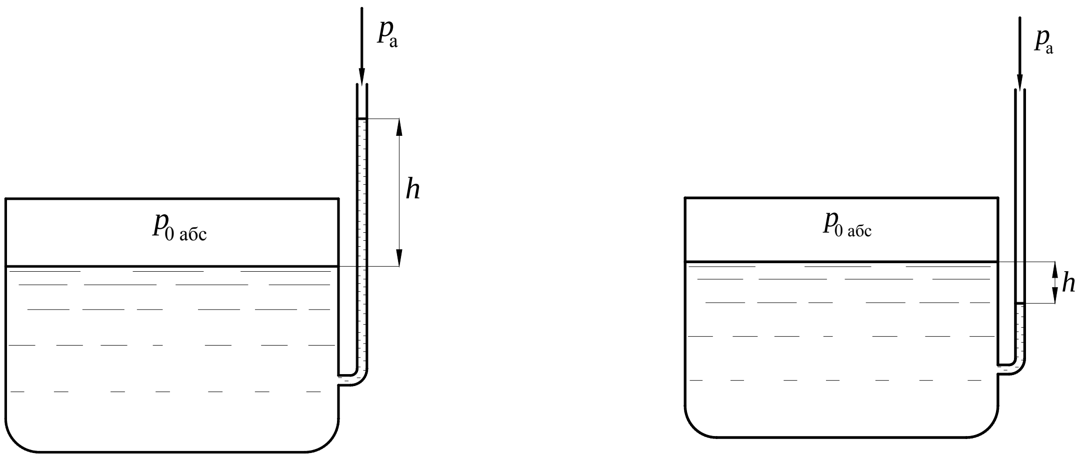
Якщо під'єднано два або більше манометрів, то тиск на вільній поверхні може визначатися будь-яким способом. При цьому необхідно враховувати, що значення $p_{0абс}$, обчислені різними способами, повинні збігатися.



$p_{0абс} > p_а$
$p_{0над} = \rho_{рт} g h$
а

$p_{0абс} < p_а$
$p_{0над} = -\rho_{рт} g h$, тобто $p_{0над} = p_{0вак}$
б

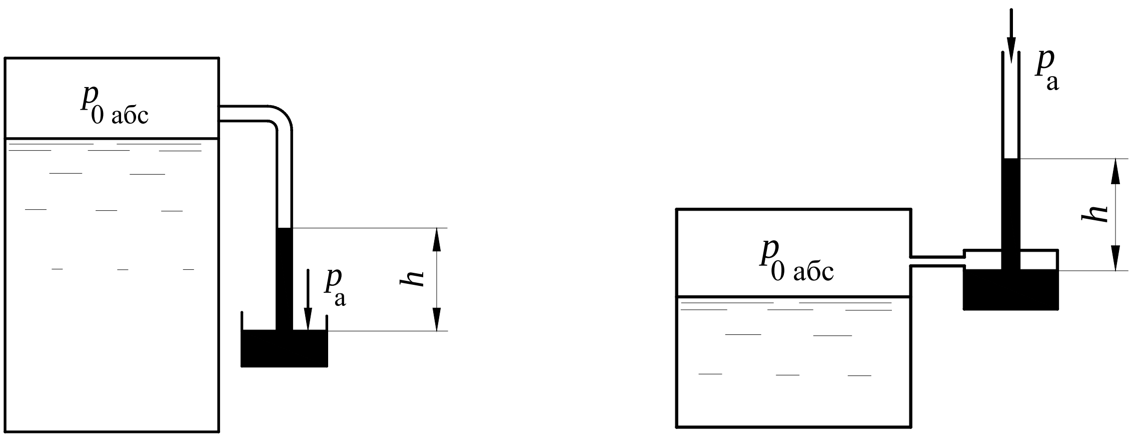
Рисунок 2.7 – Визначення тиску на вільній поверхні за допомогою *U*-образного ртутного манометра



$p_{0абс} > p_а$
$p_{0над} = \rho_{р} g h$
а

$p_{0абс} < p_а$
$p_{0над} = -\rho_{р} g h$, тобто $p_{0над} = p_{0вак}$
б

Рисунок 2.8 – Визначення тиску на вільній поверхні за допомогою п'єзометра



а *б*

Рисунок 2.9 – Визначення тиску на вільній поверхні рідини за допомогою чашкового манометра: *а* – $p_{0абс} < p_а$; від'ємний надлишковий тиск (вакуум) $p_{0над} = -\rho_{рт} g h = p_{вак}$; абсолютний тиск $p_{0абс} = p_а - \rho_{рт} g h$; *б* – $p_{0абс} > p_а$; позитивний надлишковий тиск $p_{0над} = \rho_{р} g h$; абсолютний тиск $p_{0абс} = p_а + \rho_{рт} g h$

Наприклад, для бака, наведеного на рис. 2.10, маємо $p_{0абс} < p_а$ – вакуум. Тиск, що обчислюється за допомогою *U*-образного ртутного манометра: $p_{0над} = -\rho_{рт} g h$.

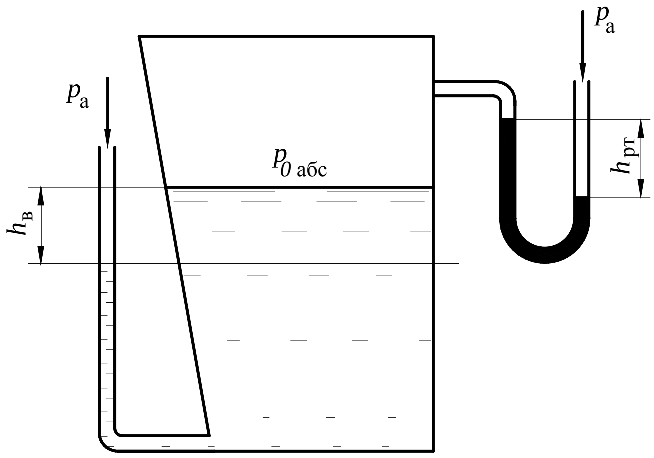


Рисунок 2.10 – Бак з двома манометрами

Тиск, що обчислюється за допомогою п'єзометра: $p_{0над} = -\rho_в g h_в$.

Зрозуміло, що висота стовпа ртуті та висота стовпа води взаємозалежні, тому в умові задачі достатньо задати одну з них, а другу визначити з умови рівності тисків:

$$p_{0\,абс} = p_а - \rho_{рт} g h_{рт};\; p_{0\,абс} = p_а - \rho_в g h_в;$$

$$p_а - \rho_{рт} g h_{рт} = p_а - \rho_в g h_в;$$

$$\frac{h_{рт}}{h_в} = \frac{\rho_в}{\rho_{рт}}.$$

2.6. Приклади розв'язання задач

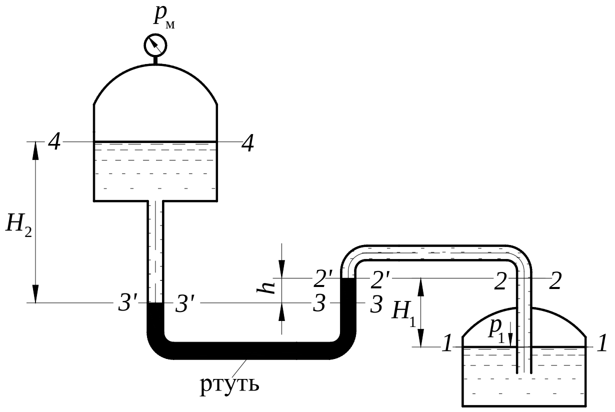


Рисунок до задачі 1

Задача 1. Визначити показання манометра $p_м$, якщо в баках міститься рідина з густиною $\rho = 950\ кг/м^3$. Баки з'єднані зігнутою трубкою, в якій міститься ртуть.

Дано: $p_{1\,над} = 0{,}5$ ат; $h = 50$ см; $H_1 = 3$ м; $H_2 = 4$ м; $\rho_{рт} = 13600\ кг/м^3$.

Розв'язок

Переріз 1–1:
- надлишковий тиск

$$p_{1\,над} = 0{,}5\ ат = 0{,}5 \cdot 98100 = 49050\ Па;$$

- абсолютний тиск

$$p_{1\,абс} = p_{1\,над} + p_а = 49050 + 98100 = 147150\ Па = 1{,}5\ ат.$$

Переріз 2–2 і 2'–2':
- надлишковий тиск

$$p_{2\,\text{над}} = p_{1\,\text{над}} - \rho g H_1 = 49050 - 950 \cdot 9{,}81 \cdot 3 = 21091{,}5 \text{ Па};$$

- абсолютний тиск

$$p_{2\,\text{абс}} = p_{2\,\text{над}} + p_{\text{а}} = 21091{,}5 + 98100 = 119191{,}5 \text{ Па} = 1{,}215 \text{ ат.}$$

Переріз 3–3 и 3'–3':
- надлишковий тиск

$$p_{3\,\text{над}} = p_{2\,\text{над}} + \rho_{\text{рт}} g h = 21091{,}5 + 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 = 87799{,}5 \text{ Па};$$

- абсолютний тиск

$$p_{3\,\text{абс}} = p_{3\text{над}} + p_{\text{а}} = 87799{,}5 + 98100 = 185899{,}5 \text{ Па} = 1{,}895 \text{ ат.}$$

Переріз 4–4:
- надлишковий тиск

$$p_{4\,\text{над}} = p_{3\,\text{над}} - \rho g H_2 = 87799{,}5 - 950 \cdot 9{,}81 \cdot 4 = 50521{,}5 \text{ Па};$$

- абсолютний тиск

$$p_{4\,\text{абс}} = p_{4\,\text{над}} + p_{\text{а}} = 50521{,}5 + 98100 = 148621{,}5 \text{ Па} = 1{,}486 \text{ ат.}$$

Показання манометра

$$p_{\text{м}} = p_{4\,\text{над}} = 50521{,}5 \text{ Па} = 0{,}515 \text{ ат.}$$

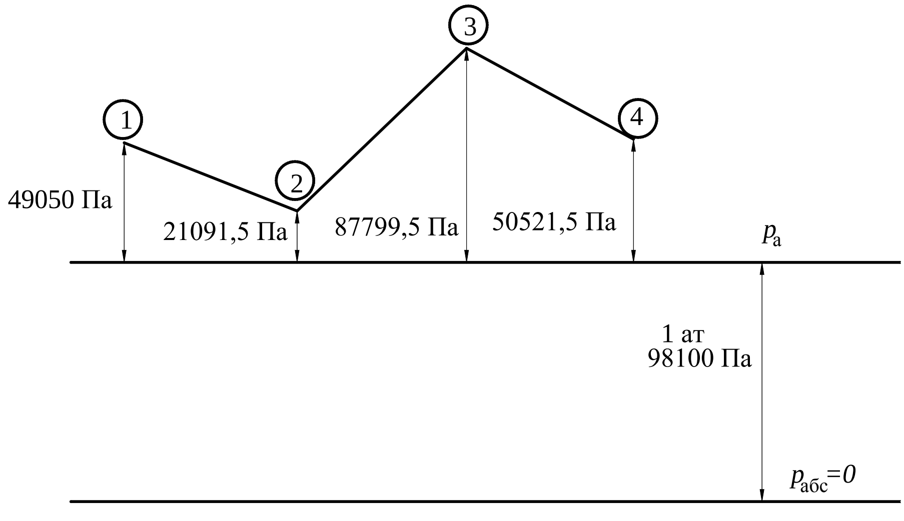


Рисунок до задачі 1 – Діаграма тисків

Відповідь: $p_{\text{м}}$ = 50521,5 Па.

2.7. Тиск на плоску похилу стінку. Координати центра тиску

Сила – векторна величина, вона характеризується 3-ма параметрами: величиною, напрямком і точкою прикладення.

Визначимо силу надлишкового тиску $\vec{P}$ на плоску стінку (рис. 2.11), нахилену до горизонту під кутом φ і піддану впливу рідини, що перебуває в стані абсолютного спокою.

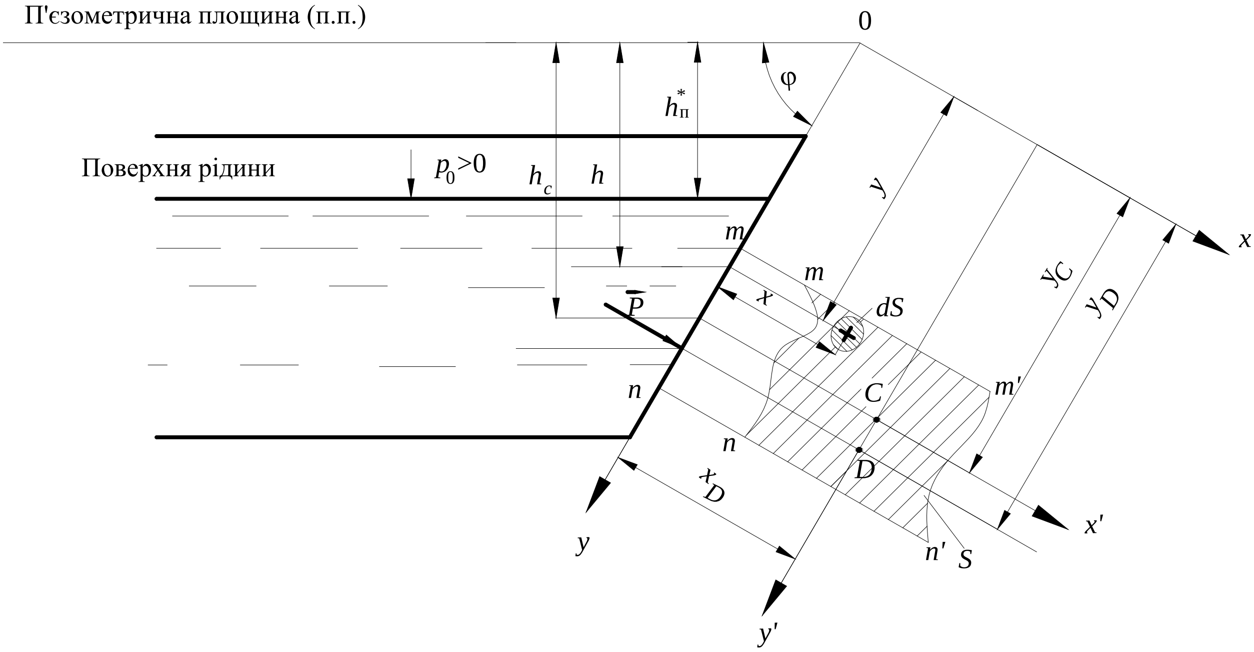


Рисунок 2.11 – Схема до визначення повної сили тиску рідини на плоску стінку

Визначимо силу P, що діє з боку рідини на деяку ділянку розглянутої стінки, обмежену довільним контуром, яка має площу, що дорівнює S.

Для зручності міркувань подумки повернемо бічну стінку ємності та поєднаємо її з площиною креслення.

Резервуар закритий, тобто розглядаємо найзагальніший випадок.

На поверхні рідини діє поверхневий надлишковий тиск $p_0 > 0$.

Замінимо поверхневий тиск p_0 впливом еквівалентного стовпа рідини. Висота цього стовпа визначається величиною $h_п^* = \dfrac{p_0}{\rho g}$, яка називається п'єзометричною висотою. Таким чином, поверхневий тиск із розгляду виключається і поверхня рідини переноситься на п'єзометричну площину (п.п.).

Введемо систему координат x, y. Початок координат «0» – знаходиться в точці перетину п.п. зі стінкою або її продовженням. Вісь «y» проходить вздовж похиленої стінки. Вісь «x» спрямована перпендикулярно вісі «y» (лінії стінки).

Виділимо в межах плоскої стінки ($mm'n'n$) нескінченно малу площадку dS, яка занурена в рідину на глибину h від п'єзометричної площини.

Виразимо елементарну силу надлишкового тиску, прикладену до нескінченно малій площадці dS: $dP = p \cdot dS$, де $p = h \cdot \rho \cdot g$. Звідси

$dP = h \cdot \rho \cdot g \cdot dS$. Виразимо h через y: $h = y \cdot \sin\varphi$. Отже, площадка dS відстоїть від вісі «x» на відстань y, а від вісі «y» – на відстань x.

Для визначення сили F, що діє на всю площу S, візьмемо інтеграл за площею

$$P = \int_S dF = \int_S \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin\varphi \cdot dS = \rho \cdot g \cdot \sin\varphi \int_S y \cdot dS .$$

Інтеграл $\int_S y \cdot dS$ представляє собою статичний момент площі S відносно вісі «$0x$». Статичний момент площі дорівнює добутку площі S на координату її центра ваги y_C. Позначимо «C» центр ваги стінки.

Звідси отримуємо:

$$P = \rho \cdot g \cdot \sin\varphi \int_S y \cdot dS = \rho \cdot g \cdot \sin\varphi \cdot S \cdot y_C = \rho \cdot g \cdot h_C \cdot S = p_C \cdot S .$$

Значення сили надлишкового тиску на плоску стінку дорівнює добутку площі стінки на величину надлишкового тиску в її центрі ваги.

Вектор сили $\vec{P}$ спрямований за нормаллю до стінки S, тобто $\vec{P} = \vec{n} \cdot F$.

Знайдемо положення центра тиску. ***Центр тиску*** (точка прикладання повної сили тиску рідини) позначається літерою «D», його координати x_D і y_D. Центр тиску завжди розташовується за центром ваги, рахуючи від вільної поверхні.

Координати точки прикладення сили надлишкового тиску (точки D) визначаються за формулами, наведеними нижче.

Координата y_D обчислюється за формулою:

$$y_D = y_C + \frac{I_{C_{x'}}}{y_C \cdot S},$$

де $I_{C_{x'}}$ – момент інерції площі змоченої поверхні стінки відносно центральної вісі x'. Момент інерції – геометрична характеристика плоского перерізу визначається за табл. 2.1.

У нашому випадку (рис. 2.11) центр тиску D лежить нижче за центр ваги C, відстань між ними дорівнює:

$$\Delta y = \frac{I_{C_{x'}}}{y_C \cdot S}.$$

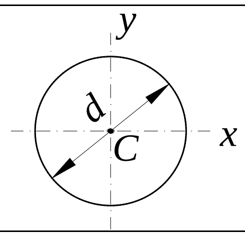
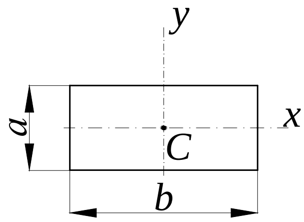
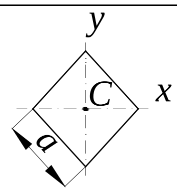
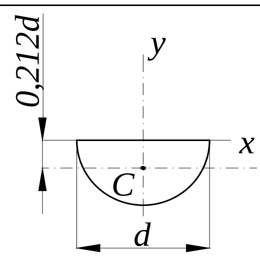
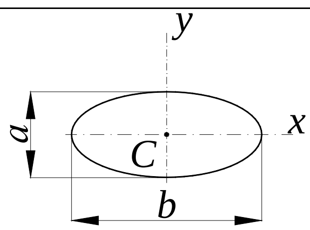
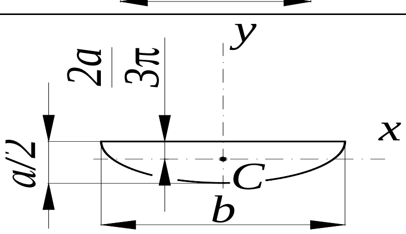
Координата x_D визначається за формулою:

$$x_D = x_C + \frac{I_{C_{x'y'}}}{y_C \cdot S},$$

де $I_{C_{x'y'}}$ – відцентровий момент інерції площі вісей x' та y'.

Для випадку, якщо фігура симетрична відносно вісі «y'», координата $x_D = x_C$.

Таблиця 2.1 – Формули для визначення площ і моментів інерції плоских фігур

№ п.п.	Назва фігури	Фігура та позначення	Формула площі	Формула моменту інерції
1	Коло		$\frac{\pi d^2}{4}$	$I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$
2	Прямокутник		ab	$I_x = \frac{ba^3}{12}$; $I_y = \frac{ab^3}{12}$
3	Квадрат		a^2	$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$
4	Напівколо		$\frac{\pi d^2}{8}$	$I_x \cong 0{,}11\left(\frac{d}{4}\right)^4$; $I_y = \frac{\pi d^4}{128}$
5	Еліпс		$\frac{\pi ab}{4}$	$I_x = \frac{\pi}{64} ba^3$; $I_y = \frac{\pi}{64} ab^3$
6	Напівеліпс		$\frac{\pi ab}{8}$	$I_x \cong 0{,}0069 ba^3$; $I_y \cong \frac{\pi}{128} ab^3$

2.8. Сили тиску на криволінійну стінку

Визначення сили тиску на криволінійні поверхні є складним завданням, оскільки знаходження сили тиску рідини на поверхні довільної форми зводиться до визначення трьох складових сумарної сили і трьох моментів: $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$.

Найчастіше на практиці розглядають циліндричні та сферичні ємності, що мають вертикальну площину симетрії. Сила тиску рідини в цьому випадку зводиться до рівнодіючої сили, що лежить у площині симетрії. У разі циліндричної поверхні $P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$.

Циліндричні поверхні за розташуванням їх у рідині поділяються на ввігнуті та опуклі (рис. 2.12).

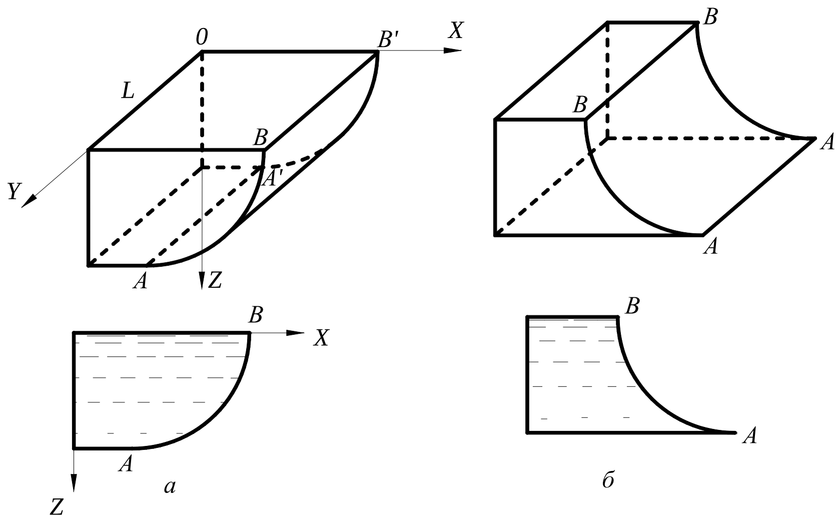


Рисунок 2.12 – Циліндричні поверхні:
а – ввігнута; *б* – опукла

Будемо розглядати тільки дію надлишкового гідростатичного тиску на стінку, тобто на поверхню рідини діє надлишковий тиск p_0.

Горизонтальна складова сили гідростатичного тиску $P_x = P_г$ на циліндричну поверхню дорівнює (рис. 2.13) силі тиску рідини на вертикальну проекцію цієї поверхні: $P_г = \rho \cdot g \cdot h_{C'} \cdot S_{BE}$, де $h_{C'}$ – відстань від п'єзометричної площини до центру ваги вертикальної проекції криволінійної поверхні; $S_{BE} = h_{BE} \cdot L$ – площа вертикальної проекції криволінійної поверхні; L – розмір бака, перпендикулярний площині креслення.

Вертикальна складова сили надлишкового тиску дорівнює вазі рідини в об'ємі тіла тиску: $P_z = P_в = \rho \cdot g \cdot W$. Об'єм W називається ***тілом тиску*** і представляє собою об'єм рідини, обмежений зверху рівнем п'єзометричної площини або її продовженням, знизу – криволінійною поверхнею стінки, змоченою рідиною, що розглядається, і з боків – вертикальними поверхнями, проведеними через границі стінки. Об'єм тіла тиску може "навантажувати" або "розвантажувати" криволінійну поверхню. Об'єм тіла тиску може бути дійсним (позитивним), якщо він утворений рідиною, і уявним (від'ємним), якщо він утворений повітрям. Знак тіла тиску визначає напрямок вертикальної складової $P_в$ (див. рис. 2.13).

Об'єму тіла тиску можна дати ще одне визначення: це об'єм, обмежений криволінійною кришкою, п'єзометричною площиною і вертикальною проєктувальною поверхнею, побудованою на контурі стінки.

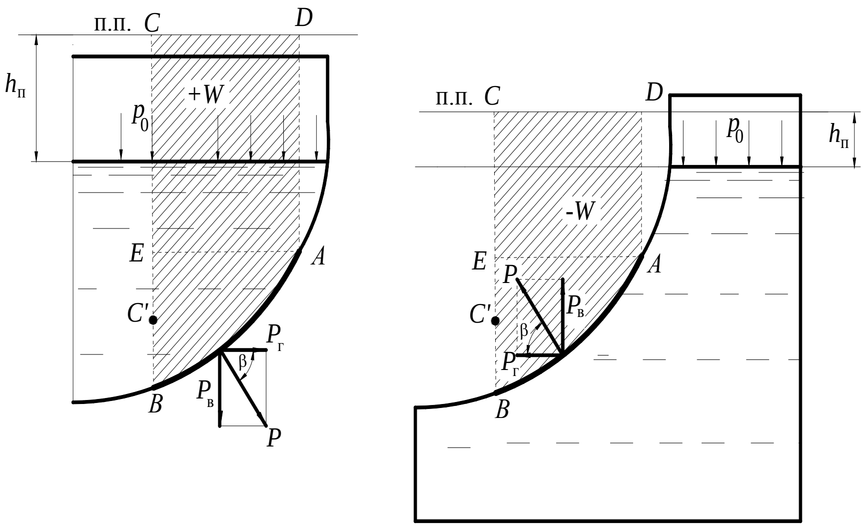


Рисунок 2.13 – До визначення об'єму тіла тиску

Повна сила тиску рідини визначається як рівнодійна сил $P_г$ та $P_в$: $P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2}$.

Кут β, складений рівнодійною P з горизонтом, визначається з умови: $tg\,\beta = \dfrac{P_в}{P_г}$.

Лінія дії рівнодійної сили P проходить через вісь циліндричної поверхні, і її кут нахилу до горизонту визначається кутом β.

2.9. Побудова епюри тиску

Графічне зображення зміни гідростатичного тиску вздовж плоскої стінки залежно від глибини називається діаграмою розподілу тиску або епюрою тиску.

Як слідує з основного рівняння гідростатики, тиск уздовж будь-якої вертикальної стінки змінюється за лінійним законом: $p = p_0 + \rho g h$.

Побудуємо епюру тиску для 3-х випадків надлишкового тиску на поверхні рідини (рис. 2.14).

Вважаємо, що на зовнішні сторони стінок бака діє атмосферний тиск.

Якщо манометричний тиск у точці на глибині h_1 дорівнює $p_1 = \rho g h_1$, а в точці на глибині h_2 дорівнює $p_2 = \rho g h_2$, то $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{h_1}{h_2}$.

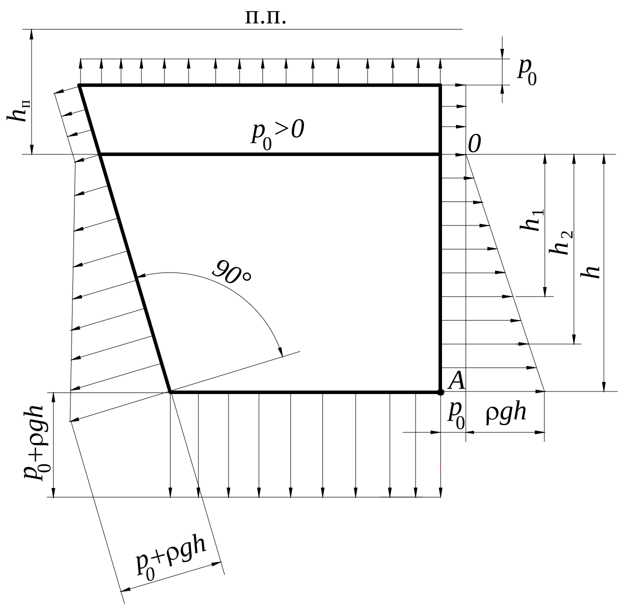
Тиск рідини завжди спрямований за внутрішньою нормаллю до площадки дії. Відклавши у відповідних точках перпендикуляри, що зображують у масштабі надлишковий тиск, і з'єднавши їхні кінці, можна одержати епюру манометричного тиску на цю стінку.

В якості двох вихідних точок для побудови лінійної графічної залежності зручніше взяти точку 0 на вільній поверхні, де надлишковий тиск дорівнює p_0, і точку A на дні бака, де надлишковий тиск дорівнює $p_A = p_0 + \rho g h$.

Епюра тиску будується з боку більшого тиску. Якщо п'єзометрична площина проходить вище за рідину або вільною поверхнею рідини, то епюра будується з боку води (для наочнішого зображення епюра показана із зовнішнього боку стінки) і штрихується у напрямку дії тиску. Кожен відрізок епюри гідростатичного тиску в масштабі зображує напрямок тиску в даній точці і його значення.

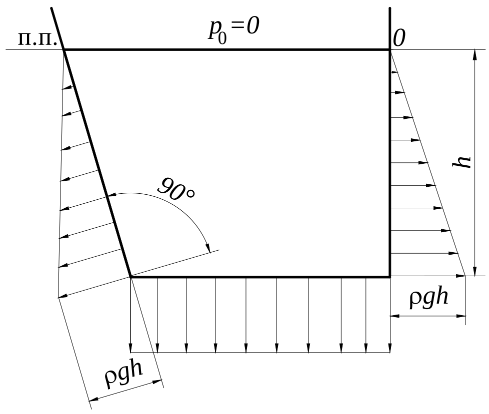
Якщо на якійсь ділянці стінки надлишковий тиск від'ємний, то на цій ділянці епюра будується із зовнішнього боку стінки.

1. На вільній поверхні рідини надлишковий тиск $p_0 > 0$ (рис. 2.14, *а*).



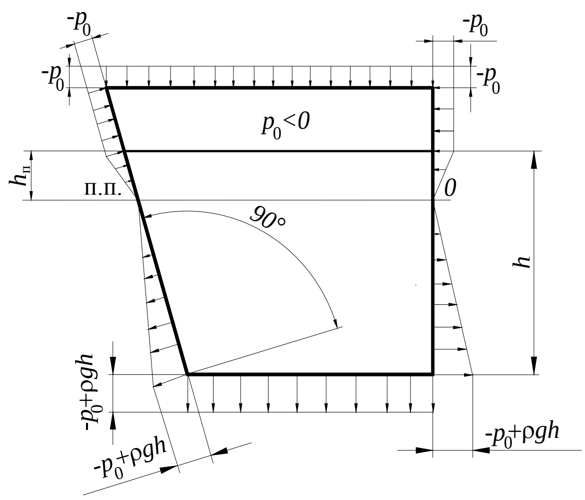
а

2. На вільній поверхні рідини надлишковий тиск $p_0 = 0$ (рис. 2.14, *б*).



б

3. На вільній поверхні рідини надлишковий тиск $p_0 < 0$ (рис. 2.14, *в*).



в

Рисунок 2.14 – Епюра тиску на плоскі стінки

2.10. Приклади розв'язання задач

Задача 2.

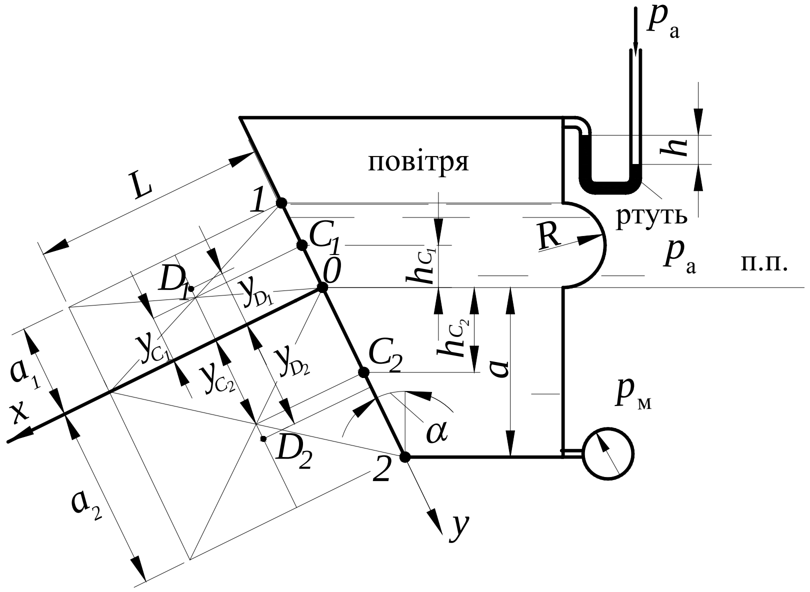


Рисунок до задачі 2

Визначити надлишковий і абсолютний тиск у точках 1 і 2, геометричний розмір *a*, а також силу надлишкового гідростатичного тиску на плоску похилу стінку 1–2. Визначити положення центру тиску. Ширина похиленої стінки *L* = 1 м.

Дано: $R = 1$ м; $h = 147$ мм рт. ст.; $p_м = 0{,}4$ ат; $\alpha = 30^о$.

Розв'язок

I. Визначаємо надлишковий і абсолютний тиск у точці 1:

$$p_{1над} = -\rho_{рт} g h = -13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}147 \approx -19620 \text{ Па} = -\,0{,}2 \text{ ат.}$$

$$p_{1абс} = p_{атм} - \left|p_{1над}\right| = 98100 - \left|19620\right| = 78480 \text{ Па.}$$

II. Визначаємо надлишковий і абсолютний тиск у точці 2:

$$p_{2над} = p_м = 0{,}4 \text{ат} = 98100 \cdot 0{,}4 = 39240 \text{ Па.}$$

$$p_{2абс} = p_{атм} + p_{2изб} = 98100 + 39240 = 137340 \text{ Па.}$$

III. Визначаємо *a*: $p_{2над} = p_{1над} + \rho g\left(a + 2R\right)$

$$a = \frac{p_{2над} - p_{1над} - \rho g 2R}{\rho g} = \frac{39240 - 19620 - 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 1}{1000 \cdot 9{,}81} = 4 \text{ м}.$$

IV. Визначаємо положення п'єзометричної площини:

$$h_{п} = \frac{p_{2над}}{\rho g} = \frac{39240}{1000 \cdot 9{,}81} = 4 \text{ м} .$$

V. Оскільки п'єзометрична площина перетинає похилу стінку, то шукатимемо силу надлишкового гідростатичного тиску на стінку 1–2 за частинами. Спочатку на стінку 1–0, потім на стінку 0–2, і, нарешті, визначимо результуючу силу.

Для похилої стінки 1–0:

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h_{C_1} \cdot S_1 ,$$

де $h_{C_1} = R = 1$ м – відстань від центру ваги стінки 1–0 до п'єзометричної площини (п.п.);

S_1 – площа стінки 1–0.

Визначаємо площу стінки 1–0: $S_1 = a_1 \cdot L$.

Розмір a_1 визначаємо:

$$a_1 = \frac{2R}{\cos\alpha} = \frac{2 \cdot 1}{\cos 30^{\circ}} = 2{,}31 \text{ м}; \; S_1 = 2{,}31 \cdot 1 = 2{,}31 \text{ м}^2 ;$$

$$F_1 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 1 \cdot 2{,}31 = 22661{,}1 \text{ Н}.$$

Для похилої стінки 0–2:

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot h_{C_2} \cdot S_2 ,$$

де $h_{C_2} = \frac{a}{2} = \frac{4}{2} = 2$ м – відстань від центру ваги стінки до п'єзометричної площини;

$S_2 = a_2 \cdot L$ – площа стінки 0–2, ширина якої $L = 1$ м.

$$a_2 = \frac{a}{\cos\alpha} = \frac{4}{\cos 30^{\circ}} = 4{,}62 \text{ м}; \; S_2 = 4{,}62 \cdot 1 = 4{,}62 \text{ м}^2 ;$$

$$F_2 = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 4{,}62 = 90644{,}4 \text{ Н}.$$

VI. Знаходимо положення центрів тисків для стінок 1–0 і 0–2.

Координата y_D обчислюється за формулою:

$$y_D = y_C + \frac{I_{C_{x'}}}{y_C \cdot S}.$$

Для стінки 1–0:

$$y_{D_1} = y_{C_1} + \frac{I_{C_{x'1}}}{y_{C_1} \cdot S_1};$$

$$y_{C_1} = \frac{h_{C1}}{\cos\alpha} = \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos 30^{\circ}} = 1{,}155 \text{ м}; \; I_{C_{x'1}} = \frac{a_1^3 \cdot L}{12} = \frac{2{,}31^3 \cdot 1}{12} = 1{,}0272 \text{ м}^4;$$

$$y_{D_1} = 1{,}155 + \frac{1{,}0272}{1{,}155 \cdot 2{,}31} = 1{,}54 \text{ м}.$$

Для стінки 0–2:

$$y_{D_2} = y_{C_2} + \frac{I_{C_{x'2}}}{y_{C_2} \cdot S_2};$$

$$y_{C_2} = \frac{h_{C_2}}{\cos\alpha} = \frac{a}{2\cos\alpha} = \frac{4}{2\cos 30^{\circ}} = 2{,}31 \text{м}; \; I_{C_{x'2}} = \frac{a_2^3 \cdot L}{12} = \frac{4{,}619^3 \cdot 1}{12} = 8{,}212 \text{ м}^4;$$

$$y_{D_2} = 2{,}31 + \frac{8{,}212}{2{,}31 \cdot 4{,}62} = 3{,}079 \text{м}.$$

VII. На стінках бака будуємо епюри надлишкового тиску.

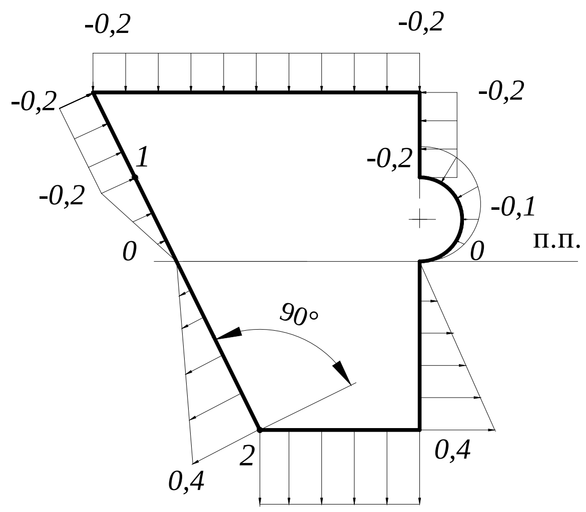


Рисунок до задачі 2 (надлишковий тиск показано в атмосферах)

VIII. Визначаємо результуючу силу надлишкового гідростатичного тиску. Для цього використовуємо рівняння моментів відносно точки *D*.

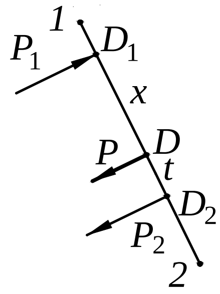


Рисунок до задачі 2

На рисунку показані сили P_1 і P_2, прикладені до похилої стінки 1–2 в точках D_1 і D_2. Знайдемо результуючу двох паралельних сил, спрямованих назустріч одна одній.

Відрізок $D_1D_2 = y_{D_1} + y_{D_2} = 1{,}54 + 3{,}079 = 4{,}619$ м.

Припустимо, що результуюча сила прикладена в точці *D*. Складемо рівняння моментів відносно припускаємого центру тиску *D*. Відрізок $t = D_1D_2 - x = 4{,}619 - x$.

$$P_1 \cdot x = P_2 \cdot t = P_2 \cdot (4{,}619 - x);$$

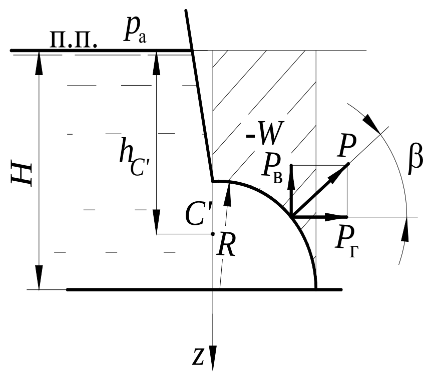
$$x = \frac{P_2(4{,}619 - x)}{P_1 + P_2} = \frac{90644{,}4 \cdot 4{,}619}{22661{,}1 + 90644{,}4} = 3{,}7 \text{ м};$$

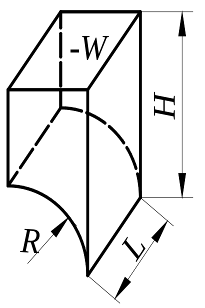
$$P = |P_2| - |P_1| = 90644{,}4 - 22661{,}1 = 67983{,}3 \text{ Н}.$$

Відповідь: $P = 67983{,}3$ Н.

Задача 3.

Визначити силу надлишкового гідростатичного тиску води на 1 м ширини нижньої циліндричної частини споруди (див. рис. до задачі 3), якщо $H = 1{,}5$ м; $R = 0{,}5$ м.





Об'єм тіла тиску

Рисунок до задачі 3

Розв'язок

Визначаємо горизонтальну складову сили надлишкового тиску на циліндричну поверхню:

$$P_г = \rho \cdot g \cdot h_{C'} \cdot S_{верт}.$$

Дана циліндрична поверхня проєктується на вертикальну площину як прямокутник зі сторонами *R* і *L*.

Тут $h_{C'}$ – відстань від п'єзометричної площини до центру ваги вертикальної проєкції циліндричної поверхні, $h_{C'} = H - \frac{R}{2}$;

$S_{верт}$ – площа вертикальної проєкції циліндричної поверхні, $S_{верт} = R \cdot L$.

$$P_г = \rho \cdot g \cdot \left(H - \frac{R}{2} \right) \cdot R \cdot L = 1000 \cdot 9{,}81 \left(1{,}5 - \frac{0{,}5}{2} \right) \cdot 0{,}5 \cdot 1 = 6131{,}3 \text{ Н.}$$

Визначаємо вертикальну складову сили надлишкового тиску на циліндричну поверхню:

$$P_в = \rho \cdot g \cdot W .$$

Визначаємо об'єм тіла тиску (див. п. 2.8). На рисунку до задачі 3 показано переріз об'єму тіла тиску і сам об'єм.

$$W = HRL - \frac{1}{4}\pi R^2 L ;$$

$$P_в = \rho \cdot g \cdot \left(HRL - \frac{1}{4}\pi R^2 L \right) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \left(1{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 \right) = 5432{,}3 \text{ Н.}$$

Визначаємо повну силу надлишкового гідростатичного тиску води на циліндричну поверхню:

$$P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2} = \sqrt{6131{,}3^2 + 5432{,}3^2} = 8191{,}6 \text{ Н.}$$

Кут β, складений рівнодійною P з горизонтом, визначається з умови:

$$\text{tg}\,\beta = \frac{P_в}{P_г} = \frac{5432{,}3}{6131{,}3} = 0{,}88;\ \beta = 41{,}5^\circ .$$

Відповідь: $P = 8191{,}6$ Н; $\beta = 41{,}5^\circ$.

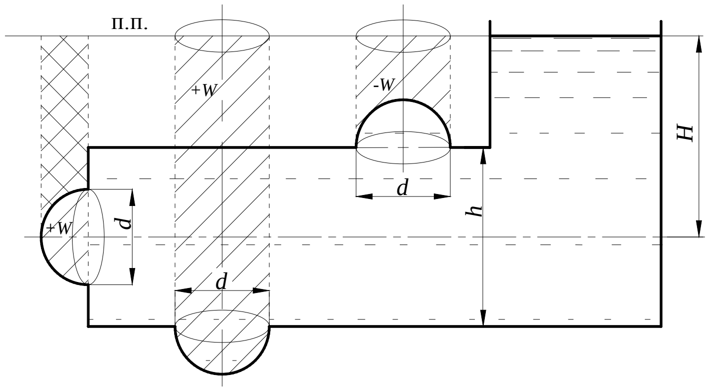


Рисунок до задачі 4

Задача 4.

Визначити повну силу надлишкового тиску води на кожну з напівсферичних кришок люків, що закривають отвори діаметром d = 0,5 м, якщо h = 1,5 м, а глибина занурення центру камери від вільної поверхні води H = 2,5 м.

Розв'язок

1. Повна сила надлишкового тиску води на ***нижню кришку*** дорівнює своїй вертикальній складовій, тобто вазі води в об'ємі тіла тиску, Н:

$$P_{z_1} = \rho g W_1,$$

$$P_{z_1} = \rho g\left(\frac{\pi d^2}{4}\left(\frac{h}{2}+H\right)+\frac{\pi d^3}{12}\right) = 1000\cdot 9{,}81\left(\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^2}{4}\left(\frac{1{,}5}{2}+2{,}5\right)+\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^3}{12}\right) = 6577{,}7.$$

Горизонтальна складова дорівнює нулю, оскільки на праву і ліву половину кришки діють однакові, але протилежно спрямовані сили тиску $P_{\text{г}_1} = 0$.

2. Повна сила надлишкового тиску води на ***верхню кришку*** також дорівнює своїй вертикальній складовій, тобто вазі води в об'ємі тіла тиску, Н:

$$P_{z_2} = \rho g W_2,$$

$$P_{z_2} = \rho g\left(\frac{\pi d^2}{4}\left(H-\frac{h}{2}\right)-\frac{\pi d^3}{12}\right) = 1000\cdot 9{,}81\left(\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^2}{4}\left(2{,}5-\frac{1{,}5}{2}\right)-\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^3}{12}\right) = 3041{,}1.$$

Горизонтальна складова дорівнює нулю, оскільки на праву і ліву половину кришки діють однакові, але протилежно спрямовані сили тиску $P_{\text{г}_2} = 0$.

3. Горизонтальна складова сили надлишкового тиску води на бокову кришку, Н:

$$P_{\text{г}_3} = \rho g h_{C_z} S_z = \rho g H\frac{\pi d^2}{4} = 1000\cdot 9{,}81\cdot 2{,}5\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^2}{4} = 4806{,}9.$$

Вертикальна складова повної сили надлишкового тиску води на бокову кришку дорівнює різниці сил тиску, що діють на верхню і нижню половину кришки. Об'єм тіла тиску дорівнює, в даному випадку, об'єму півсфери.

$$P_{\text{в}_3} = \rho g\left(W' - W''\right) = \rho g\frac{\pi d^3}{12} = 1000\cdot 9{,}81\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}5^3}{12} = 320{,}9\ \text{Н}.$$

Повна сила надлишкового тиску на бокову стінку, Н:

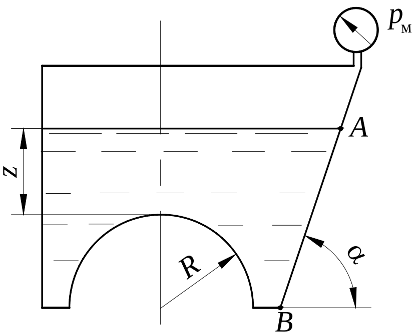
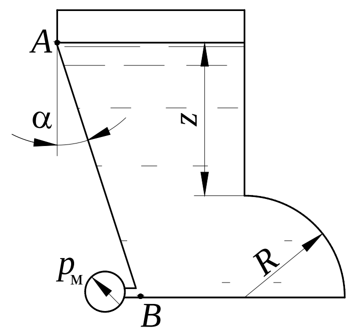
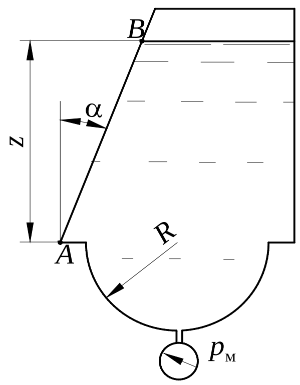
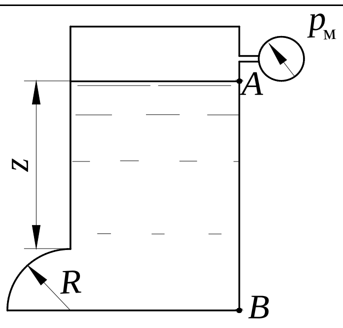
$$P_3 = \sqrt{P_{\text{г}_3}^2 + P_{\text{в}_3}^2} = \sqrt{4806{,}9^2 + 320{,}9^2} = 4816{,}7.$$

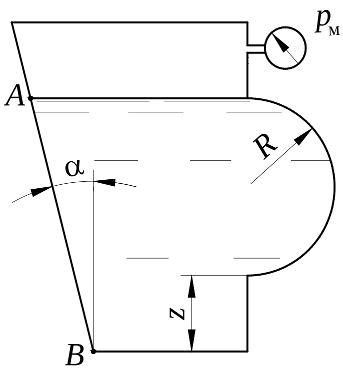
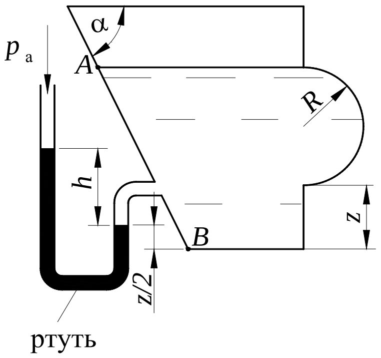
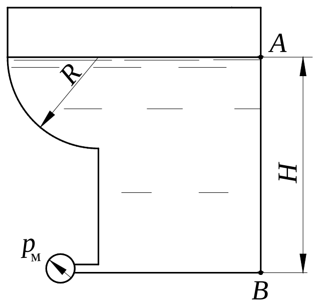
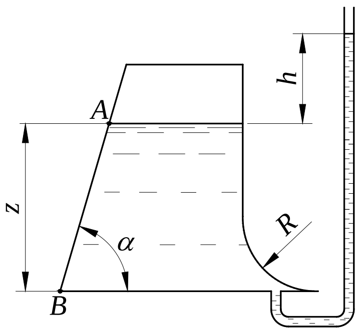
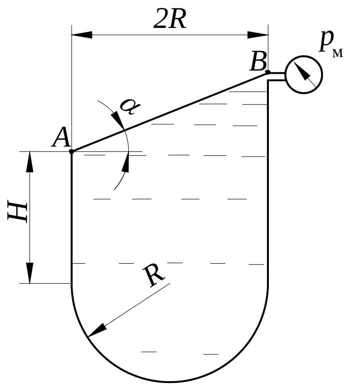
Напрямок повної сили надлишкового тиску визначається кутом β:

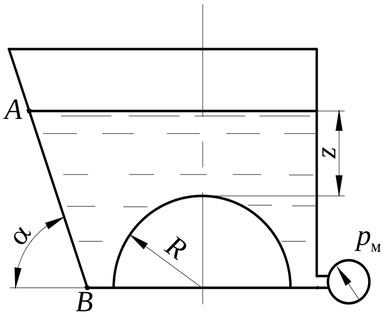
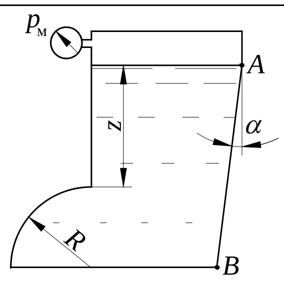
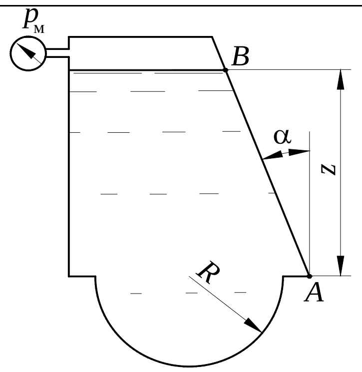
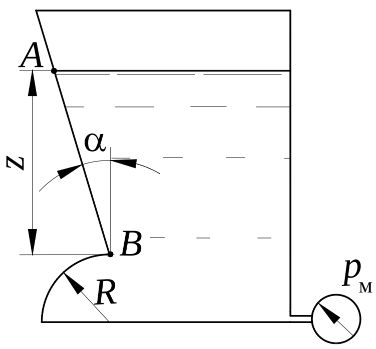
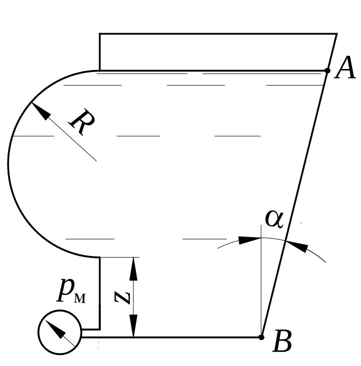
$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{P_{\text{в}_3}}{P_{\text{г}_3}} = \frac{320{,}9}{4806{,}9} = 0{,}067\,;\ \beta = 4^{\circ}.$$

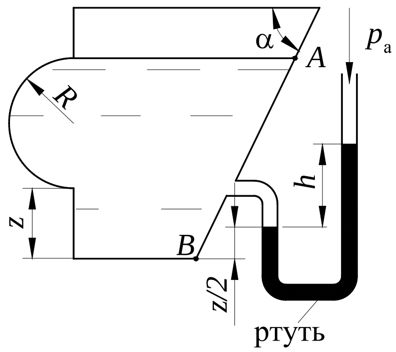
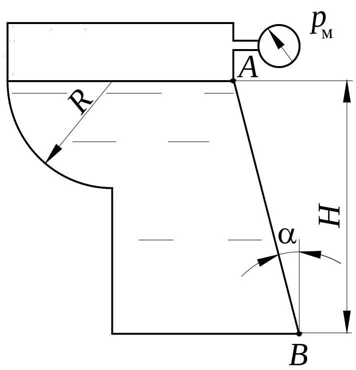
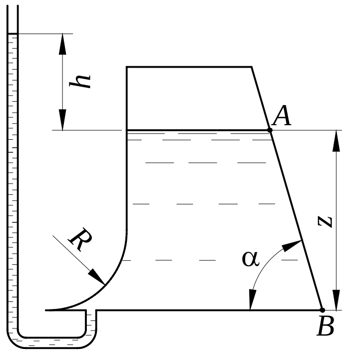
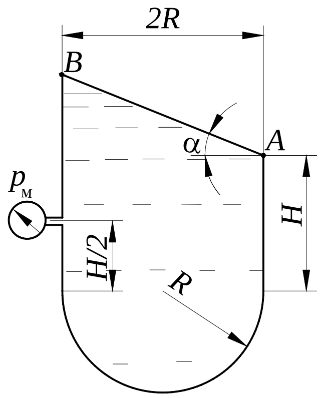
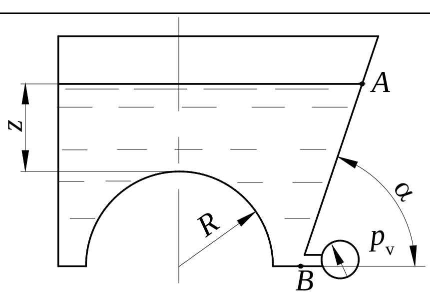
Відповідь: $P_{\text{в}_1} = 6577{,}7$ Н; $P_{\text{в}_2} = 3041{,}1$ Н; $P_3 = 4816{,}7$ Н; $\beta = 4^{\circ}$.

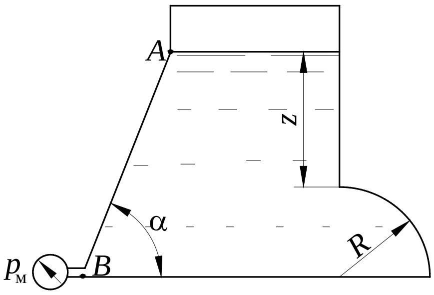
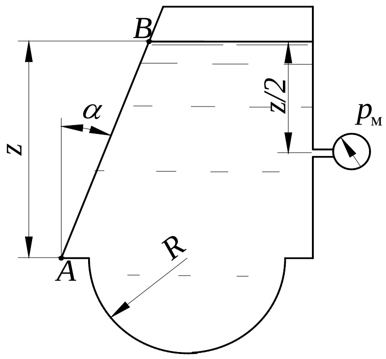
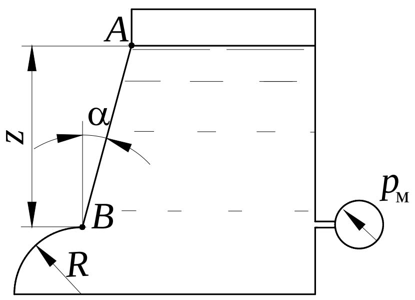
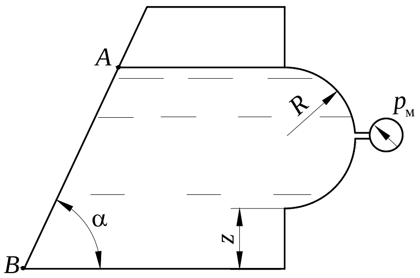
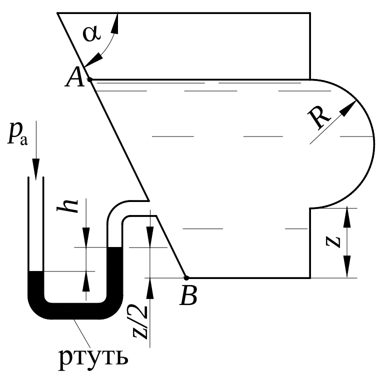
2.11. Варіанти завдань для самостійного розв'язання

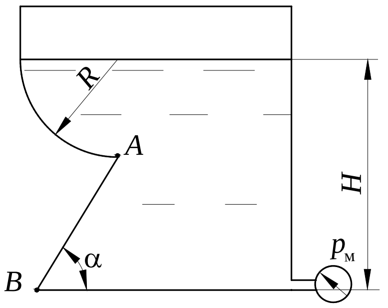
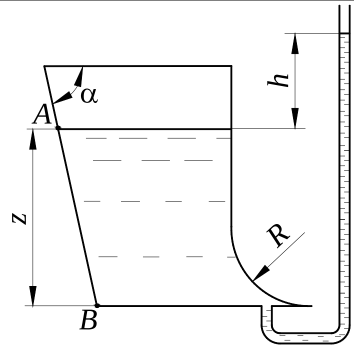
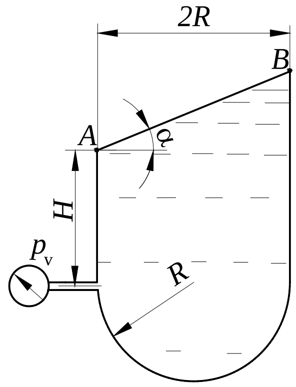
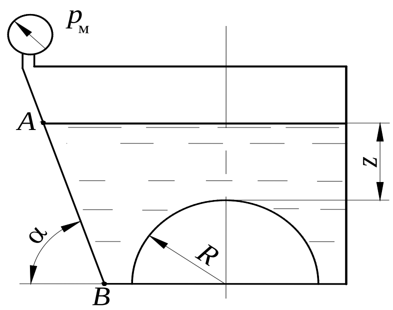
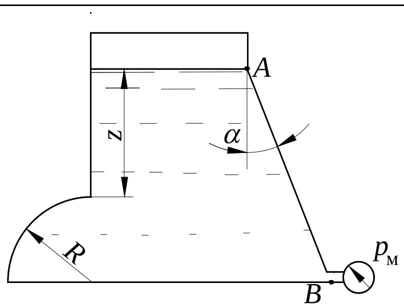
1		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,1 ат; R = 2 м; z = 1 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.
2		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0 ат; R = 3 м; z = 2 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.
3		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,4 ат; R = 1 м; z = 3 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.
4		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,2 ат; R = 1 м; z = 2 м. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.

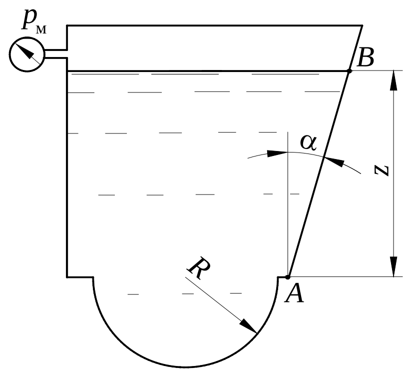
5		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,6 ат; R = 1 м; z = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.
6		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: R = 1 м; z = 2 м; h = 441 мм рт. ст.; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.
7		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,9 ат; R = 1 м; H = 5 м. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.
8		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: h = 0 м; R = 2 м; z = 5 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.
9		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,5 ат; R = 2 м; H = 5 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.

10		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,8 ат; *r* = 2 м; *a* = 2 м; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 4 м.
11		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,4 ат; *R* = 1 м; *z* = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.
12		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,6 ат; *R* = 1 м; *z* = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.
13		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,6 ат; *R* = 1 м; *z* = 3 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.
14		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,5 ат; *R* = 1 м; *z* = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.

<table>
<tr><td>15</td><td>
</td><td>Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку AB, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню.
Вихідні дані: R = 2 м; z = 2 м; h = 500 мм рт. ст.; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 4 м.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>
</td><td>Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку AB, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню.
Вихідні дані: $p_м$ = 0,2 ат; R = 1 м; H = 4 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.</td></tr>
<tr><td>17</td><td>
</td><td>Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку AB, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню.
Вихідні дані: h = 5 м; R = 2 м; z = 4 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.</td></tr>
<tr><td>18</td><td>
</td><td>Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку AB, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню.
Вихідні дані: $p_м$ = 0,7 ат; R = 1 м; H = 3 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.</td></tr>
<tr><td>19</td><td>
</td><td>Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку AB, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню.
Вихідні дані: p_v = 0,1 ат; R = 1 м; z = 2 м; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 2 м.</td></tr>
</table>

20		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,6 ат; *R* = 2 м; *z* = 2 м; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
21		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,5 ат; *R* = 2 м; *z* = 4 м; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.
22		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,3 ат; *R* = 1 м; *z* = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
23		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,5 ат; *R* = 1 м; *z* = 2 м; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
24		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: *R* = 0,5 м; *z* = 2 м; *h* = 225 мм рт. ст.; α = 60°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.

25		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,4 ат; *R* = 1 м; *H* = 4 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 3 м.
26		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: *R* = 1 м; *z* = 8 м; *h* = 1 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
27		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: p_{v} = 0,2 ат; *R* = 1 м; *H* = 2 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
28		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на сферичну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,4 ат; *R* = 1 м; *z* = 3 м; α = 45°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 2 м.
29		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_{\text{м}}$ = 0,8 ат; *R* = 3 м; *z* = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, *L* = 1 м.

30		Визначити силу тиску, що діє на плоску стінку *AB*, і положення центру тиску. Визначити силу тиску, що діє на циліндричну поверхню. Вихідні дані: $p_м$ = 0,4 ат; R = 1 м; z = 2 м; α = 30°. Рідина – вода. Розмір резервуара, перпендикулярний площині креслення, L = 1 м.

Контрольні питання

1. Які сили діють у рідині, що перебуває у спокої?

2. Що таке гідростатичний тиск, його основні властивості та одиниці вимірювання?

3. Напишіть основне рівняння гідростатики.

4. Який тиск називається абсолютним, манометричним, вакуумом?

5. Яке граничне значення вакууму?

6. Назвіть прилади для вимірювання тиску.

7. Як визначити силу тиску рідини на плоску поверхню?

8. Що таке центр тиску?

9. Чим відрізняються епюри тиску в разі манометричного тиску та в разі вакууму?

10. Як визначити силу тиску рідини на криволінійну поверхню?

РОЗДІЛ 3. **ГІДРОДИНАМІКА**

3.1. Класифікація руху рідини

Гідродинамікою називається розділ гідравліки, що вивчає рух рідини, а також взаємодію між рідиною і твердими тілами під час їхнього відносного руху.

Кінематика розглядає види і форми руху рідини без урахування сил, під дією яких відбувається рух.

Динаміка вивчає закони руху рідини залежно від діючих сил. У гідродинаміці так само, як і в гідростатиці, розглядають дві моделі рідини: ***ідеальну*** (абсолютно нестисливу і нев'язку) і ***реальну*** рідину. Під час вивчення приймається, що рідина є суцільним середовищем, тому гідродинаміку можна вважати розділом механіки суцільних середовищ.

Течія рідини може бути сталою і несталою. ***Усталеною*** називається течія, за якої тиск і швидкість у будь-якій точці потоку не змінюються з перебігом часу:

$$p = f_1(x, y, z);\ \vec{V} = f_2(x, y, z);\ \frac{\partial p}{\partial t} = 0;\ \frac{\partial V_x}{\partial t} = 0;\ \frac{\partial V_y}{\partial t} = 0;\ \frac{\partial V_z}{\partial t} = 0.$$

Несталою називається течія рідини, за якої тиск і швидкість у кожній даній точці потоку змінюються в часі, тобто є функціями не тільки координат, а й часу:

$$p = f_1(x, y, z, t);\ \vec{V} = f_2(x, y, z, t).$$

Прикладом несталого руху є швидке спорожнення ємності, рух у всмоктувальній або напірній трубі поршневого насоса.

Розрізняють напірні та безнапірні потоки. ***Напірною*** називають течію в закритих руслах без вільної поверхні, а ***безнапірною*** – течію з вільною поверхнею.

За напірної течії тиск уздовж потоку зазвичай змінний, за безнапірної – постійний (на вільній поверхні) і найчастіше атмосферний.

Приклади: напірна течія – у трубопроводах, гідромашинах; безнапірна – у річках, каналах.

3.2. Основні поняття кінематики. Елементарна струминка та її властивості. Струменева модель течії

Рідина складається з нескінченно великої кількості частинок, які під час розгляду рівнянь руху фізично уявляються як дуже мала маса рідини, що займає відповідно малий об'єм.

Під часткою в гідродинаміці розуміють умовно виділений об'єм рідини, настільки малий, що зміною його форми можна знехтувати.

Частинки рідини під час руху характеризуються густиною ρ, місцевою швидкістю $\vec{V} = f_2(x, y, z, t)$, гідродинамічним тиском $p = f_1(x, y, z, t)$. Густина рідини приймається постійною ρ = const.

Для вивчення закономірностей руху потоку рідини введемо деякі додаткові поняття.

Траєкторія – слід руху окремої частинки рідини в просторі. За усталеного руху форма траєкторії не змінюється в часі. У разі несталого руху форма траєкторії безперервно змінюється в часі.

Для розгляду картини течії, що виникає в кожен даний момент часу, вводиться поняття ***"лінії струму"***.

Лінією струму називається крива, у кожній точці якої вектор швидкості в даний момент спрямований за дотичною (рис. 3.1).

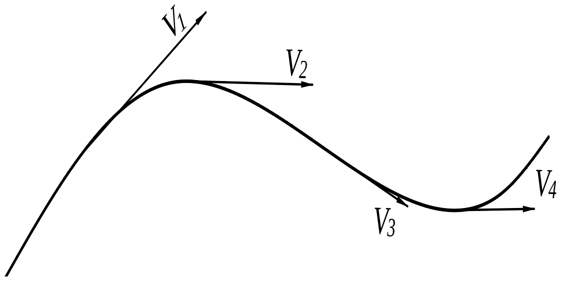


Рисунок 3.1 – Лінія струму

Отже, лінія струму відображає миттєву картину руху в різних точках.

За сталої течії лінії струму збігаються з траєкторією частинки й не змінюють своєї форми з перебігом часу.

Трубка струму (поверхня струму), рис. 3.2. Якщо в рухомій рідині виділити нескінченно малий замкнутий контур і через усі його точки провести лінії струму, то утвориться трубчаста поверхня, звана трубкою струму, або поверхнею струму.

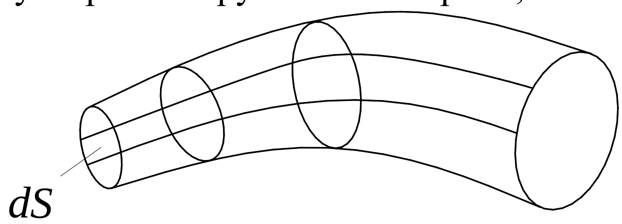


Рисунок 3.2 – Трубка струму

Частина потоку, замкнена всередині трубки струму, називається ***елементарною струминкою.***

Під час усталеного руху елементарна струминка має такі властивості:

- її форма незмінна з перебігом часу;
- перетікання рідини через бокову поверхню елементарної струминки неможливе, оскільки під час сталого руху лінії струму збігаються з траєкторіями частинок, а бокова поверхня струминки утворена лініями струму, тобто струминка непроникна;
- зважаючи на малу площу поперечного перерізу елементарної струминки можна вважати, що в усіх точках цього поперечного перерізу швидкості руху однакові ($V = \mathrm{const}$).

Форма, площа поперечного перерізу елементарної струминки і швидкості в різних поперечних перерізах струминки можуть змінюватися.

Витрата елементарної струминки – об'єм рідини, що проходить через живий переріз струминки за одиницю часу.

3.3. Гідравлічні характеристики потоку. Витрата і середня швидкість

Живим перерізом потоку (або просто перерізом потоку) називається поперечний переріз, проведений нормально до ліній струму.

Форми живих перерізів представлені на рис. 3.3.

Живий переріз характеризується: площею S, змоченим периметром χ і гідравлічним радіусом $R_г$.

Змоченим периметром χ називається лінія, якою рідина стикається з поверхнями русла в даному живому перерізі.

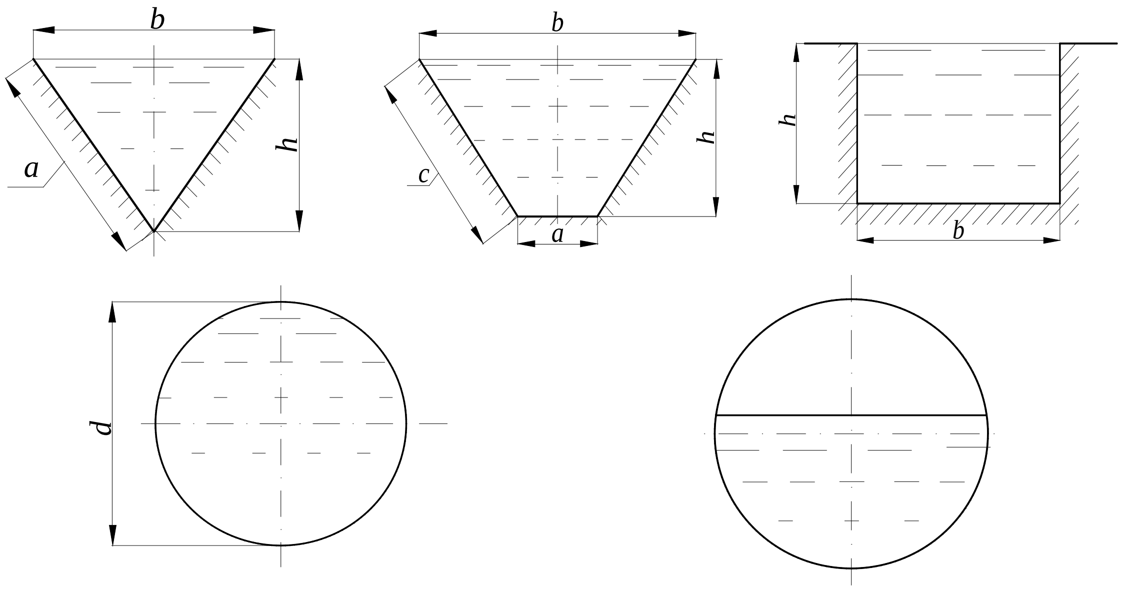


Рисунок 3.3 – Форми живих перерізів

Гідравлічним радіусом $R_г$ називається досить важлива характеристика живого перерізу, що являє собою відношення площі живого перерізу S до змоченого периметра χ:

$$R_г = S/\chi .$$

Витратою називається кількість рідини, що проходить через живий переріз потоку (струминки) за одиницю часу.

Об'ємна витрата позначається літерою Q і має розмірність: м^3/с, л/хв, м^3/год.

Масова витрата позначається літерою M і має розмірність: кг/с, кг/хв, т/год.

$$M = \rho \cdot Q .$$

Для елементарної струминки, що має нескінченно малі площі живих перерізів, можна вважати істинну швидкість V однаковою в усіх точках перерізу, отже, витрата для елементарної струминки $dQ = V \cdot dS$; $dM = \rho \cdot dQ = \rho \cdot V \cdot dS$. Для потоку кінцевих розмірів швидкість має різні значення в різних точках перерізу, тому витрату треба визначати як суму витрат елементарних струминок:

$$Q = \int_S dQ = \int_S V \cdot dS .$$

В інженерних розрахунках вводять середню за перерізом швидкість:

$$V_{сер} = \frac{Q}{S},$$

звідки $Q = V_{сер} \cdot S$.

3.4. Рівняння нерозривності (витрати)

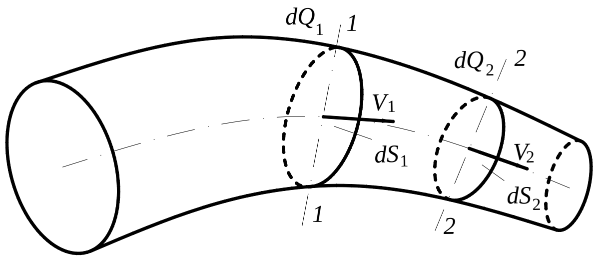


Рисунок 3.4 – До виведення рівняння нерозривності

Спираючись на закон збереження речовини, на припущення про суцільність (нерозривність) потоку і на властивість непроникності трубки струму, можна стверджувати, що для усталеного руху нестисливої рідини об'ємна витрата в усіх перерізах елементарної струминки однакова (рис. 3.4) $dQ_1 = dQ_2 = \text{const}$ або $V_1 \cdot dS_1 = V_2 \cdot dS_2 = \text{const}$.

Для потоку реальної в'язкої рідини вводиться поняття "середньої швидкості за перерізом".

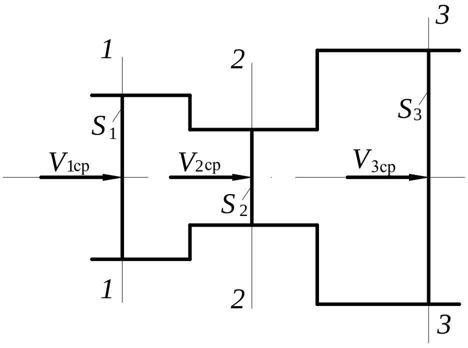


Рисунок 3.5 – До виведення рівняння витрати для потоку в'язкої рідини

Рівняння нерозривності (витрати) для потоку: $Q = V_{1\text{сер}} \cdot S_1 = V_{2\text{сер}} \cdot S_2 = \text{const}$, тобто $Q = \text{const}$ (рис. 3.5).

Наслідок із рівняння витрати: швидкості обернено пропорційні площам живих перерізів $\dfrac{V_{1\text{сер}}}{V_{2\text{сер}}} = \dfrac{S_2}{S_1}$, якщо ρ = const. Це рівняння виражає закон збереження маси.

Оскільки в інженерній практиці найчастіше використовують труби круглого перерізу, то наслідок із рівняння витрати можна записати через відношення квадратів діаметрів труб $\dfrac{V_{1\text{сер}}}{V_{2\text{сер}}} = \dfrac{d_2^2}{d_1^2}$.

3.5. Рівняння Бернуллі

3.5.1. Рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини

Рівняння Данила Бернуллі, отримане в 1738 р., є фундаментальним рівнянням гідродинаміки. Поява цього рівняння стала найважливішим етапом у розвитку гідравліки як самостійної науки.

Рівняння Бернуллі застосовують для розв'язання багатьох теоретичних і практичних задач під час розрахунків трубопроводів, насосних установок, гідротурбін. Воно лежить в основі принципу розрахунку різних вимірювальних приладів, зокрема, приладів для вимірювання швидкісного напору і витрати рідини.

Рівняння Бернуллі встановлює зв'язок між швидкістю руху, тиском і геометричним положенням будь-якої точки потоку ($V,\ p,\ z$).

Розглянемо сталу течію елементарної струминки ідеальної рідини, що перебуває під дією лише однієї масової сили – сили тяжіння (рис. 3.6).

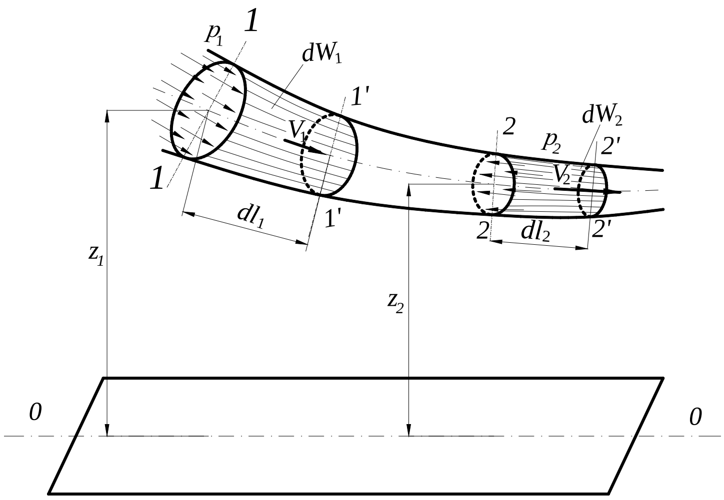


Рисунок 3.6 – До виведення рівняння Бернуллі

Розглянемо ділянку струминки між плоскими, нормальними до вісі струминки перерізами 1–1 і 2–2.

Переріз 1–1

V_1 – швидкість; p_1 – тиск; S_1 – площа; z_1 – висота розташування центру ваги перерізу від довільної горизонтальної площини порівняння.

Переріз 2–2

V_2, p_2, S_2, z_2.

За нескінченно малий відрізок часу dt виділена ділянка струминки переміститься в положення 1'–2', при цьому переріз 1–1 переміститься на dl_1, а переріз 2–2 – на dl_2. $dl_1 = V_1 \cdot dt$; $dl_2 = V_2 \cdot dt$. Маючи на увазі малість ділянок dl_1 і dl_2, можна вважати відповідні їм об'єми циліндричними: $dW_1 = S_1 \cdot dl_1 = S_1 \cdot V_1 \cdot dt$; $dW_2 = S_2 \cdot dl_2 = S_2 \cdot V_2 \cdot dt$. Знайдемо зміну енергії об'єму струминки під час його переміщення. Застосуємо теорему механіки: приріст повної енергії тіла дорівнює сумі робіт усіх сил, що діють на нього $\Delta E = L$.

Енергія елементарної струминки змінюється. Щоб підрахувати приріст енергії струминки за час dt, необхідно з енергії об'єму 1'–2' відняти енергію об'єму струминки між перерізами 1–2. При відніманні енергія проміжного об'єму струминки між перерізами 1'–2 скоротиться і залишиться лише різниця енергій об'ємів $2-2'$ и $1-1'$. Про зміну енергії елементарної струминки за час dt можна судити за зміною енергії об'ємів dW_2 і dW_1.

З огляду на те, що рідина нестислива, під час усталеного руху за умовою нерозривності: $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$.

Маса рідини dm_1 в об'ємі dW_1 дорівнює $dm_1 = \rho \cdot dW_1$, а в об'ємі dW_2 – $dm_2 = \rho \cdot dW_2$.

Визначаємо потенційну та кінетичну енергію маси рідини в об'ємі dW_1:

$$E_{z_1} = dm_1 \cdot g \cdot z_1 = \rho \cdot dW_1 \cdot g \cdot z_1 = \rho \cdot S_1 \cdot V_1 \cdot dt \cdot g \cdot z_1;$$

$$E_{V_1} = \frac{dm_1 \cdot V_1^2}{2} = \frac{\rho \cdot dW_1 \cdot V_1^2}{2} = \frac{\rho \cdot S_1 \cdot V_1 \cdot dt \cdot V_1^2}{2}.$$

Аналогічно визначаємо потенційну та кінетичну енергію для маси dm_2 в об'ємі dV_2:

$$E_{z_2} = dm_2 \cdot g \cdot z_2 = \rho \cdot S_2 \cdot V_2 \cdot dt \cdot g \cdot z_2.$$

$$E_{V_2}=\frac{dm_2\cdot V_2^2}{2}=\frac{\rho\cdot dW_2\cdot V_2^2}{2}=\frac{\rho\cdot S_2\cdot V_2\cdot dt\cdot V_2^2}{2}.$$

Зміна кінетичної та потенційної енергії струминки дорівнює:

$$\Delta E=\left(E_{z_2}-E_{z_1}\right)+\left(E_{V_2}-E_{V_1}\right),\text{ т.к. } V_1\cdot S_1=V_2\cdot S_2,\text{ то } dm_1=dm_2=\rho\cdot S\cdot V\cdot dt$$

(індекси при швидкостях і перерізах можна опустити). Тоді

$$\Delta E=\rho\cdot V\cdot S\cdot dt\cdot g\left(z_2-z_1\right)+\frac{\rho\cdot V\cdot S\cdot dt}{2}\left(V_2^2-V_1^2\right).$$

Визначимо роботу сил тиску. Робота сил тиску в першому перерізі позитивна, тобто напрямок сили тиску збігається з напрямком переміщення, у 2-му перерізі робота сил тиску від'ємна, тому що напрямок сили протилежний напрямку переміщення.

Отже, робота сил тиску дорівнюватиме:

$$L=p_1\cdot S_1\cdot dl_1-p_2\cdot S_2\cdot dl_2=p_1\cdot S_1\cdot V_1\cdot dt-p_2\cdot S_2\cdot V_2\cdot dt.$$

Оскільки $S_1\cdot V_1\cdot dt=S_2\cdot V_2\cdot dt=S\cdot V\cdot dt$, то $L=S\cdot V\cdot dt(p_1-p_2)$.

Згідно з теоремою механіки $\Delta E=L$.

$$\rho\cdot V\cdot S\cdot dt\cdot g\cdot\left(z_2-z_1\right)+\frac{\rho\cdot V\cdot S\cdot dt}{2}\cdot\left(V_2^2-V_1^2\right)=S\cdot V\cdot dt\left(p_1-p_2\right)$$

Розділимо обидві частини рівняння на вагу рідини, тобто $G=dm\cdot g=\rho\cdot V\cdot S\cdot dt\cdot g$, остаточно маємо:

$$z_2-z_1+\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}=\frac{p_1}{\rho g}-\frac{p_2}{\rho g}.$$

Перегрупуємо $z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}=z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}$.

Рівняння отримано для довільних перерізів струминки 1–1 і 2–2, тому воно справедливе для будь-якого перерізу.

$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}=\text{const}$ – рівняння Бернуллі для елементарної струминки ідеальної рідини.

Усі три члени рівняння мають лінійну розмірність.

З енергетичної точки зору рівняння Бернуллі виражає закон збереження питомої енергії в рідині. Кожен член виражає питому енергію рідини.

Питома енергія (e) – це енергія, віднесена до одиниці сили тяжіння рідини, що рухається.

$$e = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \text{const}.$$

1. Величина z (м) – питома потенційна енергія положення відносно площини порівняння.

2. Величина $\frac{V^2}{2g}$ – питома кінетична енергія; $e_{\text{кін}} = \frac{m \cdot V^2}{2mg} = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}\right)$.

3. Величина $\frac{p}{\rho g}$ – питома потенційна енергія тиску.

Якщо тіло (рідина) займає об'єм W і знаходиться під тиском p, то його маса має потенційну енергію тиску:

$$\left(E_{\text{тиск}} = pW = p\frac{m}{\rho}\right);\ e_{\text{тиск}} = \frac{p \cdot m}{\rho \cdot m \cdot g} = \frac{p}{\rho g}\left(\frac{\text{Н}/\text{м}^2}{\text{кг}/\text{м}^3 \cdot \text{м}/\text{с}^2} = \text{м}\right).$$

Енергетичний сенс – при сталому русі сума питомої потенційної та кінетичної енергії є величиною постійною вздовж елементарної струминки (рис. 3.7).

$z + \frac{p}{\rho g}$ – повна питома потенційна енергія;

$\frac{V^2}{2g}$ – питома кінетична енергія.

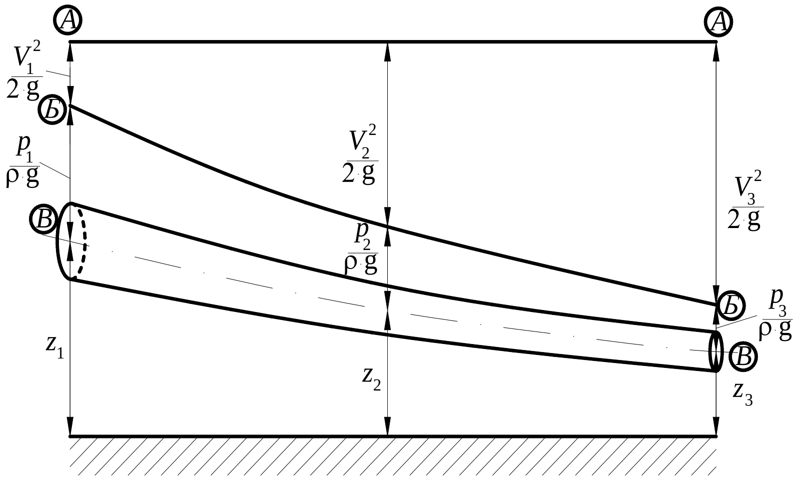


Рисунок 3.7 – До виведення рівняння Бернуллі

У гідравліці широко застосовується термін ***напір H***, під яким розуміють енергію, віднесену до одиниці ваги рідини, тобто питому енергію.

Напір вимірюється в метрах, що дає можливість дати геометричну інтерпретацію рівняння Бернуллі.

z – геометричний напір, характеризує положення центру ваги відповідного перерізу над умовно обраною площиною порівняння.

Лінія $B-B$ характеризує зміну геометричного напору вздовж струминки.

$\frac{p}{\rho g}$ – п'єзометричний напір (п'єзометрична висота), показує, на яку висоту піднімається рідина в п'єзометрі під дією гідродинамічного тиску. Відрізки $\frac{p}{\rho g}$ відкладають від центрів ваги перерізів вгору по вертикалі від *В* до *Б*.

Лінія *Б–Б* характеризує зміну тиску по довжині струминки і називається п'єзометричною лінією. Геометричне місце точок верхніх кінців відрізків – сума $\left(z+\frac{p}{\rho g}\right)$ називається ***п'єзометричною лінією***.

$z+\frac{p}{\rho g}$ – ***гідростатичний*** або ***потенційний напір***.

$\frac{V^2}{2g}$ – ***швидкісний (кінетичний) напір***, він показує, на яку висоту може піднятися рідина за рахунок кінетичної енергії. Відкладаємо відрізок $\frac{V^2}{2g}$ по вертикалі вгору від *Б* до *А*.

$H = z+\frac{p}{\rho g}+\frac{V^2}{2g}=\text{const}$ – ***гідродинамічний*** або ***повний напір***.

Геометричний сенс – при сталому русі ідеальної рідини сума 3-х висот: геометричної z; п'єзометричної $\frac{p}{\rho g}$ і швидкісної $\frac{V^2}{2g}$ уздовж струминки є величина постійна.

Отже, лінія *А–А* – напірна лінія має бути паралельна площині порівняння. Кожна точка напірної лінії відповідає повному напору *Н* у відповідному перерізі струминки.

3.5.2. Рівняння Бернуллі для потоку реальної (в'язкої) рідини

Під час руху реальної рідини частина енергії втрачатиметься на подолання гідравлічних опорів, отже, зменшуватиметься вздовж потоку; у кожному наступному перерізі енергія буде меншою, ніж у попередньому, тобто $E_1 = E_2 + h_{втр}$.

Під час руху в'язкої рідини швидкості розподіляються за перерізом потоку нерівномірно (рис. 3.8), у потоці виникають сили в'язкісного тертя, а між шарами виникають дотичні напруження.

Через нерівномірний розподіл швидкостей за перерізом потоку необхідно вводити середню за перерізом швидкість $V_{сер}$, також середнє значення питомої кінетичної енергії.

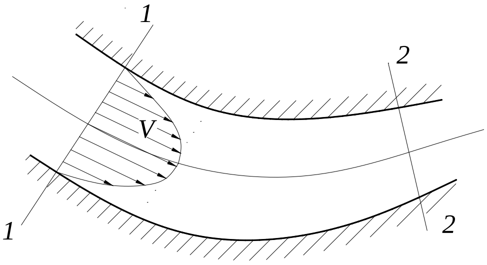


Рисунок 3.8 – Епюра швидкостей в'язкої рідини за перерізом трубопроводу

При введенні в рівняння Бернуллі середньої швидкості потоку $V_{\text{сер}}$ необхідно ввести в нього поправочний безрозмірний коефіцієнт α. Коефіцієнт Коріоліса α враховує нерівномірність розподілу швидкостей.

Коефіцієнт Коріоліса α являє собою відношення дійсної кінетичної енергії потоку в даному перерізі до кінетичної енергії того ж потоку, обчисленого за середньою швидкістю. Зазвичай α визначається дослідним шляхом, α завжди більше одиниці ($\alpha > 1$).

При турбулентному режимі $\alpha = 1{,}05 \div 1{,}1$, а при ламінарному – $\alpha = 2{,}0$. З урахуванням усього вищесказаного рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини має вигляд:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_{1\text{сер}}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_{2\text{сер}}^2}{2g} + h_{\text{втр}}. \qquad (3.1)$$

Зазвичай під час розв'язання задач гідравліки коефіцієнт α, якщо він не заданий в умові, приймають рівним 1 (для турбулентного режиму).

Графічна інтерпретація рівняння Бернуллі для реальної рідини відрізняється від ідеальної (рис. 3.9). Повний напір уздовж потоку не постійний, а зменшується за напрямком течії; зображуватися він буде вже не горизонтальною лінією, а деякою кривою *AM*.

Якщо для струминки ідеальної рідини рівняння Бернуллі являє собою закон збереження механічної енергії, то для потоку реальної рідини рівняння Бернуллі є рівнянням балансу енергії з урахуванням втрат.

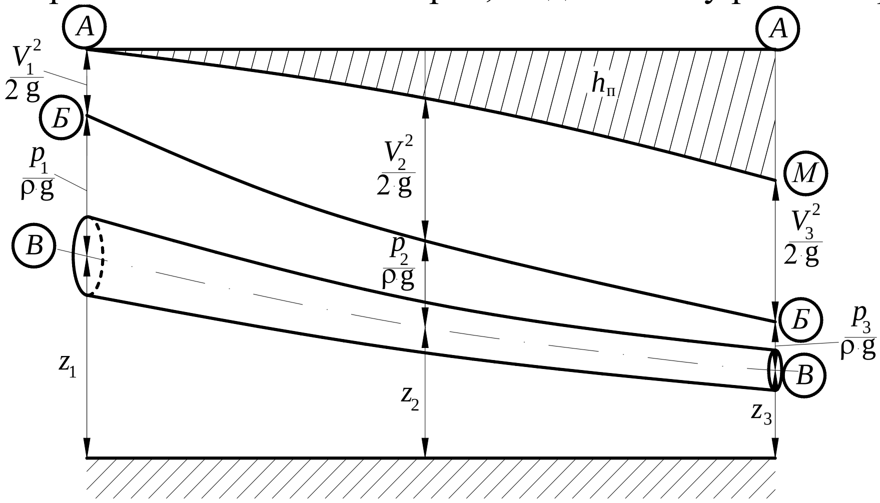


Рисунок 3.9 – До виведення рівняння Бернуллі для реальної рідини

Енергія, що втрачається рідиною на даній ділянці течії, не зникає безслідно, а лише перетворюється в іншу форму – теплову, яка безперервно розсіюється, і температура рідини практично не підвищується.

3.6. Режими руху рідини. Число Рейнольдса

Експериментальні роботи з дослідження режимів руху рідини в 1883 році виконав англійський учений Осборн Рейнольдс. Він установив, що існують два режими руху рідини: ламінарний і турбулентний.

Ламінарною називається шарувата течія без перемішування шарів рідини. За ламінарної течії присутні поздовжні складові швидкості та відсутні пульсації швидкостей і тисків.

Турбулентним називається безладний, хаотичний режим течії, що супроводжується інтенсивним перемішуванням шарів рідини, пульсаціями швидкостей і тисків.

Дослідження Рейнольдса показали, що режим руху рідини залежить від швидкості руху *V*, розмірів труби *d*, густини ρ і в'язкості рідини μ. Зміна режиму течії відбувається за певного співвідношення між цими параметрами. Комплекс величин, що характеризують режим руху рідини, називається числом Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{V \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{V \cdot d}{\nu}. \tag{3.2}$$

Число Рейнольдса – безрозмірна величина. Дослідним шляхом було встановлено, що стійкий ламінарний режим (шаруватий рух у круглих трубах) зберігається до $\mathrm{Re} = 2320$. Зміна режиму відбувається під час $\mathrm{Re}_{кр} = 2320$, яке називається ***критичним числом Рейнольдса***. При $2320 < \mathrm{Re} < 4000$ спостерігається ***перехідна зона***, після якої рух рідини стає турбулентним. Чим більше число Re, тим вища турбулентність потоку. Швидкість руху потоку, що відповідає критичному значенню Re ($\mathrm{Re}_{кр}$), називається ***критичною швидкістю*** $\boldsymbol{V_{кр}}$:

$$V_{кр} = \mathrm{Re}_{кр} \cdot \nu / d.$$

Зазначена вище формула справедлива для круглих труб.

Для відкритих русел, лотків, труб некруглого перерізу за безнапірного руху (тобто за неповного заповнення) число Рейнольдса виражається через гідравлічний радіус $R_г$. Гідравлічний радіус – це відношення площі змоченого перерізу S до його периметра Π. Гідравлічний радіус може бути розрахований для будь-якого перерізу. Наприклад, для круглого:

$$R_г = \frac{S}{\Pi} = \frac{\dfrac{\pi \cdot d^2}{4}}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4};\; d = 4R_г.$$

Для прямокутного перерізу зі сторонами $a \times b$: $R_г = \dfrac{ab}{2(a+b)}$.

Для зазору розміром $a \times b$ (вважаючи *a* значно меншим b): $R_г = \dfrac{a}{2}$.

Число Рейнольдса, виражене через $R_г$: $\mathrm{Re} = \dfrac{V \cdot 4R_г}{\nu}$.

Зміна режиму течії при досягненні $Re_{кр}$ зумовлена тим, що одна течія втрачає стійкість, а інша набуває її.

Фізичний сенс числа Рейнольдса полягає в тому, що воно характеризує собою відношення сил інерції до сил тертя (в'язкості).

3.7. Характеристика гідравлічних опорів

Види гідравлічних втрат

У рівнянні Бернуллі для реальної рідини:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \alpha_1 \frac{V_{1сер}^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \alpha_2 \frac{V_{2сер}^2}{2 \cdot g} + z_2 + h_{втр},$$

$h_{втр}$ – повна втрата напору (рис. 3.9).

Втрати напору (питомої енергії), або, як їх часто називають, гідравлічні втрати, залежать від форми і розмірів русла, швидкості течії, в'язкості рідини. В'язкість рідини, хоча і є першопричиною всіх гідравлічних втрат, але далеко не завжди істотно впливає на їхню величину.

Як показують досліди, у багатьох випадках гідравлічні втрати приблизно пропорційні квадрату швидкості (формула ***Вейсбаха***):

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g}.$$

Гідравлічні втрати поділяються на місцеві втрати і втрати на тертя (по довжині $h_м$ і $h_т$): $h_{втр} = h_м + h_т$.

Місцеві втрати енергії $h_м$ зумовлені місцевими опорами.

Місцевими опорами називають різні перешкоди, що викликають деформацію потоку: крани, вентилі, коліна, звуження, розширення, дифузори тощо.

Величина місцевих втрат визначається за формулою Вейсбаха $h_м = \zeta \frac{V^2}{2g}$. Кожен місцевий опір характеризується своїм значенням коефіцієнта місцевого опору ζ.

Втрати на тертя (по довжині) $h_т$ зумовлені внутрішнім тертям у рідині, тому мають місце в трубах з малою шорсткістю стінок. Це втрати, які в чистому вигляді виникають у прямих трубах постійного діаметра, тобто за рівномірної течії, і зростають пропорційно довжині труби. Величина втрат на тертя визначається за формулою Дарсі-Вейсбаха: $h_т = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}$, де l – довжина; d – діаметр труби; λ – безрозмірний коефіцієнт втрат на тертя.

3.8. Втрати на тертя по довжині трубопроводу

Втрати напору на тертя по довжині залежать від шорсткості стінок труби або русла. Поверхня стінок не є абсолютно гладкою, на ній є виступи і нерівності, тобто шорсткість (рис. 3.10). Величина шорсткості залежить від матеріалу стінки, його обробки, умов експлуатації, у процесі якої може з'явитися корозія, можуть випасти й осісти на стінках тверді частинки наносів.

Для оцінки величини нерівностей стінок труби (русла) вводиться поняття про шорсткість стінок. Позначимо Δ абсолютну величину виступу нерівностей (див. рис. 3.10).

У загальноприйнятому вигляді коефіцієнт опору тертю λ залежить від режиму течії рідини Re і відносної шорсткості стінок труби $\dfrac{\Delta}{d}$:

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{d}\right).$$

Під час переходу до турбулентного режиму біля стінок труби залишається дуже тонкий шар рідини, який зберігає властивості ламінарного режиму руху. Товщина $\delta_{л}$ ***ламінарного шару*** надзвичайно мала. Зі зростанням числа Re товщина ламінарного шару зменшується. За співвідношенням величини ламінарного шару й абсолютної шорсткості стінок при турбулентному режимі розрізняють:

- ***гідравлічно гладкі стінки*** $\delta_{л} > \Delta$, у цьому випадку виступи шорсткості перебувають усередині ламінарного шару, обтікаються плавно (безвідривно) і на опір не впливають;

- ***гідравлічно шорсткі стінки*** $\delta_{л} < \Delta$, у цьому випадку виступи шорсткості не перекриваються товщиною ламінарного шару, що викликає додаткові збурення в потоці, які впливають на величину втрат енергії.

Одна й та сама труба залежно від числа Re може працювати як гідравлічно гладка (за малих чисел Re) та як гідравлічно шорстка (при великих числах Re).

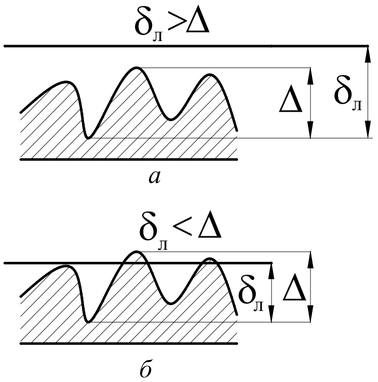


Рисунок 3.10 – До поняття про шорсткість стінок труби:
а – гідравлічно гладка труба;
б – гідравлічно шорстка труба

Труби мають шорсткість неоднакову і нерівномірну. Під час гідравлічних розрахунків для характеристики шорсткості труб користуються поняттям еквівалентної шорсткості $\Delta_{екв}$, яка за втратами напору еквівалентна даній шорсткості.

Товщина ламінарного шару приблизно визначається за формулою $\delta_{л} = \dfrac{68{,}4 \cdot r}{\mathrm{Re}^{0{,}875}}$, де r – радіус труби.

Числові значення еквівалентної шорсткості для труб найпоширеніших матеріалів наведено в таблицях 3.1 та 3.2.

Вплив виступів нерівностей $\Delta_{екв}$ буде більшим у трубі з меншим діаметром, ніж у трубі з більшим діаметром. Тому вводиться безрозмірна величина – відносна шорсткість $\left(\frac{\Delta_{екв}}{d}\right)$.

Таблиця 3.1 – Шорсткість стінок металевих труб

№ п.п.	Характер поверхні	$\Delta_{екв}$, мм
1	Чисті суцільнотягнуті труби з латуні, міді та свинцю	0,0015÷0,01
2	Нові, ретельно укладені безшовні сталеві труби	0,02÷0,10
3	Сталеві водопровідні труби після одного року експлуатації	0,12
4	Суцільнотягнуті сталеві труби після кількох років експлуатації	0,15÷1,0
5	Нові чавунні труби із залитими і добре загладженими стиками	0,31
6	Звичайні оцинковані сталеві труби	0,1÷0,15
7	Старі заіржавілі сталеві труби	0,60
8	Забруднені металеві труби	0,75÷0,90

При ламінарному режимі течії втрати на тертя по довжині визначаються за формулою ***Пуазейля***:

$$h_т = \frac{32 \cdot V_{сер} \cdot \nu \cdot l}{g \cdot d^2} \quad . \tag{3.3}$$

Таблиця 3.2 – Шорсткість стінок труб, виготовлених із різних матеріалів (неметалевих)

№ п.п.	Характер поверхні	$\Delta_{екв}$, мм
1	Чисті труби зі скла	0,0015÷0,01
2	Гумовий шланг	0,01÷0,03
3	Керамічні дренажні труби	0,45÷0,60
4	Покриті лазур'ю каналізаційні труби	0,25÷6,0
5	Бетоновані канали	0,80÷9,0
6	Звичайна бутова кладка на цементі	6,0÷17,0
7	Асбоцементні труби	0,05÷0,6

Формула Пуазейля показує, що втрата напору на тертя по довжині при ламінарному режимі пропорційна середній швидкості в першому ступені, залежить від роду рідини ν, обернено пропорційна квадрату діаметра труби d^2 і не залежить від виду та стану стінок труби.

Приведемо формулу (3.3) до вигляду формули ***Дарсі-Вейсбаха***:

$$h_{\text{т}} = \frac{64\cdot\nu}{d\cdot V_{\text{сер}}}\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{V_{\text{сер}}^2}{2\text{g}} = \frac{64}{\text{Re}}\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{V_{\text{сер}}^2}{2\text{g}} = \lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{V_{\text{сер}}^2}{2\text{g}}.$$

За ламінарного режиму гідравлічний коефіцієнт тертя отримано теоретичним шляхом: $\lambda = \dfrac{64}{\text{Re}}$ (формула Пуазейля).

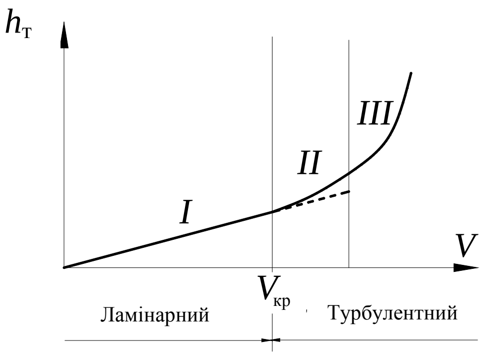


Рисунок 3.11 – Залежність втрат напору на тертя по довжині від режиму руху

На рис. 3.11 показано залежність втрат на тертя по довжині від швидкості, яка наочно показує, що втрати напору (енергії) визначаються режимом руху рідини: *I* – ламінарний режим руху; *II* – перехідна зона нестійкого режиму руху (зона доквадратичного закону опору)); *III* – турбулентний режим руху (квадратичний закон опору).

У перехідній зоні втрати напору на тертя по довжині трубопроводу $h_{\text{т}} = k\cdot V^n$, де k – коефіцієнт пропорційності; n – показник ступеня. У перехідній зоні (*II*): $1 < n < 2$.

Для визначення коефіцієнта λ при турбулентному режимі руху немає теоретичних рішень, тому він визначається за емпіричними формулами залежно від структури турбулентного потоку.

У таблиці 3.3 вказані формули для визначення коефіцієнта λ у всіх зонах опору. Для *III* зони: $h_{\text{т}} = k\cdot V^2$.

Таблиця 3.3 – Розрахункові формули для визначення коефіцієнта λ

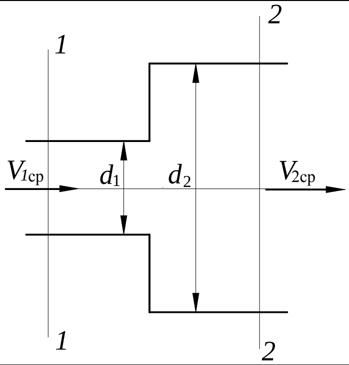
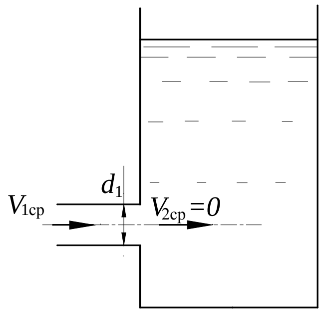
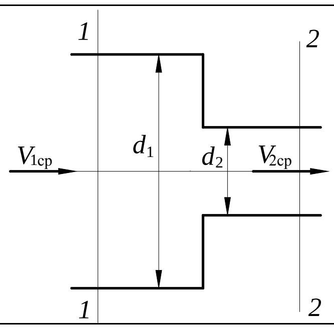
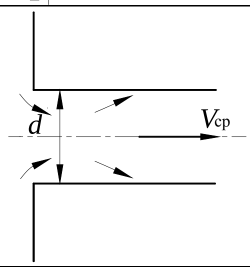
<table>
<tr><th>Зона опору</th><th>Режим течії</th><th>Границі зони</th><th colspan="2">Розрахункові формули</th></tr>
<tr><td>I</td><td>Ламінарний</td><td>Re < 2320</td><td colspan="2">λ = 64/Re</td></tr>
<tr><td>II</td><td>Турбулентний, гідравлічно гладкі труби (доквадратичний)</td><td>$4000 \le \text{Re} \le 20\dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}}$</td><td colspan="2">$\lambda = \dfrac{0{,}316}{\text{Re}^{0{,}25}}\left(\text{Re} < 10^5\right)$ (ф-ла Блазіуса)
$\lambda = \left(1{,}8\lg\text{Re} - 1{,}5\right)^{-2}$ (ф-ла Конакова)</td></tr>
<tr><td>II</td><td>Турбулентний, доквадратичний (зона гідравлічно шорстких труб)</td><td>$20\dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}} < \text{Re} \le 500\dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}}$</td><td>$\lambda = f\left(\text{Re}, \dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}}\right)$</td><td rowspan="2">Для всіх турбулентних режимів
$\lambda = 0{,}11\left(\dfrac{\Delta_{\text{екв}}}{d} + \dfrac{68}{\text{Re}}\right)^{0{,}25}$
(ф-ла Альтшуля) (універсальна)</td></tr>
<tr><td>III</td><td>Турбулентний, квадратичний</td><td>$\text{Re} > 500\dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}}$</td><td>$\lambda = 0{,}11\left(\dfrac{d}{\Delta_{\text{екв}}}\right)^{0{,}25}$
(ф-ла Шифринсона)
$\lambda = \left(1{,}74 + 2\lg\dfrac{r_0}{\Delta}\right)^{-2}$
(ф-ла Нікурадзе)</td></tr>
</table>

3.9. Втрати напору в місцевих опорах

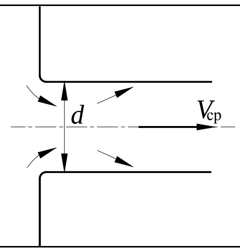
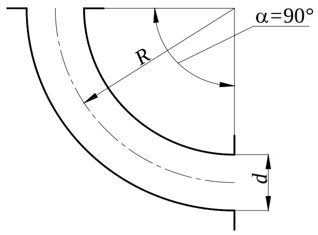
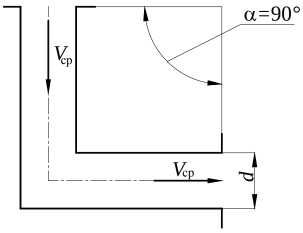
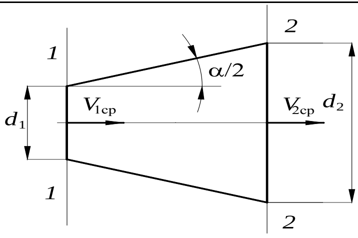
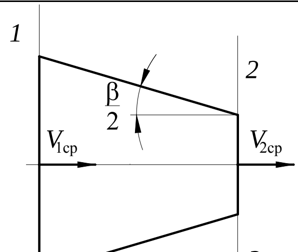
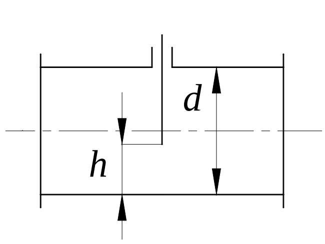
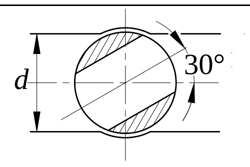
Втрати напору в місцевих опорах визначають за формулою Вейсбаха $h_{\text{м}} = \zeta \dfrac{V^2}{2g}$, де V – середня швидкість у перерізі за місцевим опором.

Коефіцієнти місцевих опорів ζ зазвичай визначаються експериментальним шляхом і вказані в довідковій літературі. Нижче наведено таблицю з ескізами і коефіцієнтами місцевих опорів (табл. 3.4).

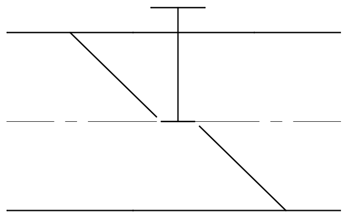
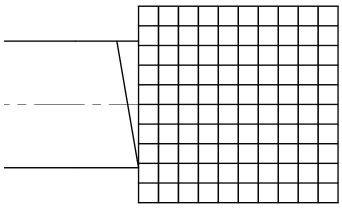
Таблиця 3.4 – Коефіцієнти місцевих опорів за турбулентного режиму руху рідини

Вид місцевого опору	Ескіз фасонних частин	Коефіцієнт місцевого опору
1	2	3
Раптове розширення потоку		$\zeta_{\text{р.р.}} = \left(1 - \dfrac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left[1 - \left(\dfrac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^2$ – формула Борда-Карно
Вихід із труби в резервуар великих розмірів		$\zeta_{\text{вих}} = 1$
Раптове звуження потоку		$\zeta_{\text{р.зв.}} = 0{,}5\left(1 - \dfrac{S_2}{S_1}\right) = 0{,}5\left[1 - \left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^2\right]$ – формула Ідельчика
Вхід у трубу з резервуара: - при гострих кромках		$\zeta = 0{,}5$

Продовження табл. 3.4

1	2	3
Вхід у трубу з резервуара: - у разі закруглених кромок		з плавним входом $\zeta = 0{,}2$; з дуже плавним входом $\zeta = 0{,}05$
Коліно (плавне закруглення з кутом повороту 90°). Те саме для окремих випадків: - за $R > 2d$; - за оптимального співвідношення $R \approx (3 \div 7)d$		Для труб малих перерізів $\zeta = 0{,}131 + 0{,}163\left(\dfrac{d}{R}\right)^{3,5}$; $\zeta = 0{,}5$; $\zeta = 0{,}3$
Поворот на 90°		$\zeta = 1{,}1$
Дифузор (труба, що поступово розширюється)		$\zeta = K\left[\left(\dfrac{d_2}{d_1}\right)^2 - 1\right]^2$ За α = 4°; 8°; 12° відповідно K = 0,12; 0,14; 0,23
Конфузор (труба, що поступово звужується)		За 7° < β < 30° – $\zeta = 0{,}16 \div 0{,}24$. За 35° < β < 80° – $\zeta = 0{,}26 \div 0{,}35$.
Засувка на круглій трубі: - повністю відкрита - при відкритті на 3/4: h/d = 3/4 - при відкритті на 1/2: h/d = 1/2		$\zeta = 0{,}12$ $\zeta = 0{,}26$ $\zeta = 2{,}06$
Кран на круглій трубі при середньому відкритті (α = 30°)		$\zeta = 5 \div 7$

Закінчення табл. 3.4

1	2	3
Вентиль при середньому відкритті		$\zeta = 1 \div 3$
Всмоктувальний клапан із сіткою на вході в забірну водопровідну трубу		$\zeta = 5 \div 10$

Якщо в гідравлічній схемі зустрічаються кілька місцевих опорів, за постійного діаметра трубопроводу (d = const), а отже, за постійної швидкості (V = const) сумарні місцеві втрати визначаються за формулою:

$$\sum_{i=1}^{n} h_{\text{м}} = \zeta_1 \frac{V^2}{2g} + \zeta_2 \frac{V^2}{2g} + \ldots.. + \zeta_n \frac{V^2}{2g} = \left(\zeta_1 + \zeta_2 + \ldots + \zeta_n\right) \frac{V^2}{2g}.$$

Якщо виконується гідравлічний розрахунок трубопроводу змінного перерізу, то місцеві втрати напору і втрати напору на тертя по довжині визначають для кожної ділянки окремо.

Зазвичай, на практиці коефіцієнт тертя λ визначають за графіком Нікурадзе, який отримано для труб зі штучною (рівнозернистою) шорсткістю або за графіком Муріна, який отримано для труб із природною шорсткістю (рис. 3.14).

3.10. Практичне використання рівняння Бернуллі

Рівняння Бернуллі покладено в основу розрахунків приладів для вимірювання швидкості та витрати.

3.10.1. Витратомір Вентурі

Витратомір Вентурі (рис. 3.15) являє собою пристрій, що встановлюється в трубопроводах і здійснює звуження потоку – дроселювання. Витратомір складається з 2-х ділянок – тієї, що плавно звужується (сопла), і тієї, що поступово розширюється (дифузора).

Швидкість потоку в звуженому місці зростає, а тиск падає. Виникає різниця (перепад) тисків, яка вимірюється двома п'єзометрами або U-образним манометром (диференціальним).

Як перепад тисків пов'язаний із витратою?

Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2.

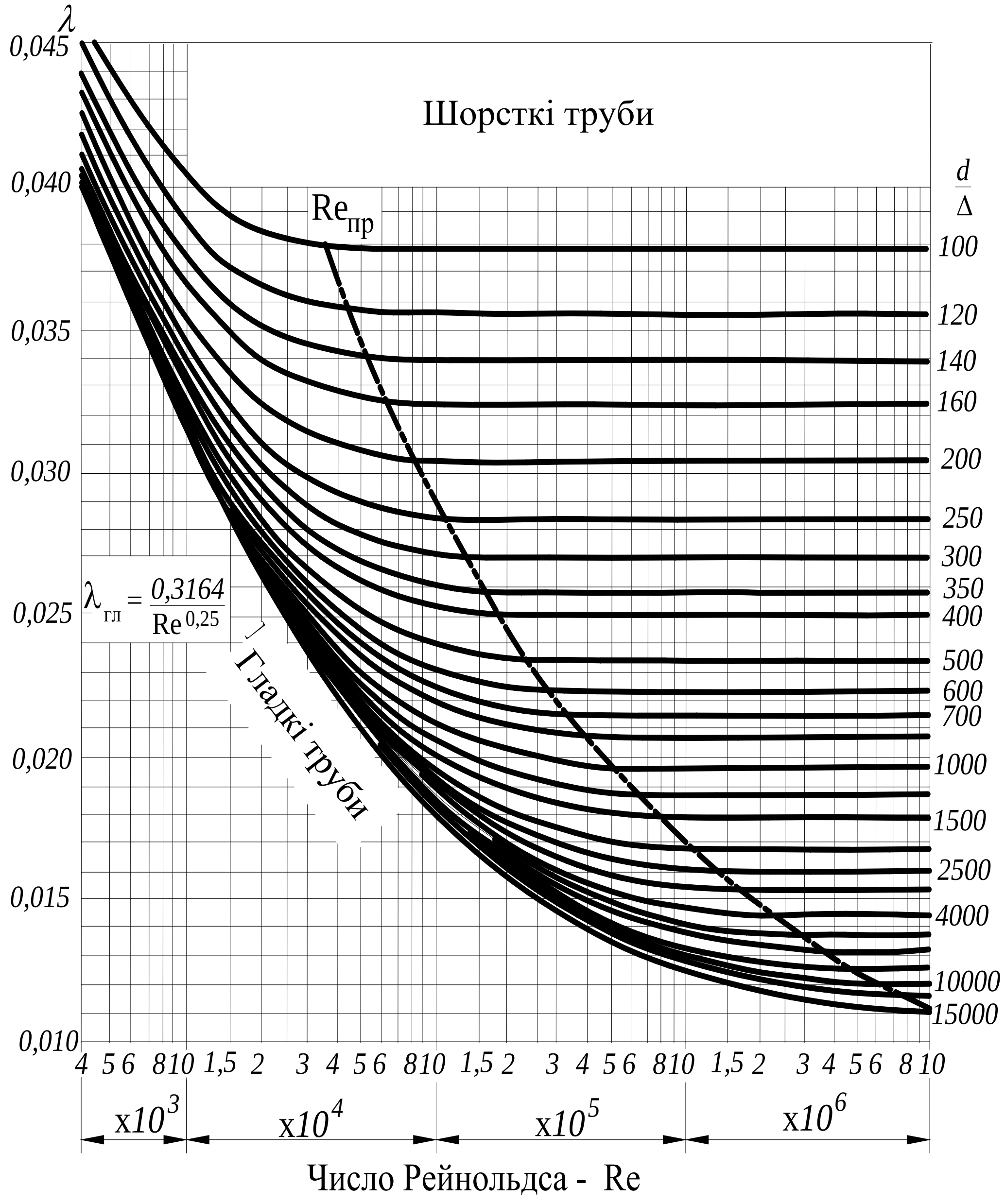


Рисунок 3.14 – Графік Муріна

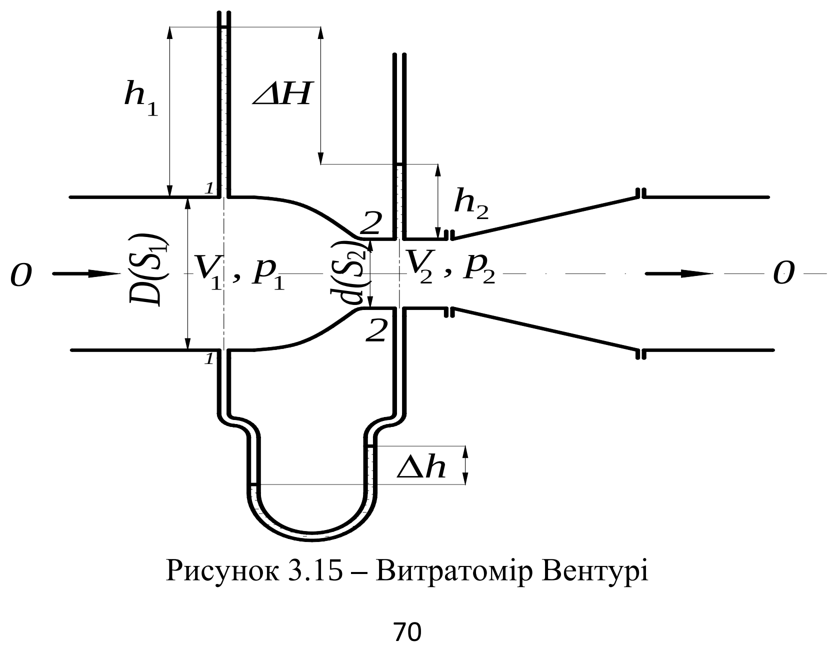


Рисунок 3.15 – Витратомір Вентурі

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + z_2 + h_м,$$

$h_м$ – місцеві втрати напору між перерізами 1–1 та 2–2. Будемо вважати, що в першому наближенні місцеві втрати напору $h_м = 0$.

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} = \frac{\rho g h_1 - \rho g h_2}{\rho \cdot g} = h_1 - h_2 = \Delta H; \; \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g}; \; \Delta H = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g}.$$

З рівняння витрати відомо, що

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}; \; V_1 = \frac{V_2 \cdot S_2}{S_1}; \; \Delta H = \frac{V_2^2 - V_2^2 \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}{2 \cdot g}.$$

Визначаємо швидкість V_2:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta H}{1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}}.$$

Визначаємо витрату:

$$Q = S_2 \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta H}{1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2}} = C\sqrt{\Delta H},$$

де C – величина постійна для кожного витратоміра.

Знаючи величину C й спостерігаючи за показаннями п'єзометрів, можна знайти витрату в трубопроводі в будь-який момент часу.

Константу C можна визначити теоретично. Якщо врахувати втрати напору, то $h_м = \zeta \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$, тоді

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta H}{1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \zeta}}; \; C = S_2 \sqrt{\frac{2 \cdot g}{1 - \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 + \zeta}}$$

і її можна знайти експериментально, тобто в результаті градуювання витратоміра.

Дуже часто замість пари п'єзометрів для виміру перепаду тисків можна поставити диференціальний манометр (ртутний), а у формулах замінити ΔH на Δh.

3.10.2. Вимірювання швидкісного напору та місцевої швидкості

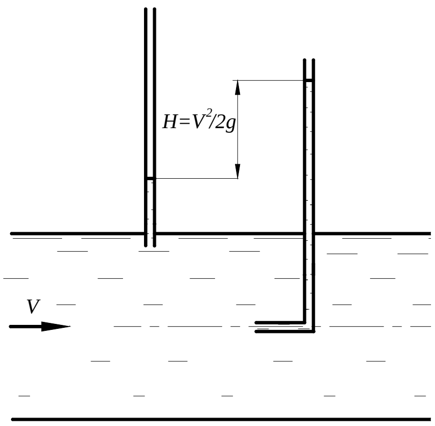


Рисунок 3.16 – Трубка Піто

П'єзометричний напір вимірюється п'єзометром – трубкою, початковий переріз якої розташований по дотичній до напрямку швидкості V.

Суму повного напору (п'єзометричного і швидкісного) вимірюють трубкою Піто, вхідний перетин якої нормальний до напрямку швидкості (рис. 3.16). Рідина в вигнутій трубці піднімається над рівнем у п'єзометрі на висоту, що дорівнює швидкісному напору. Пояснюється це тим, що швидкість часток рідини V, що попадає в отвір трубки, зменшується до нуля, а тиск, отже, збільшується на величину швидкісного напору. Вимірявши різницю висот підйому рідини в трубці Піто й п'єзометрі, легко визначити швидкість рідини в даній крапці. У комбінації один з одним ці трубки називаються трубкою Піто-Прандтля. У реальних умовах при визначенні швидкості рідини вводять коефіцієнт швидкості $\varphi = V\big/\sqrt{2gH}$, який визначається під час тарування. Змінюючи положення трубки і в живому перерізі потоку, можна визначити місцеві швидкості та побудувати епюру швидкостей.

3.11. Приклади розв'язання задач

Задача 1. Визначити втрати напору на тертя по довжині в новому сталевому трубопроводі ($\Delta_{екв}$ = 0,1 мм) діаметром d = 200 мм і довжиною l = 2 км, якщо транспортується вода з витратою Q = 20 л/с; $\nu_в$ = 0,01 см^2/с. Як зміняться втрати напору на тертя, якщо тим самим трубопроводом транспортуватиметься нафта з тією самою витратою, $\nu_н$ = 1 см^2/с, $\rho_н$ = 760 кг/м^3.

Розв'язок

Втрати напору на тертя по довжині визначають за формулою Дарсі-Вейсбаха:

$$h_т = \lambda \frac{l}{d} \frac{V_{сер}^2}{2g}.$$

Середня швидкість руху рідини в перерізі трубопроводу:

$$V_{\text{сер}} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}2^2} = 0{,}64 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса для води й нафти:

$$\mathrm{Re}_{\text{в}} = \frac{V_{\text{сер}} d}{\nu_{\text{в}}} = \frac{0{,}64 \cdot 0{,}2}{0{,}01 \cdot 10^{-4}} = 128000 \text{ (турбулентний режим)};$$

$$\mathrm{Re}_{\text{н}} = \frac{V_{\text{сер}} d}{\nu_{\text{н}}} = \frac{0{,}64 \cdot 0{,}2}{1{,}0 \cdot 10^{-4}} = 1280 \text{ (ламінарний режим)}.$$

Визначаємо коефіцієнт опору тертю λ. Для цього необхідно вибрати формулу, за якою цей коефіцієнт визначатиметься для даного режиму руху рідини.

Звертаємося до табл. 3.3, вибираємо потрібну формулу (за режимом руху рідини) і визначаємо λ:

а) формула Блазіуса $\lambda = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}$ використовується, якщо $4000 < \mathrm{Re} < 20\frac{d}{\Delta_{\text{екв}}}$.

У нашому випадку для води $4000 < 128000 < 20\frac{200}{0{,}1} = 40000$ труба не є гідравлічно гладкою ($128000 > 40000$);

б) формула Альтшуля $\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{\text{екв}}}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25}$, використовується, якщо $20\frac{d}{\Delta_{\text{екв}}} < \mathrm{Re} \le 500\frac{d}{\Delta_{\text{екв}}}$. У нашому випадку $20\frac{200}{0{,}01} < \mathrm{Re} \le 500\frac{200}{0{,}01}$; $40000 < \mathrm{Re} \le 10000000$; $128000 < 10000000$, труба працює як гідравлічно шорстка в доквадратичній зоні опору.

$$\lambda_{\text{в}} = 0{,}11\left(\frac{\Delta_{\text{екв}}}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}1}{200} + \frac{68}{128000}\right)^{0{,}25} = 0{,}0197.$$

Для нафти використовуємо формулу Пуазейля:

$$\lambda_{\text{н}} = \frac{64}{\mathrm{Re}_{\text{н}}} = \frac{64}{1280} = 0{,}05.$$

Втрати напору на тертя за довжиною дорівнюють:

а) для води

$$h_{\text{т}_{\text{в}}} = \lambda_{\text{в}} \frac{l}{d}\frac{V_{\text{сер}}^2}{2g} = 0,0197 \cdot \frac{2000}{0,2} \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 4,13 \text{ м},$$

$$\Delta p_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h_{\text{т}_{\text{в}}} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 4,13 = 40,5 \cdot 10^3 \text{ Па};$$

б) для нафти

$$h_{\text{т}_{\text{н}}} = \lambda_{\text{н}} \frac{l}{d}\frac{V_{\text{сер}}^2}{2g} = 0,05 \cdot \frac{2000}{0,2} \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 10,44 \text{ м},$$

$$\Delta p_{\text{н}} = \rho_{\text{н}} \cdot g \cdot h_{\text{т}_{\text{н}}} = 760 \cdot 9,81 \cdot 10,44 = 77,84 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Відповідь: $\Delta p_{\text{в}} = 40,5 \cdot 10^3$ Па; $\Delta p_{\text{н}} = 77,84 \cdot 10^3$ Па.

Методичні рекомендації для розв'язання задач за рівнянням Бернуллі

Зазвичай, рівняння Бернуллі використовують у тих випадках, коли необхідно визначити витрату рідини, швидкість або тиск в обраному перерізі. Дуже важливо правильно вибирати перерізи, в яких визначається сума питомої енергії. Такі перерізи рекомендується вибирати:

- там, де вільна поверхня рідини в резервуарі, де швидкість $V \approx 0$;
- вихід потоку в атмосферу, де $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$, а $p_{\text{над}} = 0$;
- переріз, у якому встановлено прилад для вимірювання тиску (манометр, вакуумметр, п'єзометр).

Складаючи рівняння Бернуллі, слід виконувати такі правила:

1. Рівняння Бернуллі спочатку рекомендується записати в загальному вигляді, а потім переписати його таким чином, щоб виключити члени, що дорівнюють нулю.
2. Обирати горизонтальну площину порівняння, відносно якої визначаємо енергію для обраних перерізів. У загальному випадку це може бути будь-яка горизонтальна площина. У більшості випадків таку площину рекомендується проводити на рівні найнижчої позначки гідравлічної системи. У системах із площиною відліку, обраною таким чином, координата z завжди відлічується від площини порівняння вертикально вгору.
3. Тиск p, що входить у праву і ліву частини рівняння, має бути задано в однаковій системі відліку (абсолютний або надлишковий).
4. Нумерація перерізів має виконуватися в напрямку руху рідини, при цьому не має значення, в якому перерізі характеристики руху задані, а в якому їх необхідно визначити.
5. Сумарні втрати напору завжди записуються в правій частині рівняння Бернуллі зі знаком «+».
6. У випадках ламінарного руху необхідно враховувати коефіцієнт Коріоліса α.

Задача 2.

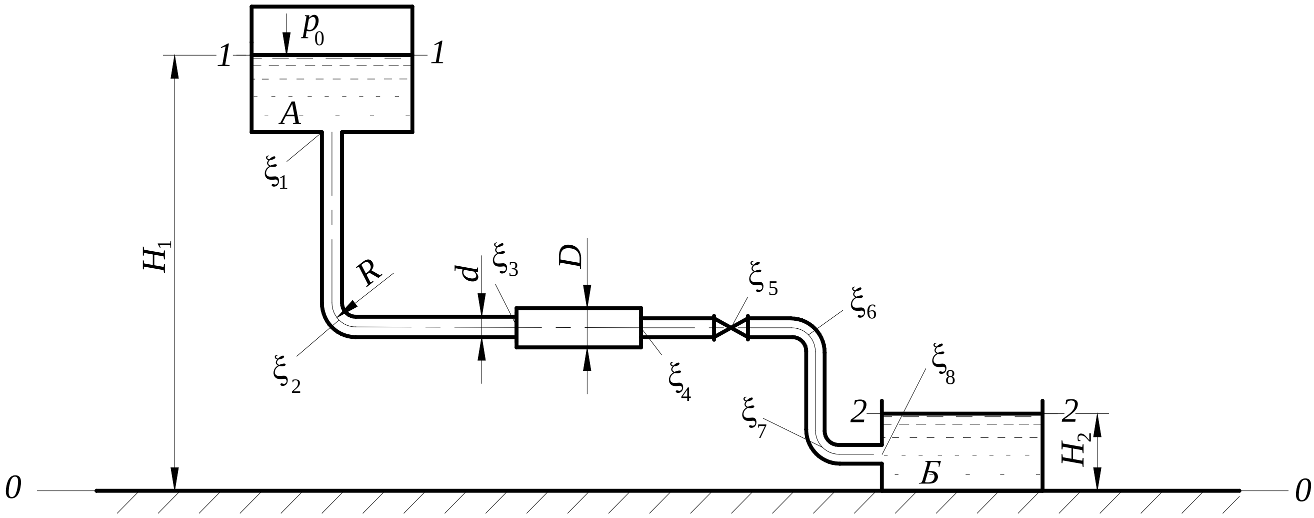


Рисунок до задачі 2

З резервуара *А* вода, що перебуває під надлишковим тиском p_0 = 0,2 ат, перетікає у відкритий резервуар *Б* (див. рис.). Визначити витрату води, якщо d = 100 мм, D = 200 мм, коефіцієнт опору вентиля $\xi_{вент}$ = 4, а радіус закруглення поворотів R = 100 мм. Зважаючи на незначну довжину трубопроводу опором тертя знехтувати.

Розв'язок

Горизонтальна площина відліку обрана за найнижчою відміткою гідравлічної системи і позначена 0–0.

Обираємо розрахункові перерізи 1–1 і 2–2, в яких маємо максимум відомих величин.

Складаємо рівняння Бернуллі з урахуванням місцевих втрат напору. Рівняння Бернуллі запишемо в надлишковому тиску.

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{V_{1сер}^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{V_{2сер}^2}{2 \cdot g} + z_2 + \Sigma h_м ,$$

$$p_1 = p_{0над};\ V_{1сер} = 0;\ z_1 = H_1;\ p_{2над} = 0;\ V_{2сер} = 0;\ z_2 = H_2 .$$

Перепишемо рівняння Бернуллі для перерізу 1–1 і 2–2 з урахуванням умови задачі.

$$\frac{p_{0над}}{\rho \cdot g} + H_1 = H_2 + \Sigma h_м . \qquad (3.4)$$

Розписуємо суму місцевих втрат напору. У схемі 8 місцевих опорів.

$$\Sigma h_{\text{м}} = \left(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 + \xi_5 + \xi_6 + \xi_7 + \xi_8\right)\frac{V_{\text{тр}}^2}{2g},$$

де $V_{\text{тр}}$ – швидкість руху води в трубі діаметром d.

Коефіцієнти місцевих опорів визначають за табл. 3.4 і формулами.

ξ_1 – вхід у трубу при гострих крайках, $\xi_1 = 0{,}5$.

На схемі три однакові повороти, отже, $\xi_2 = \xi_6 = \xi_7$.

Коефіцієнт опору для плавного повороту:

$$\xi_2 = 0{,}131 + 0{,}163\left(\frac{d}{R}\right)^{3,5} = 0{,}131 + 0{,}163\left(\frac{100}{100}\right)^{3,5} = 0{,}294.$$

ξ_3 – раптове розширення потоку. Оскільки місцеві втрати визначаються для швидкості у вузькій частині трубопроводу, коефіцієнт ξ_3 визначаємо за формулою для швидкості у вузькій частині трубопроводу:

$$\xi_{\text{р.р.}} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^2.$$

Для умов задачі $d_2 = D$, звідси:

$$\xi_3 = \left[1 - \left(\frac{100}{200}\right)^2\right]^2 = 0{,}5625.$$

ξ_4 – раптове звуження потоку, визначається за формулою з табл. 3.4:

$$\xi_{\text{р.зв.}} = 0{,}5\left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right].$$

Для умов задачі $d_1 = D$, звідси:

$$\xi_4 = 0{,}5\left[1 - \left(\frac{100}{200}\right)^2\right] = 0{,}375.$$

$\xi_5 = \xi_{\text{вент}} = 4$ (за умовою задачі).

ξ_8 – вихід із труби в резервуар, $\xi_8 = 1$, див. табл. 3.4.

З урахуванням визначених коефіцієнтів місцевих втрат:

$$\Sigma h_{\text{м}} = (0{,}5 + 3\cdot 0{,}294 + 0{,}5625 + 0{,}375 + 4 + 1)\cdot\frac{V_{\text{тр}}^2}{2g} = 7{,}3195\cdot\frac{V_{\text{тр}}^2}{2g}.$$

Підставляємо в рівняння (3.4) значення $\Sigma h_{\text{м}}$:

$$\frac{p_{0\text{над}}}{\rho\cdot g} + H_1 = H_2 + 7{,}3195\cdot\frac{V_{\text{тр}}^2}{2g}.$$

Розв'язуємо рівняння щодо швидкості в трубі.

$$V_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{2g\cdot\left(\frac{p_{0\text{над}}}{\rho g} + H_1 - H_2\right)}{7{,}3195}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}81\cdot\left(\frac{0{,}2\cdot 98100}{1000\cdot 9{,}81} + 10 - 2\right)}{7{,}3195}} = 5{,}177 \text{ м/с}.$$

Визначаємо витрату:

$$Q = V_{\text{тр}}\cdot\frac{\pi\cdot d^2}{4} = 5{,}177\cdot\frac{3{,}14\cdot 0{,}1^2}{4} = 0{,}04064 \text{ м}^3/\text{с} = 40{,}64 \text{ л/с}.$$

Відповідь: $Q = 0{,}04064 \text{ м}^3/\text{с} = 40{,}64 \text{ л/с}$.

Задача 3. Який надлишковий тиск p_0 необхідно підтримувати в резервуарі (H_1 = 1,5 м), щоб через кран, розташований на п'ятому поверсі будівлі (H_2 = 20 м) і який має коефіцієнт опору ξ = 3,5, проходило 3 м^3/год води (ν = 0,0131 см^2/с)?

На довжині l_1 = 15 м труба має діаметр d_1 = 40 мм, на довжині l_2 = 10 м – діаметр d_2 = 20 мм. Обидва повороти мають R/d = 2. Труби суцільнотягнуті сталеві після кількох років експлуатації.

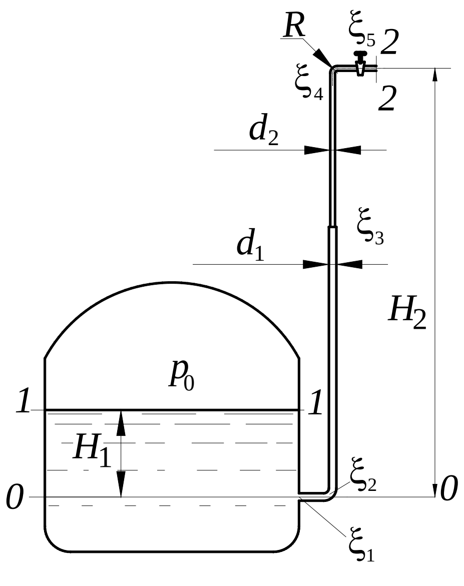


Рисунок до задачі 3

Розв'язок

Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2 і площини порівняння 0–0 для надлишкових тисків.

$$\frac{p_{1\text{над}}}{\rho\cdot g} + \alpha_1\frac{V_{1\text{сер}}^2}{2\cdot g} + z_1 = \frac{p_{2\text{над}}}{\rho\cdot g} + \alpha_2\frac{V_{2\text{сер}}^2}{2\cdot g} + z_2 + h_{\text{втр}},$$

де $p_{1\text{над}} = p_{0\text{над}}$; $V_{1\text{сер}} \approx 0$ (швидкість у резервуарі); $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$; $z_1 = H_1$ = 1,5 м; $p_{2\text{над}} = 0$ (витікання в атмосферу); $z_2 = H_2$ = 20 м.

Необхідний надлишковий тиск у резервуарі:

$$\frac{p_{0\text{над}}}{\rho \cdot g} = H_2 - H_1 + \frac{V_{2\text{сер}}^2}{2 \cdot g} + h_{\text{втр}}.$$

Швидкості води на ділянках:

$$V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot \frac{3}{3600}}{3{,}14 \cdot 0{,}04^2} = 0{,}66 \text{ м/с};$$

$$V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi d_2^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot \frac{3}{3600}}{3{,}14 \cdot 0{,}02^2} = 2{,}64 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса на ділянках:

$$\text{Re}_1 = \frac{V_1 d_1}{\nu} = \frac{0{,}66 \cdot 0{,}04}{0{,}0131 \cdot 10^{-4}} = 20153;$$

$$\text{Re}_2 = \frac{V_2 d_2}{\nu} = \frac{2{,}64 \cdot 0{,}02}{0{,}0131 \cdot 10^{-4}} = 40305.$$

За табл. 3.1 для заданих труб визначаємо еквівалентну шорсткість $\Delta_{\text{екв}} = 0{,}19$.

Використовуючи графік Муріна (рис. 3.14), визначаємо коефіцієнти опору тертю λ_1 і λ_2. Для цього знаходимо відношення $d_1/\Delta_{\text{екв}}$ й $d_2/\Delta_{\text{екв}}$.

$$d_1/\Delta_{\text{экв}} = 40/0{,}19 = 210{,}53; \; d_2/\Delta_{\text{экв}} = 20/0{,}19 = 105{,}26.$$

За графіком знаходимо $\lambda_1 = 0{,}0315$ й $\lambda_2 = 0{,}038$.

Повна втрата напору:

$$h_{\text{втр}} = \left(\xi_1 + \xi_2 + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\right)\frac{V_1^2}{2g} + \left(\xi_3 + \xi_4 + \xi_5 + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}\right)\frac{V_2^2}{2g}.$$

Коефіцієнти місцевих опорів визначаємо як у задачі 2 і табл. 3.4.

$$h_{\text{втр}} = \left(0{,}5 + 0{,}15 + 0{,}0315\frac{15}{0{,}04}\right)\frac{0{,}66^2}{2 \cdot 9{,}81} + \left(0{,}375 + 0{,}15 + 3{,}5 + 0{,}038\frac{10}{0{,}02}\right)\frac{2{,}64^2}{2 \cdot 9{,}81} = 8{,}46 \text{м}.$$

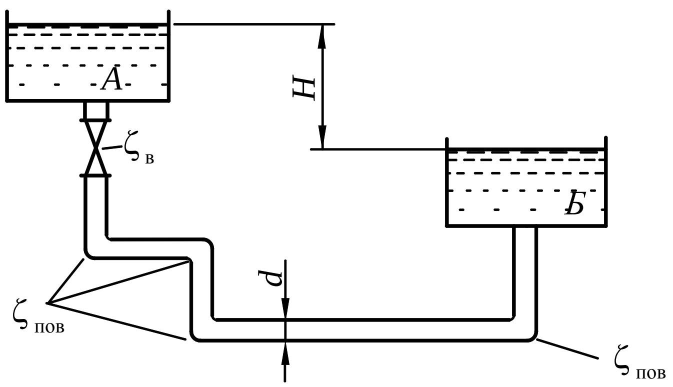
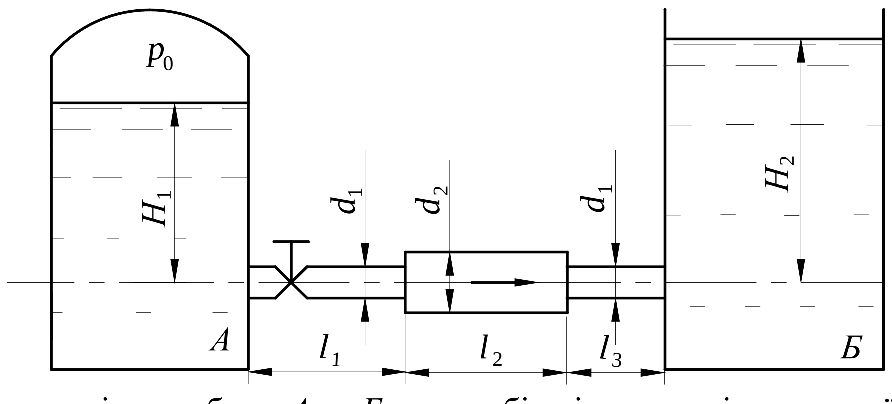
Необхідний надлишковий тиск у резервуарі:

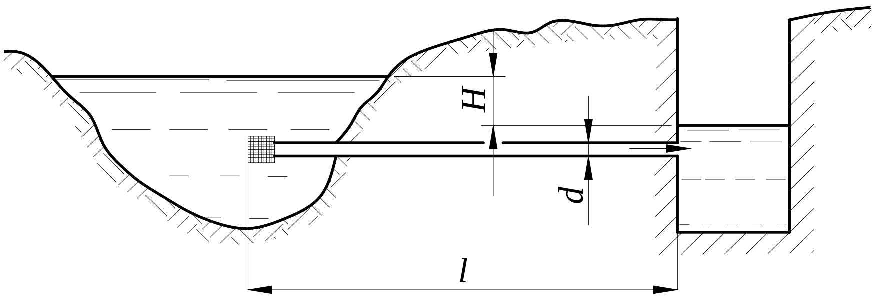
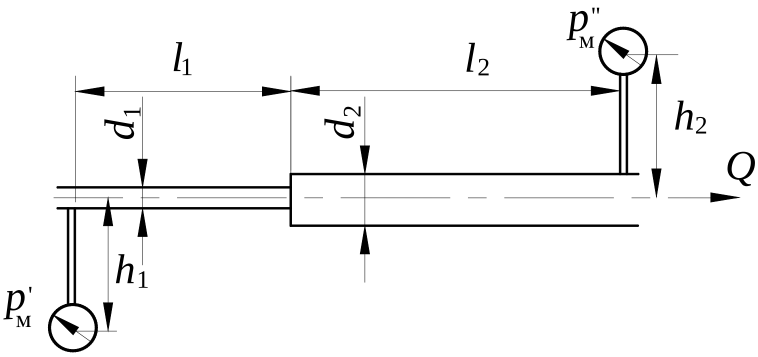
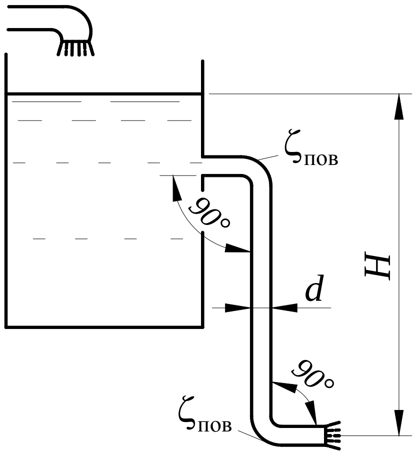
$$\frac{p_{0\text{над}}}{\rho \cdot g} = 20 - 1{,}5 + \frac{2{,}64^2}{2 \cdot 9{,}81} + 8{,}46 = 27{,}34 \text{ м вод. ст.}$$

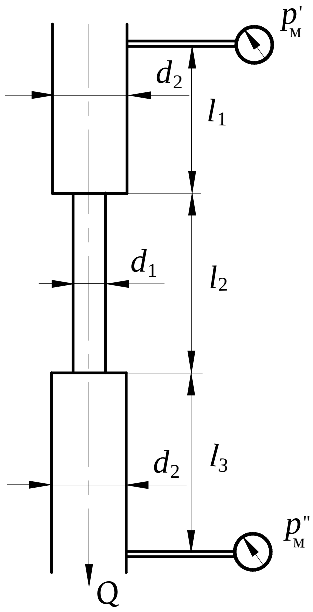
$$p_{0\text{над}} = 27{,}34 \cdot \rho \cdot g = 27{,}34 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 = 268205{,}4 \text{ Па} = 2{,}68 \text{ ат.}$$

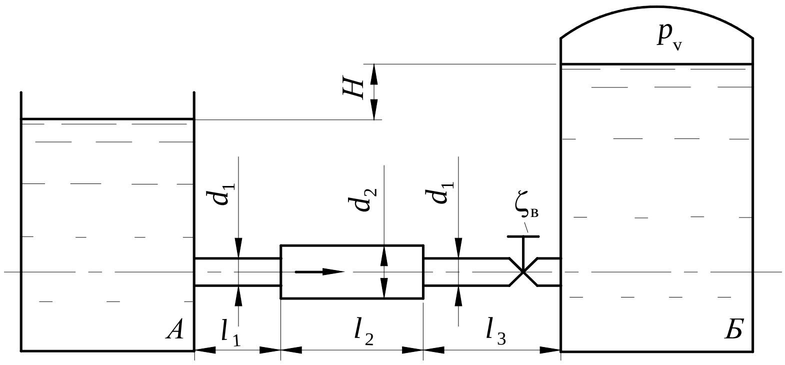
Відповідь: $p_{0\text{над}}$ = 2,68 ат.

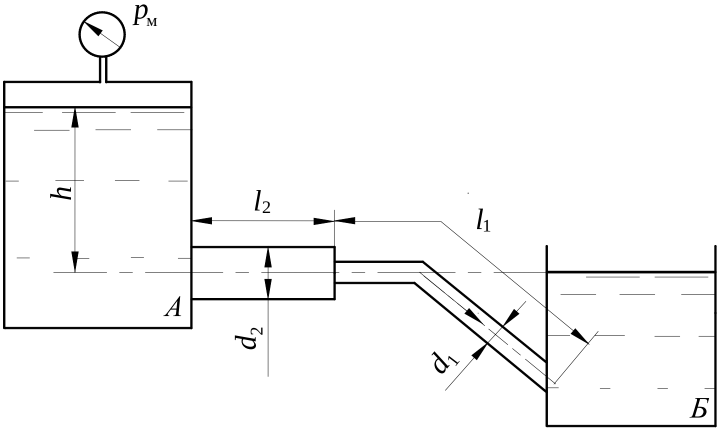
3.12. Варіанти завдань для самостійного розв'язання

1	 З резервуару *А* по трубі діаметром d = 200 мм довжиною l = 180 м, що має чотири повороти з коефіцієнтом опору $\zeta_{пов}$ = 0,42 і один вентиль $\zeta_в$ = 4, в резервуар *Б* перетікає вода. Визначити витрату води Q, якщо різниця рівнів у резервуарах H = 3,8 м підтримується постійною, коефіцієнт тертя λ = 0,03.
2	 Вода перетікає з бака *А* в *Б* по трубі, діаметри ділянок якої відповідно дорівнюють: d_1 = 40 мм, d_2 = 60 мм; довжини: l_1 = 3 м, l_2 = 4 м й l_3 = 2 м; висота рівнів: H_1 = 1 м, H_2 = 2 м; надлишковий тиск в баці *А* p_0 = 0,15 МПа. Визначити витрату Q, якщо коефіцієнт опору вентиля $\zeta_в$ = 3; коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,02, λ_2 = 0,015 і λ_3 = 0,025.

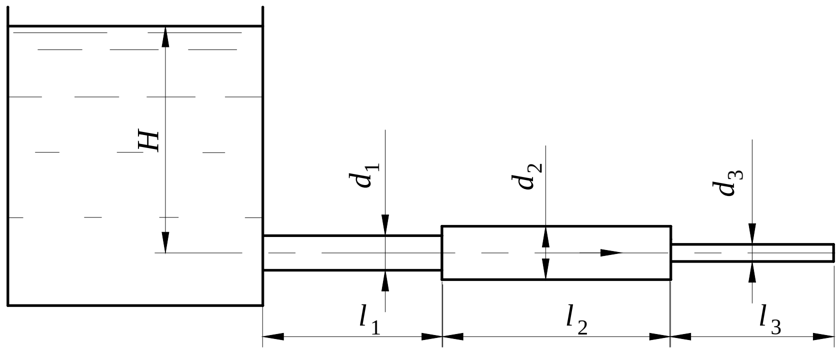
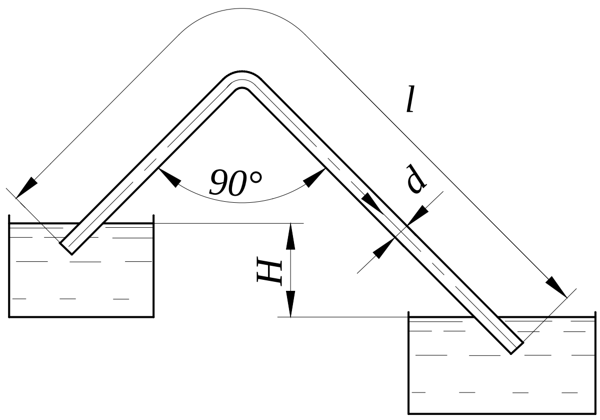
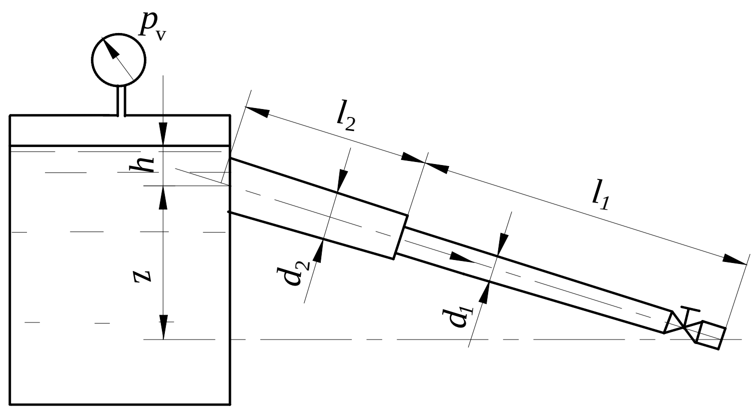
3	 З річки в колодязь надходить вода з витратою $Q = 12{,}5$ л/с по трубі довжиною $l = 120$ м, що має сітку зі зворотним клапаном, з коефіцієнтом опору $\zeta_{кл} = 10$. Прийнявши коефіцієнт тертя $\lambda = 0{,}022$, визначити різницю рівнів H у річці та колодязі, якщо діаметр труби $d = 100$ мм.
4	 Вода тече трубою змінного перерізу, діаметри та довжини ділянок якої відповідно дорівнюють: $d_1 = 100$ мм, $d_2 = 200$ мм, $l_1 = 20$ м, $l_2 = 30$ м, манометри розташовані на відстані $h_1 = h_2 = 2$ м від осі труби, а коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = 0{,}025$ й $\lambda_2 = 0{,}03$. Визначити витрату Q, якщо $p'_м = 1{,}5$ ат, $p''_м = 0{,}5$ ат.
5	 У бак подається вода з постійною витратою Q, а щоб уникнути переповнення бака, встановлена зливна труба діаметром $d = 80$ мм та загальною довжиною $l = 8$ м з коефіцієнтом тертя $\lambda = 0{,}025$. Визначити, яка витрата повинна надходити в бак, щоб був постійний напір $H = 2$ м. Коефіцієнт опору плавного повороту в труб і $\zeta_{пов} = 0{,}45$.

<table>
<tr><td>6</td><td>

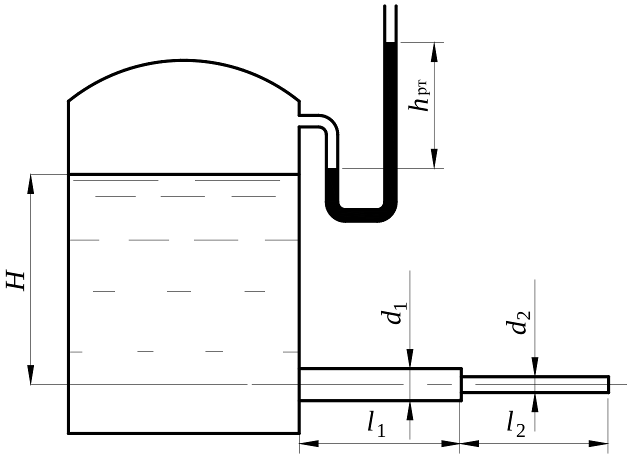
Вода тече трубопроводом змінного перерізу, діаметри ділянок якого відповідно дорівнюють: d_1 = 40 мм, d_2 = 60 мм; довжини: l_1 = 2 м, l_2 = 3 м, l_3 = 1 м; коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = \lambda_3$ = 0,022 й λ_2 = 0,03. Визначити витрату *Q*, якщо $p'_м$ = 1 ат, $p''_м$ = 0,8 ат.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>

Вода перетікає з напірного бака *А* в резервуар *Б* по трубі змінного перерізу через вентиль з коефіцієнтом опору $\zeta_в$ = 4. Діаметри труб: d_1 = 30 мм, d_2 = 50 мм; довжини: l_1 = 4 м, l_2 = 6 м, l_3 = 5 м; коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = \lambda_3$ = 0,035 і λ_2 = 0,032; тиск у напірному баці p_v = 0,08 ат. Визначити різницю рівнів *Н*, якщо витрата *Q* = 0,6 л/с.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>

Два резервуари з'єднані трубою змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 30 м, l_2 = 30 м та діаметрами d_1 = 45 мм, d_2 = 55 мм; h = 6 м. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,028 і λ_2 = 0,022; коефіцієнт опору повороту $\zeta_{пов}$ = 4. Визначити витрату *Q*, якщо показання манометра, приєднаного до резервуара, $p_м$ = 1,2 ат.</td></tr>
</table>

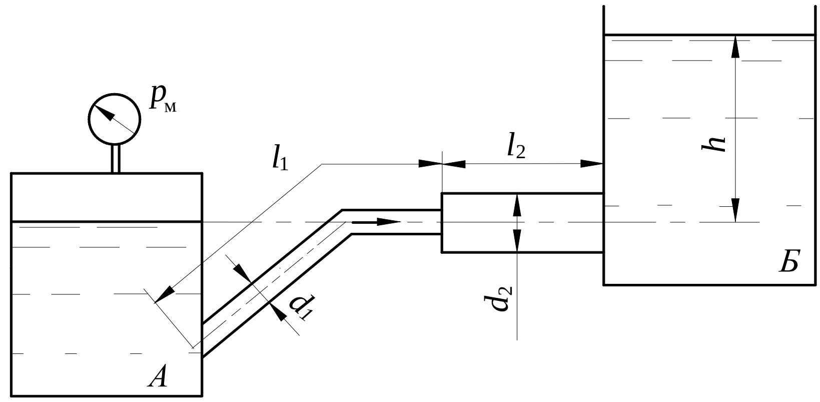
9	 Вода витікає в атмосферу під напором H = 1,5 м по трубі змінного перерізу. Визначити швидкість у широкій частині труби V_2, якщо діаметри ділянок: d_1 = 75 мм, d_2 = 100 мм, d_3 = 50 мм; довжини: l_1 = 6 м, l_2 = 10 м, l_3 = 5 м; коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,022, λ_2 = 0,025 і λ_3 = 0,03.
10	 З верхнього резервуару в нижній надходить вода сифонним трубопроводом діаметром d = 25 мм, довжиною l = 10 м і витратою Q = 0,5 л/с. Коефіцієнт місцевого опору на повороті трубопровода $\zeta_{пов}$ = 0,45; коефіцієнт гідравлічного тертя труби λ = 0,03. Визначити різницю рівнів H у резервуарах.
11	 З резервуару вода витікає в атмосферу по трубі змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 15 м, l_2 = 30 м та діаметрами d_1 = 200 мм, d_2 = 300 мм; h = 2 м. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,03 і λ_2 = 0,025; коефіцієнт опору вентиля $\zeta_в$ = 5. Визначити геометричну висоту z, якщо показання вакуумметра p_v = 0,2 ат, а витрата Q = 0,4 л/с.

12



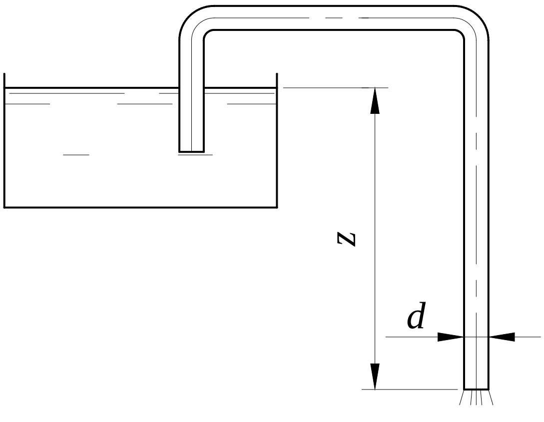
Вода витікає в атмосферу із закритого резервуара по трубі змінного перерізу, діаметри та довжини її ділянок: d_1 = 75 мм, d_2 = 50 мм, l_1 = 20 м, l_2 = 20 м, а перевищення рівня води над віссю труби H = 2 м. Визначити показання ртутного манометра $h_{рт}$, якщо витрата Q = 5 л/с. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,02 і λ_2 = 0,025.

13

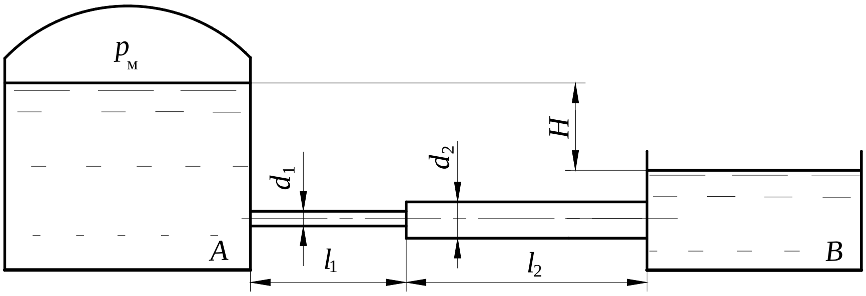
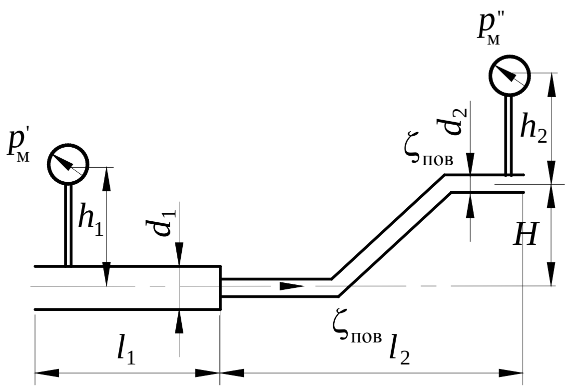
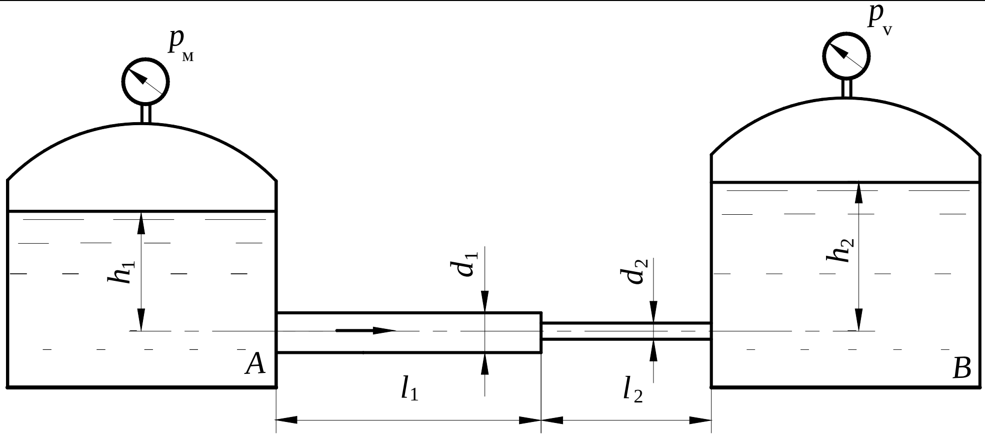


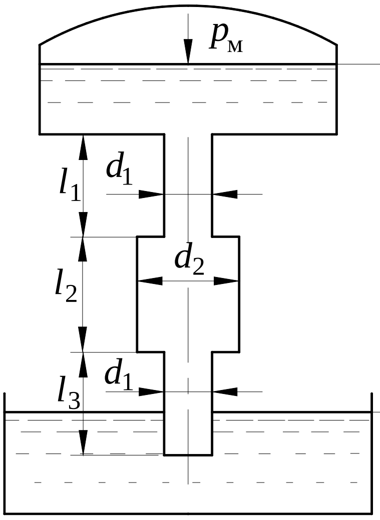
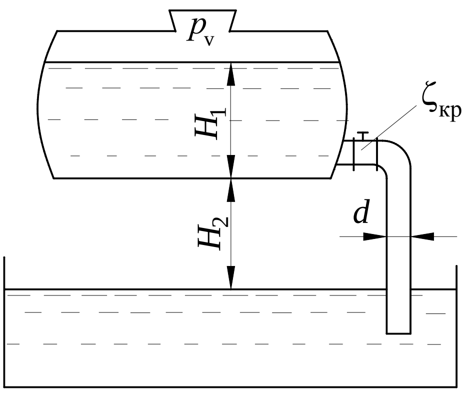
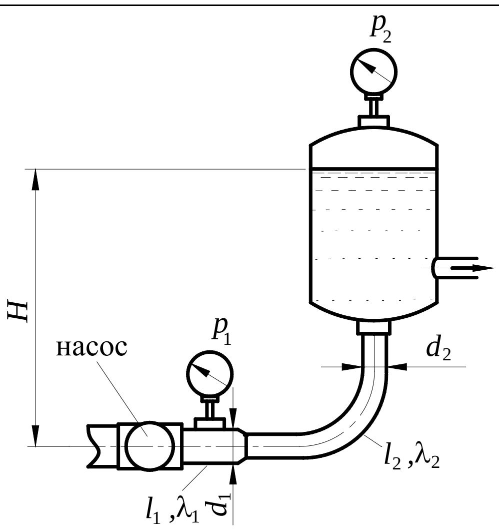
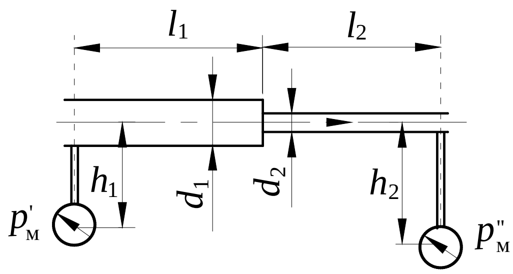
Два резервуари з'єднані трубою змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 40 м, l_2 = 20 м та діаметрами d_1 = 25 мм, d_2 = 40 мм; h = 8 м. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,03 і λ_2 = 0,02; коефіцієнт опору повороту $\zeta_{пов}$ = 1,7. Визначити показання манометра $p_м$, приєднаного до резервуара, якщо витрата Q = 0,8 л/с.

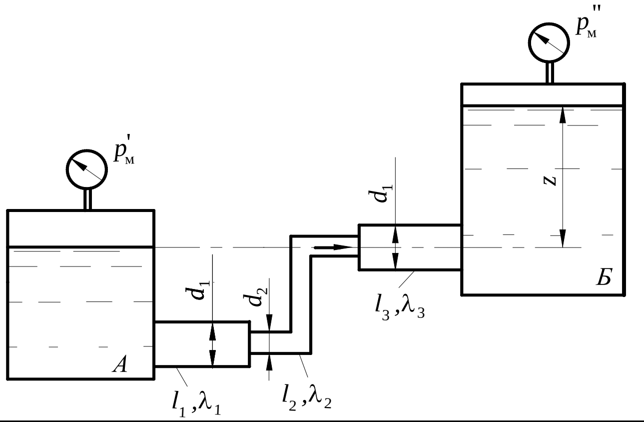
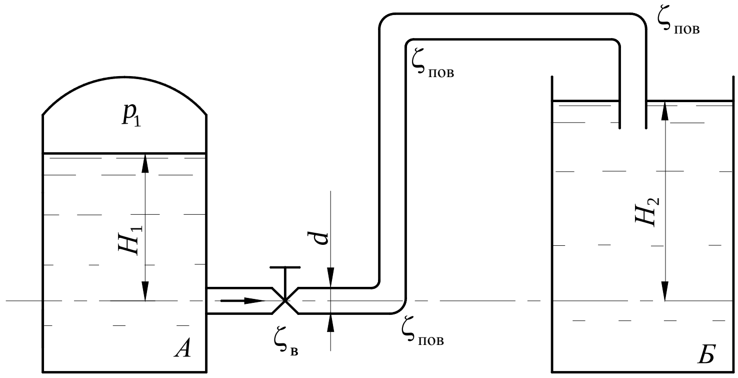
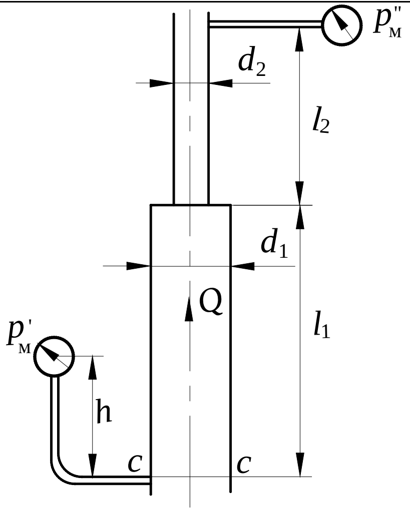
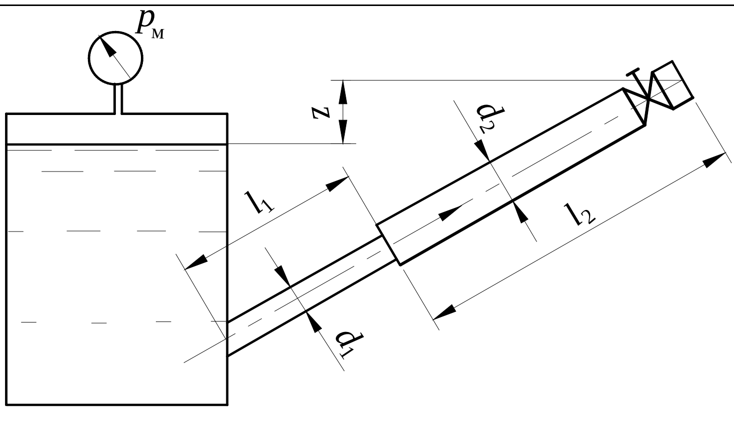
14

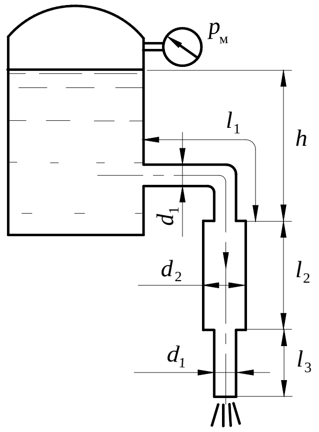
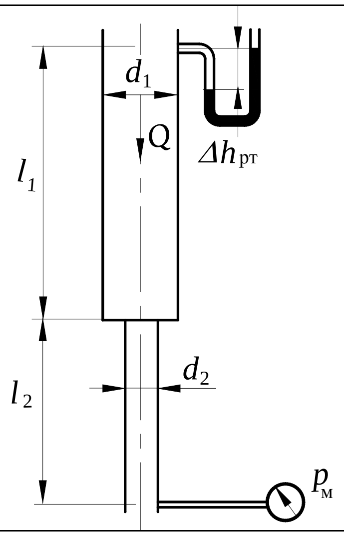
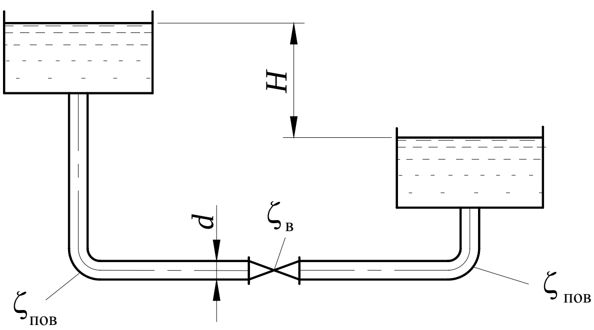
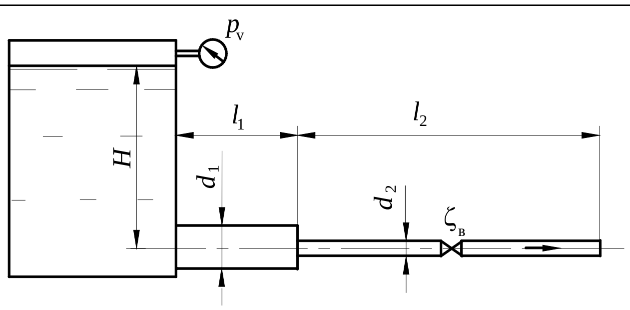


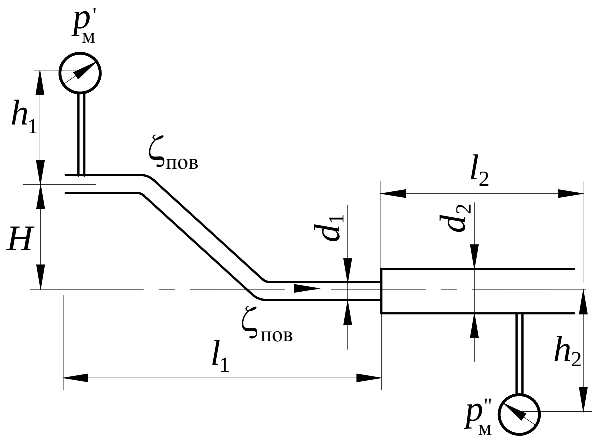
З відкритого резервуару по сифонному трубопроводу діаметром d = 40 мм і довжиною l = 18 м протікає вода. Коефіцієнт тертя труби λ = 0,035; коефіцієнти місцевих опорів на поворотах труби $\zeta_{пов}$ = 0,22. Визначити витрату Q, якщо z = 4 м.

15	 Резервуари *A* та *B* з'єднані трубою змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 10 м, l_2 = 6 м та діаметрами d_1 = 50 мм, d_2 = 75 мм. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,02 і λ_2 = 0,015; різниця рівнів у двох резервуарах H = 8 м. Визначити витрату в трубопроводі Q, якщо показання манометра $p_м = 1{,}96 \cdot 10^4$ Па.
16	 Вода тече по трубопроводу змінного перерізу, діаметри ділянок якого відповідно дорівнюють: d_1 = 30 мм, d_2 = 60 мм; довжини: l_1 = 4 м, l_2 = 6 м; манометри розташовані на відстані h_1 = 0,3 м і h_2 = 0,4 м від осі труби; напір H = 10 м; $\zeta_{пов}$ = 1,19; коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,025 і λ_2 = 0,02. Визначити $p'_м$, якщо витрата Q = 4 л/с і $p''_м$ = 1,5 ат.
17	 Резервуари *A* та *B* з'єднані трубою змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 12 м, l_2 = 8 м та діаметрами d_1 = 80 мм, d_2 = 40 мм. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,03 і λ_2 = 0,035; напори: h_1 = 4 м і h_2 = 6 м. Визначити показання манометра $p_м$, якщо витрата в трубопроводі Q = 2 л/с, а показання вакуумметра p_v = 0,1 ат.

18	 	З резервуара при постійному манометричному тиску $p_м = 1{,}96\cdot10^4$ Па і постійному рівні витікає вода по вертикальній трубі змінного перерізу, нижній кінець якої занурений у відкритий резервуар. Визначити витрату Q в трубі, якщо $H = 1$ м, діаметри ділянок: $d_1 = 50$ мм, $d_2 = 75$ мм; довжини: $l_1 = 3$ м, $l_2 = 5$ м, $l_3 = 2$ м; коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = \lambda_3 = 0{,}03$ і $\lambda_2 = 0{,}025$.
19	 	Злив бензину з цистерни здійснюється трубою діаметром $d = 50$ мм і довжиною $l = 6$ м, де встановлено кран з коефіцієнтом опору $\zeta_{кр} = 3$. Визначити витрату бензину Q при $H_1 = 1{,}5$ м і $H_2 = 1{,}3$ м, якщо у верхній частині цистерни має місце вакуум $p_v = 73{,}5$ мм рт. ст. Густина бензину $\rho_{бен} = 750$ кг/м^3; $\zeta_{пов} = 0{,}45$; коефіцієнт тертя $\lambda = 0{,}03$.
20	 	Насос нагнітає рідину в напірний бак, де встановився постійний рівень на висоті $H = 2$ м, а також постійний тиск $p_2 = 0{,}2$ МПа. Манометр, встановлений на виході з насоса на трубі діаметром $d_1 = 75$ мм і довжиною $l_1 = 1$ м, показує $p_1 = 0{,}25$ МПа. Визначити витрату рідини Q (подачу насоса), якщо діаметр викривленої труби, що підводить гас до бака, $d_2 = 50$ мм і довжина $l_2 = 10$ м. Коефіцієнт опору цієї труби $\zeta = 0{,}5$; коефіцієнт тертя $\lambda_1 = 0{,}025$ і $\lambda_2 = 0{,}03$. Густина рідини $\rho_{гас} = 800$ кг/м^3.
21	 Вода тече по трубі змінного перерізу, діаметри ділянок якої відповідно дорівнюють: $d_1 = 0{,}1$ м, $d_2 = 0{,}06$ м, а довжини: $l_1 = 10$ м, $l_2 = 20$ м, манометри розташовані на відстані $h_1 = 0{,}3$ м і $h_2 = 0{,}4$ м від осі труби. Коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = 0{,}02$ і $\lambda_2 = 0{,}023$. Визначити витрату Q, якщо $p'_м = 2$ ат, $p''_м = 1$ ат.	

22	 Два резервуари з'єднані трубою змінного перерізу. Діаметри ділянок труби: d_1 = 70 мм, d_2 = 40 мм; довжини: l_1 = l_2 = 10 м, l_3 = 15 м; коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,02, λ_2 = 0,025 і λ_3 = 0,02; різниця рівнів в резервуарах z = 2 м; коефіцієнт опору повороту $\zeta_{пов}$ = 1,1. Визначити швидкість V_1, якщо показання манометра $p'_м$ = 0,6 ат, $p''_м$ = 0,1 ат.
23	 Вода перетікає з бака *А* в *Б* по трубі з діаметром d = 22 мм і довжиною l = 9 м, висота рівнів: H_1 = 0,8 м і H_2 = 3,5 м. Коефіцієнти опору у вентилі $\zeta_в$ = 3,5; на поворотах $\zeta_{пов}$ = 0,18; коефіцієнт тертя λ = 0,025. Визначити тиск у баці *А*, якщо витрата води Q = 1,5 л/с.
24	 Вода тече по трубопроводу змінного перерізу, діаметри і довжини ділянок якого відповідно дорівнюють: d_1 = 150 мм, d_2 = 100 мм, l_1 = 10 м, l_2 = 5 м, манометр розташований на відстані h = 2 м від перерізу *c–c*, а коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,02, λ_2 = 0,04. Визначити витрату Q, якщо $p'_м$ = 3 ат, $p''_м$ = 1 ат.
25	 З резервуару вода витікає в атмосферу по трубі змінного перерізу з довжинами ділянок l_1 = 8 м, l_2 = 20 м та діаметрами d_1 = 80 мм, d_2 = 100 мм; z = 13 м. Коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,03, λ_2 = 0,02; коефіцієнт опору вентиля $\zeta_в$ = 3. Визначити показання манометра $p_м$, якщо витрата Q = 6 л/с.

26	 Вода витікає з бака в атмосферу по трубі змінного перерізу, діаметри ділянок якого відповідно дорівнюють: $d_1 = 80$ мм, $d_2 = 120$ мм; довжини: $l_1 = 10$ м, $l_2 = 4$ м, $l_3 = 3$ м, $h = 5$ м, тиск у баці $p_м = 1$ ат. Коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = 0{,}02$, $\lambda_2 = 0{,}015$, $\lambda_3 = 0{,}02$; коефіцієнт опору поворота $\zeta_{пов} = 0{,}5$. Визначити витрату Q.
27	 Вода тече трубопроводом змінного перерізу, діаметри і довжини ділянок якого відповідно дорівнюють: $d_1 = 0{,}2$ м, $d_2 = 0{,}1$ м, $l_1 = 2$ м, $l_2 = 5$ м, $\Delta h_{рт} = 0{,}8$ м, а коефіцієнти тертя: $\lambda_1 = 0{,}03$, $\lambda_2 = 0{,}04$. Визначити показання манометра $p_м$, якщо витрата $Q = 4$ л/с.
28	 Два резервуари з'єднані трубою діаметром $d = 100$ мм, загальною довжиною $l = 80$ м. Визначити, за якою різницею рівнів H витрата води в трубі буде дорівнювати $Q = 30$ м^3/год, якщо коефіцієнт опору вентиля $\zeta_в = 4$, коефіцієнт опору поворота $\zeta_{пов} = 0{,}26$, а коефіцієнт гідравлічного опору тертя труби $\lambda = 0{,}03$.
29	 З резервуара при тиску $p_v = 0{,}2$ ат в атмосферу витікає вода по трубі змінного перерізу, діаметри і довжини ділянок якої відповідно дорівнюють: $d_1 = 200$ мм, $d_2 = 100$ мм, $l_1 = 18$ м, $l_2 = 12$ м; коефіцієнти тертя $\lambda_1 = 0{,}02$, $\lambda_2 = 0{,}03$; коефіцієнт опору вентиля $\zeta_в = 4$. Визначити, за якого напору H витрата води дорівнює $Q = 16$ л/с.

30		Вода тече по трубопроводу змінного перерізу, діаметри ділянок якого відповідно дорівнюють: d_1 = 100 мм, d_2 = 300 мм; довжини: l_1 = 30 м, l_2 = 10 м; манометри розташовані на відстані h_1 = 0,3 м і h_2 = 0,4 м від осі труби; коефіцієнти тертя: λ_1 = 0,03, λ_2 = 0,015; коефіцієнт опору $\zeta_{пов}$ = 0,25. Визначити H, якщо витрата Q = 3 л/с і $p'_м$ = 1 ат, $p''_м$ = 1,5 ат.

Контрольні питання

1. Чим відрізняється ідеальна рідина від реальної?

2. У чому відмінність усталеної течії рідини від несталої, напірної від безнапірної?

3. У чому полягає різниця між напором і тиском?

4. Поясніть енергетичний і геометричний сенс членів рівняння Бернуллі.

5. Чим відрізняються рівняння Бернуллі для ідеальної та реальної рідин, для елементарної струминки та потоку?

6. Які існують режими руху рідини і в чому їхня відмінність?

7. Як визначити число Рейнольдса для круглої труби?

8. Перелічіть види гідравлічних втрат.

9. Чому гідравлічні втрати в турбулентному потоці більші, ніж у ламінарному?

10. Чому одна й та сама труба в одному випадку може бути гідравлічно гладкою, а в іншому випадку – гідравлічно шорсткою?

11. Скільки є зон опору і які з них відповідають турбулентному руху рідини?

12. Від чого залежить коефіцієнт опору тертю у різних зонах та як можна його визначити?

13. Які опори називають місцевими? За якою формулою визначають місцеві втрати?

3.13. Гідравлічний удар в трубах

Гідравлічним ударом зазвичай називають різке підвищення тиску, що виникає у напірному трубопроводі при раптовому гальмуванні потоку. Гідравлічний удар є коливальним процесом, що виникає в пружному трубопроводі з крапельною рідиною при раптовій зміні швидкості. Цей процес є дуже швидкоплинним і характеризується чергуванням різких підвищень і знижень тиску.

Гідравлічний удар найчастіше виникає при швидкому закритті засувки або будь-якого пристрою управління потоками.

Теоретичне обґрунтування гідравлічного удару розробив видатний вчений Н. Є. Жуковський. Жуковський дійшов висновку, що у зв'язку зі швидким закриттям засувки (крана) і різким зменшенням швидкості до нуля відбувається перехід кінетичної енергії потоку, що рухається по трубопроводу, в потенційну енергію, яка витрачається на роботу з деформації стінок трубопроводу і стиснення рідини (рис. 3.17).

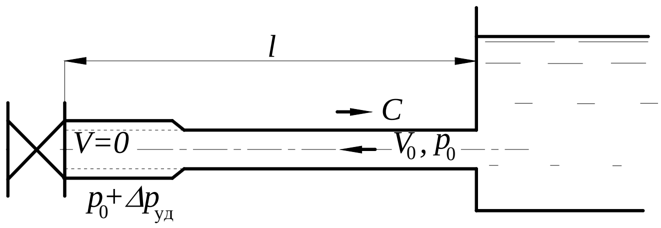


Рисунок 3.17 – До поняття гідроудару

Підвищення тиску при гідроударі визначається за формулою Жуковського:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho c V_0,$$

де ρ – щільність рідини;

c – швидкість поширення ударної хвилі;

V_0 – первісна швидкість руху рідини в трубі.

Швидкість поширення ударної хвилі визначається виразом:

$$c = \frac{\sqrt{\dfrac{E_{\text{р}}}{\rho}}}{\sqrt{1 + \dfrac{d}{\delta}\dfrac{E_{\text{р}}}{E_{\text{тр}}}}},$$

де $E_{\text{р}}$ – модуль об'ємної пружності рідини; d – діаметр трубопроводу; δ – товщина стінки труби; $E_{\text{тр}}$ – модуль пружності матеріалу труби.

Для води c = 1425 м/с; для мастил c = 1200÷1400 м/с; бензину c = 1116 м/с.

Час T, за який ударна хвиля пройде шлях до резервуара й повернеться назад до засувки (крану), називається фазою удару $T = 2l/c$.

Коли зменшення швидкості в трубі відбувається не до нуля, а до значення V_1, виникає неповний гідроудар і формула Жуковського набуває вигляду: $\Delta p_{\text{уд}} = \rho c (V_0 - V_1)$. Формула слушна при дуже швидкому закритті засувки (крана) або, точніше кажучи, коли час закриття засувки (крана) $t_{\text{закр}} < T = \dfrac{2l}{c}$.

Розрізняють прямій і непрямий гідроудар. Прямий гідроудар виникає, якщо $t_{\text{закр}} < T$, непрямий – якщо $t_{\text{закр}} > T$. Непрямий гідроудар характеризується меншою силою. Очевидно, що підвищення тиску $\Delta p'_{\text{уд}}$ при непрямому гідроударі буде менше, чим при прямому гідроударі, тому що ударна хвиля, відбившись від резервуара, вертається до крана раніше, чим він буде повністю закритий; і тому за період фази рух води ще не повністю зупинився й не вся кінетична енергія потоку переходить у потенційну.

Якщо припустити, що швидкість потоку при закритті засувки (крана) зменшується, а тиск зростає лінійно за часом, то можна записати:

$$\frac{\Delta p'_{\text{уд}}}{\Delta p_{\text{уд}}} = \frac{T}{t_{\text{закр}}}, \text{ звідси } \Delta p'_{\text{уд}} = \Delta p_{\text{уд}} \frac{T}{t_{\text{закр}}} = \rho c V_0 \frac{2l}{c t_{\text{закр}}} = \frac{2\rho V_0 l}{t_{\text{закр}}}.$$

У табл. 3.5 наведені характеристики рідини й матеріалу труб.

Таблиця 3.5 – Характеристики рідини й матеріалу труб

Матеріал	Щільність рідини ρ, кг/м^3	Модуль пружності E	
		кПа·10^6	кгс/м^2·10^8
Вода	1000	2,03	2,07
Нафта	900	1,324	1,35
Гас	800	1,37	1,4
Ртуть	13600	32,4	33
Свинцеві труби	–	4,9–0,196	5–0,2
Дерев'яні труби	–	9,81	10
Бетонні труби	–	13,62	20
Чавунні труби	–	98,1	100
Сталеві труби	–	196	200

3.14. Приклади розв'язання задач

Задача 4. Визначити підвищення тиску, що виникає при раптовому закритті засувки на водопровідній трубі, якщо швидкість руху води 1 м/с, швидкість поширення ударної хвилі 1000 м/с.

Розв'язок

Для визначення миттєвого підвищення тиску використовуємо формулу Жуковського:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho c V_0 = 1000 \cdot 1 \cdot 1000 = 10^6 \ \text{Н/м}^2 \ (\text{Па}).$$

Відповідь: $\Delta p_{\text{уд}} = 10^6$ Па.

Задача 5. Визначити мінімальний час закриття засувки на трубопроводі довжиною l = 500 м при швидкості води V = 2 м/с, припустиме підвищення тиску не повинне перевищувати 5 бар ($5 \cdot 10^5$ Па).

Розв'язок

З формули Жуковського визначаємо швидкість поширення ударної хвилі:

$$c = \frac{\Delta p_{\text{уд}}}{\rho V_0} = \frac{5 \cdot 10^5}{1000 \cdot 2} = 250 \text{ м/с.}$$

Визначаємо фазу удару: $T = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 500}{250} = 4$ с.

Мінімальний час закриття засувки $t_{\text{закр}} \le T$, отже, $t_{\text{закр}} = 4$ с.

Відповідь: $t_{\text{закр}} = 4$ с.

Задача 6. По сталевій трубі $l = 100$ м і діаметром $d = 200$ мм протікає витрата 200 м^3/год. Визначити, наскільки підвищиться тиск у трубі при закритті засувки, якщо час закриття $t_{\text{закр}}$ в першому випадку 0,1 с, а в другому випадку 1 с, швидкість поширення ударної хвилі c = 1000 м/с.

Розв'язок

Визначаємо середню швидкість течії води в трубі:

$$V_{\text{сер}} = \frac{\dfrac{Q}{3600}}{\dfrac{\pi d^2}{4}} = \frac{\dfrac{200}{3600}}{\dfrac{3,14 \cdot 0,2^2}{4}} = 1,77 \text{ м/с.}$$

Визначаємо фазу гідравлічного удару:

$$T = \frac{2l}{c} = \frac{2 \cdot 100}{1000} = 0,2 \text{ с.}$$

У першому випадку час закриття засувки $t_{\text{закр}} = 0,1$ с менше T, тобто $t_{\text{закр}} < T$, отже, підвищення тиску в трубопроводі буде дорівнювати:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho c V_{\text{сер}} = 1000 \cdot 1,77 \cdot 1000 = 1,77 \cdot 10^6 \text{ Па = 18 ат.}$$

У другому випадку час закриття $t_{\text{закр}} = 1$ с засувки більше фази гідроудару, $t_{\text{закр}} > T$, тобто має місце непрямий гідроудар.

Підвищення тиску в цьому випадку визначається за формулою:

$$\Delta p'_{\text{уд}} = \rho c V_{\text{сер}} \frac{T}{t_{\text{закр}}} = \rho c V_{\text{сер}} \frac{2l}{c \cdot t_{\text{закр}}} = \rho V_{\text{сер}} \frac{2l}{t_{\text{закр}}} = 1000 \cdot 1,77 \frac{2 \cdot 100}{1} = 354000 \text{ Па} = 3,6 \text{ ат}.$$

Відповідь: 1) $\Delta p_{\text{уд}}$ = 18 ат; 2) $\Delta p_{\text{уд}}$ = 3,6 ат.

Задача 7. Визначити швидкість поширення ударної хвилі й підвищення тиску при миттєвому закритті сталевого трубопроводу діаметром d = 450 мм, товщиною стінки δ = 8 мм при початковій швидкості руху води M_0 = 1,8 м/с.

Розв'язок

Визначаємо швидкість поширення ударної хвилі:

$$c = \frac{\sqrt{\dfrac{E_{\text{р}}}{\rho}}}{\sqrt{1 + \dfrac{d}{\delta}\dfrac{E_{\text{р}}}{E_{\text{тр}}}}},$$

де ρ = 1000 кг/м^3; $E_{\text{р(води)}} = 2,03 \cdot 10^6$ кПа; $E_{\text{тр}} = 196 \cdot 10^6$ кПа. Модуль пружності води і матеріалу труби, в даному випадку сталі, визначаємо за табл. 3.5.

$$c = \frac{\sqrt{\dfrac{2,03 \cdot 10^6}{1000}}}{\sqrt{1 + \dfrac{450}{8}\dfrac{2,03 \cdot 10^6}{196 \cdot 10^6}}} = 1139 \text{ м/с}.$$

За формулою Жуковського визначаємо:

$$\Delta p_{\text{уд}} = \rho c V_{\text{сер}} = 1000 \cdot 1139 \cdot 1,8 = 2,05 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Відповідь: c = 1139 м/с; $\Delta p_{\text{уд}}$ = 2,05 МПа.

3.15. Витікання рідин через отвори й насадки

3.15.1. Класифікація отворів і витікань

Вивчення питання про витікання рідини з отворів і насадок має велике прикладне значення.

Теорія витікання покладена в основу розрахунків ежекторів, гідромоніторів пожежних пристроїв, водоспусків.

З теорією витікання доводиться стикатися під час розв'язання задач про спорожнення різних ємностей – цистерн, водонапірних баків, бензовозів. При цьому визначається час спорожнення, витрата, швидкість витікання.

Витіканням називається рух рідини, під час якого відбувається перетворення потенційної енергії рідини в резервуарі на кінетичну енергію струменя, що витікає, з більшими або меншими втратами.

Витікання може відбуватися за різних умов: за постійного (сталий рух рідини) або змінного напору.

Витікання рідини через отвори різних форм і розмірів, а також через насадки (короткі патрубки завдовжки від 3 до 5 діаметрів, приєднані до отвору в тонкій стінці), може відбуватися в атмосферу (незатоплені отвори) або в простір, заповнений газом, або під рівень (затоплені отвори).

На характер витікання рідини через отвори впливають: форма отвору, розмір отвору, товщина стінки ємності, в якій знаходиться отвір.

Отвори можуть бути круглими, квадратними, овальними тощо.

Розрізняють отвори в тонкій і товстій стінці.

Отвором у тонкій стінці називається такий отвір, краї якого мають гостру кромку, причому товщина стінки не впливає на форму й умови витікання струменя. Отже, рідина, що протікає через отвір у тонкій стінці, долає тільки місцеві втрати енергії, аналогічні втратам енергії при раптовому звуженні потоку. Стінка вважається тонкою в тому разі, якщо її товщина δ не перевищує трьох діаметрів отвору: $\delta \le 3d$.

Отвором у товстій стінці називається такий отвір, у якому струмінь, перш ніж одержати вільне падіння, рухається уздовж стінки, долаючи не тільки місцеві втрати енергії, а й втрати енергії на тертя по довжині. Досвідом встановлено, що такий рух відбуватиметься в тому разі, якщо товщина стінки δ буде більше трьох діаметрів отвору $\delta > 3d$. Характер витікання в цьому випадку змінюється і стає аналогічним витіканню через насадок.

Розрізняють великі та малі отвори (рис. 3.18).

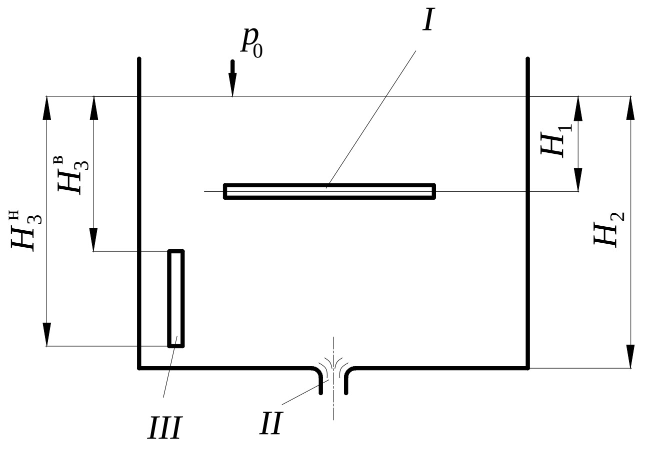


Рисунок 3.18 – До поняття про малі та великі отвори

Отвір вважається ***малим*** *I* і *II* (рис. 3.18), якщо його вертикальний розмір, що дорівнює різниці напорів, що діють по верхній і нижній кромках, не перевищує 10 % від напору, що діє по осі: $h < \frac{1}{10}H$. При виконанні цієї умови швидкості на верхній і нижній границях струменя, що витікає з отвору, можна вважати однаковими.

Інакше отвір вважається ***великим*** (рис. 3.18, *ІІІ*), і під час його розрахунку необхідно враховувати напори, що діють на його краях.

Таким чином, малим називається отвір, у різних точках якого геометричний напір фактично однаковий, тобто тиск у точках отвору практично однаковий.

Великим називається отвір, у якого геометричний напір у різних точках по висоті не однаковий, розміри великого отвору у вертикальному напрямку значні, співмірні з напором під центром отвору.

Таким чином, йдеться не про абсолютні розміри, тобто площу отвору, а про порівнянність її висоти і геометричного напору.

3.15.2. Витікання через малі отвори в тонкій стінці за постійного напору

Витікання відбувається при постійному напорі (рис. 3.19), тобто рівень рідини в резервуарі є незмінним. Це можливо, якщо вільна поверхня рідини займає велику площу або якщо в резервуар подають таку саму витрату, що й витікає через отвір (насадок).

За постійного напору швидкості витікання будуть незмінними в часі, тобто рух буде сталим. При цьому лінії струму і траєкторії руху частинок рідини збігаються.

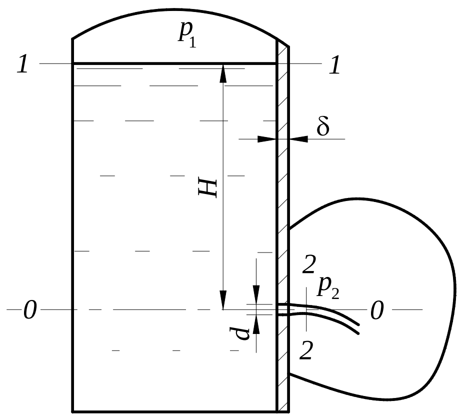


Рисунок 3.19 – Витікання з отвору в тонкій стінці за постійного напору

У бічній вертикальній стінці судини є малий круглий отвір у тонкій стінці, тобто $d \le \frac{1}{10} H$, $\delta \le 3d$.

Розглянемо найзагальніший випадок, коли на поверхні рідини створено надлишковий тиск p_1, а рідина витікає в середовище з надлишковим тиском p_2.

Частинки рідини наближаються до отвору в тонкій стінці з усього прилеглого об'єму, рухаючись прискорено по різних плавних траєкторіях; струмінь відривається від стінки біля крайки отвору і потім дещо стискається. Циліндричної форми струмінь набуває на відстані, що дорівнює приблизно одному діаметру отвору.

Стиснення струменя (рис. 3.20) зумовлене необхідністю плавного переходу від різних напрямів руху частинок рідини в резервуарі, зокрема радіального напряму руху по стінці до осьового напряму руху в струмені

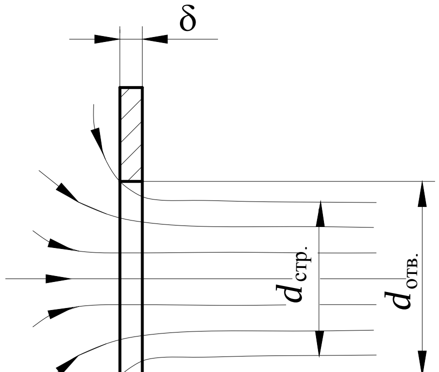


Рисунок 3.20 – До поняття про стиснення струменя

Ступінь стиснення оцінюється коефіцієнтом стиснення ε, що дорівнює відношенню площі поперечного перерізу струменя до площі отвору, тобто:

$$\varepsilon = \frac{S_{\text{струменя}}}{S_{\text{отвору}}} = \left(\frac{d_{\text{струменя}}}{d_{\text{отвору}}} \right)^2 .$$

Циліндричної форми струмінь набуває на відстані, що дорівнює приблизно одному діаметру отвору. Для круглого отвору $\varepsilon = 0{,}64$.

Рух рідини в струмені після стиснутого перерізу вважається сталим, і для розрахунку течії можна застосовувати рівняння Бернуллі. Розподіл швидкостей у струмені вважаємо рівномірним.

Запишемо рівняння Бернуллі для руху рідини для перерізів 1–1 і 2–2 у резервуарі (переріз 1–1, рис. 3.19), де тиск p_1, площина порівняння проходить через центр стиснутого перерізу

$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \xi \frac{V_2^2}{2g}, \tag{3.5}$$

де α_1, α_2 – коефіцієнти Коріоліса для перерізів 1–1 і 2–2, для турбулентного режиму можемо прийняти за 1;

ξ – коефіцієнт опору отвору.

Швидкість у перерізі 1–1 дорівнює нулю, $V_1 = 0$.

Тоді вираз (3.5) приймає вигляд:

$$H + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \xi \frac{V_2^2}{2g}, \text{ або } H + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g}(1 + \xi). \tag{3.6}$$

Введемо поняття розрахункового напору: $H_{\text{р}} = H + \dfrac{p_1}{\rho g} - \dfrac{p_2}{\rho g}$.

Підставимо значення розрахункового напору у формулу (3.6) і визначимо швидкість струменя:

$H_{\text{р}} = \dfrac{V_2^2}{2g}(1 + \xi)$, звідси швидкість V_2 і є швидкість струменя.

$V_2 = V_{\text{стр}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi}} \sqrt{2gH_{\text{р}}} = \varphi \sqrt{2gH_{\text{р}}}$ – формула Торрічеллі.

Тут φ – так званий коефіцієнт швидкості, що дорівнює $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi}}$; $\varphi < 1$.

Для ідеальної рідини $\xi = 0$, отже, $\varphi = 1$ і теоретична швидкість витікання дорівнює: $V_\text{т} = \sqrt{2gH_\text{р}}$.

Таким чином, коефіцієнт швидкості є відношенням дійсної швидкості витікання до теоретичної: $\varphi = \dfrac{V}{\sqrt{2gH}} = \dfrac{V_\text{дійсн}}{V_\text{теор}}$.

Визначаємо витрату струменя:

$$Q = S_\text{стр} \cdot V_\text{стр} = \varphi\sqrt{2gH_\text{р}} \cdot \varepsilon \cdot S_\text{отв} = \varphi \cdot \varepsilon \cdot S_\text{отв}\sqrt{2gH_\text{р}} .$$

Введемо поняття коефіцієнта витрати: $\mu = \varphi \cdot \varepsilon$. Для круглих малих отворів $\mu = 0{,}62$.

Якщо резервуар відкритий і струмінь витікає в атмосферу, то $p_1 = p_2$ і формули для розрахунку швидкості та витрати набувають вигляду:

$$V_\text{стр} = \varphi\sqrt{2gH}\ ;\ Q = \mu \cdot S_\text{отв}\sqrt{2gH} .$$

3.15.3. Витікання з малого затопленого отвору в тонкій стінці за постійного напору

Складемо рівняння Бернуллі для перерізів 1–1 і 2–2 відносно площини порівняння 0–0 (рис. 3.21):

$$H_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \xi \frac{V_2^2}{2g},$$

де $V_1 = 0$; $V_2 = V_\text{стр}$ у перетині 2–2; $\alpha_2 = 1$.

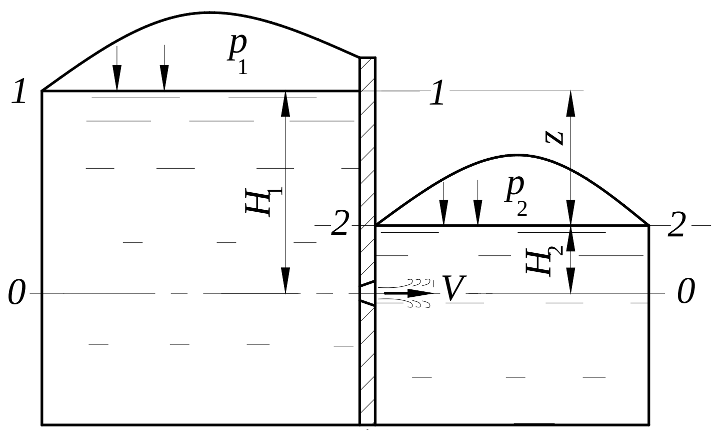


Рисунок 3.21 – Витікання під рівень

$$H_1 - H_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \left(1 + \xi\right)\frac{V_\text{стр}^2}{2g},$$

$H_1 - H_2 = z$, тоді розрахунковий напір дорівнює: $H_{\text{р}} = z + \dfrac{p_1 - p_2}{\rho g}$, а швидкість $V_{\text{стр}} = \varphi\sqrt{2gH_{\text{р}}}$.

Витрата дорівнює: $Q = \mu \cdot S_{\text{отв}}\sqrt{2gH_{\text{р}}}$.

Якщо $p_1 = p_2 = p_{\text{ат}}$, то $V_{\text{стр}} = \varphi\sqrt{2gz}$, а $Q = \mu \cdot S_{\text{отв}}\sqrt{2gz}$.

Швидкість і витрата в разі затопленого отвору не залежать від висоти розташування отвору, а залежать від різниці рівнів.

Коефіцієнти ε, φ, μ приймають такими ж, як і під час витікання в повітряне середовище.

3.15.4. Витікання рідини через насадки за постійного напору

Насадки поділяються на три основні типи: циліндричні, конічні та коноїдальні.

У вихідному перерізі насадка струмінь витікає повним перерізом, а коефіцієнт стиснення ε = 1. Отже, μ = φ·ε = φ.

На рис. 3.22, *а* зображено зовнішній циліндричний насадок ε = 1; μ = φ = 0,82.

На рис. 3.22, *б* зображено внутрішній циліндричний насадок ε = 1; μ = φ = 0,71.

На рис. 3.22, *в* зображений насадок, що сходиться. Для оптимального кута θ = 13°; ε = 0,98; μ = 0,94.

На рис. 3.22, *г* зображено насадок, що розходиться ε = 1; μ = φ = 0,45.

На рис. 3.22, *д* зображений коноїдальний насадок ε = 1; μ = φ = 0,97.

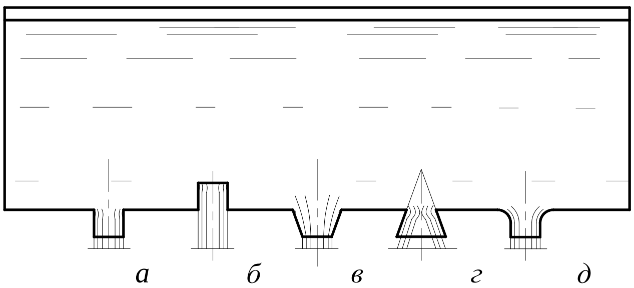


Рисунок 3.22 – Витікання через насадки

Значення всіх коефіцієнтів віднесені до вихідного перерізу насадків.

Швидкість і витрата під час витікання через незатоплений і затоплений насадки визначаються за тими ж формулами, але з урахуванням своїх коефіцієнтів.

Насадки ведуть до більших втрат, ніж під час витікання з малих отворів у тонкій стінці, і, отже, майже всі насадки мають менший коефіцієнт швидкості.

Збільшення витрати в насадках пояснюється наявністю вакууму під час входу в насадок, який збільшує діючий напір, і повним заповненням вихідного перерізу (різко зменшується коефіцієнт стиснення струменя).

3.15.5. Поняття про досконале і недосконале стиснення, повне і неповне стиснення

Неповне стиснення відбувається в тих випадках, коли струмінь не зазнає стиснення з одного боку або ж із кількох боків отвору. Такі випадки можуть траплятися, якщо прямокутний переріз у вертикальній або похилій бічній стінці ємності прилягає безпосередньо до дна (відсутнє стиснення з одного боку (рис. 3.23) або розташований у кутку і також примикає до дна (стиснення відсутнє з двох боків). Таке положення може створюватися за відповідного розташування отвору в дні ємності.

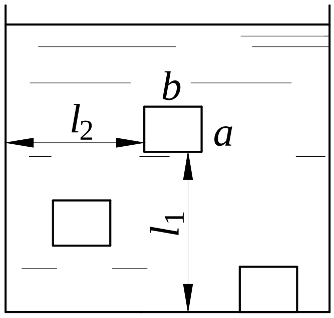


Рисунок 3.23 – До поняття неповного стиснення

За неповного стиснення коефіцієнти стиснення мають більші значення, ніж у разі повного стиснення. У разі неповного стиснення можна виділити випадки досконалого та недосконалого стиснення.

Якщо отвір розташований досить далеко від бічних стінок, вільної поверхні і дна, то кривизна траєкторій крайніх струменів струменя, що витікає, буде найбільшою, стиснення також буде максимальним. У цьому випадку стиснення ***досконале***. Досконале стиснення спостерігається, коли відстань від крайніх граней контуру отвору до стінок і дна ємності перевищує потрійний відповідний поперечний розмір отвору, тобто якщо $l_1 > 3a$; $l_2 > 3b$ (рис. 3.24).

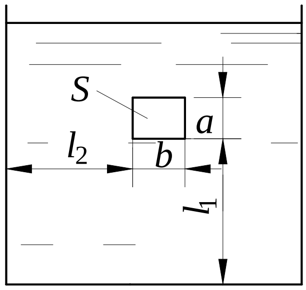


Рисунок 3.24 – До поняття досконалого стиснення

Недосконале стиснення спостерігається, коли отвір розташований ближче до стінок і дна, ніж зазначені вище відстані, тобто якщо $l_1 < 3a;\, l_2 < 3b$. За недосконалого стиснення коефіцієнти стиснення більші, ніж за досконалого стиснення.

3.15.6. Вільний струмінь

Потік рідини, не обмежений жорсткими стінками, називається вільним струменем (рис. 3.25).

X – дальність польоту струменя, $X = V_{\text{стр}} \cdot t$.

Y – висота падіння струменя, $Y = \dfrac{gt^2}{2}$.

Час падіння струменя $t = \sqrt{\dfrac{2Y}{g}}$.

Середня швидкість $V_{\text{сер}} = \dfrac{X}{t} = \dfrac{X}{\sqrt{\dfrac{2Y}{g}}} = X\sqrt{\dfrac{g}{2Y}}$.

Швидкість витікання з отвору при $H = \text{const}$; $V_{\text{сер}} = \varphi\sqrt{2gH}$.

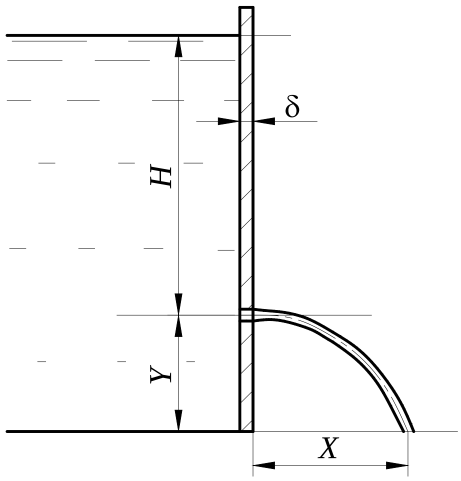


Рисунок 3.25 – До поняття про вільний струмінь

$$X = \sqrt{\frac{2Y}{g}} \cdot \varphi\sqrt{2gH}.$$

$$X = \varphi\sqrt{\frac{2gH\,2Y}{g}} = 2\varphi\sqrt{HY}.$$

$X = 2\varphi\sqrt{HY}$ – рівняння траєкторії струменя, що витікає з отвору в бічній стінці.

3.16. Приклади розв'язання задач

Задача 8. У верхню ємність (рисунок до задачі) надходить вода з витратою $Q = 0{,}25$ л/с, яка потім перетікає через малий отвір у дні діаметром $d_1 = 10$ мм і коефіцієнтом витрати $\mu_1 = 0{,}62$ в нижню ємність, що має також малий отвір у дні діаметром $d_2 = 15$ мм і коефіцієнтом витрати $\mu_2 = 0{,}62$. Визначити: напори H_1 і H_2 в обох ємностях.

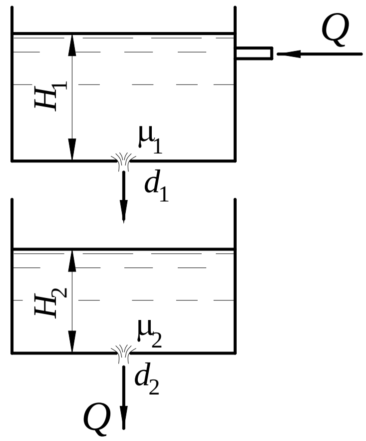


Рисунок до задачі 8

Розв'язок

Рівні рідини в баках підтримуються постійними, отже, витрати в обох баках однакові: $Q_1 = Q_2 = Q$.

Маємо витікання рідини через малі отвори в тонких стінках. Скористаємося формулою витрати для цього випадку витікання:

$$Q = \mu_1 S_1 \sqrt{2gH_1};$$

$$Q = \mu_2 S_2 \sqrt{2gH_2},$$

де μ_1, μ_2 – коефіцієнти витрати;

S_1, S_2 – площі перерізу отворів, м^2.

З першого рівняння визначаємо необхідний напір H_1:

$$H_1 = \frac{Q^2}{2g\mu_1^2 S_1^2} = \frac{\left(0{,}25 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}62^2 \left(0{,}785 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 1{,}3445\,\text{м}.$$

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} = 0{,}785 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2.$$

Аналогічно визначаємо напір H_2:

$$H_2 = \frac{Q^2}{2g\mu_2^2 S_2^2} = \frac{\left(0{,}25 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}62^2 \left(1{,}77 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 0{,}265\,\text{м}.$$

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}015^2}{4} = 1{,}767 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2.$$

Відповідь: H_1 = 1,3445 м; H_2 = 0,265 м.

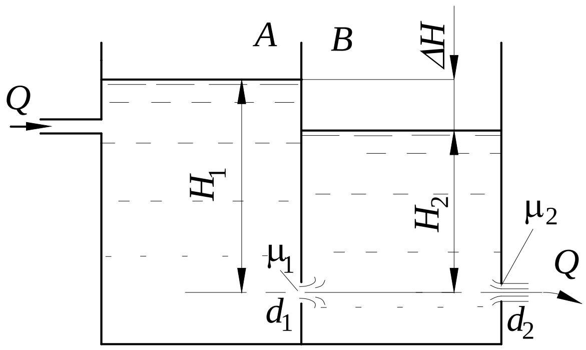


Рисунок до задачі 9

Задача 9. З резервуара A, надходження води в який Q = 0,5 л/с, через малий отвір діаметром d_1 = 15 мм і коефіцієнтом витрати μ_1 = 0,6 вода перетікає в резервуар B (рисунок до задачі), а з нього через отвір діаметром d_2 = 20 мм і коефіцієнтом витрати μ_2 = 0,62 – в атмосферу. Визначити: напір H_2 і різницю рівнів ΔH у резервуарах.

Розв'язок

Рівні рідини в баках підтримуються постійними, тому витрати: $Q_1 = Q_2 = Q$.

Витікання через малий отвір діаметром d_1 відбувається в резервуар, заповнений тією ж рідиною, що і в баку A. Це витікання через затоплений отвір або під рівень.

Витрата в цьому випадку визначається як:

$$Q = \mu_1 S_1 \sqrt{2g\Delta H}\,,$$

де μ_1 – коефіцієнт витрати отвору;

S_1 – площа перерізу отвору;

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}015^2}{4} = 1{,}77 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

ΔH – різниця гідростатичних напорів по обидва боки стінки.

З формули витрати визначаємо ΔH:

$$\Delta H = \frac{Q^2}{2g\mu_1^2 S_1^2} = \frac{\left(0{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}6^2 \cdot \left(1{,}77 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 1{,}13 \text{ м}.$$

Витікання через отвір діаметром d_2 відбувається в атмосферу, отже, напір у формулі витрати дорівнюватиме H_2:

$$Q = \mu_2 S_2 \sqrt{2gH_2};$$

$$H_2 = \frac{Q^2}{2g\mu_2^2 S_2^2} = \frac{\left(0{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}62^2 \cdot \left(3{,}14 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 0{,}336 \text{ м};$$

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}02^2}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Відповідь: ΔH = 1,13 м; H_2 = 0,336 м.

Задача 10. У нижню частину вертикального бака (рисунок до задачі), розділеного тонкою перегородкою на два відсіки, надходить вода з витратою Q = 5 л/с. У цій перегородці є циліндричний насадок із внутрішнім діаметром d_1 = 40 мм і коефіцієнтом витрати μ_1 = 0,75, через який вода надходить у верхню частину бака з рівнем води H_2.

Через другий циліндричний насадок з внутрішнім діаметром d_2 = 30 мм та коефіцієнтом витрати μ_2 = 0,8, розташований на глибині H_3 від верхньої кромки, вода перетікає з бака в атмосферу.

Нижня частина бака має висоту H_1 = 2 м. Манометр на дні показує тиск p_1 = 0,9 ат. Визначити: напори H_2 та H_3.

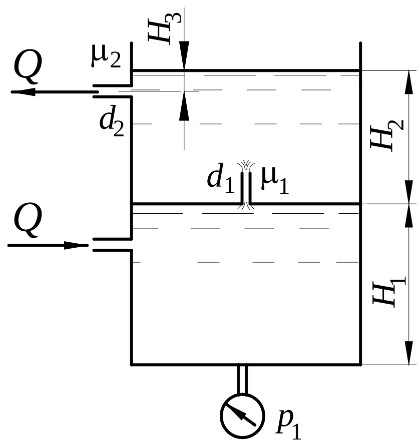


Рисунок до задачі 10

Розв'язок

Рівень рідини в баку підтримується постійним, тому витрати через насадки з діаметрами d_1 та d_2 однакові $Q_1 = Q_2 = Q$.

Формула витрати при витіканні рідини через насадок d_2 буде мати вигляд:

$$Q = \mu_2 S_2 \sqrt{2gH_3}\,,$$

де μ_2 – коефіцієнт витрати насадка;
S_2 – площа поперечного перерізу насадка;

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}03^2}{4} = 7{,}07 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2.$$

Визначаємо H_3 – напір витікання.
Шуканий напір витікання:

$$H_3 = \frac{Q^2}{2g\mu_2^2 S_2^2} = \frac{\left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8^2 \cdot \left(7{,}07 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 3{,}982\,\text{м}.$$

Витікання через насадок із діаметром d_1 – це витікання під рівень. Напір витікання в цьому випадку дорівнює різниці гідростатичних напорів по обидва боки стінки, тобто до насадка напір дорівнює $\frac{p_1}{\rho g} - H_1$, а після H_2.

Формула витрати:

$$Q = \mu_1 S_1 \sqrt{2g\left(\frac{p_1}{\rho g} - H_1 - H_2\right)};$$

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}04^2}{4} = 12{,}56 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2.$$

Напір:

$$H_2 = \frac{p_1}{\rho g} - H_1 - \frac{Q^2}{2g\mu_1^2 S_1^2} = \frac{0{,}9 \cdot 98100}{1000 \cdot 9{,}81} - 2 - \frac{\left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}75^2 \cdot \left(12{,}56 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 5{,}564\,\text{м}.$$

Відповідь: H_2 = 5,564 м; H_3 = 3,982 м.

Задача 11. Визначити напір H_2, за якого струмінь, що витікає з нижнього отвору, потрапляє в те саме місце, що і з верхнього, H = 2,5 м; H_1 = 1 м.

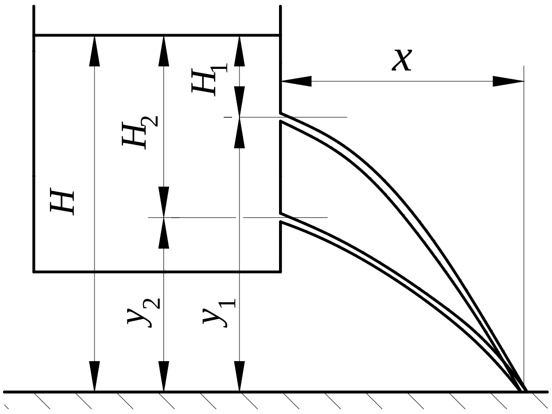


Рисунок до задачі 11

Розв'язок

Запишемо рівняння струменя.

Для верхнього отвору: $x_1 = \sqrt{4\varphi_1^2 H_1 y_1}$.

Для нижнього отвору: $x_2 = \sqrt{4\varphi_2^2 H_2 y_2}$.

З умови задачі $x_1 = x_2$, тобто $4\varphi_1^2 H_1 y_1 = 4\varphi_2^2 H_2 y_2$, або при $\varphi_1 = \varphi_2$, $H_1 y_1 = H_2 y_2$. З останньої рівності визначаємо H_2:

$$H_2 = \frac{H_1 y_1}{y_2} = \frac{H_1(H - H_1)}{H - H_2};$$

$$H_2^2 - 2{,}5H_2 + 1{,}5 = 0.$$

Розв'язуємо квадратне рівняння:

$$H_{2_{1,2}} = \frac{2{,}5}{2} \pm \sqrt{\frac{2{,}5^2}{4} - 1{,}5} = 1{,}25 \pm 0{,}25.$$

Перший корінь $H_{2_1} = 1{,}5$ м. Другий корінь $H_{2_2} = 1{,}0$ м. Перший корінь дає H_2 значення для верхнього отвору.

Відповідь: H_2 = 1,5 м.

Задача 12. Визначити витрату Q через отвір у дні бака, якщо діаметри отворів d_1 = 10 мм, d_2 = 15 мм, коефіцієнти витрати $\mu_1 = \mu_2$ = 0,62, рівні води в баках співвідносяться як $H_2 = 2H_1$ м, p_V = 0,1 ат.

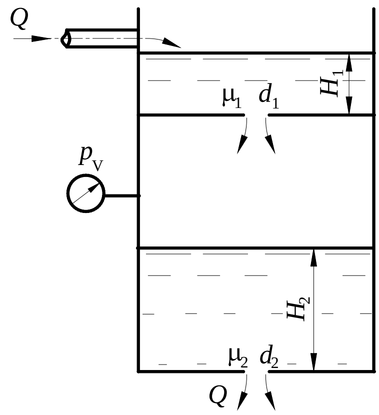


Рисунок до задачі 12

Розв'язок

Рівні рідини в баках не змінюються з часом, тому витрати Q_1 і Q_2 однакові і дорівнюють Q.

Запишемо рівняння витрати для витікання через верхній отвір. Напір витікання дорівнюватиме різниці гідростатичних напорів по обидва боки стінки:

$$H = H_1 - \frac{p_V}{\rho g} = H_1 - \frac{-0{,}1 \cdot 98100}{1000 \cdot 9{,}81} = H_1 + 1;$$

$$Q_1 = \mu_1 \cdot S_1 \sqrt{2g(H_1 + 1)}.$$

Напір витікання для нижнього отвору дорівнює:

$$H = H_2 + \frac{p_V}{\rho g} = 2H_1 + \frac{-0{,}1 \cdot 98100}{1000 \cdot 9{,}81} = 2H_1 - 1.$$

Рівняння витрати для нижнього отвору запишеться такою формулою:

$$Q_2 = \mu_2 \cdot S_2 \sqrt{2g(2H_1 - 1)}.$$

Витрати Q_1 і Q_2 однакові, тому

$$\mu_1 \cdot S_1 \sqrt{2g(H_1 + 1)} = \mu_2 \cdot S_2 \sqrt{2g(2H_1 - 1)}.$$

З останнього рівняння визначаємо H_1. Для цього обидві частини рівняння зводимо до другого ступеня і розв'язуємо відносно H_1.

$$\mu_1^2 \cdot S_1^2 \cdot 2g \cdot (H_1 + 1) = \mu_2^2 \cdot S_2^2 \cdot 2g \cdot (2H_1 - 1);$$

$$\mu_1^2 \cdot S_1^2 \cdot (H_1 + 1) = \mu_2^2 \cdot S_2^2 \cdot (2H_1 - 1);$$

$$H_1(2\mu_2^2 \cdot S_2^2 - \mu_1^2 \cdot S_1^2) = \mu_1^2 \cdot S_1^2 + \mu_2^2 \cdot S_2^2;$$

$$H_1 = \frac{\mu_1^2 \cdot S_1^2 + \mu_2^2 \cdot S_2^2}{2\mu_2^2 \cdot S_2^2 - \mu_1^2 \cdot S_1^2}.$$

За умовою задачі $\mu_1 = \mu_2$, тоді

$$H_1 = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2S_2^2 - S_1^2} = \frac{d_1^4 + d_2^4}{2d_2^4 - d_1^4} = \frac{\left(10 \cdot 10^{-3}\right)^4 + \left(15 \cdot 10^{-3}\right)^4}{2 \cdot \left(15 \cdot 10^{-3}\right) - \left(10 \cdot 10^{-3}\right)^4} = 0{,}664 \text{ м.}$$

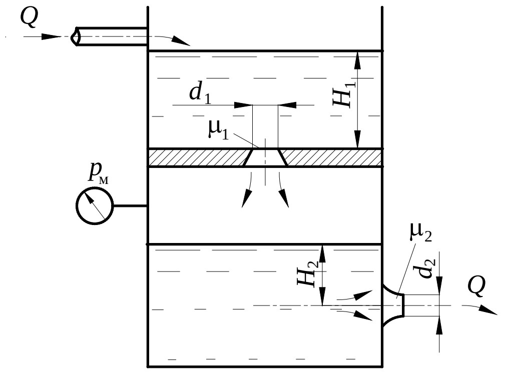
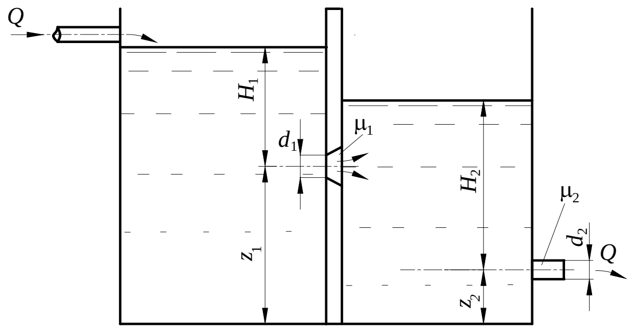
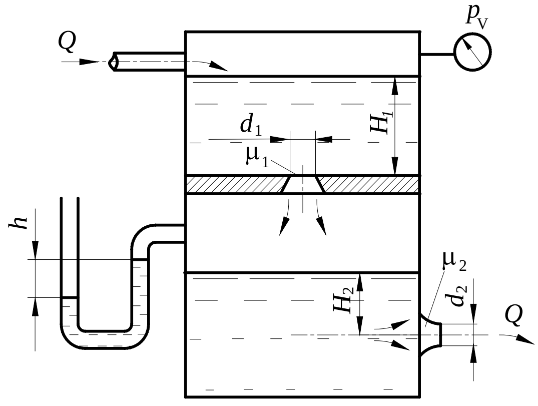
Визначаємо витрату:

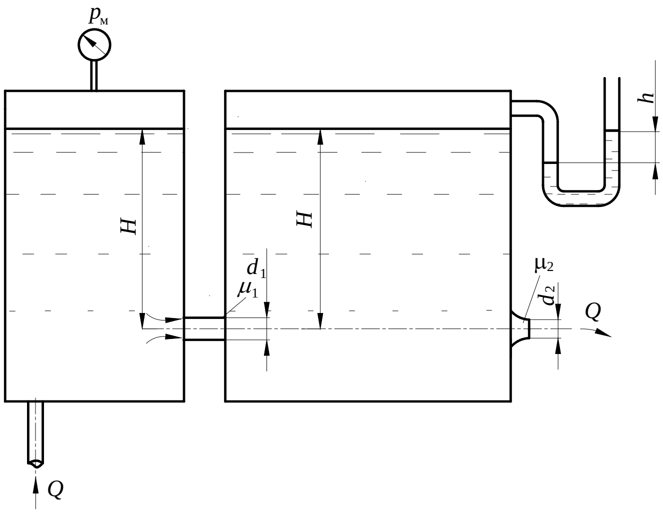
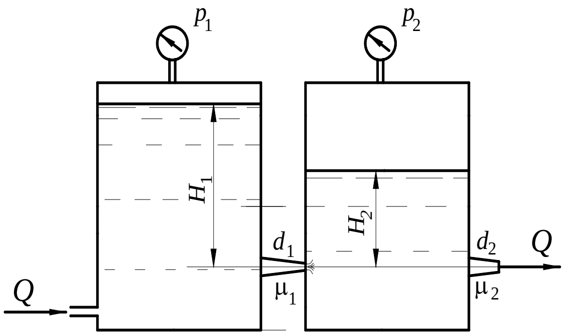
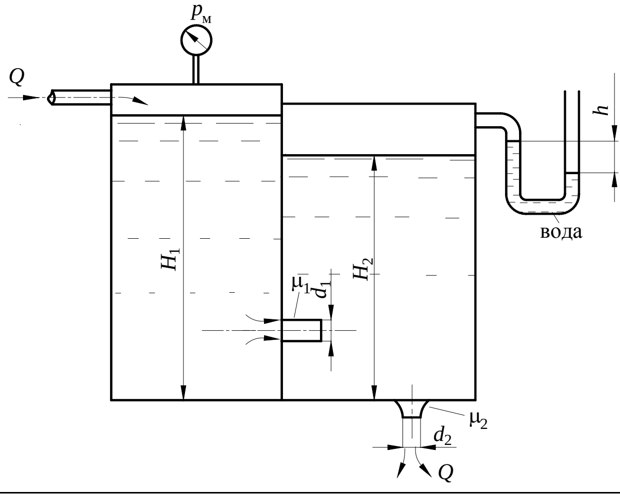
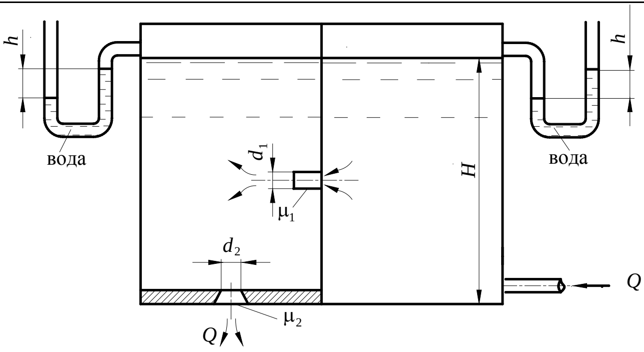
$$Q_1 = \mu_1 \cdot S_1 \sqrt{2g\left(H_1 + 1\right)} = 0{,}62 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9{,}81\left(0{,}664 + 1\right)} =$$

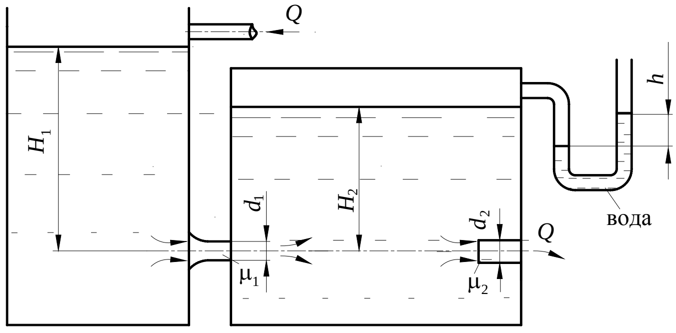
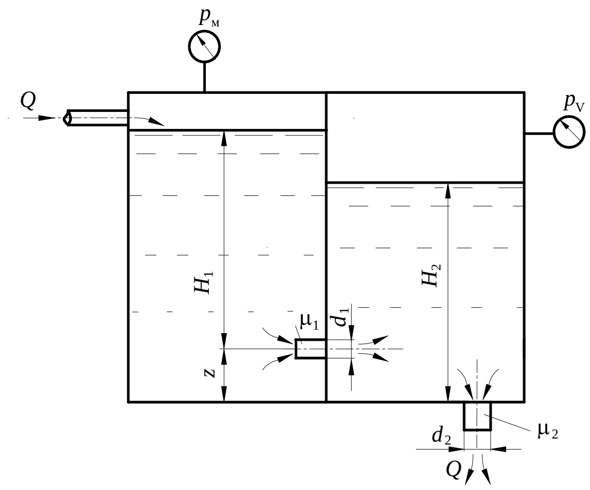
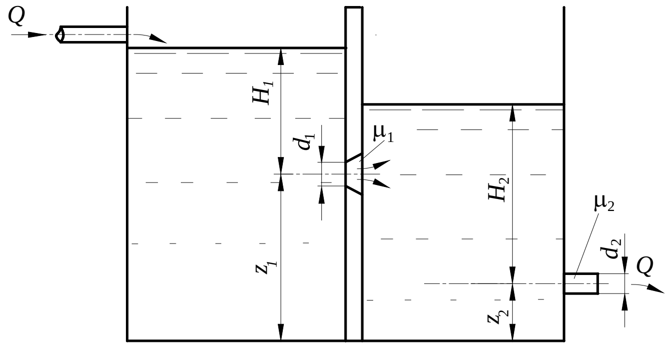
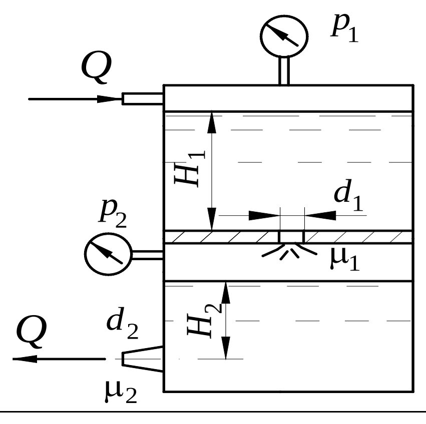
$$= 0{,}000278 \text{ м}^3/\text{с} = 0{,}278 \text{ л/с.}$$

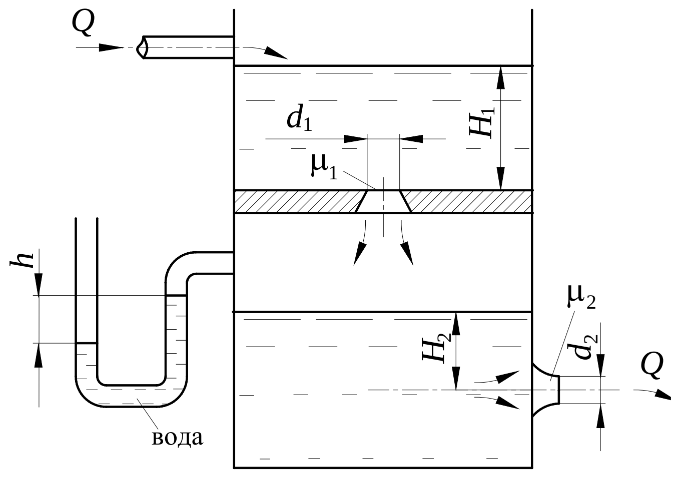
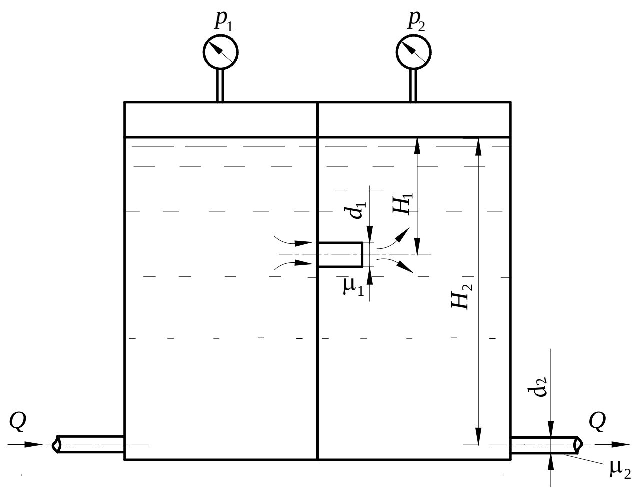
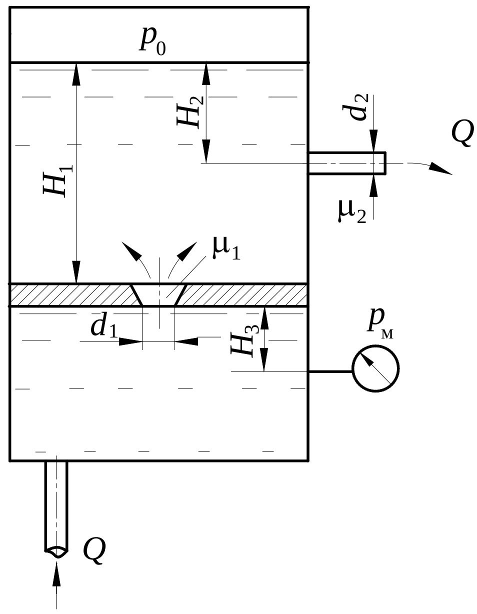
Відповідь: Q = 0,278 л/с.

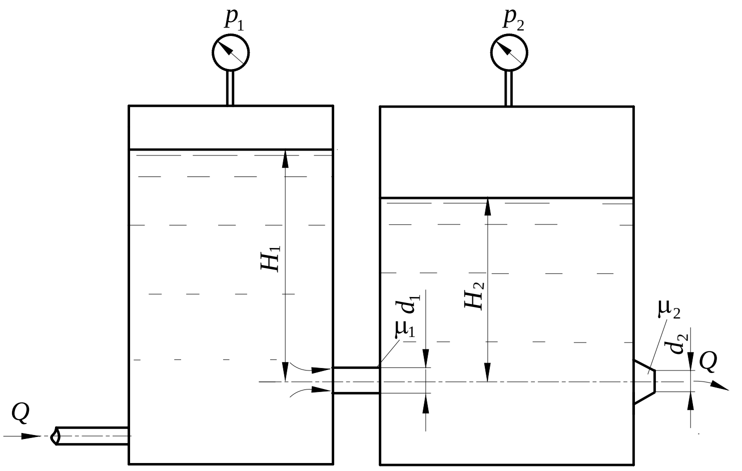
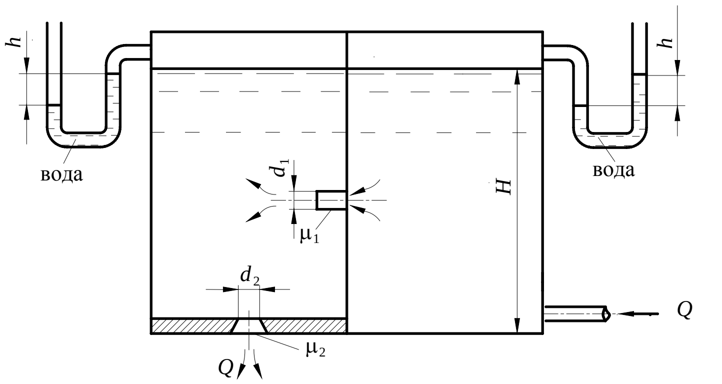
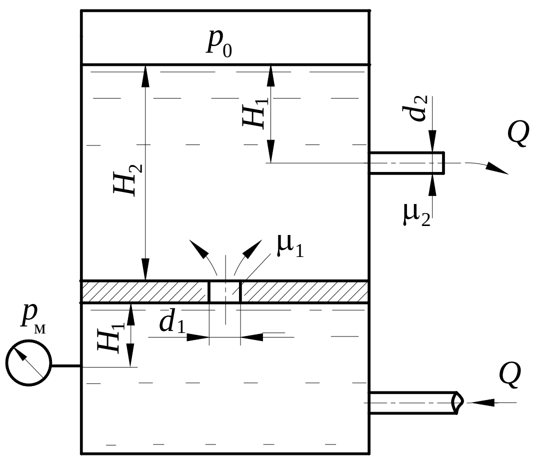
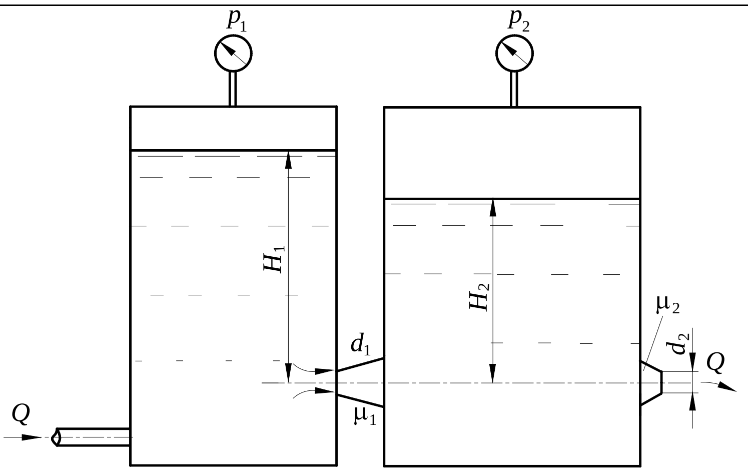
3.17. Варіанти завдань для самостійного розвязання

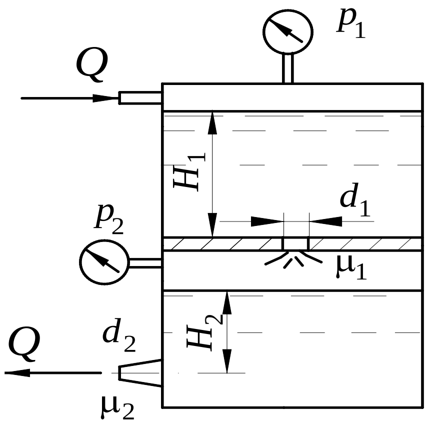
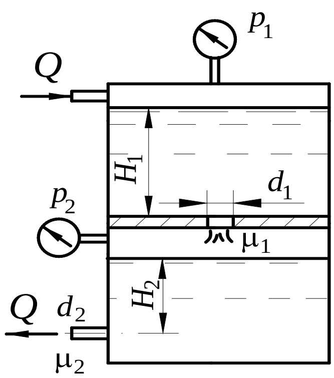
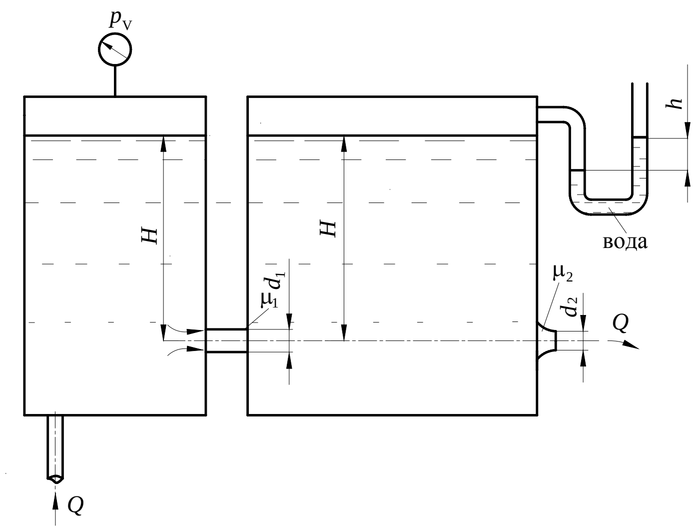
1		**Дано:** $d_1 = 55$ мм; $d_2 = 60$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}97$; $p_м = 0{,}04$ ат; $H_1 = 4$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $H_2 - ?$
2		**Дано:** $d_1 = 60$ мм; $d_2 = 70$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 0{,}9$ м; $z_2 = 0{,}5$ м. $Q = 10$ л/с. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$
3		**Дано:** $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 30$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}97$; $h = 250$ мм; $Q = 8$ л/с; $p_v = 0{,}01$ ат. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$

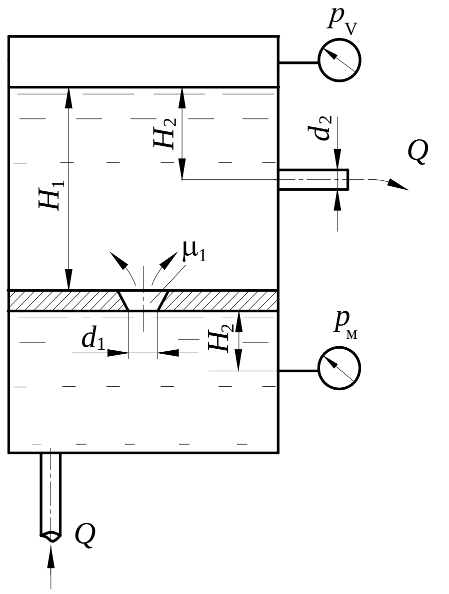
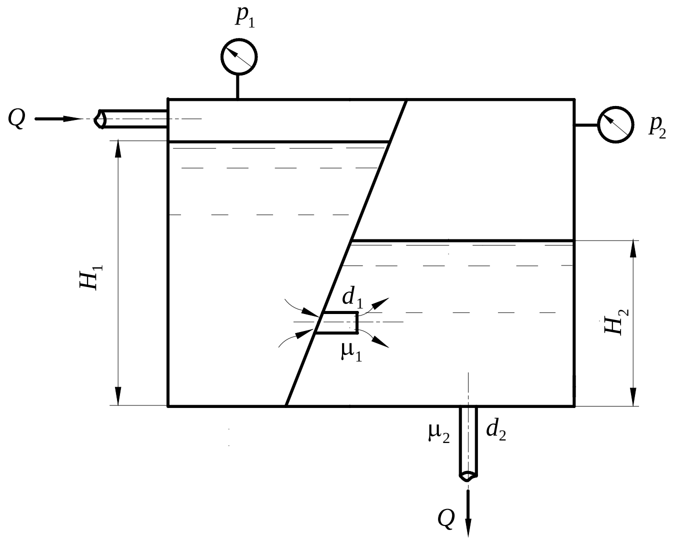
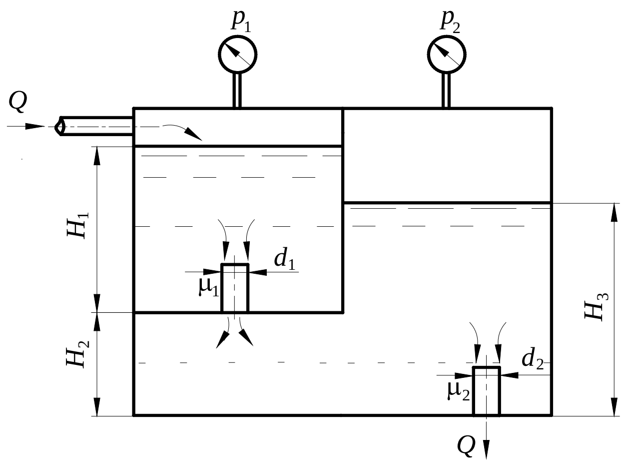
4		**Дано:** $d_1 = 70$ мм; $d_2 = 40$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}97$; $h = 400$ мм; $Q = 16$ л/с. **Визначити:** $p_м - ?$; $H - ?$
5		**Дано:** $d_1 = 2d_2$; $\mu_1 = 0{,}8$; $\mu_2 = 0{,}93$; $p_1 = 0{,}1$ ат; $p_2 = 0{,}05$ ат; $Q = 3$ л/с; $H_2 = 3$ м. **Визначити:** $d_2 - ?$; $H_1 - ?$
6		**Дано:** $d_1 = 60$ мм; $d_2 = 45$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}97$; $h = 200$ мм; $p_м = 0{,}1$ ат; $H_2 = 1$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
7		**Дано:** $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 35$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}62$; $h = 200$ мм. **Визначити:** $Q - ?$; $H - ?$

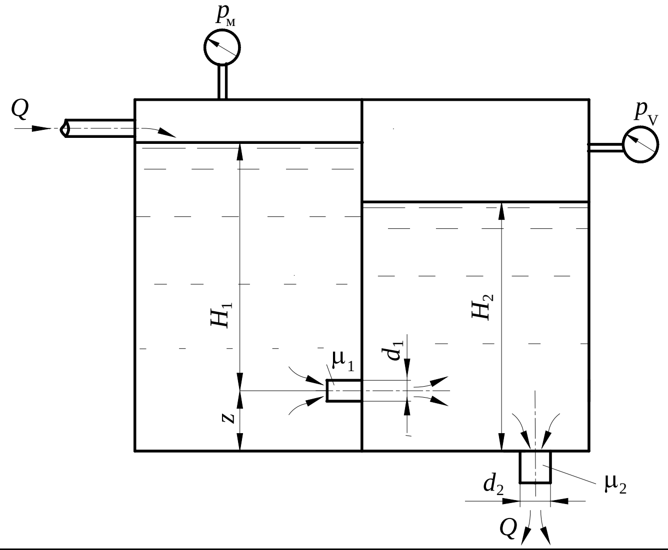
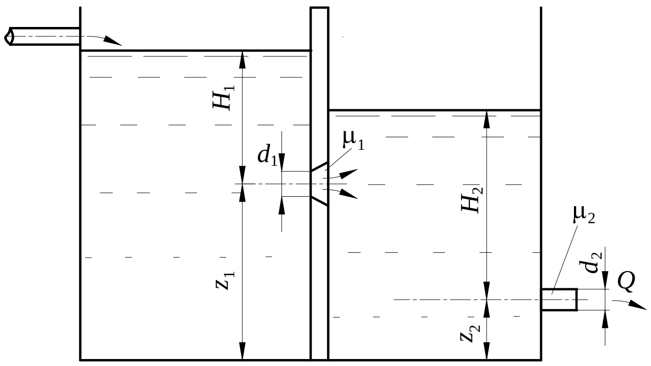
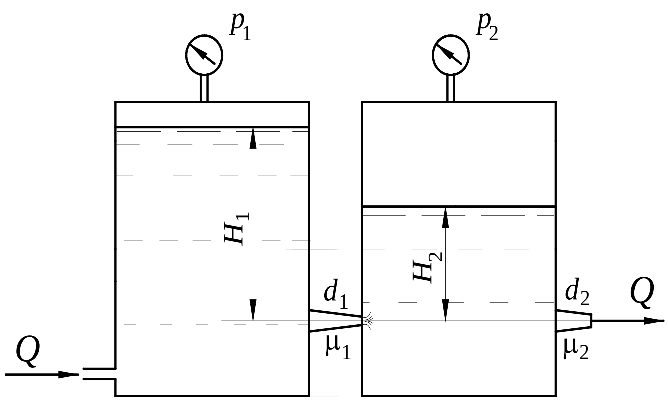
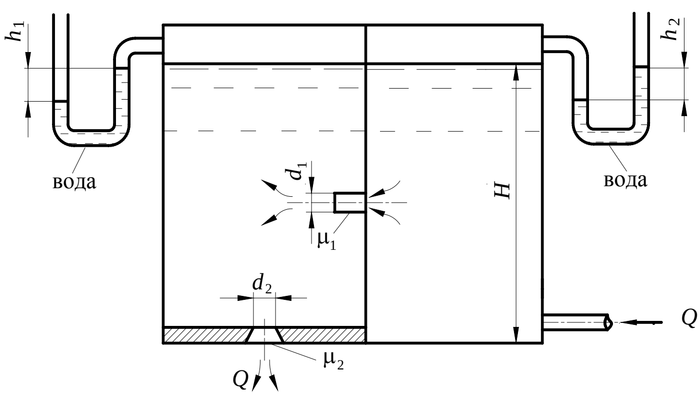
8		**Дано:** $d_1 = 65$ мм; $d_2 = 70$ мм; $\mu_1 = 0{,}97$; $\mu_2 = 0{,}71$; $H_2 = 0{,}5$ м; $h = 0{,}50$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
9		**Дано:** $d_1 = 45$ мм; $d_2 = 50$ мм; $\mu_1 = 0{,}71$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 1$ м; $H_2 = 3$ м; $p_V = 73{,}5$ мм рт. ст.; $p_м = 0{,}01$ ат. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
10		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 60$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 3$ м; $z_2 = 0{,}5$ м; $H_1 = 2H_2$. **Визначити:** $Q - ?$
11		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}83$; $p_1 = 0{,}2$ ат; $p_2 = 1$ ат; $H_2 = 0{,}5H_1$. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$

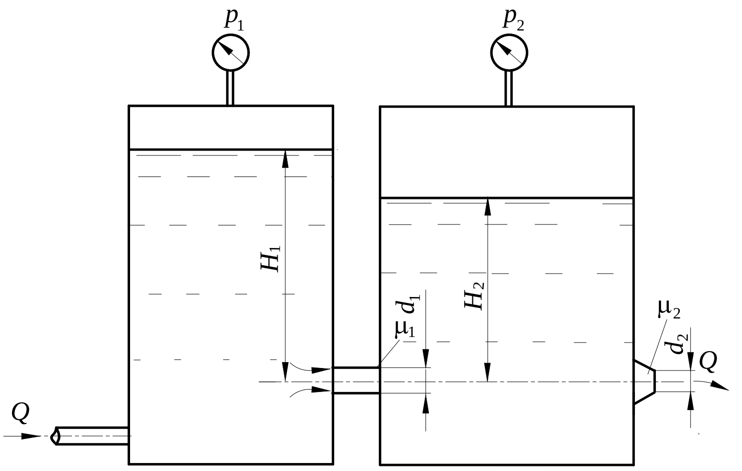
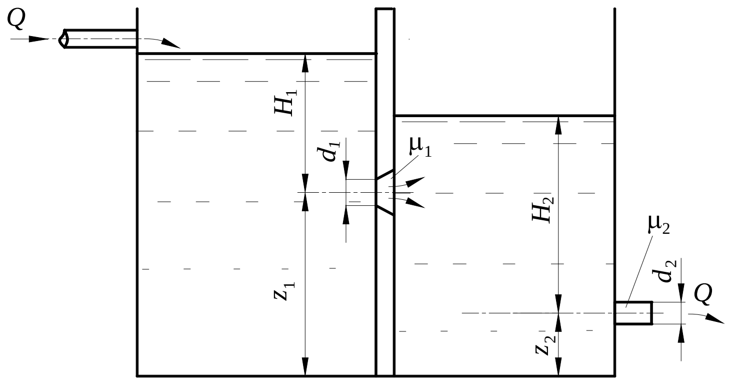
12		**Дано:** $d_1 = 45$ мм; $d_2 = 30$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}97$; $h = 300$ мм; $Q = 7$ л/с. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$
13		**Дано:** $d_1 = 30$ мм; $d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}8$; $\mu_2 = 0{,}85$; $p_1 = 0{,}2$ ат; $p_2 = 0{,}1$ ат. **Визначити:** $Q - ?$; $H_2 - ?$
14		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 35$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $p_м = 2{,}3$ ат; $H_1 = 7$ м; $H_3 = 1$ м; $p_0 = -0{,}2$ ат; $Q = 15$ л/с. **Визначити:** $H_2 - ?$

15		**Дано:** $d_1 = 2d_2$; $\mu_1 = 0{,}8$; $\mu_2 = 0{,}93$; $p_1 = 0{,}1$ ат; $p_2 = 0{,}5$ ат; $Q = 3$ л/с; $H_2 = 3$ м. **Визначити:** $d_2 - ?$; $H_1 - ?$
16		**Дано:** $d_1 = 30$ мм; $d_2 = 45$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}62$; $Q = 18$ л/с. **Визначити:** $H - ?$; $h - ?$
17		**Дано:** $d_1 = d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $H_1 = 0{,}5H_2$; $p_0 = 0{,}05$ ат; $p_м = 0{,}1$ ат. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
18		**Дано:** $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}45$; $\mu_2 = 0{,}85$; $p_1 = 0{,}1$ ат; $p_2 = 0{,}3$ ат; $H_1 = 2H_2$. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$; $H_2 - ?$

19		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}83$; $p_1 = 0{,}2$ ат; $p_2 = 1$ ат; $H_2 = 0{,}5 H_1$. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
20		**Дано:** $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 30$ мм; $\mu_2 = 0{,}82$; $p_1 = 0{,}05$ ат; $p_2 = 0{,}1$ ат; $H_1 = 3$ м; $H_2 = 10$ м. **Визначити:** $\mu_1 - ?$; $Q - ?$
21		**Дано:** $d_1 = 45$ мм; $d_2 = 40$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}97$; $Q = 25$ л/с; $h = 200$ мм. **Визначити:** $p_v - ?$; $H - ?$

22		**Дано:** $d_1 = 50$ мм; $d_2 = 40$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $Q = 12$ л/с; $p_v = 0{,}1$ ат; $p_м = 0{,}2$ ат. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$
23		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 20$ мм; $\mu_1 = 0{,}71$; $\mu_2 = 0{,}71$; $p_1 = 0{,}5$ ат; $H_1 = 5$ м; $H_2 = 3$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $p_2 - ?$
24		**Дано:** $d_1 = 30$ мм; $Q = 2$ л/с; $\mu_1 = 0{,}71$; $\mu_2 = 0{,}71$; $p_1 = 0{,}7$ ат; $p_2 = 0{,}4$ ат; $H_1 = 3$ м; $H_3 = 7$ м. **Визначити:** $H_2 - ?$; $d_2 - ?$

25		**Дано:** $d_1 = 45$ мм; $d_2 = 50$ мм; $\mu_1 = 0{,}71$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 1$ м; $p_V = 0{,}1$ ат; $p_м = 0{,}02$ ат; $Q = 15$ л/с. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$
26		**Дано:** $d_1 = 60$ мм; $d_2 = 70$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 0{,}9$ м; $z_2 = 0{,}5$ м. $H_2 = 1{,}0$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $H_1 - ?$
27		**Дано:** $d_1 = 45$ мм; $d_2 = 25$ мм; $\mu_1 = 0{,}8$; $\mu_2 = 0{,}93$; $p_1 = 0{,}1$ ат; $p_2 = 0{,}05$ ат; $Q = 5$ л/с. **Визначити:** $H_1 - ?$; $H_2 - ?$
28		**Дано:** $d_1 = 40$ мм; $d_2 = 30$ мм; $\mu_1 = 0{,}82$; $\mu_2 = 0{,}62$; $h_1 = 300$ мм; $h_2 = 200$ мм. **Визначити:** $Q - ?$; $H - ?$

29		**Дано:** $d_1 = 2d_2$; $\mu_1 = 0{,}8$; $\mu_2 = 0{,}93$; $p_1 = 0{,}1$ ат; $p_2 = 0{,}2$ ат; $H_1 = 10$ м; $H_2 = 3$ м. **Визначити:** $Q - ?$; $d_2 - ?$
30		**Дано:** $d_1 = 60$ мм; $d_2 = 70$ мм; $\mu_1 = 0{,}62$; $\mu_2 = 0{,}82$; $z_1 = 0{,}9$ м; $z_2 = 0{,}5$ м; $H_2 = 4$ м. **Визначити:** $H_1 - ?$; $Q - ?$

Контрольні питання

1. Яке явище в напірних трубах називають гідравлічним ударом?

2. Чим відрізняється прямий удар від непрямого?

3. Від чого залежить швидкість поширення ударної хвилі в рідині?

4. Які чинники впливають на характер витікання рідини через отвір?

5. У чому відмінність витікання через отвір у тонкій стінці від витікання через отвір у товстій стінці?

6. Чому відбувається стиснення струменя?

7. Від чого залежить швидкість і витрата в разі затопленого отвору в тонкій стінці?

8. Що називається насадком і яке його призначення?

9. Перелічіть типи насадок.

10. Чому відрізняються значення витрат під час витікання рідини через отвір і через насадок за однакових величин *d* і *H*?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Корець М. С. Гідравліка, пневматика, термодинаміка: навч. посіб. Київ: Вид-во НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2020. 323 с.

2. Колісніченко Е. В., Мандрика А. С., Панченко В. О. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи: конспект лекцій. Суми: СумДУ, 2021. 176 с.

3. Левицький Б. Ф., Лещій Н. П. Гідравліка. Загальний курс. Львів: Світ, 2010. 264 с.

4. Федоров В. Г., Мамелюк Н. С., Кепко О. І., Пушка О. С. Гідравліка і гідропривод: довідник. Умань: Видавничо-поліграфічний центр «Візаві», 2017. 135 с.

5. Федорець В. О., Педченко М. Н., Струтинський В. Б., Новік М. А., Єлісєєв Ю. В. Гідроприводи та гідропневмоавтоматика: підручник. Київ: Вища школа, 1995. 463 с.

6. Дранковський В. Е., Миронов К. А., Фатєєва Н. М., Рєзва К. С., Крупа Є. С. Технічна термодинаміка, гідравліка і гідромашини: навч. посібник у 2 ч. Ч. 1: Технічна термодинаміка та гідростатика. Харків: НТУ «ХПІ», 2020. 194 с.

7. Дранковський В. Е., Миронов К. А., Фатєєва Н. М., Рєзва К. С., Крупа Є. С. Технічна термодинаміка, гідравліка і гідромашини: навч. посібник у 2 ч. Ч. 2: Гідродинаміка та гідравлічні машини. Харків: НТУ «ХПІ», 2020. 223 с.

8. Цехмістро Л. М., Яковлева Л. К., Дмитрієнко О. В., Шевченко Н. Г., Фатєєва Н. М., Фатєєв О. М. Гідравліка: навч. посіб. Харьків: НТУ «ХПІ», 2020. 122 с.

9. Андренко П. М., Клітной В. В., Дмитрієнко О. В. Методичні вказівки до установчих занять з курсу «Гідравліка, гідро- та пневмоприводи» для студентів заочної форми навчання всіх спеціальностей бакалаврата «Інженерна механіка». Харків: НТУ «ХПІ», 2008. 56 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

ДМИТРІЄНКО Ольга Вячеславівна
ФАТЄЄВА Надія Миколаївна
ФАТЄЄВ Олександр Миколайович
ШЕВЧЕНКО Наталія Григорівна

ГІДРАВЛІКА

Навчально-методичний посібник
для студентів спеціальностей «Галузеве машинобудування», «Прикладна механіка», «Гідроенергетика»
усіх форм навчання вищих навчальних закладів

Відповідальний за випуск проф. *Роговий А. С.*
Роботу до видання рекомендував проф. *Крутіков Г. А.*

В авторській редакції

План 2023 р., поз. 77

Підп. до друку 28.06.2023 р.

Самостійне електронне видання