

**Міністерство освіти і науки України
Луцький національний технічний університет**

ПУСТЮЛЬГА СЕРГІЙ ІВАНОВИЧ

САМОСТЯН ВІКТОР РУСЛАНОВИЧ

Нарисна геометрія та основи архітектурної графіки

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

**Для студентів ЗВО, що навчаються за
освітніми програмами «Архітектура та містобудування»,
«Будівництво та цивільна інженерія», «Дизайн»**

Луцьк 2020

УДК 514.18

ББК

Рекомендовано до друку Вченою радою Луцького НТУ, протокол №9 від 25.06.2020 р.

Затверджено науково-методичною радою Луцького НТУ, протокол №8 від 22.06.2020 р.

Укладачі: д.т.н., проф. С.І. Пустюльга, к.т.н., доц. В.Р. Самостян.

Рецензенти:

О.В. Лесик – доктор архітектури, професор, завідувач кафедри образотворчого мистецтва Східно-європейського національного університету.

В.О. Плоский - доктор технічних наук, професор, проректор з наукової роботи Київського національного університету будівництва і архітектури,

Є.В. Пугачов – доктор технічних наук, професор кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки Національного університету водного господарства та природокористування.

***Нарисна геометрія та основи архітектурної графіки:**
Навчальний посібник/ С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян – Луцьк:
Вежа, 2020. – 318 с.*

Навчальний посібник «Нарисна геометрія та основи архітектурної графіки» у систематизованій формі містить теоретичний матеріал, тестові контрольні завдання, завдання на графічні роботи та питання для самоконтролю знань студентів, що навчаються за освітніми програмами «***Архітектура та містобудування***», «***Будівництво та цивільна інженерія***», «***Дизайн***» при вивченні графічної нормативної дисципліни «***Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка***».

© С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян 2020



С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян

ЗМІСТ

Вступ	5
1 Основи методу проєціювання	7
1.1 Історичний нарис. Предмет нарисної геометрії та архітектурної графіки	7
1.2 Прямокутні проєкції. Комплексний кресленик Монжа. Проєціювання точки в четвертях і октантах	12
1.3 Прямокутні проєкції. Проєкції прямої. Проєкції площини	22
1.4 Позиційні властивості пар геометричних елементів. Належність	29
1.5 Методи перетворення креслень. Заміна площин проєкцій	33
1.6 Паралельність і перпендикулярність геометричних елементів. Мимобіжні прямі	38
1.7 Перетин геометричних елементів. 1 та 2 позиційні задачі	45
1.8 Розв'язання основних метричних та позиційних задач за допомогою заміни площин проєкцій	50
2 Криві лінії	56
2.1 Криві лінії. Плоскі та просторові криві. Лекальні криві. Спряження	56
3 Проєкції геометричних тіл	68
3.1 Багатогранники. Задання та зображення багатогранників. Перетин багатогранників прямими та площинами. Взаємний перетин багатогранників	68
3.2 Криві поверхні. Утворення поверхонь та їх систематизація	74
3.3 Перетин кривих поверхонь площиною та прямою лінією	86
3.4 Взаємний перетин криволінійних поверхонь	92
3.5 Розгортки багатогранних та криволінійних поверхонь	101
4 Аксонометричні проєкції	110
4.1 Основи теорії аксонометричних проєкцій	110



4.2 Стандартні види аксонометрії_____	112
4.3 Побудова аксонометричних проєкцій геометричних тіл_____	115
5 Зображення: види, розрізи, перерізи_____	118
5.1 Стандартна система розташування зображень. Прості розрізи_____	118
5.2 Складні розрізи та перерізи_____	127
6 Тіні в ортогональних проєкціях_____	132
6.1 Побудова тіні точки, відрізка прямої, плоскої фігури_____	132
6.2 Побудова власних і падаючих тіней геометричних фігур_____	138
6.3 Основні способи побудови тіней в ортогональних проєкціях_____	142
7 Побудова тіней в аксонометрії_____	149
8 Перспектива_____	153
8.1 Теоретичні основи перспективи. Основні поняття. Апарат перспективи_____	153
8.2 Побудова перспективи методом архітекторів_____	163
8.3 Методи побудови перспективи_____	168
9 Побудова тіней у перспективі_____	172
10 Побудова планувальних перспектив способом сітки_____	175
11 Перспектива інтер'єру_____	179
Перелік джерел посилання_____	184

Додатки

12 Типові тестові задачі для аудиторних та контрольних робіт_____	186
13 Графічні роботи_____	202



ВСТУП

«Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка» - це засаднича дисципліна у підготовці студентів будь-якого технічного ЗВО, без знання якої неможливе ні створення, ні розуміння креслеників будівель і споруд, інтер'єрів, деталей машин, устаткування та інструментів, комп'ютерних та електричних схем. Вивчення цієї графічної дисципліни дає можливість розвивати у студентів просторове і логічне мислення, без яких важко собі уявити майбутніх кваліфікованих архітекторів, будівельників, дизайнерів, інженерів і конструкторів, здатних проектувати сучасні машини, споруди та елементи електротехнічних виробів.

Вищезгаданий предмет, як правило, вивчається на перших курсах навчання. Робота на молодших курсах має свою специфіку. Із-за недостатнього розвитку просторової уяви у багатьох студентів виникають труднощі при вивченні даної графічної дисципліни. А зниження якості графічної освіти студентів спричиняє погіршення їх здібностей до логічного просторового мислення і, як наслідок, зниження якості засвоєння спеціальних інженерних дисциплін.

Нарисна геометрія покликана закласти теоретичне підґрунтя графічної підготовки для всіх інженерних спеціальностей. Однак для майбутніх архітекторів, дизайнерів, будівельників вкрай необхідні додаткові знання із спеціалізованої графіки.

Творчий процес проектування вимагає технічної підготовки у вище названих галузях, просторового уявлення, навичок і вміння виконувати складні і специфічні графічні побудови. У при
начну роль
відіграє **архітектурна графіка**.

Архітектурна графіка – це сукупність видів професійного зображення, які виявляють образні, масштабні й просторові властивості об'єкта. Величезне значення методів зображення, що вивчаються у курсі архітектурної графіки,



полягає у можливості з великою наочністю і метричною достовірністю відобразити не тільки існуючі предмети, а й виникаючі у нашому уявленні образи майбутнього об'єкта.

Головна мета розділів архітектурної графіки – поглиблене вивчення законів центрального і паралельного проєціювання для здобуття студентами навичок побудови зображень та подальшого їх викорисання при вивченні таких предметів як малюнок, живопис, архітектурне проектування, дизайн середовища, композиція, а також збагачення фахового досвіту у майбутній професії дизайнера, архітектора або будівельника,

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ У ПОСІБНИКУ

1. Площини проєкцій – прописною літерою ***Π*** ($i=1,2,3,\dots$) грецького алфавіту: горизонтальна - ***Π₁***; фронтальна - ***Π₂***; профільна - ***Π₃***.
2. Координатні осі, осі проєкцій у просторі і на кресленнику - ***x, y, z***.
3. Точки в просторі - прописними літерами латинського алфавіту або арабськими цифрами - ***A, B, C, D, E, F***, або ***1, 2, 3, 4, 5, \dots***
4. Прямі та криві лінії в просторі - рядковими буквами латинського алфавіту - ***a, b, c, d, e, k, \dots***
5. Прямі часткового положення: горизонталь - ***h***; фронталь - ***f***; профільна пряма - ***p***.
6. Площини (окрім площин проєкцій) та поверхні простору – великими літерами грецького алфавіту (крім букви ***Π***) - ***Δ, Σ, Γ, Ω, Φ***.
7. Кути в просторі - рядковими літерами грецького алфавіту - ***α, β, γ, φ***.
8. Проєкції точок, ліній, поверхонь і кутів на площину - тими ж літерами, що й у просторі, але з доповненням нижніми індексами площин проєкцій - ***A₁; A₂; A₃; B₁; B₂; \dots 1₁; 1₂; 1₃; 2₁; 2₂; \dots - α₁; α₂; α₃; β₁; β₂; \dots - Δ₁; Δ₂; Δ₃; Σ₁; Σ₂; \dots - α₁; α₂; α₃; β₁; β₂***;
9. Послідовність положень геометричного елемента позначається верхнім індексом - ***A¹; A²; A³; A⁴***;
10. Символи основних геометричних операцій: належність одного елемента іншому - ***∈***; збігання (співпадання) геометричних елементів - ***≡***; паралельність геометричних елементів - ***∥***; перетин геометричних елементів - ***∩***; перпендикулярність елементів - ***⊥***; мимобіжність прямих - ***⋈***; конгруентність геометричних елементів - ***≅***.



1 Основи методу проєціювання

1.1 Історичний нарис. Предмет нарисної геометрії та архітектурної графіки

Мистецтво виконання зображень оточуючих предметів є одним із найдавніших. Людина почала виконувати зображення раніше ніж писати.

Історія розвитку людського суспільства нерозривно пов'язана з розвитком мистецтва графічного зображення, яке розвивалось й удосконалювалось одночасно з розвитком живопису, архітектури, мореплавства, кораблебудування і т.і.

Першим систематизованим твором із геометрії (який не дійшов до наших днів) вважається робота Гіппократа Хіоського (V в. до н.е.). До перших відомих робіт із геометрії відносять роботи Піфагора (530-510 р. до н.е.), Демокріта (460-370 р. до н.е.) і Платона (428-348 р. до н.е.).

Спираючись на праці своїх попередників, Евклід (365-300 рр. до н.е.) у своїх 13 книгах «Початки» створив завершену геометричну систему, яка використовується і в теперішній час.

Значний вклад у розвиток теорії зображень внесли вчені Леонардо да Вінчі (1452-1519рр.), А. Дюрер (1471-1528рр.), Ж. Дезарг (1593-1662рр.), Р. Декарт (1596-1650рр.) і І. Ламберт (1728-1777рр.). Слід відзначити, що ще Аполлоній із Перги використовував координати, але без координатних чисел. В «Географії» Птолемея (85-168рр.) широта й довгота вже були числовими координатами.

Французький учений Г. Монж (1746-1818рр.) уперше систематизував і узагальнив практичні й теоретичні пошуки в галузі зображень просторових форм на площині і дав перший виклад методу виконання креслеників у своїй роботі «Нарисна геометрія», яка була видана в 1798 р.

Дані археологічних розкопок, старовинні рукописні книги (їх ілюстрації) та історичні пам'ятники свідчать про самостійність розвитку мистецтва графічних зображень у



Київській Русі. Зодчі Київської Русі створили такі всесвітньо відомі пам'ятки архітектури, як Софію Київську, Золоті Ворота, які й зараз викликають захоплення. Правила будівництва були викладені в "Будівельному статуті" та в Руській Правді (1020 р.) Ярослава Мудрого. Там же були наведені зображення, побудовані за проекційним принципом. Креслень зодчих Київської Русі не зберіглося, хоча є підстави вважати, що майстри користувалися схематичними рисунками. Винятковий інтерес становить кресленик будови, виконаний гострим предметом на лесовому ґрунті біля Десятинної церкви у Києві.

В Росії зі старовинних графічних зображень відомі такі, як "Карта Московии" (1497р.), "Большой чертеж" всієї Московської Русі (1570р.), план м. Пскова (1581р.), "Петров план" Москви (1597р.) та ряд інших. Про високий розвиток мистецтва креслення й застосування проекційних та аксонометричних методів зображення предметів у Росії свідчать кресленики: парової машини І.І. Ползунова (1728-1766рр.), одноаркового моста через р. Неву І.П. Кулібіна (1735-1818рр.), кресленики архітекторів Д.В.Ухтомського (1719-1774рр.), В.І. Баженова (1738-1799рр.), М.Ф. Казакова (1738-1812рр.) і багатьох інших.

Перший курс нарисної геометрії був прочитаний в 1810 р. у Петербурзькому інституті корпусу інженерів шляхів сполучення французьким інженером К.І. Потьє, учнем Монжа. З 1818 р. в цьому інституті лекції з нарисної геометрії починає читати проф. Я.О. Севастьянов (1796-1849рр.), який в 1821 р. написав перший у Росії оригінальний курс "Основания начертательной геометрии".

Російські вчені М.І. Лобачевський (1792-1856рр.), П.Л. Чебишев (1821-1894рр.), М.І. Макаров (1824-1904рр.), В.І. Курдюмов (1853-1904рр.), Є.С. Федоров (1853-1919рр.) і багато інших у своїх працях заклали основи графічної науки і сприяли її подальшому розвитку в Росії. Послідовниками цього курсу були професори М.О. Ринін (1877-1942рр.) та О.І. Добряков (1895-1947рр.).



Новий етап розвитку нарисної геометрії та інженерної графіки почався в 40-ві роки ХХ ст., коли в Москві проф. М.Ф. Четверухін (1891-1974рр.), а в Києві проф. С.М. Колотов (1880-1965рр.) опублікували ряд наукових праць, які започаткували систематичні наукові та науково-методичні дослідження у цій галузі знань.

Професор І.І. Котов (1909-1976рр.) перший застосував апарат нарисної геометрії до розв'язування прикладних задач у різних галузях техніки. Він розробив також основні принципи застосування ЕОМ у курсі нарисної геометрії, заснувавши московський семінар "Кібернетика графіки".

Нарисна геометрія та архітектурна графіка – це наукова дисципліна, яка вивчає способи побудови точного зображення просторових форм на площині, розглядає графічні методи розв'язання геометричних задач і розкриває геометричні властивості просторових форм. Такі зображення прийнято називати креслениками. Кресленики мають велике значення в усіх галузях виробництва, а особливо в архітектурі, тому що за їх допомогою можна уявити не тільки форму предмета, але й усі його розміри, взаємне розміщення окремих частин і навіть матеріал, із якого він виготовлений.

За допомогою кресленика можна передати свої думки, ідеї та уявлення як про існуючі просторові форми, так і про нові, які виникають у процесі творчої праці архітектора, будівельника, інженера. **Основні правила та методи побудови зображень і вивчає нарисна геометрія.**

Предметом нарисної геометрії та архітектурної графіки є розробка методів побудови зображень та читання креслеників, способів розв'язання за допомогою креслеників геометричних задач, вивчення методів геометричного моделювання, тобто створення проєкцій предмета, який відповідав би наперед заданим геометричним та іншим вимогам, а також побудова зображень предметів та об'єктів деякої конкретної галузі інженерної діяльності

Тому **ціллю предмету нарисної геометрії та архітектурної графіки є:**



- розвиток просторової уяви;
- розвиток здібностей до аналізу та синтезу просторових форм;
- вироблення навичок, необхідних для виконання та читання будівельних та інших технічних креслеників;
- знайомство із засобами механізації та автоматизації графічних робіт.

Комп'ютеризація всіх форм діяльності, зокрема широке застосування ЕОМ, їх периферії, показала принципову можливість виконання креслеників і різного роду графічних побудов за допомогою електронних апаратів. В основі комп'ютерної графіки, за допомогою якої можуть виконуватись одноманітні, трудомісткі операції або складні розрахунки, лежать обчислювальна геометрія, системи алгоритмів, програм, використання графічних мов, пакетів тощо. Абсолютно очевидно, що комп'ютерна графіка як одна з підсистем САПР може розвиватись лише на основі широкого використання законів і правил нарисної геометрії та архітектурної (інженерної) графіки.

Для побудови зображення будь-якого об'єкта необхідно мати **геометричний простір та формоутворюючі елементи простору**. **Геометричним простором** сучасна геометрія називає сукупність однорідних об'єктів (фігур). **Формоутворюючими елементами простору** є геометричні фігури, які можна представляти будь-якими множинами точок. Геометричних фігур дуже багато, але до основних можна віднести лише три: точку, пряму і площину, з яких утворюються більш складні фігури.

В основу методу нарисної геометрії та архітектурної графіки покладений **метод проєкцій**, який дозволяє отримувати відображення просторових фігур на площині або поверхні. Згідно із цим методом кожній точці тривимірного простору ставиться у відповідність точка двовимірного простору (площини) (рис. 1.1).



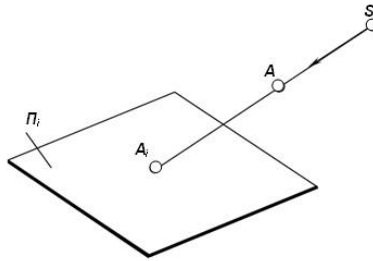


Рисунок 1.1

Точка S називається *центром проєціювання*, напрямок SA – *проєціюючим променем*, площина Π_i – *площиною проєкцій* і точка A_i – *проєкцією точки A на площину проєкцій Π_i* . **Метод проєкцій включає два випадки:**

1.1.1 Центральне проєціювання

При *центральному проєціюванні* проєціюючі промені (рис. 1.2) виходять із однієї точки – центра проєціювання S , який знаходиться на визначеній (заданій) відстані від площини проєкцій Π_i .

Для побудови центральної проєкції m_i кривої лінії m необхідно вибрати на цій лінії деяку кількість точок, побудувати їх проєкції і з'єднати відповідною лінією (рис. 1.3).

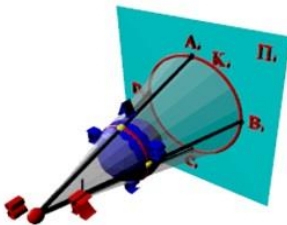


Рисунок 1.2

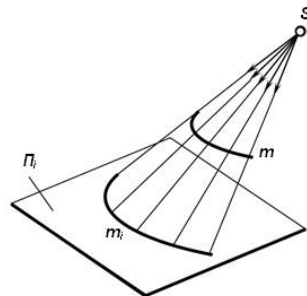


Рисунок 1.3



При центральному проєціюванні кривої лінії проєціюючі промені утворюють у просторі конічну поверхню, тому цей вид проєціювання і має іншу назву – *конічне проєціювання*.

Центральне проєціювання – найбільш загальний випадок проєціювання геометричних образів на площину. Основними і незмінними його властивостями (*інваріантами*) є наступні:

- проєкцією точки є точка;
- проєкцією прямої є пряма (в частковому випадку – точка);
- якщо точка належить прямій, то проєкція цієї точки належить проєкції прямої.

Однією із особливостей центрального проєціювання є його достатня наочність, оскільки воно відповідає природньому зоровому сприйняттю людиною навколишніх предметів, і тому найбільш широке застосування цей вид проєціювання одержав при виконанні перспективних зображень в архітектурі. Основний його недолік – складність у визначенні дійсних розмірів предмета за його зображенням.

1.1.2 Паралельне проєціювання

Паралельне проєціювання можна розглядати як частковий випадок центрального, коли центр проєціювання S знаходиться в нескінченності. При цьому проєціюючі промені паралельні між собою (рис. 1.4), і тому інша назва цього виду проєціювання – *циліндричне проєціювання*. Апарат паралельного проєціювання включає в себе площину проєкцій Π та напрямок проєціювання s , який задається кутом φ нахилу проєціюючого променя до площини проєкцій. Залежно від значення кута φ паралельне проєціювання може бути *косокутним* ($\varphi \neq 90^\circ$) або *прямокутним* ($\varphi = 90^\circ$).



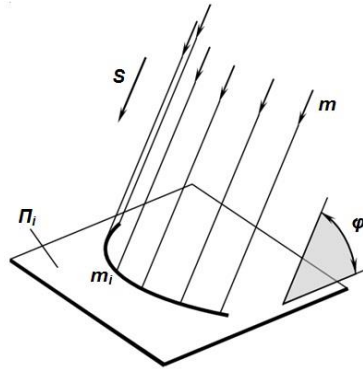


Рисунок 1.4

Основні властивості паралельного проєціювання:

- проєкцією точки є точка;
- проєкцією прямої є пряма (в частковому випадку – точка);
- якщо точка належить прямій, то і проєкція точки належить проєкції прямої;
- якщо прямі паралельні, то і їх проєкції паралельні між собою;
- відношення довжин відрізків прямої дорівнює відношенню довжин проєкцій цих відрізків;
- відношення довжин відрізків паралельних прямих дорівнює відношенню довжин проєкцій цих відрізків;
- проєкція геометричної фігури не змінює своєї величини і форми при паралельному переміщенні площини проєкцій;
- точка перетину проєкцій прямих, що перетинаються, є проєкцією точки перетину цих прямих.

Прямокутне (або ортогональне) проєціювання, крім наведених вище, характеризується ще такими властивостями:

- проєкція відрізка не може бути більше самого відрізка.

Частковий випадок. Якщо відрізок паралельний площині проєкцій, то він проєціюється на неї у **натуральну величину**.



1.2 Прямокутні проєкції. Комплексний кресленик

Монжа. Проеціювання точки в четвертях і октантах

Відомо, що проєкційні зображення, які використовуються в технічній документації, повинні відповідати наступним основним вимогам:

- бути **оберненими** (метрично визначеними), тобто такими, щоб по них можна було визначити форму і розміри зображеного предмета;
- бути **наочними**, тобто такими, щоб по них можна було уявити зображений предмет і його положення у просторі;
- бути відносно **простими у графічному виконанні**.

Розглянуті методи проєціювання на одну площину проєкцій дають можливість розв'язати *пряму задачу*: маючи предмет, знайти його проєкцію, але не дозволяє розв'язати *обернену задачу*: маючи проєкцію, визначити форму і розміри предмета. Наприклад, маючи проєкцію A_i (рис. 1.1), не можна визначити положення самої точки A в просторі, оскільки невідома її відстань від площини проєкцій Π_i .

Наявність лише однієї проєкції створює невизначеність зображення. Такі зображення повинні містити додаткові дані, щоб по них можна було визначити оригінал.

Розглянемо деякі способи доповнення зображень геометричних образів при центральному або паралельному проєціюванні.

На практиці найбільш широке застосування знайшли наступні способи доповнення однопроєкційного зображення: проєкції з числовими відмітками; векторіальні (федоровські) проєкції; аксонометричні проєкції; перспективні проєкції; прямокутні проєкції.

Проекції з числовими відмітками. Цей метод зображень ґрунтується на тому, що для кожної точки предмета на площині проєкцій додатково вказують величину її відстані (при визначених одиницях виміру) від заданої площини проєкцій. Цю відстань називають числовою відміткою точки. Кресленики з



числовими відмітками використовують в основному у картографії, при проектуванні доріг і т. і.

Векторіальні (федоровські) проєкції названі в честь академіка Є.С. Федорова, який запропонував зображати висоти точок предмета при допомозі паралельних відрізків. Початок відрізка – в проєкції відповідної точки. Довжина відрізка дорівнює висоті точки. Цей метод зображення знаходить застосування в кристалографії, геології і т. п.

Аксометричні проєкції детальніше розглядаються у **розділі 4**. Тут можна лише відзначити, що зображенням, отриманим за допомогою методу аксометричних проєкцій, притаманна більша наочність, але вони і більш трудомісткі при виконанні.

Перспективні проєкції. Перспектива - спосіб зображення предметів простору на площині або будь-якій іншій поверхні відповідно до законів центрального проєціювання і до тих уявних змін розмірів, геометрії їх форми і світлотіньових відчуттів, які глядач спостерігає в натурі. Такий вид проєкцій активно застосовується в архітектурі, дизайні, будівництві, образотворчому мистецтві. Детальніше перспективні проєкції розглядаються у **розділі 8**.

Прямокутні проєкції знайшли найбільш широке застосування при виконанні технічних креслеників, тому що в цьому випадку забезпечується простота графічних побудов і висока точність вимірів. Основний недолік цього методу – недостатня наочність зображення: для того щоб “побачити” (уявити) предмет, необхідно подумки поєднати його наявні “плоскі” зображення.

Метод прямокутних проєкцій ґрунтується на тому, що предмет за допомогою ортогонального (прямокутного) проєціювання одночасно зображають на декількох взаємно-перпендикулярних площинах проєкцій, приєднаних до просторової прямокутної системи координат.



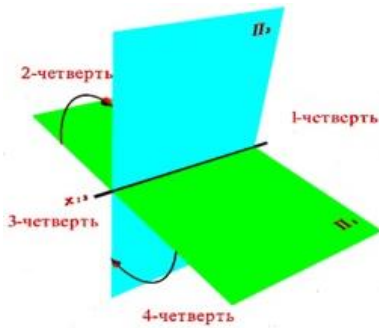


Рисунок 1.5

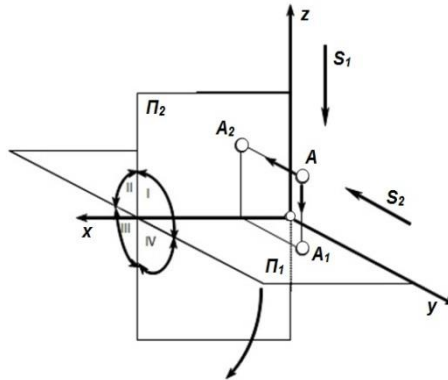


Рисунок 1.6

Розглянемо дві взаємно-перпендикулярні площини, які ділять простір на 4 частини, що називаються **четвертями** або **квадрантами** (рис. 1.5). Така модель називається **двоплосинною** (рис. 1.6). Відповідно площина Π_1 називається **горизонтальною площиною проєкцій**, а Π_2 – **фронтальною площиною проєкцій**.

При двох напрямках проєціювання, що прийняті в системі прямокутних проєкцій, довільна точка A зображується парою точок (A_1 – горизонтальна проєкція, A_2 – фронтальна проєкція). Неважко помітити, що точка простору віддалена від площин проєкцій Π_1 та Π_2 на відстань від осі відповідно до її фронтальної та горизонтальної проєкцій. Кресленик, що містить проєкції на двох полях проєкцій, позиційно повний та метрично визначений.

Однак, завдяки тривимірності просторової фігури, а також у зв'язку із тим, що по двох зображеннях не завжди просто визначити конструкцію складного об'єкта, його комплексний кресленик стає зрозумілішим, коли крім двох основних проєкцій дано ще проєкцію на третю площину. У ролі третьої площини (поля проєкцій) найчастіше вибирають **профільну площину проєкцій** Π_3 , перпендикулярну до Π_1 та Π_2 (рис. 1.7), тому третя проєкція точки A_3 називається профільною. Така модель є **триплосинною**.



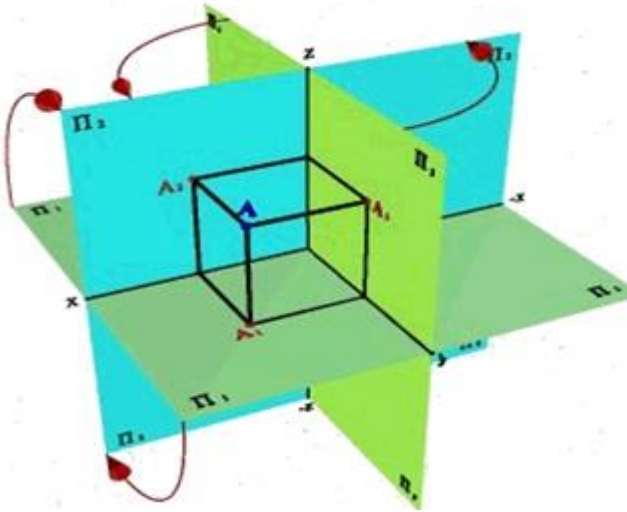


Рисунок 1.7

При побудові комплексного кресленика або **епюра Монжа** з трьох прямокутних проекцій площину Π_2 приймають нерухомою, а площини Π_1 та Π_3 суміщають з нею обертанням навколо осей x та z .

Площини (поля) проекцій Π_1 , Π_2 та Π_3 , перетинаючись по трьох лініях, задають **просторову декартову систему координат** (рис. 1.8). Точка O є початком координат, вісь x – віссю абсцис, вісь y – віссю ординат та вісь z – віссю аплікату. Неважко помітити, що проекції A_1 та A_2 лежать на одній вертикальній лінії, а проекції A_2 та A_3 – на одній горизонтальній лінії, які називаються **лініями зв'язку**.



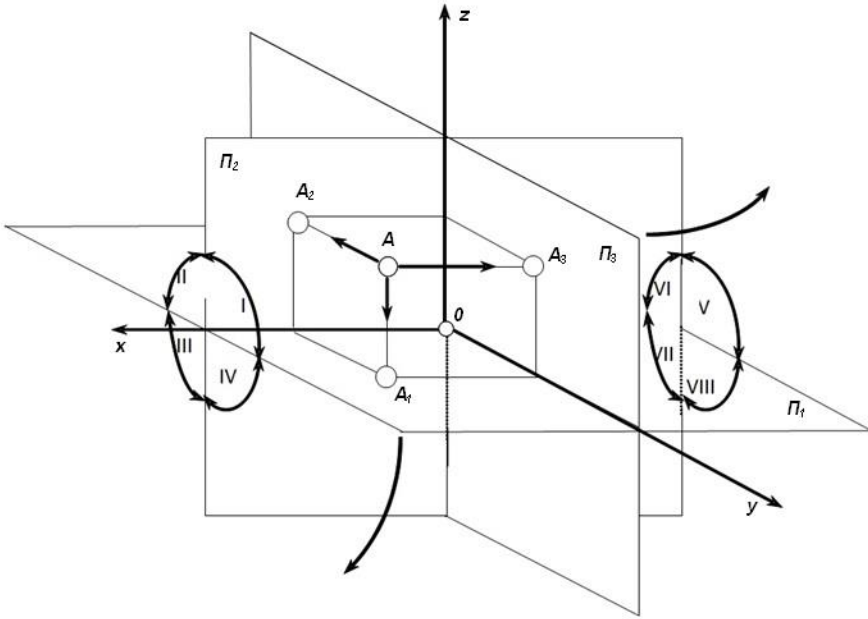


Рисунок 1.8

Розглянемо, якою лінією зв'язку можна з'єднати проекції A_1 та A_3 .

Для цього розглянемо квадрат O, A_{31}, A_O, A_{13} (рис. 9). Діагональ цього квадрата - бісектриса кута $y(-z), O, y(-x)$. Лінія зв'язку, яка з'єднує проекції A_1 та A_3 – ламана, що складається з двох відрізків (горизонтального та вертикального) з вершиною на бісектрисі k кута $y(-z), O, y(-x)$. Частину цієї ламаної інколи замінюють дугою кола. Таким чином, між горизонтальною та профільною проекціями існує ламана горизонтально-вертикальна лінія зв'язку. Бісектрису k , що є множиною вершин цих ламаних ліній, називають **постійною прямою** комплексного креслення.



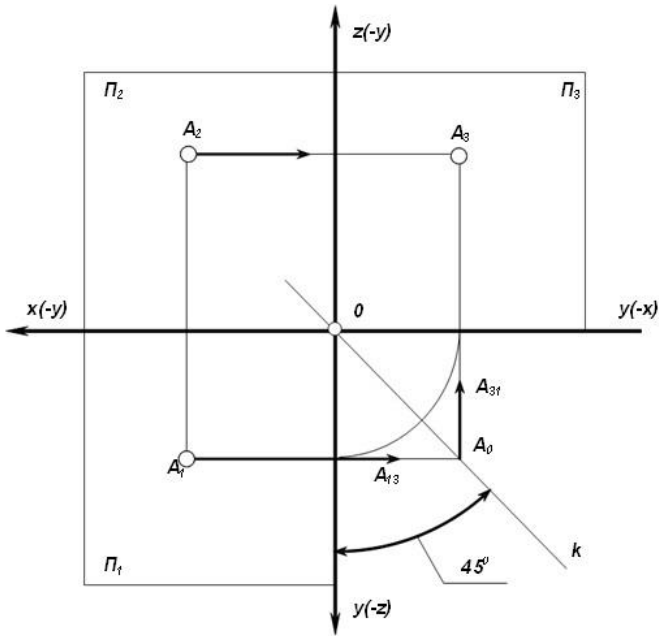


Рисунок 1.9

Площини проєкцій Π_1 , Π_2 та Π_3 ділять тривимірний простір на вісім частин, які називаються **октантами**. У тих випадках, коли точка задається координатами, можна будувати комплексний кресленик, керуючись величиною та знаками координат, навіть не визначаючи октант, у якому задана точка. Знаки координат, які відповідають тому чи іншому октанту, наведені в **таблиці 1**.

Октанти	1	2	3	4	5	6	7	8
x	+	+	+	+	-	-	-	-
y	+	-	-	+	+	-	-	+
z	+	+	-	-	+	+	-	-



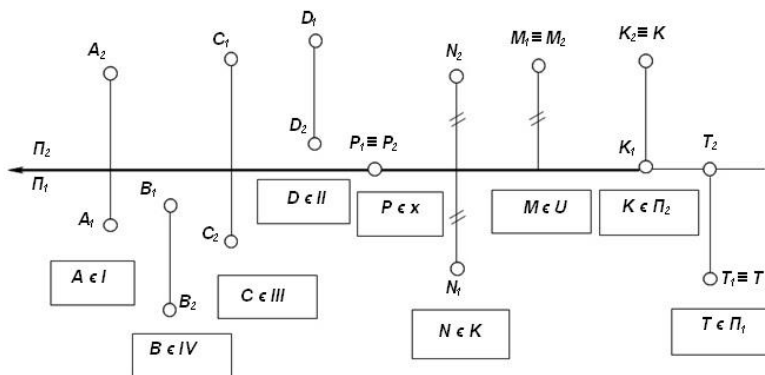


Рисунок 1.10

Якщо точка знаходиться в першій четверті (двоплощинна модель) або в першому (п'ятому) октанті (триплощинна модель) простору при закріплених площинах проєкцій, то її горизонтальна проєкція розміщується нижче, а фронтальна проєкція – вище x . По-іншому розміщуються проєкції точок, що знаходяться в 2(6), 3(7) та 4(8) четвертях (октантах) простору. На рис. 1. 10 показано розташування точок в різних четвертях простору. **Якщо одна з проєкцій точки знаходиться на осі, то точка простору належить одній із площин проєкцій і розташована на границі четвертей.**

Якщо відстані від проєкцій точок до осі рівні, то точка простору належить бісекторній площині. **Бісекторна площина** – це площина, яка ділить четверті навпіл. Площина, яка проходить через 1 і 3 чверті називається 1 бісекторною площиною і позначається буквою K , площина, яка проходить через 2 і 4 четверті – 2 бісекторною площиною і позначається буквою U .

Приклад. Побудувати комплексний кресленик точок $A(-30,-20,40)$ та $B(10,30,-10)$ і визначити октанти простору, у яких вони розташовані. Користуючись **таблицею 1**, легко визначити, що точка A задана в 6 октанті, а точка B – в 4. Комплексний кресленик точок наведений на рис. 1. 11.



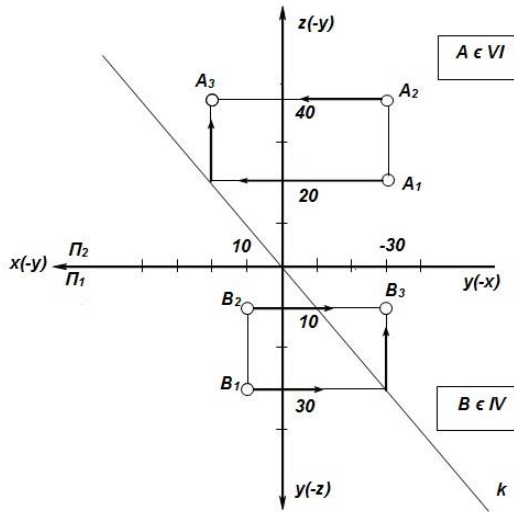


Рисунок 1.11

В практичних додатках користуються, як правило, 1 четвертю, тому подальший матеріал буде подаватися стосовно неї.



1.3 Прямокутні проекції. Проекції прямої. Проекції площини

Пряму в геометрії розглядають як *множину точок*; її проекції у загальному випадку також прямі. В системі площин Π_1 та Π_2 пряма загального положення зображується двома прямими. Оскільки дві точки визначають будь-яку пряму, то при рішенні практичних задач часто пряму задають *відрізком*, наприклад MT (рис. 1.12).

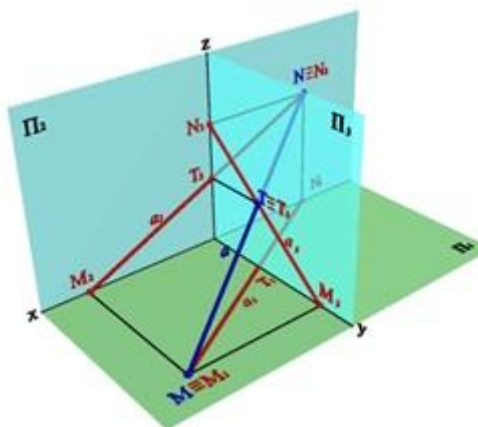


Рисунок 1.12

По відношенню до площин проекцій пряма може займати як *загальне*, так і *часткове* положення.

Пряма, яка не паралельна жодній з площин проекцій, називається прямою загального положення.

На рис. 1.13 представлена пряма загального положення. **Точки перетину прямої з площинами проекцій називають слідами прямої.** Горизонтальний слід (H) – точка перетину з горизонтальною площиною проекцій. H_1 і H_2 – відповідно горизонтальна проекція горизонтального сліду і фронтальна проекція горизонтального сліду.



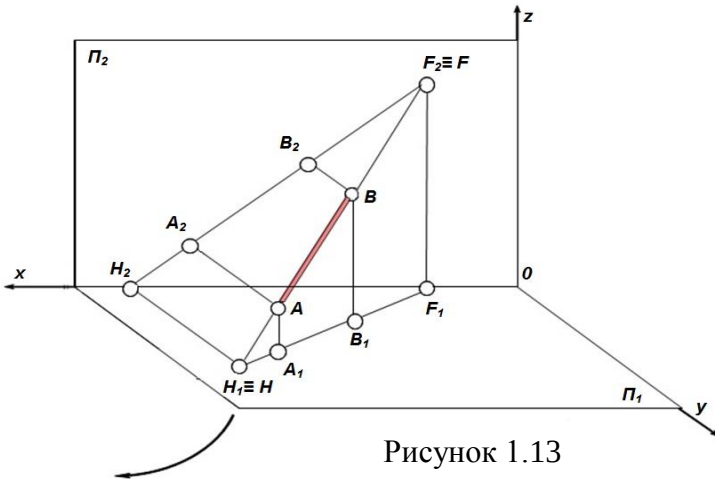


Рисунок 1.13

Фронтальний слід (F) – точка перетину з фронтальною площиною проєкцій. F_1 і F_2 – відповідно горизонтальна проєкція фронтального сліду та фронтальна проєкція фронтального сліду. На рис. 1.14 показаний епюр прямої та послідовність знаходження її слідів.

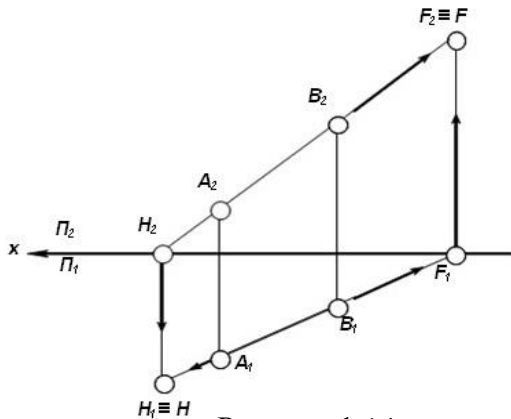


Рисунок 1.14

Прямі часткового положення – це прямі, які паралельні або перпендикулярні площинам проєкцій.



Прямі, паралельні площинам проєкцій, належать до так званих **прямих рівня** (рис. 1.15) і називаються **АС** – **горизонтальною** (рис. 1.16а), **АВ** – **фронтальною** (рис. 1.16б), **АМ** – **профільною** прямими (рис. 1.16в).

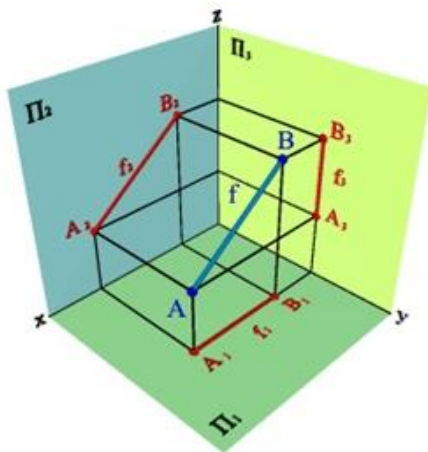


Рисунок 1.15

Відрізки прямих зображуються в натуральну величину на площині проєкцій, якій вони паралельні.

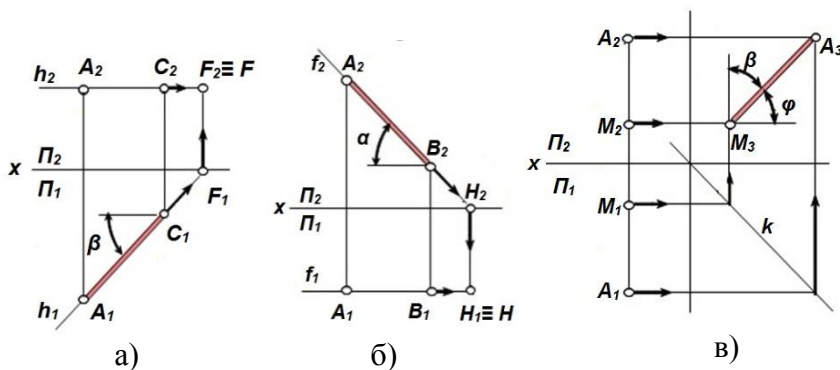


Рисунок 1.16

Прямі, перпендикулярні до площин проєкцій, називають **проєціюючими**: **АК** – **горизонтально проєціююча** або



вертикальна (рис. 1.17а), *AP – фронтально-проеціююча* (рис. 1.17б), *AT – профільно-проеціююча* (рис. 1.17в). Такі прямі зображуються точкою на площині проєкцій, до якої вони перпендикулярні. При цьому вони паралельні двом іншим площинам проєкцій.

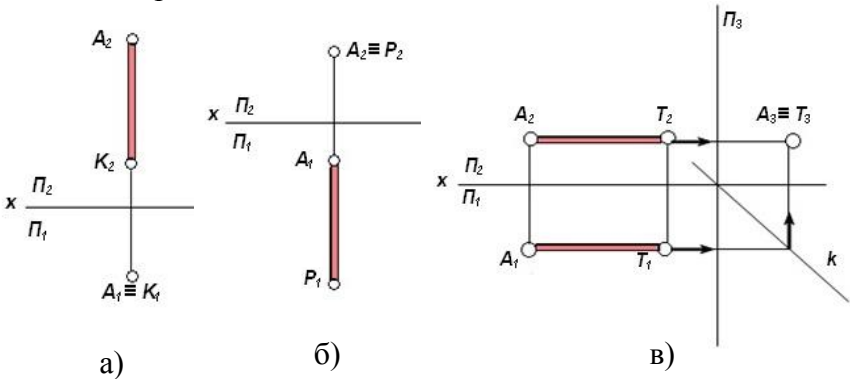


Рисунок 1.17

При розгляді відрізка прямої часто виникає потреба у визначенні його натуральної величини та кутів нахилу до площин Π_1 та Π_2 , тобто доводиться розв'язувати першу основну метричну задачу. Дійсно, відстань між двома фігурами вимірюється відстанню між найближчими точками цих фігур.

Для визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення треба виконати деякі побудови.

На рис. 1.18 показано відрізок AB та дві площини проєкцій Π_1 та Π_2 .

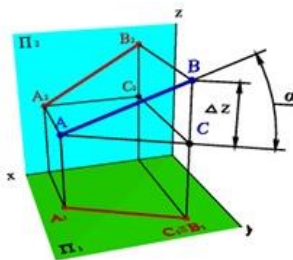


Рисунок 1.18



Якщо з точки A провести відрізок AC , паралельний його горизонтальній проекції A_1B_1 , то утвориться прямокутний трикутник ABC , гіпотенуза якого – відрізок AB . Розглянувши цей трикутник, можна зробити висновок, що натуральна величина відрізка прямої загального положення дорівнює гіпотенузі прямокутного трикутника, один катет якого – одна з проекцій відрізка, а другий – різниця відстаней кінців другої проекції відрізка до осі. Відповідну побудову виконано на рис. 1.19.

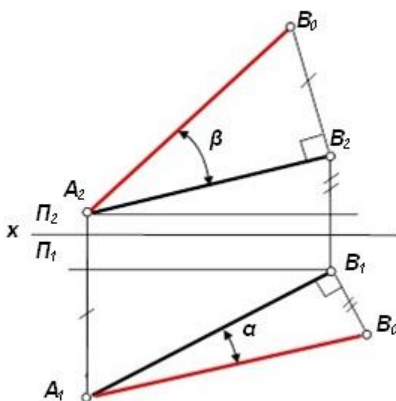


Рисунок 1.19

Одночасно визначається і кут α нахилу прямої до горизонтальної площини проекції Π_1 . Щоб знайти кут нахилу прямої до фронтальної площини проекцій, відповідну побудову треба виконати на полі Π_2 . Цей спосіб визначення величини відрізка прямої називають **способом прямокутного трикутника**.

Якщо точка є *нульвимірною* геометричною фігурою, пряма – *одномірною*, то площина – *двовимірною* геометричною фігурою.

Задавати площину можуть три точки, що не лежать на одній прямій, дві паралельні прямі, дві прямі, що перетинаються, точка і пряма (точка не належить прямій), будь-яка плоска фігура та сліди площини (рис. 1.20).



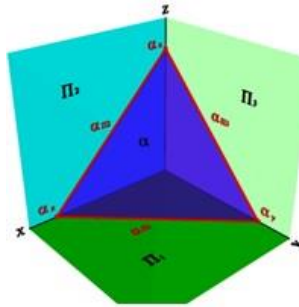


Рисунок 1.20

Сліди площини – це лінії перетину площини з площинами проєкцій. Задання площини її слідами – найпростіший спосіб задання. На рис. 1.20 площину задано точкою сходу слівідів на осі x , а також кутами, які сліди утворюють з віссю x . **Площини не паралельні та не перпендикулярні площинам проєкцій, називаються площинами загального положення** (рис. 1.21).

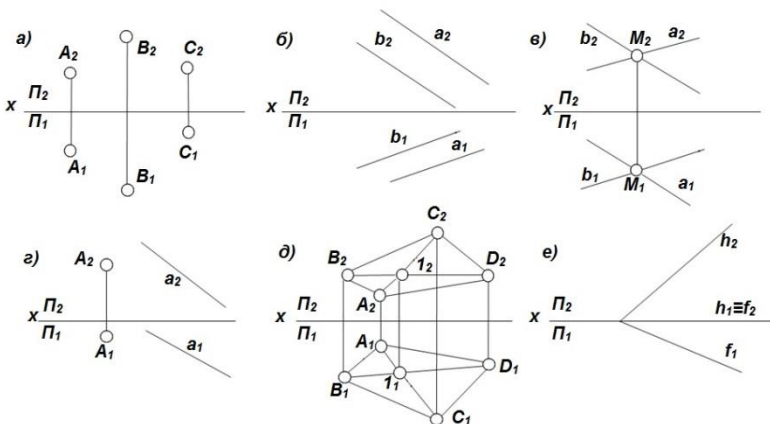


Рисунок 1.21

Площини, перпендикулярні площинам проєкцій, є площинами часткового положення і називаються **проєціючими**.



Площина, перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій, називається **горизонтально-проєціюючою** (рис. 1.22а).

Площина, перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій, називається **фронтально-проєціюючою** (рис. 1.22б).

А площина, перпендикулярна профільній площині проєкцій, є **профільно-проєціюючою** (рис. 1.22в).

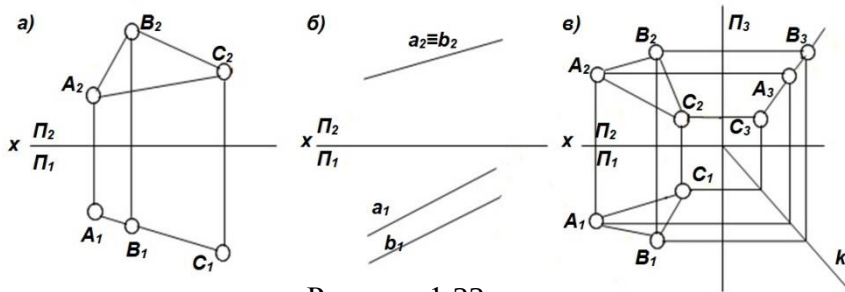


Рисунок 1.22

Площини, паралельні площинам проєкцій, називаються площинами рівня. Відсіки площин рівня на відповідних площинах проєкцій зображуються в натуральну величину. Площина, паралельна горизонтальній площині проєкцій, називається **горизонтальною** (рис. 1.23а), площина, паралельна фронтальній площині проєкцій, називається **фронтальною** (рис. 1.23б), площина, паралельна профільній площині проєкцій, – **профільна площина рівня** (рис. 1.23в).

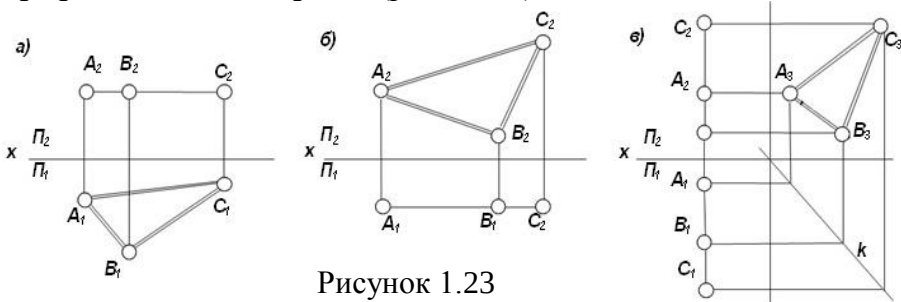


Рисунок 1.23



1.4 Позиційні властивості пар геометричних елементів. Належність

У геометрії розглядаються дві групи задач: *позиційні та метричні*, в основу яких покладено позиційні та метричні властивості пар їх проекцій.

Позиційні задачі – це задачі на визначення загальних елементів різних геометричних фігур (належність, перетин, тощо).

Належність.

1.4.1 Точка і пряма

Точка може належати або не належати прямій. Для розв'язання питання про належність досить розглянути їх проекції, прийнявши до уваги таку властивість: *точка належить прямій, якщо її проекції належать тим же проекціям прямої, і не належить прямій, коли хоча б одна з її проекцій не належить тій же проекції прямої.*

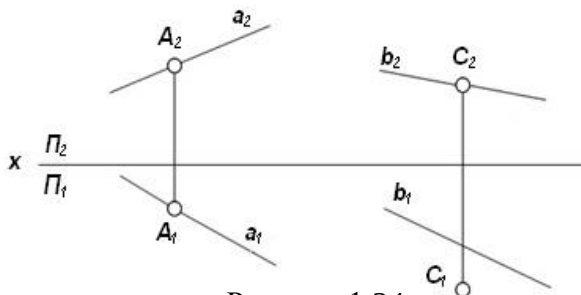


Рисунок 1.24

На рис. 1.24 показано прямі *a* та *b*. Точка *A*, проекції якої належать відповідним проекціям прямої *a*, належить цій прямій. Точка *C* не належить прямій *b*, бо її горизонтальна проекція не належить горизонтальній проекції прямої.

Для двох проекцій (фронтальної та горизонтальної) профільної прямої умови належності недостатні, бо якщо пряма і



точка належать одній профільній площині, то проекції точки завжди належать проекціям прямих. У цьому випадку потрібно внести однозначність, яка полягає у тому, що профільна проекція точки повинна належати профільній проекції прямої або, що аналогічно, повинна своїми проекціями ділити проекції довільно зафіксованого на прямій відрізка в одному й тому ж відношенні.

1.4.2 Пряма та площина

Пряма належить площині, якщо дві її точки належать площині (рис. 1.25, 1.26а) або коли **вона проходить через точку, що належить площині, та паралельна іншій прямій, що належить площині** (рис. 1.26б). Для задання прямої, що належить площині, досить задати її горизонтальну чи фронтальну проекцію.

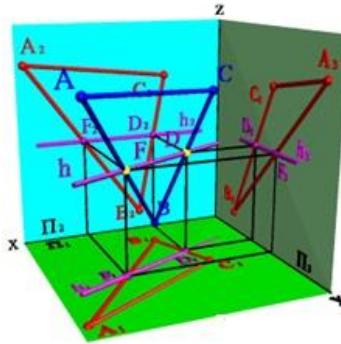


Рисунок 1.25

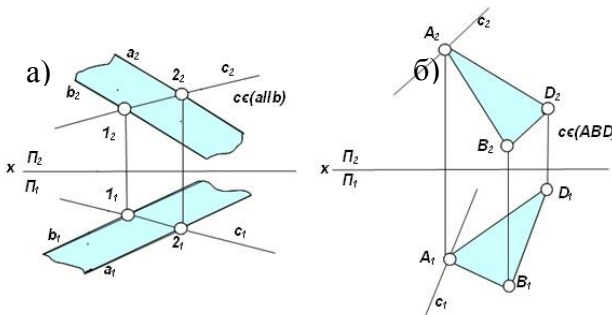


Рисунок 1.26



Крім того, є лінії, що належать площині і займають **часткове положення**. До таких ліній можна віднести **лінії рівня**.

Лініями рівня площини називають лінії, що належать даній площині та паралельні одній із площин проекцій.

Горизонталь площини (горизонтальна пряма рівня площини) – це лінія, що належить площині та паралельна до Π_1 .

На рис. 1.27а проведено горизонталь CD . Фронталь площини (фронтальна пряма рівня площини) – лінія, що лежить у площині та паралельна до Π_2 . На рис. 1.27б проведено фронталь f . Горизонталь та фронталь часто використовуються при заданні площини, що дозволяє виявити її орієнтацію відносно площин проекцій. Сліди площини також є крайніми положеннями горизонталі h чи фронталі f , їх у цьому випадку називають нульовими (рис. 1.27б).

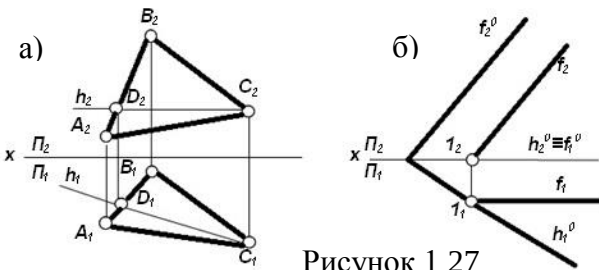


Рисунок 1.27

Профільна пряма рівня – лінія, що належить площині та паралельна профільній площині проекцій Π_3 .

1.4.3 Точка та площина

Точка може належати площині або не належати їй. Це визначається за допомогою прямої, що належить площині.

На рис. 1.28 показано трикутний відсік ABC і задано точки 1 та 2. Точка 1 належить площині, бо вона належить прямій BD , що є підмножиною площини; точка 2 не належить площині, бо тільки фронтальна проекція її належить фронтальній проекції прямої – B_2D_2 , а горизонтальна проекція не належить B_1D_1 . Звідси можна сформулювати таку властивість: **точка належить площині, якщо**



обидві її проекції збігаються з тими самими проекціями прямої, що належить площині.

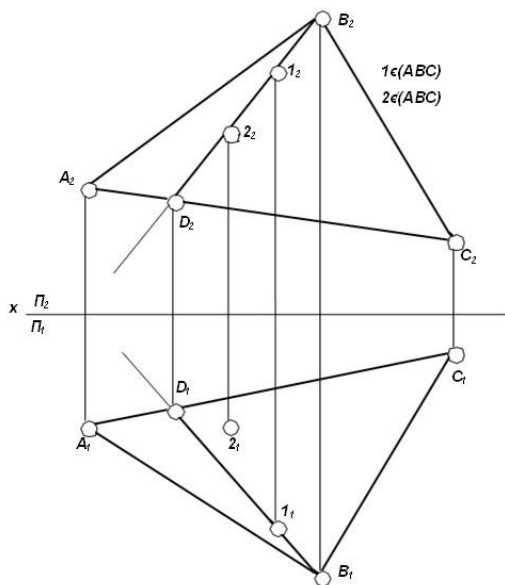


Рисунок 1.28



1.5 Методи перетворення креслень. Заміна площин проекцій

Розв'язання більшості геометричних задач зводиться до визначення *метричних та позиційних характеристик окремих фігур*. Фігура або геометричний елемент по відношенню до площин проекцій Π_1 , Π_2 та Π_3 може займати *загальне* (незручне) і *часткове* (зручне) положення. При загальному положенні геометричних елементів і фігур розв'язок задач, як правило, більш складний і триваліший за часом. Але від зміни розташування фігур відносно площин проекцій її характеристики не міняються (рис. 1.29).

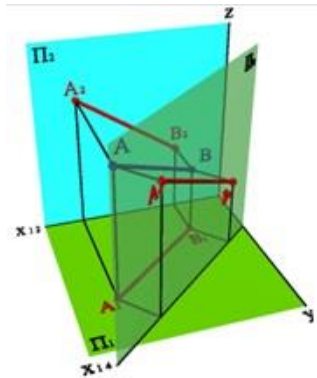


Рисунок 1.29

Тобто, після перетворення комплексного кресленника додаткові проекції дають можливість розв'язати задачі найпростішими графічними способами. **Основними методами перетворення креслеників є:**

- заміна площин проекцій;
- плоско-паралельне переміщення (обертання навколо невиявлених осей);
- обертання навколо проєціюючих осей;
- обертання навколо ліній рівня.



Всі ці методи направлені на ефективне розв'язання метричних та позиційних задач, тому для студента важливо добре засвоїти один із методів, наприклад метод **заміни площин проекцій**.

1.5.1 Заміна площин проекцій

На рис. 1.30а в системі площин проекцій Π_1 та Π_2 показано точку A . Перпендикулярно до площини Π_1 проведено нову вертикальну площину Π_4 , на яку ортогонально спроеційовано точку A .

Таким чином, замість системи площин проекцій $\Pi_1\Pi_2$ з проєкціями точки A_1A_2 , одержано систему $\Pi_1\Pi_4$ з проєкціями точки - A_1A_4 . При такій заміні відстань від старої проєкції до старої осі дорівнює відстані від нової проєкції до нової осі. На комплексному кресленнику (рис. 1.30б) цю відстань показано подвійною рисою.

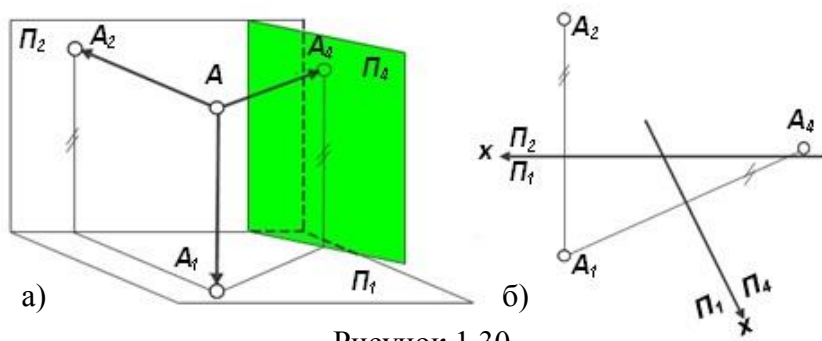


Рисунок 1.30

Звідси можна зробити висновок про суть цього методу: *розташування елементів або фігур залишається незмінним, а змінюється розташування площин проекцій*. Нові площини вибираються завжди перпендикулярно до старих і так, щоб фігури проєціювалися на них в частковому положенні.



Розглянемо чотири основні задачі перетворення креслеників.

а) *перетворення прямої загального положення в пряму рівня (визначення натуральної величини відрізка прямої)*. На рис. 1.31 зображено відрізок прямої загального положення AB .

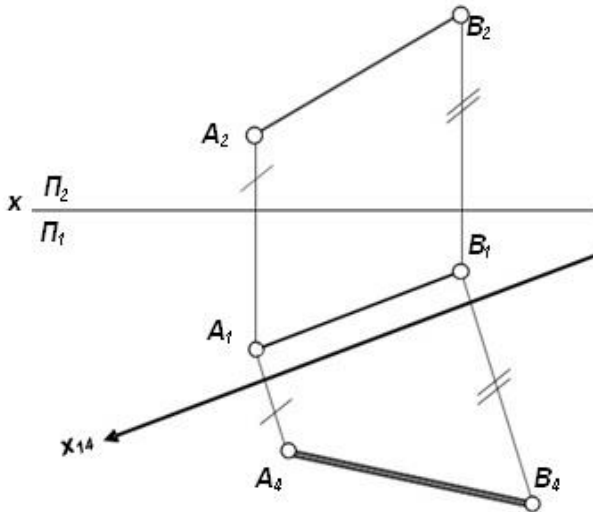


Рисунок 1.31

Щоб отримати його натуральну величину, тобто перетворити його у пряму рівня, *достить провести нову площину паралельно одній із проекцій*; на рисунку вісь x_{14} паралельна горизонтальній проекції прямої. Відклавши від нової осі відповідні відстані від фронтальних проекцій точок до старої осі, отримаємо натуральну величину відрізка A_4B_4 .

б) *перетворення прямої загального положення в проєціюючу пряму*. Для цього треба скористатись натуральною величиною відрізка, тобто виконати дії, описані в пункті а).

Якщо провести площину, перпендикулярну до натуральної величини (рис. 1.32), її слід – вісь x_{45} , то, відклавши відстань, позначену потрійною рисою, отримаємо проєкцію прямої у вигляді точки.



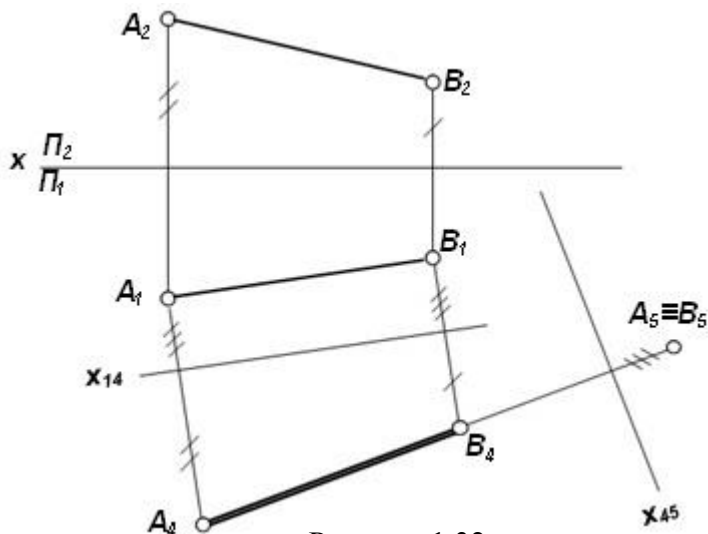


Рисунок 1.32

в) *перетворення площини загального положення в проєціююче положення*. Для цього в площині трикутника було проведено горизонталь $A-1$. Перпендикулярно до горизонтальної проєкції горизонталі (рис. 1.33) вибрано вертикальну площину (її горизонтальний слід - x_{14}). При цьому горизонталь спроеціювалася у точку $A_4 \equiv I_4$, а весь відрізок - в пряму $C_4A_4B_4$.

г) *перетворення площини загального положення в площину рівня (визначення натуральної величини відріку площини)*. Для цього треба скористатись проєціюючим положенням площини, тобто виконати дії, описані в пункті в). Паралельно прямій $C_4A_4B_4$ (рис. 1.33) проведено слід площини x_{45} та визначено натуральну величину трикутного відріку, причому відстані до вершин трикутника беремо з площини проєкцій Π_1 .



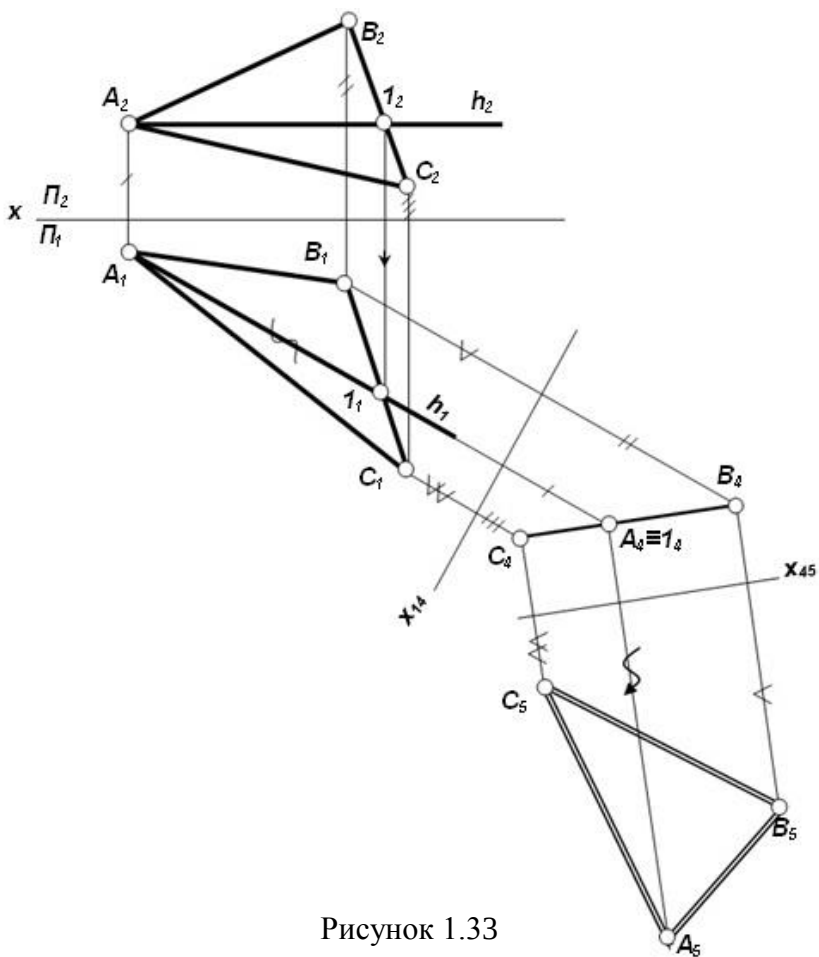


Рисунок 1.33



1.6 Паралельність і перпендикулярність геометричних елементів. Мимобіжні прямі

1.6.1 Дві прямі

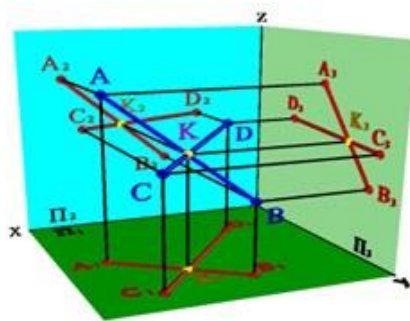


Рисунок 1.34

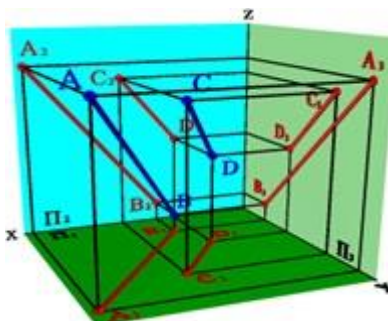


Рисунок 1.35

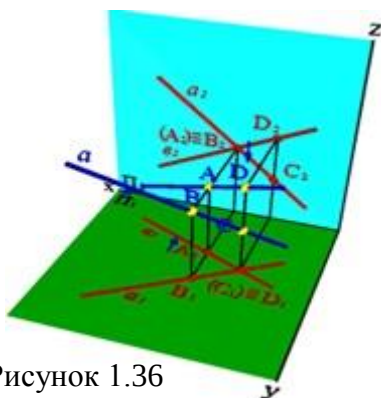


Рисунок 1.36

Прямі можуть *перетинатися* (рис. 1.34), якщо мають одну власну чи невластну спільну точку (бути *паралельними* рис. 1.35), або бути *мимобіжними* (рис. 1.36), якщо вони не мають спільної точки.

Сформулюємо властивості: якщо точки перетину однойменних проєкцій прямих належать одній вертикальній лінії зв'язку, – прямі перетинаються (рис. 1.37а); якщо однойменні проєкції прямих паралельні між собою (мають невластну точку перетину), – прямі паралельні (рис. 1.37 б);



якщо точки перетину однойменних проєкцій прямих не належать одній вертикальній чи горизонтальній лінії зв'язку – прямі мимобіжні (рис. 1.38).

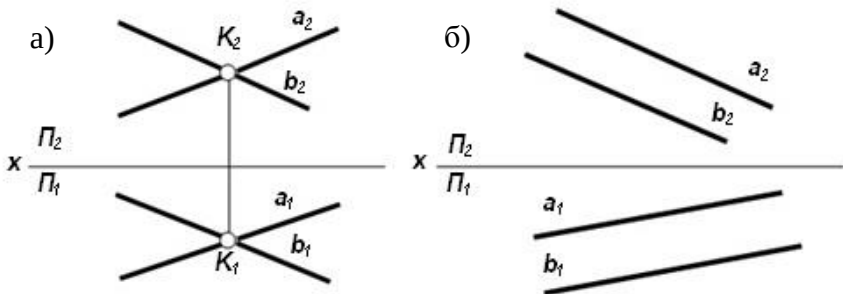


Рисунок 1.37

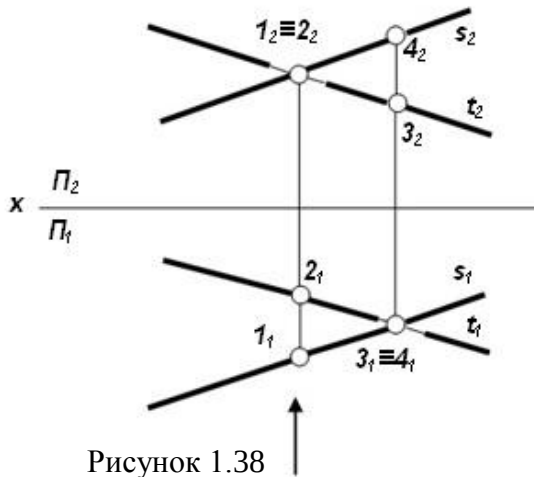


Рисунок 1.38

Звернемося до рис. 1.38, де зображено дві мимобіжні прямі. Фронтальні проєкції перетинаються в точці $1_2=2_2$, а горизонтальні – в точці $3_1=4_1$. Ці точки називаються *конкуруючими*. Конкуруючі точки (точки, що належать одній проєціюючій прямій) використовують при визначенні видимості геометричних фігур.



Для визначення "перекривання" їх на проєкціях візьмемо конкуруючі точки $1_2=2_2$ відносно поля Π_2 , точки $3_1=4_1$ відносно поля Π_1 . Завдяки тому, що точка 3 розміщена вище точки 4, на полі Π_1 пряма s "перекриває" пряму t . Точка 1 знаходиться ближче точки 2, тому на полі Π_2 пряма s "перекриває" пряму t .

Дві прямі, що перетинаються, або мимобіжні прямі утворюють між собою кут. Кут між мимобіжними чи прямими, що перетинаються, проєціюється в натуральну величину на горизонтальній проєкції, якщо прямі горизонтальні, і на фронтальній, якщо вони фронтальні (рис. 1.40а).

Розглянемо взаємну **перпендикулярність** двох прямих. *Прямий кут перетину чи мимобіжності проєціюється в натуральну величину на горизонтальній проєкції, якщо хоча б одна його сторона горизонтальна, та на фронтальній, якщо хоча б одна його сторона фронтальна* (рис 1.39).

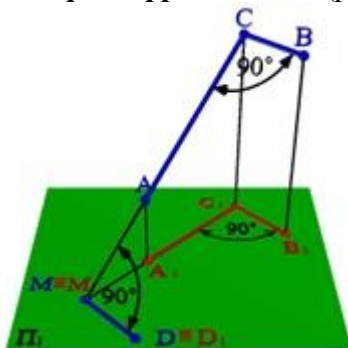


Рисунок 1.39

На рис. 1.40б показано прямий кут перетину, одна сторона якого горизонтальна. Цей кут зображується на полі Π_1 в натуральну величину.



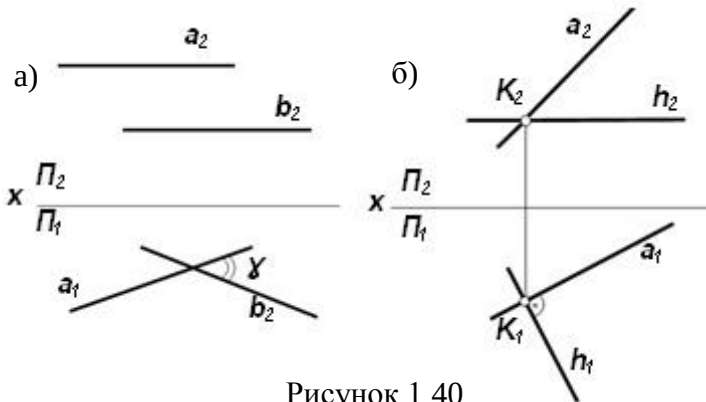


Рисунок 1.40

1.6.2 Пряма та площина

Пряма може лежати у площині, перетинати площину (під довільним чи прямим кутом) або бути їй паралельною, тобто перетинати у невласній точці. Задача на перетин прямої з площиною вважається *першою основною позиційною задачею*.

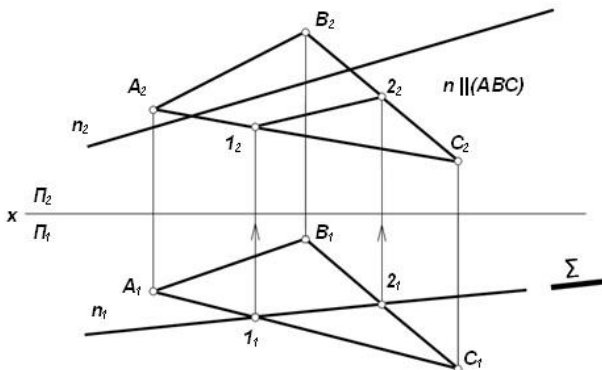


Рисунок 1.41

Розглянемо випадок коли пряма паралельна до площини. У такому випадку (рис. 1.41) проекція лінії перетину площини з допоміжною площиною $1_2 2_2$ паралельна проекції прямої n_2 .

Тобто, *пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій, що лежить у цій площині*.

Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, що перетинаються та



належать площині. Беручи до уваги властивості проєкцій прямого кута, з усієї множини прямих площини за такі лінії доцільно вибрати лінії рівня, тобто горизонталь та фронталь.

На рис. 1.42 показано трикутний відсік, сторона якого AC є горизонталлю, а AB – фронталлю. Щоб із точки K опустити перпендикуляр на площину цього відсіку, досить провести фронтальну проєкцію його перпендикулярно до фронтальної проєкції фронталі A_2B_2 , а горизонтальну – перпендикулярно до горизонтальної проєкції горизонталі A_1C_1 . Звідси: **проєкція прямої, перпендикулярної до площини, на горизонтальній проєкції площини перпендикулярна до проєкції горизонталі, на фронтальній – перпендикулярна до проєкції фронталі площини**.

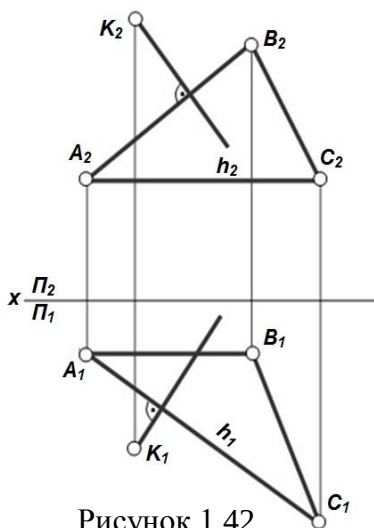


Рисунок 1.42

Загальний випадок перетину прямої із площиною буде розглянуто нижче.

1.6.3 Дві площини

Якщо дві площини не співпадають, то вони завжди перетинаються (під довільним чи прямим кутом). Якщо лінія їх перетину – невласна пряма, – площини *паралельні*. Тому, щоб



з'ясувати взаємне положення двох площин, знаходять лінію їх перетину, що є *другою головною позиційною задачею*.

Коли лінія перетину двох площин – невласна пряма, то площини *паралельні* між собою.

Ознакою паралельності є паралельність двох прямих, що перетинаються, однієї площини, двом прямим, що перетинаються, другої; – найчастіше це горизонталі та фронталі площин (сліди).

На рис. 1.43 показано дві паралельні площини. Одну задано слідами, а другу – трикутним відрізком ABC ; сторона відрізу AB є фронталлю, а AC – горизонталлю площини.

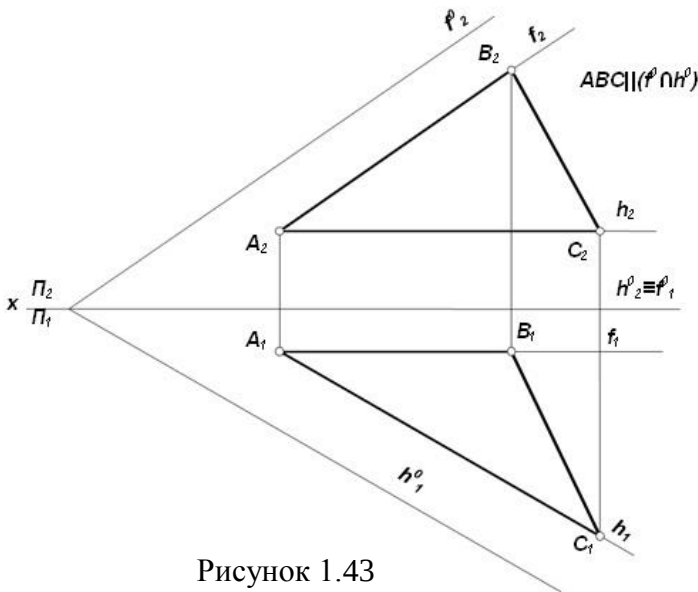


Рисунок 1.43

Дві площини перпендикулярні, якщо одна із площин проходить через перпендикуляр до другої площини.

Проведемо площину, перпендикулярно до заданої, використовуючи розглянуту властивість, відповідно проведення перпендикуляра до площини. На рис. 1.44 площину задано горизонталлю h та фронталлю f . Через точку B до цієї площини проведемо перпендикуляр n . Якщо через будь-яку точку прямої n



провести довільну пряму, то вона разом з перпендикуляром задає площину, перпендикулярну до заданої. Беручи до уваги, що пряму проводять довільно, їх може бути нескінченна множина.

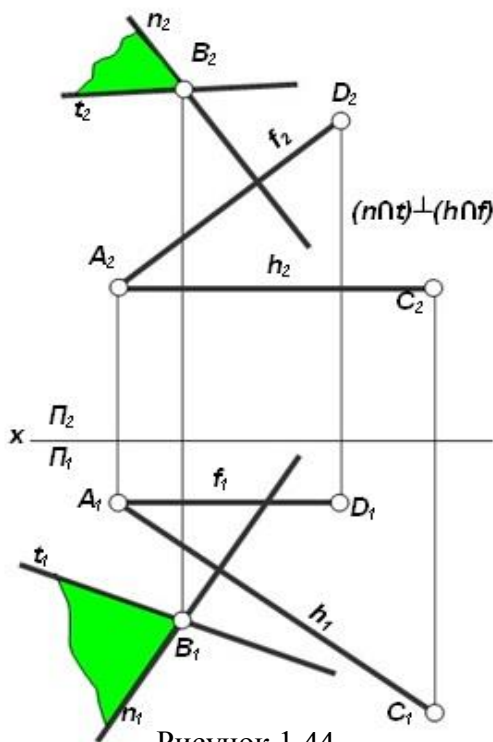


Рисунок 1.44

Загальний випадок перетину двох площин буде розглянуто нижче.



1.7 Перетин геометричних елементів. 1 та 2 позиційні задачі

Позиційні задачі – це задачі на визначення загальних елементів різних геометричних фігур (належність, перетин, тощо).

1.7.1 Перша позиційна задача. Знаходження точки перетину прямої та площини

При розв'язанні цієї задачі розрізнятимемо три різні випадки розміщення двох геометричних елементів: а) обидва геометричні елементи є проєціюючими відносно однієї й тієї ж площини проєкцій; б) один геометричний елемент – проєціюючий, другий – загального положення; в) обидва геометричні елементи займають загальне положення.

На рис. 1.45а показано перший випадок, коли площина – трикутний відсік ABC та пряма l – займають горизонтально проєціююче положення. Горизонтальна проєкція трикутного відсіку ніби збирає на себе проєкції всіх фігур, що належать площині відсіку. Належність горизонтальних проєкцій відсіку та прямої дозволяє стверджувати, що в цьому випадку пряма l належить площині відсіку.

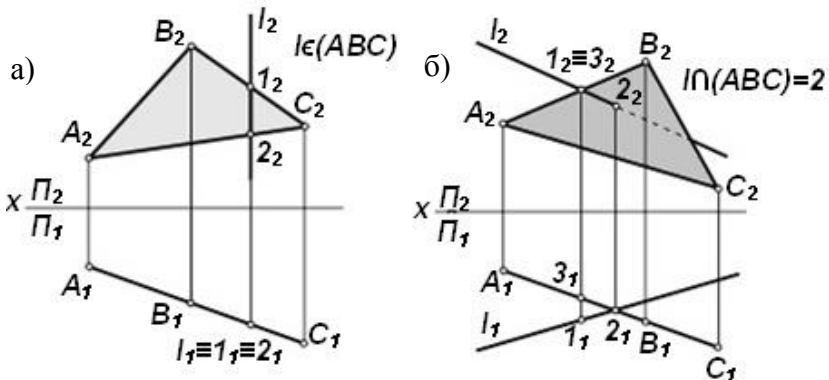


Рисунок 1.45



На рис. 1.45б показано другий випадок, коли площа у вигляді трикутного відсіку знаходиться в горизонтально-проєціюючому положенні, а пряма l займає загальне положення. У цьому випадку точка 2 перетину прямої з площиною визначається безпосередньо на полі Π_1 як точка перетину проєкції прямої та площини; фронтальна проєкція точки 2 визначається за вертикальною відповідністю.

З метою підвищення наочності рисунка вважаємо трикутний відсік непрозорим, і тоді частина відрізка прямої буде невидимою, бо він "перекривається" на полі Π_2 , площиною. Позначимо на полі Π_2 точку перетину прямої l із стороною відсіку A_2B_2 , за допомогою вертикальної лінії зв'язку визначимо точку 1_1 на прямій та точку 3_1 – на площині. Оскільки точка 1 ближче до спостерігача, ніж точка 3 , пряма в цій точці "перекриває" сторону A_2B_2 , і тому відрізок прямої до точки перетину з площиною видимий, а далі частина його закривається площиною.

Для визначення точки перетину прямої з площиною в загальному випадку доцільно застосувати метод заміни площин проєкцій для приведення розташування геометричних елементів відповідно до рис. 1.45б.

На рис. 1.46 задано площину трикутником, а пряму відрізком загального положення. Для того, щоб визначити точку перетину прямої із площиною, достатньо перевести площину у проєціююче положення.

Видимість відрізків прямої DE визначена за допомогою конкуруючих точок $2,3,4,5$.





Як і при розв'язанні першої головної позиційної задачі, тут спостерігаються ті ж самі три випадки: а) обидві площини є проєціюючими відносно до однієї й тієї ж площини проєкцій; б) одна з площин – проєціююча, друга – загального положення; в) обидві площини загального положення.

На рис. 1.47б одна з площин, що перетинаються, займає загальне положення, а друга – горизонтально-проєціююча. Лінія взаємного перетину площин у даному випадку збігається на полі Π_1 з горизонтальною проєкцією проєціюючого відсіку – це пряма $1_1 2_1$. За вертикальною відповідністю визначається фронтальна проєкція лінії перетину двох площин.

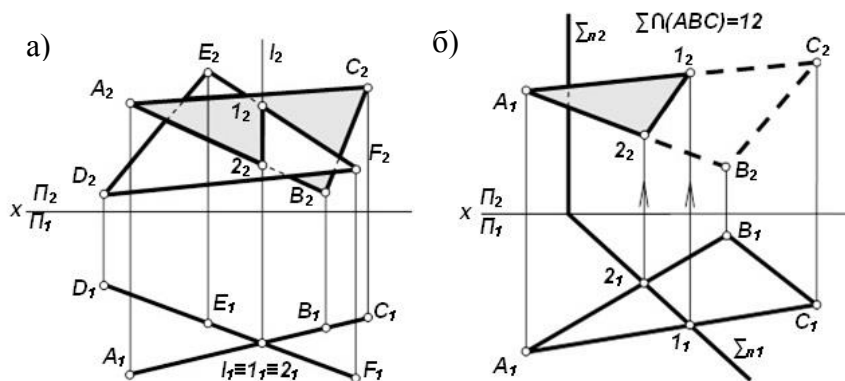
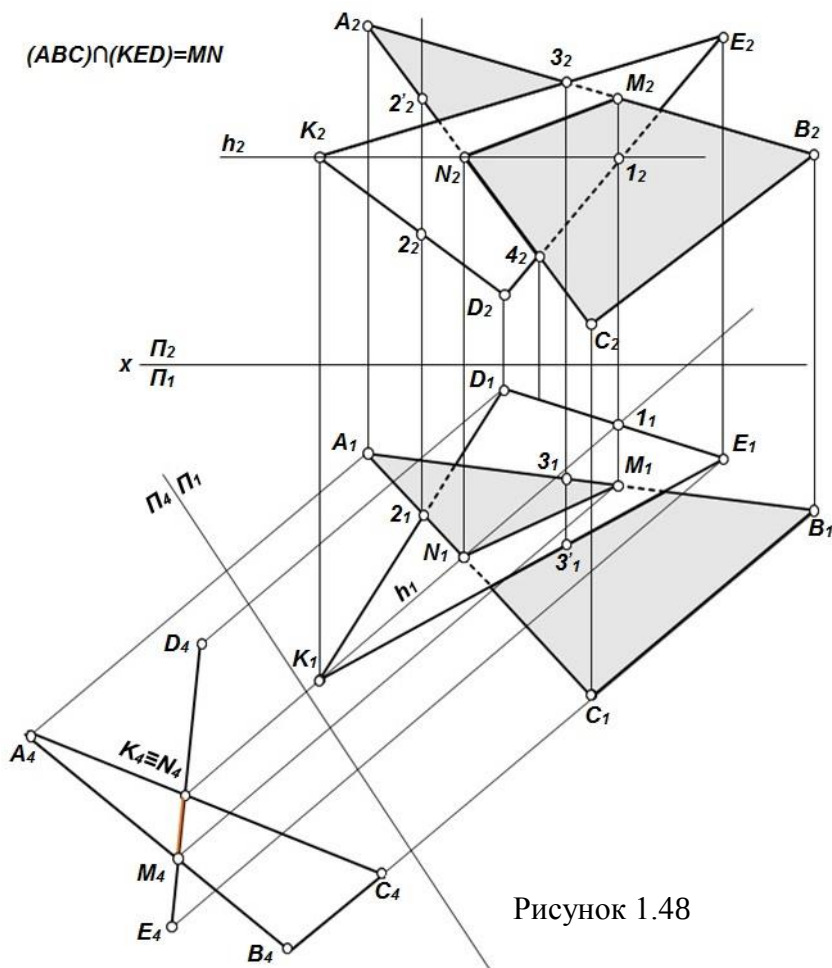


Рисунок 1.47

На рис. 1.48 показано визначення лінії перетину двох відсіків загального положення. Для цього відповідно 1 позиційної задачі, одну із площин переводять у пряму лінію. Точки лінії MN – є шуканими. Видимість визначається методом конкуруючих точок.





1.8 Розв'язання основних метричних та позиційних задач за допомогою методу заміни площин проекцій

Як відзначалося вище, розв'язання більшості геометричних задач зводиться до визначення *метричних та позиційних характеристик окремих фігур*.

Будь-який геометричний елемент по відношенню до площин проєкцій Π_1 , Π_2 та Π_3 може займати *загальне* (незручне) і *часткове* (зручне) положення. При загальному положенні геометричних елементів розв'язок задач, як правило, більш складний і триваліший за часом.

Але використовуючи метод заміни площин проєкцій чи інші методи перетворення завжди можна перевести геометричні елементи задачі у часткове положення, тим самим значно спростивши її розв'язок. Наведемо приклади розв'язку основних задач, які можуть зустрічатися у практиці.

Задача 1. Визначити відстань від точки S до прямої, заданої відрізком AB .

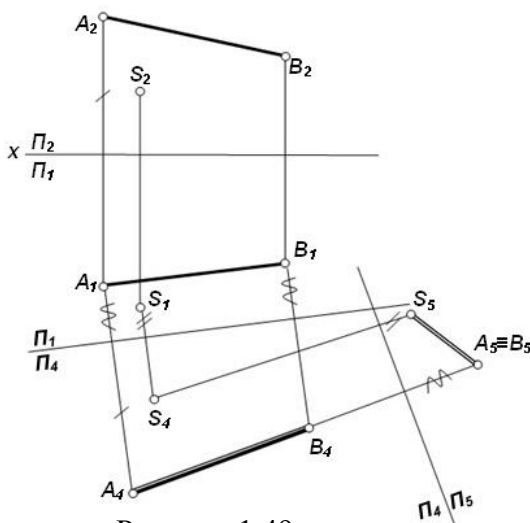


Рисунок 1.49



Для визначення відстані від точки до прямої, необхідно пряму спроеціювати у точку (рис. 1.49). Згідно попереднього матеріалу, таку операцію можна виконати двома перетвореннями. Спочатку пряму AB проєціюють у натуральну величину A_4B_4 . Туди ж переводять точку S_4 . Відстані для побудови точок беруть із площини проєкцій Π_2 .

На площину проєкцій Π_5 пряму A_4B_4 проєціюють у точку. Відстані для побудови беруть із площини проєкцій Π_1 . Відстань $A_5=B_5-S_5$ – буде шукана.

Задача 2. Визначити відстань між двома мимобіжними прямими AS і BC .

Для визначення відстані між двома мимобіжними прямими, одну із прямих, наприклад AS треба спроеціювати у точку (рис. 1.50). Це виконується за допомогою двох перетворень аналогічно задачі 1. Перпендикуляр $A_5=S_5-K_5$ – буде шуканим. Відстані для побудови беруться назад через площину проєкцій.

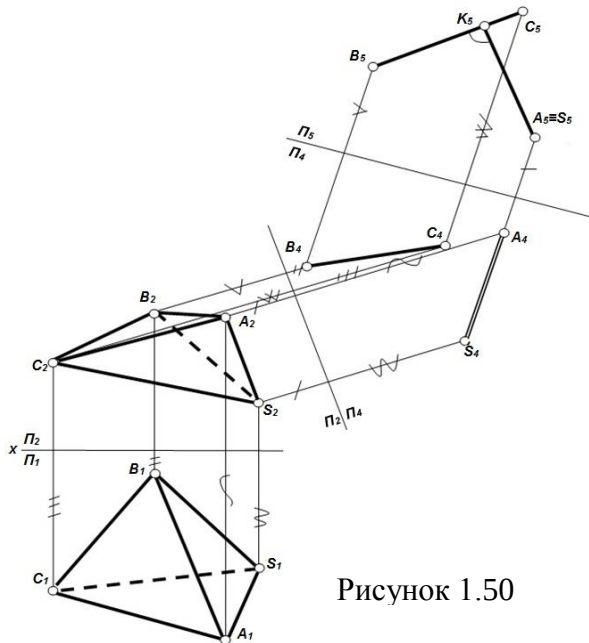


Рисунок 1.50



Задача 3. Визначити двогранний кут піраміди при ребрі AS . Для побудови натуральної величини двогранного кута необхідно зробити грані кута проєціючими, тобто спроеціювати спільне ребро AS у точку (рис. 1.51). Процес побудови та відстані на площинах проєкцій вибираються аналогічно задачі 2.

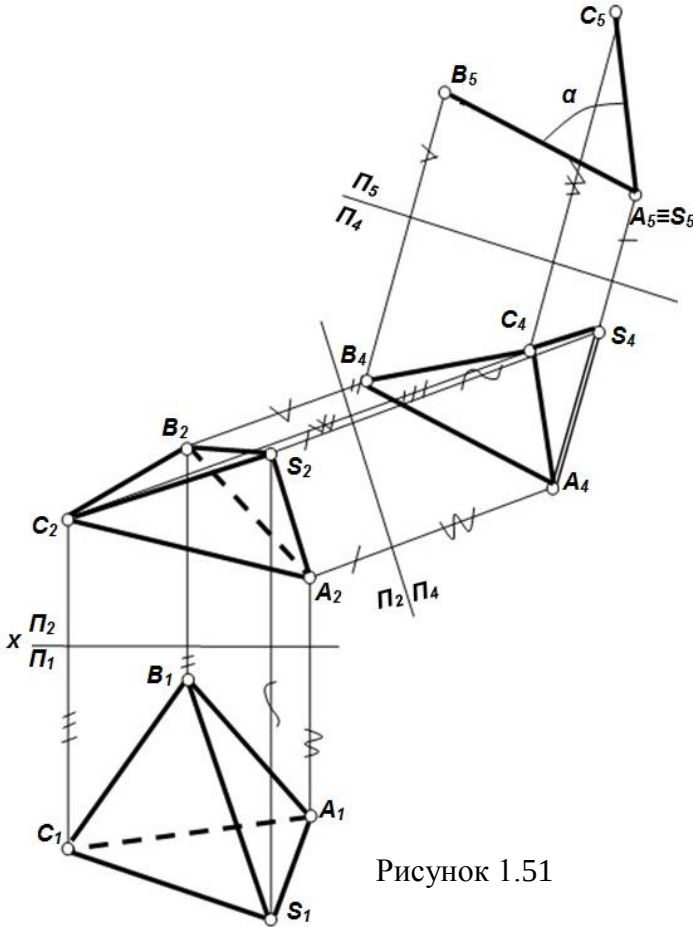


Рисунок 1.51

Задача 4. Знайти відстань від точки S до площини трикутника ABC . Для побудови відстані від точки до площини



необхідно площину перетворити у проєціююче положення, тобто у пряму лінію. Для цього необхідно нову площину проєкцій встановити перпендикулярно фронталі або горизонталі площини (рис. 1.52). При цьому трикутник спроектувався у пряму $A_4B_4C_4$. Перпендикуляр, опущений із точки S_4 на пряму $A_4B_4C_4$ – буде шуканим.

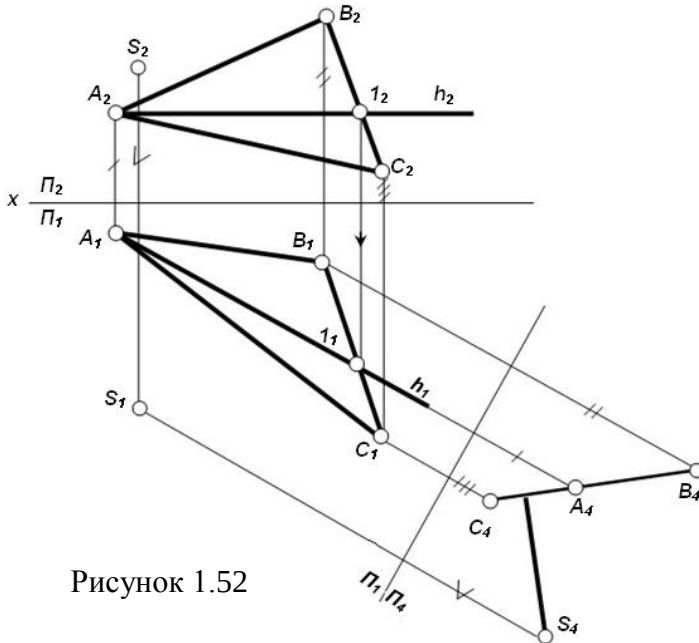


Рисунок 1.52

Задача 5. Знайти точку перетину прямої із площиною, заданою слідами.

Для побудови точки перетину прямої із площиною (1 позиційна задача) достатньо площину перевести у проєціююче положення. Для цього, як і у задачі 4, необхідно одне перетворення (рис. 1.53). Знайдену проєкцію точки перетину K_4 повертаємо лініями зв'язку на інші площини проєкцій. Видимість перетину двох геометричних елементів визначається методом конкуруючих точок.



10. Як виглядають проекції проєціюючих прямих?
11. Чим можна задати проекції площини?
12. Що називається площинами загального та часткового положення?
13. Коли точка належить прямій?
14. У якому випадку точка належить площині?
15. Що називається лінією рівня площини?
16. Коли пряма належить площині?
17. Що таке фронталь площини?
18. Для чого необхідне перетворення комплексного кресленика?
19. Скільки потрібно замін площин проекцій, щоб пряму загального положення зробити проєціюючою?
20. Чи можна використати способи заміни площини проекцій для розв'язання позиційних задач?
21. Чи потрібно при способі заміни площин проекцій фіксувати на рисунку вісь проекцій?
22. Коли прямі паралельні між собою?
23. Що називається мимобіжними прямими?
24. Коли дві площини паралельні?
25. Коли пряма перпендикулярна до площини?
26. Коли пряма паралельна площині?
27. Коли дві площини паралельні?
28. Як визначається точка перетину прямої із площиною у загальному випадку?
29. Як визначається лінія перетину дох площин у загальному випадку?
30. Як знайти відстань між двома паралельними прямими?
31. Скільки потрібно замін площин проекцій, щоб знайти натуральну величину двогранного кута?
32. Скільки треба перетворень для знаходження лінії перетину двох площин?
33. Яким методом визначається видимість геометричних елементів, що перетинаються?



2 Криві лінії

2.1 Криві лінії. Плоскі та просторові криві. Лекальні криві. Спряження

Існують різні визначення кривої лінії, які відповідають способам їх утворення. Криву лінію можна розглядати як траєкторію точки, що рухається за певним законом, або як наслідок перетину кривих поверхонь. Відповідно до способу утворення кривих розрізняються їх аналітичні вирази і засоби графічної побудови.

Криві лінії систематизуються за різноманітними ознаками. Існують плоскі та просторові криві лінії.

Плоскою називають криву, всі точки якої належать одній площині. Точки просторової кривої не належать одній площині.

2.1.1 Плоскі криві. Лекальні криві. Спряження

Залежно від вигляду аналітичного рівняння в декартових координатах криві лінії розподіляються на алгебраїчні та трансцендентні. *Алгебраїчна крива лінія, аналітичне рівняння якої в декартових координатах має другий степінь, називається кривою другого порядку.* Криві другого порядку широко застосовуються при конструюванні виробів криволінійної форми, що пояснюється простотою їх побудови і аналітичного виразу. Такі криві називаються *конічними перерізами*, оскільки вони можуть бути одержані як переріз конуса другого порядку (зокрема, конуса обертання) площиною. При цьому можуть отримуватись: коло, еліпс, гіпербола та парабола. Ознакою кривої лінії другого порядку є ще й те, що пряма лінія перетинає її у двох точках. Криві які будуються за допомогою лекала на знайдений множині точок називаються *лекальними кривими*.



1) побудова еліпса

Із центра еліпса проводять два кола, діаметри яких відповідно дорівнюють великій і малій осям еліпса (рис. 2.1). Далі з центра еліпса проводять пучок променів до перетину з колами. З точок проводять прямі, паралельні малій та великій осям еліпса. Перетин відповідних пар цих прямих визначає ряд точок. Коли сполучити ці точки плавною кривою за допомогою лекала, матимемо заданий еліпс.

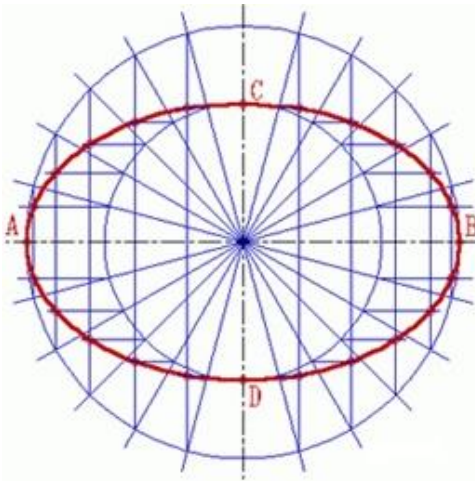


Рисунок 2.1

2) побудова параболи

Через фокус параболи (рис. 2.2) проводять її вісь перпендикулярно до директриси. Поділивши відрізок FK навпіл, визначають вершину параболи O . На осі від точки O у напрямі фокуса позначають ряд довільних точок на відстані, яку поступово збільшують. Через ці точки проводять прямі, паралельні директриси. Із фокуса, як із центра, проводять дуги кіл радіусами, що дорівнюють відстані між відповідними вертикальними прямими і директрисою. В перетині дуг кіл з відповідними вертикальними прямими матимемо точки, які



отримують точки гіперболи. Симетричні точки отримують перетином дуг тих же радіусів.

До трансцендентних кривих можна віднести: циклоїду, евольвенту кола, спіраль Архімеда, синусоїду або косинусоїду.

4) побудова циклоїди

Циклоїдою називається крива, утворена точкою кола, яке котиться без ковзання по прямій лінії. На рис. 2.4 показано побудову циклоїди як траєкторії точки A кола радіуса r , яке котиться по прямій.

За один оберт точка A зіткнеться з прямою у точці A_{12} . Щоб визначити цю точку, треба на прямій відкласти відрізок AA_{12} , що дорівнює довжині кола $2\pi R$. Коло і відрізок – AA_{12} ділять на довільну кількість рівних частин (наприклад, на 12). З точок поділу відрізка AA_{12} проводять вертикальні прямі до перетину з прямою, проведеною з точки O паралельно прямій. Точки $O_1, O_2, O_3, \dots$ є центрами кола, що котиться. З точок поділу кола проводять прямі, паралельні прямій. Перетин цих прямих з відповідними дугами кіл радіуса r , проведених із центрів $O_1, O_2, O_3, \dots$ визначить точки циклоїди.

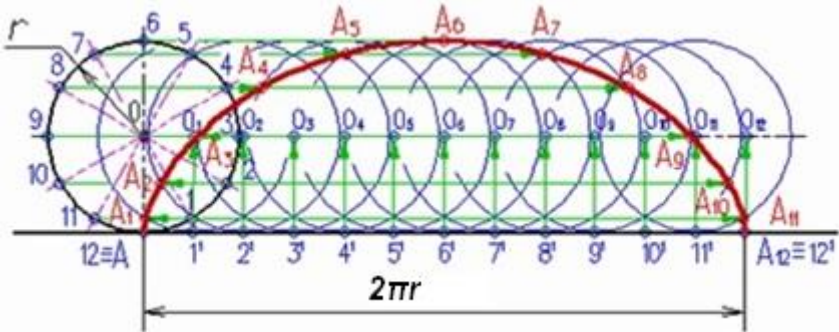


Рисунок 2.4

5) побудова евольвенти

Евольвентою називається траєкторія, що описується кожною точкою прямої лінії, яка котиться по колу без ковзання (рис. 2.5).



Для побудови евольвенти коло заданого діаметра D ділять на декілька рівних частин, наприклад на 12. З точок ділення 1, 2, 3, 4 і т.д. проводять дотичні до кола, направлені в одну сторону. На дотичній 12, проведений через останню точку поділу, відкладають відрізок, рівний довжині кола, і ділять його також на 12 рівних частин.

Відкладаючи на першій дотичній одну частину, на другій – дві, на третій – три і т. д., одержують точки, які потім сполучають і обводять по лекалу плавною кривою.

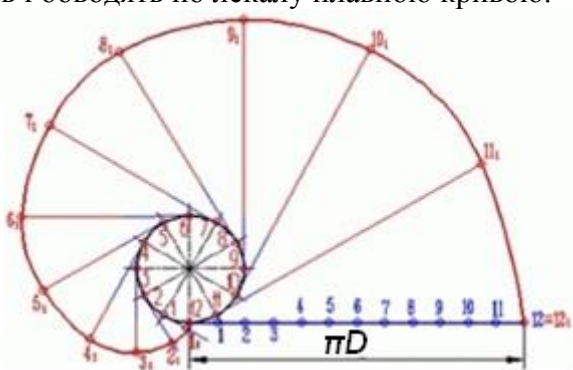


Рисунок 2.5

6) побудова спіралі Архімеда

Спіраль Архімеда – траєкторія точки, що рухається з постійною швидкістю від центра кола по радіусу, який рівномірно обертається навколо центра O (рис. 2.6). Коло і його радіус ON ділять на декілька рівних частин, наприклад на 8. З центра кола O радіусами 01 , 02 , 03 і т.д. проводять дуги кіл до перетину з відповідними радіус-векторами. Точки перетину їх I , II , III і т. д., що належать спіралі Архімеда, сполучають плавною кривою під лекало.



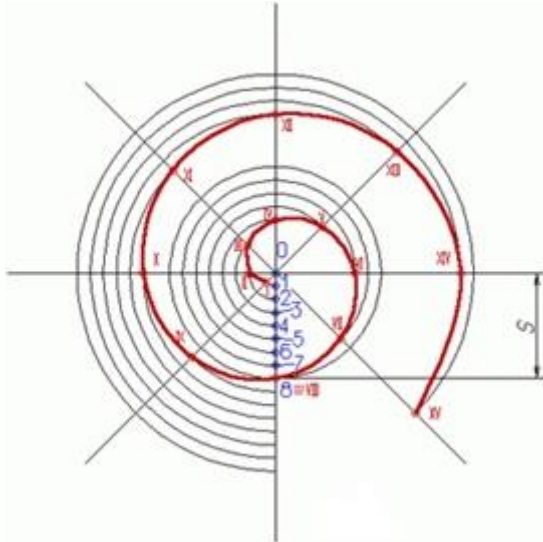


Рисунок 2.6

7) побудова синусоїди

Синусоїда – крива, що зображає зміну синуса залежно від центрального кута.

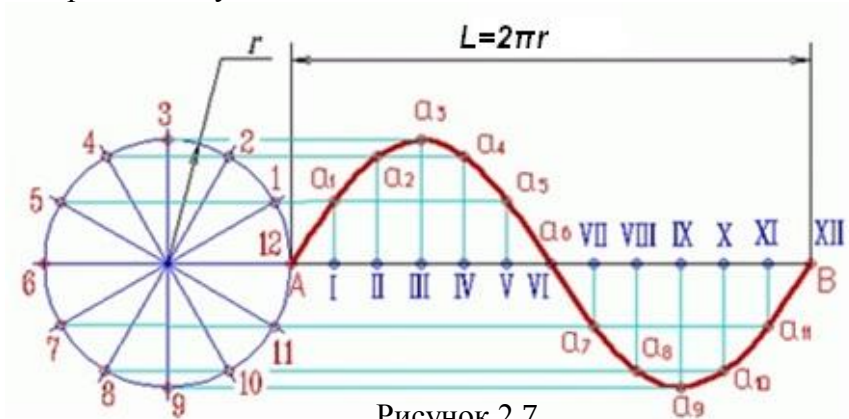


Рисунок 2.7

Для побудови синусоїди (рис. 2.7) через центр твірного круга проводять горизонтальну лінію – вісь X . Від початку координат A вправо відкладають відрізок AB , рівний довжині кола – $2\pi r$. Коло і відрізок AB ділять на декілька рівних частин,



наприклад на 12. Через точки поділу **1, 2, 3** і т.д. проводять прямі, паралельні осі **OX**, до перетину їх з відповідними вертикальними прямими. Одержані точки **a**, що належать синусоїді, сполучають плавною кривою під лекало.

Плавна опукла крива лінія, що складається з дуг кіл різних радіусів, називається коробовою кривою. До коробових кривих належать овали і завитки. Овали широко застосовуються у техніці під час проектування контурів окреслень машинобудівних деталей: фланців, кришок, кулачків у кулачкових механізмах і т.д.

Овал – це фігура, що складається з двох опорних кіл, які внутрішньо спряжені дугами.

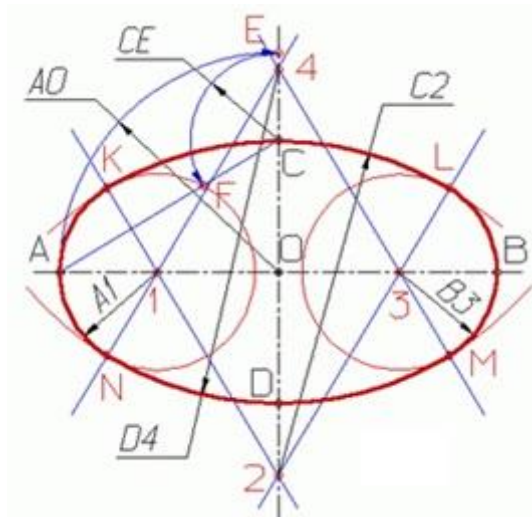


Рисунок 2.8

Побудова овалу за двома заданими осями **AB** і **CD** (рис. 2.8). На вертикальній осі відкладають відрізок **OE**, що дорівнює половині великої осі **AB**. З точки **C**, як із центра, проводять дугу радіусом **CE** до перетину з прямою **AC** у точці **F**. До середини відрізка **AF** встановлюють перпендикуляр і позначають точки його перетину з осями овалу **1** і **2**. Будують точки **3** і **4**, відповідно симетричні точкам **1** і **2** відносно осей **CD** і **AB**.



Точки **1** і **3** будуть центрами опорних кіл радіуса **B3**, а точки **2** і **4** – центрами дуг спряження радіуса **D4**.

Плавний перехід від однієї лінії до іншої називається спряженням. З усієї різноманітності спряжень різних ліній ми розглянемо такі основні види спряжень: спряження прямої з дугою кола; спряження двох, довільно розміщених прямих, за допомогою дуги кола; спряження дуг двох кіл за допомогою прямої і спряження дуг двох кіл за допомогою третьої дуги.

8) спряження прямих ліній, що перетинаються за допомогою дуги

Щоб побудувати спряження двох прямих, що перетинаються дугою заданого радіуса **R** (рис. 2.9), треба визначити геометричне місце центрів кіл, віддалених від прямих на відстані **R**. Для цього на відстані **R** проводять прямі, паралельні даним, до перетину у точці **O**. Дуга радіуса **R**, проведена з точки **O**, як із центра, і буде дугою спряження. Основи перпендикулярів, опущених з точки **O** на прямі, будуть точками спряження.

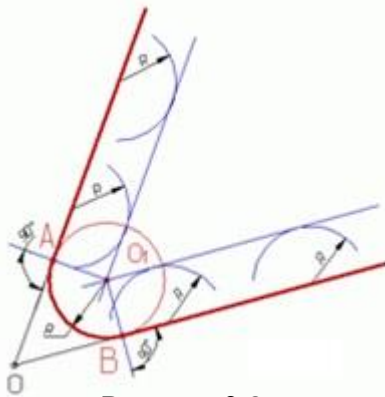


Рисунок 2.9

9) спряження дуги кола і прямої за допомогою дуги заданого радіуса

Спряження дуги кола радіуса **R** і прямої (рис. 2.10) виконують так. Спочатку визначають геометричне місце центрів дуги спряження радіусом **r**. Для цього на відстані **r** від прямої



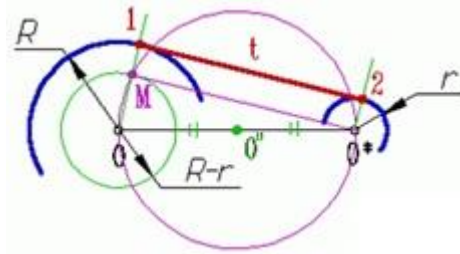


Рисунок 2.11

11) побудова спряження дуг двох кіл дугою заданого радіуса

Таке спряження може бути зовнішнім, внутрішнім і змішаним. На рис. 2.12 наведено приклад побудови внутрішнього спряження дуг двох кіл радіусів R_2 і R_1 за допомогою дуги радіуса R .

Із центра O_2 проводять дугу, радіус якої дорівнює $R - R_2$, а із центра O_1 – дугу радіусом, що дорівнює $R - R_1$. У перетині цих дуг матимемо точку O – центр дуги спряження. Точки спряження A і B лежать на прямих, які сполучають точку O з центрами заданих кіл O_2 і O_1 .

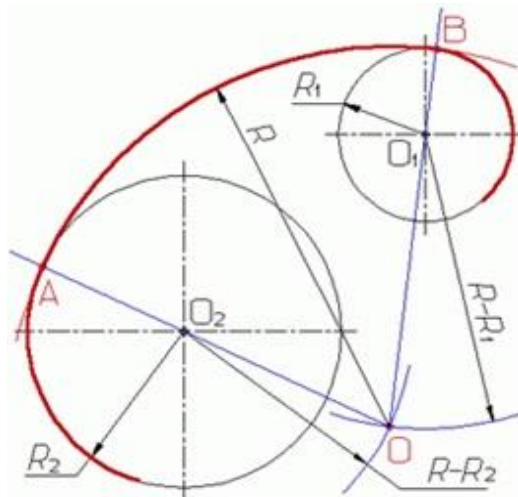


Рисунок 2.12



2.1.2 Просторові криві

Просторову криву лінію можна уявити собі як траєкторію рухомої точки у просторі.

З просторових кривих найбільший практичний інтерес представляють циліндричні та конічні гвинтові лінії (рис. 2.13).

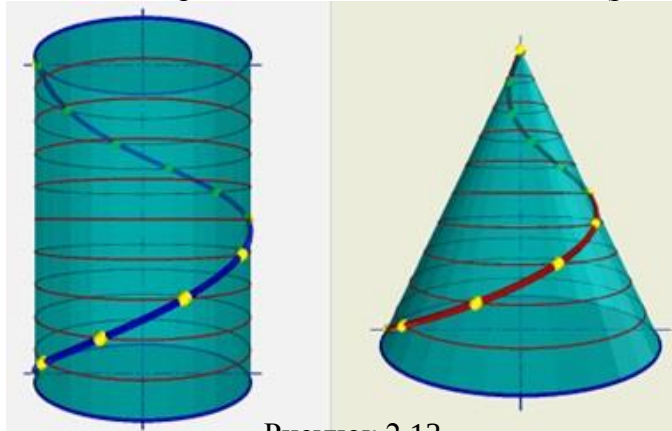


Рисунок 2.13

Циліндрична – крива, розміщена на поверхні циліндра обертання та утворена рівномірним рухом точки по твірній, що рівномірно обертається навколо осі циліндра. Висота циліндра, на поверхні якого точка здійснює один поворот навколо осі, називається кроком гвинтової лінії (рис. 2.14а). Враховуючи рівномірність руху точки, можна зробити висновок, що при повороті на $360/n$ точка переміщується вздовж твірної на $1/n$ кроку. На основі цього на рис. 2.14а показано побудову проєкцій циліндричної гвинтової лінії. Число n прийнято на рисунку рівним 8. На фронтальній проєкції крок розділено на 8 частин, на горизонтальній – на стільки ж розділено повний кут повороту (360°). На фронтальній проєкції гвинтова лінія зображується синусоїдою.

Конічною гвинтовою лінією називається просторова крива, розташована на поверхні конуса обертання та утворена рівномірним рухом точки по твірній, що рівномірно обертається навколо осі.



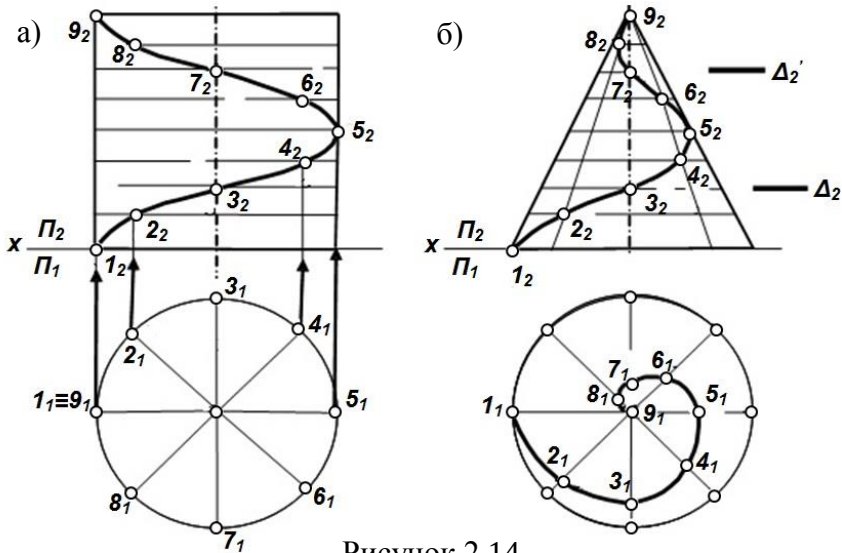


Рисунок 2.14

Побудову конічної гвинтової лінії показано на рис. 2.14б. Поверхня конуса на інтервалі кроку n гвинтової лінії горизонтальними площинами поділена на 8 рівних частин. Проекції гвинтової лінії одержані за точками перетину твірних конуса з його відповідними горизонтальними перерізами. Фронтальна проекція конічної гвинтової лінії є синусоїдою з затухаючою амплітудою, а горизонтальна – спіраллю Архімеда.

Питання для самоконтролю до другого розділу:

1. Що називається плоскою і просторовою кривими?
2. Як виконується побудова еліпса?
3. Що називається лекальними кривими?
4. Як будуються зображення просторової кривої?



3 Проекції геометричних тіл

3.1 Багатогранники. Задання та зображення багатогранників. Перетин багатогранників прямими та площинами. Взаємний перетин багатогранників

У техніці, зокрема машинобудуванні, широко застосовуються прості багатогранники.

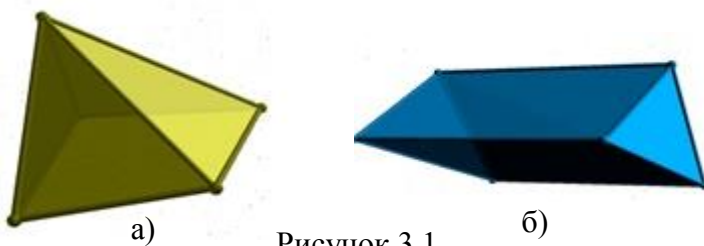


Рисунок 3.1

З усіх простих багатогранників практичне значення мають піраміди, призми та правильні багатогранники (тіла Платона).

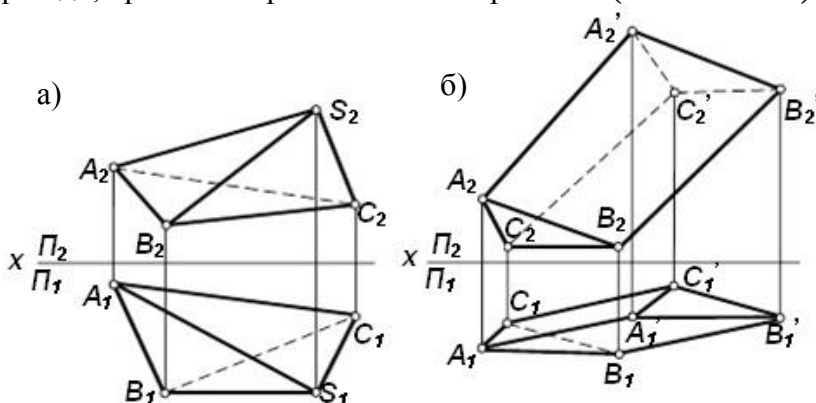


Рисунок 3.2

Пірамідою називають багатогранник, всі грані якого, крім однієї, мають спільну вершину (рис. 3.1а). Піраміду можна одержати, якщо перетнути багатогранний кут площиною, що не



проходить через вершину. Вона перетинає всі ребра цієї поверхні та утворює основу. Оскільки всі бічні грані піраміди – трикутники, – піраміда цілком визначається заданням її основи та вершини (рис. 3.2а).

Призма – багатогранник, обмежений призматичною поверхнею та двома паралельними площинами, не паралельними ребрам призми (рис. 3.1б). Ці дві грані називаються основами призми, грані призматичної поверхні – бічними гранями, а її ребра – ребрами призми. В основі призми лежать рівні багатокутники, бічні ребра призми дорівнюють одне одному (рис. 3.2б). Якщо основи не паралельні між собою, – призму називають **зрізаною**; коли основами призми є перпендикулярні перерізи призматичної поверхні, призму називають **прямою**; якщо ця умова не виконується – **похилою**. Призми розрізняються за числом бічних граней, що дорівнюють числу сторін багатокутника основи. **Якщо в основі названих геометричних тіл лежить правильний многокутник, призми та піраміди називаються правильними.**

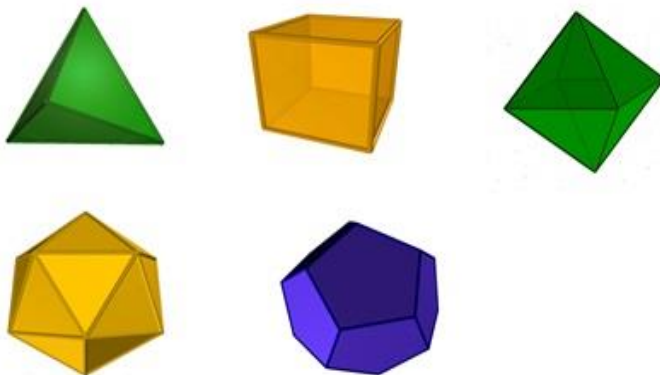


Рисунок 3.3

Правильні опуклі багатогранники (тіла Платона).

У таких багатогранників всі ребра, грані, плоскі двогранні та просторові кути дорівнюють один одному. Існує п'ять правильних багатогранників або тіл (рис. 3.3):



- тетраедр (чотиригранник), гранями якого є чотири рівнобічних трикутники ;
- гексаедр (шестигранник) або куб, гранями якого є шість квадратів;
- октаедр (восьмигранник), гранями якого є вісім рівнобічних трикутників;
- ікосаедр (двадцятигранник), утворений з двадцяти рівнобічних трикутників
- додекаедр (дванадцятигранник), утворений з дванадцяти правильних п'ятикутників.

3.1.1 Перетин багатогранників площинами та прямими лініями

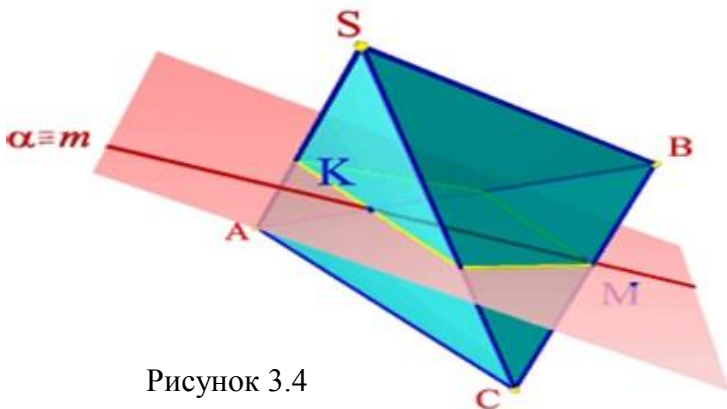


Рисунок 3.4

При перетині багатогранників площиною утворюється плоский багатокутник, кожна вершина якого є точкою перетину ребра багатогранника з площиною, а сторона багатокутника є лінією перетину грані багатогранника з заданою площиною (рис. 3.4). Такий багатокутник називають **перерізом**.

Тобто для знаходження перерізу багатогранника площиною необхідно розв'язання декількох перших або других позиційних задач.



Задачі такого типу можна легко розв'язати, виконавши перетворення січної площини в проєціююче положення (у пряму) разом із багатогранником. На рис. 3.5 методом заміни площин проєкцій площину трикутника загального положення переводять на площину проєкцій Π_4 в проєціююче положення.

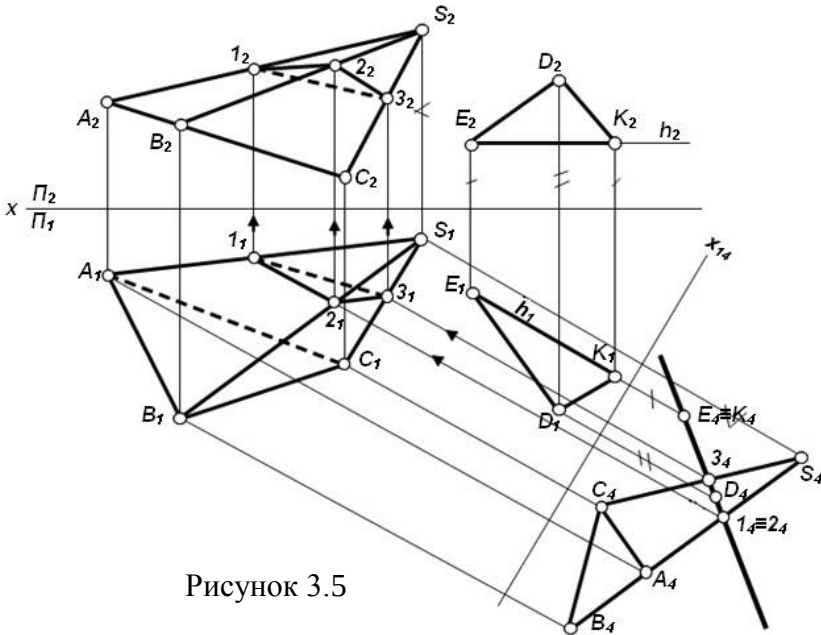


Рисунок 3.5

На Π_4 проєціюється також піраміда $SABC$. Лінія перетину $1_4, 2_4, 3_4$ визначається зразу. Проекції лінії перетину на Π_1 та Π_2 визначаються за відповідністю.

Для знаходження точок перетину прямої з багатогранником використовують допоміжні проєціюючі площини. На рис. 3.6 пряму l заключають у фронтально-проєціюючу площину Δ . Переріз допоміжної площини з багатогранником дасть ламану лінію 123 , в площині якої знаходиться пряма. Точки перетину K і M прямої з лінією 123 будуть шуканими. Видимою точкою перетину вважається та, яка належить видимій грані багатогранника.



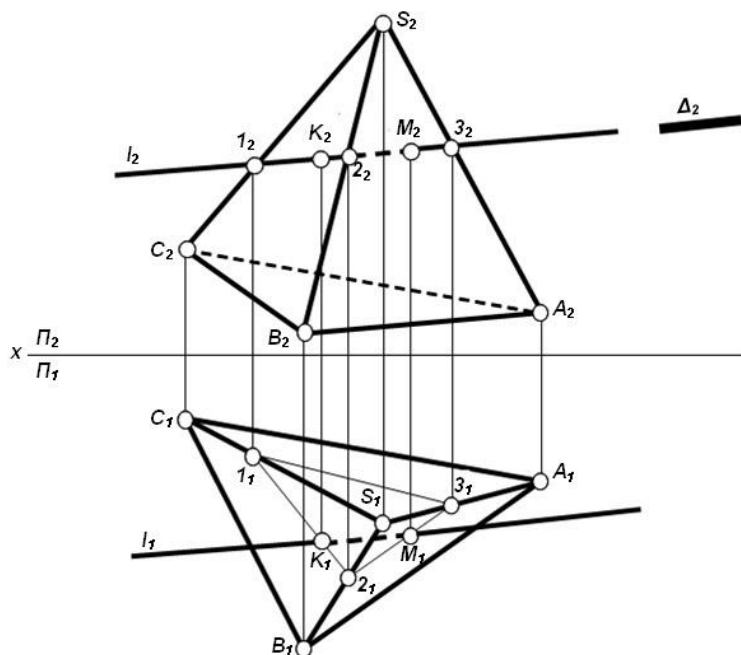


Рисунок 3.6

3.1.2 Взаємний перетин багатогранників

Задачу на знаходження лінії перетину двох багатогранників можна розв'язати, знайшовши точки перетину ребер одного багатогранника з гранями другого і ребер другого з гранями першого (тобто розв'язуючи декілька разів першу позиційну задачу), або ж знаходити лінії перетину граней одного багатогранника з гранями іншого (тобто розв'язуючи декілька разів другу позиційну задачу) (рис. 3.7).



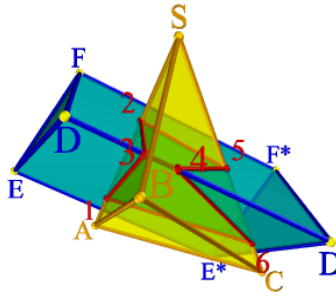


Рисунок 3.7

На рис. 3.8 показано знаходження проєкцій лінії перетину піраміди та призми. Точки $1, 8, 2 \equiv 3, 4 \equiv 5$ – це точки перетину ребер піраміди з гранями призми. Точки $6 \equiv 7, 9 \equiv 10$ – точки перетину ребер призми з гранями піраміди.

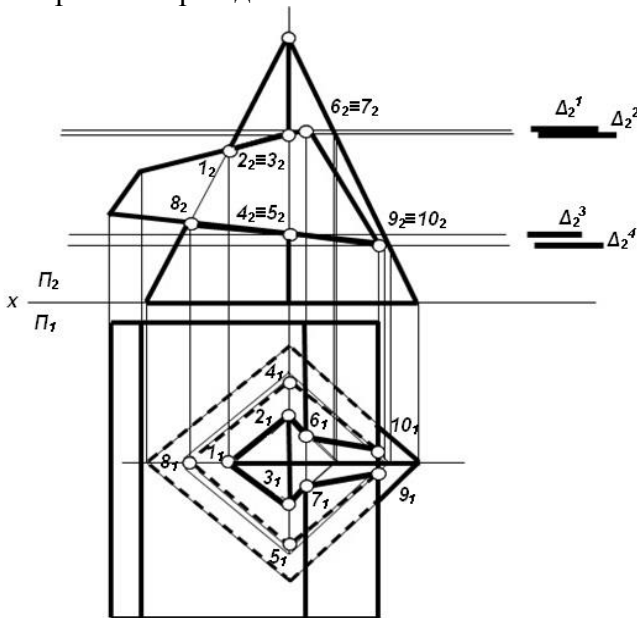


Рисунок 3.8



3.2 Криві поверхні. Утворення поверхонь та їх систематизація

3.2.1 Криві поверхні в природі та техніці

Багато з того, що оточує нас у житті, якщо дивитись з позицій геометрії, - це криві поверхні простих і складних форм. Зверніть увагу хоча б на оболонку курячого яйця. Геометрична досконалість надає їй чималу міцність, незважаючи на малу товщину стінок. Крило та тулуб птаха також мають досконало відпрацьовані природою поверхні. Сукупність таких поверхонь мають прекрасні аеродинамічні та інші характеристики.

Корпуси автомобілів, літаків, кораблів, оболонки наземних і підземних споруд – це комплекси відсіків поверхонь, досить складних за законами утворення. Про деякі часткові види кривих поверхонь буде вестися мова нижче.

3.2.2 Способи утворення кривих поверхонь і їх систематизація

Крива поверхня визначається як неперервна двопараметрична множина точок або однопараметрична множина ліній. *Точки або лінії цих множин називаються відповідно точками або лініями каркаса поверхні* (рис. 3.9). Оскільки на рисунку неможливо зобразити всі точки або лінії каркаса поверхні, їх зображують з певним інтервалом.

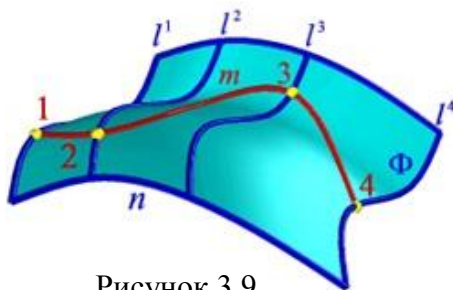


Рисунок 3.9



Сукупність ліній, які мають спільний закон утворення та пов'язані між собою певною залежністю, називається лінійним каркасом поверхні. Форма і положення конкретної лінії каркаса на поверхні визначаються **параметром каркаса**.

Творення криволінійної поверхні можна розглядати на основі звільнення одного параметра заданої лінії. В результаті утворюється однопараметрична множина ліній каркаса поверхні. Як правило, параметр звільнюється за допомогою надання закону руху лінії в просторі.

На рис. 3.10 в площині xOz задано конкретну параболу **a**, яка не має вільних параметрів. Звільнення одного параметра положення дає змогу параболі рухатись за визначеним законом, наприклад, поступально вздовж лінії **b**. Усі положення параболу в просторі утворюють неперервний каркас поверхні. **В нарисній геометрії такий прийом називається кінематичним способом утворення поверхні, лінія a каркаса – твірною поверхні, а лінія b руху точок лінії - напрямною.**

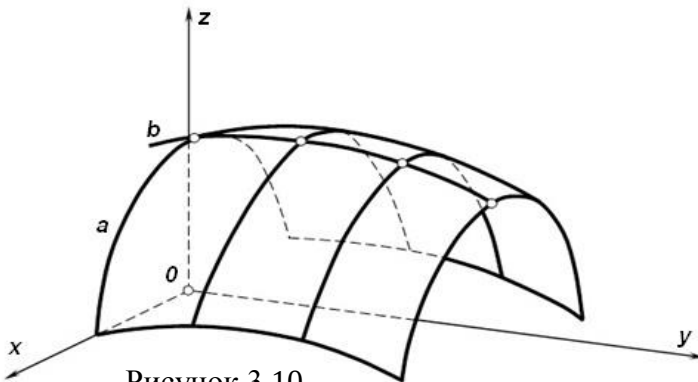


Рисунок 3.10

Поверхні, утворені рухом твірної певної форми, називаються **кінематичними поверхнями з твірною постійної форми**.

З параметром положення лінії каркаса можуть бути зв'язані і параметри її форми. За параметр каркаса можна прийняти будь-який з цих параметрів. При цьому незалежним (вільним) є тільки



один параметр каркаса, а решта змінних параметрів визначається як залежні від першого. Поверхня, що утворюється таким чином, називається кінематичною поверхнею з твірною **змінної форми**. Як приклад можна розглянути поверхню, зображену на рис. 3.11.

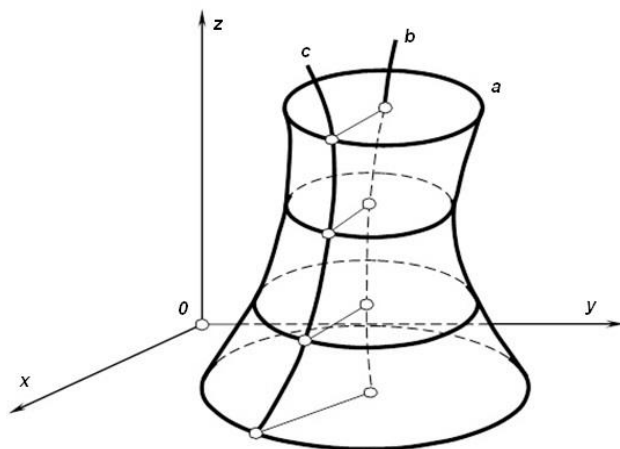


Рисунок 3.11

Твірне коло рухається у просторі таким чином, що його центр переміщується вздовж напрямної **b**, а площина кола весь час залишається паралельною площині xOy . Зміна радіуса в процесі переміщення задається лінією **c**. Змінюються два параметри кола: положення площини кола та радіус, проте незалежним є тільки один.

Поверхня вважається заданою, якщо за однією проекцією точки, що належить поверхні, можна визначити другу проекцію. **Сукупність умов, необхідних і достатніх для задання поверхні, називається визначником поверхні**. Останній складається з геометричної та алгоритмічної частин. Геометричною частиною визначника поверхні є геометричні фігури, зображені на рисунку, за допомогою яких зв'язуються параметри множини ліній простору. Алгоритмічна частина визначника – це сукупність правил застосування геометричної частини визначника для утворення поверхні. Наприклад, геометричною частиною визначника поверхні,



зображеної на рис. 3.11, є лінії ***a, b, c*** та площина ***xOy***. До алгоритмічної частини визначника цієї поверхні відносяться умови:

- 1) коло ***a*** є лінією каркаса поверхні;
- 2) центр кола повинен належати лінії ***b***;
- 3) усі лінії каркаса поверхні повинні перетинати лінію ***c***.

Серед множини різноманітних поверхонь можна виділити їх групи з однаковими елементами визначника або деякими спільними властивостями. Визначення груп дає змогу досконало вивчати властивості поверхонь, створювати узагальнені алгоритми побудови їх каркасів, розв'язувати різноманітні задачі.

В нарисній геометрії поверхні, утворені неперервним каркасом, систематизують за виглядом його ліній і законом формування каркаса. Найпоширеніші в інженерній практиці є поверхні з найпростішими лініями каркаса – прямими та колами, які відповідно називаються ***лінійчатими*** та ***циклічними***.

Існують поверхні, які можна віднести і до лінійчатих, і до циклічних. Наприклад, на поверхні циліндра обертання можна визначити як лінійчатий (множина прямолінійних твірних, паралельних осі), так і циклічний (множина кіл в площинах, перпендикулярних до осі) каркас. В основу систематизації поверхонь за законом каркаса може бути покладено вигляд руху твірної у просторі, якщо каркас поверхні утворюється при звільненні одного параметра твірної.

Найпростіші види руху – обертальний, поступальний та гвинтовий.

Поверхні, утворені обертанням твірної лінії навколо нерухомої осі, називаються поверхнями обертання (рис. 3.12). Найпростішими прикладами таких поверхонь є циліндр, конус обертання та сфера. Всі поверхні обертання можна віднести до циклічних поверхонь. Визначник поверхні обертання має вигляд

$$D = (a, i)$$



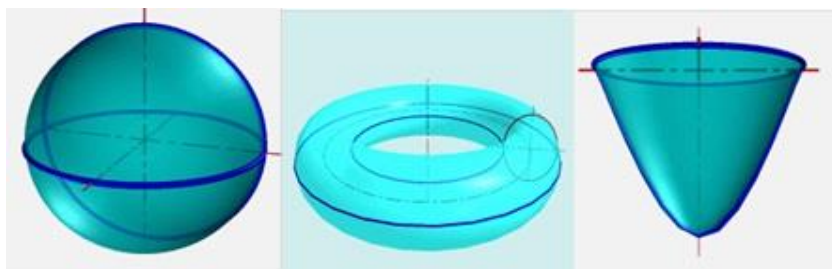


Рисунок 3.12

На рис. 3.13 показані проєкції поверхні обертання, заданої проєкціями ліній визначника.

Поверхні, утворені поступальним рухом твірної, називаються поверхнями паралельного переносу.

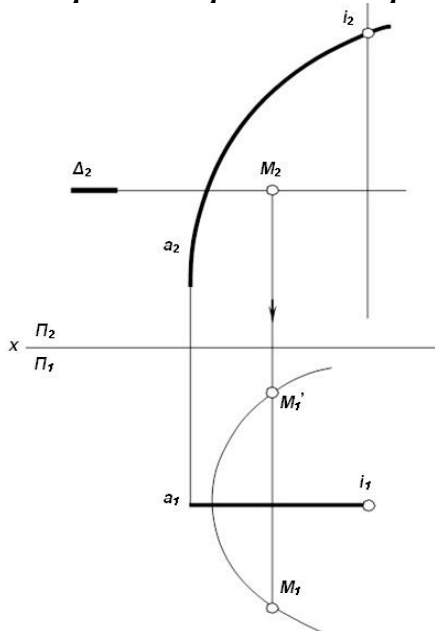


Рисунок 3.13

Визначник такої поверхні можна записати у вигляді

$$D = (m, n).$$

На рис. 3.14 показано проєкції поверхні паралельного переносу.



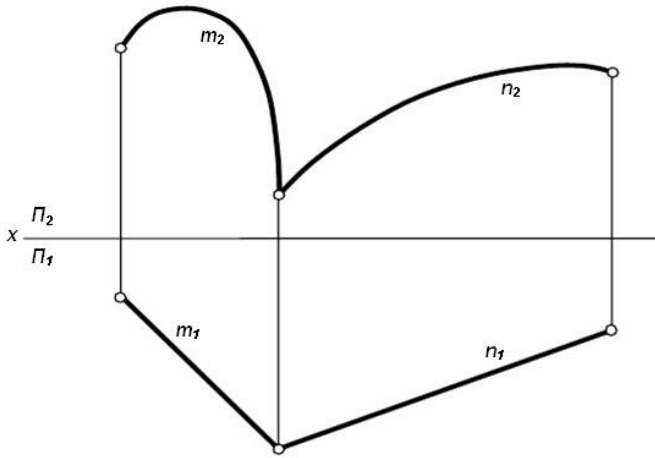


Рисунок 3.14

Поверхні, утворені гвинтовим рухом (обертальним + поступальним) твірної навколо осі, називаються гвинтовими (рис. 3.15).

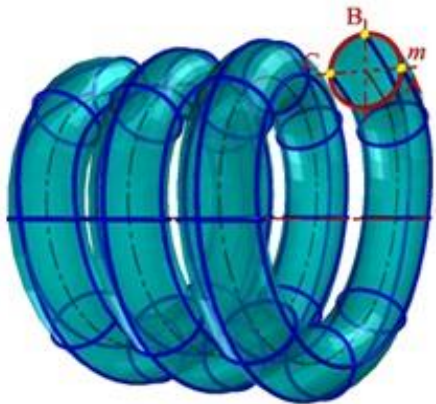


Рисунок 3.15

Визначник поверхні має вигляд

$$D = (b, i).$$

На рис. 3.16 показано побудову проєкцій найпоширенішої в інженерній практиці поверхні прямого гелікоїда. Лінії каркаса поверхні



паралельні горизонтальній площині і перетинають напрямну лінію і вісь обертання.

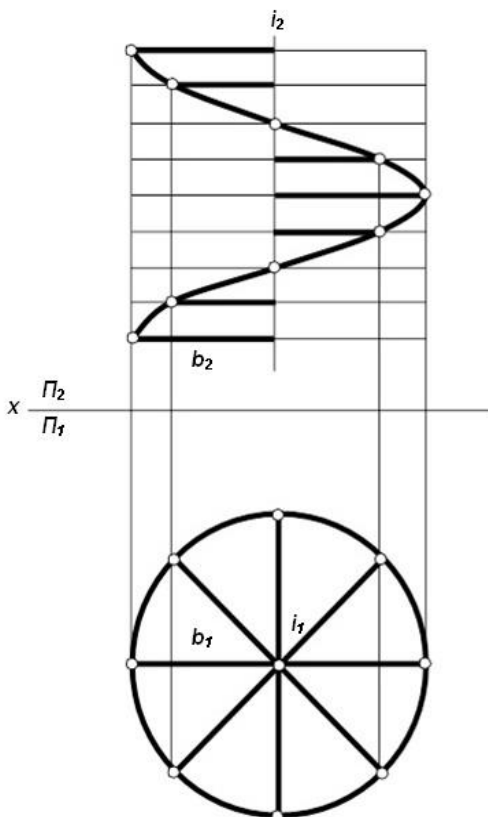


Рисунок 3.16

Лінійчаті поверхні

Лінійчата поверхня може бути визначена як нескінченна множина прямих (твірних), кожна з яких перетинає три фіксовані у просторі напрямні лінії.

Належність лінійчатої поверхні до певного виду визначається числом невластних напрямних ліній.

У загальному випадку дві нескінченно близькі твірні лінійчатої поверхні є мимобіжними прямими. Такі поверхні називають *косими*.



Поверхня, у якої прями лінії каркаса перетинають три задані мимобіжні прямі, називається *однопорожнинним гіперboloїдом* (рис. 3.17).

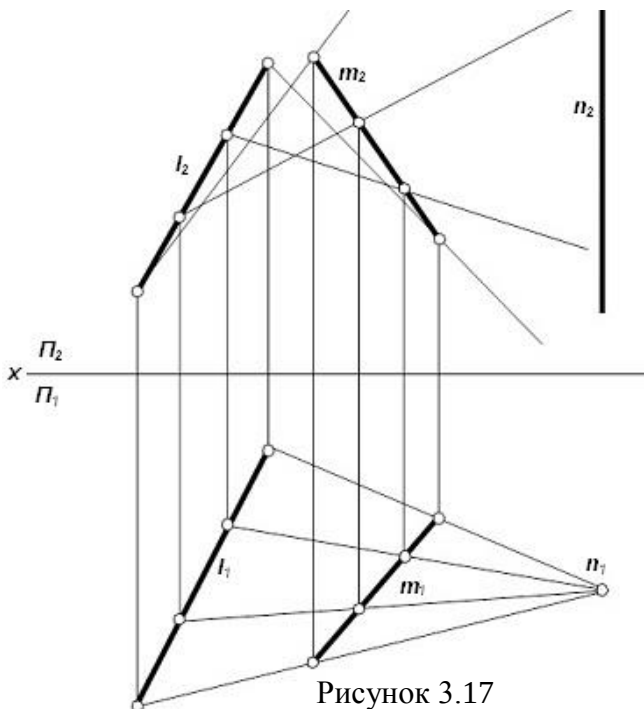


Рисунок 3.17

Лінійчаті поверхні з невласною прямою напрямною, яка замінюється площиною паралелізму, називаються *поверхнями Каталана*. До поверхонь Каталана належать коноїд, циліндроїд і гіперболічний параболоїд (він же – гіпар або коса площина).

Конoїд – це поверхня, яка має дві власні напрямні – пряму і криву (рис. 3.18).



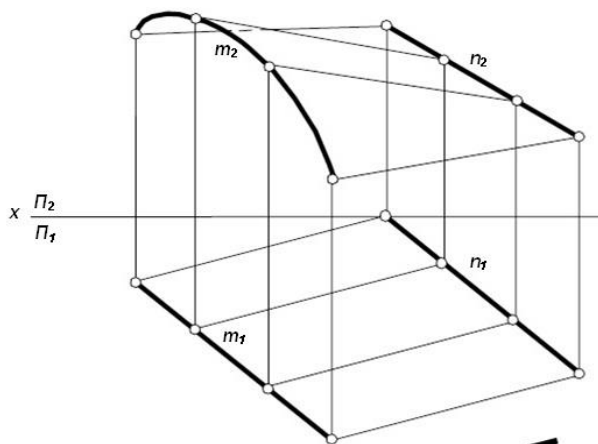


Рисунок 3.18

Циліндрοїд – дві власні напрямні криві (рис. 3.19).

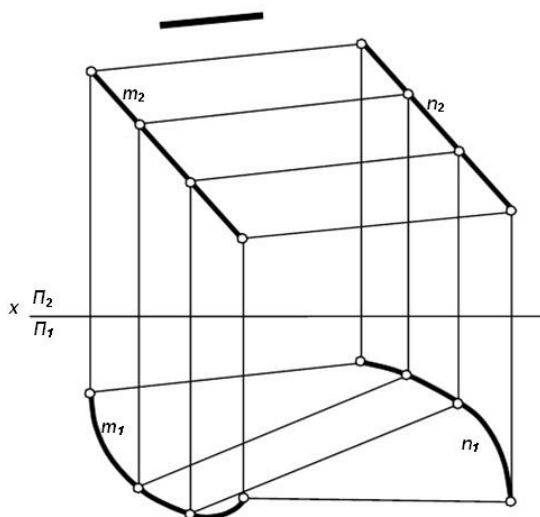


Рисунок 3.19

Гіперболічний параболоїд має дві власні напрямні прямі лінії (рис. 3.20).



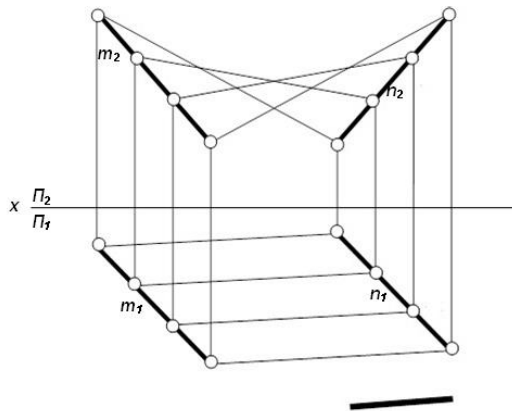


Рисунок 3.20

Циліндроїди, коноїди та гіпари широко використовуються в архітектурній практиці як поверхні покриття споруд, оскільки несуть на собі лінійні каркаси. Якщо площина паралелізму ліній каркаса поверхні замінює нескінченно віддалену пряму напрямну, то нескінченно віддалена крива напрямна замінюється напрямним конусом.

На рис. 3.21 показана поверхня з напрямним конусом, яка називається **косим гелікоїдом** і крім напрямного конуса має ще дві власні напрямні – гвинтову лінію і вісь гвинтової лінії. Прямі лінії каркаса гелікоїда перетинають власні напрямні та паралельні відповідним твірним напрямного конуса.

На відміну від косих поверхонь, у яких кожна пара нескінченно близьких ліній каркаса є мимобіжною, у розгорнутих поверхонь вони перетинаються.

Розгорнуту лінійчатую поверхню можна уявити собі як граничний стан багатогранної поверхні з гранями, ширина яких наближається до нуля. Тому таку поверхню можна отримати розгортанням багатогранника на площину.

У загальному вигляді розгорнута поверхня утворюється як неперервна однопараметрична множина дотичних до просторової кривої лінії ***m*** і називається **торсом** (рис. 3.22). Просторова крива лінія при цьому називається ребром звороту. Якщо ребро звороту



перетворюється в точку – отримаємо *конічну поверхню* з вершиною в даній точці. Якщо вершина конічної поверхні віддалена в нескінченність, – маємо *циліндричну поверхню*.

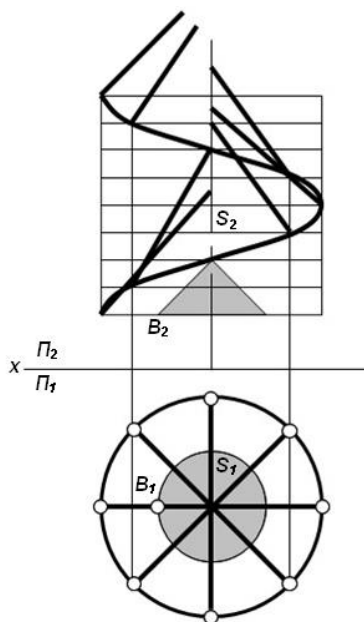


Рисунок 3.21

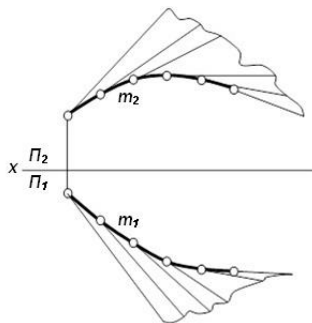


Рисунок 3.22

3.2.3 Дискретизація та інтерполяція поверхонь

В практиці конструювання архітектурних та технічних форм виникає потреба представлення поверхні як неперервним, так і дискретним каркасом. У зв'язку з цим виникають задачі перезадання каркаса поверхні.

Виявлення на поверхні дискретної множини ліній або точок, положення яких відповідає заданим умовам, називається дискретизацією поверхні. Прикладом дискретизації може бути розділення поверхонь збірного просторового покриття на збірні елементи або нанесення сітки кінцевих елементів на поверхню оболонки для її розрахунку на міцність та стійкість.



Задача, протилежна дискретизації, називається інтерполяцією. В практиці проектування часто як вихідну форму представлення поверхні приймають її дискретний каркас. Але таке представлення не є способом її задання, оскільки в цьому випадку неможливо визначити положення довільної точки, яка належить поверхні. Отже, виникає задача відновлення поверхні за її дискретним каркасом.

Багато задач потребують наближеної заміни складної поверхні більш простими, що мають певні властивості. Наприклад, для побудови наближеної розгортки нерозгортної поверхні її замінюють відсіками конусів або циліндрів, для яких і будують розгортку. Така наближена заміна однієї поверхні іншими називається *апроксимацією* і виконується як дві послідовні операції дискретизації та інтерполяції.



3.3 Перетин кривих поверхонь площиною та прямою лінією

При **перерізах** поверхонь площиною утворюється плоска крива лінія, кожна точка якої є точкою перетину лінії каркаса поверхні з січною площиною. Для побудови точок перерізу можуть бути застосовані способи допоміжних січних площин або спосіб заміни площин проєкцій. Допоміжні січні площини в більшості випадків обираються проєціюючими, що дає змогу визначити множину точок перетину плоских ліній каркаса поверхні з заданою площиною. Спосіб заміни площин проєкцій дозволяє перевести площину чи поверхню, що перетинаються, в проєціююче положення і спростити розв'язання задачі. Отже, обидва способи ґрунтуються на ***алгоритмах побудови перерізу поверхні проєціюючою площиною.***

3.3.1 Перетин поверхонь проєціюючою площиною

На рис. 3.23 показано побудову перерізу сфери проєціюючою площиною Γ .

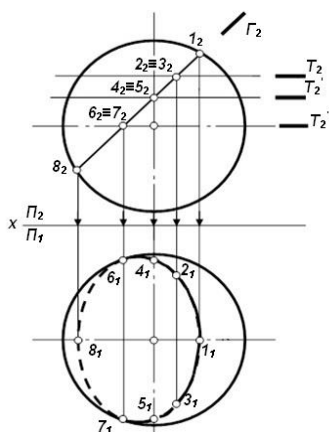


Рисунок 3.23

Така площина на площині проєкцій, до якої вона перпендикулярна, зображується прямою лінією. Ця проєкція



називається *виродженою*. Одна з проєкцій лінії перерізу поверхні завжди збігається з виродженою проєкцією проєціюючої січної площини. Отже, побудова лінії перерізу зводиться до знаходження її другої відсутньої проєкції або до визначення другої проєкції множини точок, що належать поверхні. Друга проєкція точки, що належить будь-якій лінії, будується просто за відповідністю, тому для побудови другої проєкції лінії перерізу досить задати поверхню у вигляді множини простих ліній каркаса, фронтальну проєкцію яких можна накреслити інструментально без додаткових побудов. Горизонтальна проєкція кожної точки лінії **перерізу** визначається як проєкція точки, що належить відповідній лінії каркаса.

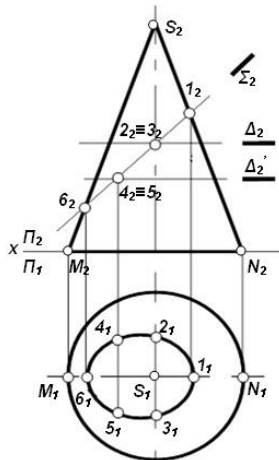


Рисунок 3.24

На рис. 3.24 показано переріз конуса обертання фронтально-проєціюючою площиною. Фронтальна проєкція перерізу збігається з проєкцією площини Σ_2 . Точки горизонтальної проєкції будуються за відповідністю як проєкції точок, що належать лініям каркаса конуса. Це можуть бути кола горизонтальних перерізів чи прямолінійні твірні. На рис. 3.24 точки **1** і **6** знайдені як результат перетину площини з твірними SM і SN . Для побудови точок **4,5** і **2,3** проведені допоміжні горизонтальні площини.



3.3.2 Конічні перерізи

При перетині конуса обертання площинами утворюються криві другого порядку (рис. 3.25) (еліпс, парабола, гіпербола, коло), які ще називають коніками.

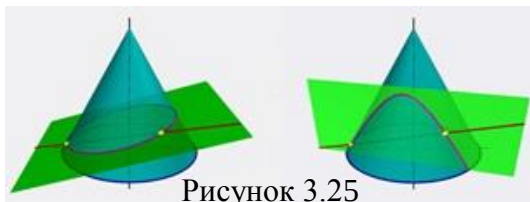


Рисунок 3.25

На рис. 3.26 показано переріз конуса обертання різними проєціюючими площинами. Якщо січна площина паралельна двом прямолінійним прямим конуса, то вона перетинає його по гіперболі, якщо площина - паралельна одній твірній, то вона перетинає конус по параболі, якщо площина не паралельна жодній твірній - то вона перетинає конус обертання по еліпсу, і нарешті, якщо площина перпендикулярна осі конуса, то вона перетне його по колу.

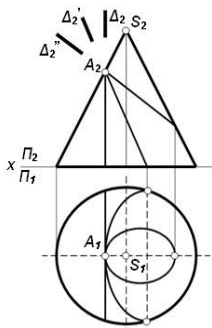


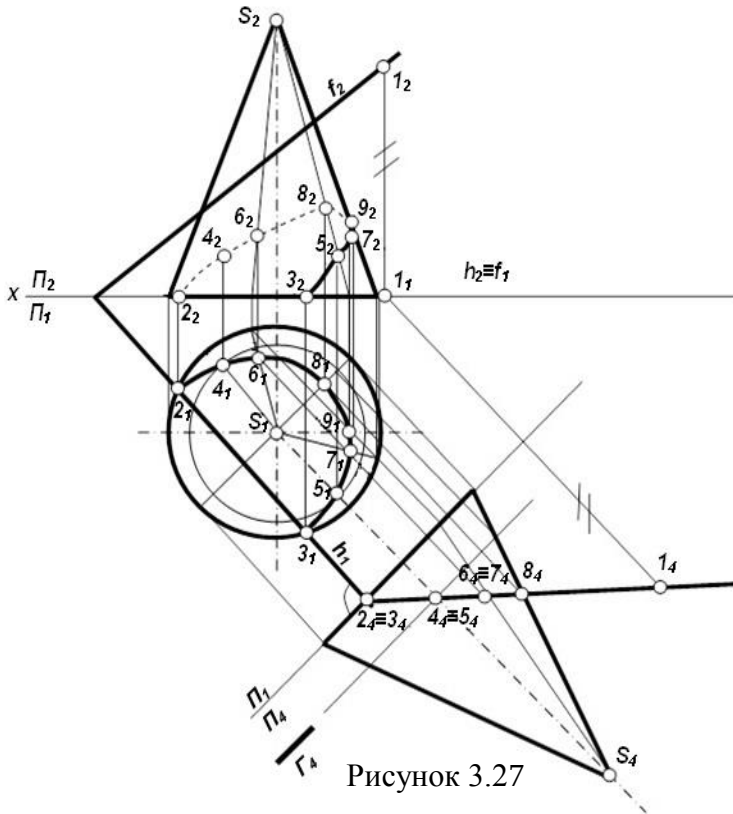
Рисунок 3.26

3.3.3 Перетин кривих поверхонь площиною загального положення

На рис. 3.27 заданий прямий круговий конус і площина загального положення (слідами). Для знаходження проєкцій лінії перетину площини з поверхнею площину способом заміни площин проєкцій перетворюють у проєціююче положення.



Точки лінії перетину 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 на проекціях Π_1 і Π_2 знаходяться за відповідністю.



3.3.4 Перетин поверхонь другого порядку з прямою лінією

Пряма перетинає поверхню другого порядку в двох точках. Точки перетину прямої m з проєціюючим циліндром другого порядку (рис. 3.28) визначаються на виродженій проєкції циліндра як результат перетину двох ліній.

Друга проєкція точок визначається за вертикальною відповідністю.



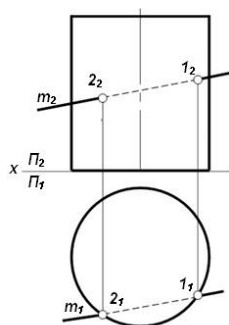


Рисунок 3.28

Для побудови точок перетину прямої **AB** з циліндром другого порядку загального положення (рис. 3.29) можна через пряму побудувати допоміжну січну площину, яка перетне циліндр по прямолінійних твірних.

Точки перетину проєкцій прямої **K** і **M** та знайдених твірних циліндра і будуть шуканими. Видимість точок перетину та ділянок прямої визначаються за наступним правилом. *Точка перетину на проєкціях вважається видимою, якщо вона належить видимій твірній циліндра, і, навпаки, – невидимою, якщо вона належить невидимій твірній.*

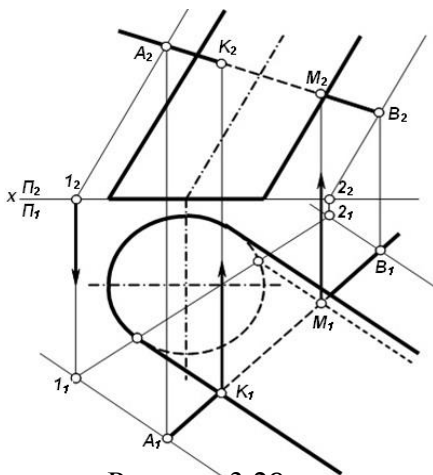


Рисунок 3.29



Побудова точок перетину прямої з кінчною поверхнею може бути виконана аналогічним чином (рис. 3.30).

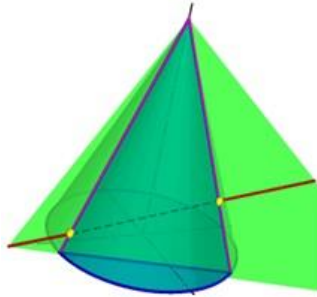


Рисунок 3.30

Але треба мати на увазі, що тільки та площина перетне конус по прямолінійних твірних, яка проходить через вершину кінчної поверхні. Для цього через вершину конуса та точки прямої A і B проведемо допоміжну січну площину (рис. 3.31). Остання перетне конус по прямолінійних твірних $S_1 3_1$ та $S_1 4_1$. Точки перетину проєкцій прямої та знайдених твірних будуть шуканими. Видимість точок перетину K і M визначається за правилом, наведеним вище.

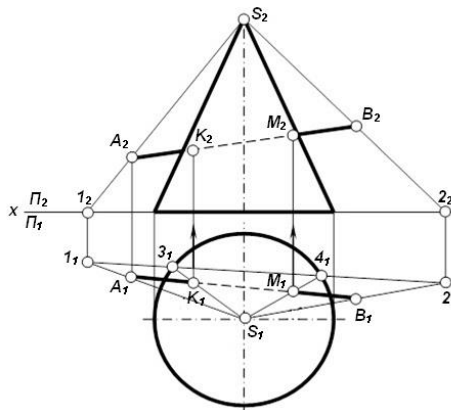


Рисунок 3.31



3.4 Взаємний перетин криволінійних поверхонь

В задачах конструювання складних форм машинобудівних виробів або інженерних конструкцій виникає необхідність у побудові ліній перетину простих поверхонь, які утворюють ці складні форми. *Лінія, яка утворюється як множина спільних точок двох поверхонь, що перетинаються, називається лінією перетину.* Лінію перетину поверхонь будують по точках зустрічі ліній однієї поверхні з іншою або по точках перетину ліній каркасів двох поверхонь.

Для побудови точок лінії взаємного перетину двох поверхонь застосовуються два способи: *заміни площин проєкцій та допоміжних перерізів.*

3.4.1 Побудова лінії взаємного перетину двох поверхонь, одна з яких проєціююча

Найпростіший випадок взаємного перетину двох кривих поверхонь – *коли одна з поверхонь займає проєціююче положення.*

Проеціюючою може бути тільки циліндрична поверхня. Відповідно до властивостей проєціюючих фігур одна проєкція перетину двох поверхонь збігається з виродженою проєкцією проєціюючої поверхні і задача зводиться до побудови другої проєкції лінії перетину за принципом належності геометричній фігурі.

На рис. 3.32 показано побудову лінії взаємного перетину фронтально проєціюючого циліндра обертання з прямим конусом. Фронтальна проєкція лінії перетину збігається з виродженою проєкцією циліндра. Тому безпосередньо на фронтальній проєкції можна визначити точки перетину твірних конуса з поверхнею циліндра. Горизонтальні проєкції цих точок визначають за відповідністю на горизонтальних проєкціях твірних конуса.



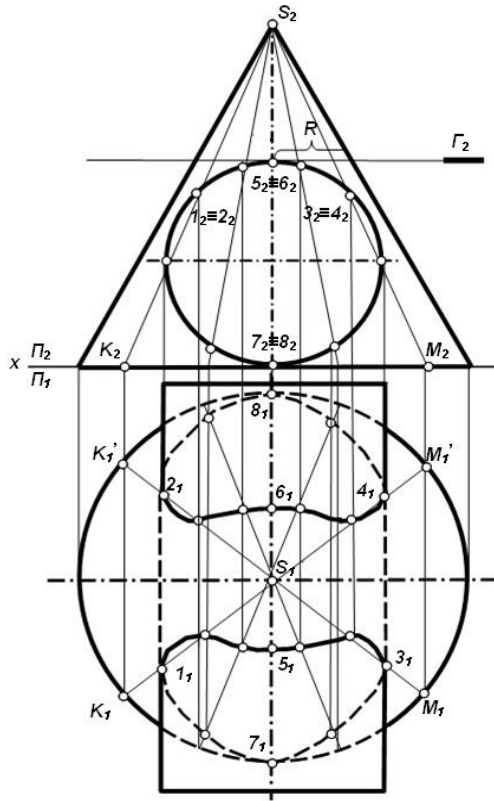


Рисунок 3.32

Характерними точками лінії перетину є точки $1 \equiv 2$ та $3 \equiv 4$ на контурних твірних циліндра. Вони відділяють видиму частину лінії перетину від невидимої. Тому для побудови горизонтальних проекцій цих точок через їх відомі фронтальні проекції проведені твірні SK та SM конуса. Невидима частина шуканої лінії належить невидимій частині поверхні циліндра.

3.4.2 Спосіб допоміжних перерізів

Для визначення лінії взаємного перетину двох поверхонь способом допоміжних перерізів їх перетинають третьою



поверхнею T – посередником (рис. 3.33). Лінії m та n перетину допоміжної поверхні T двома даними поверхнями, перетинаючись між собою, дають точки шуканої лінії перетину. Виконуючи таку операцію кілька разів, можна одержати необхідну кількість точок для проведення кривої взаємного перетину.

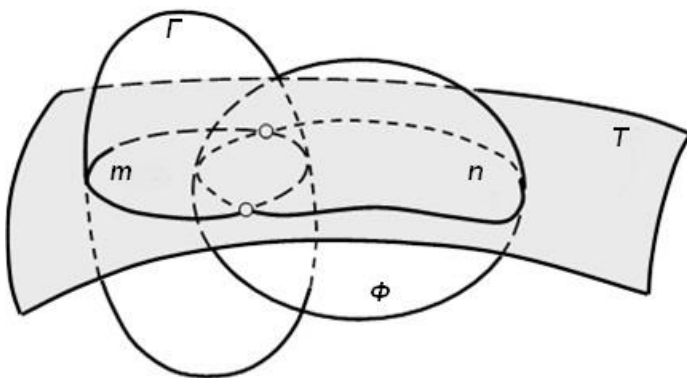


Рисунок 3.33

Допоміжні січні поверхні слід вибирати так, щоб лінії m та n були прямими або колами і не потребували додаткових побудов. Найчастіше за січні поверхні приймають **площини та сфери**.

В цих випадках спосіб допоміжних перерізів називають відповідно **способом допоміжних січних площин або способом допоміжних січних сфер**.

Спосіб допоміжних січних площин часткового положення

Спосіб січних площин часткового положення доцільний тоді, коли в результаті перерізу кривих поверхонь площинами утворюються на проекціях прямі лінії або кола.

На рис. 3.34 показано визначення лінії взаємного перетину двох прямих кругових конусів. Для визначення точок, які належать лінії взаємного перетину двох поверхонь, доцільно



скористатись множиною *горизонтальних допоміжних січних площин*, кожна з яких перетинає конуси по колах певних радіусів.

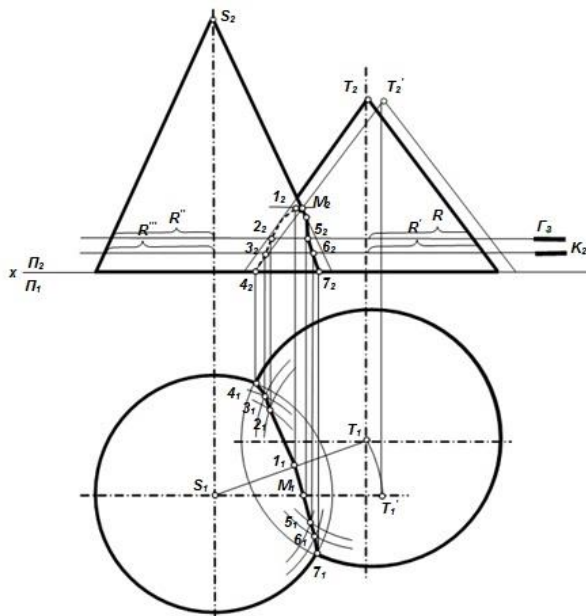


Рисунок 3.34

На початку визначимо проєкції вищої точки **1** лінії перетину. Для цього поворотом конуса з вершиною **T** поставимо конуси на одну вісь симетрії. Точка **M** буде задавати на фронтальній проєкції рівень найвищої точки лінії перетину, а точка **1** буде шуканою.

Виберемо тепер декілька горизонтальних січних площин **Γ** і **K** нижче точки **1**. Вони будуть перетинати конуси по колах з радіусами **R** і **R^1** та **R^{11}** і **R^{111}** . Пари кіл, що належать одній січній площині, перетинаючись між собою, дають точки шуканої лінії. Видимими точками лінії перетину вважаються ті, які одночасно належать двом видимим твірним конусів, що перетинаються.



3.4.3 Спосіб січних сфер

Спосіб січних сфер поділяється на *метод концентричних січних сфер*, коли осі сфер мають спільний центр, та *ексцентричних січних сфер* (їх центри не суміщаються).

Концентричні січні сфери застосовуються в особливому випадку, коли:

- перетинаються дві поверхні обертання;
- осі поверхонь перетинаються;
- осі поверхонь, що перетинаються, паралельні одній з площин проєкцій.

Цей спосіб ґрунтується на тому, що поверхня обертання, вісь якої проходить через центр сфери, перетинається із сферою по колах. Якщо вісь поверхні обертання розміщена паралельно одній з площин проєкцій, то ці кола зображуються прямими лініями. На рис. 3.35 показано побудову лінії перетину циліндра обертання з фронтальною віссю та поверхні обертання з горизонтально проєціюючою віссю.

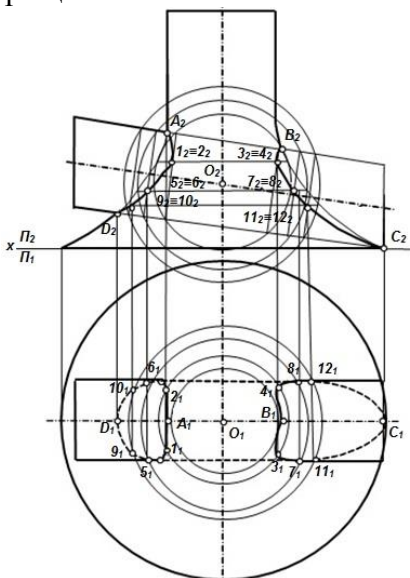


Рисунок 3.35



Чотири точки A, B, C, D знаходяться безпосередньо в результаті перетину контурних твірних обох поверхонь. Для визначення проєкцій будь-яких проміжних точок проведено допоміжну січну сферу а центром в точці O перетину осей. Сфера перетинається з поверхнями по колах. Точки перетину кіл належать шуканій лінії. Для визначення горизонтальних проєкцій точок лінії перетину спочатку будують горизонтальні проєкції кіл, по яких сфери перетинають тор, а потім за відповідністю визначають проєкції її точок.

Ексцентричні січні сфери застосовуються тоді, коли:

- одна з поверхонь є поверхнею обертання, а друга має кругові перерізи;
- обидві поверхні мають загальну площину симетрії;
- їх площина симетрії паралельна одній із площин проєкцій.

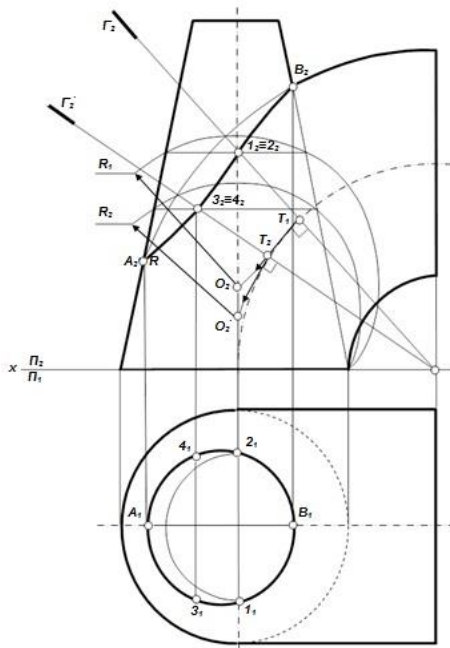


Рисунок 3.36

На рис. 3.36 наведено приклад застосування способу січних ексцентричних сфер. Перетинаються відсік тору та конус обертання.



Вісь тора перетинається з віссю обертання конуса, обидві осі належать одній фронтальній площині.

Точки **A** та **B** знаходяться безпосередньо в результаті перетину контурних твірних поверхонь.

Для знаходження інших точок через прямолінійну вісь тора у зоні орієнтованого перетину поверхонь проводять січні площини **Г**, які перетинають тор по колах з центрами **Т**. На осі конуса визначають положення центрів **О** січних сфер. Ці сфери перетинають конус по горизонтальних колах. Перше коло перетинається з перерізом тора в точках **1**≡**2**, а друге – у точках **3**≡**4**. Горизонтальні проєкції точок шукаються як такі, що належать круговим перерізам конічної поверхні.

3.4.4 Особливі випадки перетину поверхонь другого порядку

Порядок лінії перетину двох алгебраїчних поверхонь визначається як добуток порядків цих поверхонь. Отже, дві поверхні другого порядку в загальному випадку перетинаються по просторовій кривій четвертого порядку.

Просторові криві четвертого порядку можуть приймати різноманітну форму. Види перетину поверхонь другого порядку систематизують за видом лінії перетину.

1. Якщо лінія перетину має одну замкнену вітку, без особливих точок – перетин поверхонь називається частковим врізуванням.
2. Повне проникнення – це випадок перетину, коли просторова крива має дві замкнені вітки (рис. 3.37).

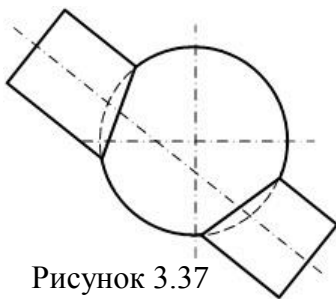


Рисунок 3.37



3. Однобічне внутрішнє стикання спостерігається, коли поверхні, що перетинаються, мають в одній точці M спільну площину дотику. Крива лінія в цьому випадку перетинає сама себе в точці дотику (рис. 3.38).

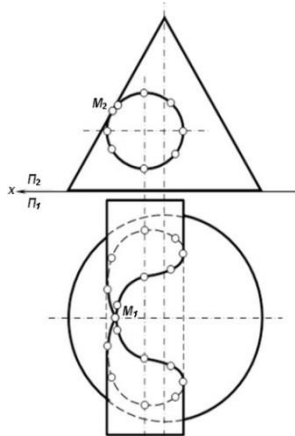


Рисунок 3.38

4. Подвійне стикання – це особливий випадок перетину поверхонь, які мають дві спільні дотичні площини. У цьому випадку просторова крива четвертого порядку розпадається на дві плоскі криві другого порядку, які перетинаються в точках дотику M та N (рис. 3.39).

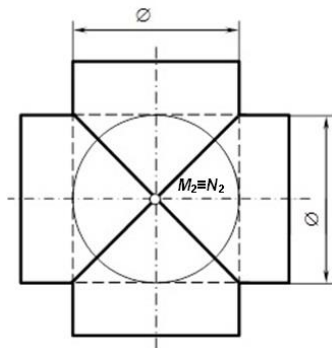


Рисунок 3.39

Загальний випадок, коли просторова крива четвертого порядку розпадається на дві плоскі криві другого порядку, визначає теорема Монжа: **якщо дві поверхні другого порядку**



вписати або описати навколо третьої поверхні другого порядку, то перші дві перетинаються по двох плоских кривих другого порядку.



3.5 Розгортки багатогранних та криволінійних поверхонь

Розгорткою поверхні називається плоска фігура, що утворюється при суміщенні відсіку поверхні з площиною при його розгинанні. Деякі геометричні властивості елементів поверхонь не змінюються при розгортці. Так, лінія поверхні переходить в лінію розгортки, довжини ліній, величини плоских кутів та площин, обмежених замкненими лініями, зберігаються.

Точна розгортка може бути побудована лише для *багатогранників та відсіків розгортуваних поверхонь (циліндра, конуса, торса).*

Поверхню багатогранника завжди можна сумістити з площиною, тому що вона складається з плоских відсіків. Однак при послідовному суміщенні граней складних багатогранників з площиною можливі накладання на фігурі розгортки. Побудова точної розгортки розгортваної криволінійної поверхні пов'язана з обчислюванням довжини кривої лінії, що становить певні труднощі. Тому розгортки, як правило, будують наближено. Винятками є циліндри та конуси обертання, для яких параметри розгортки визначаються легко.

3.5.1. Побудова розгортки поверхні багатогранника

При побудові розгортки багатогранника всі його грані суміщаються з площиною проєкцій або з площиною, яка паралельна площині проєкцій, для того, щоб усі грані зобразились не спотворено. Можна рекомендувати два способи: обертання граней навколо спільних ребер, паралельних площині проєкцій, та побудову неспотворених граней за визначеними довжинами ребер (для трикутних граней).

На рис. 3.40 показана розгортка тригранної піраміди **SABC** на горизонтальну площину її основи. Для цього кожна грань обертається навколо її горизонталі – ребра основи. Побудова розгортки починається з обертання грані **SBA** навколо горизонталі **BA**. Проєкції **B₁** та **A₁** при обертанні не змінюють



проеціюючих площинах, перпендикулярних до ребра CF . При побудові враховано, що ребра основ призми горизонтальні і зображуються на горизонтальній проекції без спотворення.

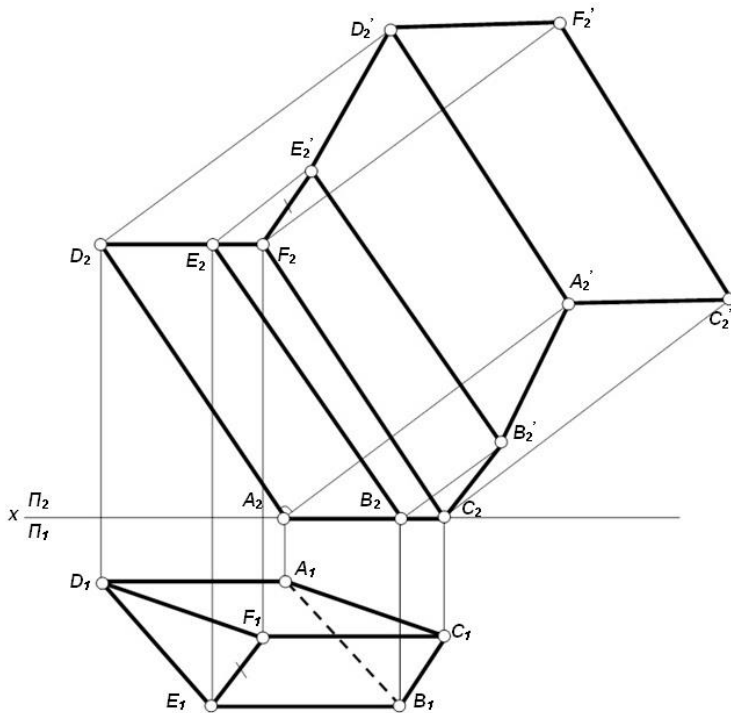


Рисунок 3.41

Якщо всі ребра багатогранника знаходяться в загальному положенні, спочатку визначають їх натуральні довжини, а потім будують розгортку.

На рис. 3.42а зображено тригранну піраміду у загальному положенні. За допомогою способу прямокутного трикутника знайдені натуральні величини всіх ребер.

На рис. 3.42б спочатку побудована грань $A_0B_0S_0$. Для цього на довільній прямій відкладено натуральну величину ребра AB , і з точок A_0 та B_0 засічками, які дорівнюють натуральним величинам ребер AS та BS , побудовано точку S_0 . Точки C_0 , A_0 розгортки побудовані за допомогою засічок із відповідних



вершин.

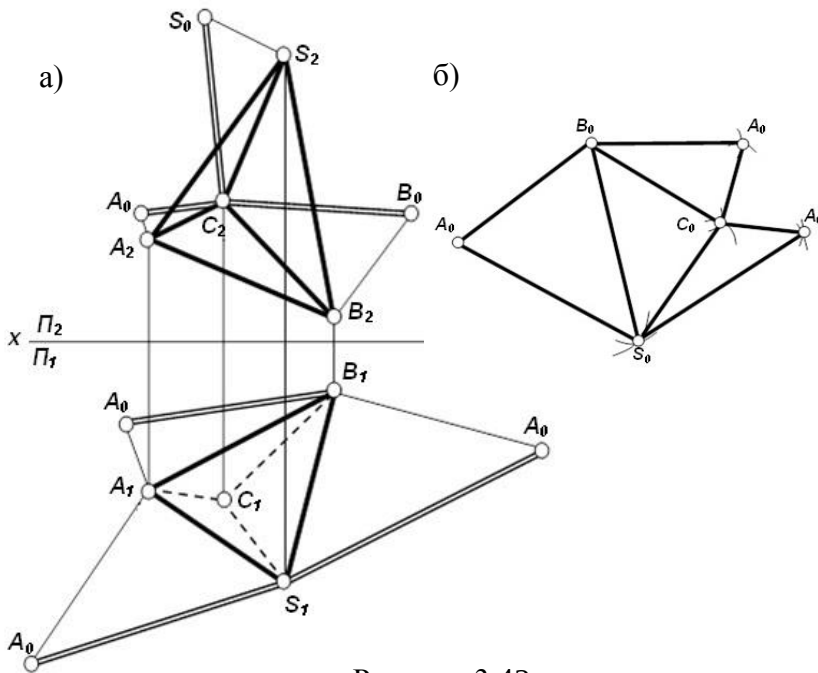


Рисунок 3.42

3.5.2 Побудова розгортки циліндричних та конічних поверхонь

Розгортка відсіку циліндра обертання (рис. 3.43) може бути побудована точно завдяки тому, що довжина розгортки l дорівнює довжині кола нормального перерізу циліндра горизонтальною площиною Γ :

$$l = 2\pi r,$$

де r – радіус кола нормального перерізу.



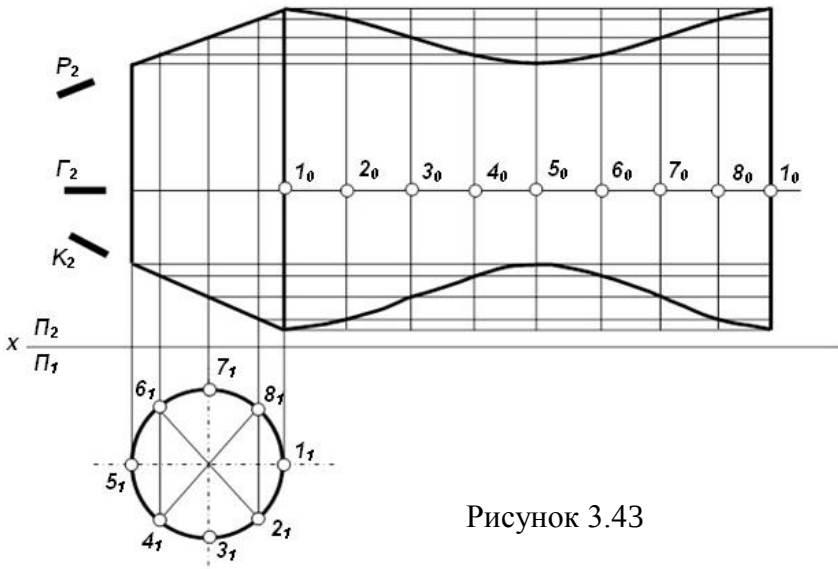


Рисунок 3.43

Для побудови розгортки ліній перерізу циліндра площинами K та P коло його нормального перерізу поділено на 8 частин. На таку саму кількість рівних частин поділено відрізок прямої, який є розгорткою нормального перерізу. Довжина кожної твірної циліндра перенесена на розгортку за відповідністю.

Розгорткою конуса обертання є сектор, довжина дуги якого дорівнює довжині кола основи конуса $2\pi r$ (рис. 3.44).

Для побудови точної розгортки визначають кут f між двома граничними радіусами сектора,

де r – довжина радіуса основи конуса; l – довжина твірної конуса.

$$f = \frac{360^\circ r}{l}$$

Для побудови розгортки будь-якого перерізу конуса, наприклад площиною Γ , на поверхні конуса та на розгортці визначають певну кількість твірних з постійним кроком. Довжину відрізка кожної твірної від вершини S до перерізу визначають за допомогою його обертання навколо осі конуса до



фронтального положення.

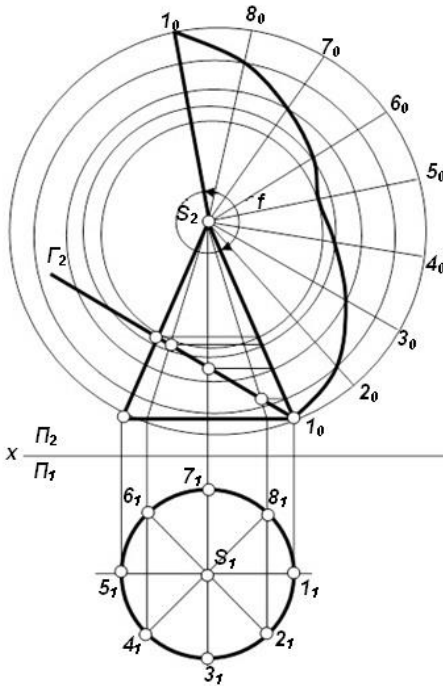


Рисунок 3.44

Розгортки циліндрів та конусів, які не є поверхнями обертання, будують наближено. На рис. 3.45 еліптичний циліндр задано в загальному положенні, тому його твірні зображуються на проекціях спотворено. Для побудови розгортки його поверхні спочатку виконана заміна фронтальної площини проекцій так, що на новій проекції твірні зобразились в натуральну величину. Потім бічна поверхня циліндра апроксимована призмою, бічні ребра якої збігаються з дискретним каркасом твірних циліндра. Розгортка призми побудована аналогічно, як у прикладі, показаному на рис. 3.41. Точність розгортки залежить від кроку дискретного каркаса твірних.



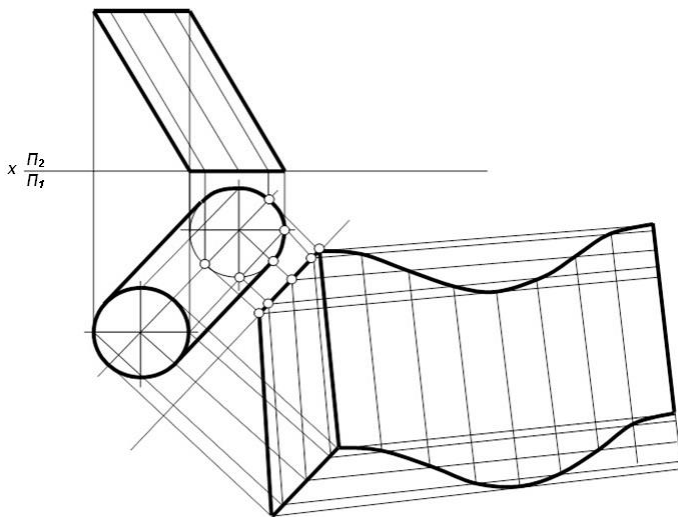


Рисунок 3.45

Для побудови розгортки конуса другого порядку (рис. 3.46) його апроксимують пірамідою, ребра якої збігаються з дискретним каркасом прямолінійних твірних конуса. Розгортка піраміди за своїми розмірами наближається до розгортки конуса. Точність цього наближення залежить від кроку дискретного каркаса конуса. Натуральні величини твірних конуса визначають їх обертанням навколо вертикальної осі, що проходить через вершину S конуса. Твірна S_1b_1 , наприклад, повернута в положення $S_1b_1^1$, фронтальна проекція якого є натуральною величиною Sb . Після визначення натуральних величин усіх твірних розгортка поверхні будується як сукупність трикутників, усі сторони яких відомі. Для побудови лінії будь-якого перерізу конуса площиною на розгортці спочатку виявляють положення точок перерізу на натуральних величинах твірних, а потім на твірних розгортки.



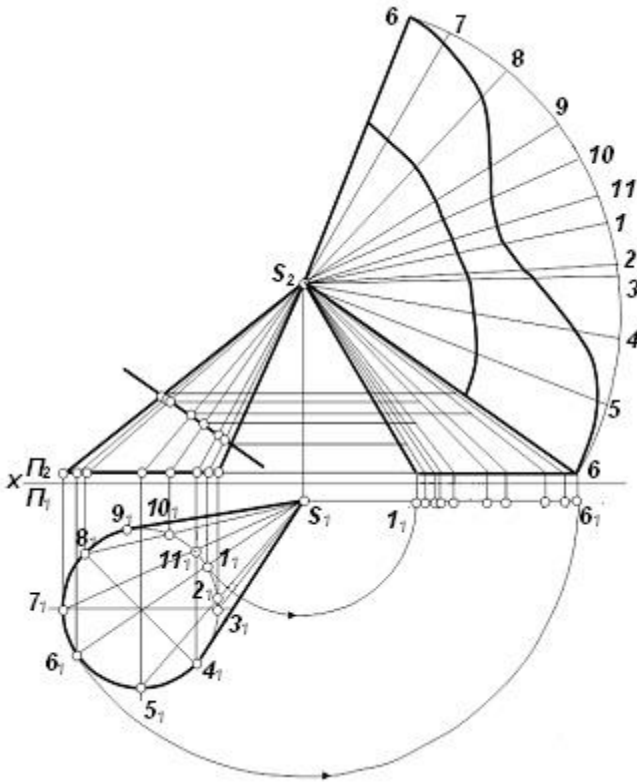


Рисунок 3.46

Питання для самоконтролю до третього розділу:

1. Що називається пірамідою і призмою?
2. Що називається тілами Платона і як вони класифікуються?
3. Як можна знайти переріз багатогранника площиною?
4. Як визначити видимість точок перетину двох багатогранних поверхонь?
5. Що називається визначником криволінійної поверхні?
6. Назвіть відомі вам поверхні другого порядку.
7. Які поверхні називаються циклічними?
8. Як утворюється поверхня гіперболічного параболоїда?
9. Що є ребром звороту циліндричної поверхні?



10. В якому разі каркас поверхні називають дискретним?
11. Який процес називають інтерполяцією дискретного каркаса поверхні?
12. Яка лінія є перерізом сфери площиною загального положення?
13. Які лінії можуть бути проекціями цього перерізу?
14. Які лінії є перерізом конуса площиною, що проходить через його вершину?
15. Які лінії утворюються в результаті перерізу поверхні прямого кругового конуса проєціюючими площинами?
16. Яким способом розв'язується задача побудови точок перетину прямої з поверхнями циліндра та конуса?
17. З чим збігається одна з проєкцій лінії перетину двох поверхонь, одна з яких проєціююча?
18. В чому полягає суть способу допоміжних перерізів?
19. В яких випадках застосовується спосіб допоміжних січних сфер?
20. Коли просторова лінія перетину двох поверхонь другого порядку розпадається на дві плоскі криві?
21. Що називається розгорткою поверхні?
22. Які геометричні властивості елементів фігур не змінюються при розгортці?
23. Як будуються розгортки циліндрів та конусів?



4 Аксонометричні проєкції

4.1 Основи теорії аксонометричних проєкцій

Одним із найбільш наочних зображень просторових тіл на площині є **аксонометрія**, яку можна побудувати на основі центрального або паралельного проєціювання. Розглянемо деякі властивості аксонометрії, побудованої за допомогою паралельного проєціювання (рис. 4.1).

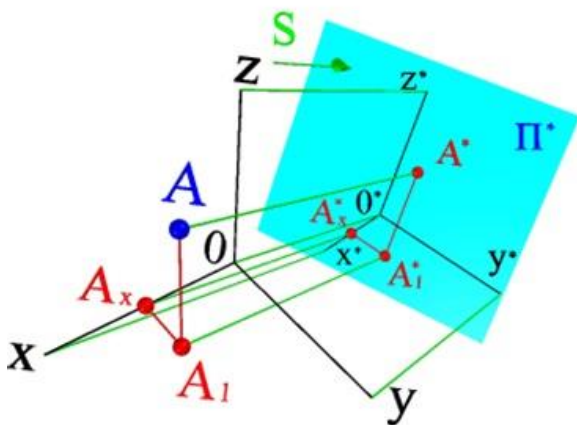


Рисунок 4.1

Аксонометричною проєкцією об'єкта є його проєкція на площину разом з системою прямокутних координат, до якої він віднесений. Схема утворення аксонометричної проєкції при паралельному проєціюванні зображена на рис. 4.2, де прийняті такі позначення:

Π^1 – площина аксонометричних проєкцій;

A^1 – аксонометрична проєкція точки;

O^1x^1, O^1y^1, O^1z^1 – аксонометричні осі;

A_1^1 – вторинна горизонтальна проєкція точки A .



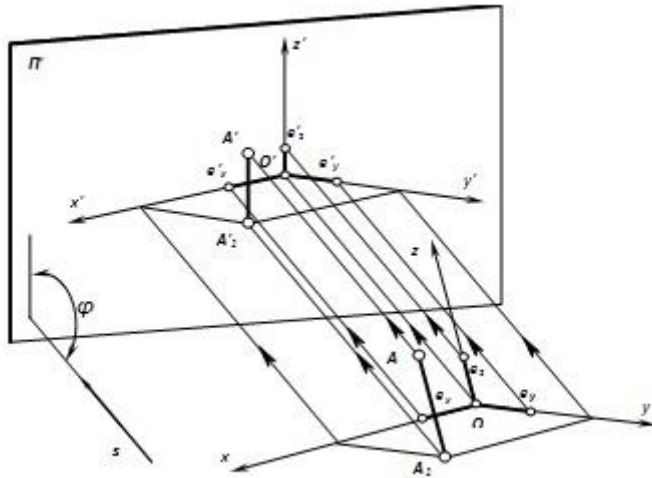


Рисунок 4.2

Подібно до цього визначаються вторинні – фронтальна та профільна проекції точки A – A_2^1, A_3^1 ;

e_x – одиниці натурального масштабу;

e_x^1 – аксонометричні одиниці виміру.

Положення точки у просторі однозначно визначають її аксонометрична і вторинна проекції.

Якщо напрям проєціювання перпендикулярний до площини проєкцій, аксонометричні проєкції називають **прямокутними**, якщо напрям проєціювання не перпендикулярний до площини проєкцій, то – **косокутними**.

Відношення аксонометричної одиниці виміру до одиниці натурального масштабу визначає показник спотворення по аксонометричній осі. Отже,

$$e_x^1/e_x = u; \quad e_y^1/e_y = v; \quad e_z^1/e_z = w,$$

Тобто u, v, w – це показники спотворення по відповідних аксонометричних осях.



Залежно від того, на якій кількості осей показники спотворення однакові, визначається той чи інший вид аксонометрії:

ізометрія – однакові всі три показники $u = v = w$;

диметрія – два показники однакові $u = v \neq w$;

триметрія – показники різні $u \neq v \neq w$.

Фундаментальною в теорії аксонометрії є теорема Польке, яка стверджує, що **три довільно вибраних на площині відрізка, які перетинаються в одній точці, завжди можуть відображати паралельну проекцію трьох інших рівних між собою і взаємно перпендикулярних відрізків, що також перетинаються в одній точці**. Згідно із цією теоремою, аксонометричні осі на площині можна задати як завгодно.

Існує залежність між показниками спотворення і кутом проєціювання, а саме:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2 + ctg^2 \varphi.$$

Проте доцільно користуватися стандартними видами аксонометрії, у яких показники спотворення приведено до зручних при користуванні зображень.

4.2 Стандартні види аксонометрії

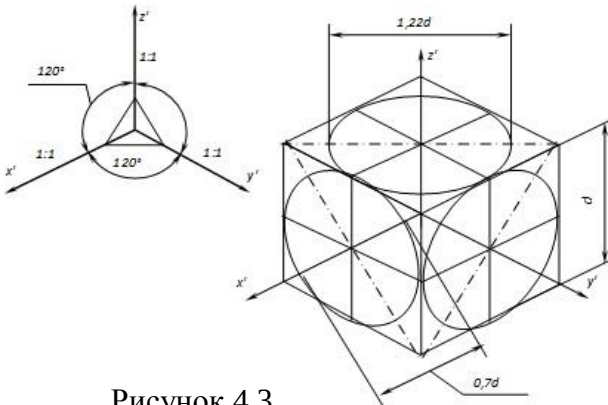


Рисунок 4.3



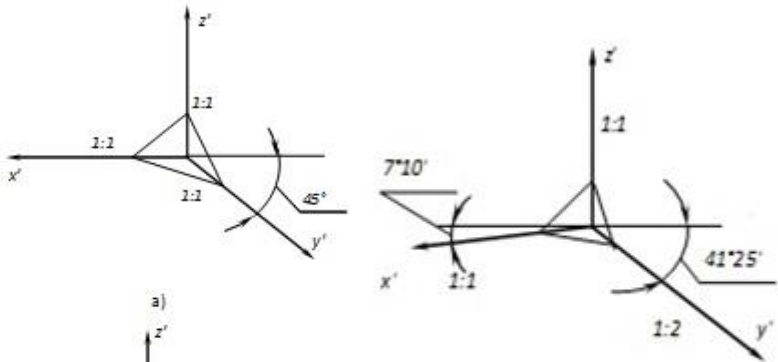


Рисунок 4.4

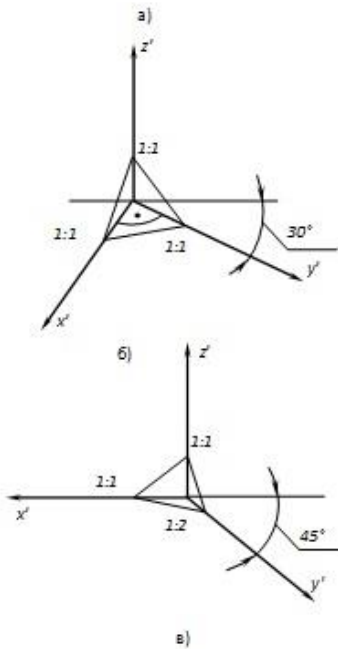


Рисунок 4.5

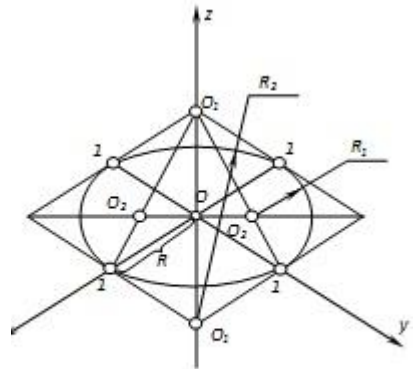


Рисунок 4.6

Серед прямокутних аксонометричних проєкцій - це **ізометрична і диметрична** (рис. 4.3, 4.4) , серед косокутних – **фронтальна ізометрична, горизонтальна ізометрична, фронтальна диметрична** (рис. 4.5 а, б, в).

Прямокутні аксонометричні проєкції дають зображення, що наближаються до реального зорового сприйняття об'єктів.



Косокутні проєкції мають іншу перевагу – при забезпеченні наочності зображень дають змогу будувати складні контури в певних площинах без спотворення.

Практичне значення має будова аксонометрії кола, яке зображується еліпсами в різних площинах залежно від виду аксонометрії. Оскільки побудова еліпсів трудомістка, їх часто замінюють овалами, що дає змогу побудувати аксонометрію кола за допомогою циркуля.

На рис. 4.6 проілюстровано спосіб побудови кола радіусом R у прямокутній ізометрії. Для цього на аксонометричних осях відкладають радіус, будують ромб, позначають точки 1 і O_1 , знаходять точки O_2 і циркулем проводять ділянки дуг овалу.

Побудова аксонометричних зображень потребує знання загальних властивостей співвідношення геометричних елементів та їх перетворення. Для цього розглянемо питання, які мають загальне значення при побудові аксонометрії незалежно від її виду.

В аксонометрії задаються:

- 1) точка – аксонометричною і вторинною проєкціями (рис. 4.7а);
- 2) пряма – аксонометричною проєкцією відрізка (напряму) і вторинною проєкцією відрізка (напряму) – рис. 4.7б;
- 3) площина – аксонометричними та вторинними проєкціями: трьох точок, що належать одній прямій; точки і прямої; двох паралельних прямих; двох прямих, що перетинаються, а також проєкціями плоских фігур або слідами площини (рис. 4.7в).

Для аксонометричних проєкцій залишаються справедливими властивості позиційного відношення геометричних пар в ортогональних проєкціях. Наприклад:

– аксонометричні проєкції паралельних прямих і їх вторинні проєкції залишаються паралельними;



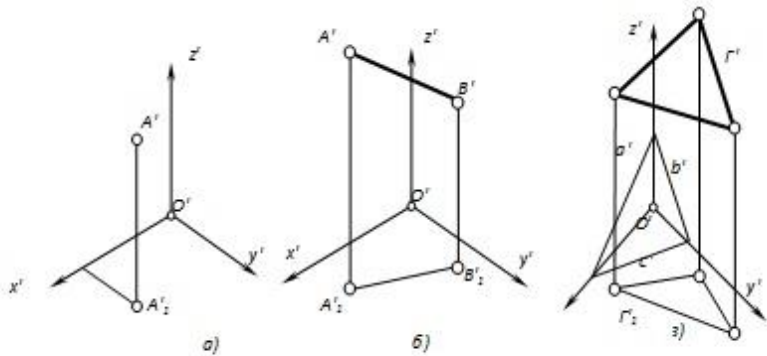


Рисунок 4.7

- точка перетину аксонометричних і вторинних проекцій прямих належить одній лінії зв'язку, у випадку з мимобіжними прямими ці точки належать різним лініям зв'язку;
- якщо точка належить площині, то вона належить прямій, що лежить у цій площині;
- пряма належить площині, коли дві її точки належать площині;
- пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій площини;
- паралельні площини мають відповідно паралельні прямі.

4.3 Побудова аксонометричних проекцій геометричних тіл

Аксонометрію об'єкта будують за його ортогональними проекціями, числовими даними і за уявою.

Побудову аксонометрії геометричного тіла за його ортогональними проекціями розглянемо на прикладі, показаному на рис. 4.8.



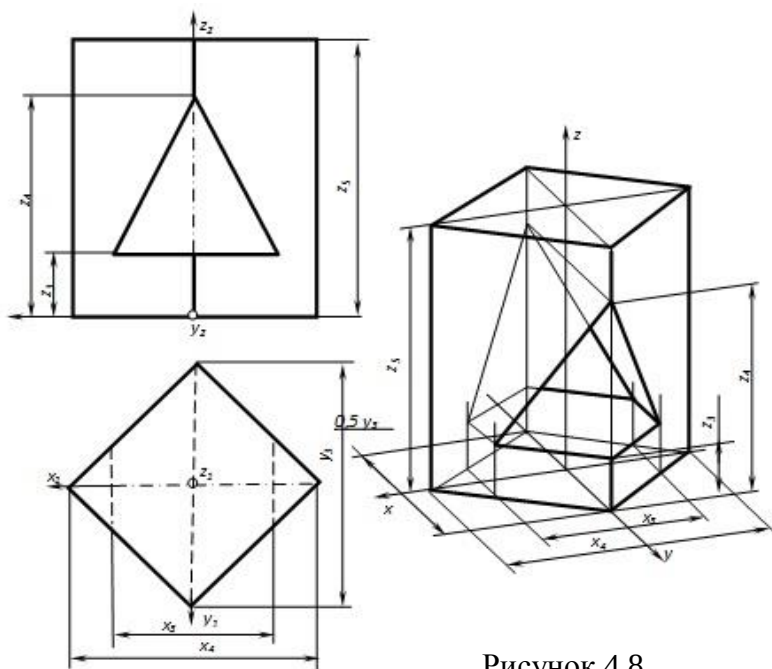


Рисунок 4.8

Необхідно побудувати аксонометрію правильної призми з отвором.

Побудову виконаємо у такій послідовності:

- 1) оскільки основою призми є квадрат з вершинами на горизонтальній і вертикальній осях, то для забезпечення наочності зображення доцільно звернутись, наприклад, до прямокутної диметрії;
- 2) наносимо ортогональні осі на горизонтальній і фронтальній проєкціях, будуємо диметричну проєкцію осей;
- 3) будуємо об'єм призми в цілому;
- 4) для побудови отвору на бічну поверхню наносимо лінії горизонтальних перетинів площинами, розміщеними на певних, вибраних відстанях від горизонтальної координатної площини;
- 5) зображення доповнюється необхідними лініями і графічно оформлюється.



Питання для самоконтролю до четвертого розділу:

1. Що називається аксонометричними проекціями?
2. Які види аксонометрії прийняті як стандартні?
3. Як задаються в аксонометрії точка, відрізок, пряма, площина і поверхня?
4. Які способи використовуються для розв'язання позиційних задач в аксонометрії?



5 Зображення: види, розрізи, перерізи

5.1 Стандартна система розташування зображень. Прості розрізи

У загальному випадку при виконанні технічних креслеників деталей їх зображення виконують, застосовуючи метод прямокутного проєціювання на шість граней куба, припускаючи, що предмет розташований між спостерігачем і відповідною площиною проєкцій. За основні площини проєкцій, як і в попередньому матеріалі, вибирають три взаємно-перпендикулярні площини 1, 2 і 3 – горизонтальну, фронтальну та профільну (рис. 5.1), а також (додатково) паралельні їм площини 4, 5 і 6. Всі перераховані площини проєкцій утворюють грані куба або паралелепіпеда.

Грані куба з розташованими на них зображеннями суміщають в одну площину (рис. 5.1).

Зображення на фронтальній площині проєкцій приймають на кресленнику як головне. Предмет розташовують щодо фронтальної площини проєкцій так, щоб зображення на ній, даючи якнайповніше уявлення про форму і розміри предмету, полегшувало використання кресленика при виготовленні виробу. Практикою конструювання різних деталей встановлені рекомендації по вибору головного вигляду при зображенні тієї чи іншої деталі залежно від її конструктивних або технологічних особливостей. В ГОСТ 2.305-68 розглядаються основні правила і рекомендації по виконанню зображень на креслениках.

5.1.1 Види

Видом називається зображення, повернутої до спостерігача, видимої частини поверхні предмета. Невидимі частини поверхні предмету допускається показувати на виглядах штриховими лініями (рис. 5.1). Використання



штрихових ліній в окремих випадках дозволяє зменшити кількість необхідних зображень, не порушуючи ясності кресленика.

За характером та змістом виконання види поділяють на *основні, додаткові і місцеві*.

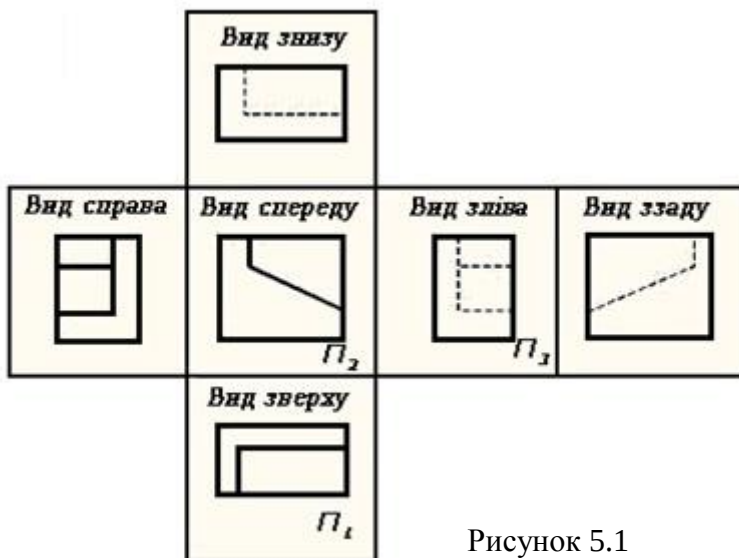


Рисунок 5.1

Основні види – види, одержані на основних площинах проєкцій. Залежно від площини проєкцій, на якій одержаний основний вид, встановлені відповідні їх назви (рис. 5.1): 1 – вид спереду (головний вид); 2 – вид зверху; 3 – вид зліва; 4 – вид справа; 5 – вид знизу; 6 – вид ззаду.

При виборі головного виду слід враховувати, що, окрім ясного уявлення про форму і розміри предмету, він повинен забезпечувати раціональність розміщення решти видів на кресленику.

Основні види розташовують в проєкційному зв'язку між собою (рис. 5.1). У цьому випадку ніяких написів, що



пояснюють назви видів, не дають. Вид ззаду допускається також розташовувати зліва від виду справа.

Якщо який-небудь вид розміщений на кресленнику зовні проекційного зв'язку з рештою видів, то над цим видом виконують напис, наприклад А (рис. 5.2). Одночасно біля пов'язаного із цим видом зображення стрілкою вказують напрям погляду. Над стрілкою проставляють ту ж прописну букву українського алфавіту, що і в написі над видом.

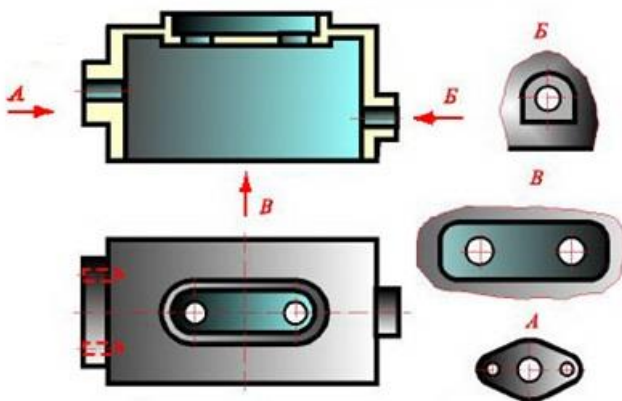


Рисунок 5.2

Так само оформляють написи, якщо види знаходяться між собою в проекційному зв'язку, але відокремлені один від одного якими-небудь зображеннями. Написи над видами виконують також у разі, якщо види розташовані на різних листах.

Місцеві види.

Місцевим видом називається зображення окремого, обмеженого місця поверхні предмета. На рис. 5.2 наведені приклади оформлення на кресленні місцевих видів. Якщо місцевий вид розташований в безпосередньому проекційному зв'язку з відповідним зображенням, над ним не наносять ніяких пояснюючих написів.



Якщо ж місцевий вид розташований поза проєкційним зв'язком з відповідним йому зображенням, то над ним виконують напис, а на кресленнику вказують напрям погляду стрілкою (рис. 5.2).

Додаткові види.

Виконання і читання креслеників може ускладнюватися тим, що на основних видах окремі елементи предмета можуть бути зображені із спотворенням їх форми і розмірів (рис. 130). В таких випадках застосовують додаткові види, одержувані проєціюванням предмета на площини, непаралельні основним площинам проєкцій.

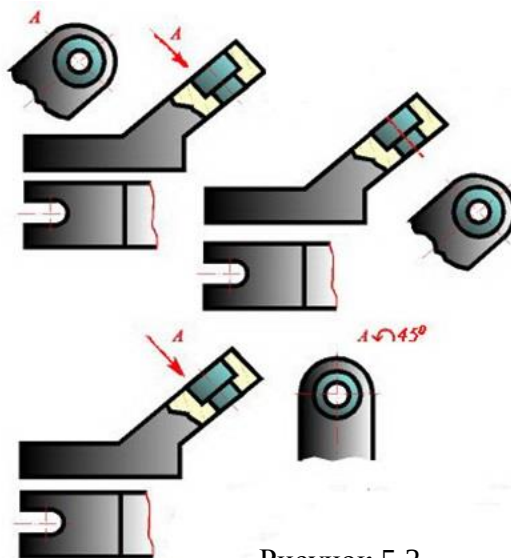


Рисунок 5.3

Додатковий вид оформляється як місцевий вид, якщо на ньому зображено окреме обмежене місце поверхні предмета. Якщо додатковий вид розташований в безпосередньому проєкційному зв'язку з відповідним зображенням, ніяких написів на кресленнику не додають. Якщо ж додатковий вид



розташований без проекційного зв'язку з яким-небудь зображенням, то над додатковим видом виконують напис, а у відповідного зображення указують напрям погляду (рис. 5.3).

5.1.2 Розрізи

Використання значної кількості штрихових ліній для зображення контурів невидимих поверхонь, може ускладнювати читання кресленика. В таких випадках для кращого читання креслення потрібно застосовувати розрізи.



Рисунок 5.4

Розрізом називають зображення предмета, в думках розітнутого однією або декількома площинами, причому частину предмета, що знаходиться між спостерігачем і січною площиною, в думках видаляють, поверхні, що були закриті цією частиною, стають видимими. Розріз є поєднанням перерізу предмета січною площиною із зображенням частин предмету, розташованих за цією січною площиною.

Уявний розріз предмета відноситься тільки до конкретного вигляду і не спричиняє за собою зміни інших зображень того ж предмета. Залежно від числа січних площин розрізи ділять на прості (одна січна площина) та складні (дві і



більше січних площин) (рис. 5.4). Застосовують також місцеві розрізи.

Розрізи називають поздовжніми, якщо січні площини спрямовані вздовж довжини або висоти предмета, та поперечними, якщо січні площини спрямовані перпендикулярно довжині або висоті предмета.

Прості розрізи

Розрізи, одержані в результаті застосування однієї січної площини, називають простими. Залежно від положення січної площини щодо горизонтальної площини проєкцій розрізи ділять на *горизонтальні* (січна площина паралельна горизонтальній площині проєкцій), *вертикальні* (січна площина перпендикулярна горизонтальній площині проєкцій) і *похилі* (січна площина складає з горизонтальною площиною проєкцій кут, відмінний від прямого кута).

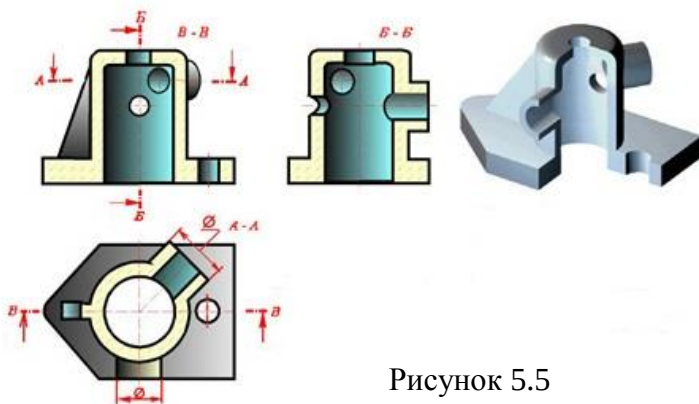


Рисунок 5.5

Вертикальний розріз називається *фронтальним*, якщо січна площина паралельна фронтальній площині проєкцій, і *профільним*, якщо січна площина паралельна профільній площині проєкцій.

На рис. 5.5 наведені зображення деталі, що є горизонтальним, профільним і фронтальним розрізами. Ці



розрізи розташовані на місці відповідних основних видів (на місці виду зверху, виду зліва і виду спереду), що допускає ГОСТ 2.305-68.

У загальному випадку положення січної площини вказують на кресленику лінією перерізу, для якої застосовують **довгоштрихову пунктирну товсту лінію** (рис. 5.4). Перпендикулярно цим штрихам наносять стрілки, вказуючи напрям погляду. Розміри стрілок виконують відповідно до рис. 5.4. Стрілки наносять на відстані 2-3 мм від зовнішнього кінця штриха лінії перетину. Біля стрілок із зовнішньої сторони кінців штрихів лінії перетину наносять прописну букву українського алфавіту, наприклад **А**. Незалежно від положення штрихів лінії перетину букви завжди наносять так, як ніби вони розташовані на горизонтальному рядку (рис. 5.4). Біля місць розрізу виконують напис, який складається з відповідних букв, що позначають положення січної площини, написаних через тире (наприклад: **А-А, Б-Б, В-В** і т.д.).

Якщо січна площина співпадає із площиною симетрії предмета в цілому, а відповідні зображення розташовані в безпосередньому проєкційному зв'язку і не розділені якими-небудь зображеннями, то для горизонтальних, фронтальних і профільних розрізів положення січної площини не позначають, а сам розріз написом не супроводжують (рис. 5.6, фронтальний розріз).

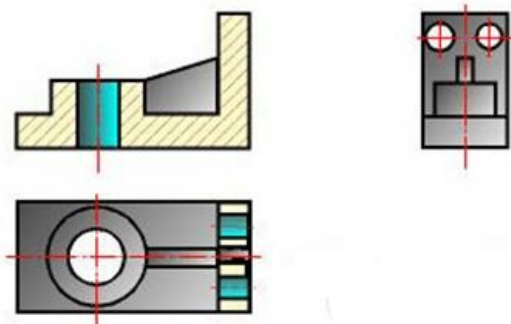


Рисунок 5.6



На рис. 5.7 для виявлення внутрішніх форм елементів деталі застосований вертикальний розріз, одержаний за допомогою січної площини, непаралельної ні фронтальній, ні профільній площинам проєкцій. Такі розрізи називають **похилими**, будують і розташовують відповідно до напрямку, вказаного стрілками на лінії перетину.

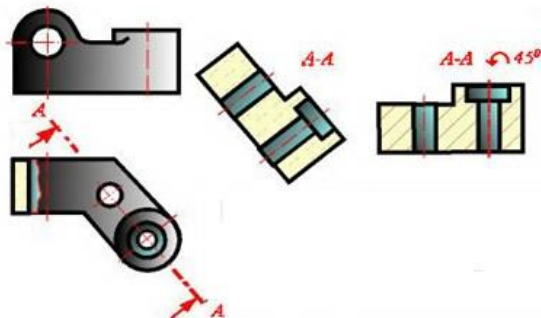


Рисунок 5.7

Допускається ці розрізи розташовувати в будь-якому місці кресленика, а також повертати до положення, відповідного прийнятому для даного предмета на головному зображенні.

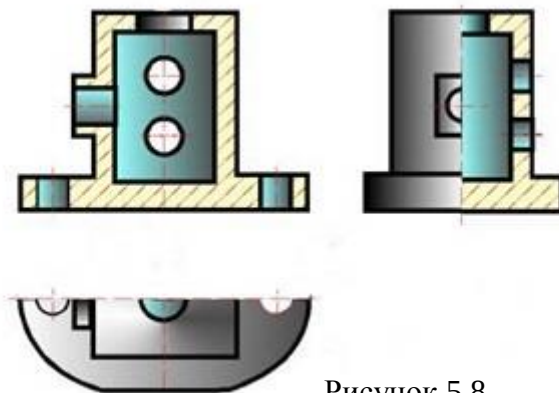


Рисунок 5.8

Частину виду і частину відповідного розрізу допускається суміщати на одному зображенні, розділяючи їх суцільною хвилястою лінією (рис. 5.8).



На частинах виду і розрізу, що сполучаються, звичайно не проводять штрихові лінії, відповідні невидимим контурам. Якщо частини виду і розрізу, що сполучаються, є симетричними фігурами, то їх відділяють один від одного віссю симетрії зображень (рис. 5.8). Частину зображення, що є розрізом, звичайно зображають справа або знизу від осі симетрії, що розділяє зображення.

Якщо з віссю симетрії зображення співпадає яка-небудь лінія, наприклад, проекція ребра, то вид від розрізу відділяють суцільною хвилястою лінією, що проводиться лівіше або правіше за вісь симетрії.

Місцеві розрізи – розрізи, призначені для виявлення конструктивних особливостей предмету в окремому, обмеженому місці. Місцевий розріз виділяють на вигляді суцільною хвилястою тонкою лінією, яка не повинна співпадати з якими-небудь іншими лініями зображення (рис. 5.9).

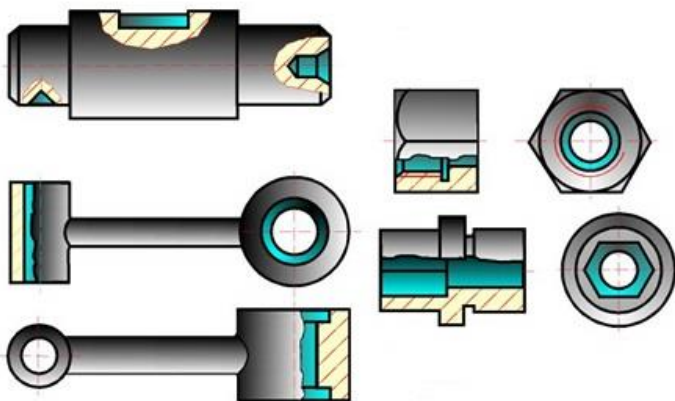


Рисунок 5.9

Якщо місцевий розріз виконують на частині предмета, що є тілом обертання (циліндричні елементи), то такий розріз



можна відділити від виду штрих-пунктирною лінією, що є зображенням осі цієї частини предмета.

5.2 Складні розрізи та перерізи

Складні розрізи одержують в результаті уявного розрізання деталі декількома січними площинами. Складні розрізи застосовують в тих випадках, коли прості розрізи не дозволяють достатньо просто пояснити форму предмета або його елементів.

5.2.1 Ступінчаті розрізи

Складний розріз називається *ступінчастим*, якщо січні площини, що його утворюють, паралельні між собою.

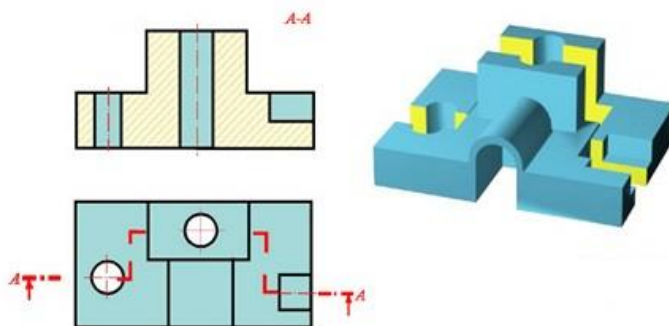


Рисунок 5.10

На рис. 5.10 для виявлення форми отворів в елементах деталі застосовані три січні площини, паралельні між собою. Положення січних площин позначено на кресленнику лінією перетину. На початковому і кінцевому штрихах ставлять стрілки, що вказують напрям погляду. Місця переходу від однієї січної площини до іншої позначають згинами лінії перетину. Згини лінії перетину виконують лініями тієї ж товщини, що і



штрихи лінії перетину. Біля початкового і кінцевого штрихів лінії перетину наносять прописну букву (як при позначенні простих розрізів).

Над зображенням розрізу виконують напис, який показує за допомогою яких січних площин одержаний цей розріз.

При виконанні ступінчатого розрізу всі паралельні січні площини в думках суміщають в одну, тому на розрізі згини лінії перетину не відображаються (тобто складний розріз оформляється як простий).

Залежно від положення січних площин щодо горизонтальної площини проєкцій ступінчаті розрізи можуть бути горизонтальними, вертикальними (фронтальними і профільними) і похилими.

На рис. 5.10 представлено фронтальний ступінчатий розріз, який розташований на місці головного вигляду. Такі розрізи допускається розташовувати на будь-якому місці поля кресленика.

5.2.2 Ламані розрізи

Ламані розрізи утворюють січні площини, що перетинаються між собою (рис. 5.11).

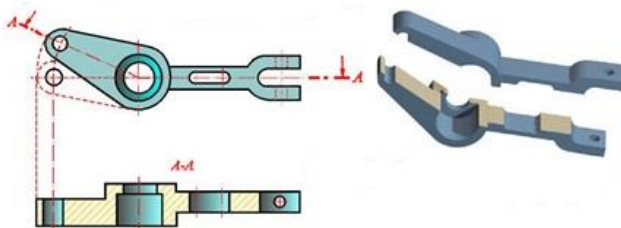


Рисунок 5.11

При побудові ламаних розрізів зазвичай одну з січних площин вибирають паралельною якій-небудь одній з основних площин проєкцій, а другу – повертають до поєднання з першою.



Коли суміщені площини паралельні площині проєкцій, то ламаний розріз допускається поміщати на місці відповідного вигляду. Разом з січною площиною повертають розташований в ній розріз. На рис. 5.11 штрих-пунктирною лінією показано положення деталі, одержане при умовному повороті перерізу разом з січною площиною. Розріз виконують відповідно до положення деталі, показаного штрих-пунктирною лінією. При оформленні ламаного розрізу на кресленнику допоміжні побудови, наведені на рис. 5.11, не виконують.

5.2.3 Перерізи

Перерізом називається зображення фігури, що виходить при уявному розрізі предмета однією або декількома площинами. На перерізі показують тільки те, що розташоване безпосередньо в січній площині.

За формою перерізи ділять на **симетричні** і **несиметричні** (рис. 5.12), а за характером виконання на кресленнику - на **накладені** і **винесені**. Перевагу слід віддавати винесеним перерізам. Винесені перерізи допускається розташовувати в розриві між частинами одного і того ж виду.

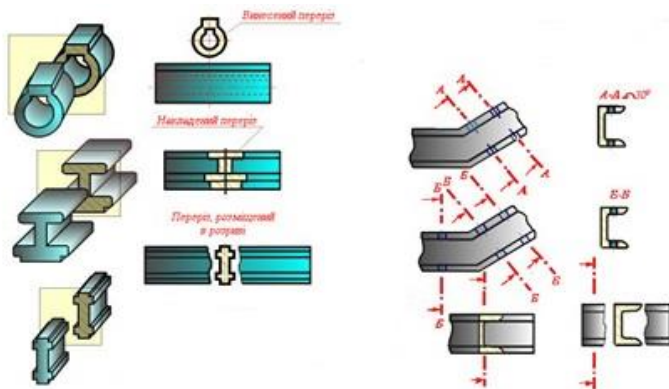


Рисунок 5.12

Контур винесеного перерізу зображають суцільними основними лініями, а контур накладеного перерізу – суцільними



тонкими лініями, причому контур зображення в місці розташування накладеного перерізу не переривають. В загальному випадку положення січної площини вказують на кресленнику лінією перерізу, на якій наносять стрілки, вказуючи напрям погляду і позначають однаковими прописними літерами українського алфавіту, при цьому над перерізом виконують напис, що складається із тих же літер.

Для несиметричних перерізів, накладених або розташованих в розриві, проводять лінію перерізу із стрілками, але буквами її не позначають.

Вісь симетрії винесеного або накладеного симетричного перерізу вказують штрих-пунктирною тонкою лінією. Накладені симетричні перерізи зображають без нанесення лінії перерізу. Симетричний винесений переріз, розміщений в розриві, також показують без нанесення лінії перетину. Лінію перетину не проводять і в тому випадку, коли винесений симетричний переріз розташований в безпосередній близькості від зображення, а вісь симетрії перетинає контури зображення.

Як правило, за побудовою і розташуванням на кресленнику переріз повинен відповідати напрямку погляду, вказаному стрілками на штрихах лінії перерізу. Допускається розташовувати переріз в будь-якому місці поля кресленника, а також з поворотом, додаючи в написі над ним значок повернуто (рис. 5.12, А-А).

Для декількох однакових перерізів, що відносяться до одного предмета, лінії перерізу позначають однією буквою і викреслюють один переріз.

Якщо січна площина проходить через вісь поверхні обертання, що обмежує отвір або заглиблення, то контур отвору або заглиблення в перерізі показують повністю. Якщо січна площина проходить через наскрізний не круглий отвір і переріз виходить таким, що складається з окремих самостійних частин, то замість перерізу слід виконувати розріз.



Питання для самоконтролю до п'ятого розділу:

1. Який спосіб проєціювання використовують у кресленні?
2. Що називається видом і як класифікують види?
3. Назвіть основні види.
4. Як розміщені основні види на креслениках?
5. В яких випадках і як позначають основні види?
6. Які види називають додатковими та місцевими?
7. Що називають розрізами та для чого їх виконують на креслениках?
8. Як класифікують розрізи?
9. В яких випадках додатково позначають прості розрізи?
10. Які розрізи називають ступінчастими?
11. Які розрізи називають ламаними?
12. Як виконуються ступінчасті і ламані розрізи?
13. Що називається перерізами?
14. Які види перерізів Ви знаєте?



6 Тіні в ортогональних проекціях

6.1 Побудова тіні точки, відрізка прямої, плоскої фігури

У процесі архітектурного проектування спеціалістами будуються тіні на плані і фасаді споруд для виявлення рельєфу об'єкта та для наочної оцінки пропорцій окремих його елементів. Світлотіні мають давати максимально повне уявлення про композицію та зовнішній вигляд будівлі, про її пластичне рішення і деталі. Зображення світлотіні на архітектурних кресленнях будівель, крім надання їм більшої наочності й виразності, має й інші, конкретніші цілі. Світлотінь ніби компенсує відсутність третього виміру (на плані - висоти, а на фасаді - глибини).

Знаючи масштаб креслення, можна, наприклад, без плану визначити розмір і форму будь-якої частини будівлі, що виступає із площини фасаду (рис. 6.1).



Рисунок 6.1

Тіні можуть бути побудовані як при штучному освітленні об'єкта, так і при природному (сонячному) освітленні. У першому випадку джерело світла розташоване на незначній відстані. Промені світла утворюють при цьому конічний пучок, центром якого є джерело світла.



При природному освітленні джерело світла віддалене у нескінченність і світлові промені розташовані паралельно один одному (рис. 6.2).

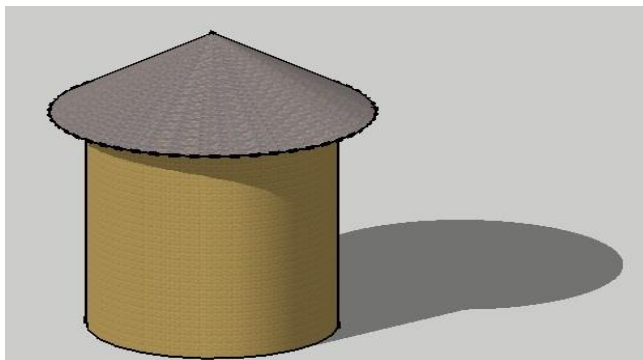
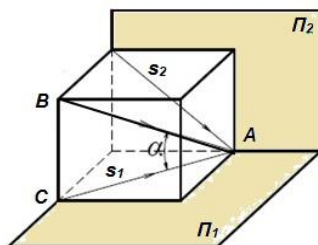


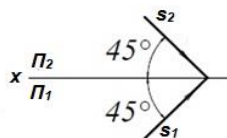
Рисунок 6.2

При побудові тіней, як правило, користуються стандартним джерелом світла. Промені, що виходять із джерела паралельні між собою (джерело світла нескінченно віддалене) і спрямовані по діагоналі куба (рис. 6.3а).

На ортогональному кресленні проекції **світлових променів** нахилені до осі x під кутом 45^0 (рис. 6.3б).



а



б

Рисунок 6.3



Визначити справжній кут нахилу α світлових променів до площини Π_1 можна за допомогою прямокутного трикутника ACB (рис. 6.3а). Якщо довжину ребра куба прийняти рівним одиниці, то $\alpha \approx 35,3$. До фронтальної площини світлові промені нахилені під таким же кутом $\alpha \approx 35,3$.

Окрім поняття «світловий промінь», будемо використовувати поняття «променева площина».

Променевою площиною називають будь-яку площину, яка проходить через світловий промінь. Через всякий світловий промінь можна провести нескінченну множину променевих площин.

Якщо на шляху світлових променів знаходиться непрозорий предмет, то частина предмета буде освітленою, а частина - неосвітлена. Неосвітлена частина тіла - **власна тінь**. Межа, що відділяє освітлену частину предмета від не-освітленої, називається **контуром власної тіні**. Наприклад, лінія AB – контур власної тіні кругового конуса (рис. 6.4).

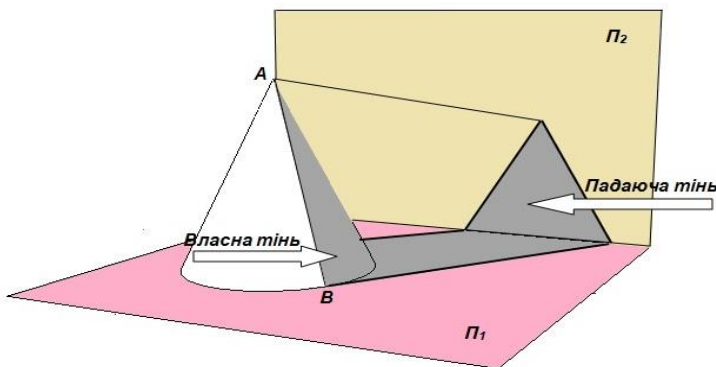


Рисунок 6.4

Тінь, що падає від предмета на площини проекцій Π_1 і Π_2 (на землю та стіну), або на іншу поверхню, називається **падаючою тінню**. Тінь, що падає від об'єкта - є тінь від контуру власної тіні цього об'єкта. Падаюча тінь щільніша за власну



тінь, тому на будь-якому зображенні, як правило, власну тінь тонують слабкіше, ніж падаючу тінь.

6.1.1 Побудова тіні точки на площинах проекцій

Тінь точки на площинах проекцій будується за принципом знаходження слідів світлового променя із даними площинами.

На рис. 6.5а тінь від точки падає на площину Π_1 , на рис. 6.5б - на площину проекцій Π_2 .

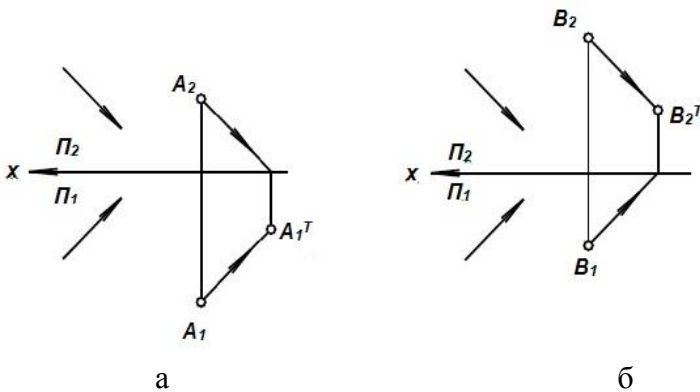


Рисунок 6.5

6.1.2 Тінь від відрізка прямої на площинах проекцій

Для побудови тіні відрізка досить побудувати тіні від кінців даного відрізка (рис. 6.6а). Але якщо тіні падають на різні площини проекцій, то на осі x тінь відрізка зламуються. У цьому випадку потрібно побудувати **уявну тінь** будь-якого кінця відрізка, наприклад, уявну тінь (B_1^T) точки B на площину проекцій Π_1 (рис. 6.6б).



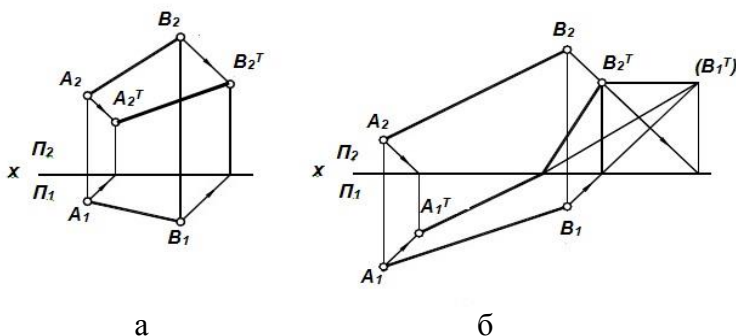


Рисунок 6.6

Тінь від вертикальної прямої AB на фронтальній площині паралельна проєкції прямої. Тінь на горизонтальній площині - співпадає із проєкцією променевої площини, що проходить через пряму AB (рис. 6.7).

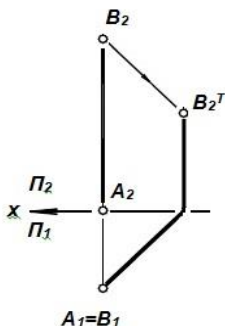


Рисунок 6.7

6.1.3 Тінь плоских фігур

Тінь трикутника загального положення ACS (рис. 6.8а) побудована спочатку на горизонтальній площині P_1 , включаючи частину уявної тіні (рис. 6.8б).



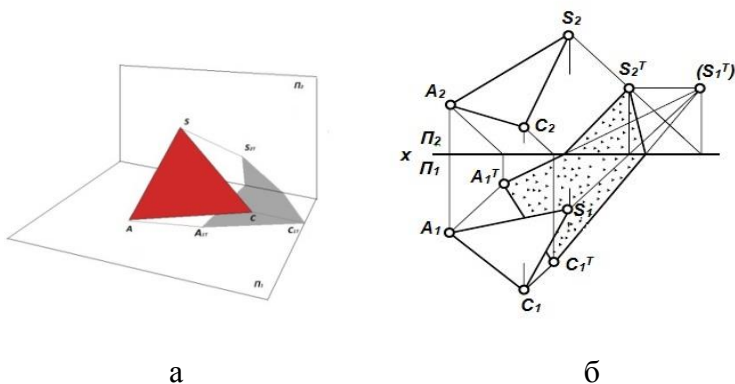


Рисунок 6.8

Якщо площина фігури паралельна якій-небудь площині проєкцій, то тінь на цій площині тотожна самій фігурі (рис. 6.9а,б).

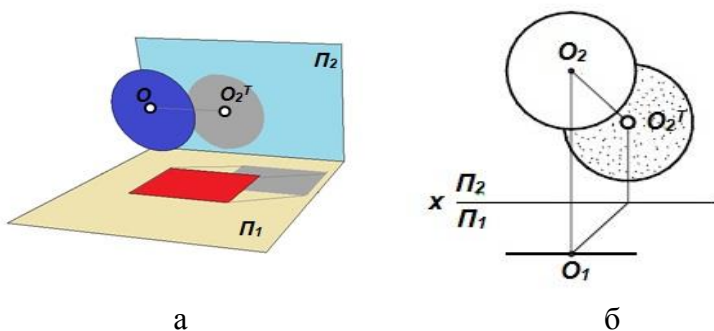


Рисунок 6.9



6.2 Побудова власних і падаючих тіней геометричних фігур

6.2.1 Тінь призми

Як правило, при побудові тіней геометричних тіл спочатку знаходять контур власної тіні. Потім будують тінь від контуру власної тіні (падаюча тінь).

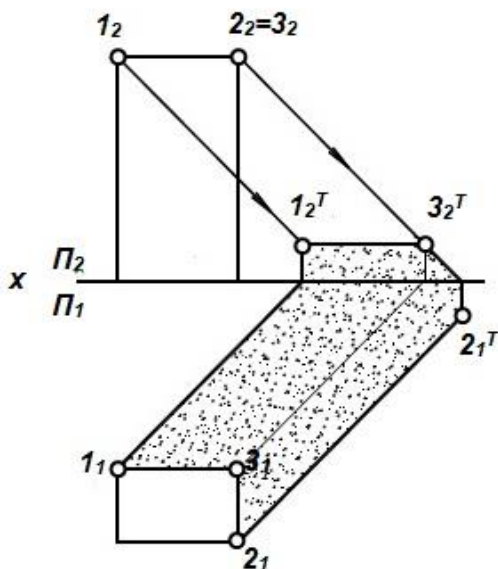


Рисунок 6.10

У призми на рис. 6.10 задня і права грані не освітлені, тому межа власної тіні утворена ребрами $1-3$ і $3-2$. Тінь на площинах проєкцій - це тінь від просторової ламаної лінії, що складається із окремих ребер призми.



6.2.2 Тінь циліндра

За принципом побудови тіні призми будується і тінь циліндричної поверхні (рис. 6.11). Спочатку знаходиться контур власної тіні **1234**, а за її формою будують і падаючу тінь.

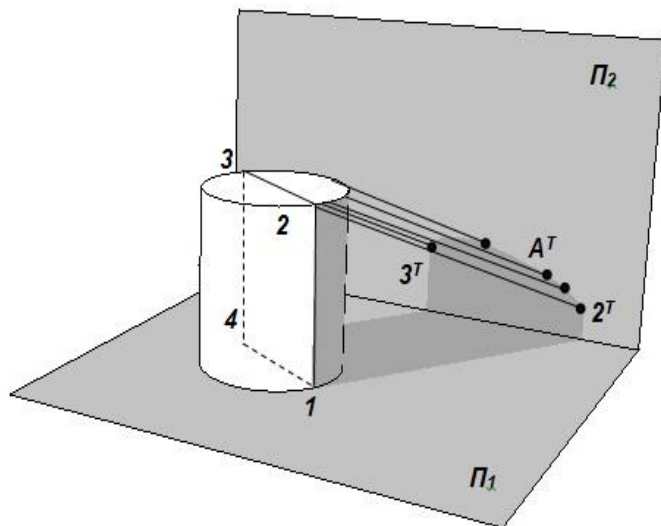


Рисунок 6.11

6.2.3 Тінь конуса

Будуємо падаючу тінь від вершини конуса на площину його основи (точка S_1^T на рис. 6.12). Дотичні із точки S_1^T до основи конуса утворюють контур падаючої тіні. Одночасно, точки дотику (точки **1** і **2** на рис. 6.12) визначатимуть контур власної тіні конуса.



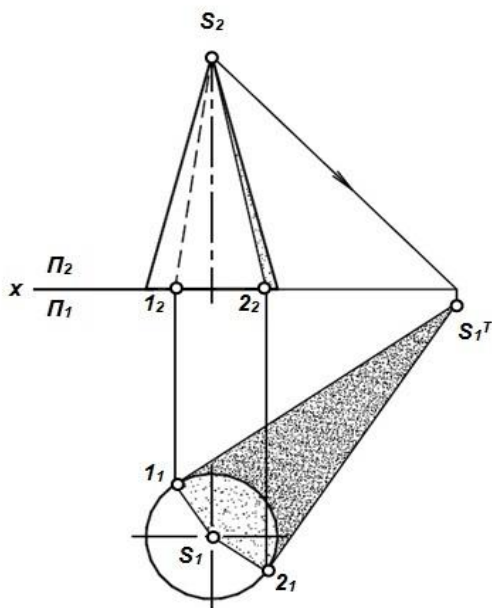
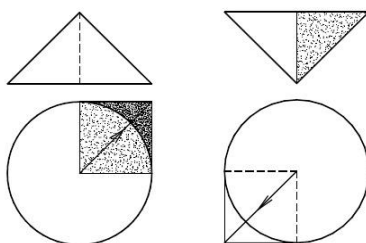


Рисунок 6.12

Особливої уваги заслуговує круговий конус часткового виду із кутом нахилу твірних - 45^0 .



а

б

Рисунок 6.13

У прямого конуса із нахилом твірних 45^0 власна тінь займає рівно одну чверть поверхні. Такий конус на площині проєкцій Π_2 повністю освітлений, а видима межа власної тіні



співпадає із його правою очерковою твірною (рис. 6.13а). Власна тінь оберненого конуса із тим же нахилом 45^0 твірної займає три чверті його поверхні. На площині Π_2 такий конус освітлений рівно на половину: межа власної тіні ділить навпіл фронтальну проекцію контуру конуса (рис. 6.13б).

6.2.4 Тінь сфери

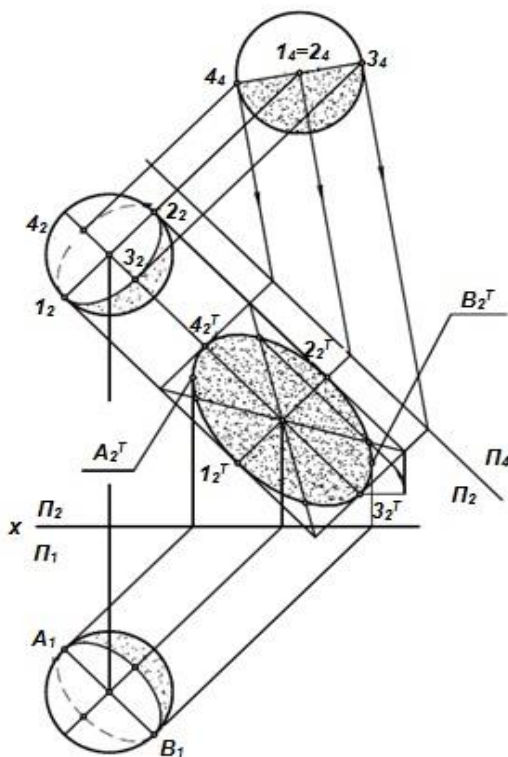


Рисунок 6.14

Власну та падаючу тіні сфери знаходять проєціюванням на додаткову площину проєкцій Π_4 , розміщену паралельно світловим променям (рис. 6.14). Тіні A_2^T і B_2^T від точок A і B повинні знаходитися на вертикальних дотичних до тіньового еліпса.



6.3 Основні способи побудови тіней в ортогональних проекціях

При побудові тіней, як правило, вибирають такий спосіб, який дає найточніші результати побудови тіні з найменшою кількістю графічних операцій. В залежності від форми об'єкта і його положення у просторі найчастіше застосовуються наступні способи побудови проекцій тіней: спосіб променевих перерізів, спосіб зворотних променів, спосіб дотичних поверхонь, спосіб допоміжних площин рівня, спосіб допоміжного проєціювання і спосіб «виносу».

У ряді практичних задач, виходячи із геометричної форми об'єкта, наведені вище способи застосовуються одночасно.

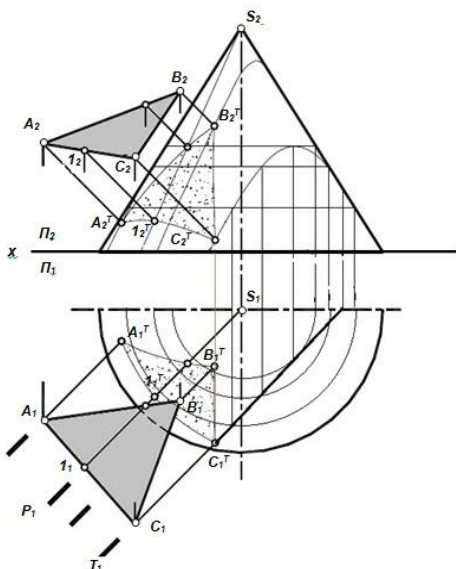
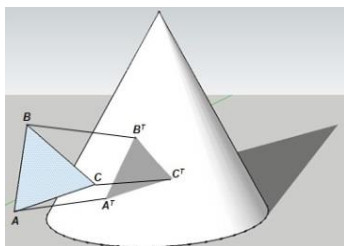
6.3.1 Спосіб променевих перерізів

Спосіб базується на двох основних позиційних задачах нарисної геометрії. Зрозуміло, що тінь від точки, яка падає на будь-яку поверхню, знаходиться як точка перетину світлового променя із даною поверхнею. Побудова точки перетину прямої із поверхнею - перша позиційна задача. Тінь від фігури - це лінія перетину цієї поверхні з променевою поверхнею. Побудова лінії перетину двох площин або поверхонь – друга позиційна задача.

На рис. 6.15а показана тінь, що падає від трикутника на конус обертання. Тінь знаходиться по окремих точках *A, B, C*. Розглянемо, наприклад, побудову тіні від точки *C*. Через вершину *C* проводимо променеву січну площину *T*, яка перетне конус по гіперболі (рис. 6.15б). Точка перетину світлового променя із гіперболою дасть тінь на конусі від точки *C* (перша позиційна задача). Для побудови гіперболи на конусі викреслюються паралелі у вигляді кіл. Тіні від інших точок заданого трикутника побудовані таким же способом. Слід звернути особливу увагу на січну променеву площину *P*, що проходить через вісь конуса і перетинає його не по гіперболі, а



по трикутнику. Тому, наприклад, точка **1** визначається особливо просто.



а

б

Рисунок 6.15

Інший приклад. При побудові тіні від стовпа на будівлю також використаний спосіб променевих перерізів (рис. 6.16). Променева площина **T**, що проходить через стовп, перетинає стіни і дах будівлі по ламаній лінії **1-2-3-4-5**. Тінь від вершини **A** заданого стовпа падає саме на цю лінію.



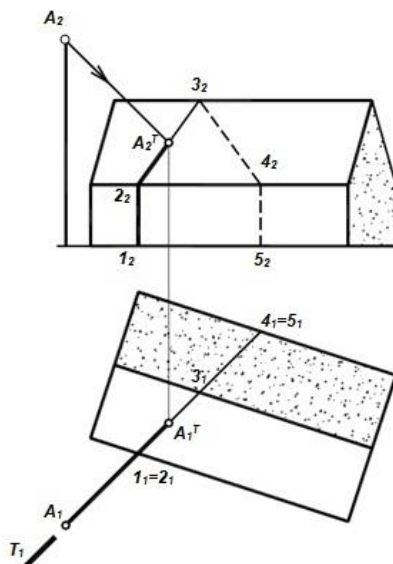


Рисунок 6.16

6.3.2 Спосіб зворотних променів

Цей спосіб (також, як і попередній) застосовують для побудови тіней, що падають, від однієї поверхні на іншу. Нехай необхідно побудувати тінь від відрізка **DE**, що падає на трикутник **ABC** (рис. 6.17). Знаходимо тіні, що падають на землю окремо від трикутника і відрізка, і помічаємо точку перетину падаючих тіней (точки 1_1^T і 2_1^T на рис. 6.17). Із точок 1_1^T і 2_1^T проводимо зворотні промені до перетину зі сторонами трикутника в точках 1_1 і 2_1 . Відрізок **1-2** - це шукана тінь від прямої **DE**, що падає на трикутник.



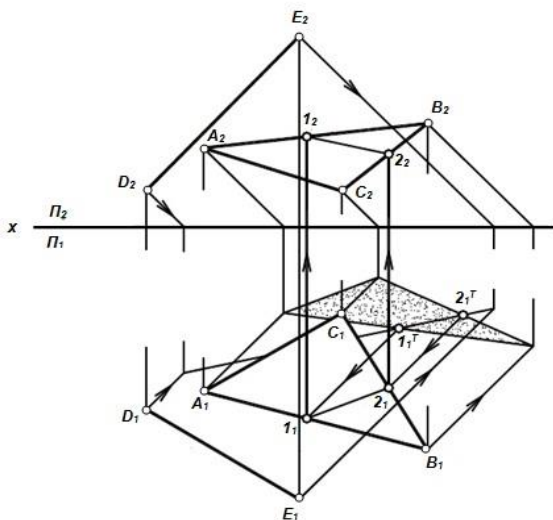


Рисунок 6.17

Таким чином, суть способу зворотних променів - у визначенні точок перетину контурів тіней, що падають на землю або на фасадну стіну, із подальшим поверненням цих точок на ці фігури або поверхні. Спосіб зворотних променів разом із іншими способами активно використовується при побудові тіней на фасадах архітектурних об'єктів.

6.3.3 Спосіб дотичних поверхонь (циліндри та конуси)

Дотичні конуси та циліндри використовують для побудови власних тіней на тілах обертання. Допоміжний конус або циліндр торкається поверхні тіла обертання по колу (паралелі). Знайшовши власну тінь на допоміжному конусі, відмічаємо точку дотику межі власної тіні допоміжного конуса із лінією дотику (паралеллю). Ця точка знаходиться на межі власної тіні як допоміжного конуса, так і цього тіла обертання. Побудувавши декілька допоміжних конусів, отримуємо декілька точок на межі власної тіні. Отримані точки сполучаємо плавною кривою.



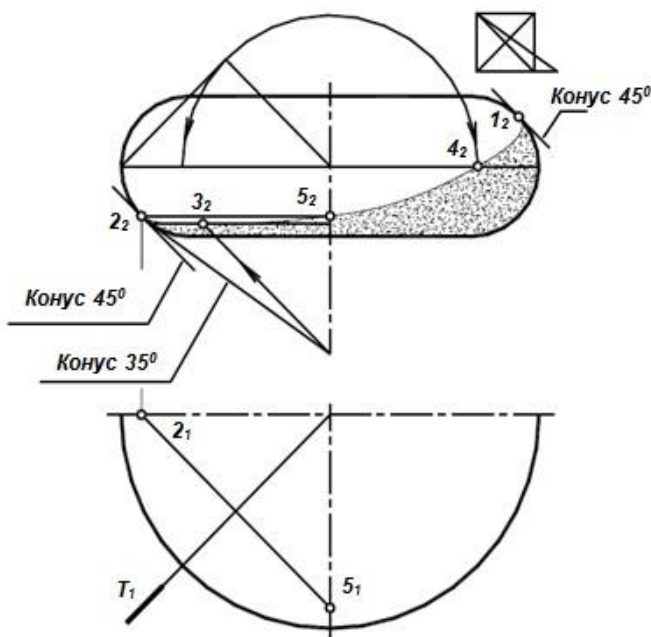


Рисунок 6.18

Суть способу допоміжних конусів (циліндрів) неважко зрозуміти, якщо криволінійний контур тіла обертання замінити ламаною лінією. При цьому задана поверхня обертання наближено замінюється конічними або циліндричними відсіками. Після цього визначається власна тінь на кожному конічному або циліндричному поясі.

В практичних побудовах немає необхідності замінювати поверхню обертання великою кількістю шарів із циліндрів і конусів. Як правило, достатньо побудувати п'ять характерних точок контуру власної тіні. Звичайно це одна екстремальна точка (нижча або вища), дві контурні (що знаходяться на фронтальному контурі поверхні), а також одна точка на екваторі або горловині тіла обертання (вона знаходиться за допомогою



описаного циліндра). Остання (п'ята) характерна точка лежить посередині тіла обертання на загальній паралелі з лівою контурною точкою.

На рис. 6.18 показана побудова п'яти характерних точок на межі власної тіні поверхні обертання. Контурні точки **1** і **2** знайдені за допомогою допоміжних конусів 45^0 (прямого і зворотного). Нижча точка **3** побудована за допомогою зворотного конуса - 35^0 . Точка **4** на екваторі поверхні отримана за допомогою описаного циліндра.

Розглянемо побудову останньої, п'ятої точки. Тіньові точки **2** і **5** розташовані симетрично відносно променевої площини **T**, що проходить через вісь обертання поверхні. Тому точка **5** на фасаді знаходиться на одній паралелі з контурною точкою **2** і проєціюється на середину заданої поверхні.

6.3.4 Спосіб «винесення»

Частіше всього цей спосіб застосовують для побудови падаючих тіней на фасаді без використання плану будівлі. Якщо відома відстань (винесення) окремих точок об'єкта від фронтальної стіни, то тінь, що падає на стіну, визначається без використання плану.

Розглянемо побудову падаючої тіні на фасаді будівлі від вертикального фрагменту (вертикальний виступ, що проходить по усій висоті стіни) і карнизу. Якщо відоме значення винесення фрагменту **hF** і винесення карнизу **hK** від стіни, то падаючі тіні будуються без використання плану (рис. 6.19).



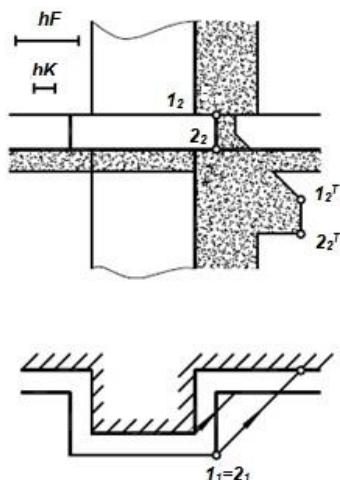


Рисунок 6.19

Відкладаючи вправо винесення hF , отримуємо тінь на стіні від заданого вертикального фрагменту, відкладаючи вниз винесення карниза hK , будуємо тінь на стіні від карниза. Тінь на стіні від ребра $1-2$ побудована сумуванням винесення карниза і вертикального фрагмента. План на рис. 6.19 показаний тільки для наочності.

Питання для самоконтролю до шостого розділу:

1. Як визначити кути нахилу світлових променів на ортогональному кресленні?
2. Що називають променевою площиною?
3. Що таке власна та падаюча тіні?
4. Що є уявною тінню відрізка прямої?
5. У чому полягає спосіб променевих перерізів?
6. У чому суть способу зворотних променів?



7 Побудова тіней в аксонометрії

На відміну від ортогональних проекцій, в аксонометрії немає стандартного напрямку світлових променів. Його вибирають із умови правдоподібного освітлення (тінь має бути реальною). Необхідно пам'ятати, що тінь - це засіб виявлення форми об'єкта і надання кресленню наочності.

Світловий потік в аксонометрії задається напрямом світлового променя і його вторинною проекцією.

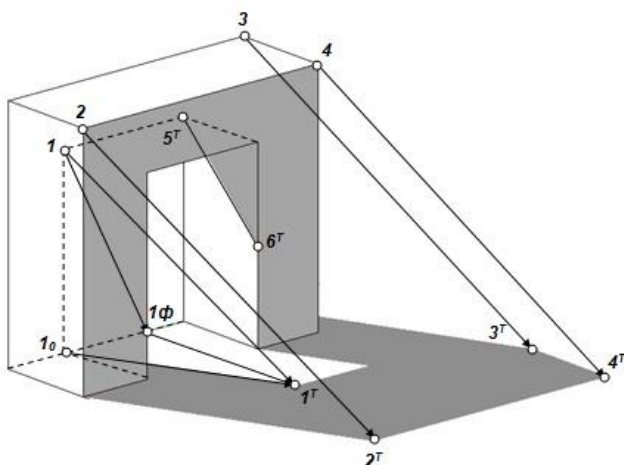


Рисунок 7.1

Нехай вимагається побудувати тінь від арки. Довільно вибираємо напрям світлового променя: від точки 1 на арці в точку 1^T на землі. Вторинна горизонтальна проекція променю 1_0-1^T визначається вторинною проекцією 1_0 точки 1 (рис. 7.1).

Промінь паралельний $1-1_\phi$, дозволяє побудувати межу 5^T-6^T власної тіні на внутрішній поверхні арки.

Усі подальші побудови тіні (рис. 7.1) виконуються способами, викладеними у попередніх лекціях.

Розглянемо побудову тіні на східцях (рис. 7.2).



Для побудови тіні потрібно знати вторинну проекцію світлового променя $1-1^T$. Вона визначається через точку 1_1 .

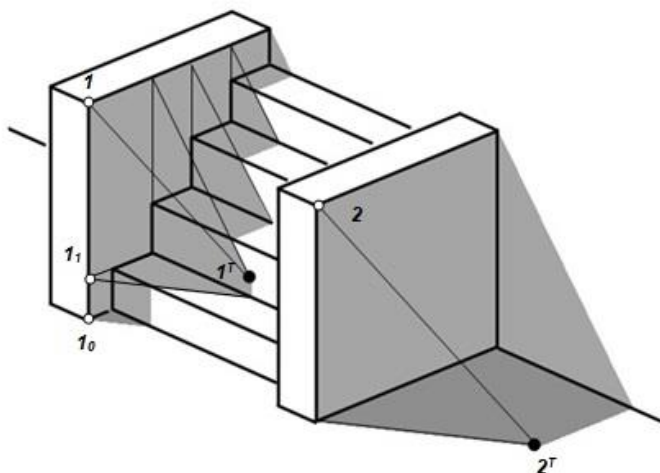


Рисунок 7.2

При побудові тіні сходинок можна помітити, що на аксонометричному зображенні не вказані осі координат, отже, креслення є метрично не визначеним. Ми не зможемо із його допомогою відновити істинну форму і розміри сходів. Проте, на кресленні можна вирішувати позиційні завдання, оскільки нам відомі вторинні проекції будь-якої точки об'єкта.

У точці 1 ребро бічної стіни терпить злам. Напрямок тіні, що падає від бічного ребра, - зміниться. Щоб знайти тінь від горизонтального відрізка бічної стіни необхідна тінь 1^T та вторинні проекції точки 1 . Сполучивши 1^T із вторинною проекцією, отримаємо тінь на вертикальній площині сходинок.

Подальші побудови виконуються аналогічно. Дане завдання не вимагає застосування яких-небудь спеціальних способів побудови тіней.



Розглянемо завдання, для вирішення якого використовується спосіб **променевих перерізів**.

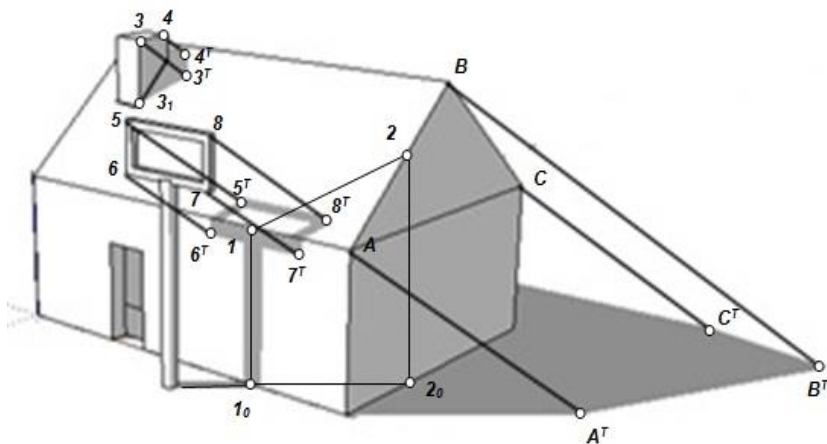


Рисунок 7.3

Задано макет будинку із димарем і зовнішньою антеною. Освітлення задане променем $A-A^T$ (тінь від точки A падає у точку A^T на землі). Необхідно побудувати власні і падаючі тіні (рис. 7.3).

Побудувавши тіні, що падають на землю від макету будинку, визначаємо області власних тіней макету.

Щоб знайти тінь на макеті від зовнішньої антени, проводимо через вертикальний стовбур антени променеву площину, яка перетне макет по лінії $1_0-1-2-2_0$. Тінь від стовбура антени – лінія 1_0-1 , а тінь від рефлектора антени $5-6-7-8$ на даху будинка – $5^T-6^T-7^T-8^T$.

Тінь від димаря на похилому даху будинка $3_1-3^T-4^T$ будується також методом променевих площин.



Питання для самоконтролю до сьомого розділу:

1. З яких умов вибирається напрям освітлення при побудові тіней в аксонометрії?
2. Який спосіб найбільш ефективний при побудові тіней фігур в аксонометрії?
3. Як використовуються вторинні проекції геометричних тіл в аксонометрії для побудови падаючих тіней?



8 Перспектива

8.1 Теоретичні основи перспективи.

Основні поняття. Апарат перспективи

Поняття «перспектива» (фр. *perspective* - *бачити наскрізь, уважно розглядати*; від латинського дієслова *perspicere* - *ясно бачу*) пояснює методичний прийом спостереження предметів через прозору площину картини, на якій будуються перспективні зображення.

Перспектива - спосіб зображення предметів простору на площині або будь-якій іншій поверхні відповідно до тих уявних змін розмірів, геометрії їх форми і світлотіньових відчуттів, які глядач спостерігає в натурі.

Вчення про методи побудови перспективних зображень ґрунтується на положеннях фізики (оптика), анатомії і фізіології органів зору, на правилах ортогонального проєціювання (нарисна геометрія), а також на використанні основних понять елементарної геометрії.

Процес спостереження представляється як дія променів світла на сітчасту оболонку ока. При цьому промені розглядаються як прямолінійні відрізки, що спрямовані від будь-якої точки видимого об'єкта і проходять через рогову оболонку, кришталик і склоподібне тіло ока. Сітчаста оболонка містить волокна зорового нерву і від дії світлових променів здатна викликати різне по мірі чіткості зорове сприйняття.

В залежності від виду поверхні, на якій будують перспективу, розрізняють наступні основні види перспективи:

- **лінійна** - зображення, отримані на площині (вертикальній, горизонтальній, похилій);
- **панорамна** - зображення на внутрішній поверхні циліндра;
- **купольна** - зображення на внутрішній поверхні сфери або еліпсоїда.



Основні компоненти апарату лінійної перспективи

Оскільки найбільше застосування на практиці здобула лінійна перспектива, розглянемо її основний апарат.

Система проєціювання лінійної перспективи для побудови зображення включає наступні елементи (рис. 8.1):

Π_1 - предметна площина, на якій розташовується предмет;

K - картинна площина (чи картина), перпендикулярна предметній площині **Π_1** , служить для отримання на ній перспективного зображення;

$O-O$ - основа картини - лінія перетину картинної площини з предметною;

S - центр проєкцій (чи точка спостереження) - відповідає положенню очей спостерігача;

S_1 - точка стояння - проєкція точки спостереження на предметну площину, що називається основою точки зору;

$S-S_1$ - висота точки спостереження;

SP - головний промінь спостереження - перпендикуляр, проведений із точки спостереження до картини, визначає відстань від глядача до картини - зорова (дистанційна) відстань;

P - головна точка картини - точка перетину головного променя із картиною;

P_0 - основа головної точки картини на предметній площині;

$S-P-P_0-S_1$ - площина головного променя спостереження - вертикальна площина, що проходить через головний промінь спостереження і розділяє простір на праву і ліву частини;

$P-P_0$ - головна лінія картини (чи лінія головного вертикала) - пряма перетину картинної площини із площиною горизонту;

$h-h$ - лінія горизонту;

H - площина горизонту - проходить через головний промінь паралельно предметній площині **Π_1** ;

N - нейтральна площина - проходить через точку спостереження і точку стояння паралельно площині картини **K** ;



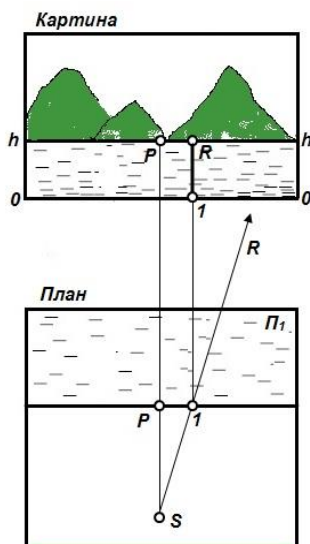


Рисунок 8.2

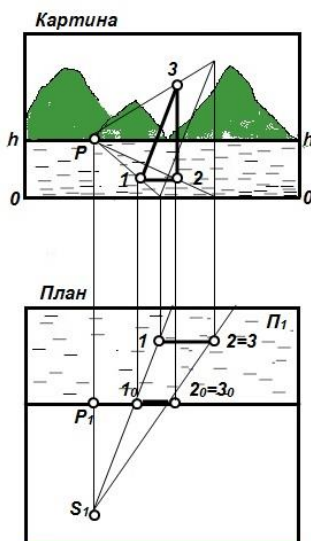


Рисунок 8.3

де **1** - точка перетину радіальної прямої із основою картини.

Перспектива прямих, паралельних картині

Перспективи такого виду прямих паралельні самим прямим. Наприклад, вертикальний відрізок **2-3** зображується на картині вертикальним відрізком **2-3** (рис. 8.3). І взагалі, **будь-яка плоска фігура, що паралельна картині, проєціюється на картинну площину у подібну до неї фігуру**. Трикутник **1₀2₀3₀** - (оригінал) і трикутник **123** (зображення) подібні один до одного.



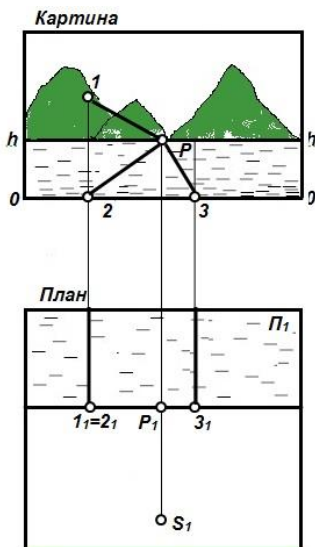


Рисунок 8.4

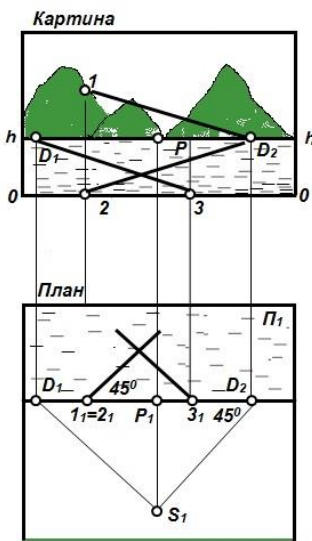


Рисунок 8.5

Прямі, перпендикулярні картині

Прямі, перпендикулярні картині - паралельні між собою і розташовуються паралельно предметній площині (тобто горизонтально). Точка сходу таких прямих знаходиться на лінії горизонту, співпадаючи із головною точкою картини (рис. 8.4).

Горизонтальні прямі під кутом 45° до картини

Істотна особливість таких прямих полягає у тому, що їх точки сходу розташовуються на лінії горизонту справа і зліва від головної точки картини на відстані, рівній дистанційній відстані. На рис. 8.5 показані горизонтальні прямі, нахилені під кутом 45° до картинної площини. Точки сходу таких прямих D_1 і D_2 прийнято називати **дистанційними точками**.



Перспектива точки

Перспектива точки визначається як точка перетину перспектив двох будь-яких допоміжних прямих, що проходять через цю точку. У якості допоміжних прямих, як правило, використовуються прямі часткового положення.

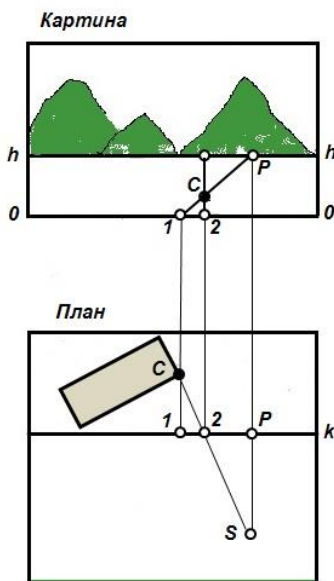


Рисунок 8.6

Наприклад, перспектива точки C побудована як точка перетину перспективи радіальної прямої $S - 2 - C$ із прямою $1 - C$, яка перпендикулярна до картини (рис. 8.6) Радіальна пряма на картині зображується вертикальним відрізком, що проходить через точку 2. Пряма із точки 1 на картині йде у головну точку картини P .

Перспектива горизонтальної площини

На рис. 8.7 зображено перспективу трьох горизонтальних площин, розташованих на різній висоті. На кожному рівні



зображені горизонтальні квадрати. Нижній квадрат розташований у предметній площині.

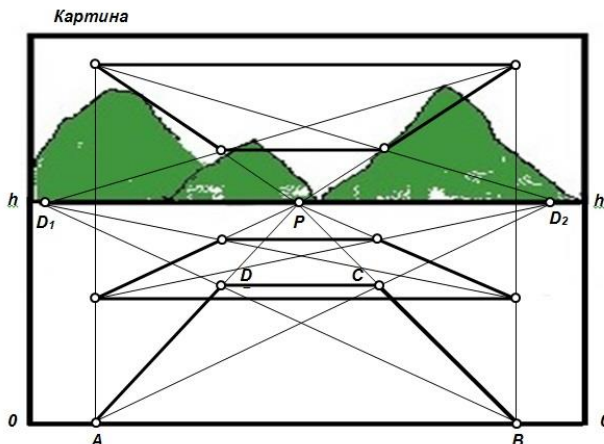


Рисунок 8.7

Ближні сторони **AB** квадратів суміщені із картинною площиною. Бічні сторони квадратів перпендикулярні картинній площині, тому вони сходяться у головній точці **P** картини. Діагоналі квадратів (як 45^0 прямі) сходяться у лівій **D₁** і правій **D₂** дистанційних точках картини.

Перспектива площини загального положення

У практиці побудови архітектурних перспектив таке завдання досить розповсюджене при зображенні таких елементів як скати дахів, козирків будинків тощо. Наприклад, похила грань **ABCD** призми (рис. 8.8) є площиною загального положення - вона не паралельна і не перпендикулярна ні картинній, ні предметній площинам. Слід звернути увагу, що паралельні між собою відрізки прямих **AB** і **DC** сходяться у невластній точці **F_к**, розташований вище лінії горизонту. Дані прямі називаються висхідними. Вторинна проекція **F₂** точки **F_к** знаходиться на лінії горизонту. У точку **F₂** сходяться вторинні (горизонтальні) проекції **A₁B₁** і **D₁C₁** ребер **AB** і **DC**.



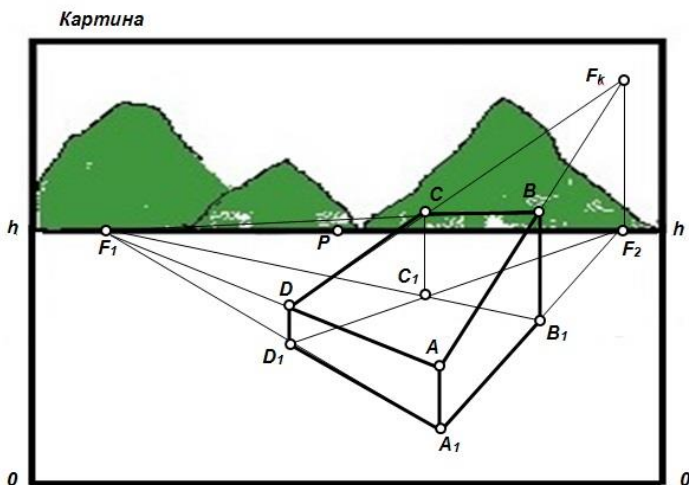


Рисунок 8.8

Перспективне креслення на рис 8.8, ілюструє один із основних законів перспективи: **паралельні прямі в перспективі зображуються такими, що сходяться у невластній (нескінченно віддаленій) точці простору.**

Якщо прямі горизонтальні, то їх точка сходження розташовується строго на лінії горизонту. Якщо ж паралельні прямі займають загальне положення у просторі, то на картині їх точка сходу може знаходитися як вище, так і нижче лінії горизонту. У першому випадку прямі називаються висхідними, в другому - низхідними.

Побудова перспективи кола

Перспектива невеликого кола будується «по восьми точках» способом описаного квадрата. Креслимо у перспективі фронтальний квадрат зі стороною, рівною діаметру. Помічаємо середини сторін квадрата (чотири точки) і чотири точки на діагоналях (рис. 8.9). Квадрат креслимо за допомогою дистанційних точок.



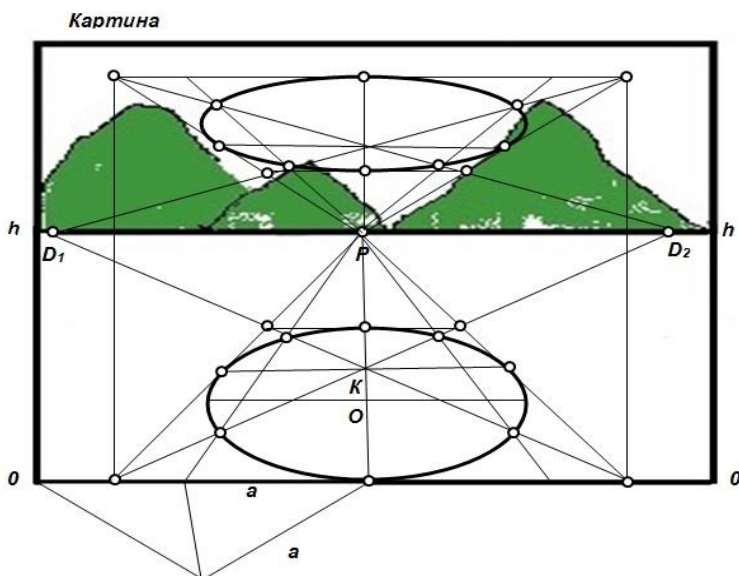


Рисунок 8.9

Точки на діагоналях знаходимо за допомогою допоміжного прямокутного рівнобедреного трикутника. Відзначимо, що на перспективному зображенні центр O еліпса і центр K квадрата - не співпадають (рис. 8.9).

Взагалі, при побудові перспективи круглих предметів слід мати на увазі одну дуже важливу умову - їх потрібно розташовувати ближче до середини картини. Зображення кола, яке потрапило до одного із боків картини, виглядатиме «не природно нахиленим еліпсом».

Сфера у перспективі приймає, звичний оку, контур кола тільки у тому випадку, якщо зображення центру сфери співпадає із головною точкою картини. У інших випадках сфера у перспективі зображується еліпсом.



Побудова перспективної сітки (паркету)

Для побудови перспективної сітки найефективніше використовувати дистанційні точки. За допомогою дистанційних точок викреслюємо квадратний паркет (перспективну сітку) на предметній площині.

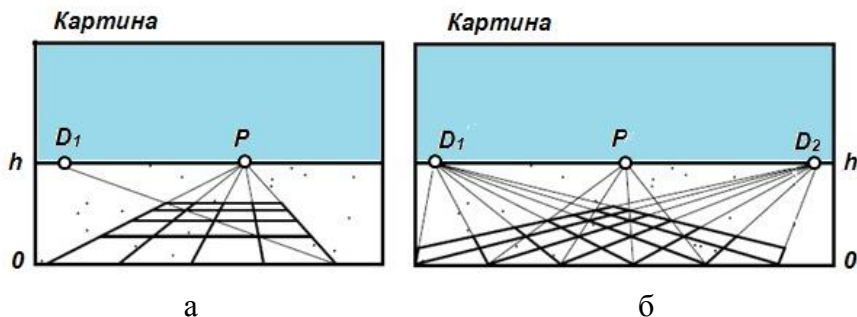


Рисунок 8.10

Для цього відкладаємо на основі картини відрізки, рівні стороні квадрата, і переносимо ці відрізки на глибинну пряму (рис. 8.10а). Якщо креслимо перспективну сітку із кутом нахилу 45° до картини, то сторони квадратів «зійдуться» у лівій і правій дистанційних точках. При цьому, одне сімейство діагоналей квадратів буде іти у головну точку картини, інше сімейство діагоналей – розташовуватися паралельно картині (рис. 8.10б).



8.2 Побудова перспективи методом архітекторів

Суть способу полягає у тому, що побудова перспективи починається із побудови перспективи плану будівлі, споруди або інтер'єру із використанням точок сходження характерних напрямів (ширини і глибини об'єкта). Висотні відмітки будь-якої точки плану «знімаються» із ортогонального креслення і переносяться на картину за допомогою методу «бічної стіни».

Вибір точки зору

Точка спостереження і картинна площина повністю визначають майбутнє перспективне зображення. Ці основні елементи перспективи вибираються, виходячи із численних, нерідко суперечливих, умов. Головна вимога до вибору - забезпечення реалістичності і природності зображення об'єкта. Якщо довільно вибрати точку спостереження і картину, можна отримати вкрай не реалістичне зображення.

Рекомендована точка спостереження на плані складає сектор 30° - 40° заданого об'єкта. Відхилення головного променя від бісектриси точки спостереження допускається у межах середньої третини відстані між крайніми променями спостереження.

При виборі точки спостереження рекомендується дотримуватися наступного основного правила: **Відносне розташування зображуваного об'єкта, точки спостереження і картини має бути таке, щоб цей об'єкт потрапляв цілком у простір такого прямого кругового конуса, у якого вершина знаходиться у точці спостереження, вісь перпендикулярна до картини і діаметр круга основи на картині укладався у висоті конуса від 1 до 3 разів.** При цьому кут між твірними конуса при вершині складатиме від 18° до 53° . Оптимальний кут – 27° . При такому куті, діаметр круга основи укладається двічі у висоті конуса.



Інколи рекомендацію про розмір зображення або картини формують наступним чином: **діагональ картини має дорівнювати половині головної відстані.**

В залежності від положення картини і точки спостереження відносно об'єкта можливі два види перспектив. Якщо картинна площина не паралельна фасаду будівлі, перспектива називається **кутовою**. Це найбільш поширений вид перспективи. Якщо картина паралельна одній із основних площин об'єкта - перспектива називається **фронтальною**. У цьому випадку точку спостереження рекомендується трохи змістити від осі симетрії плану для «пожвавлення» всієї композиції. При цьому картина залишається розташованою фронтально.

Найчастіше фронтальну перспективу застосовують при побудові **перспективи інтер'єру**.

Розмітка ортогонального креслення

Побудова перспективи розпочинається із розмітки. На ортогональному плані будівлі показуємо положення картинної площини і точку спостереження S , а на фасаді задаємо лінію горизонту h (рис. 8.11).

Положення картинної площини, точку спостереження і висоту лінії горизонту можна вибирати довільно. Однак, для наочності, реалістичності майбутнього перспективного зображення необхідно дотримуватися основних правил і рекомендацій, наведених вище.

На плані споруди відмічаємо характерні точки. У нашому прикладі на рис. 8.11 - це точки сходу F_1 , F_2 , головна точка картини P , а також точки 2_0 і 3_0 перетину сторін плану із основою картини. Через основу точки зору проводимо радіальні прямі в характерні точки A і C плану і відмічаємо точки перетину 1_0 і 4_0 цих променів із основою картини. На фасаді вказуємо висотні відмітки $0-0$ (рівень предметної площини), V_1 і V_2 (рівні скатного даху будівлі).



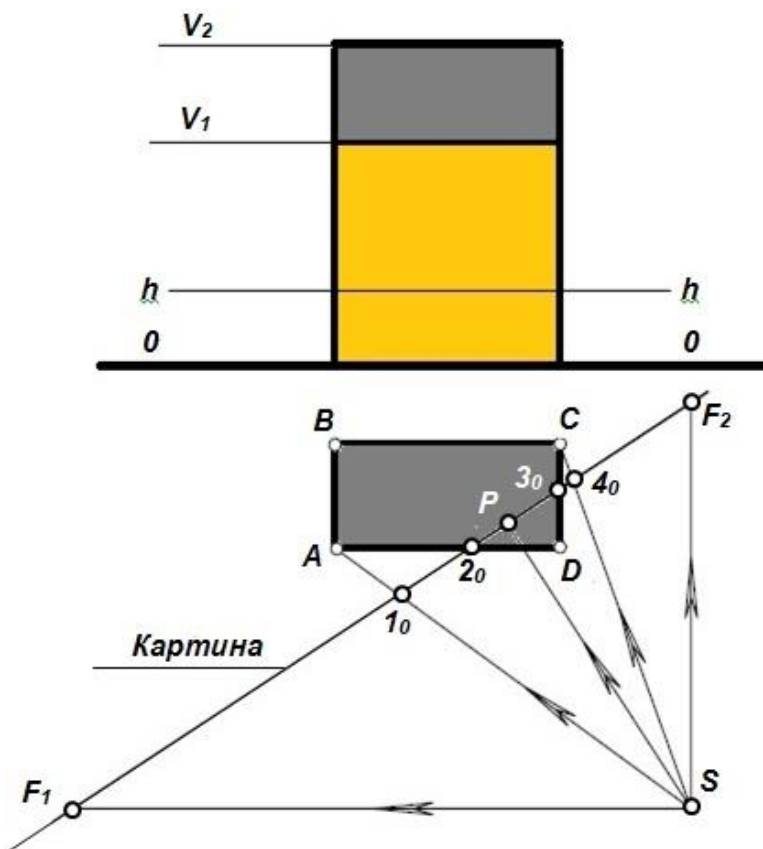


Рисунок 8.11

Побудова перспективи плану

На полі майбутньої картини будуємо лінію горизонту h і основу картини k . Відстань між прямими h і k дорівнює висоті лінії горизонту. Зазвичай ортогональне креслення архітектурного об'єкта подається у малому масштабі, тому **перспективу об'єкта** збільшують у декілька разів відносно цього креслення. При цьому задається **масштаб картини** відносно ортогонального креслення. Наприклад, якщо вибраний масштаб картини **5:1**, то на картині відстань від основи k до лінії



горизонту h буде у п'ять разів більше, ніж на розмітці плану і фасаду.

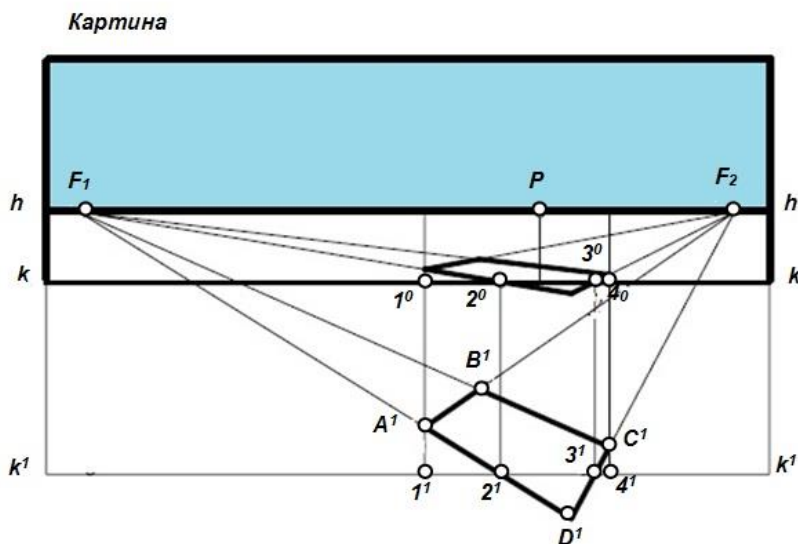


Рисунок 8.12

Накресливши у вибраному масштабі лінію горизонту і основу картини, переносимо на картину характерні точки. Передусім, відмічаємо на лінії горизонту головну точку картини P і точки сходу F_1, F_2 основних напрямів плану (рис. 8.12). Відстані від головної точки до точок сходу «знімаємо» із розміченого плану (рис. 8.11), збільшуючи їх відповідно до вибраного масштабу картини. Точки $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$ переносимо на основу картини k , не забуваючи збільшувати відстань між ними у відповідності із масштабом.

Знайдених точок цілком вистачає, щоб на картині побудувати перспективу плану будівлі (рис. 8.12). Через точки 2 і 3 бічні сторони плану йдуть у свої точки сходу F_1, F_2 . Кутові точки плану визначаються на перетині бічних сторін із радіальними прямими $s-1_0$ і $s-4_0$ (ці радіальні прямі



зображуються на картині вертикальними відрізками, що йдуть із точок 1_0 і 4_0).

Метод «опущеного плану»

Якщо вибрана низька точка спостереження, то на картині відстань між лінією горизонту h і основою картини k зображується невеликою. План, розташований на цій вузькій смужці, буде сприйматися «зім'ятим». Характерні кутові точки плану, відповідно визначаються із похибкою (на перетині прямих, що проходять під гострим кутом одна до одної).

Щоб точніше побудувати характерні точки плану, основа картини k разом із відміченими на ній точками $1^0, 2^0, 3^0, 4^0$ «опускають» вниз на довільну відстань до положення k^1 (рис. 8.12). Отримуємо опущений план, на якому кутові точки A^1, B^1, C^1, D^1 визначаються набагато точніше (план ніби «розкривається»). Потім по вертикальних лініях зв'язку повертаємо кутові точки A^1, B^1, C^1, D^1 із опущеного плану на справжній план споруди.

При побудові архітектурних перспектив може також використовуватися **піднятий план**. При цьому предметну площину із нанесеним на неї планом подумки піднімають угору на довільну висоту. Основу картини із відміченими на ній характерними точками зображають вище за лінію горизонту. У цьому випадку глядач буде бачити план «із низу до верху».



8.3 Методи побудови перспективи

Метод «бічної стіни»

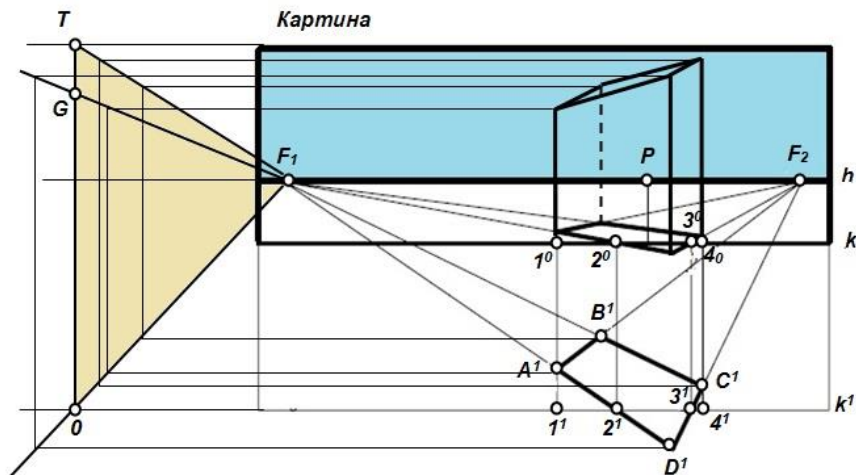


Рисунок 8.13

На рис. 8.13 показана у перспективі допоміжна площина OTF_1 (прямокутна «бічна стіна»), передня сторона $O-G-T$ якої поєднана із картинною площиною. Верхня TF_1 і нижня OF_1 горизонтальні сторони бічної стіни сходяться у довільній точці, наприклад, F_1 на лінії горизонту. Сторона OT знаходиться на картинній площині, тому на ній відкладають у натуральну величину (враховуючи масштаб) висотні відмітки OG і OT .

Тонкими лініями (рис. 8.13) показана побудова висот для кутових точок плану. Застосування бічної стіни дозволяє звільнити перспективу від допоміжних побудов, виносячи їх, практично, за межі рамки картини.



Побудова перспективи із однією або двома точками сходження

На рис. 8.12 показана перспектива, яка побудована із використанням двох точок сходження. Точки сходження F_1 , F_2 характерних напрямів плану (ширини і глибини) знаходяться у межах картини. У цьому випадку говорять, що перспектива побудована за двома доступними точками сходження.

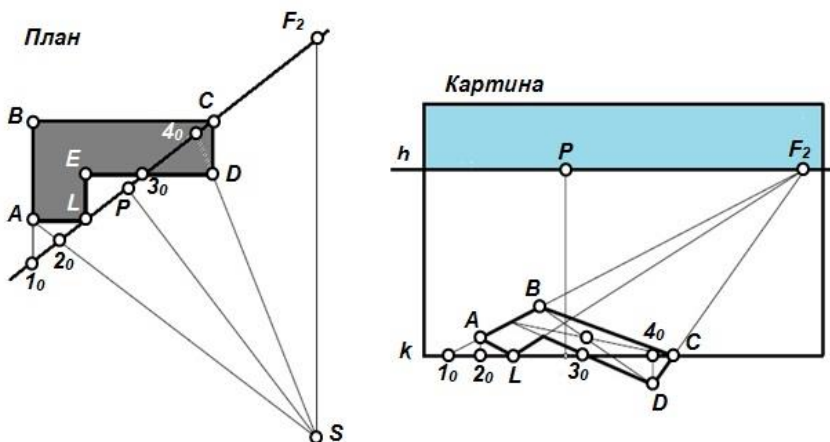


Рисунок 8.14

Наявність доступних точок сходження значно спрощує побудову перспективи. Проте найчастіше в межах картини знаходиться точка сходження тільки одного, якого-небудь, характерного напрямку плану. У цьому випадку будують перспективу за **однією доступною точкою сходження** (рис. 8.14).

На рис. 8.14 показані план об'єкта, картинна площина і точка зору. Точка сходження F_2 бічних сторін плану знаходиться на картині (доступна).

Точку сходження фронтальних сторін використати не вдається. Вона розташовується далеко за межами картини і на плані не показана. У цій ситуації перспективу кутових точок



плану знаходять як точку перетину перспектив двох яких-небудь допоміжних прямих, що проходять через цю точку. Наприклад, точка A на рис. 8.14 побудована як перетин радіальної прямої $S-2_0$ із бічною стороною $B-1_0$. Точка B знайдена за допомогою діагоналей прямокутника.

Слід зазначити, що **побудова перспективи із двома точками сходження, із однією точкою сходження або взагалі без точок сходження - принципово нічим не відрізняється**. Наявність доступних точок сходження усього лише спрощує практичні побудови. Відсутність точок сходження у межах креслення не є істотною перешкодою до формування будь-якого перспективного зображення.

Приклад побудови перспективи арки методом архітекторів

На рис. 8.15 показана побудова перспективи арки із використанням опущеного плану і бічної стіни. На картині проведений слід 1_0-7_0 площини опущеного плану і на цей слід перенесені характерні точки $1_0, 2_0, 3_0, 4_0, 5_0, 6_0, 7_0$ зняті із ортогонального плану. Точки $1_0, 2_0$ і 7_0 отримані на перетині продовжених сторін плану із картиною. На лінії горизонту відмічена точка сходу F_2 бічних сторін плану (побудова перспективи за однією точкою сходу).



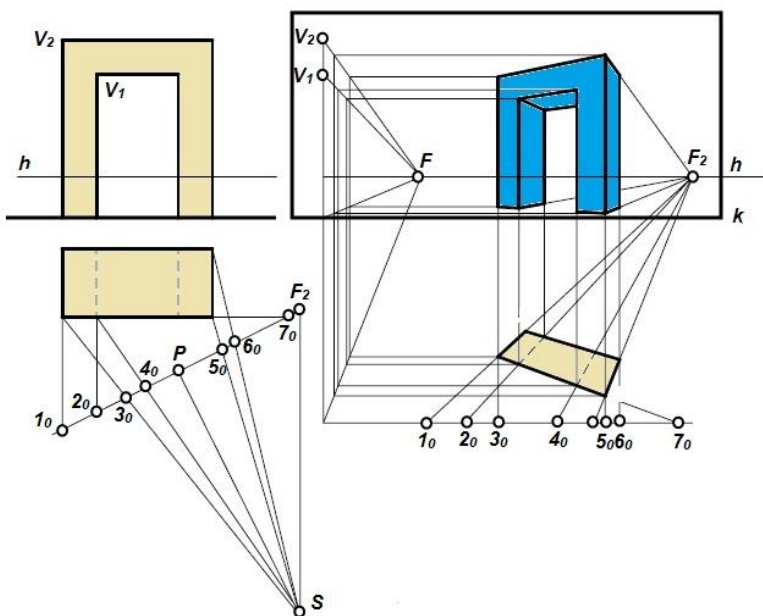


Рисунок 8.15

Питання для самоконтролю до восьмого розділу:

1. Що називається перспективою?
2. Назвіть основні компоненти апарату перспективи.
3. Що називається лінійною перспективою?
4. Що називається головною точкою та дистанційними точками картини?
5. Як зображуються паралельні прямі у перспективі?
6. Як будується перспектива кола?
7. Як будується перспективна сітка?
8. У чому полягає суть метода архітекторів?
9. У чому полягає суть методу опущеного плану?
10. Для чого використовується метод бічної стіни?
11. Як будувати перспективу фігури за однією точкою сходження?



9 Побудова тіней у перспективі

Реалістичність перспективного зображення залежить не лише від відповідності вибраної точки спостереження умовам дійсного сприйняття, але й від правильної передачі на зображенні реальної освітленості, тобто від побудови тіней заданого об'єкта.

Побудова тіней у перспективі та аксонометрії мало чим відрізняється. Так само, як і в аксонометрії, для побудови тіней у перспективі необхідно мати дві проекції - перспективу світлового променя і його вторинну проекцію.

Але оскільки в основі перспективи лежить центральне а не паралельне проєціювання, як у аксонометрії, то променеві прямі, а також їх проекції мають у перспективі свої точки сходження. При цьому точки сходження вторинних проекцій променів будуть знаходитися на лінії горизонту, оскільки джерело світла (сонце) вважається віддаленим у нескінченність.

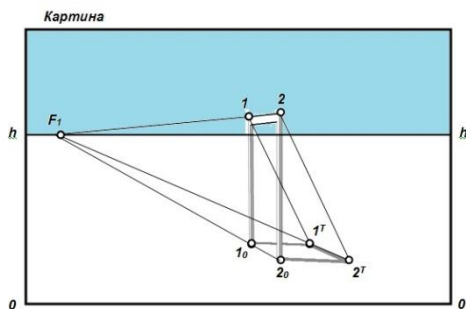


Рисунок 9.1

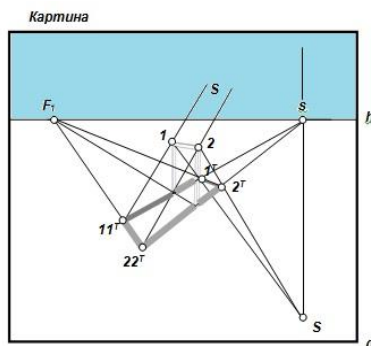


Рисунок 9.2

В залежності від напрямку променів і положення джерела світла відносно глядача і картини можливі декілька схем побудови тіней.



Наприклад, на рис. 9.1 промені світла паралельні картинній площині, отже вони зображуються і на перспективі паралельними, а вторинні їх проекції - паралельними основі картини.

На рис. 9.2 сонце знаходиться позаду глядача, ліворуч та перед глядачем, праворуч. При цьому точка сходження проекцій променів s розташована на горизонті, а точка сходження самих променів (перспектива сонця S) — нижче або вище горизонту, на одній вертикалі із точкою s .

На практиці, під час побудови тіней у перспективі найчастіше застосовують напрямок променів світла, які паралельні картинній площині

Відмітимо, що закономірності побудови тіней в ортогональних проекціях, встановлені раніше, як правило зберігаються і у процесі побудови тіней у перспективі, тому розглянемо тільки декілька характерних прикладів побудови тіней.

Тінь точки

Тінню точки, що падає на площину або поверхню, є точка перетину світлового променя, що проходить через цю точку, із площиною або поверхнею. Тому побудова тіні точки зводиться до вирішення основної позиційної задачі на побудову точки перетину прямої із площиною або поверхнею. Тінь точки 1 на предметній площині (рис. 9.1) визначається як точка перетину перспективи променя $1-1^T$, що проходить через цю точку, із вторинною проекцією 1_0-1^T променю.

Побудова тіней групи призматичних тіл

Напрямок променів (рис. 9.3) задано перспективами променів S і їх вторинних проекцій s . Грані призм, що знаходяться у власній тіні, визначають за допомогою вторинних проекцій променів, проведених на предметній площині. Тіні від вертикальних ребер - спрямовані у точку сходження вторинних проекцій променів. Тіні від горизонтальних ребер будуть «паралельні» цим ребрам, а отже, точкою сходження їх перспектив буде точка сходження F_2 .



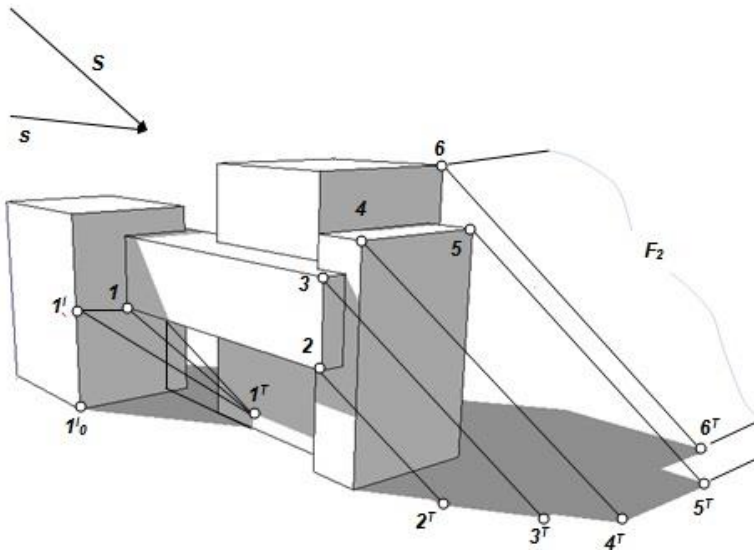


Рисунок 9.3

Тінь точки **1** може бути побудована як точка перетину світлового променя із вертикальною гранню призми за допомогою допоміжної променевої січної площини. Вона перетне предметну площину по вторинній проекції $1^T - 1^T_0$, а грань призми - по вертикалі. Перетин світлового променя із лінією перерізу визначить падаючу тінь 1^T точки **1**.

Питання для самоконтролю до дев'ятого розділу:

1. Чим відрізняється побудова тіней в аксонометрії та перспективі?
2. Із яких умов вибирається освітлення при побудові тіней фігур у перспективі?
3. У чому специфіка побудови падаючих тіней елементів геометричних тіл на поверхні у перспективі?



10 Побудова планувальних перспектив способом сітки

Цей спосіб є різновидом координатного способу побудови перспективи. Він також заснований на застосуванні перспективних масштабів. Спосіб сітки застосовують під час побудови «планувальних» перспектив із високим горизонтом, проєктуючи містобудівні і промислові об'єкти, розташовані на значній території.

Після вибору точки спостереження (рис. 10.1) на вихідний план об'єкта наносять сітку фронтально розташованих квадратів зі стороною вибраного масштабу. По боках сітки ставлять буквені й цифрові позначення клітинок. На фасаді відзначають розміри висот об'єктів.

Перспективну сітку будують за допомогою дистанційної точки або дробової дистанційної точки $D_1/2$, як у пропонуваному прикладі.

На перспективному зображенні від головної точки P на лінії горизонту відкладена величина дистанції d (рис. 10.2). Перетин прямої $5-e$, проведеної у точку $D_1/2$, із прямими сітки, що йдуть у головну точку картини, визначить положення ліній сітки (через одну), паралельних основі картини.

Щоб визначити місце розташування проміжних прямих сітки, потрібно провести другу пряму через середину будь-якої фронтальної сторони квадрата. Визначивши положення точок на плані щодо сторін клітин, їх наносять на перспективну сітку за допомогою інтерполювання на око на поздовжніх лініях сітки та графічного кутового масштабу на поперечних лініях. Поєднавши побудовані точки прямими або кривими лініями, отримують вторинну проєкцію об'єкта.

Перспективу висот можна побудувати, використовуючи допоміжну вертикальну площину із горизонталями, що йдуть у головну точку картини, або використовуючи клітинки сітки як



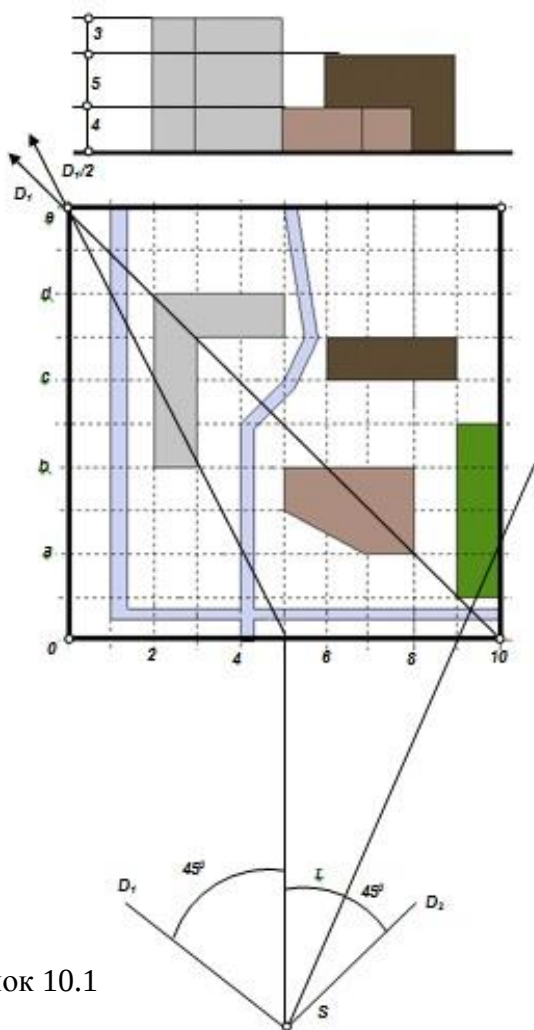


Рисунок 10.1

перспективну масштабну шкалу (рис. 10.3), відкладаючи потрібну величину від вторинної проєкції точки паралельно



поперечним лініям сітки аналогічно способу суміщених висот.

Картина

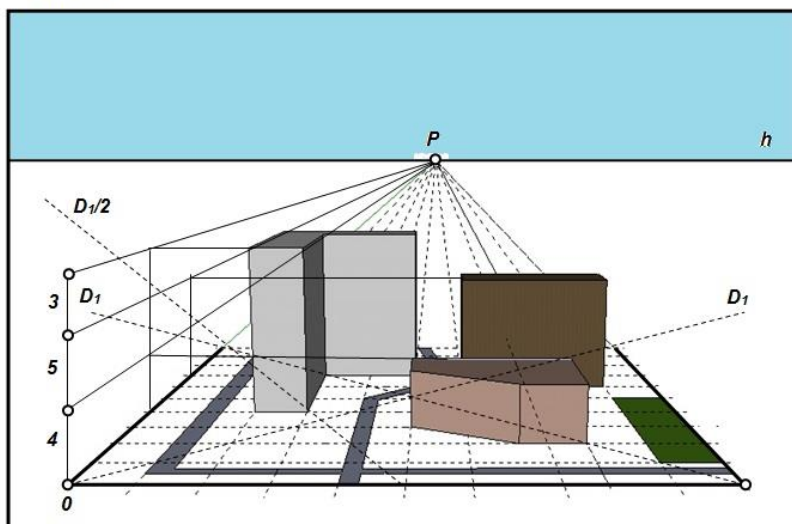


Рисунок 10.2

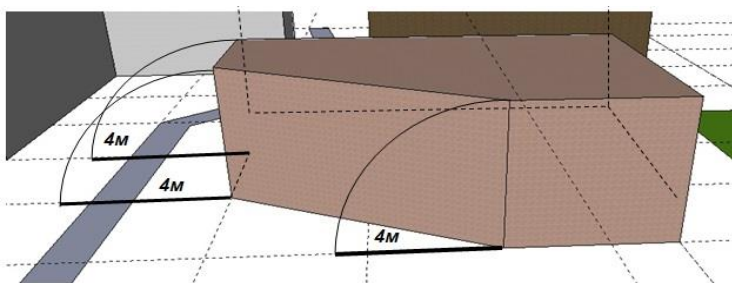


Рисунок 10.3

У процесі побудови вторинних проекцій точок і перспективи висот необхідно враховувати позначки відповідної ділянки рельєфу місцевості - величину перевищення основ точок над умовною площиною, прийнятою за нульову.



Питання для самоконтролю до десятого розділу:

1. Коли для побудови перспективи застосовується спосіб сітки?
2. Як визначаються висоти об'єктів при побудові перспективи методом сітки?
3. Для чого використовується сітка у перспективі?



11 Перспектива інтер'єру

Інтер'єром називається внутрішній вигляд приміщення в цілому або його окремих частин. При побудові зображення інтер'єру використовують як фронтальну, так і кутову перспективу.

Якщо картинна площина вибрана паралельно фронтальній стіні, то отримуємо фронтальну перспективу інтер'єру. Якщо картинна площина розташована під деяким кутом до основних стін, то отримуємо кутову перспективу.

Зазвичай фронтальну перспективу вибирають, якщо потрібно показати інтер'єр усього приміщення в цілому, а кутову - для демонстрації якої-небудь частини інтер'єру.

Фронтальна перспектива інтер'єру

Фронтальна перспектива відрізняється простотою побудови і широко застосовується при побудові інтер'єрів.

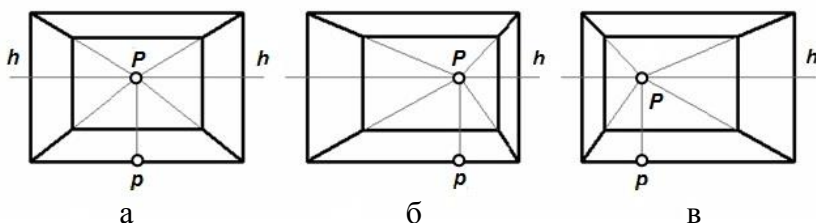


Рисунок 11.1

При побудові композиції інтер'єру головну точку картини можна розташовувати на лінії горизонту по-різному.

Якщо точка P знаходиться в центрі картини на її головній лінії $P-p$, то зображення на кресленні називається **центральною фронтальною перспективою** (рис. 11.1а). Коли головна точка картини P зміщується від головної лінії $P-p$ вправо (рис. 11.1б), або вліво (рис. 11.1в), перспективне зображення на картині називається **бічною фронтальною перспективою**.



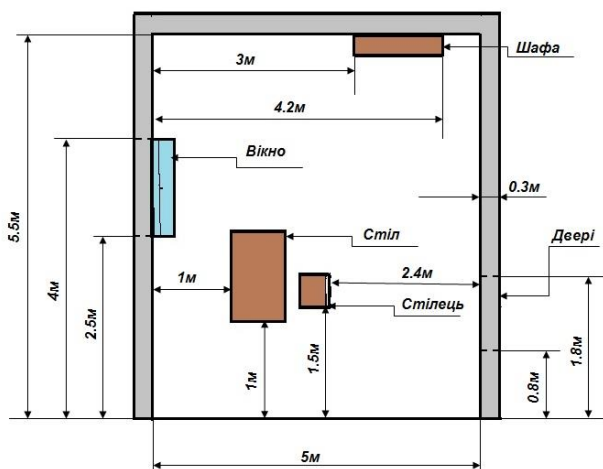


Рисунок 11.2

На рис. 11.2 задано план кімнати із нанесеними розмірами. Площа кімнати $5 \times 5.5 = 27.5 \text{ м}^2$, її висота 3 м . Двері знаходиться на правій стіні, висота - 2.2 м . Вікно розташоване на лівій стіні. Розміри вікна задано на рис. 11.2 і 11.3. У кімнаті розташовані: стіл $0.9 \times 1.2 \text{ м}$, стілець $0.4 \times 0.4 \text{ м}$ та шафа $2.2 \times 1.2 \times 0.4 \text{ м}$, що розміщена біля фронтальної стіни.



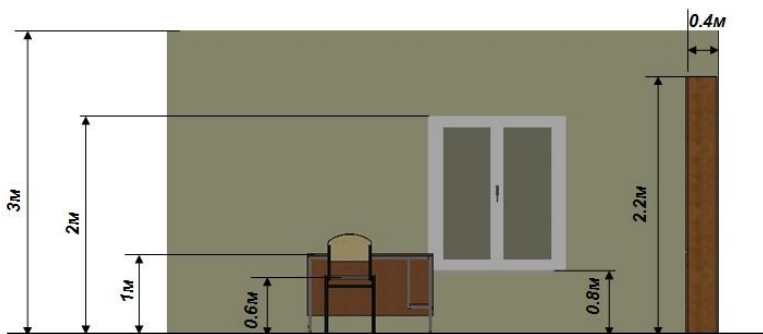


Рисунок 11.3

Побудову ведемо у наступній послідовності (рис. 11.3):

- проводимо горизонтальну пряму **kk**, яку будемо вважати основою картини. Нижче основи картини наносимо лінійний масштаб, поділ якого умовно дорівнює **1м**;

- будуємо рамку картини: від точки **0** вправо відкладаємо п'ять відрізків лінійного масштабу, що дорівнює ширині кімнати - **5м**; вгору відкладаємо висоту кімнати **3м**;

- проводимо лінію горизонту **hh** на висоті **1,5-1,7м** від основи картини, так як цей розмір приблизно відповідає рівню очей людини середнього зросту. Точка **P** буде розташовуватися у центрі картини;

- визначаємо допустимий кут зору, для чого вибираємо на лінії горизонту точку **D₁**, віддалену від точки **P** наближено на **2/3-1** діагоналі картини;

- за допомогою перспективних масштабів будуємо перспективу кімнати;

- на підлозі, із використанням дистанційної точки, будуємо перспективну сітку глибинних масштабів;

- заповнюємо приміщення кімнати всіма необхідними елементами (вікно, двері) та предметами меблів (рис. 11.4).



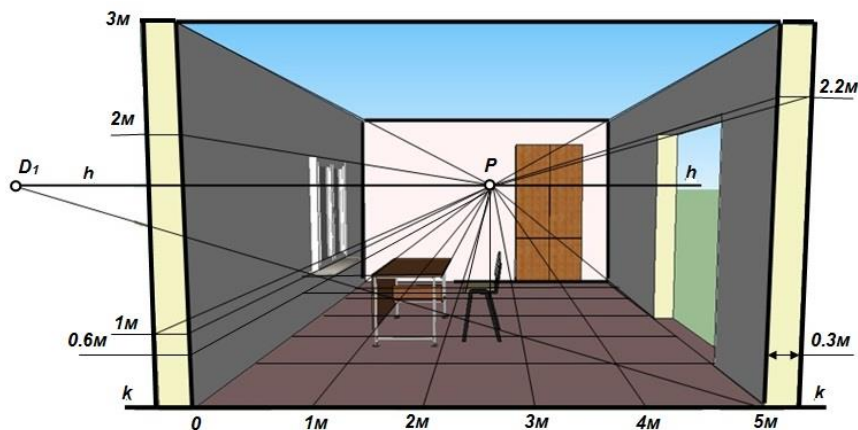


Рисунок 11.4

Кутова перспектива інтер'єру

Перспектива кута кімнати будується за допомогою перспективних масштабів і масштабних точок N_1 і N_2 . На рис. 11.5 наведена послідовність побудови перспективи кута кімнати.

Проводимо лінію горизонту і визначаємо на картині положення точки P . Оскільки права стіна повинна бути трохи більше лівої, то лінію перетину стін (вертикальну пряму) проводимо лівіше середини картини і точки P .

Проводимо будь-яку пряму, наприклад, основу лівої стіни (плінтус). Ця пряма буде перетинатися із лінією горизонту у точці F_2 . Визначаємо положення точки сходження F_1 . Точка F_1 буде точкою сходження основи для правої стіни.

Висоту стелі визначаємо за масштабом висот. Маючи дві точки сходження F_1 і F_2 , будуємо лінії стін і стелі. Для зручності побудови перспективи елементів кімнати та меблів підлогу кімнати розбиваємо на квадратні метри, використовуючи для цього масштабні точки N_1 і N_2 .



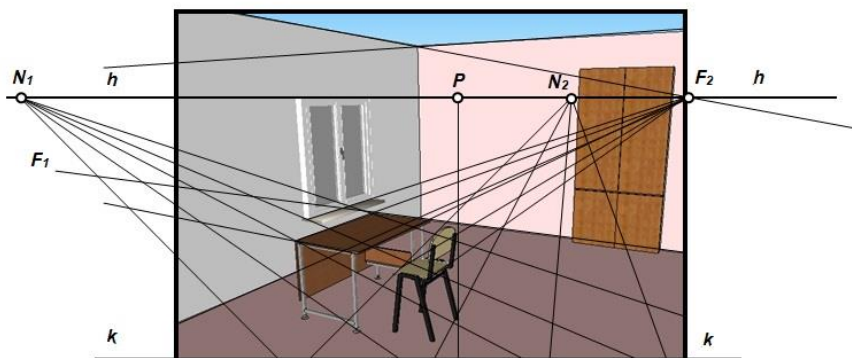


Рисунок 11.5

Всі прямі елементів кімнати, які паралельні лівій стіні, будуть спрямовані у точку сходження F_2 , а прямі, паралельні правій стіні – у точку сходження F_1 . Таким чином вибудовуємо перспективу всіх потрібних елементів (рис. 11.5).

Питання для самоконтролю до одинадцятого розділу:

1. Що називається інтер'єром?
2. Що таке фронтальна перспектива інтер'єру?
3. Що називається кутовою перспективою інтер'єру?



ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Бовкун С.А. Лінійна перспектива: навч. посібник / С.А. Бовкун.- Запоріжжя: ЗНТУ, 2017.- 115с.
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. Учеб. для вузов. - 3-е издание, перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1985. - 288 с.
3. Боголюбов С.К. Черчение. – М. 1989– 333 с.
4. Графіка-креслення : навч. посібник / О. В. Кашенко та ін. — Київ: КНУБА, 2015. — 158 с.
5. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. Сборник стандартов. – М., 1984. – 240 с.
6. Михайленко В.Є., Найдис В.М., Підкоритов А.М., Скидан І.А.. Інженерна та комп'ютерна графіка: Підручник. За ред. В. Є. Михайленка. - К.: Вища шк., 2000. – 342 с.
7. Михайленко В.Є., Євстифеев М.Ф., Ковальов С.М., Кашенко О.В. Нарисна геометрія. - К.: Вища шк., 1993 - 271 с.
8. Островський О. Інженерне креслення з додатком основ комп'ютерного креслення (CAD). - Львів.: Оксарт. 1998 - 184 с.
9. Пустюльга С.І., Клак Ю.В., В.Р.Самостян Нарисна геометрія. Навчальний посібник.- Луцьк.: ЛНТУ. 2010 – 112 с.
10. С.Пустюльга, Ю.Клак, В.Самостян. Електронний навчальний посібник з дисципліни: «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка» (Розділ "Інженерна графіка"), Луцьк-2010.
11. С.Пустюльга, Ю.Клак Електронний навчальний посібник з дисципліни: „Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка” (Розділ "Нарисна геометрія"), Луцьк-2008.
12. С.І.Пустюльга, Ю.В.Клак Методичні вказівки до самостійної роботи з розділу “Інженерна графіка”. - Луцьк: ЛДТУ, 2004. - 108с.



13. С.І.Пустюльга, Ю.В.Клак. Методичні вказівки до практичних занять з розділу “Інженерна графіка”. Луцьк: ЛДТУ, 2004. - 92с.

14. С.І.Пустюльга, В.Р. Самостян, Ю.В.Клак. Конспект лекцій з дисципліни “Нарисна геометрія та основи інженерної графіки”. - Луцьк: ЛНТУ, 2011. - 124с.

15. Пустюльга С.І., Самостян В.Р. Нарисна геометрія та основи інженерної графіки: Навчальний посібник/ – Луцьк: Вежа, 2014. – 260 с.

16. Пустюльга С.І., Самостян В.Р. Машинобудівне креслення: Навчальний посібник/ – Луцьк: Вежа, 2015. – 275 с.

17. Радченко А. О. Основи архітектурної графіки: навч. посібник / А. О. Радченко, О. Ю. Усачова; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 248 с.

18. Строительное черчение: учебник для вузов / В. П. Каминский; под общ. ред. О В. Георгиевского. — М.: ООО Издательство «Архитектура-С», 2007. — 456 с., ил.

19. Справочник. Архитектурное черчение: / Д. И. Ткач, Н. Л. Русскевич, П. Р. Ниринберг, М. Н. Ткач; под ред. Д. И. Ткача. — Киев: Будивельник, 1991. — 272 с.



ДОДАТКИ



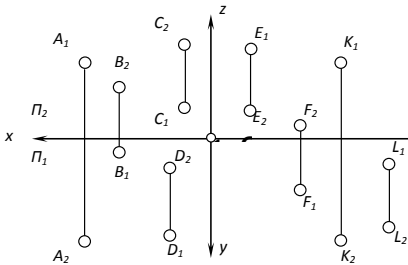
12 Типові тестові задачі для аудиторних та контрольних робіт

(До розділів «Нарисна геометрія»)

1. Яке твердження лежить в основі прямокутного проєціювання?
- А – центр проєціювання – власна точка, проєціюючі промені – прямі лінії, поверхня зображення – площина;
 - В – центр проєціювання – невласна точка, проєціюючі промені – прямі, перпендикулярні до площини зображення;
 - С – центр проєціювання – власна точка, проєціюючі промені – прямі лінії, поверхня зображення – циліндрична поверхня;
 - Д – центр проєціювання – невласна точка, проєціюючі промені – криві лінії, поверхня зображення – площина;
 - Е – центр проєціювання – невласна точка, проєціюючі промені утворюють гострий кут з площиною проєкцій.
2. Відрізок прямої проєціюється на площину проєкцій в натуральну величину, якщо:
- А – при центральному проєціюванні відрізок перпендикулярний до площини проєкцій;
 - В – при центральному проєціюванні відрізок паралельний до площини проєкцій;
 - С – при паралельному проєціюванні відрізок паралельний до площини проєкцій;
 - Д – при паралельному проєціюванні відрізок перпендикулярний до площини проєкцій;
 - Е – при паралельному проєціюванні відрізок знаходиться під кутом до площини проєкцій.

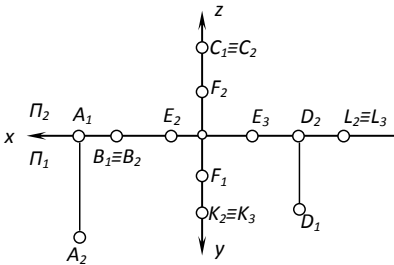


3. Яка із вказаних точок знаходиться у 2-ому октанті?; у 5-ому?; у 8-ому? Назвати варіант відповіді.



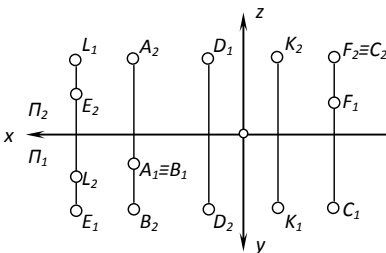
A – точка **A**;
 B – точка **C**;
 C – точка **K**;
 D – точка **L**;
 E – точка **B**.

4. Яка із вказаних точок належить відповідній площині проекцій: горизонтальній, фронтальній? відповідній координатній осі: Ox , Oz ?



A – точка **D**;
 B – точка **A**;
 C – точка **B**;
 D – точка **L**;
 E – точка **C**.

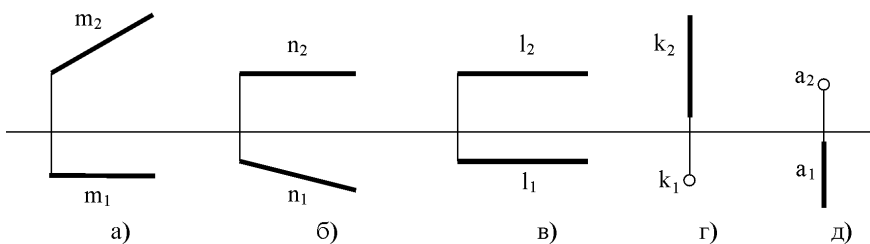
5. Які із вказаних точок симетричні одна одній відносно: горизонтальної площини проекцій?; координатної осі Ox ?



A – точка **D** і **K**;
 B – точка **A** і **B**;
 C – точка **A** і **K**;
 D – точка **L** і **E**;
 E – точка **C** і **F**.



6. На якому рисунку зображена фронтальна пряма рівня?



A – г;

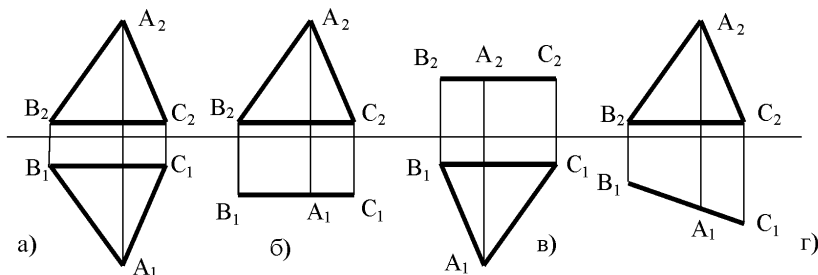
B – в;

C – а;

D – б;

E – д.

7. На якому рисунку зображена горизонтальна площина рівня?



A – г;

B – в;

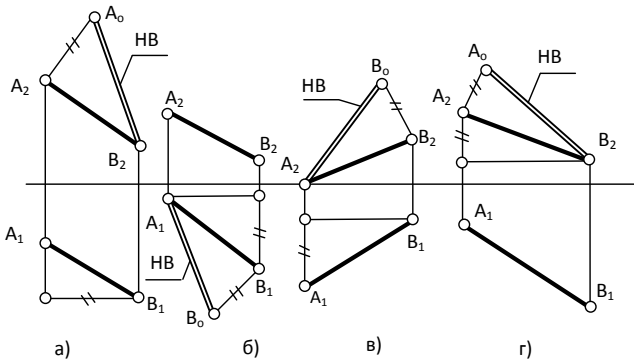
C – а;

D – б;

E – д і а.

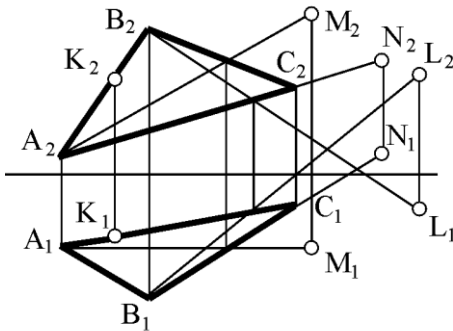


8. На якому рисунку правильно визначена натуральна величина (Н.В.) відрізка AB ?



А – г;
В – в;
С – а;
D – б;
Е – г і б.

9. Яка з вказаних точок належить заданій площині ABC ?



А – точка A ;
В – точка A і M ;
С – точка A, B, M і L ;
D – точка A, B, C і M ;
Е – точка N, K, C .

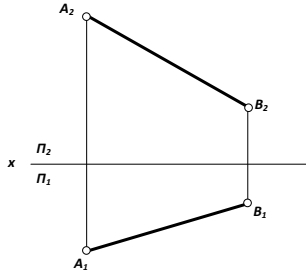
10. Для того, щоб перетворити в точку відрізок прямої загального положення AB способом заміни площин проекцій, треба:

А – виконати одне перетворення, вибравши нову вісь перпендикулярно до горизонтальної проекції A_1B_1 ;

В – провести першу нову вісь перпендикулярно до горизонтальної проекції відрізка, а потім другу паралельно одержаній проекції;



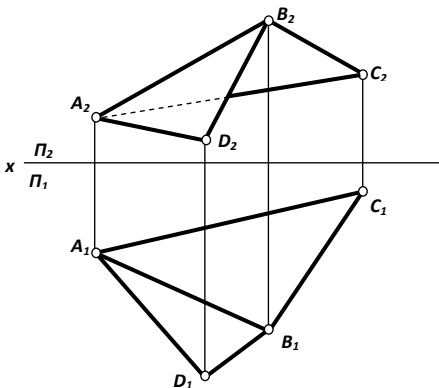
С – провести першу нову вісь перпендикулярно до фронтальної проекції A_2B_2 , а потім паралельно одержаній проекції;



Д – виконати одну заміну площин проекцій, вибравши нову вісь перпендикулярно до фронтальної проекції A_2B_2 ;

Е – першу вісь вибрати паралельно одній з проекцій відрізка, а другу – перпендикулярно до одержаної натуральної величини відрізка.

11. Для визначення натуральної величини двогранного кута необхідно:



А – грань ABD повернути в проєціююче положення;

В – грань ABC повернути в проєціююче положення;

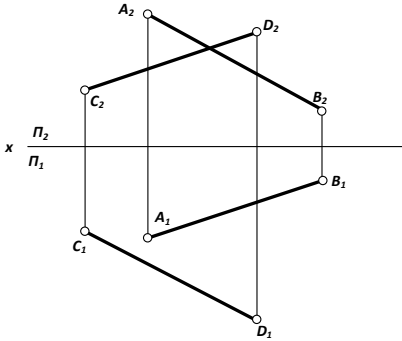
С – ребро AB повернути в проєціююче положення;

Д – ребро AC повернути в проєціююче положення;

Е – ребро AD повернути в проєціююче положення.

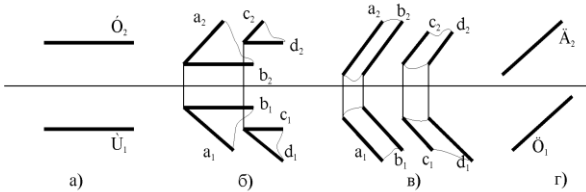


12. Для визначення відстані між двома мимобіжними прямими необхідно:



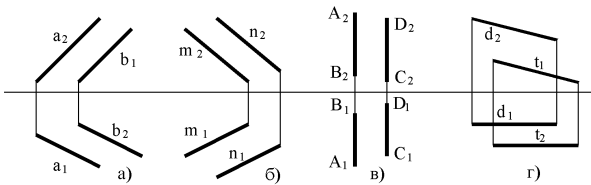
А – поставити відрізок **AB** в проєціююче положення;
 В – поставити відрізок **CD** в проєціююче положення;
 С – поставити відрізок **AB** або **CD** в проєціююче положення;
 D – знайти натуральну величину відрізка **AB**;
 Е – знайти натуральну величину відрізка **CD**.

13. На якому рисунку зображені дві паралельні площини?



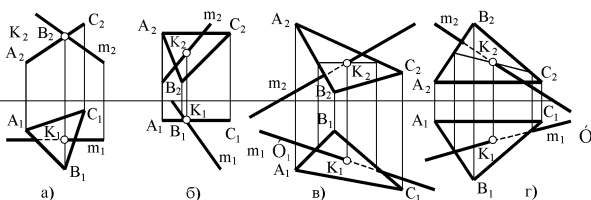
А – г;
 В – в;
 С – а;
 D – б;
 Е – г і в.

14. На якому рисунку зображені дві паралельні прямі?



А – г;
 В – а, в;
 С – а, б, г;
 D – б;
 Е – г, б.

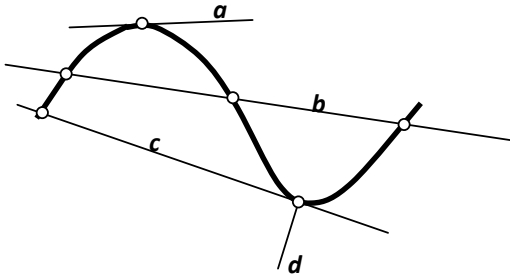
15. На якому рисунку правильно побудована точка **K** перетину прямої **m** з площиною **ABC** з визначенням видимості елементів?



А – г;
 В – в;
 С – а і б;
 D – б;
 Е – а і в.

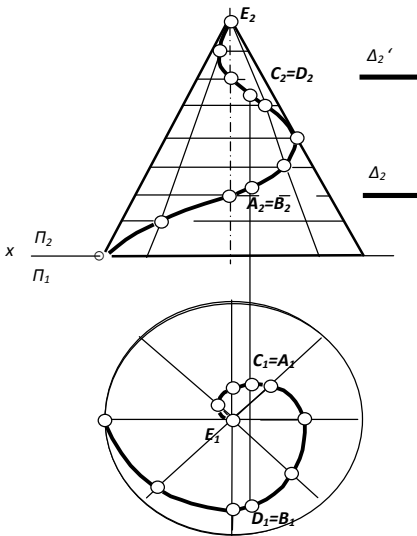


16. Які з зображених на рисунку прямих є дотичними до плоскої кривої?



- A – d;
- B – c;
- C – b;
- D – a;
- E – a і c.

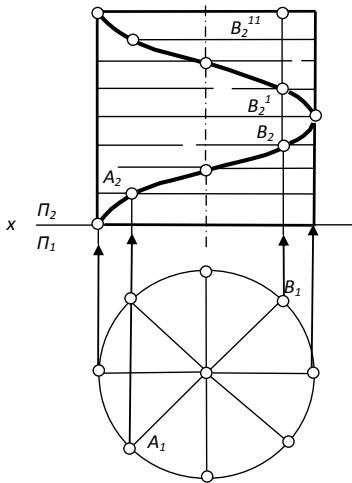
17. Які з позначених на рисунку точок належать конічній гвинтовій лінії?



- A – A, B, C і D;
- B – A, D і E;
- C – Усі точки;
- D – E;
- E – C, B, і E.



18. Точки A і B належать циліндричній гвинтовій лінії. Які з точок (A_2, B_2, B_2^1 і B_2^{11}) можуть бути фронтальними проекціями точок A і B ?



- А – Тільки B_2^1 ;
 В – Усі точки;
 С – B_2^{11} ;
 D – A_2 і B_2^1 ;
 Е – B_2 .

19. Мінімальне число трикутних граней для утворення замкнутого багатогранника становить:

- А – три;
 В – чотири;
 С – п'ять;
 D – шість;
 Е – два.

20. Які правильні багатокутники можуть бути перерізами прямої призми на квадратній основі?

- А – трикутник і квадрат;
 В – тільки квадрат;
 С – трикутник, квадрат і п'ятикутник;
 D – квадрат і шестикутник;
 Е – трикутник, квадрат і шестикутник.

21. Якщо з'єднати відрізки прямих центри граней куба, то утвориться:

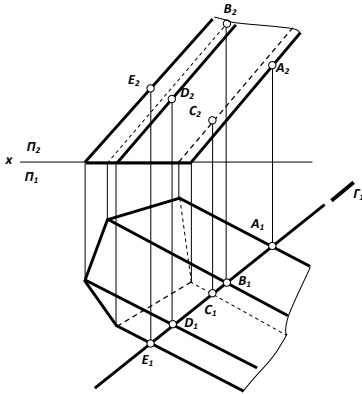
- А – куб;
 В – тетраедр;
 С – додекаедр;



D – ікосаедр;

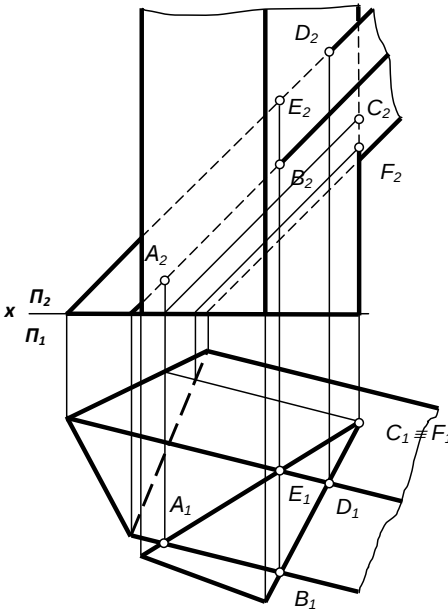
E – октаедр.

22. Яка з точок (A, B, C, D , або E) належить лінії перерізу призми горизонтально проєціюючою площиною Γ ?



$A - E \text{ i } D$;
 $B - A \text{ i } B$;
 $C - B$;
 $D - C \text{ i } D$;
 $E - D$.

23. Яка з позначених пар точок належить одному відрізку ламаної лінії перетину двох призм?



$A - C \text{ i } F$;
 $B - E \text{ i } F$;
 $C - E \text{ i } D$;
 $D - E \text{ i } C$;
 $E - A \text{ i } C$.



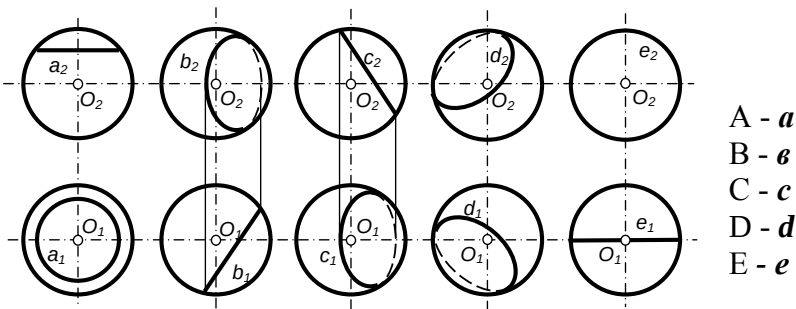
24. Яке взаємне положення займають у просторі прямолінійні твірні циліндричної поверхні?
А – довільне;
В – перетинаються у власній точці;
С – перетинаються у невластній точці;
D – є мимобіжними прямими;
Е – перетинаються у власній або невластній точці.
25. Скільки напрямних ліній має коса лінійчата поверхня?
А – завжди одну;
В – завжди дві;
С – завжди три;
D – одну, дві, або три;
Е – дві або три.
26. Яка з наведених поверхонь є розгортною?
А – поверхня однакового схилю;
В – гіперболоїд обертання;
С – коноїд;
D – циліндроїд;
Е – гіперболічний параболоїд.
27. Який рух має твірна при утворенні поверхні переносу?
А – обертання;
В – гвинтовий;
С – поступальний;
D – прямолінійно-поступальний;
Е – обертання навколо змінної осі.
28. Процес відновлення неперервної поверхні за заданим дискретним каркасом точок має назву
А – інтерполяції;
В – дискретизації;
С – апроксимації;
D – триангуляції;
Е – паркетування.



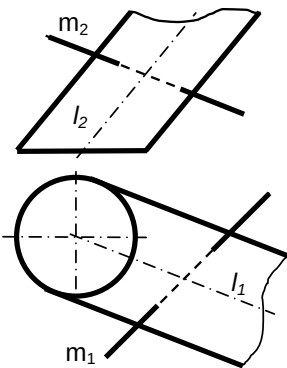
29. Перевизначення неперервної поверхні дискретною множиною точок з певним кроком має назву

- A – інтерполяції;
- B – дискретизації;
- C – апроксимації;
- D – триангуляції;
- E – паркетування.

30. Який з позначених перерізів сфери виконано фронтальною площиною?



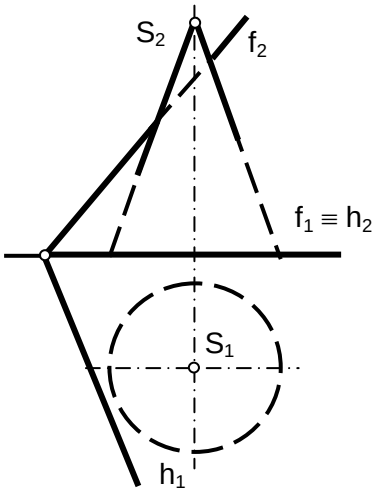
31. Який з наведених способів є найбільш доцільним для визначення точок перетину похилого циліндра з прямою m загального положення?



- A - косокутне проєціювання у напрямі m на площину Π_2 ;
- B - косокутне проєціювання у напрямі m на площину Π_3 ;
- C - косокутне проєціювання у напрямі осі l на площину Π_2 ;
- D - косокутне проєціювання у напрямі осі l на площину Π_1 ;
- E - спосіб допоміжних проєціюючих січних площин.

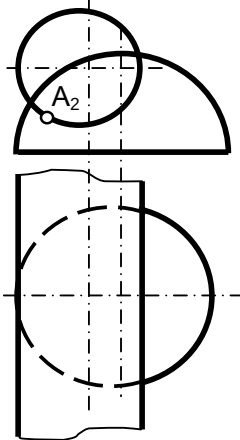


32. Яку фігуру становить лінія перетину конуса обертання площиною, що задана слідами **f** і **h**?



- A - дві прямі;
- B - еліпс;
- C - параболу;
- D - гіперболу;
- E - коло.

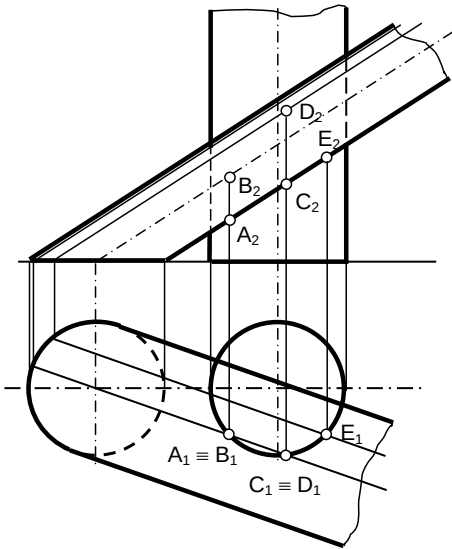
33. Яку із січних площин доцільно провести для побудови горизонтальної проекції точки **A** лінії перетину фронтально проєціюючого циліндра з півсферою?



- A - профільну;
- B - профільно проєціюючу;
- C - горизонтально проєціюючу;
- D - фронтально проєціюючу;
- E - горизонтальну.

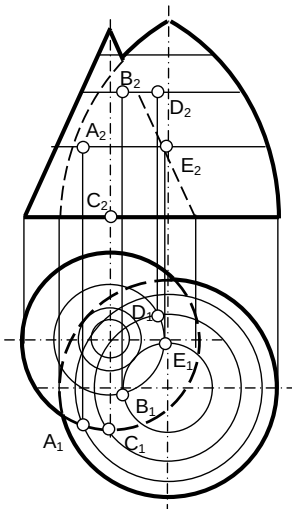


34. Яка з позначених на рисунку точок належить лінії перетину двох циліндрів?



A – *A*;
B – *B*;
C – *C*;
D – *D*;
E – *E*;

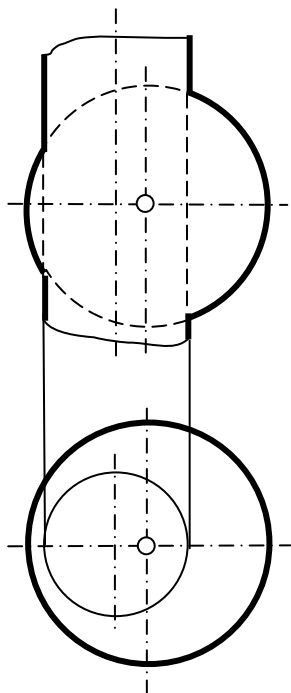
35. Яка з позначених на рисунку точок належить лінії перетину двох поверхонь обертання?



A – *A*;
B – *B*;
C – *C*;
D – *D*;
E – *E*;

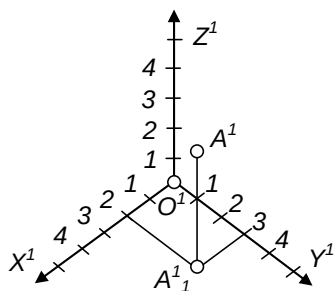


36. Що є лінією перетину циліндра обертання зі сферою?



- А – два еліпси;
 В – два кола;
 С – крива четвертого порядку;
 D – крива другого порядку;
 Е – коло та еліпс.

37. Які координати має точка A ?



- А – $x = 2; y = 1; z = 2$;
 В – $x = 2; y = 3; z = 2$;
 С – $x = 3; y = 2; z = 4$;
 D – $x = 2; y = 3; z = 4$;
 Е – $x = 4; y = 3; z = 2$.



38. Яка сукупність показників спотворення по осях відповідає прямокутній аксонометрії?

A – $p = 0.5$; $q = 1$; $r = 1.5$;

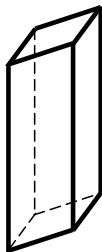
B – $p = 1$; $q = 0.5$; $r = 1$;

C – $p = 1$; $q = 1$; $r = 1$;

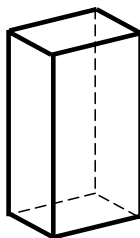
D – $p = 2$; $q = 3$; $r = 1$;

E – $p = 0.94$; $q = 0.94$; $r = 0.47$.

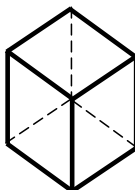
39. Які з наведених фігур можна теоретично вважати аксонометричною проекцією куба?



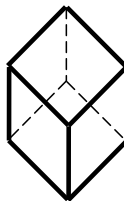
a)



б)



в)



г)

A – усі;

B – θ , φ та z ;

C – φ та z ;

D – тільки φ ;

E – тільки z .



13 Графічні роботи

Студенти, знайомлячись з матеріалом посібника, повинні практично закріпити набуті знання виконанням графічних робіт, що являють собою набір задач, розв'язаних або вручну, або за допомогою CAD систем відповідно індивідуального варіанту і оформлених з врахуванням нижче викладених вимог.

Правильність виконання студентом графічних робіт свідчить про засвоєння основних положень розділу нарисної геометрії та основ інженерної графіки і оволодіння технікою рішення задач та виконання креслеників.

13.1 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЕПЮРІВ (КРЕСЛЕНИКІВ)

Епюри повинні бути виконані згідно зі стандартами **Єдиної системи конструкторської документації** і відрізнятися виразністю, акуратністю і чіткістю графічного виконання. Якість графічного виконання кресленика має велике значення та визначається багатьма стандартами. Це необхідно враховувати студентам при виконанні креслеників. Епюри виконуються на

креслярському папері формату А3 (420x297 мм). На кожному форматі, відповідно ДСТУ 2.301-68, проводяться лінії рамки (рис. 13.1). В правому нижньому куті формату міститься основний напис (кутовий штамп).



Рисунок 13.1

Усі кресленики оформляють із основним написом відповідно ДСТУ 2.104-68, розміри якого 55x185 мм (рис. 13.2).



Графи основного напису заповнюються шрифтом № 3,5 та № 5. Напис літер та цифр повинен відповідати ДСТУ 2.304-81.

Умови задач, усі геометричні побудови виконуються за допомогою креслярських інструментів, олівцем, спочатку



Рисунок 13.2

тонкими лініями (0,5 мм), а потім лінії видимого контуру обводять суцільною основною лінією товщиною 0,7 - 0,8 мм, лінії невидимого контуру - штриховою 0,5 мм, всі інші тонкі - 0,5 мм. Висота цифр повинна бути не менше 3,5 мм. На виконаних епюрах необхідно зберегти лінії побудови і нанести позначення точок, ліній, площин. Епюри повинні бути виконані за розмірами, зазначеними у завданнях, у заданих масштабах.

13.2 ОСНОВНІ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНЬ

Формати

Кресленики виконують на листах паперу певного розміру (формату). ДСТУ 2.301-68 встановлює формати листів креслеників і інших документів, передбачених стандартами на конструкторську документацію.

Формат листа визначається розміром зовнішньої рамки, виконуваної тонкою лінією. Внутрішня рамка проводиться



суцільною основною лінією на відстані 20 мм від лівої сторони зовнішньої рамки і на відстані 5 мм від решти сторін.

Формати поділяються на **основні** та **додаткові**. До основних форматів відносять формат із розмірами сторін 1189Х841 мм (площа 1 кв.м.), інші формати, отримані шляхом послідовного поділу попереднього основного формату на дві рівні частини – лінією, паралельною меншій стороні попереднього формату. Розміри сторін формату площею 1 кв.м. вибрані так, щоб при поділі навпіл більшої сторони формату виходив прямокутник, подібний початковому. Додаткові формати утворюються збільшенням коротких сторін основних форматів в n раз, де n – ціле число.

Позначення основних форматів складається із букви **А** і арабської цифри від 0 до 4. Позначення додаткових форматів складається із позначення основного формату і його кратності. Розміри основних форматів наведені на (рис. 13.3).

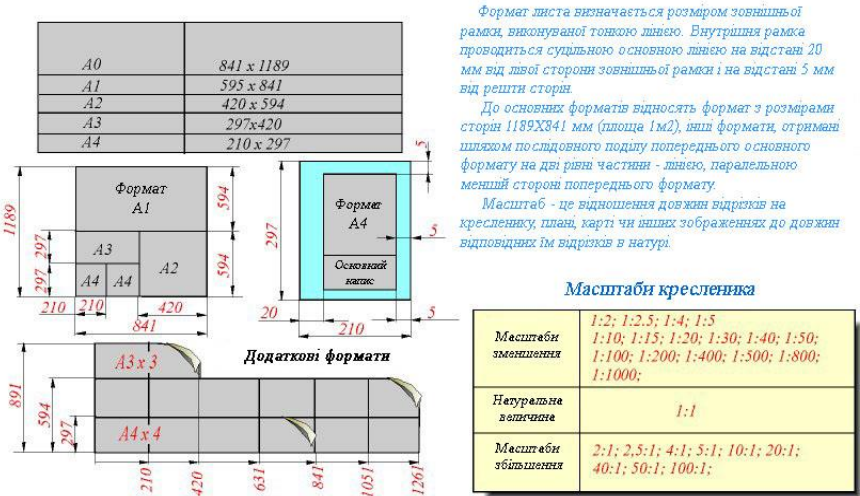


Рисунок 13.3



У правому нижньому куті форматів розміщують основний напис (ДСТУ 2.104-82). На аркушах формату А4 основні написи розташовують вздовж короткого боку формату.

Нижче наведені приклади основних написів (рис. 13.4):

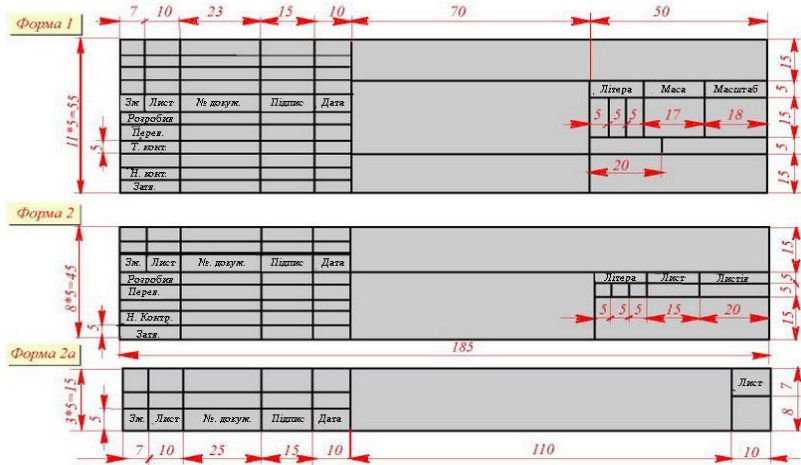


Рисунок 13.4

Форма 1 – для креслеників і схем.

Форма 2 – для текстових конструкторських документів (перший і заголовний аркуші).

Форма 2а – для текстових конструкторських документів (наступні аркуші).

Масштаби

Масштаб – це відношення довжин відрізків на кресленнику, плані, карті чи інших зображеннях до довжин відповідних їм відрізків в натурі. ДСТУ 2.302-68 встановлює масштаби зображень і їх позначення на кресленнях для усіх галузей промисловості, архітектури та будівництва.

Масштаби поділяють на три групи: масштаби зменшення; натуральна величина; масштаби збільшення. Масштаби



зображень на креслениках потрібно вибирати із значень, наведених на (рис. 13.3).

При проектуванні генеральних планів великих об’єктів допускається застосовувати масштаби 1:2000; 1:5000; 1:10000; 1:20000; 1:25000; 1:50000. В необхідних випадках допускається застосовувати масштаб збільшення (100n):1, де n – ціле число. Позначення масштабу складається із букви **М** і масштабного співвідношення, наприклад: М2:1; М1:1; М1:2. У випадку, якщо масштаб указують в призначеній для цього графі основного напису кресленика, букву **М** опускають.

Лінії

При виконанні креслеників використовують лінії різної товщини і зображення. ДСТУ 2.303-68, ISO 128-20:2005 встановлює зображення і призначення дев’яти типів ліній (рис. 13.5), які можуть застосовуватися на креслениках всіх галузей промисловості і будівництва. Приклади зображення ліній на креслениках показані на (рис. 13.5).

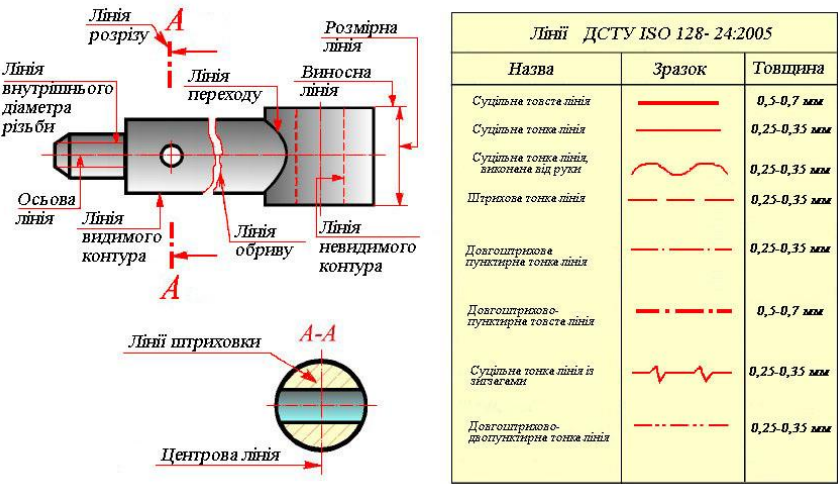


Рисунок 13.5



Стандартний креслярський шрифт

Написи на конструкторських документах виконуються креслярським шрифтом, встановленим за ДСТУ 2.304-81. Написи на креслениках архітектурної і будівельних галузей виконують літерами з нахилом під кутом 75 градусів і без нахилу.

Стандарт встановлює два типи шрифта залежно від товщини **d** лінії літер:

– тип А (**d** = $1/14h$)

– тип Б (**d** = $1/10h$),

де **h** – висота великих літер.

Розмір шрифта визначається висотою **h** великих літер у міліметрах, яка вимірюється на перпендикулярі до основи рядків. ДСТУ 2.304-81 встановлює наступні розміри шрифта: **(1,8); 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40**.

Розмір шрифта 1,8 на креслениках, виконаних олівцем не рекомендований.

При виконанні навчальних креслеників рекомендовано використовувати шрифт типу Б.

Для шрифта типу Б (рис. 13.6) відстань **a** між літерами рівна подвійній товщині лінії шрифта (**a=2d**) або (**a=2/10h**), а між літерами, наприклад, ТА, АТ, ТЛ, РА відстань **a** зменшується вдвічі.

Мінімальна відстань між словами **e** = $6d$.

Мінімальна відстань між основами рядків (крок рядків) для шрифта типу Б складає **b** = $17/10h$ (або $17d$). Висота малих літер шрифта типу Б складає **c** = $7/10h$, тобто дорівнює висоті попереднього (меншого) розміру шрифта.

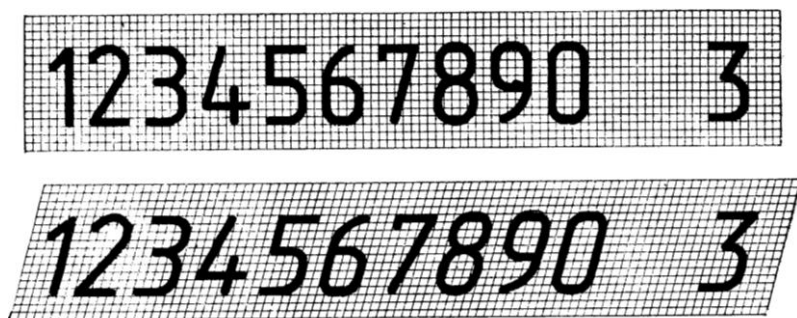
Шрифти виконують на допоміжній сітці, яка утворена допоміжними лініями з кроком **d** (рис. 13.6, 13.7). Крок сітки **d** для прямого і похилого шрифта типу Б дорівнює – $1/10h$; Загальна висота сітки для типу Б дорівнює $17/10h$, вгору $4/10h$ від літер, а вниз $3/10h$.



Параметри шрифту типу Б (d = h/10)										
Параметри шрифту	Позначення	Відносний розмір	Розміри, мм							
Висота великих літер	h	(10/10)h	10d	1.8	2.5	3.5	5.0	7.0	10.0	14.
Висота малих літер	c	(7/10)h	7d	1.3	1.8	2.5	3.5	5.0	7.0	10.
Відстань між літерами	a	(2/10)h	2d	0.35	0.5	0.7	1.0	1.4	2.0	2.8
Відстань між рядками	b	(17/10)h	17d	3.1	4.3	6.0	8.5	12.0	17.0	2.4
Мінімальна відстань між словами	E	(6/10)h	6d	1.1	1.5	2.1	3.0	4.2	6.0	8.4
Товщина лінії шрифту	d	(1/10)h	d	0.18	0.25	0.35	0.5	0.7	1.0	1.4
Ширина букв та цифр шрифту типу Б										
Великі літери	Широкі	Ж, Ф, Ш, Щ								8d
	Проміжні	А, Д, М, Х, Ю								7d
	Вузькі	Б, В, І, Й, К, Л, Н, О, Ц, П, Т, Р, У, Ч, Ї, Є, Я, Г, Е, С, З								6d
Малі літери	Широкі	ж, т, ф, ш, щ								7d
	Проміжні	м, ю								6d
	Вузькі	а, б, в, г, д, и, й, к, л, о, н, ц, п, р, у, х, ч, є, я, с, з								5d
Цифри	1 -3d, 4-6d, останніх - 5d									

Рисунок 13.6

Зразок написання цифр шрифту типу Б



Зразок написання літер шрифту типу Б



Рисунок 13.7



13.3 ЗМІСТ ГРАФІЧНИХ РОБІТ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання 1. Титульний лист

Формат А3. Зразок виконання завдання 1 (рис. 13.8).

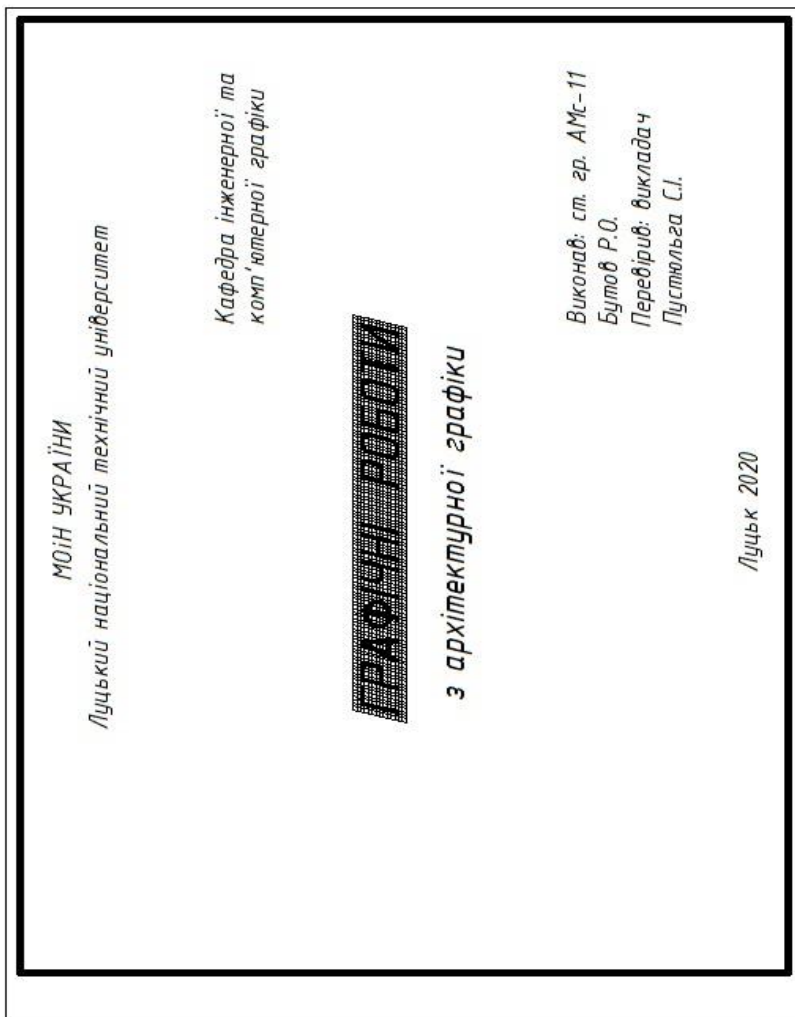


Рисунок 13.8



Завдання 2.

Побудова кутових штампів із нанесенням розмірів
Формат А3. Зразок виконання завдання 2 (рис. 13.9).

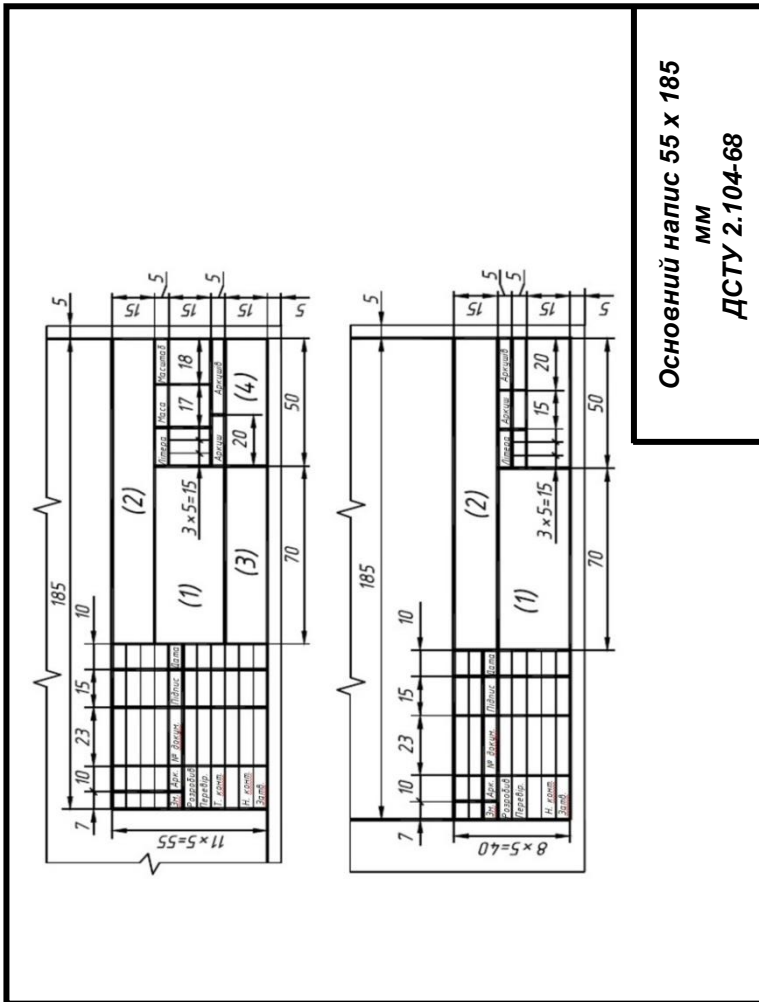


Рисунок 13.9



Завдання 3.

Задано координати точок A, B, C, D, E, F . Побудувати епюр просторової ламаної лінії $ABCDEF$. Визначити положення всіх ланок ламаної лінії відносно площин проєкцій. Оформити відповіді у вигляді таблиці. Побудувати наочне зображення 3D- (прямокутну ізометрію) просторової ламаної лінії $ABCDEF$.

Зразок виконання завдання – рис. 13.11.

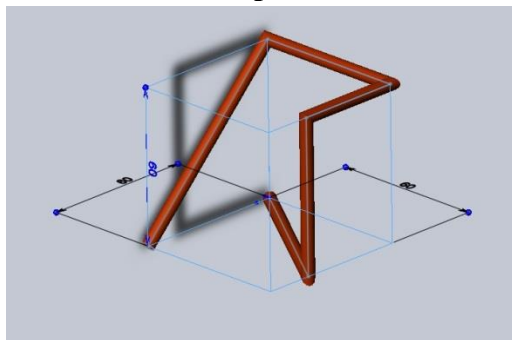


Рисунок 13.10

Варіанти завдання 3

1	x	y	z	2	x	y	z	3	x	y	z	4	x	y	z
A	0	60	40	A	60	30	0	A	0	30	0	A	10	60	0
B	50	60	60	B	50	0	50	B	50	0	0	B	60	60	10
C	50	0	60	C	60	60	50	C	50	60	60	C	60	0	10
D	50	0	0	D	0	60	50	D	0	60	10	D	60	30	60
E	60	30	0	E	30	60	0	E	0	0	10	E	0	30	60
F	0	30	0	F	0	30	0	F	0	30	60	F	30	0	60
5	x	y	z	6	x	y	z	7	x	y	z	8	x	y	z
A	60	30	60	A	60	30	0	A	60	50	0	A	0	30	0
B	60	30	0	B	10	0	0	B	60	0	50	B	0	60	50
C	10	60	0	C	10	0	60	C	0	10	60	C	0	0	50
D	10	0	0	D	60	0	60	D	0	10	0	D	50	0	60
E	60	0	50	E	50	60	50	E	30	0	0	E	60	50	0
F	0	0	50	F	0	60	50	F	60	0	10	F	60	50	0



Варіанти завдання 3

9	x	y	z	10	x	y	z	11	x	y	z	12	x	y	z
A	30	0	0	A	60	35	0	A	0	30	60	A	10	60	0
B	0	10	0	B	30	60	0	B	60	30	60	B	60	30	0
C	0	10	60	C	30	60	60	C	60	60	50	C	60	30	60
D	50	0	60	D	30	0	60	D	50	60	0	D	0	30	60
E	60	0	50	E	0	0	30	E	10	0	0	E	0	60	30
F	60	60	50	F	0	60	30	F	10	0	60	F	0	60	60
13	x	y	z	14	x	y	z	15	x	y	z	16	x	y	z
A	60	0	30	A	10	0	0	A	10	0	60	A	0	50	0
B	60	60	30	B	0	10	0	B	60	50	60	B	0	50	60
C	10	60	0	C	60	60	0	C	60	50	0	C	50	60	60
D	10	60	60	D	60	60	30	D	0	50	0	D	50	0	60
E	50	0	60	E	50	0	30	E	0	0	50	E	0	0	50
F	50	30	60	F	0	0	30	F	0	50	0	F	0	60	30

Варіанти завдання 3

17	x	y	z	18	x	y	z	19	x	y	z	20	x	y	z
A	60	30	60	A	0	30	60	A	60	35	0	A	60	0	30
B	60	30	0	B	60	30	60	B	30	60	0	B	60	60	30
C	10	60	0	C	60	60	50	C	30	60	60	C	10	60	0
D	10	0	0	D	50	60	0	D	30	0	60	D	10	60	60
E	60	0	50	E	10	0	0	E	0	0	30	E	50	0	60
F	0	0	50	F	10	0	60	F	0	60	30	F	50	30	60
21	x	y	z	22	x	y	z	23	x	y	z	24	x	y	z
A	0	50	0	A	0	60	40	A	10	0	0	A	0	30	0
B	0	50	60	B	50	60	60	B	0	10	0	B	0	60	50
C	50	60	60	C	50	0	60	C	60	60	0	C	0	0	50
D	50	0	60	D	50	0	0	D	60	60	30	D	50	0	60
E	0	0	50	E	60	30	0	E	50	0	30	E	60	50	0
F	0	60	30	F	0	30	0	F	0	0	30	F	60	50	0



Зразок виконання завдання 3

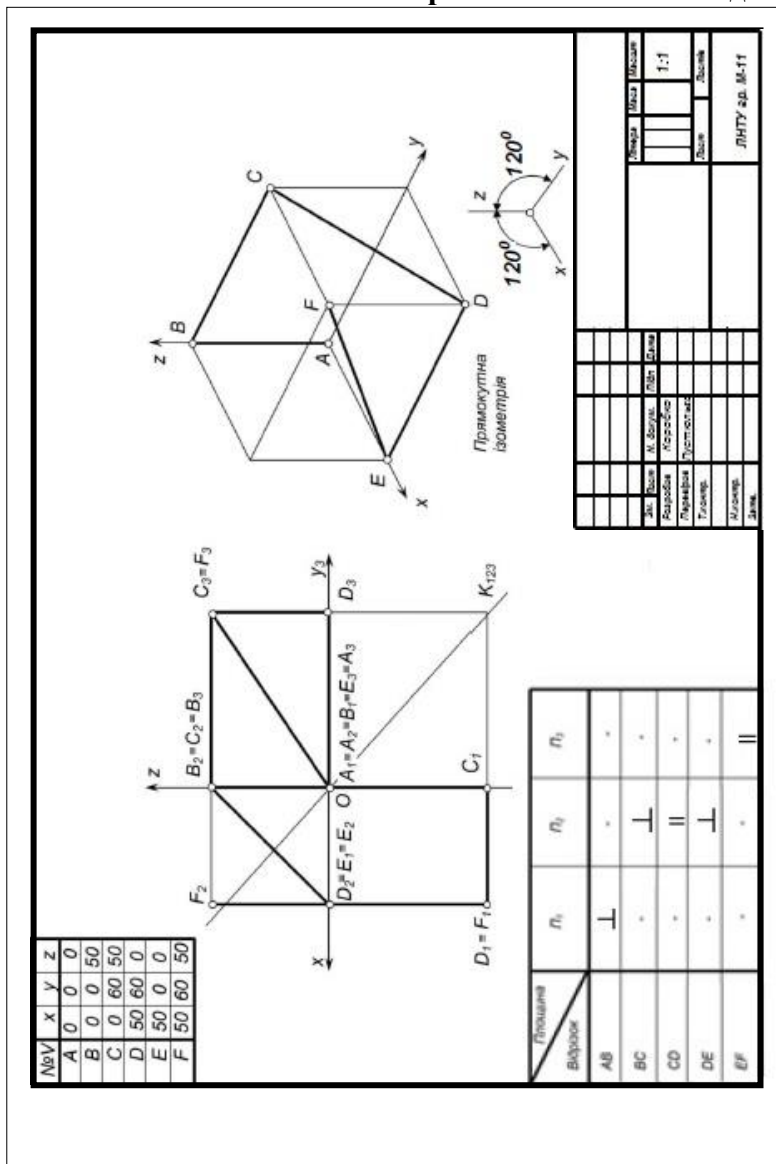


Рисунок 13.11



Завдання 4. Задано дві проекції багатогранника. Побудувати три проекції багатогранника із нанесенням необхідних розмірів. Визначити положення всіх його ребер та граней відносно площин проекцій. Побудувати 3D-наочне зображення багатогранника у прямокутній ізометрії.

Зразок виконання завдання – рис. 13.13.

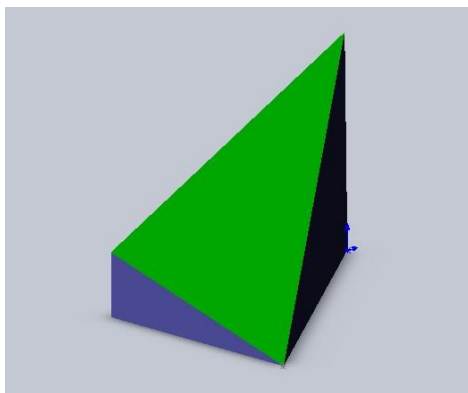
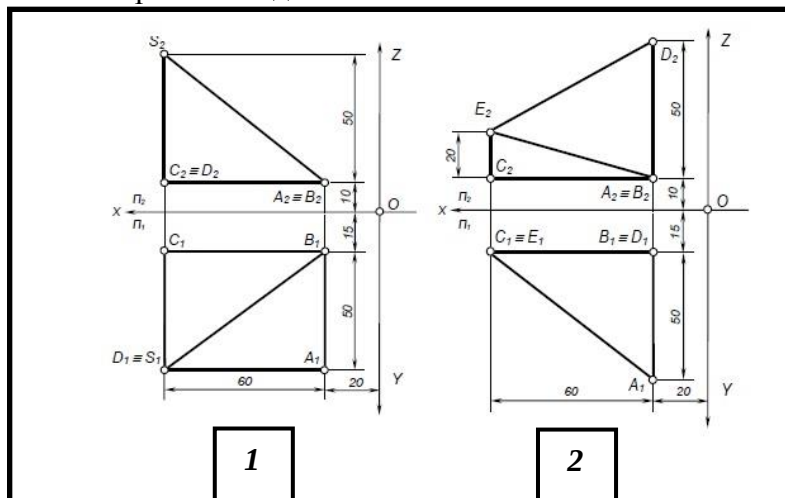


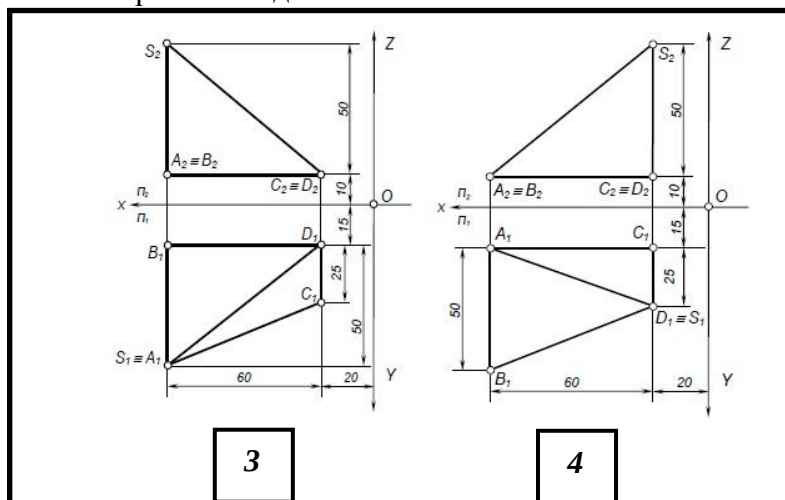
Рисунок 13.12



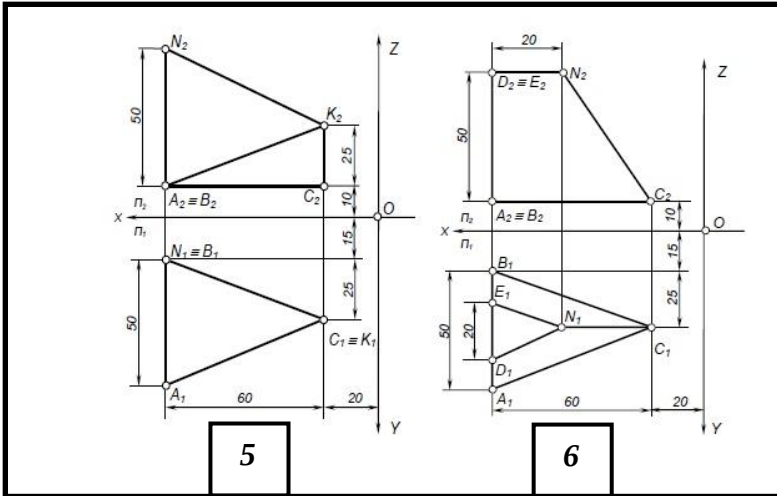
Варіанти завдання 4



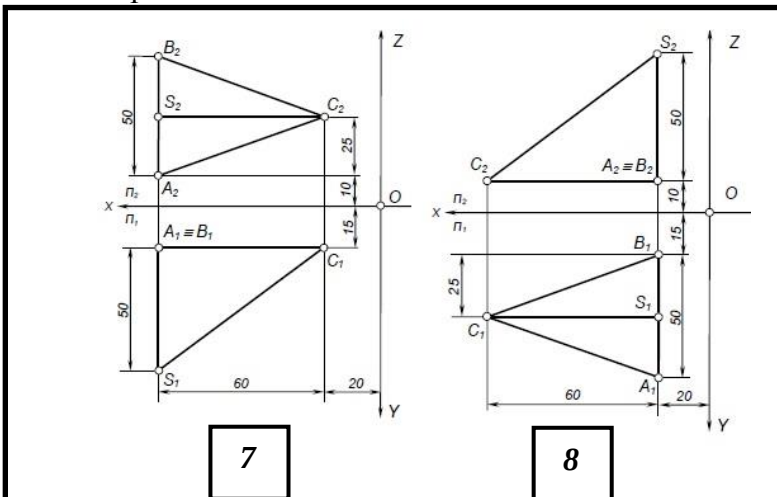
Варіанти завдання 4



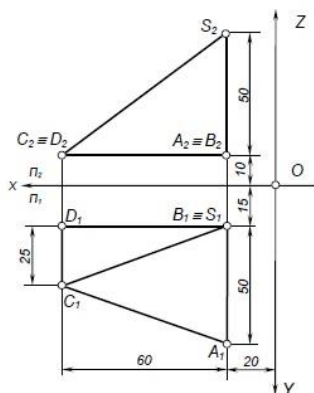
Варіанти завдання 4



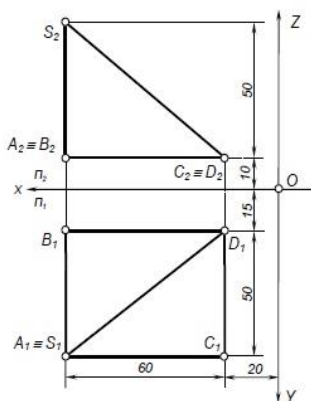
Варіанти завдання 4



Варіанти завдання 4

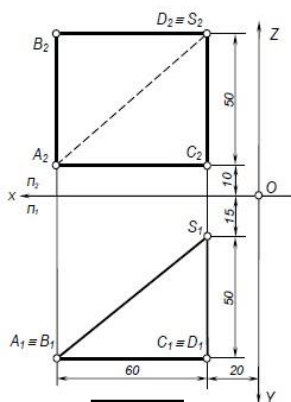


9

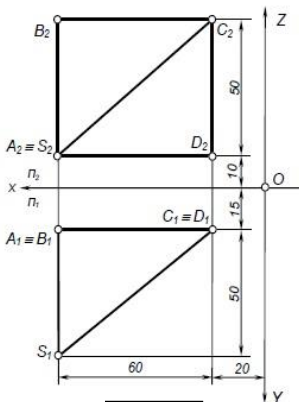


10

Варіанти завдання 4



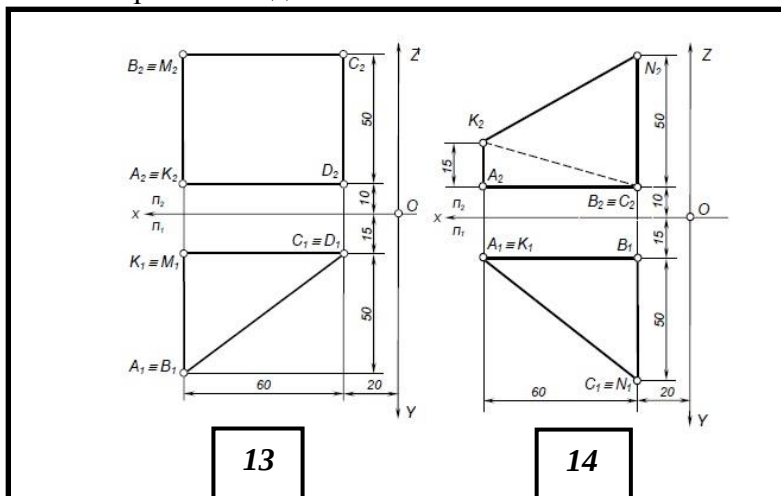
11



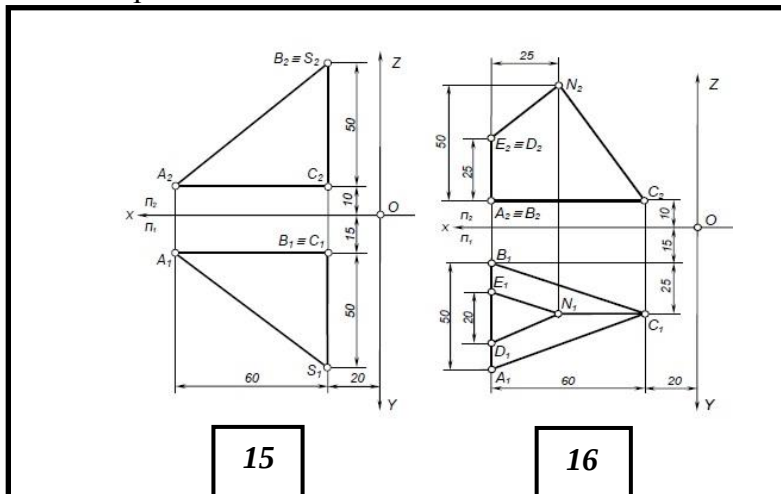
12



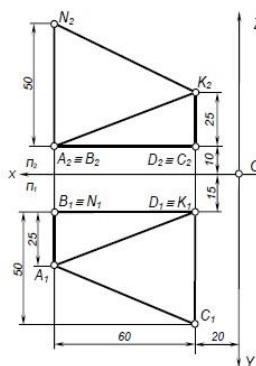
Варіанти завдання 4



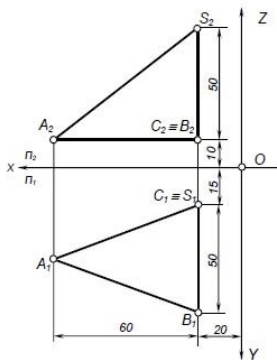
Варіанти завдання 4



Варіанти завдання 4

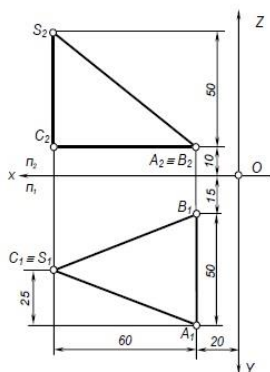


17

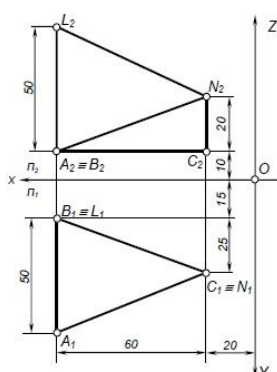


18

Варіанти завдання 4



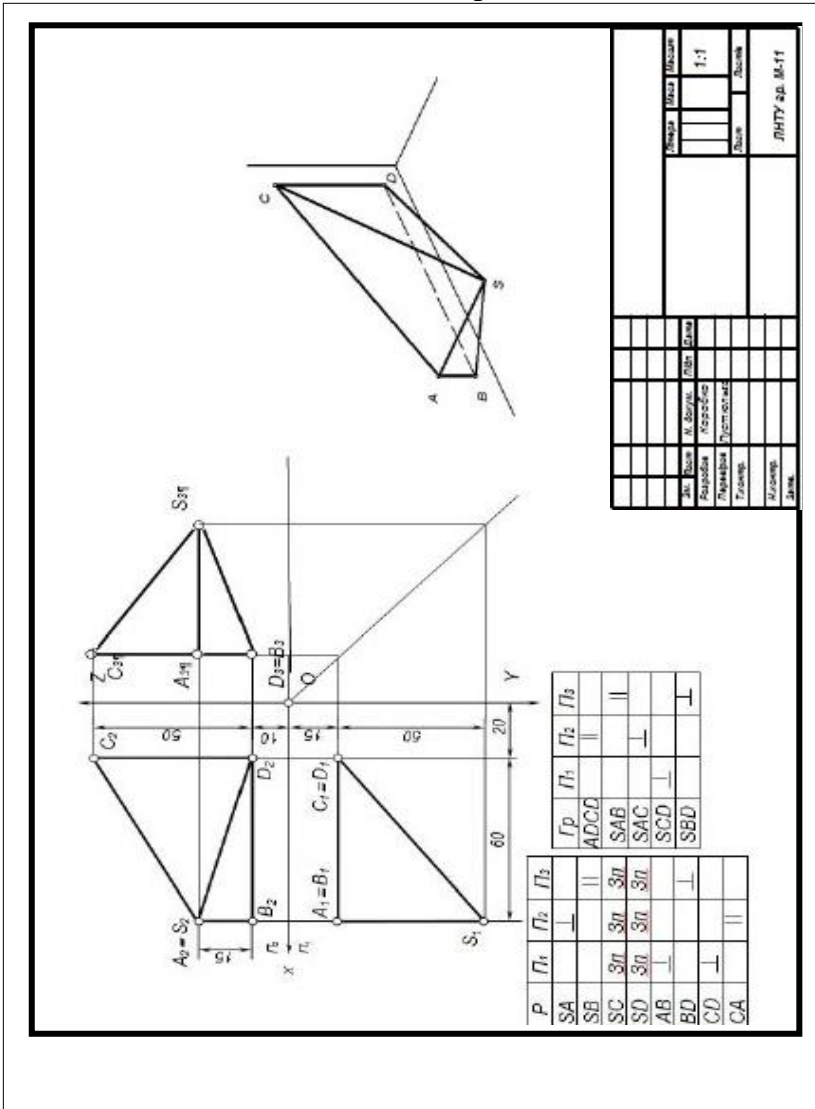
19



20



Зразок виконання завдання 4



Завдання 5.

Задано дві проекції багатогранної і криволінійної поверхонь, зрізаних фронтально-проєціюючою площиною **T2**.

Побудувати у пропорціях три проекції багатогранної і криволінійної поверхонь із побудовою проекцій зрізу площиною **T2** (рис. 13.14).

Зразок виконання завдання – рис. 13.15.

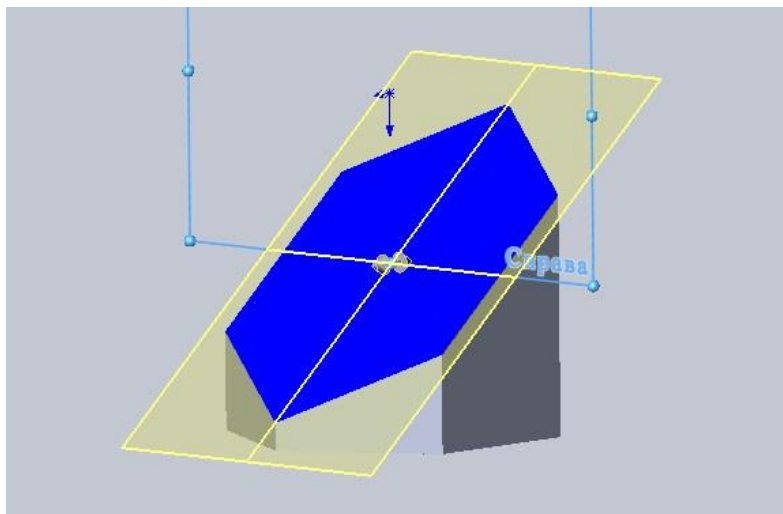
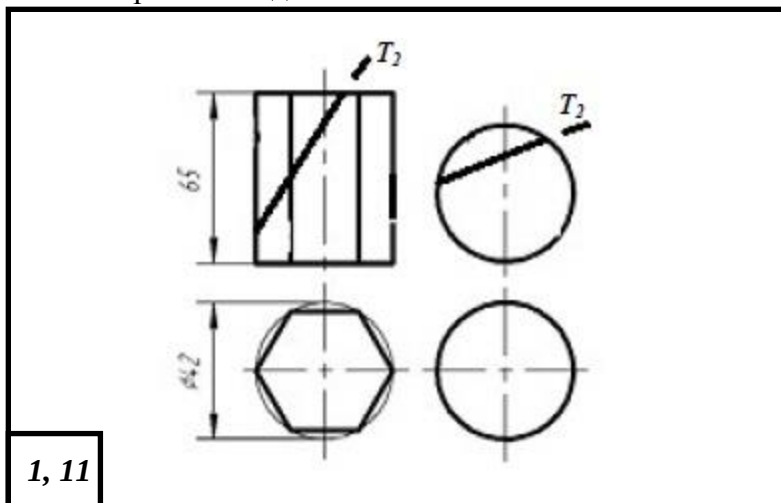


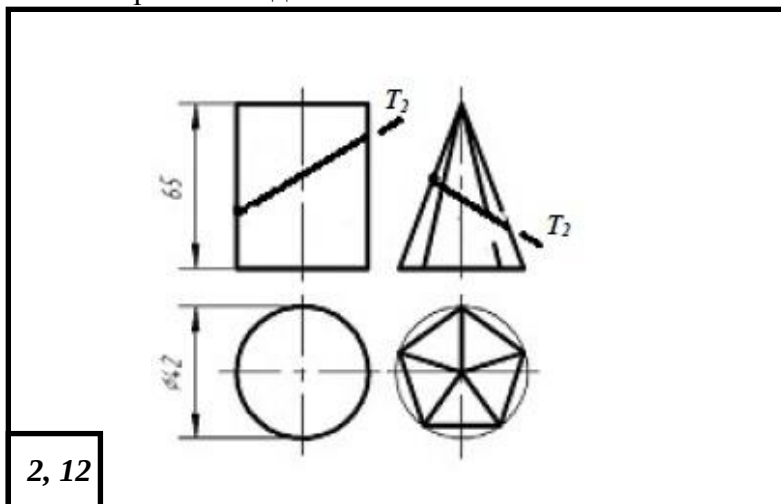
Рисунок 13.14



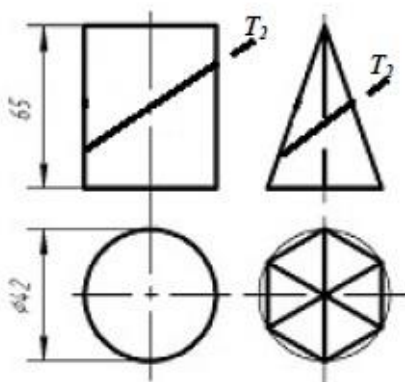
Варіанти завдання 5



Варіанти завдання 5

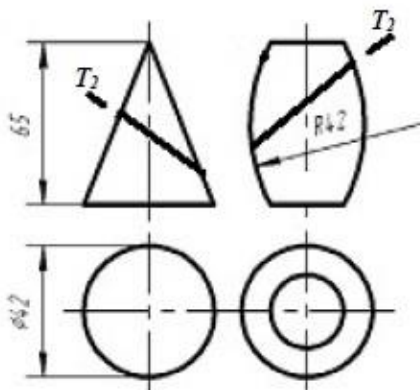


Варіанти завдання 5



3, 13

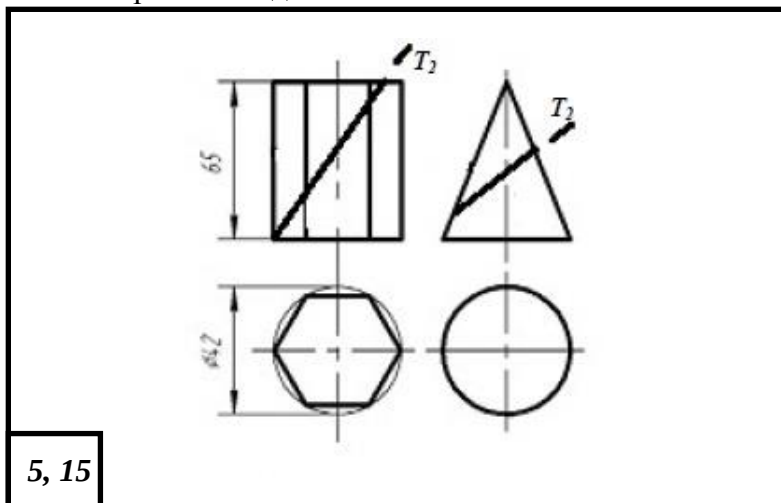
Варіанти завдання 5



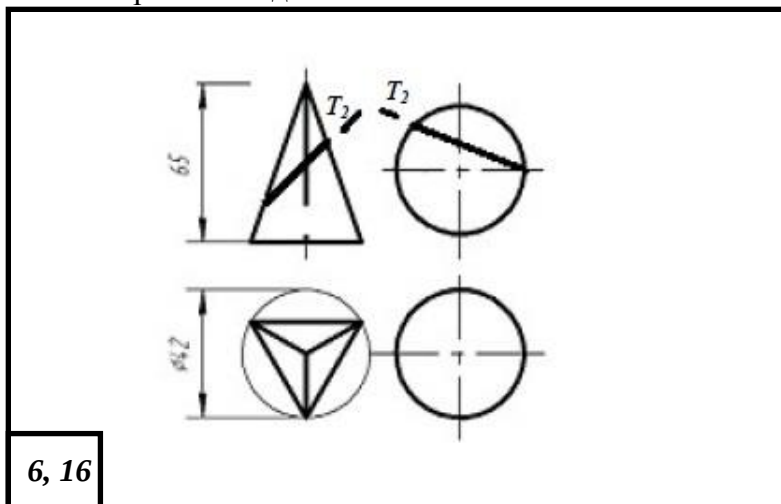
4, 14



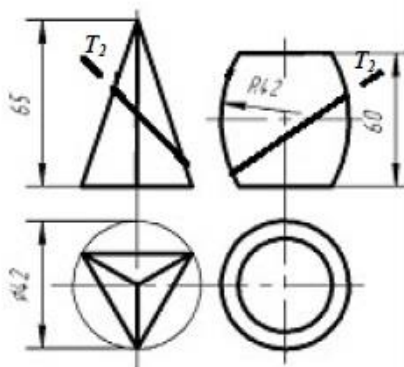
Варіанти завдання 5



Варіанти завдання 5

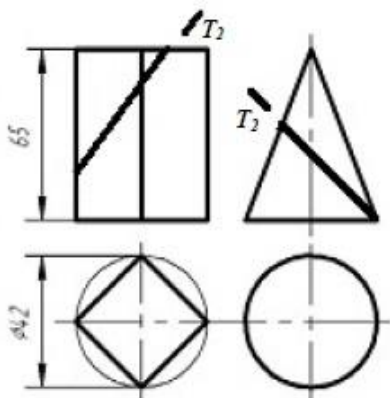


Варіанти завдання 5



7, 17

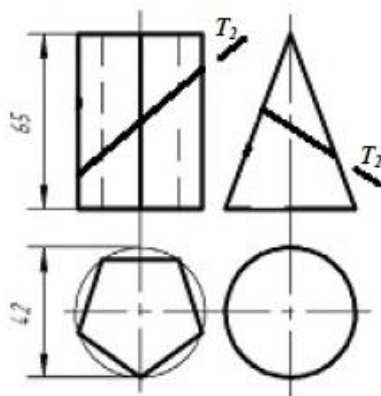
Варіанти завдання 5



8, 18

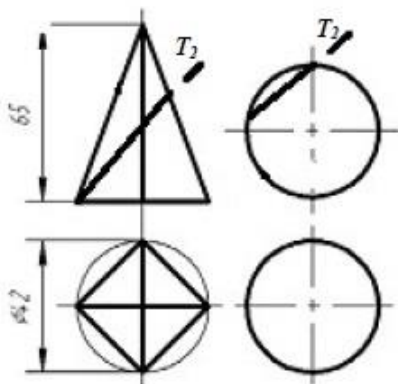


Варіанти завдання 5



9, 19

Варіанти завдання 5



10, 20



Зразок виконання завдання 5

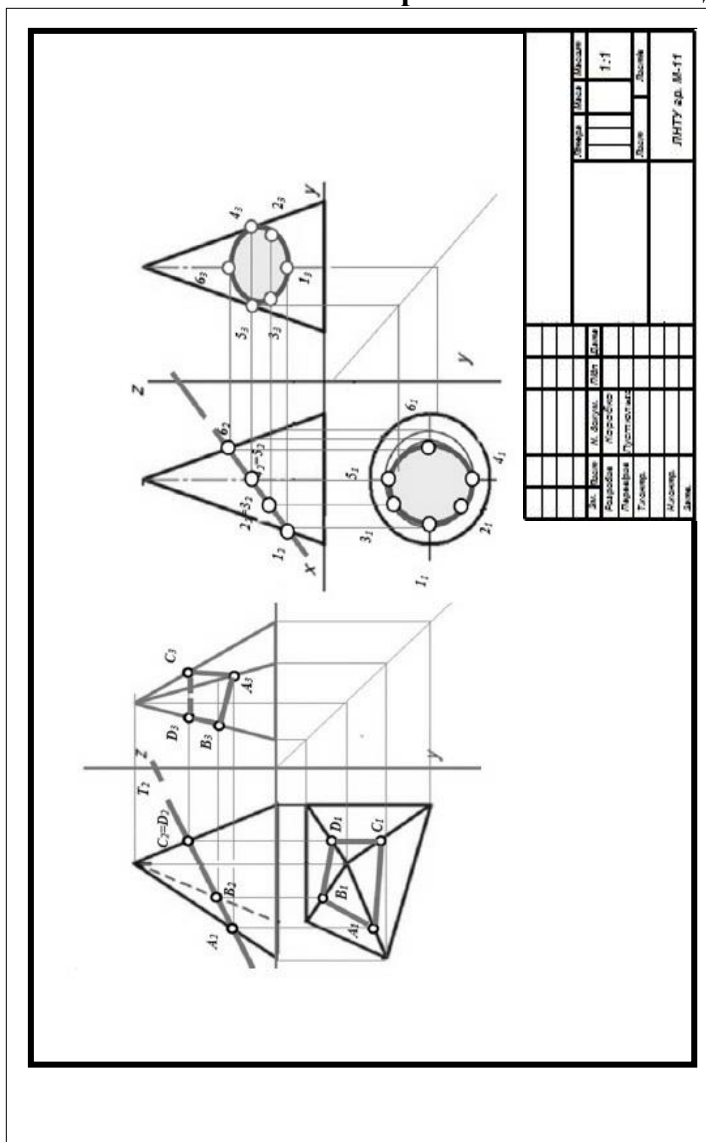


Рисунок 13.15



Завдання 6.

Задано дві проекції групи просторових фігур – багатогранників і криволінійних поверхонь. Побудувати три проекції заданої групи об'єктів. Визначити які фігури задані. Визначити видимість на профільній площині окремих частин групи. Побудувати три проекції заданих точок, що лежать на поверхні фігур. Нанести розміри (рис. 13.16).

Зразок виконання завдання – рис. 13.17.

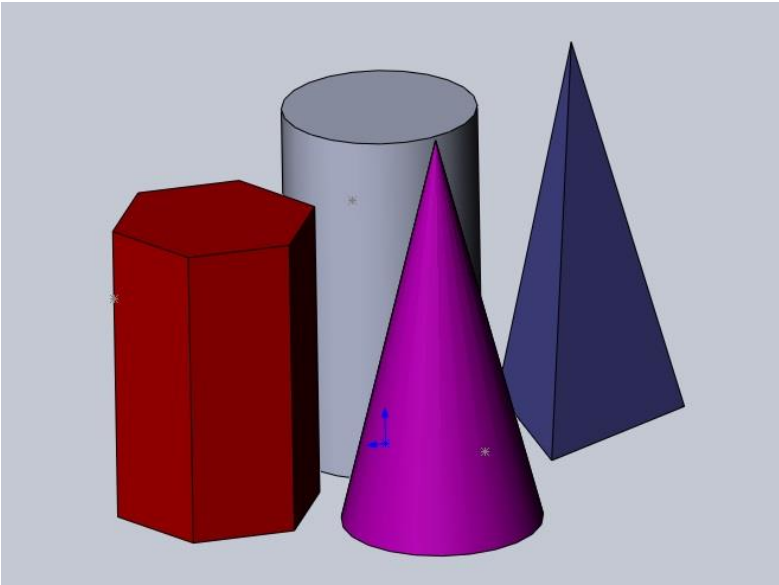
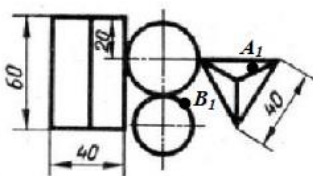
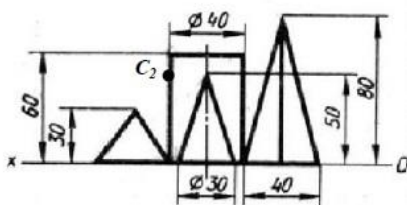


Рисунок 13.16

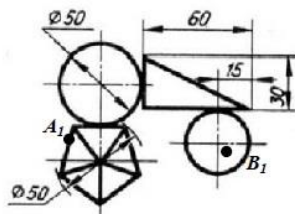
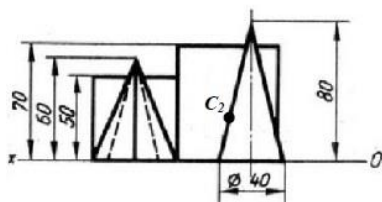


Варіанти завдання 6



1, 11

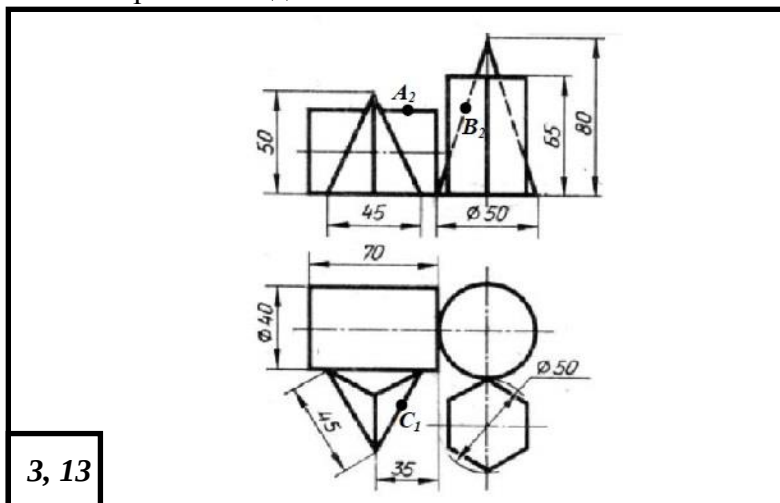
Варіанти завдання 6



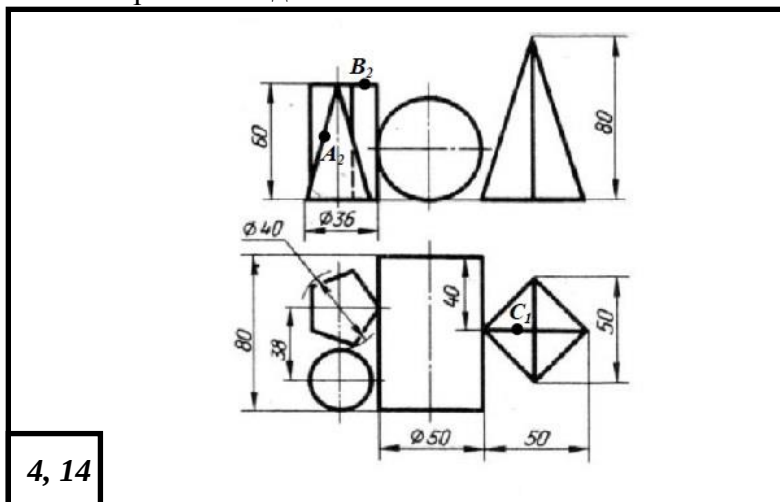
2, 12



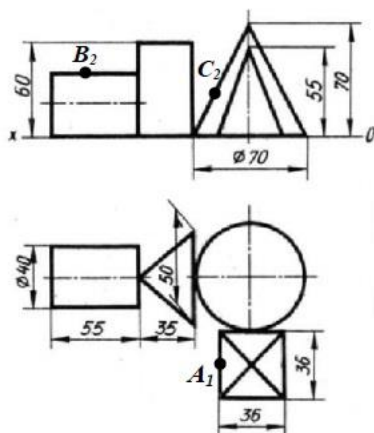
Варіанти завдання 6



Варіанти завдання 6

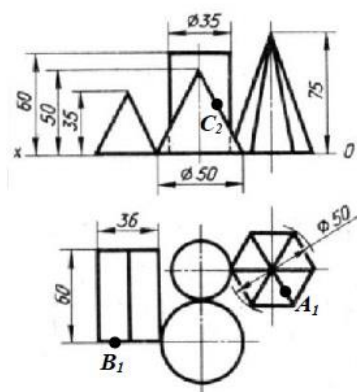


Варіанти завдання 6



5, 15

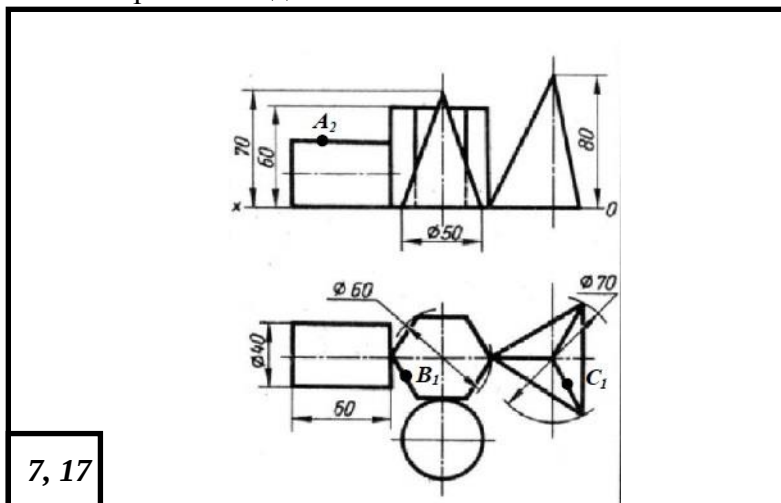
Варіанти завдання 6



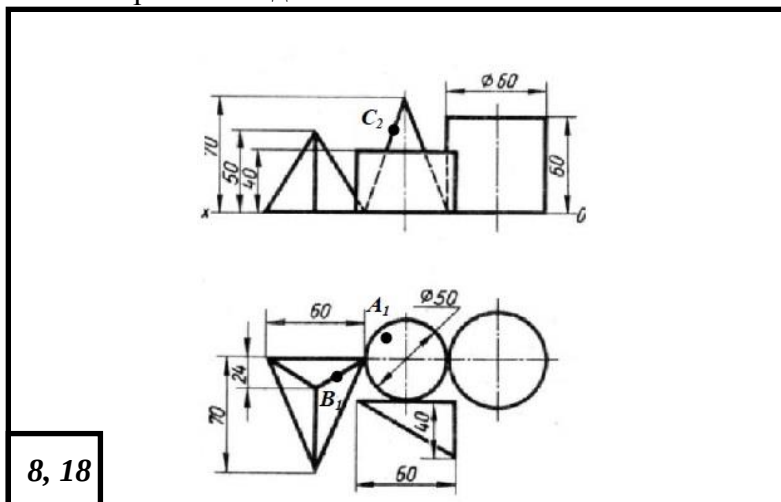
6, 16



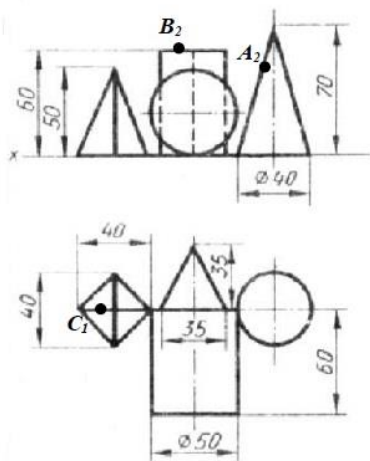
Варіанти завдання 6



Варіанти завдання 6

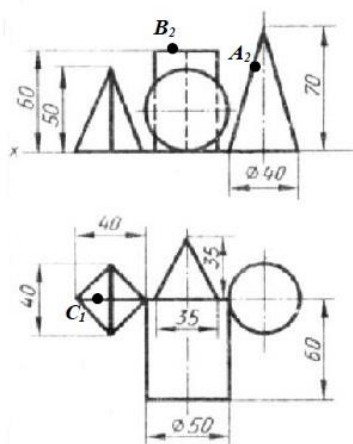


Варіанти завдання 6



9, 19

Варіанти завдання 6



10, 20



Зразок виконання завдання 6

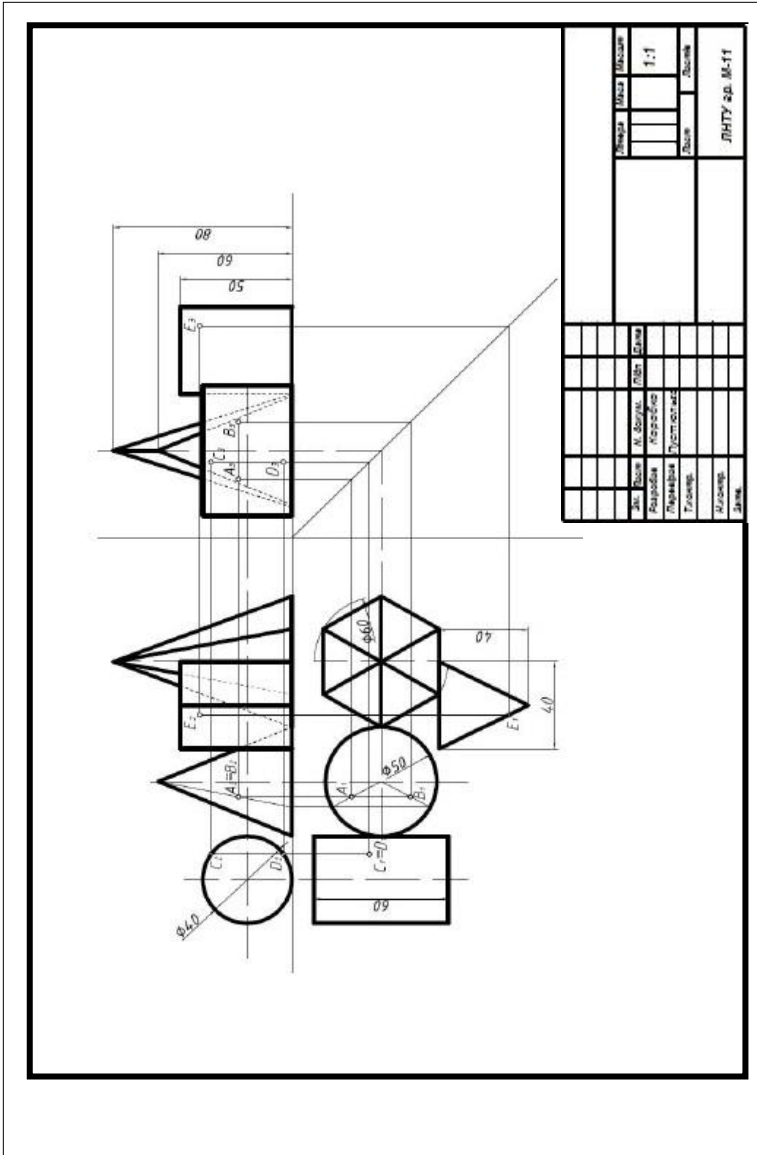


Рисунок 13.17



Завдання 7.

Задано фронтальну проекцію зрізаної піраміди із вирізом, виконаним за допомогою проєціюючих площин. Верхня основа піраміди – рівносторонній трикутник, вписаний у коло діаметром 40 мм, нижня основа піраміди – рівносторонній трикутник, вписаний у коло діаметром 80 мм. Висота зрізаної піраміди рівна 80 мм.

Задача 1. Побудувати проекції фігури, яка утворилась при зрізуванні піраміди фронтально-проєціюючими площинами.

Зразок виконання задачі – рис. 13.19.

Задача 2. Побудувати прямокутну ізометрію піраміди із вирізом за допомогою проєціюючих площин. (рис. 13.18).

Зразок виконання задачі – рис. 13.20.

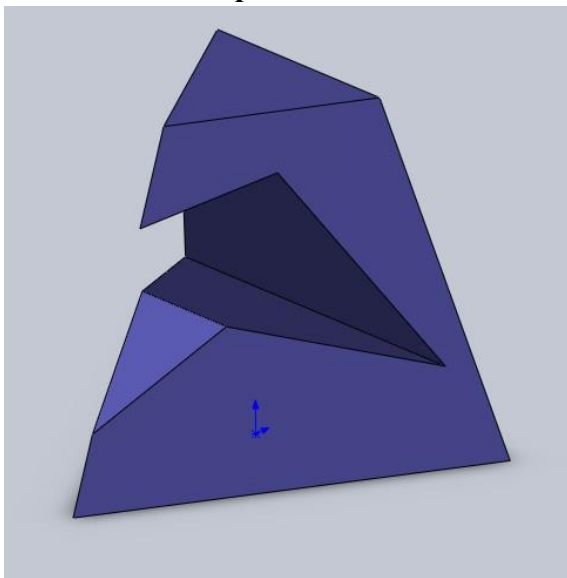
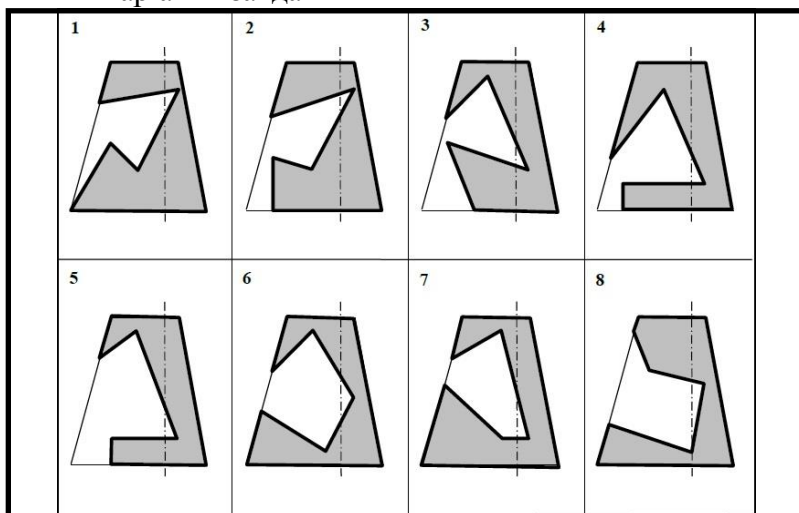


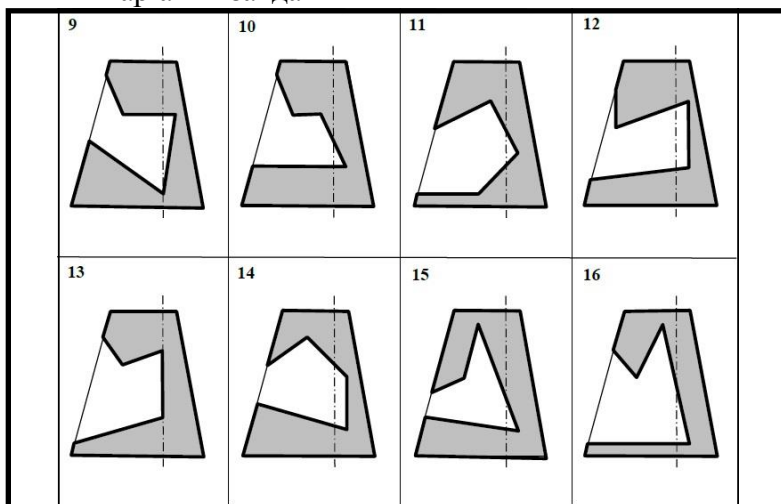
Рисунок 13.18



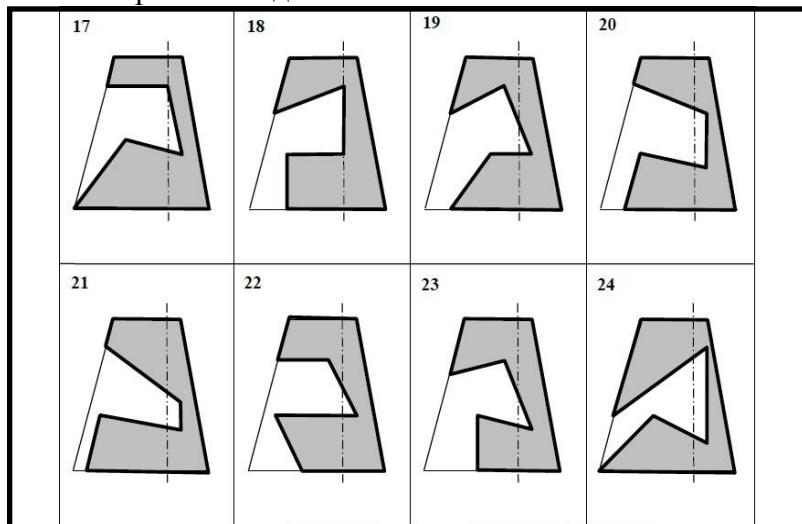
Варіанти завдання 7



Варіанти завдання 7



Варіанти завдання 7



Зразок виконання завдання 7(1)

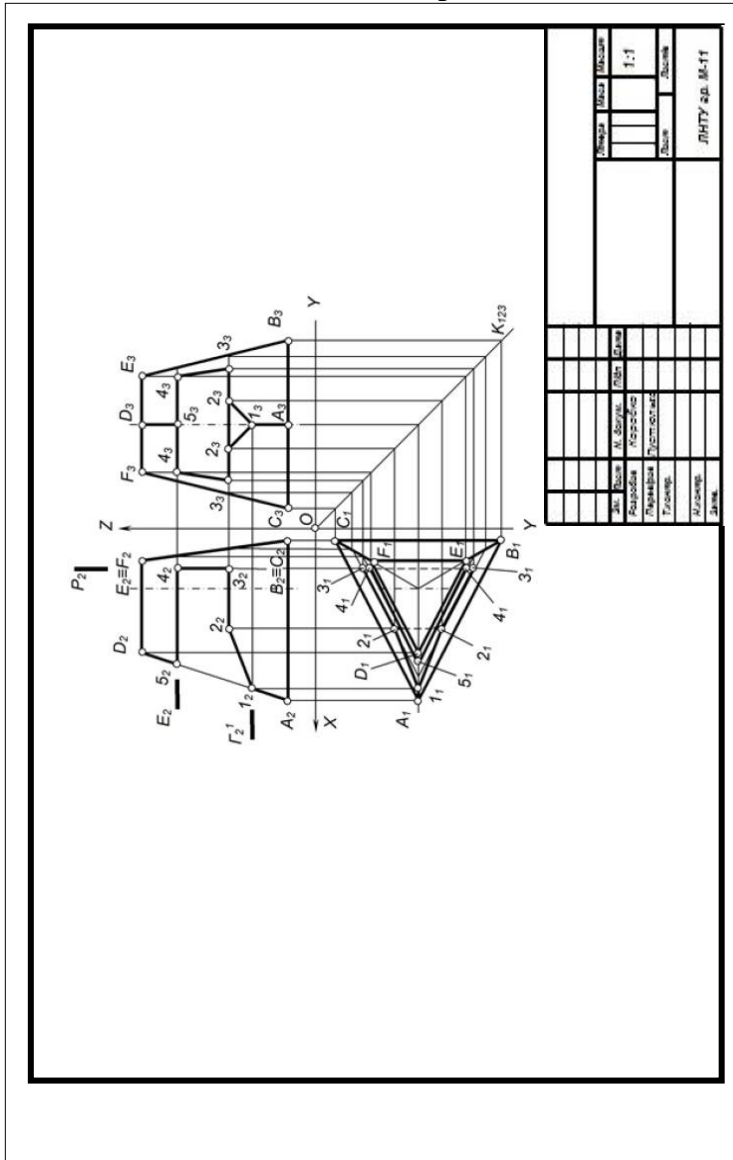


Рисунок 13.19



Зразок виконання завдання 7(2)

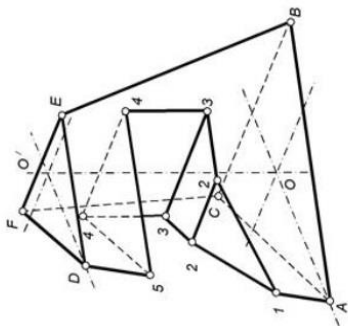
[illegible]

Рисунок 13.20



Завдання 8.

Задано фронтальну проекцію циліндра із вирізами, виконаними за допомогою проєціюючих площин. Діаметр кола основи циліндра рівний 50 мм. Висота циліндра 80 мм.

Задача 1. Побудувати проєкції фігури, яка утворилась при зрізуванні циліндра фронтально-проєціюючими площинами.

Зразок виконання задачі – рис. 13.22.

Задача 2. Побудувати прямокутну ізометрію циліндра із вирізами за допомогою проєціюючих площин. (рис. 13.21).

Зразок виконання задачі – рис. 13.23.

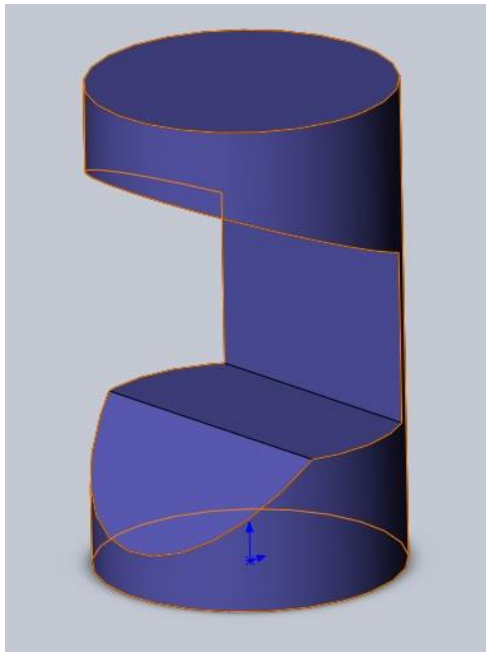
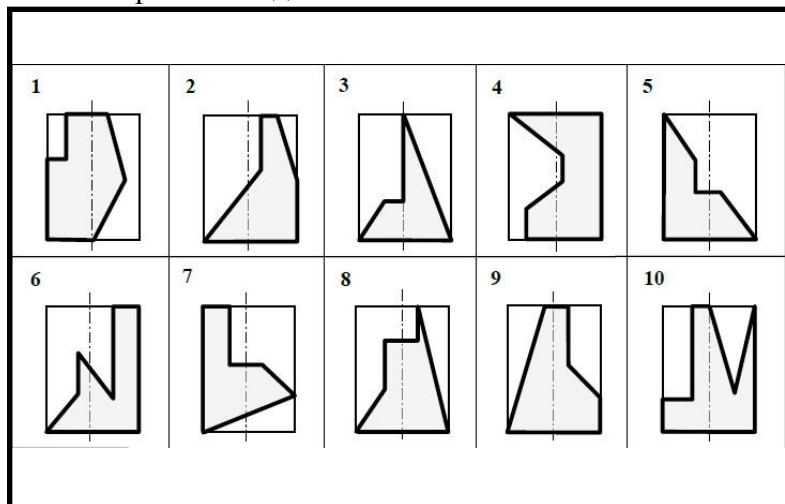


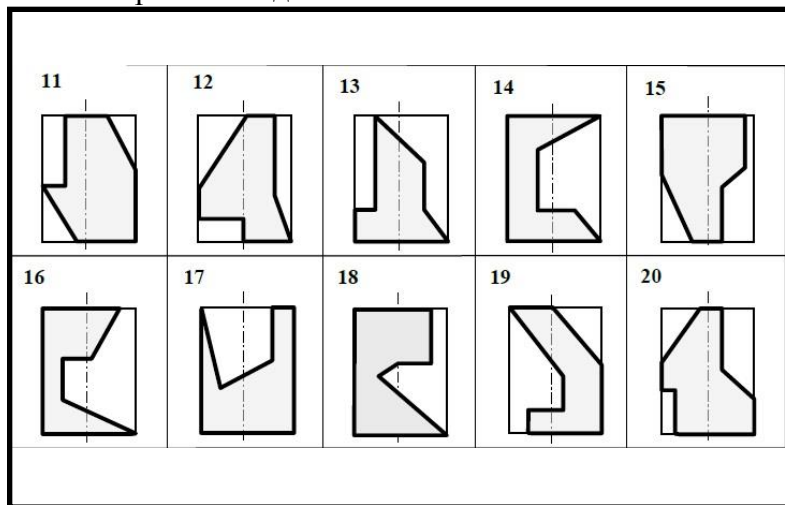
Рисунок 13.21



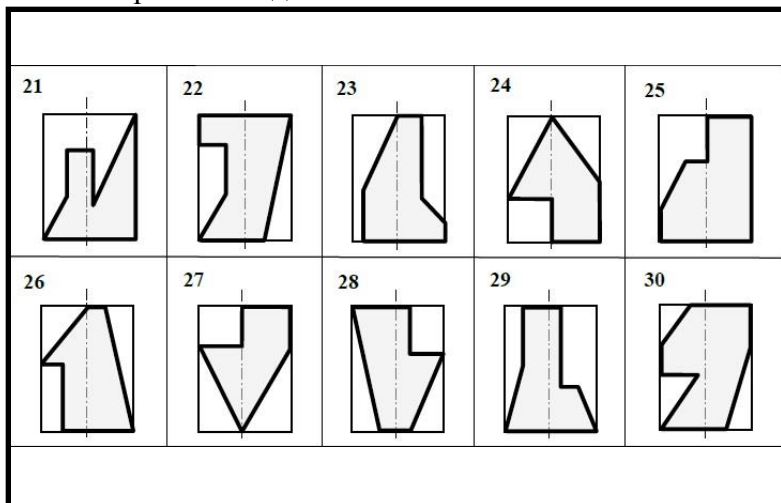
Варіанти завдання 8



Варіанти завдання 8



Варіанти завдання 8



Зразок виконання завдання 8(1)

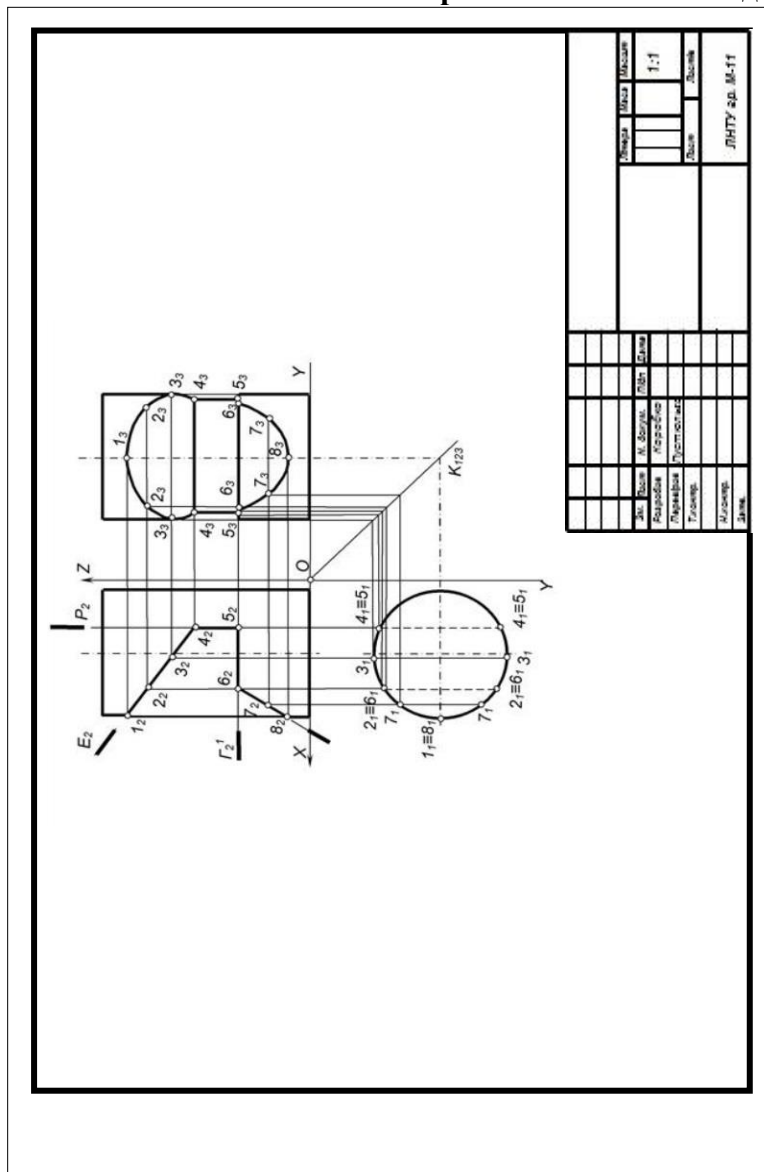
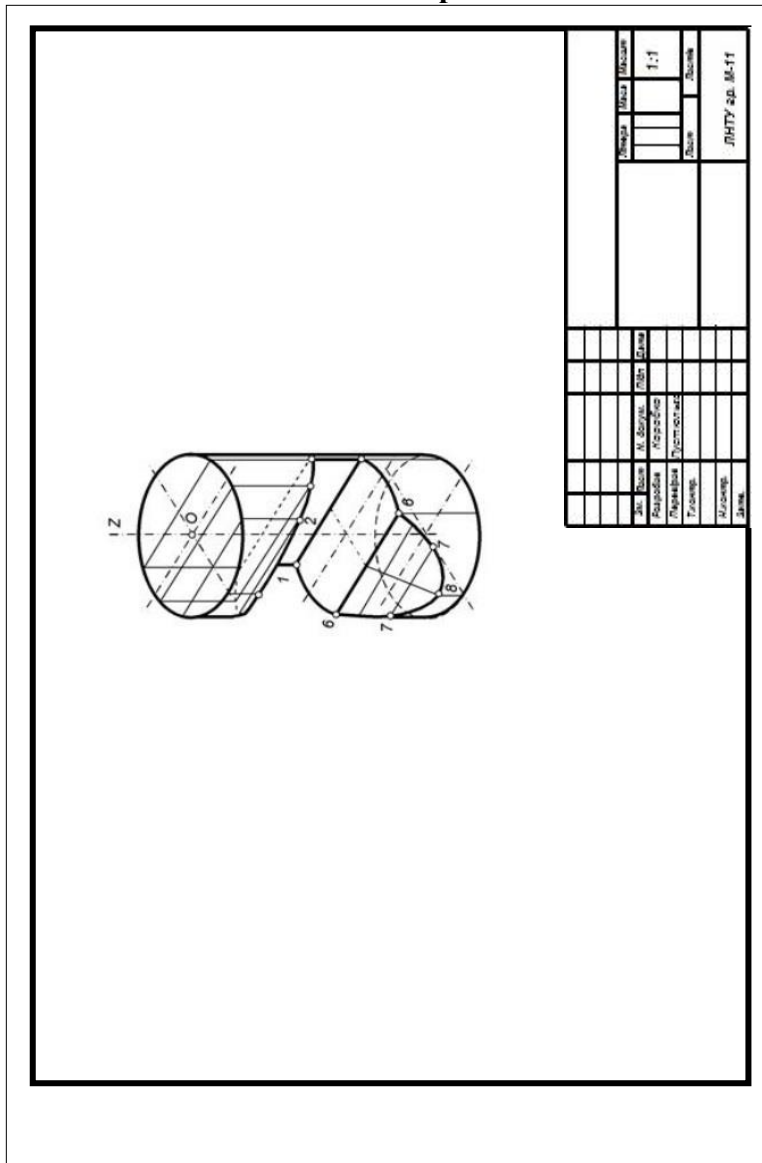


Рисунок 13.22



Рисунок 13.23



Завдання 9.

Задане аксонометричне зображення трьох просторових фігур різного рівня **(1,2,3)** складності, із нанесеними розмірами.

Виконати креслення трьох видів фігури із збереженням всіх проєкційних зв'язків. Нанести необхідні розміри (рис. 13.24).

Зразок виконання завдання – рис. 13.25, 13.26.

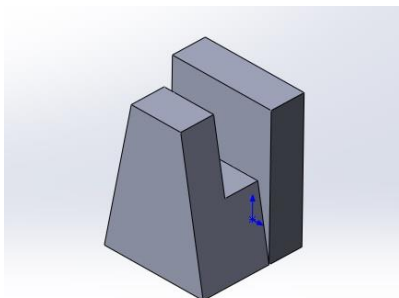
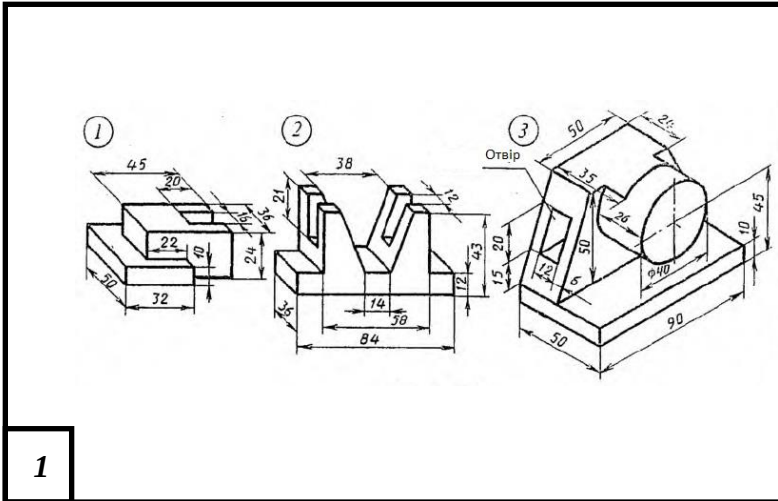


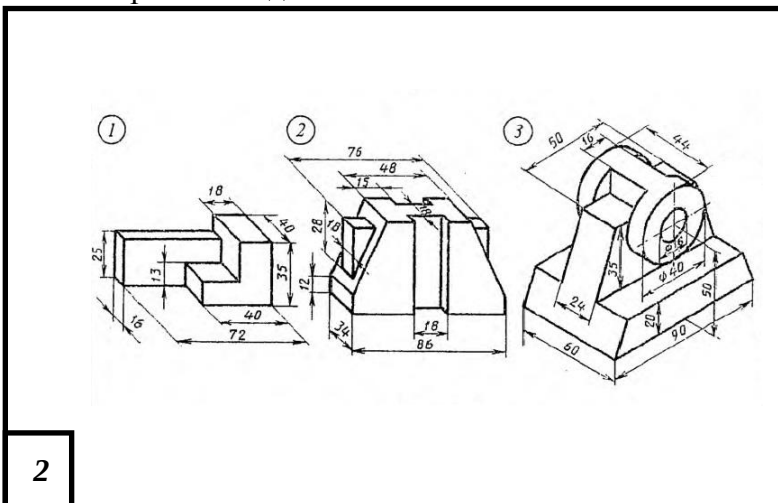
Рисунок 13.24



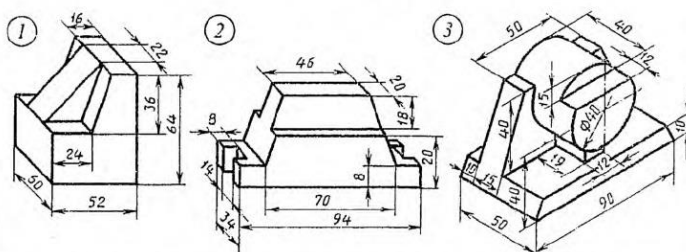
Варіанти завдання 9



Варіанти завдання 9

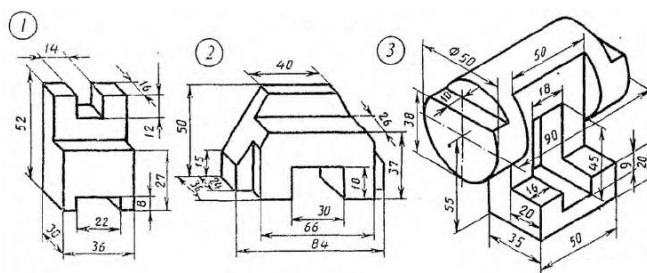


Варіанти завдання 9



3

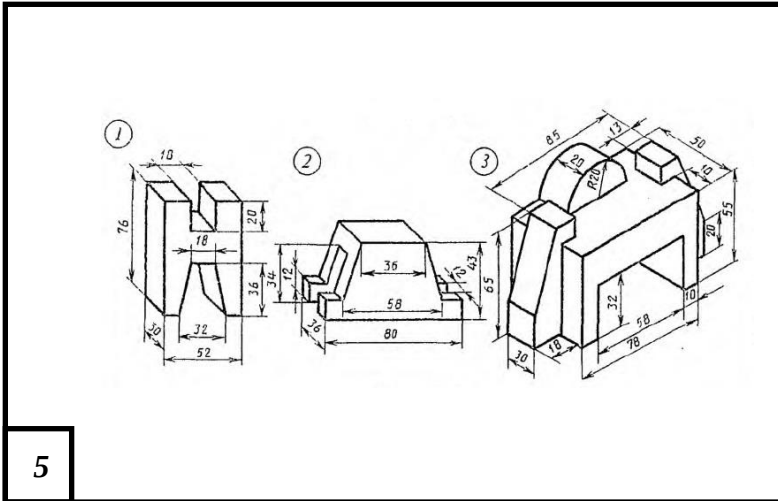
Варіанти завдання 9



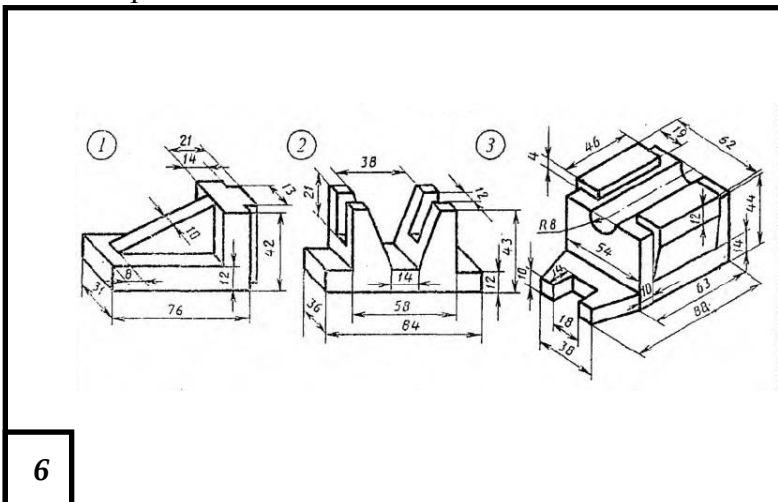
4



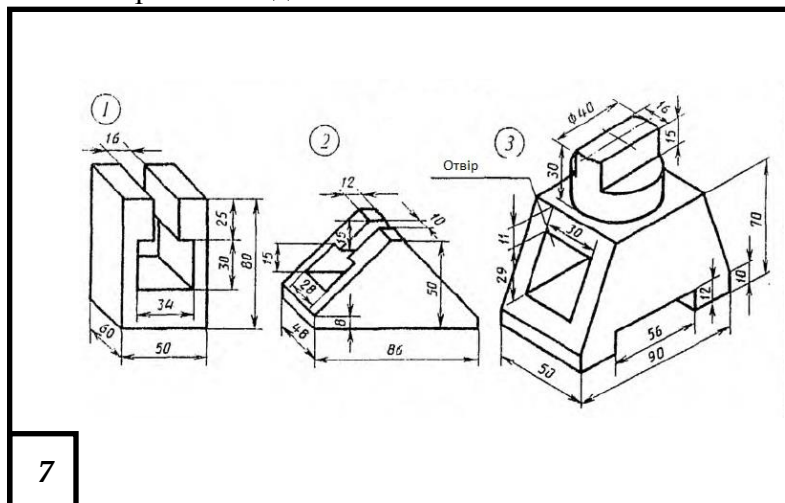
Варіанти завдання 9



Варіанти завдання 9

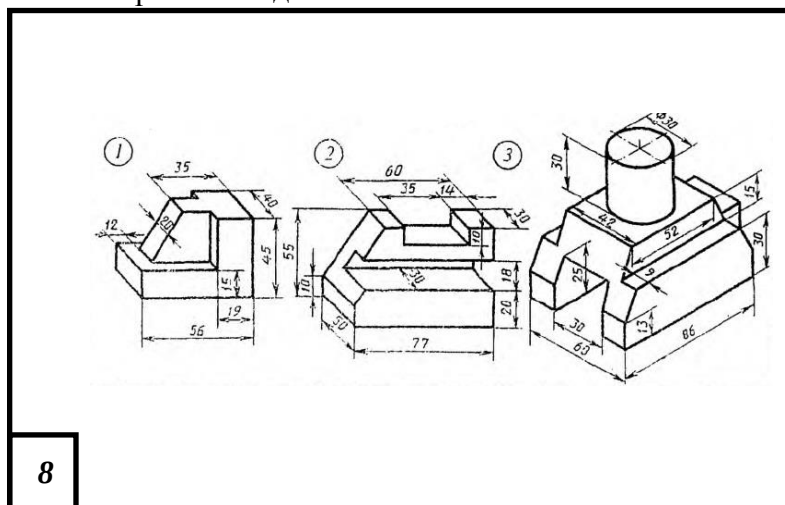


Варіанти завдання 9



7

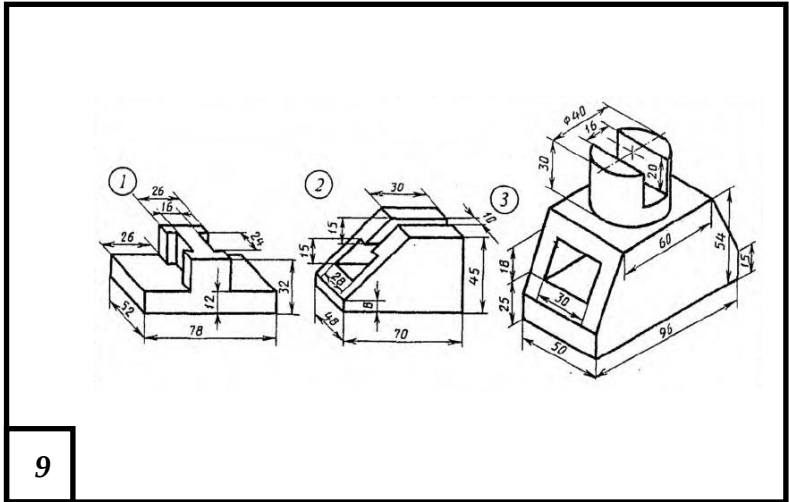
Варіанти завдання 9



8

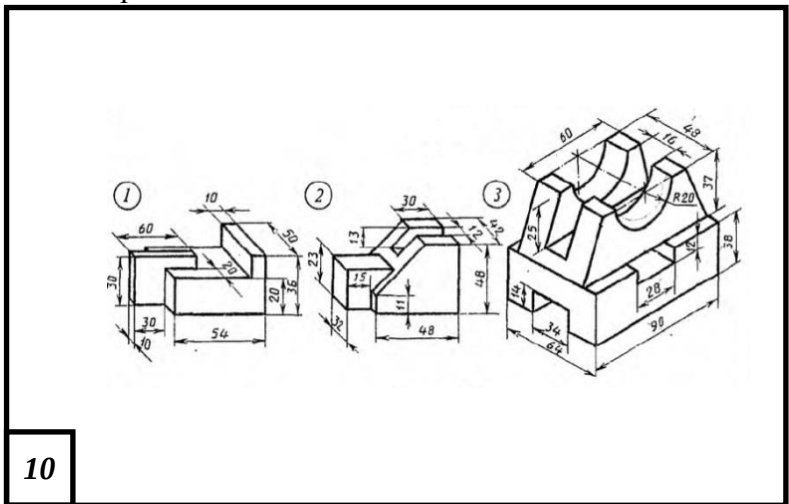


Варіанти завдання 9



9

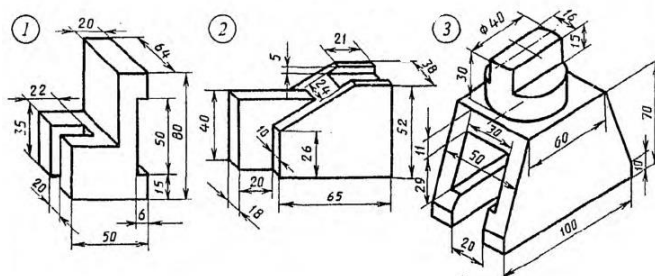
Варіанти завдання 9



10

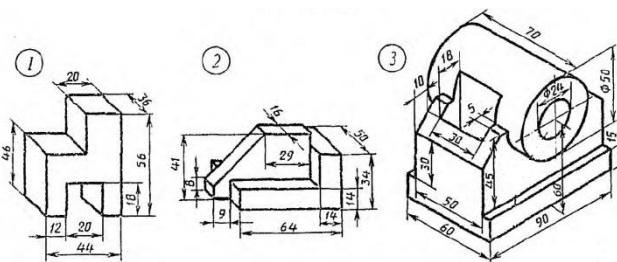


Варіанти завдання 9



11

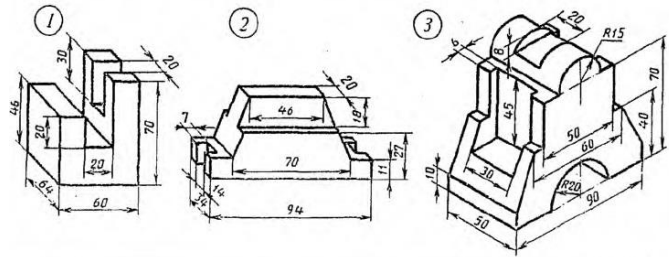
Варіанти завдання 9



12

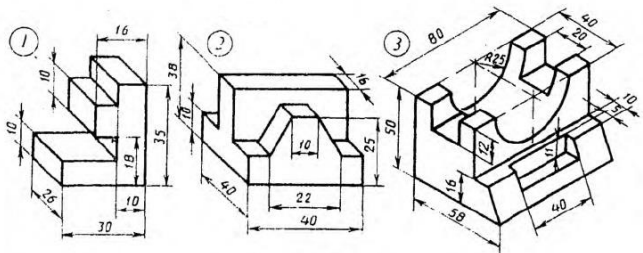


Варіанти завдання 9



13

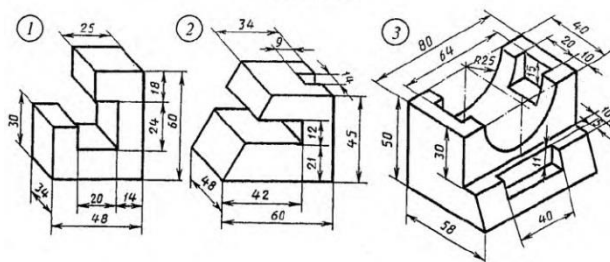
Варіанти завдання 9



14

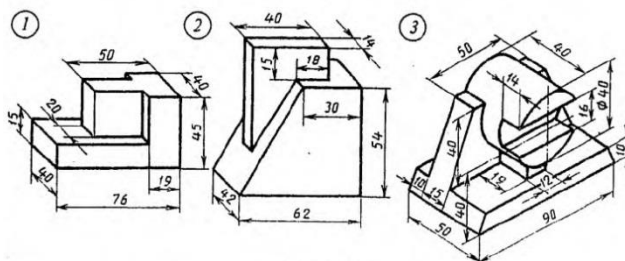


Варіанти завдання 9



15

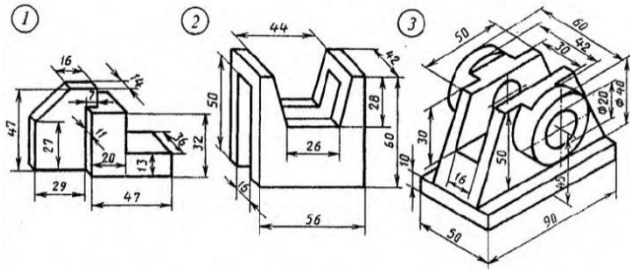
Варіанти завдання 9



16

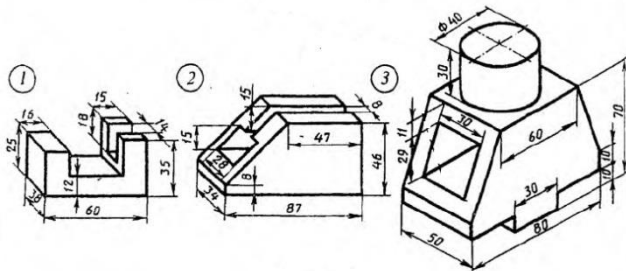


Варіанти завдання 9



17

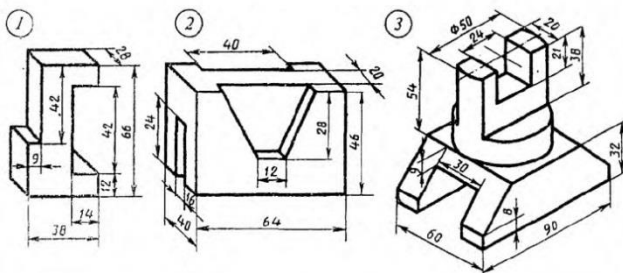
Варіанти завдання 9



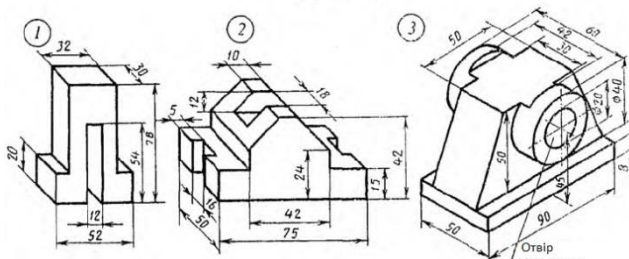
18



19



20



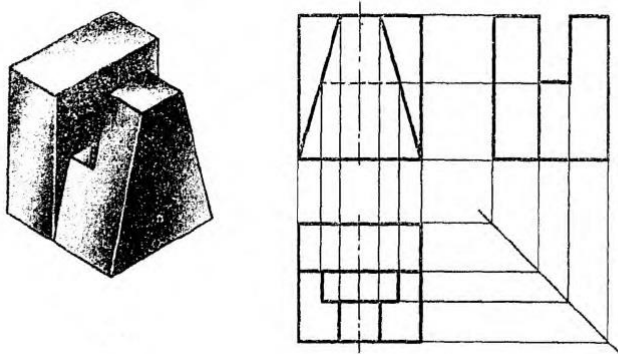


Рисунок 13.25



Зразок виконання завдання 9

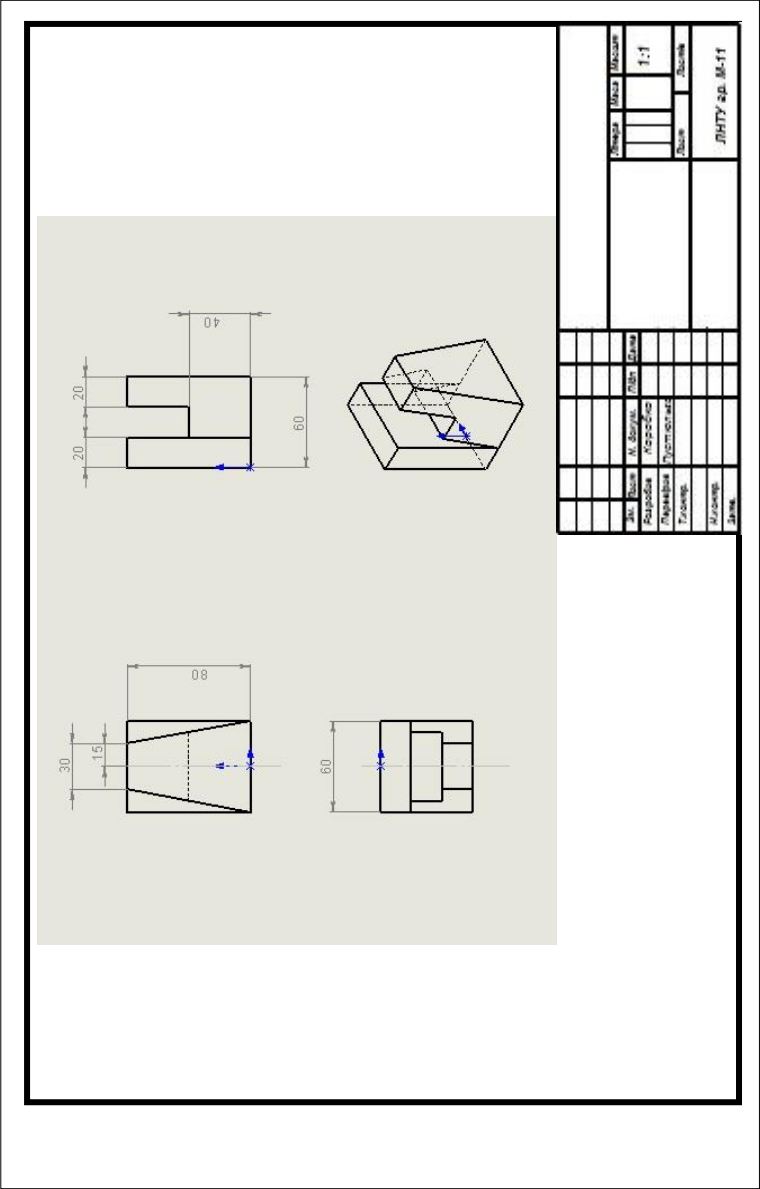


Рисунок 13.26



Завдання 10.

Задано два види деталі із нанесеними розмірами.

Задача 1. Побудувати три види деталі із необхідними простими розрізами, схеми яких запропоновані у завданнях. Нанести розміри.

Зразок виконання завдання – рис. 13.28.

Задача 2. Побудувати 3D-зображення деталі із вирізом чверті.

Зразок виконання завдання – рис. 13.27.

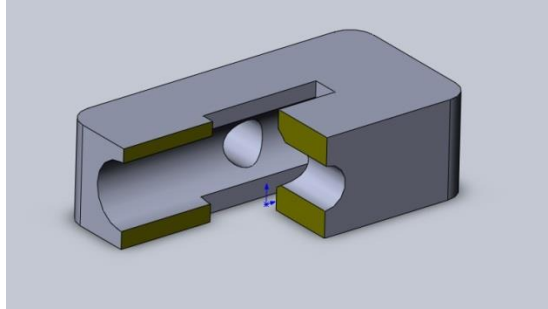
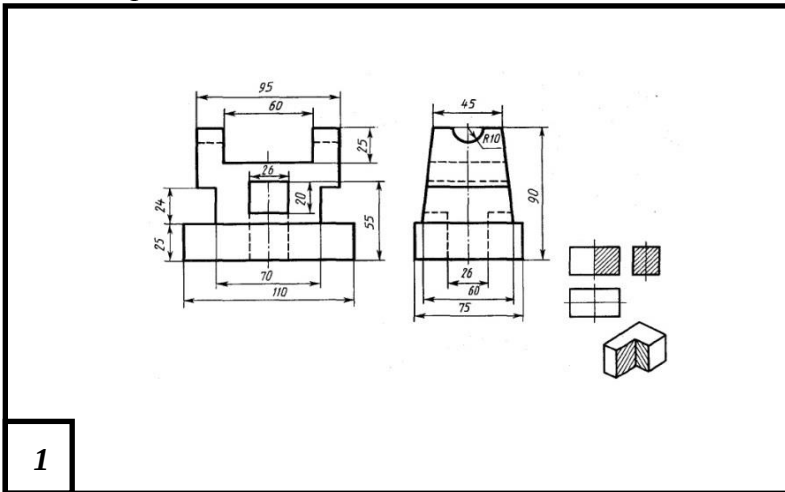
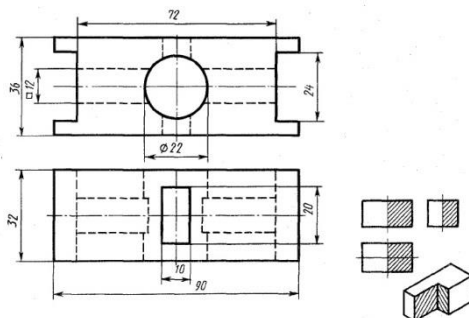


Рисунок 13.26

Варіанти завдання 10

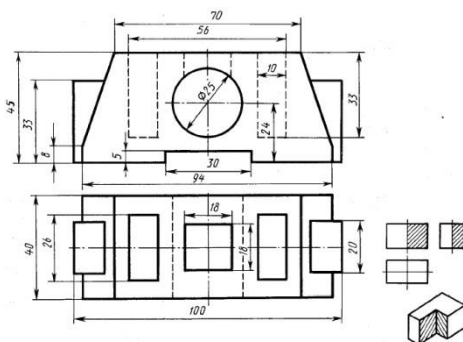


Варіанти завдання 10



2

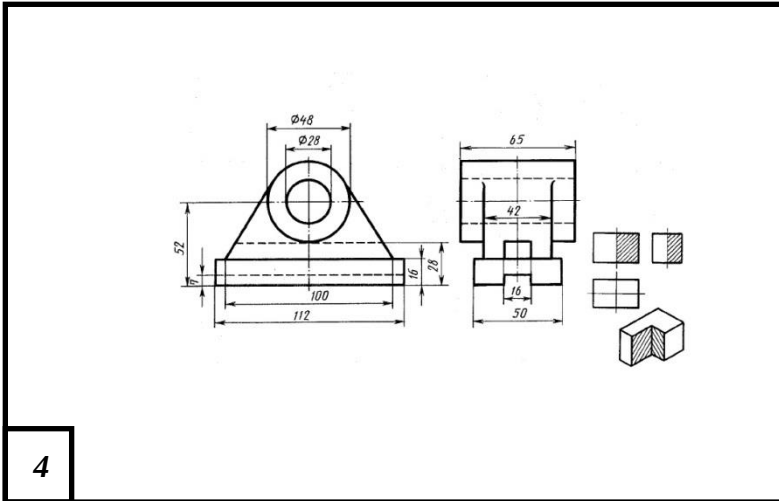
Варіанти завдання 10



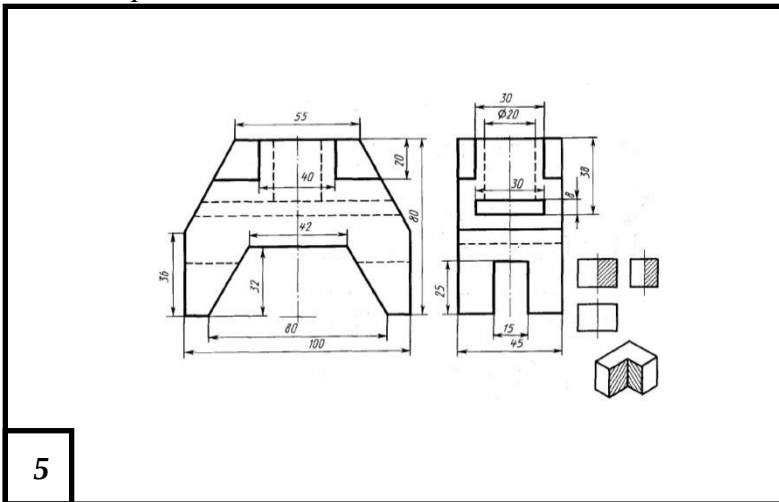
3



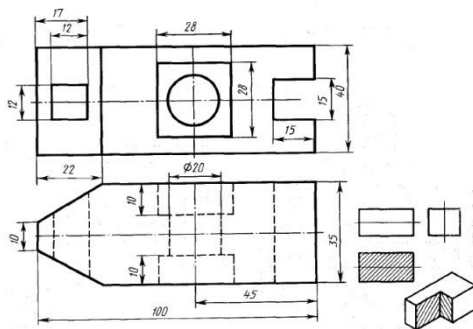
Варіанти завдання 10



Варіанти завдання 10

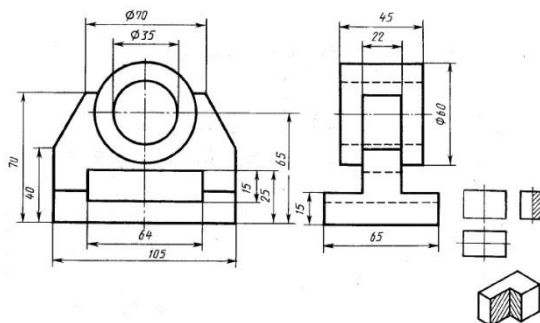


Варіанти завдання 10



6

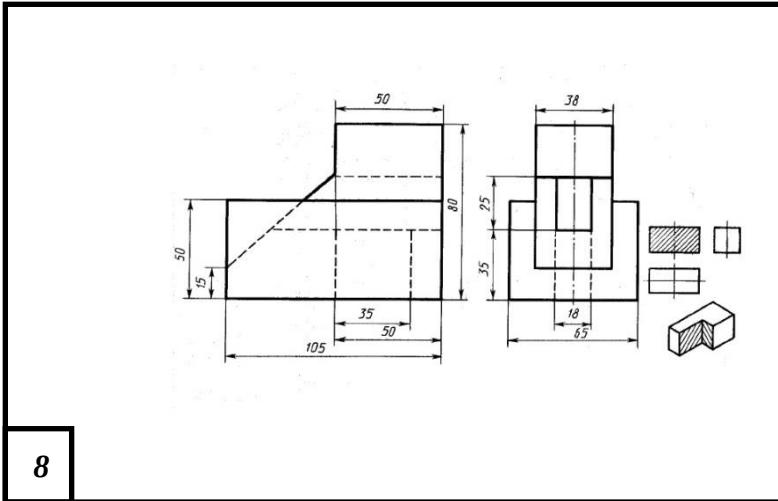
Варіанти завдання 10



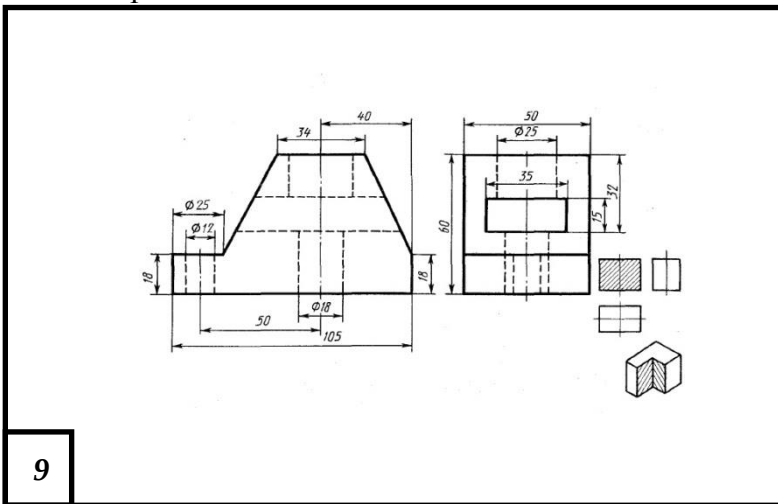
7



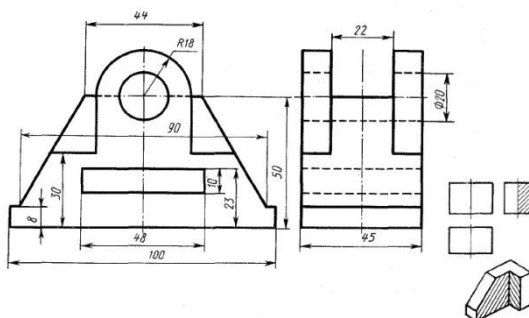
Варіанти завдання 10



Варіанти завдання 10

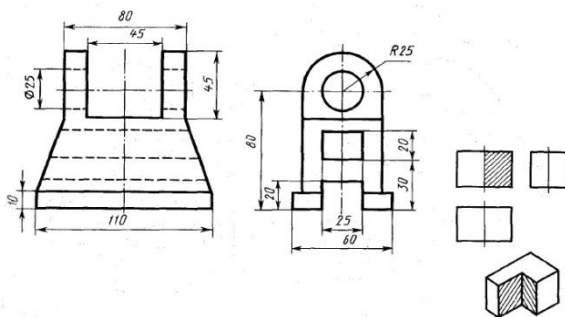


Варіанти завдання 10



10

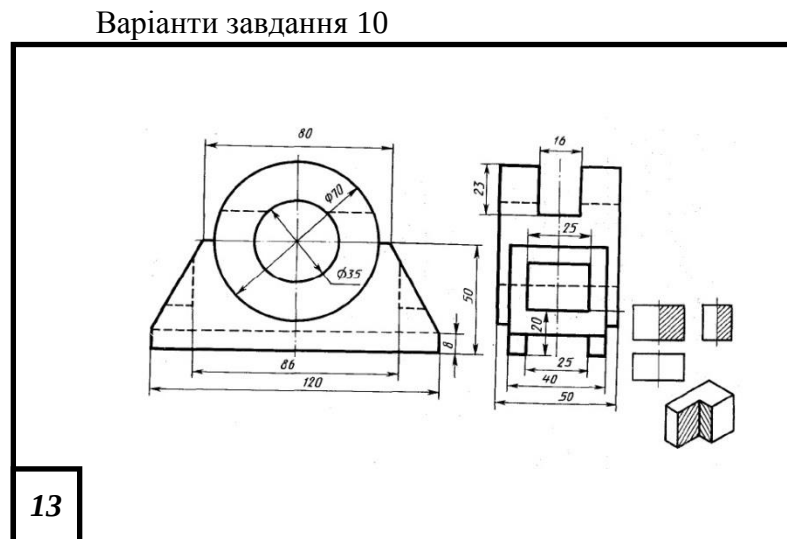
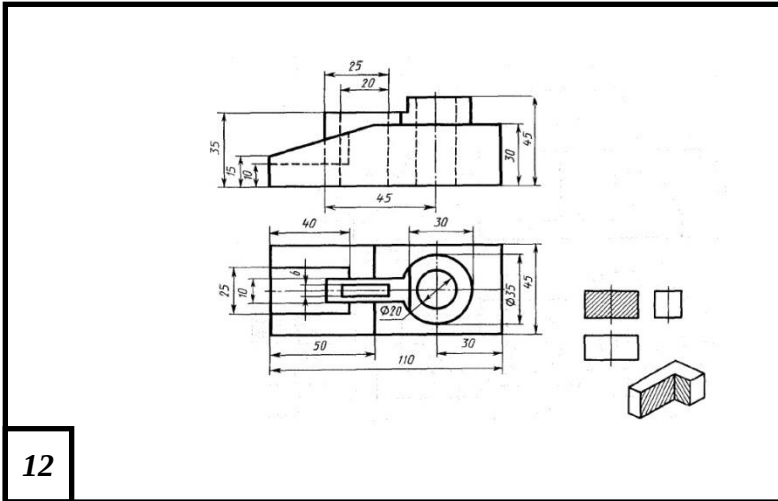
Варіанти завдання 10



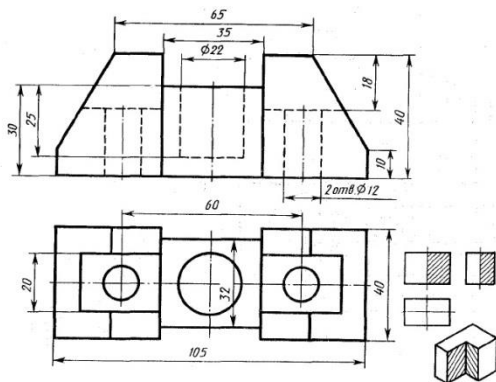
11



Варіанти завдання 10

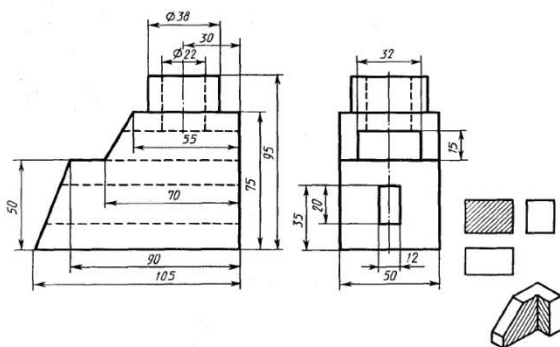


Варіанти завдання 10



14

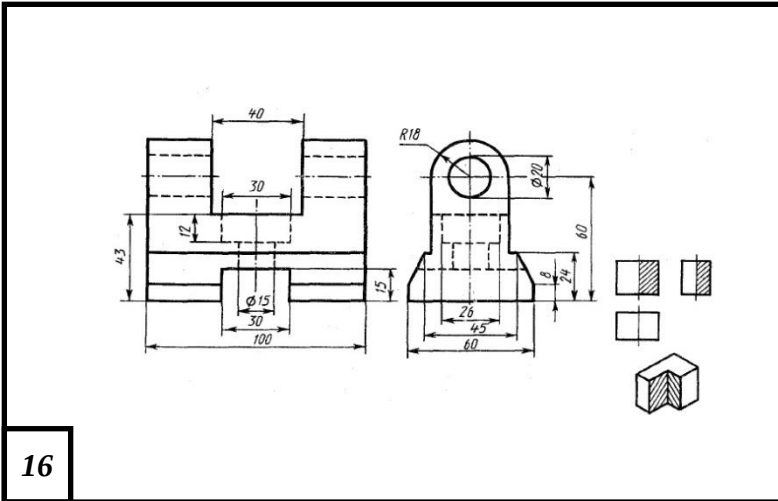
Варіанти завдання 10



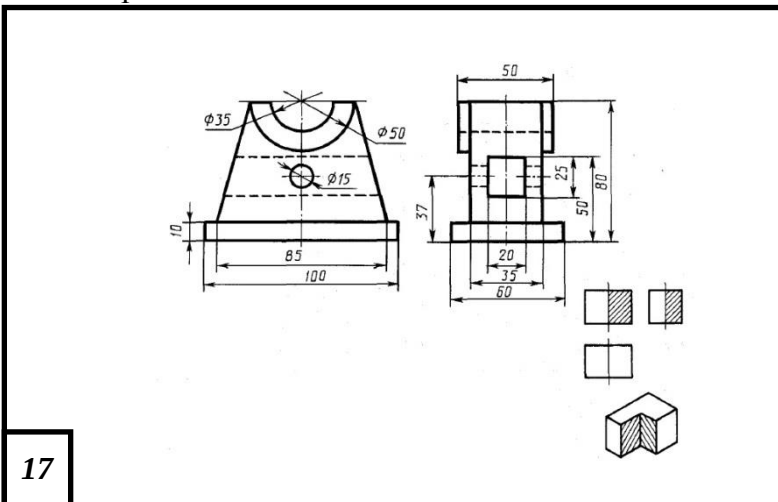
15



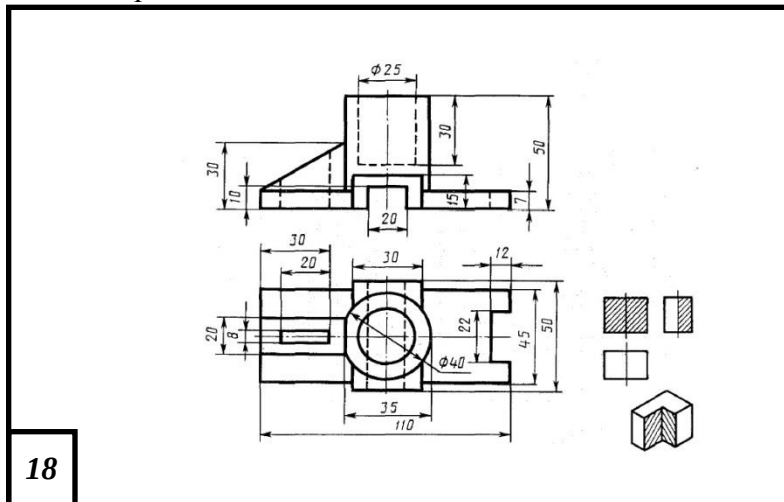
Варіанти завдання 10



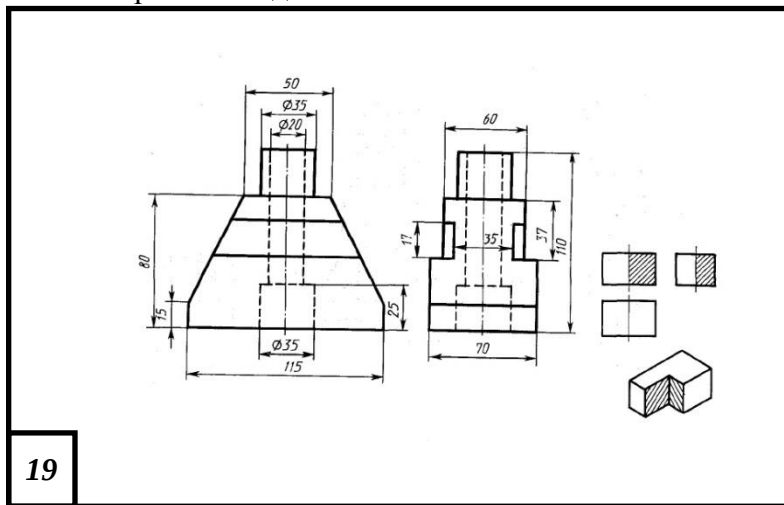
Варіанти завдання 10



Варіанти завдання 10



Варіанти завдання 10



Варіанти завдання 10

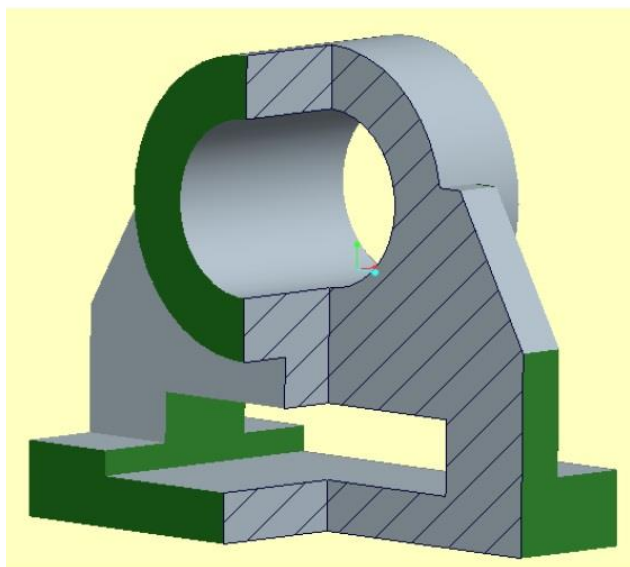
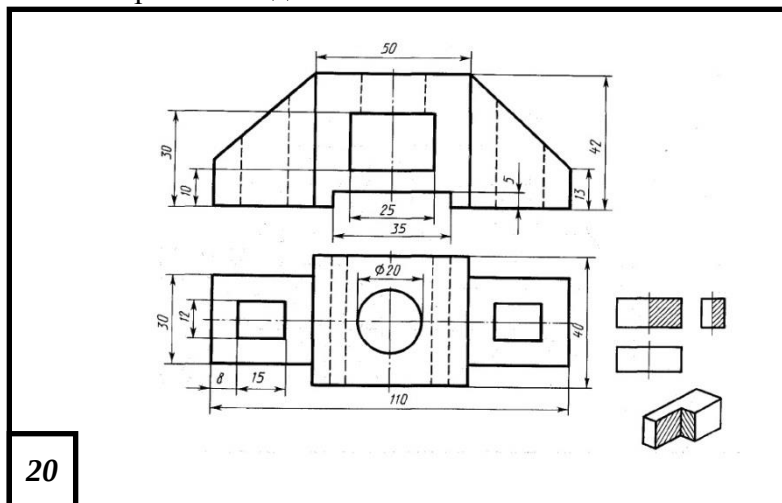


Рисунок 13.27



Зразок виконання завдання 10

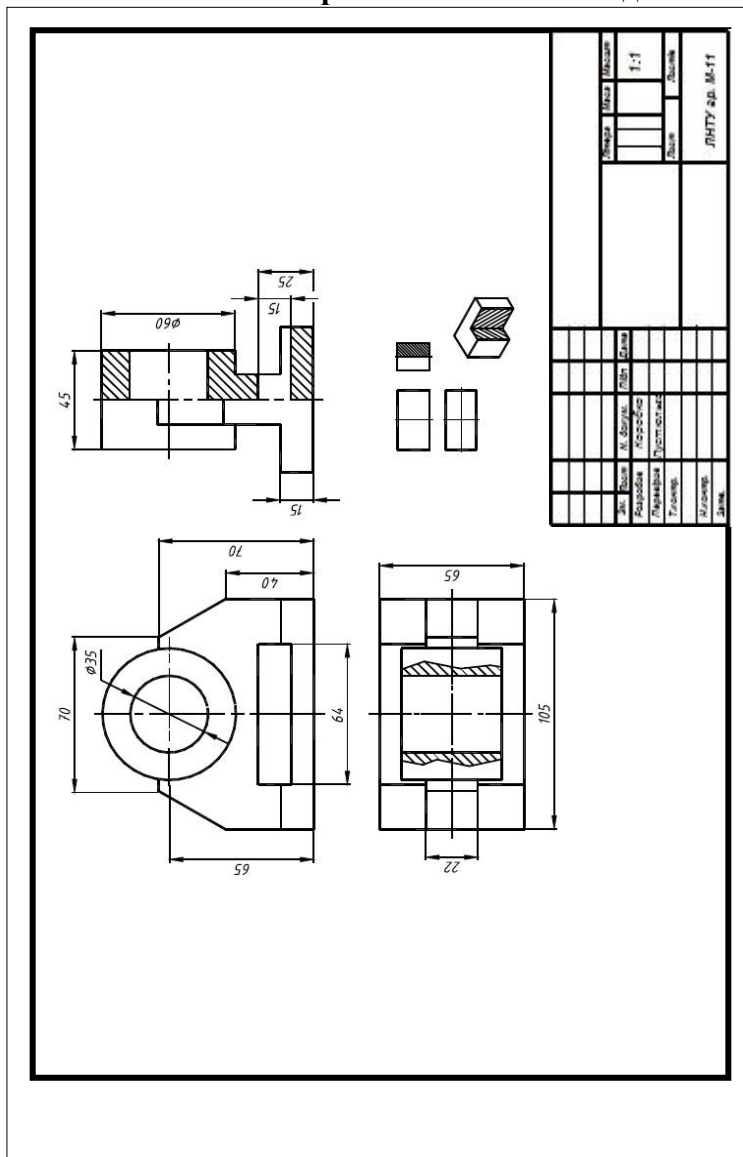


Рисунок 13.28



Тіні геометричних тіл в ортогональних проекціях**Завдання 11.**

Задано по дві проекції геометричних тіл. Побудувати дві проекції тіла за розмірами. Побудувати власну і падаючу тіні геометричної фігури на площини проекцій Π_1 і Π_2 (рис. 13.29).

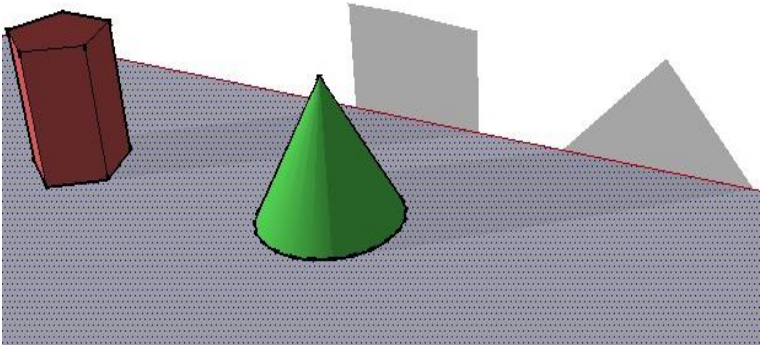
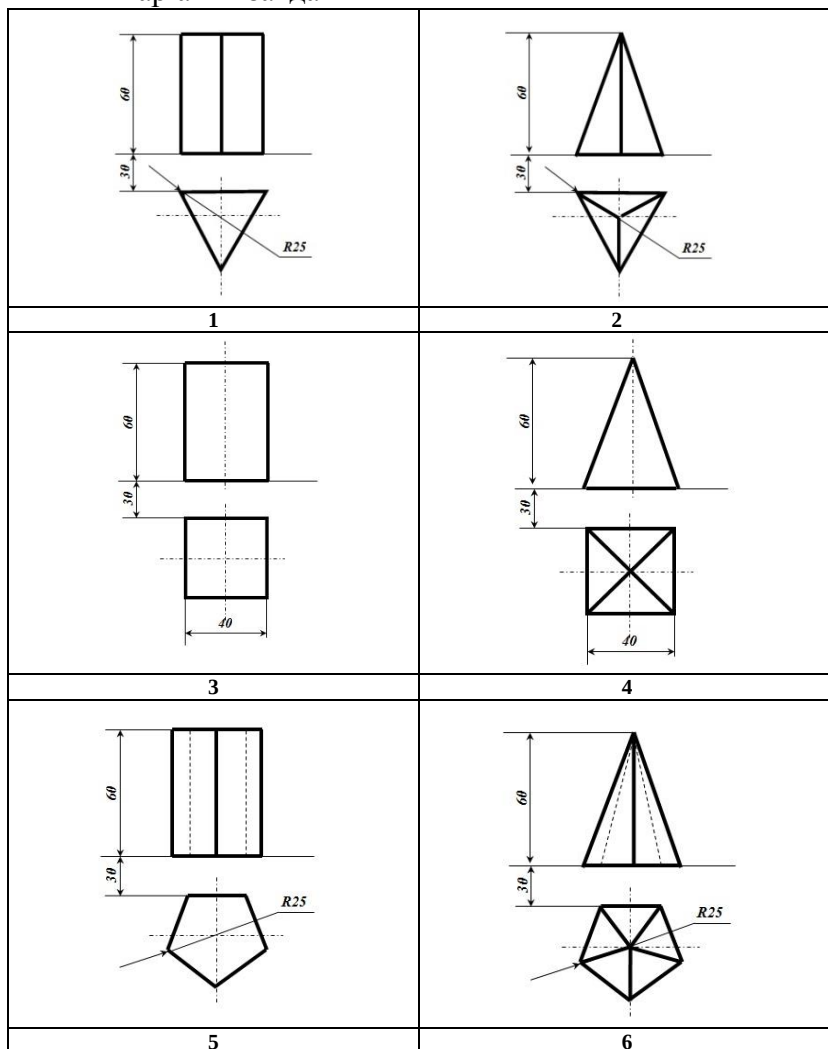


Рисунок 13.29

Зразок виконання завдання – рис. 13.30.



Варіанти завдання 11



Варіанти завдання 11

60 30 R25	60 30 R25
7	8
60 55 R25	60 55 R25
9	10



Варіанти завдання 11

2 фігура	1 фігура	Варіант
9	1	1
10	2	2
9	3	3
10	4	4
9	5	5
10	6	6
9	7	7
10	8	8
9	2	9
10	1	10
9	2	11
10	3	12
9	4	13
10	5	14
9	6	15
10	7	16
9	8	17
10	1	18
9	2	19
10	3	20



Зразок виконання завдання 11

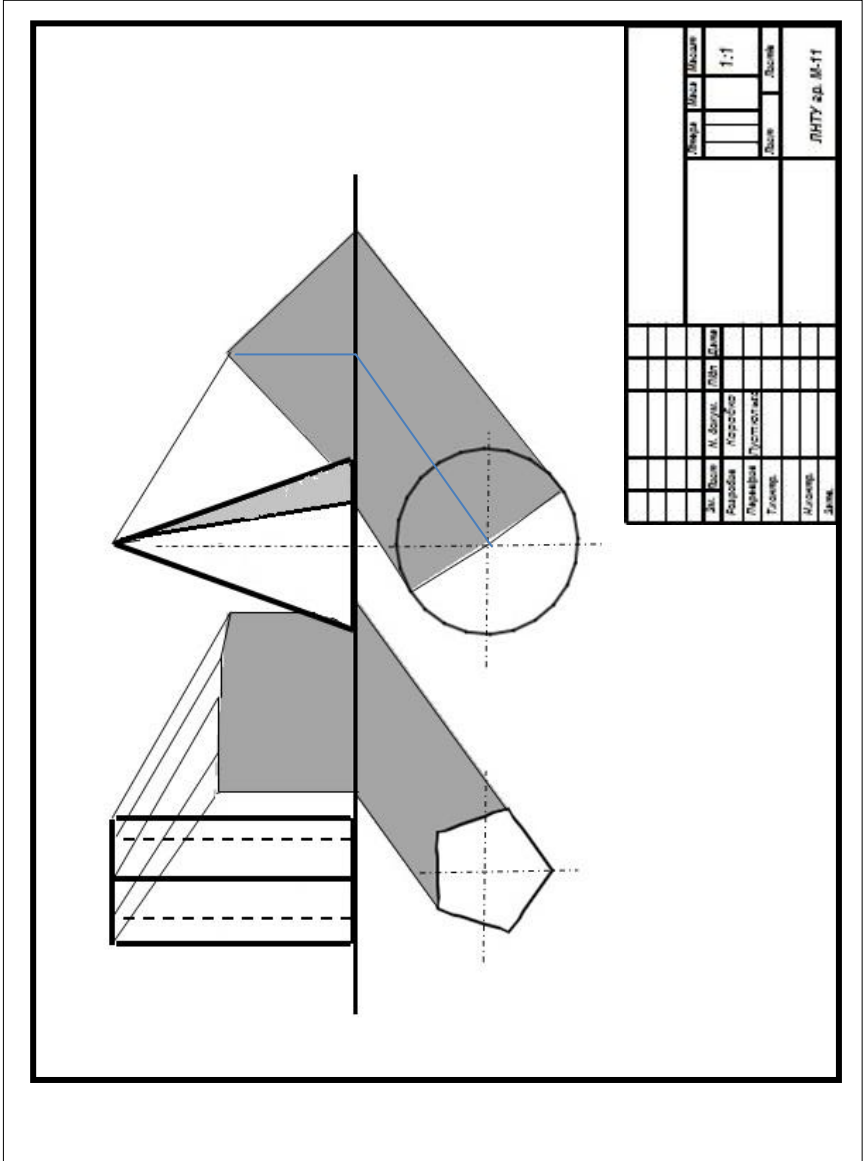


Рисунок 13.30



Побудова тіні на сходах**Завдання 12.**

Задано план та фасад сходів, кількість сходів і основні розміри.

1. Побудувати фасад та план сходів у масштабі 1:15. Побудувати падаючі тіні на плані та фасаді сходів.

2. Побудувати прямокутну ізометрію сходів. Побудувати власні та падаючі тіні на 3D зображенні сходів (рис. 13.33).

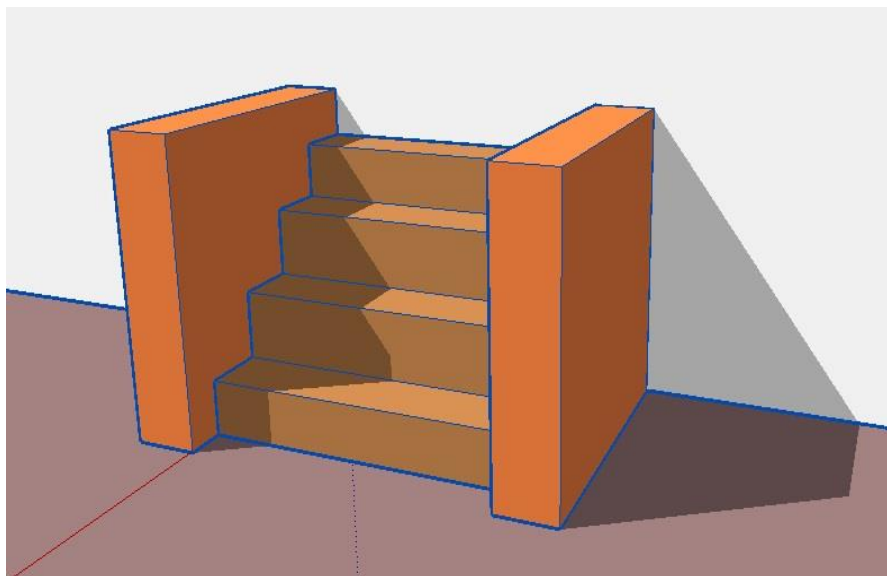


Рисунок 13.31

Зразок виконання завдання – рис. 13.32, рис. 13.33.



Варіанти завдання 12

Варіант	К-сть сходів	<i>a</i>	<i>b</i>	AA	BB
1	6	300	300	1200	1500
2	5	200	800	950	1800
3	4	400	700	1000	1500
4	3	200	700	650	1300
5	5	300	400	1050	1400
6	4	200	800	800	1600
7	6	400	200	1300	1400
8	3	300	1100	750	1700
9	5	200	800	950	1800
10	6	300	300	1200	1500
11	4	200	200	800	1000
12	3	400	800	850	1400
13	6	300	400	1200	1600
14	5	200	200	950	1200
15	4	300	1000	900	1800
16	3	200	900	650	1500
17	6	400	200	1300	1400
18	5	300	600	1050	1600
19	4	200	400	800	1000
20	3	400	700	850	1300



Зразок виконання завдання 12(1)

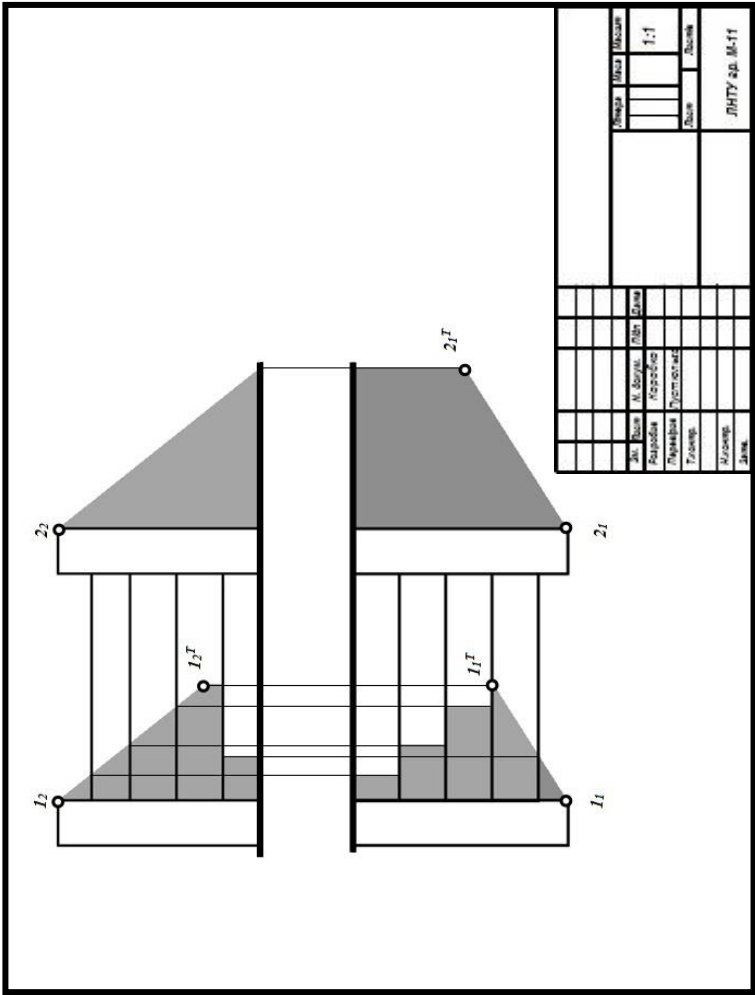


Рисунок 13.32



Побудова тіні зрізаного тіла в аксонометрії**Завдання 13.**

Задано дві проекції багатогранної або криволінійної поверхонь, зрізаних фронтально-проєціюючою площиною **T2**, та напрямок падіння світлових променів на фігуру.

1. Побудувати три проекції заданої багатогранної або криволінійної поверхонь із побудовою проекцій зрізу площиною **T2**. Рекомендовано розміри кожного варіанту завдання збільшити у чотирі рази.
2. Побудувати прямокутну ізометрію (3D зображення), власну та падаючу тіні заданої фігури (рис. 13.35).

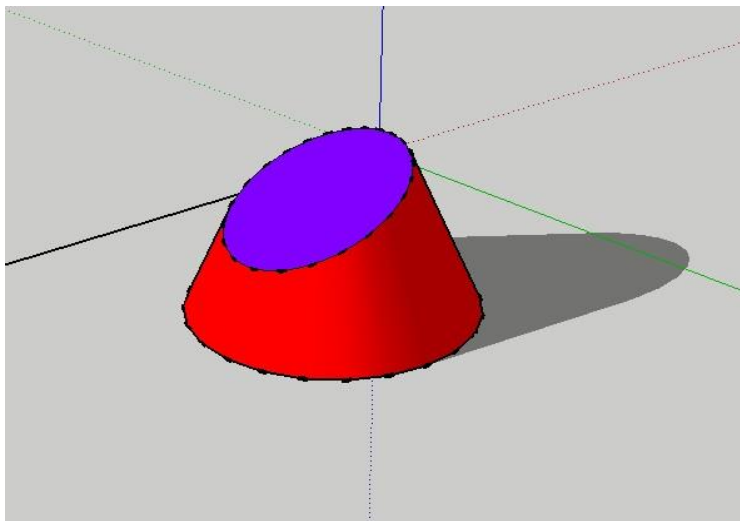
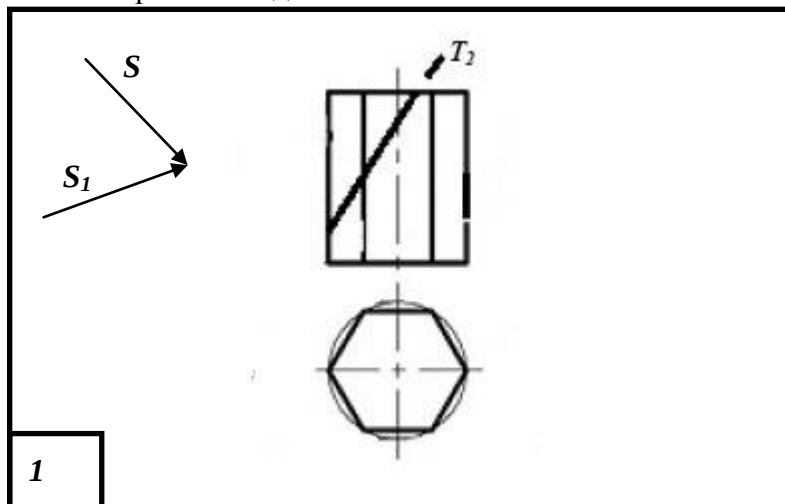


Рисунок 13.34

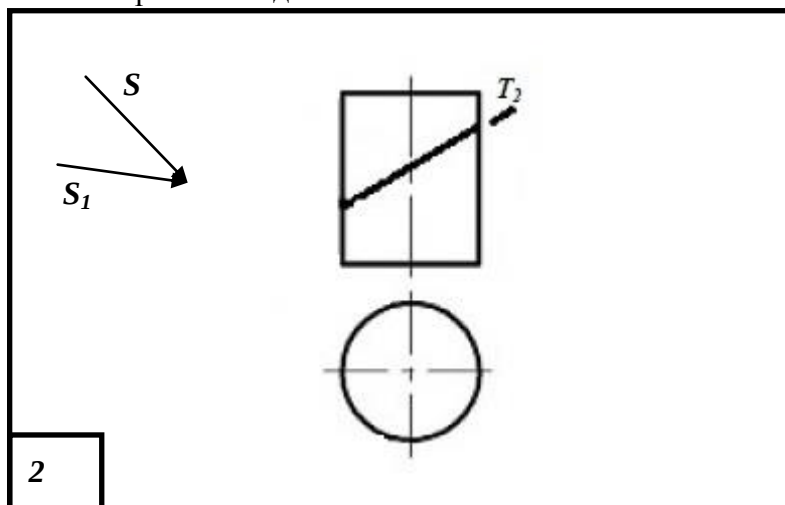
Зразок виконання завдання – рис. 13.35.



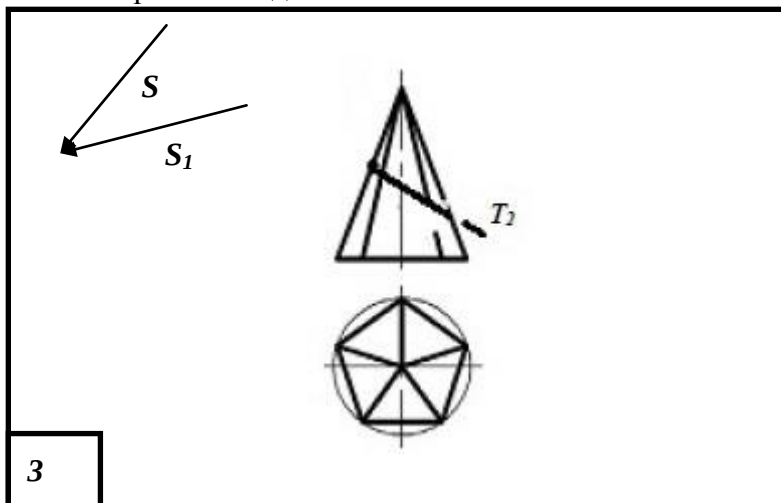
Варіанти завдання 13



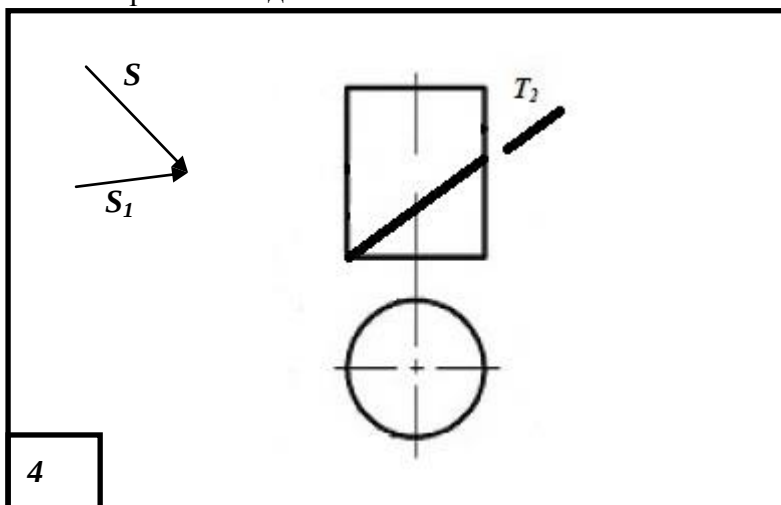
Варіанти завдання 13



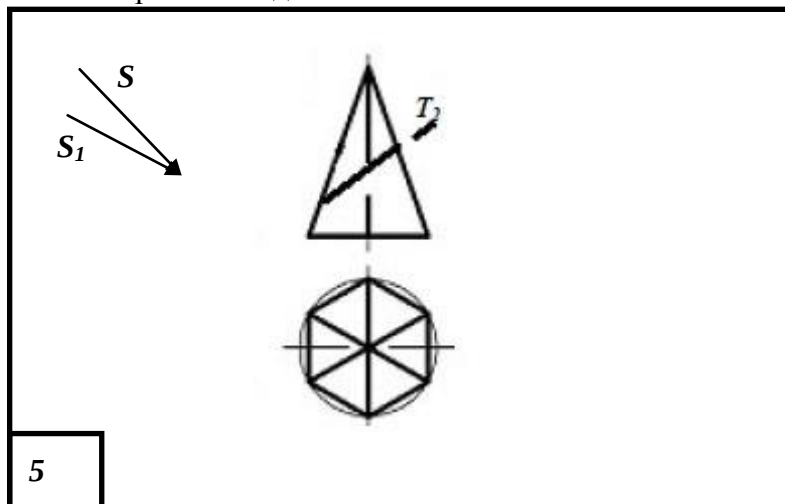
Варіанти завдання 13



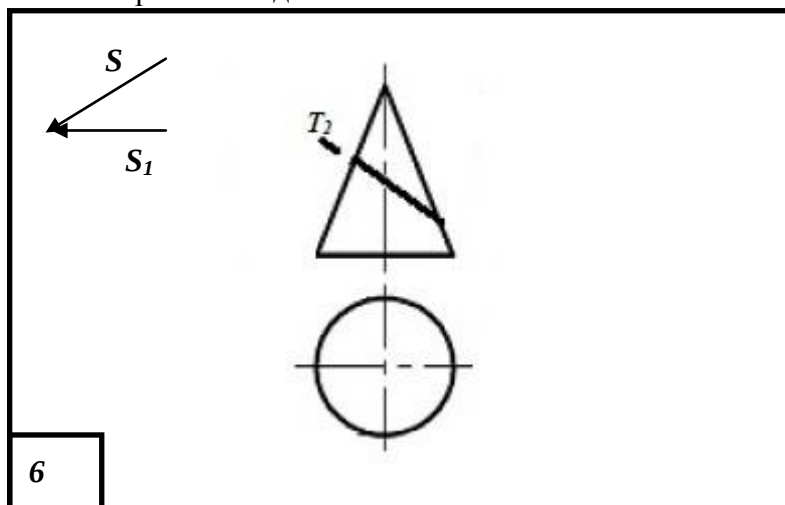
Варіанти завдання 13



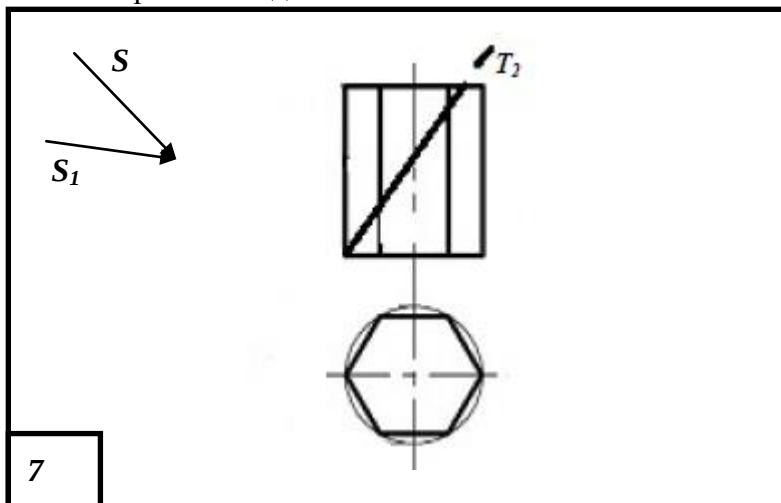
Варіанти завдання 13



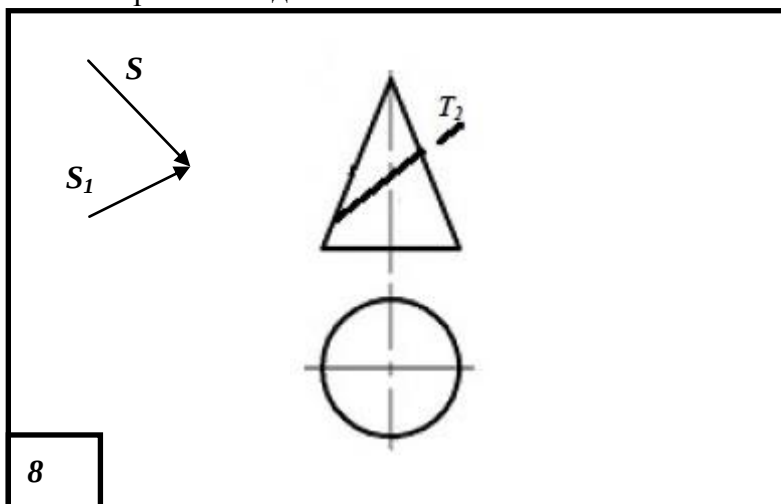
Варіанти завдання 13



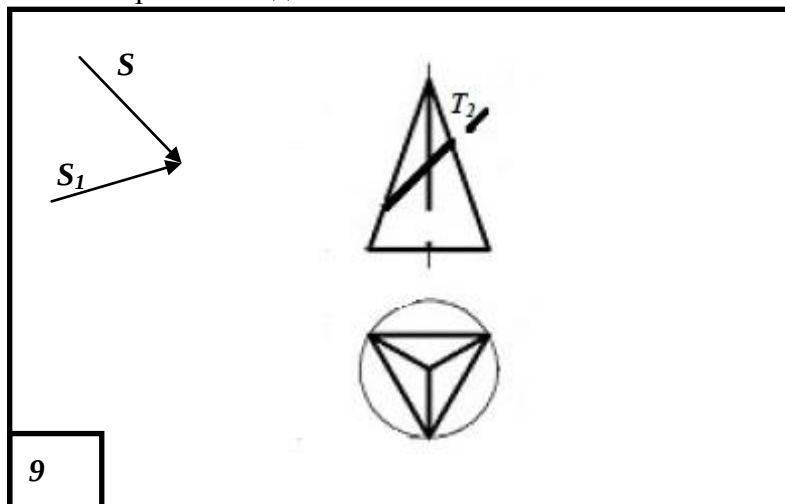
Варіанти завдання 13



Варіанти завдання 13

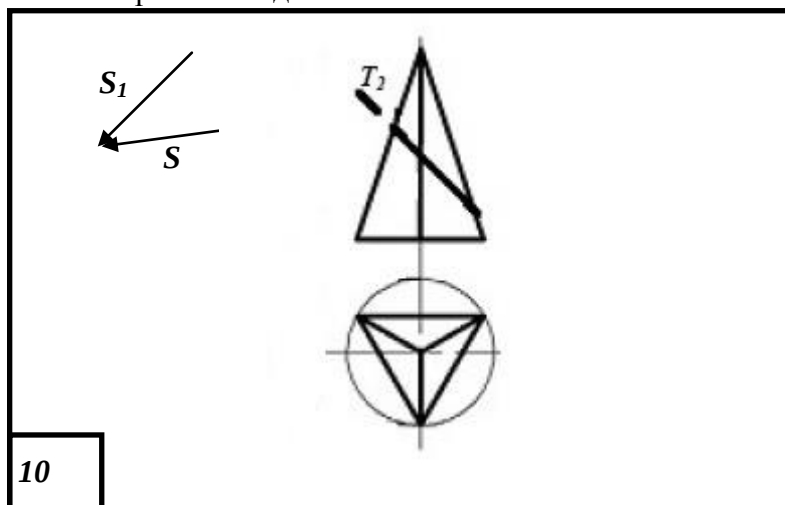


Варіанти завдання 13



9

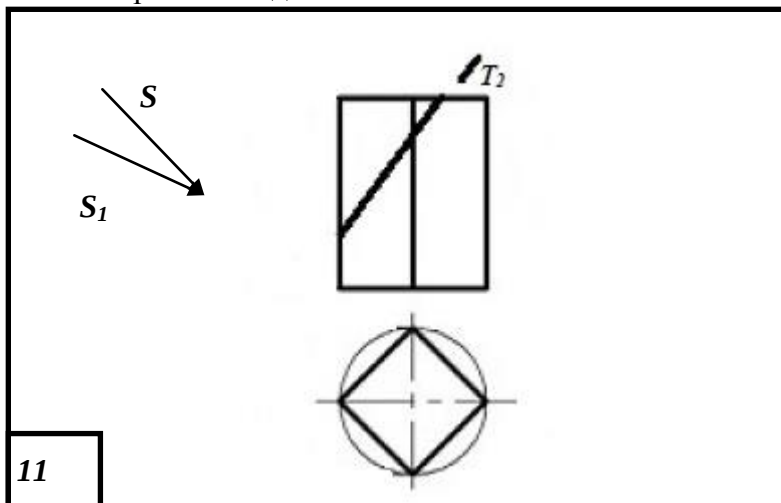
Варіанти завдання 13



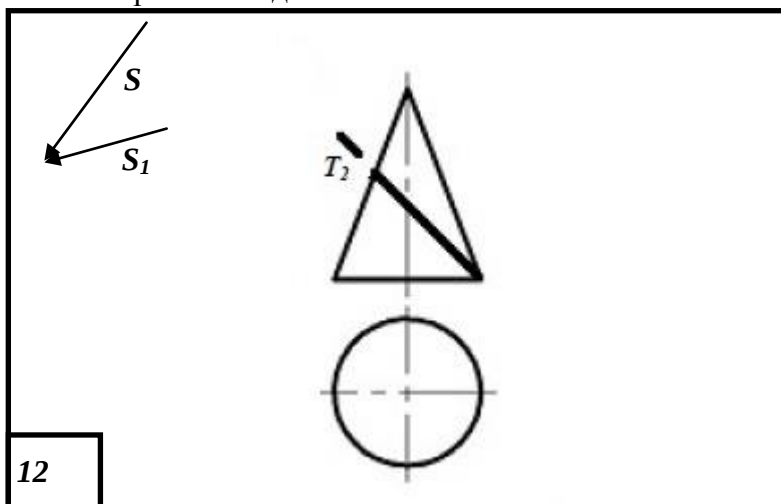
10



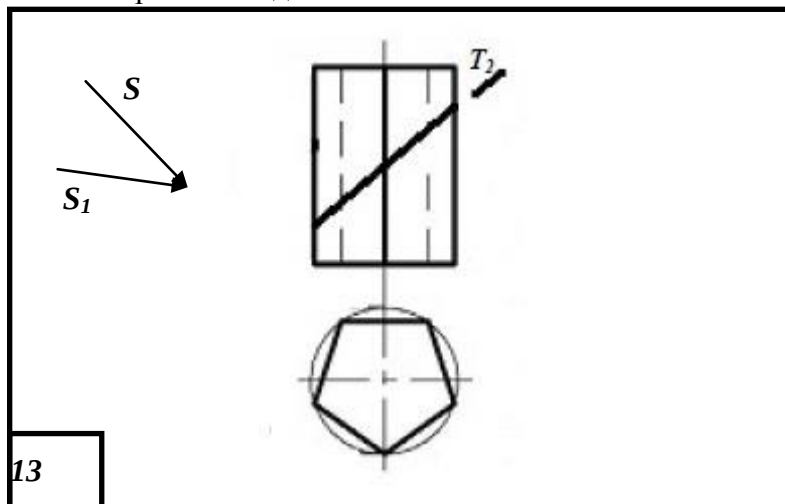
Варіанти завдання 13



Варіанти завдання 13

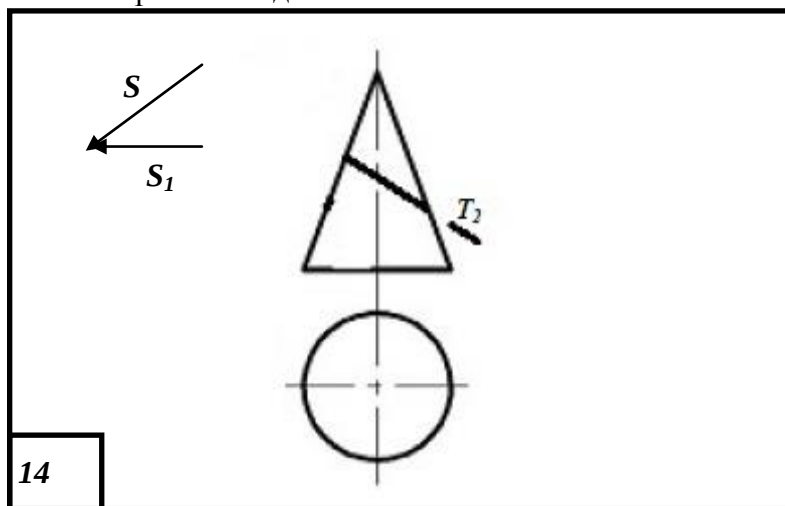


Варіанти завдання 13



13

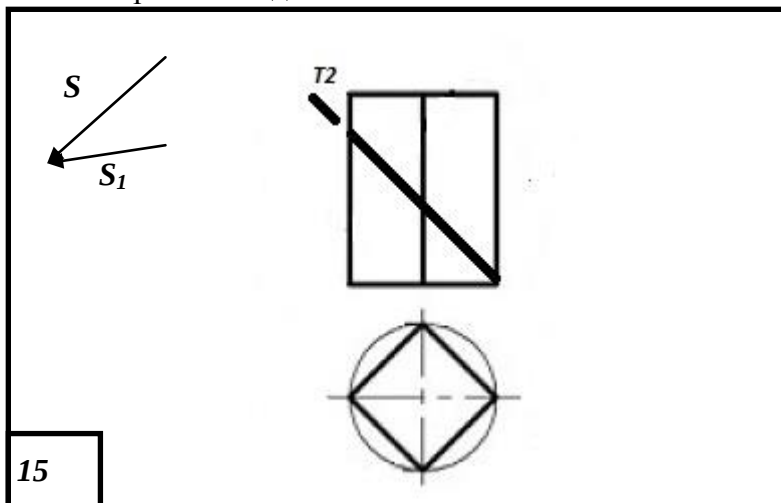
Варіанти завдання 13



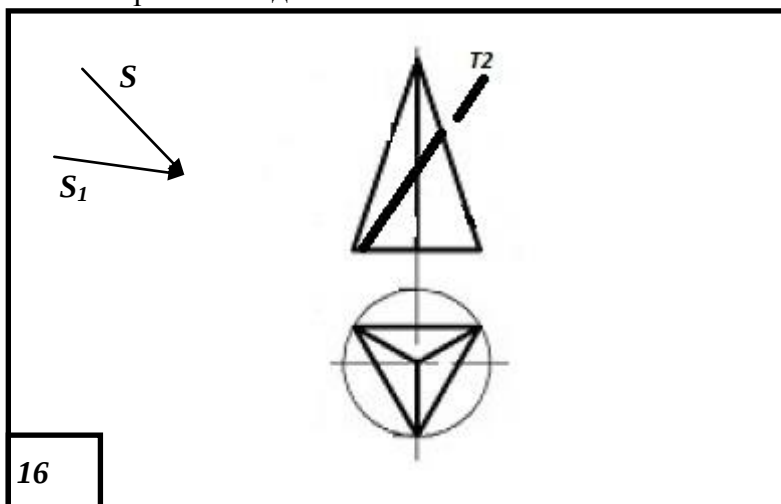
14



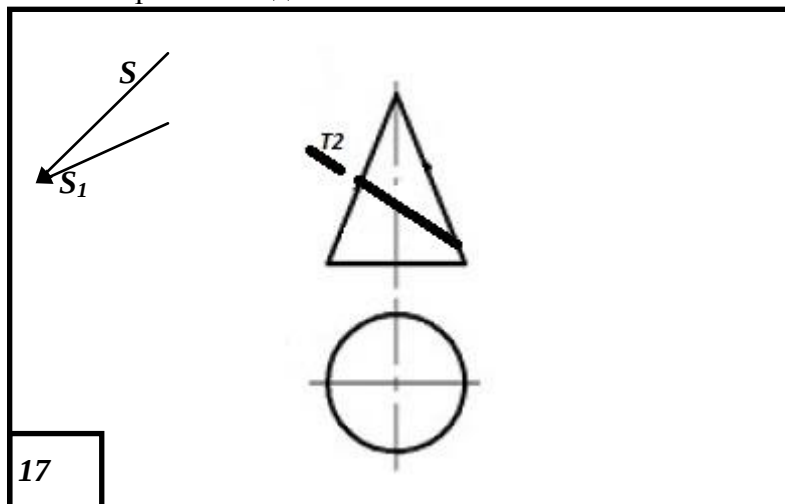
Варіанти завдання 13



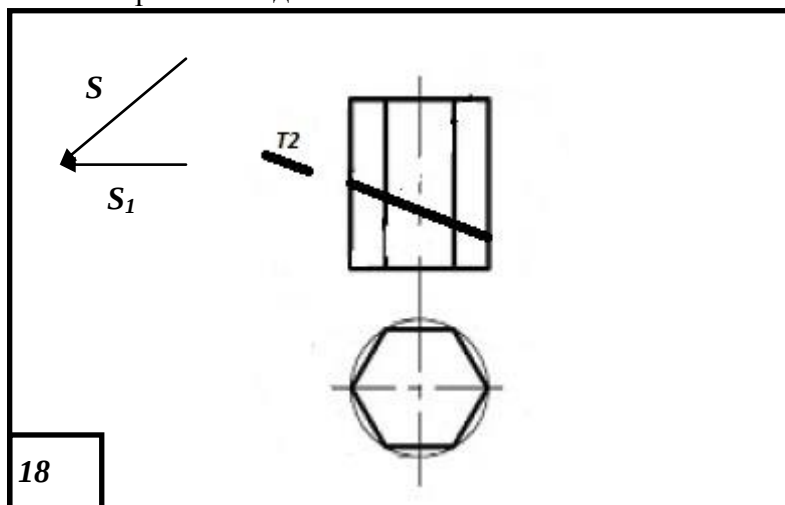
Варіанти завдання 13



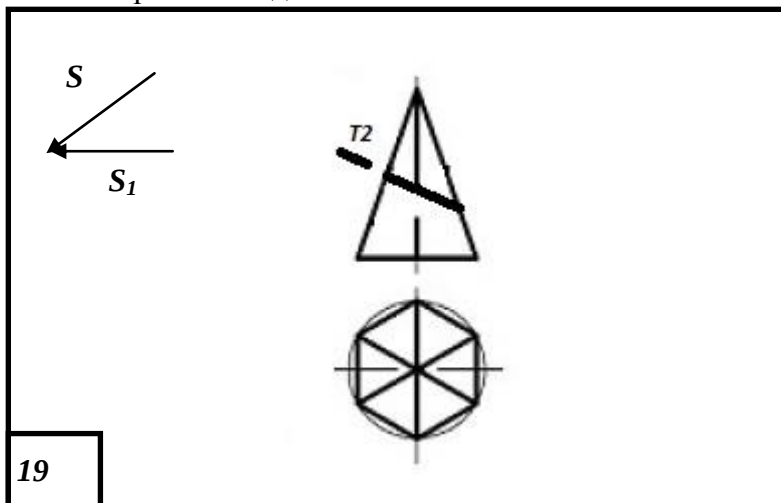
Варіанти завдання 13



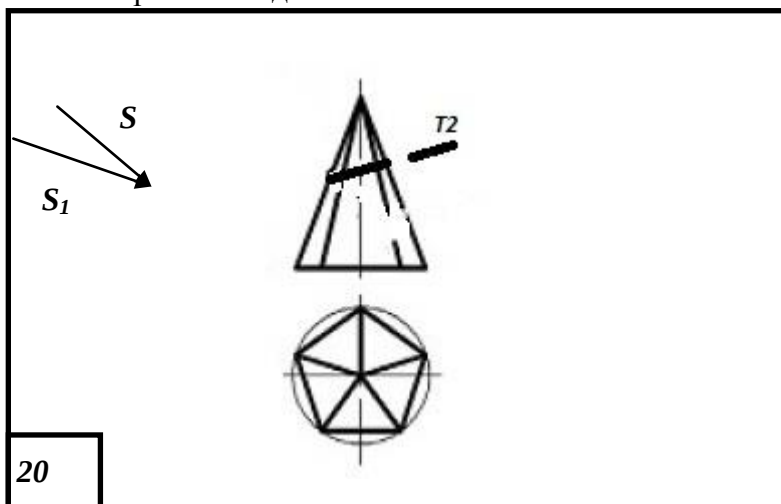
Варіанти завдання 13



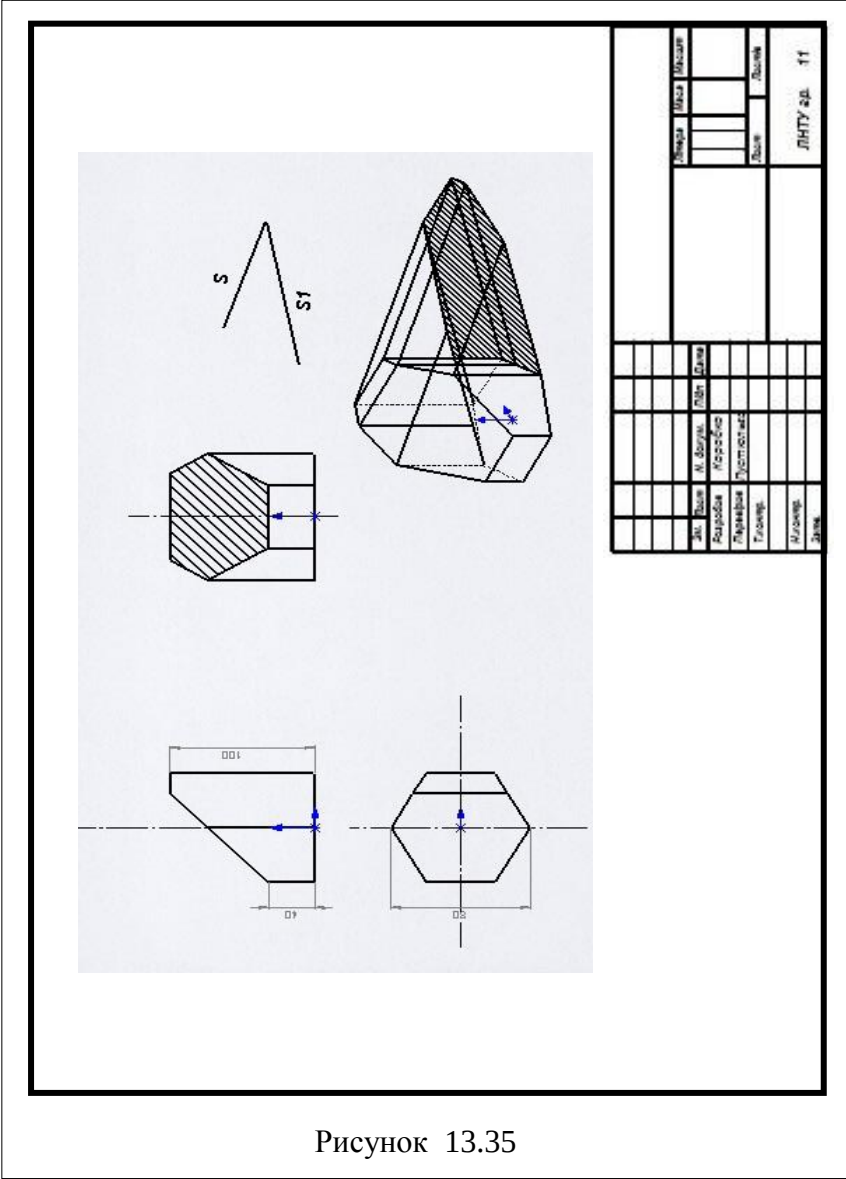
Варіанти завдання 13



Варіанти завдання 13



Зразок виконання завдання 13



Побудова перспективи геометричних тіл**Завдання 14.**

Задано дві проекції геометричних тіл.

1. Побудувати перспективу заданих геометричних тіл (рис. 6.17).

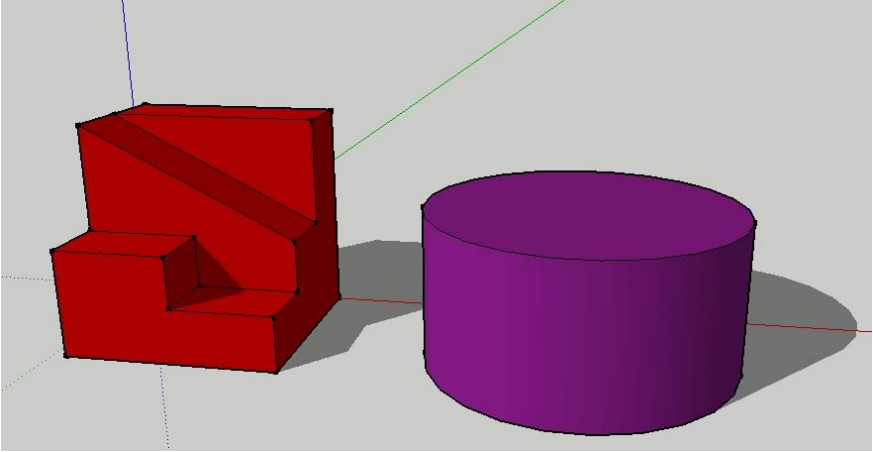
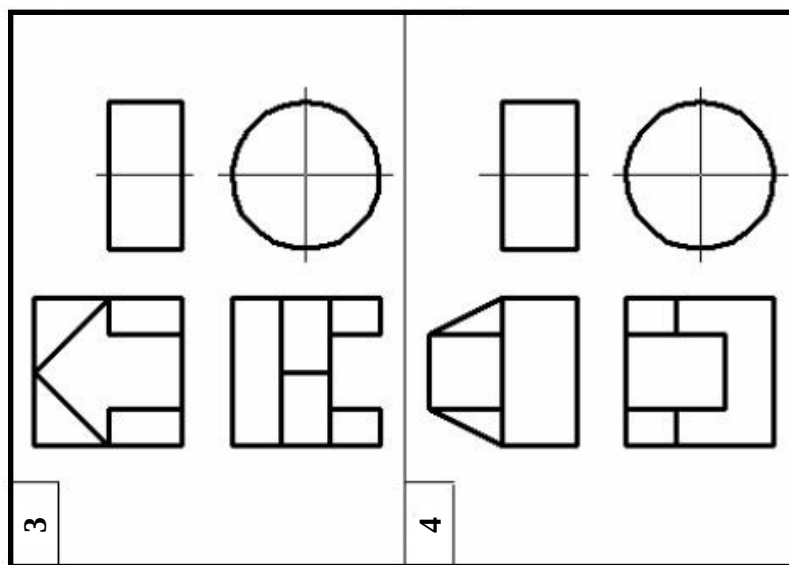
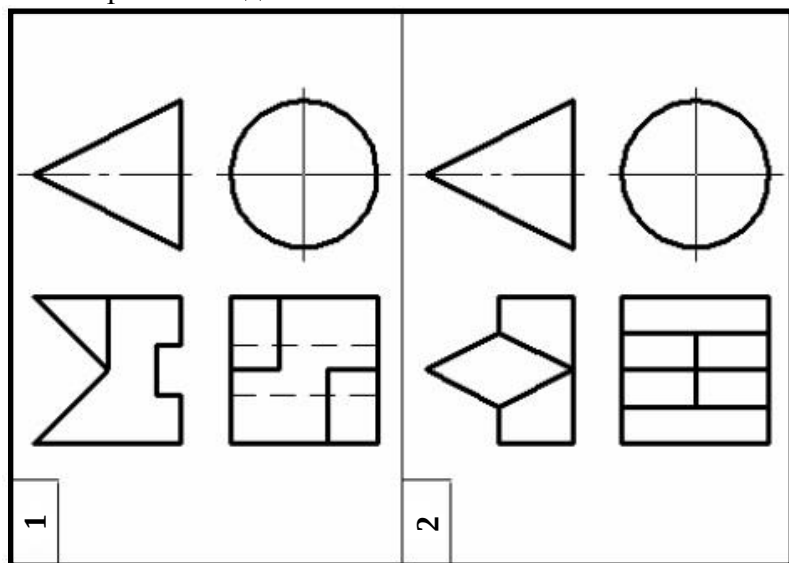


Рисунок 13.36

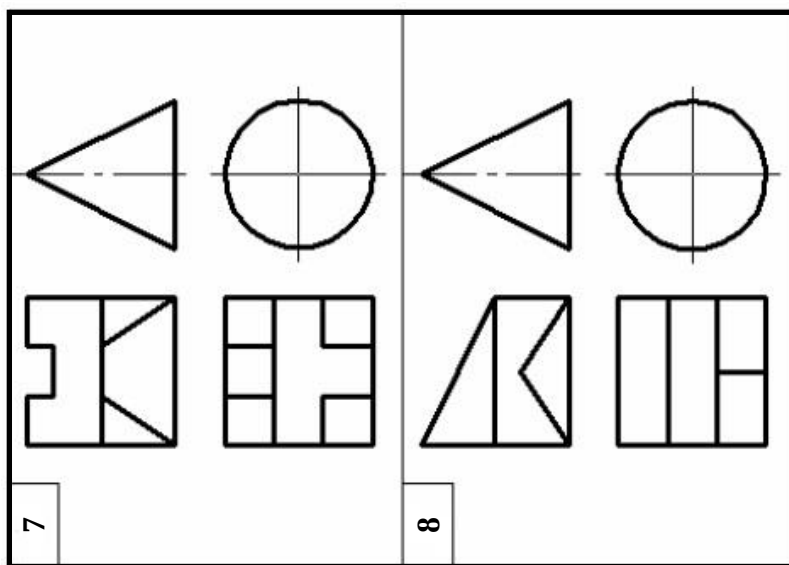
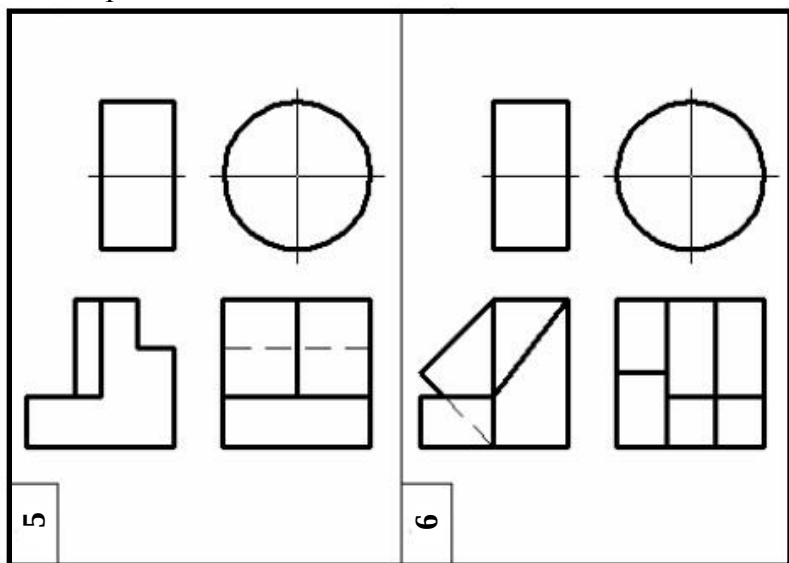
Зразок виконання завдання – рис. 13.37.



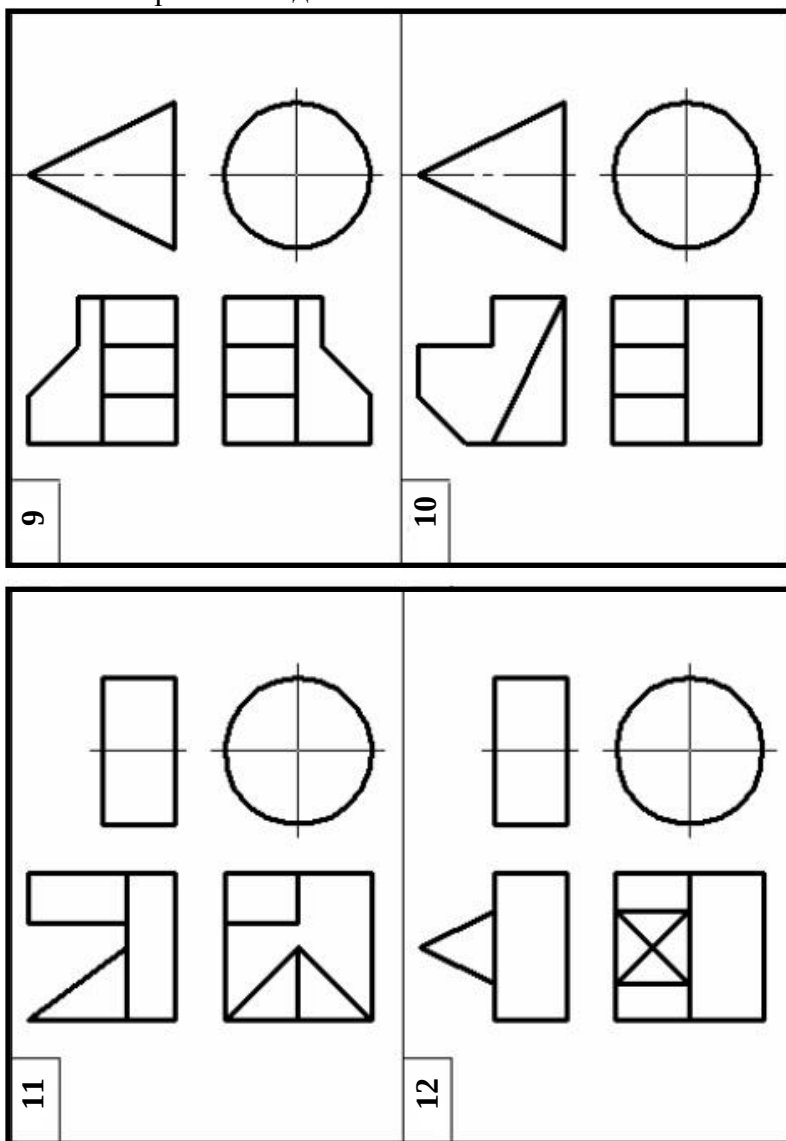
Варіанти завдання 14



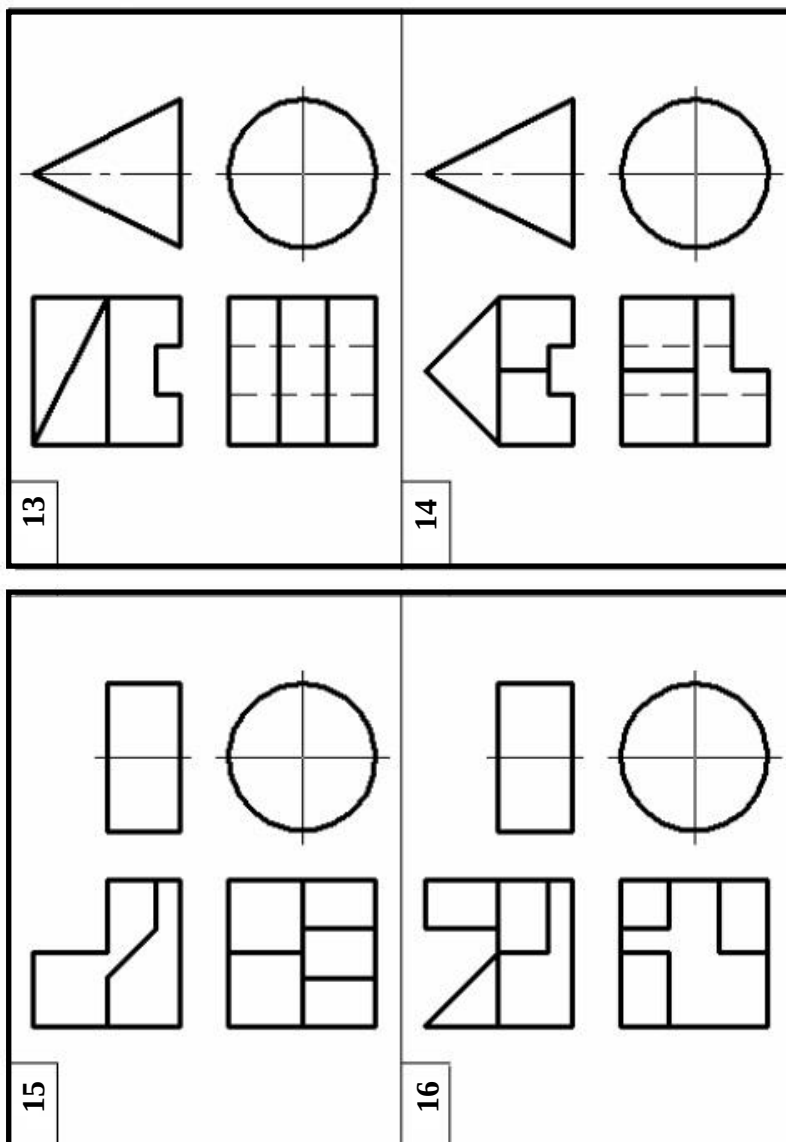
Варіанти завдання 14



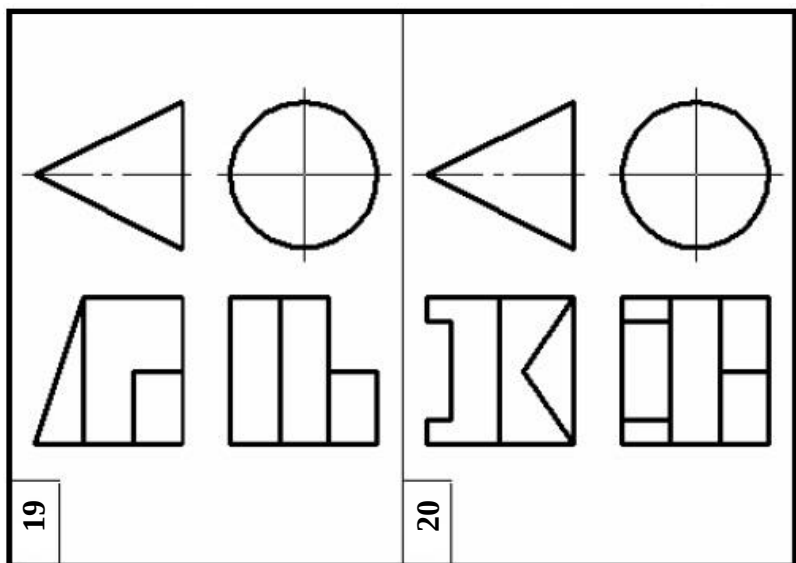
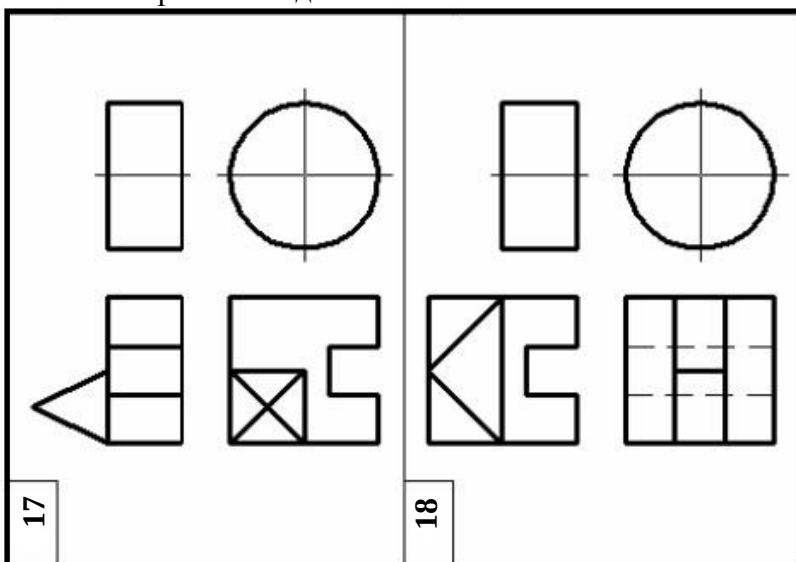
Варіанти завдання 14



Варіанти завдання 14



Варіанти завдання 14



Зразок виконання завдання 14

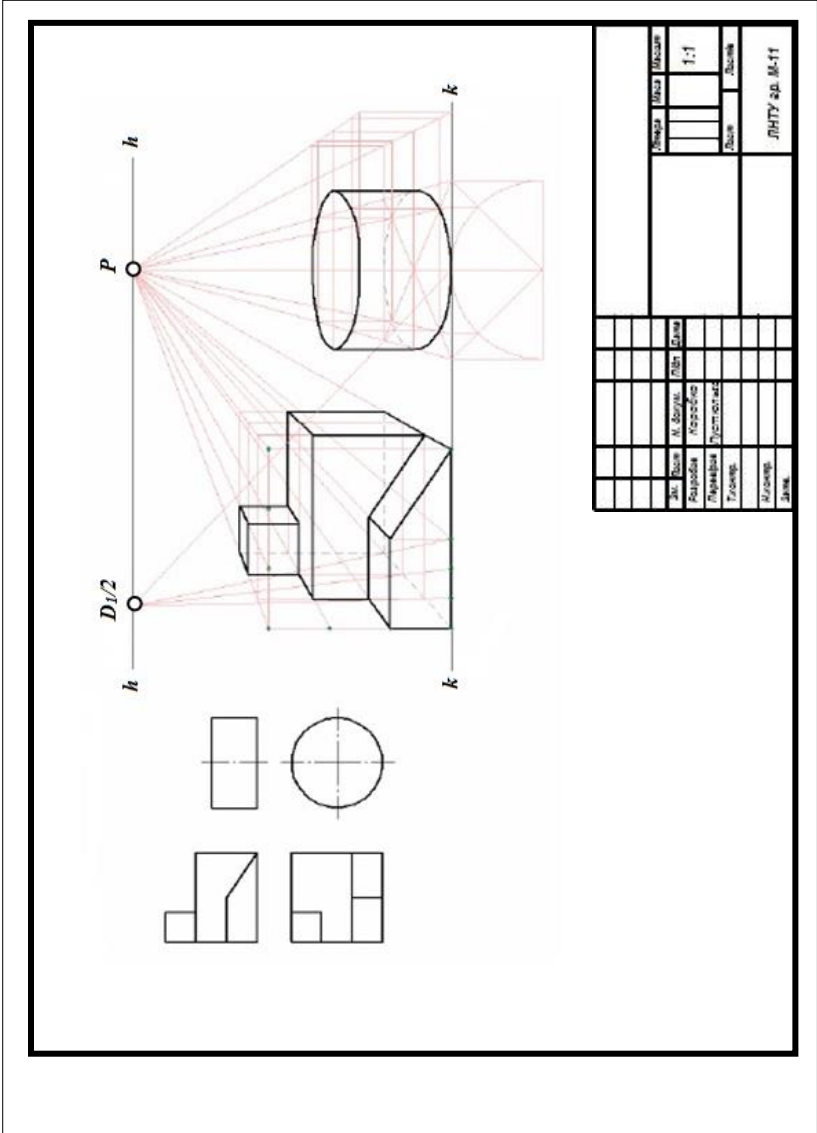


Рисунок 13.37



Побудова перспективи групи споруд «методом архітекторів» Завдання 15.

Задано план та фасад макету групи архітектурних споруд.

1. За заданим планом та фасадом макету побудувати перспективу споруд за точками збігу (F_1 , F_2). Розміри архітектурних форм задані у метрах. Для побудови графічної роботи рекомендовано використати масштаб 1:2000.

2. Побудувати власну та падаючу тіні групи споруд (рис. 13.38).

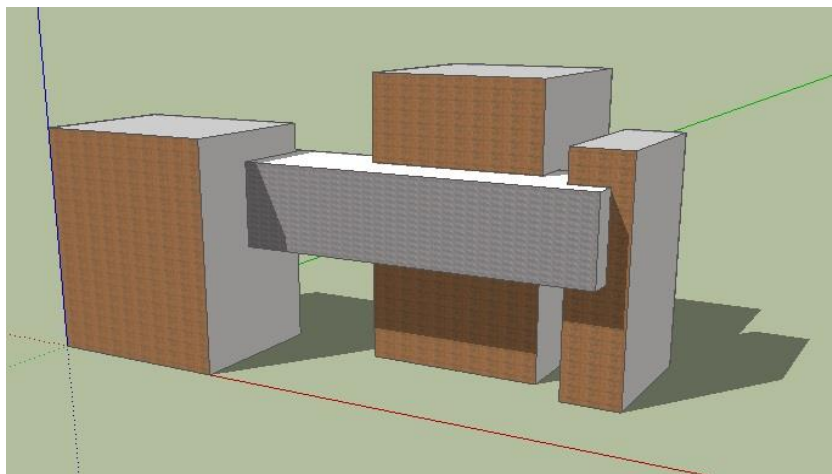
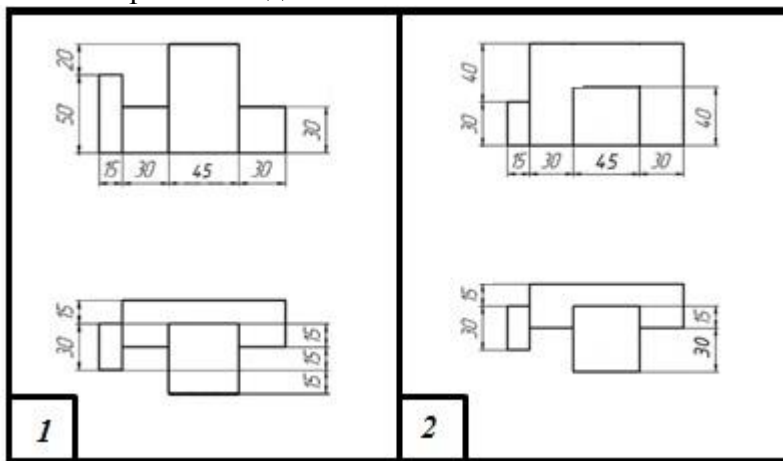


Рисунок 13.38

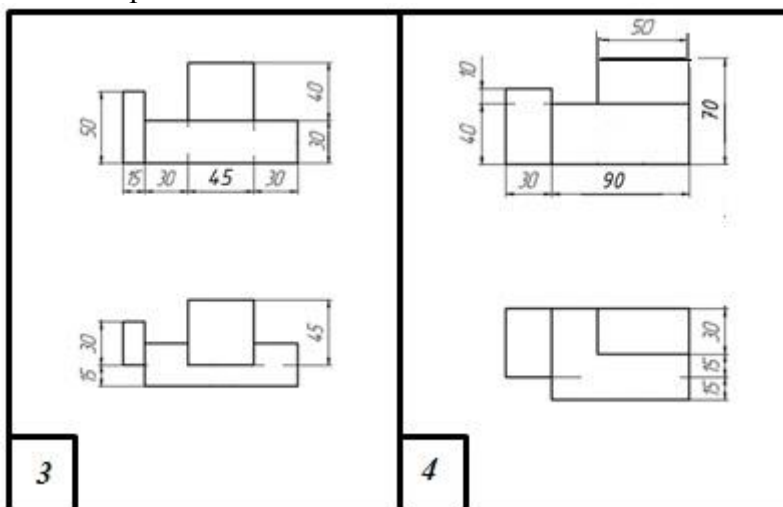
Зразок виконання завдання – рис. 13.39.



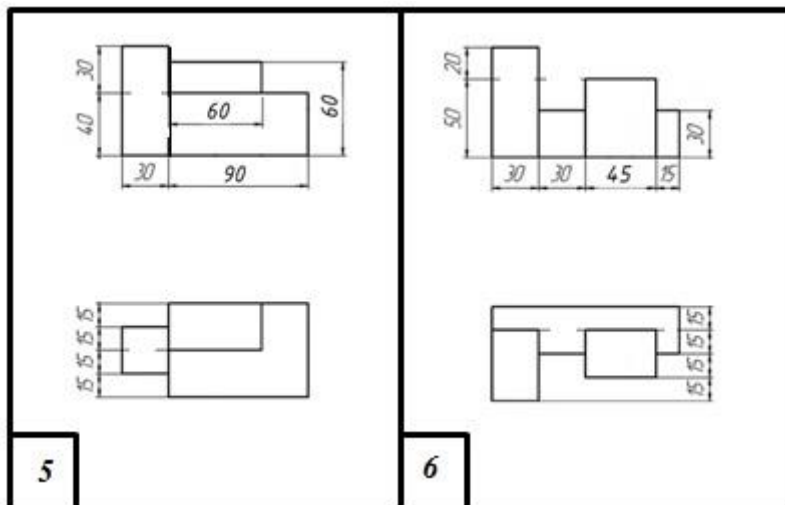
Варіанти завдання 15



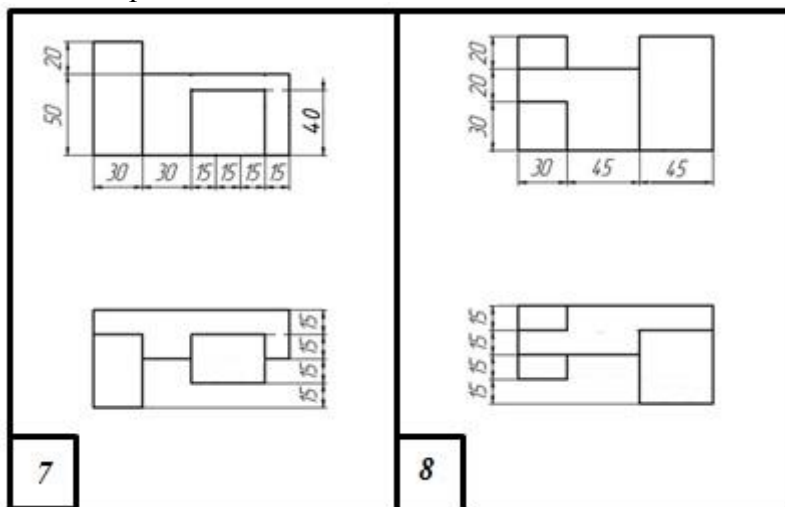
Варіанти завдання 15



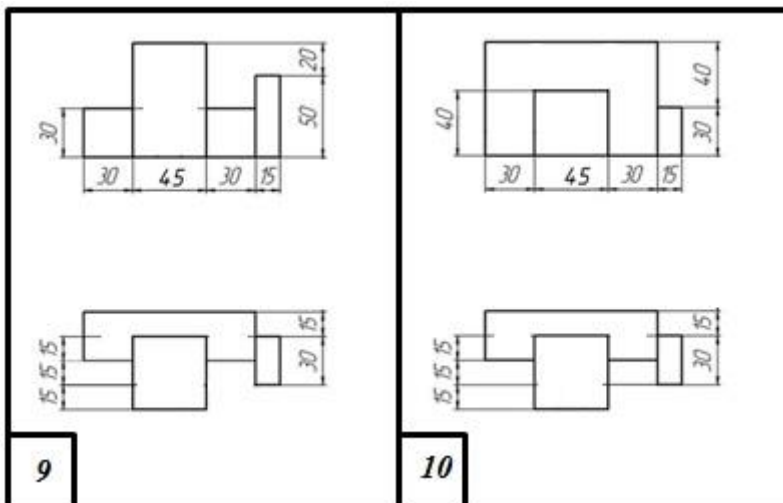
Варіанти завдання 15



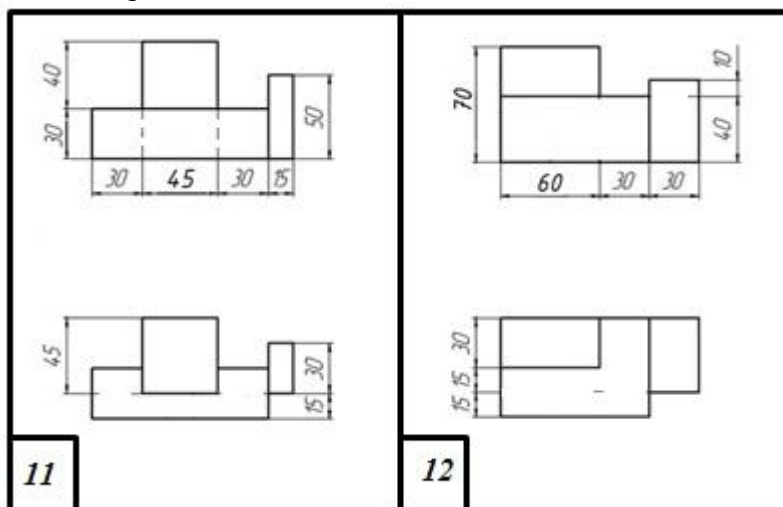
Варіанти завдання 15



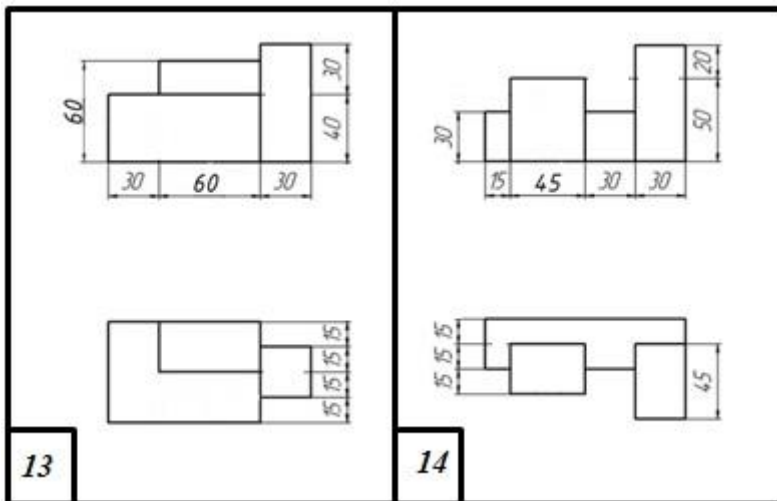
Варіанти завдання 15



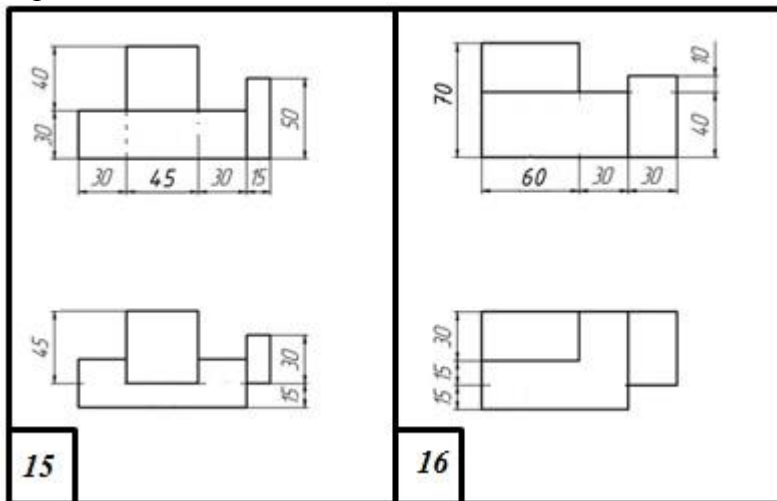
Варіанти завдання 15



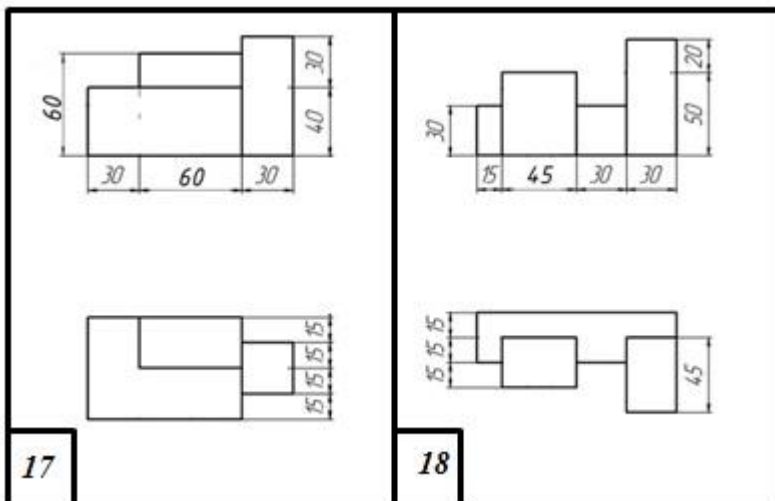
Варіанти завдання 15



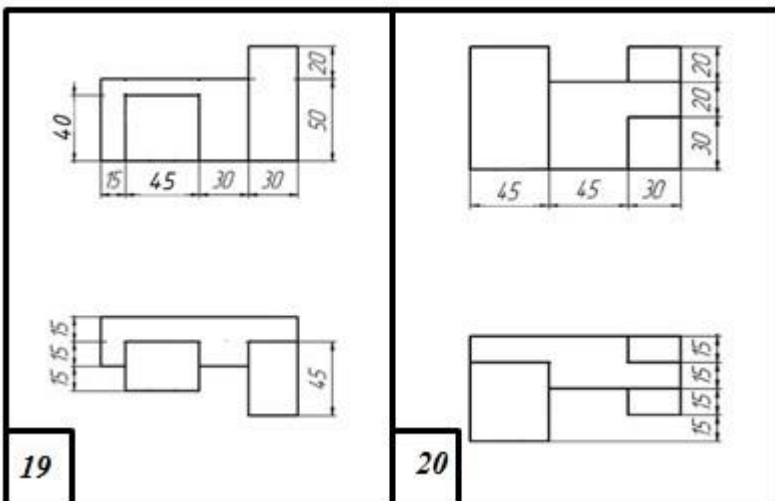
Варіанти завдання 15



Варіанти завдання 15



Варіанти завдання 15



Зразок виконання завдання 15

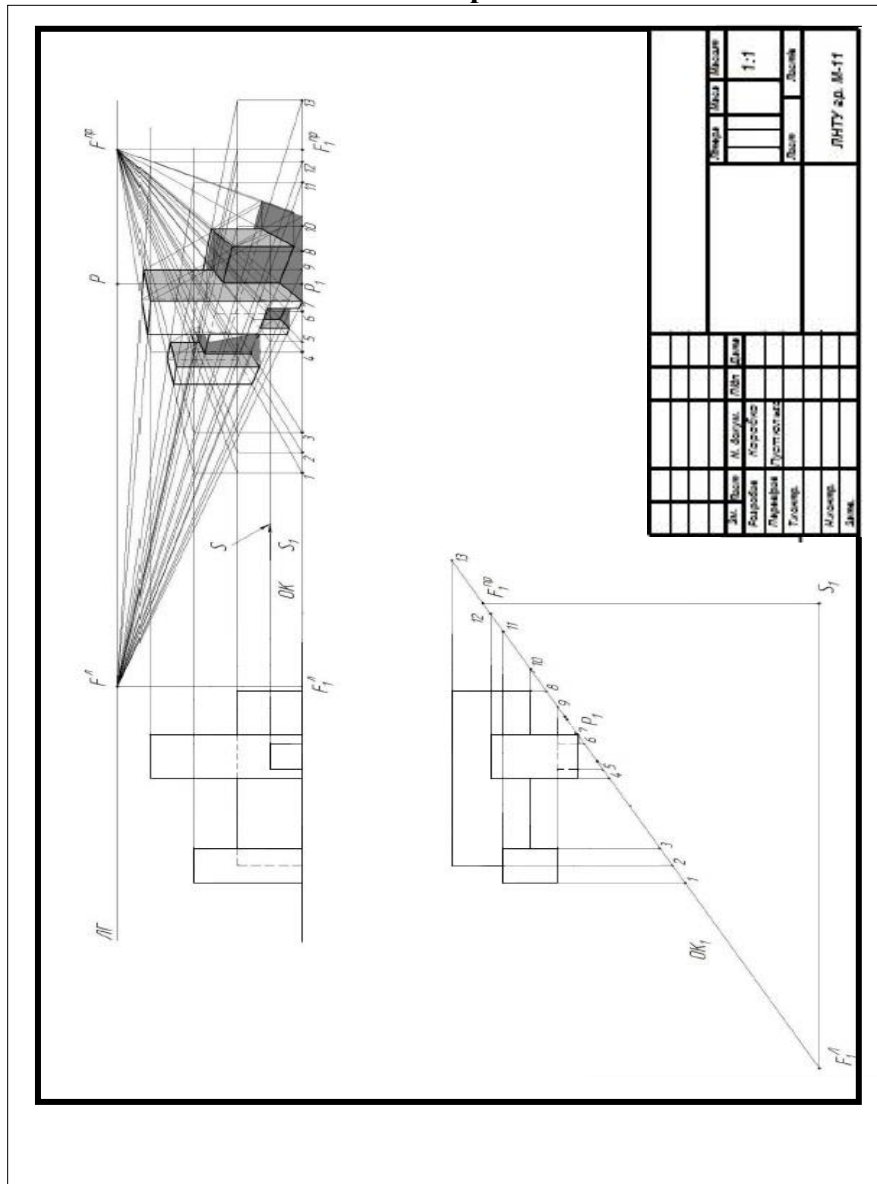


Рисунок 13.39



Побудова перспективи інтер'єру**Завдання 16.**

Задано план кімнати із нанесеними розмірами.

1. За заданим варіантом у масштабі 1:25 побудувати план кімнати із встановленими меблями та нанести необхідні розміри.

2. Побудувати фронтальний інтер'єр такої кімнати (рис. 13.40) глибиною 3м, шириною 4м і висотою 3м. В лівій стіні розташоване вікно шириною 1.3м і висотою 1.4м. Висота підвіконника – 0.8м. Товщина стіни – 0.3м. В правій стіні розташовані двері шириною 0.9м і висотою 2м.

В кімнаті знаходиться стіл із довжиною 1.2м, шириною 1м і висотою 0.8м та стілець із розмірами 0.4 на 0.4м та висотою 0.4м.



Рисунок 13.40

Зразок виконання завдання – рис. 13.41.



Technical drawing of a room layout showing furniture placement and dimensions. The room is rectangular with overall dimensions of 3m by 4m. The layout includes:

- Вікно (Window):** Located on the left wall, with a width of 1.5m and a height of h . A distance of 0.3m is indicated from the bottom-left corner to the start of the window.
- Стіл (Table):** Located in the center of the room, with a width of a and a height of b . It is positioned at a distance of 1m from the left wall and 1.5m from the right wall.
- Двері (Door):** Located on the right wall, with a width of d . It is positioned at a distance of 1m from the top-right corner and 0.3m from the bottom-right corner.
- Стілець (Chair):** Located near the door, with a width of c and a height of e . It is positioned at a distance of 1m from the left wall and 1.5m from the right wall.
- Картина (Picture):** Located on the right wall, with a width of a and a height of b . It is positioned at a distance of 1m from the top-right corner and 0.3m from the bottom-right corner.

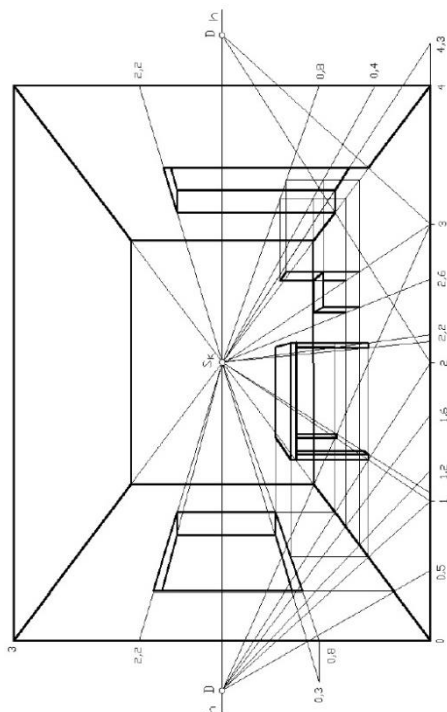
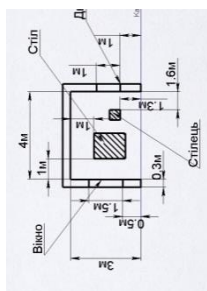


Варіанти завдання 16

Варіант	a	b	c	d	e	h
1	0.5м	1м	0.5м	1м	1.5м	0м
2	1м	1.2м	1м	1.2м	0.5м	1.2м
3	1м	0.5м	1м	0.5м	1м	0.5м
4	0.3м	1м	0.3м	1м	1.5м	1м
5	0.5м	1.2м	0.5м	1.2м	0.5м	1.2м
6	0.3м	0.5м	0.3м	0.5м	1м	0.5м
7	1м	1.2м	1м	1.2м	0.5м	0м
8	1.2м	0.5м	1.2м	0.5м	1.5м	1.2м
9	0.3м	1м	0.3м	1м	0.5м	1м
10	1м	0.3м	1м	0.3м	0.8м	1.2м
11	1.2м	0.5м	1.2м	0.5м	0.8м	0.5м
12	0.5м	1.2м	0.5м	1.2м	1.5м	0м
13	1.2м	1м	1.2м	1м	0.8м	1.5м
14	0.3м	0.3м	0.3м	0.3м	1м	1м
15	1м	1.2м	1м	1.2м	0.8м	1.2м
16	1.2м	1м	1.2м	1м	0.5м	0.5м
17	0.5м	0.3м	0.5м	0.3м	1.5м	0м
18	1.2м	0.5м	1.2м	0.5м	1м	1.2м
19	0.3м	1м	0.3м	1м	0.5м	1м
20	1м	0.5м	1м	0.5м	1.5м	0.5м



Рисунок 13.41

[illegible]

Побудова перспективи мікрорайону «методом сітки»**Завдання 17.**

Задано план мікрорайону міста.

Використовуючи «метод сітки», за заданим планом і кількістю поверхів будинків побудувати перспективу групи архітектурних об'єктів із високого горизонту (рис. 13.42). Доповнити зображення об'єктів архітектурними деталями (двері, вікна, доріжки та ін.). Цифрою на завданні вказано кількість поверхів архітектурної споруди. Висоту поверху прийнято вважати $h=3\text{м}$.

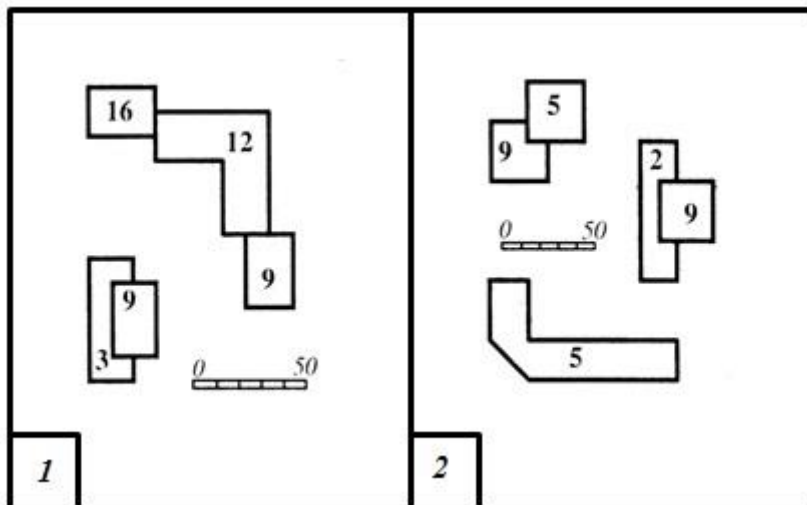


Рисунок 13.42

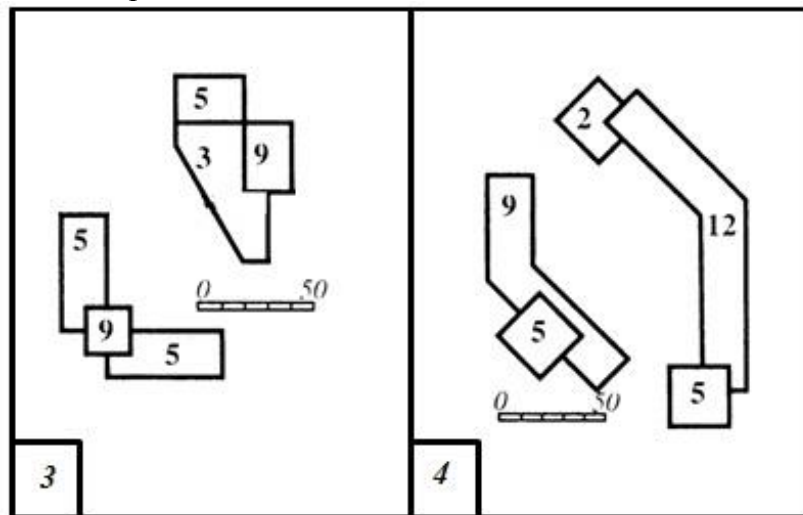
Зразок виконання завдання – рис. 13.43.



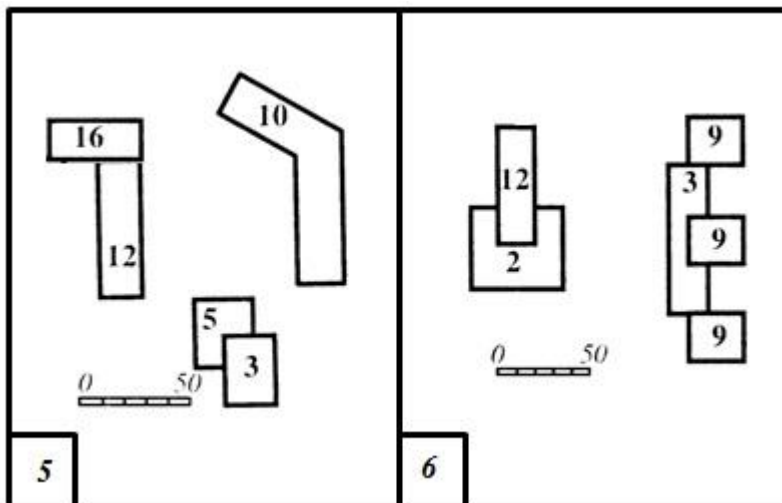
Варіанти завдання 17



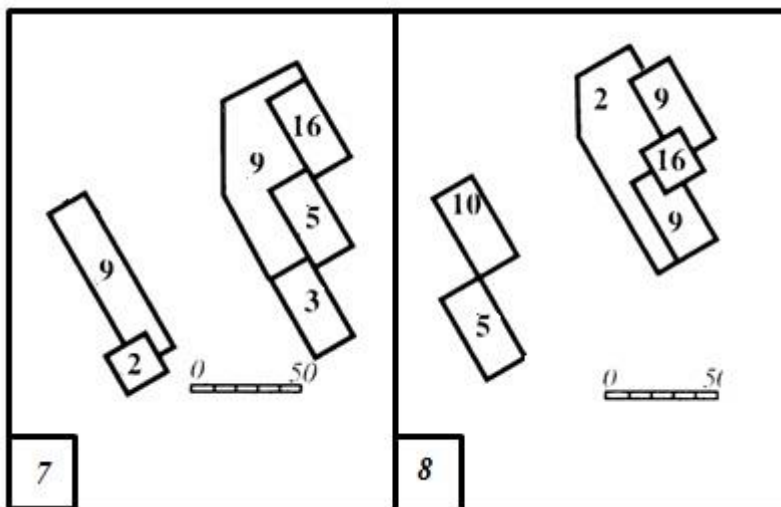
Варіанти завдання 17



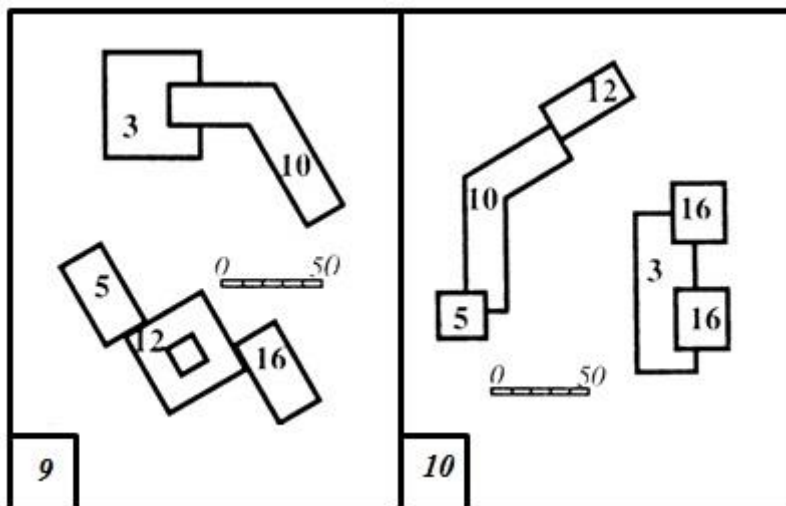
Варіанти завдання 17



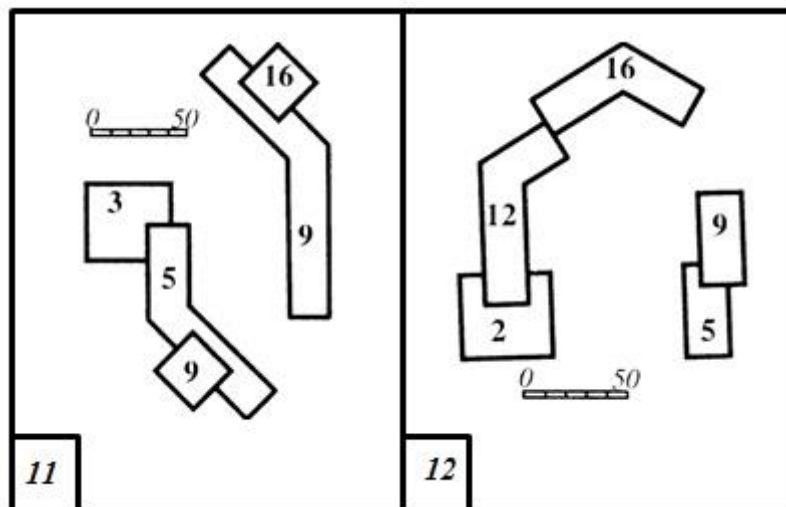
Варіанти завдання 17



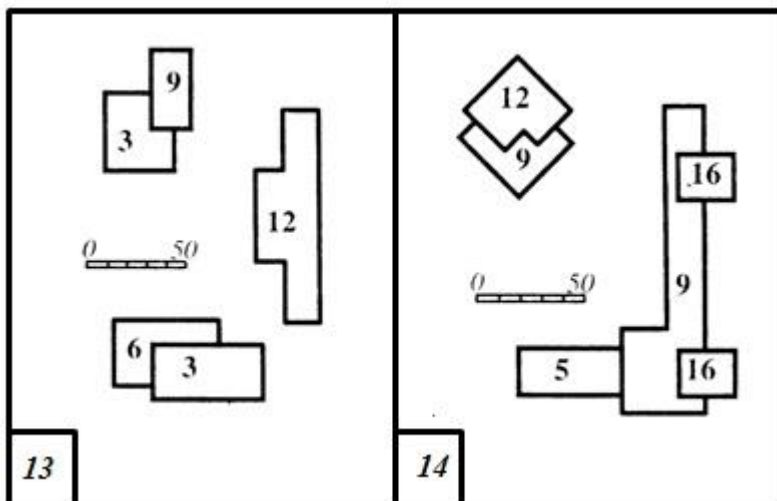
Варіанти завдання 17



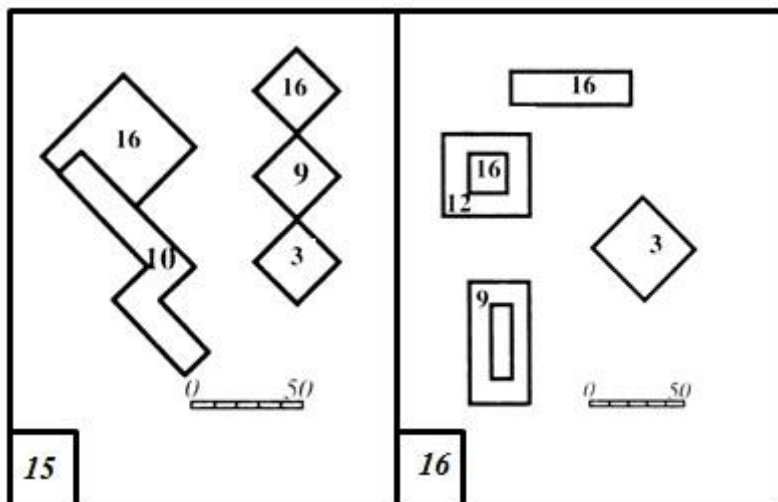
Варіанти завдання 17



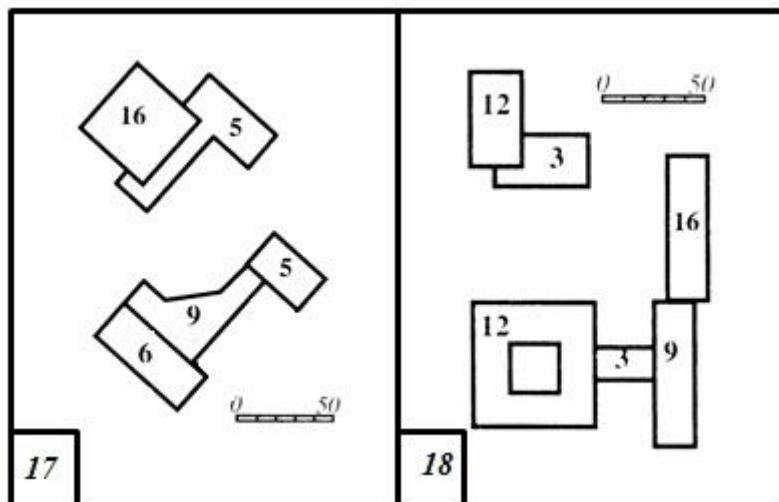
Варіанти завдання 17



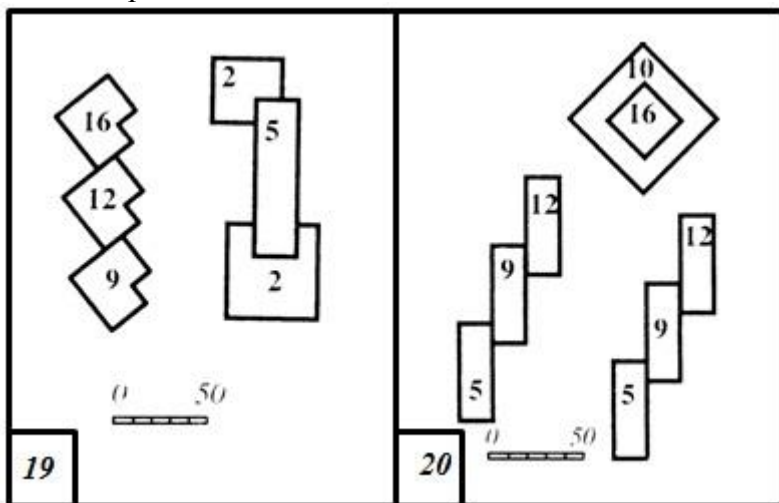
Варіанти завдання 17



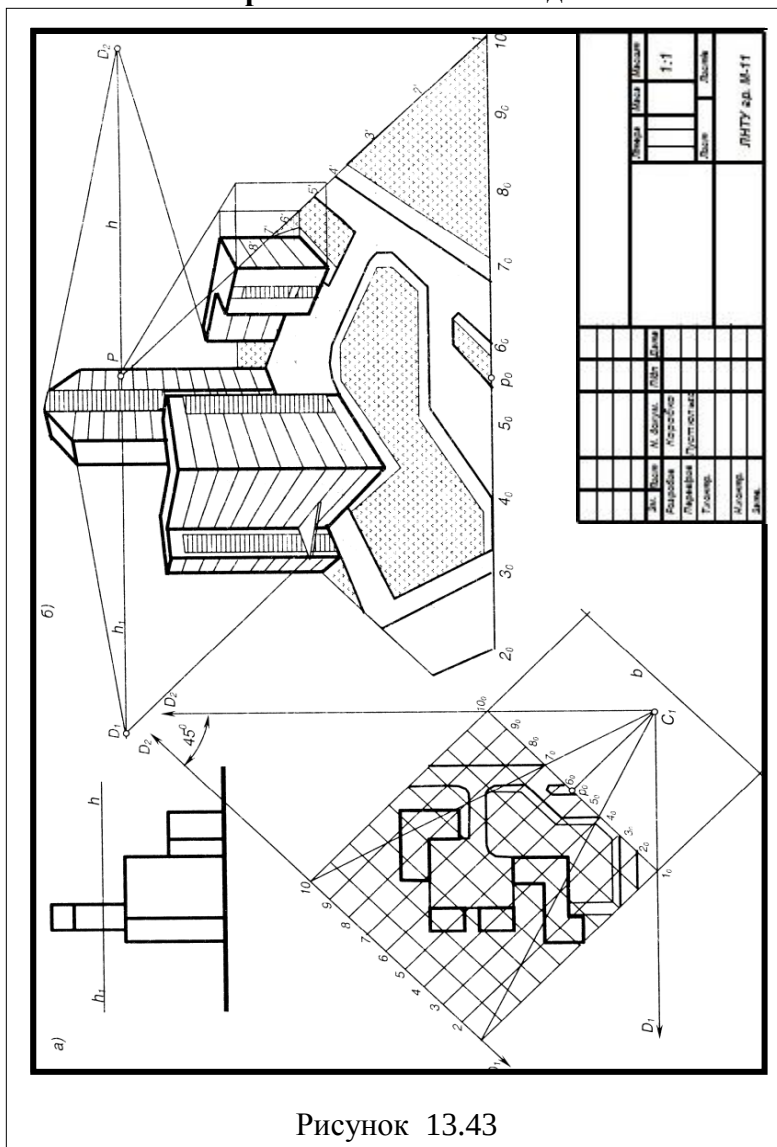
Варіанти завдання 17



Варіанти завдання 17



Зразок виконання завдання 17



НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Навчальний посібник «Нарисна геометрія та основи архітектурної графіки» у систематизованій формі містить теоретичний матеріал, тестові контрольні завдання, завдання на графічні роботи та питання для самоконтролю знань студентів, що навчаються за освітніми програмами *«Архітектура та містобудування»*, *«Будівництво та цивільна інженерія»*, *«Дизайн»* при вивченні графічної нормативної дисципліни **«Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка»**.

Комп'ютерний набір та верстка: С.Пустюльга, В. Самостян

Підп. До друку _____ Формат 60x84/16.Папір офс.
Гарн. Таймс. Ум. Друк. арк. ---. Обл. – вид. арк. --
Тираж 100 прим. Зам. ---

Друк – Вежа-Друк. Зам. № 63.
(м. Луцьк, вул. Шопена, 12, тел. (0332) 29-90-65).
Свідоцтво Держ. комітету телебачення та радіомовлення України
ДК № 4607 від 30.08.2013 р.

