МІНІСТЕРСТВО КУЛЬТУРИ І ТУРИЗМУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ КЕРІВНИХ КАДРІВ КУЛЬТУРИ І МИСТЕЦТВ

Анатолій Жирнов
МиколаКущ

ПЕРСПЕКТИВА

Навчальний посібник

Рекомендовано Вченою радою Київського національного університету технологій та дизайну як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, що навчаються за спеціальністю Дизайн

Київ – 2011

УДК 514.182.3 9(075,8)
ББК 22.57.3
Ж 73

Рецензенти:

М.І. Яковлєв,
доктор технічних наук, професор,
дійсний член Академії наук України;

С.П. Мигаль,
кандидат архітектури,
професор Національного лісотехнічного університету України

Рекомендовано вченою радою
Національної академії керівних кадрів культури і мистецтв
(протокол № 1 від 25 січня 2011 року)

Жирнов А.Д., Кущ М.В.
Ж 73 Перспектива : навч. посіб. – К. : НАКККіМ, 2011. – 100 с. : іл. 103.
ISBN 978-966-452-071-0

Навчальний посібник призначений для студентів спеціальності «Дизайн», інших художніх спеціальностей художньо-графічних факультетів. У ньому викладено теоретичні положення, основні поняття й закони побудови тіні та перспективи. Описано правила побудови перспективних зображень, тіні в перспективі, відображення в дзеркальних площинах. Розглянуто питання та задачі, які допомагають розвитку просторового мислення.

Посібник може бути корисним учням художніх шкіл та училищ, учителям образотворчого мистецтва.

УДК 514.182.3 (075,8)
ББК22.57.3

ISBN 978-966-452-071-0

© Жирнов А.Д., 2011
© Кущ М.В., 2011
© Національна академія керівних кадрів культури і мистецтв, 2011

ЗМІСТ

Передмова..... 3
Умовні позначення 4

Частина І. ВЛАСНІ ТА ПАДАЮЧІ ТІНІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБЄКТІВ..... 5

Розділ 1. Тіні в ортогональних проекціях5
1.1. Загальні відомості про теорію тіней 5
1.2. Способи побудови тіней..... 7
Тінь точки..... 7
Тінь від відрізка прямої..... 9
Тіні прямих особливого положення 10
Тіні від плоского відсіку 12
1.3. Тіні падаючі від поверхні на площини 15
1.4. Власні тіні кривих поверхонь..... 18
1.5. Падаючі тіні на поверхні 22
1.5.1. Тіні, від вертикальних та похилих прямих..... 22
1.5.2. Тіні падаючі від призматичної плити на поверхні..... 26
1.5.3. Тіні падаючі від циліндричної плити на поверхні 27
1.5.4. Тіні в нішах..... 32
Тіні в напівсферичній ніші..... 32
Тіні падаючі на внутрішні поверхні циліндра і сфери..... 33

Розділ 2. Тіні в аксонометрії..... 35
2.1. Побудова падаючих тіней геометричних елементів..... 35
2.2. Побудова тіней просторових фігур..... 36
2.3. Падаючі тіні від геометричних елементів
на геометричні об’єкти..... 38

Частина ІІ. ПЕРСПЕКТИВА 41

Розділ 3. Побудова перспективних зображень 41
3.1. Загальні положення про теорію перспективи 41
3.2. Апарат перспективного проекціювання..... 43
3.3. Перспективне зображення точки 44
3.4. Перспективне зображення прямих 45
3.4.1. Перспективне зображення прямих, паралельних
картинній площині (фронтальних 46

3.4.2. Перспективне зображення прямих
перпендикулярних до картини..... 47
3.4.3. Перспективне зображення горизонтальних
прямих загального положення..... 49
3.4.4. Перспективні зображення горизонтальних прямих,
нахилених до картинної площини під кутом 45°
та прямих які ідуть в точку зору..... 52
3.4.5. Перспективне зображення нахилених
прямих загального положення..... 54
3.5. Вибір точки зору 55
3.6. Побудова перспективи плоскої фігури..... 57
3.7. Перспектива квадрата..... 61
3.7.1. Перспективне зображення фронтального
квадрата в горизонтальній площині 61
3.7.2. Побудова перспективного зображення
горизонтального квадрата.. дві сторони якого
фронтальні з використанням точок віддалення..... 62
3.7.3. Побудова перспективного зображення горизонтального
квадрата сторони якого нахилені до картини 63
3.8. Перспективне зображення кривих ліній..... 65
3.8.1. Перспектива кола..... 65
3.8.2. Перспектива кривої лінії 68
3.9. Побудова висот перспективних зображень..... 69
3.10. Метод опущеного або піднятого плану..... 71
Побудова перспективи об’ємної форми..... 72
3.11. Поділ на рівні або на пропорційні частки
перспективних прямих 73
3.11.1. Поділ перспективного відрізка паралельного картині .. 73
3.11.2. Поділ на рівні або на пропорційні частки
горизонтальних прямих загального положення 74
3.12. Побудова перспективи способом архітекторів 76
3.13. Побудова перспективи аркади 79
3.14. Побудова в перспективі тіл обертання..... 81
3.14.1. Перспектива тіл обертання з криволінійною твірною... 82
3.15. Фронтальна перспектива на вертикальній картині..... 83
3.16. Кутова перспектива на вертикальній картині 89
3.17. Перспективні сітки..... 91
3.17.1. Перспектива сітки із горизонтальних,
фронтальнорозміщених квадратів 92

Розділ 4. Побудова тіней у перспективі 97
4.1. Побудова тіні при сонячному освітленні 97
4.1.1. Падаючі тіні прямої на площині 100
4.1.2. Тіні багатогранників 102
4.1.3. Тіні кривих поверхонь 105
4.1.4. Тінь циліндричної арки 109
4.2. Побудова сонячних плям в інтер'єрі 110
4.3. Побудова тіні при штучному освітлені 111
4.4. Тіні в інтер'єрі при штучному джерелі світла 114

Розділ 5. Відображення.....117
5.1. Загальні відомості про відображення в плоскому дзеркалі.....117
5.2. Побудова відображення в горизонтальній дзеркальній площині.....118
5.3. Відображення у вертикальному дзеркалі 120

Список використаної літератури 124
Зміст.....125

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна «Перспектива» згідно з навчальним планом дизайнерів віднесена до циклу професійно-орієнтованих дисциплін.

Перспектива за своїм змістом і методами займає особливе місце серед інших наук. Збагачуючи точні науки наочністю та простотою розв'язування багатьох задач, вона водночас є могутнім знаряддям майстрів образотворчого мистецтва (архітекторів, скульпторів, дизайнерів, модельєрів) у свої творах.

Живописцю та дизайнеру це потрібно для правильного зображення перспективи предметів, тобто зображення предметів такими, якими вони уявляються в дійсності нашому зору.

Перспектива є одним із вагомих засобів в арсеналі дизайнера.

Перспектива дозволяє чітко представити, який матиме вигляд запроектований об'єкт у дійсності. Аналізуючи перспективне зображення, автор уточнює та перевіряє проект або композицію зображення, вносить у них необхідні корективи.

Побудовані зображення дають можливість сприймати не тільки реалістичні, а й уявні об'єкти, одержати певні враження відтвореного зовнішнього світу через органи відчуття людини та зберегти їх у пам'яті. Такий запас вражень є багатим матеріалом для творчого процесу мислення людини.

У посібнику «Перспектива» розглядається застосування основ теорії центрального проекціювання до побудови наочних зображень. Розглядаються основи лінійної перспективи, її геометрія та деякі методи побудови. Також розглянуті питання побудови тіней у перспективі як метод підсилення наочності перспективних зображень. Висвітлені також питання побудови відображення перспективних образів у дзеркальній площині, горизонтальній, вертикальній і похилій.

У навчальному посібнику наводиться достатньо прикладів практичного використання теорії та методів нарисної геометрії в галузі архітектурного проектування, живопису, дизайнерських розробках.

Унаслідок вивчення дисципліни *студент повинен:*

- *знати* основні положення лінійної перспективи, її апарат, деякі способи побудови перспективи, побудову падаючих і власних тіней у перспективі;
- *уміти* визначати найбільш доцільну композицію перспективи, будувати фронтальну й кутову перспективи, власні та падаючі тіні на перспективних зображеннях об'єктів, відображення в дзеркальних площинах.

ЧАСТИНА І

Розділ 1
ТІНІ В ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЕКЦІЯХ

1.1. Загальні відомості про теорію тіней.

Око людини сприймає предмети в оточуючому нас просторі завдяки їх освітленості будь-яким джерелом світла.

Розглядаючи предмети довкілля, легко замітити, що ступінь освітленості їх частин не однакова. Найбільш освітлені бувають ті

поверхні, на які промені світла падають під прямим кутом. Зі зменшенням кута нахилу світлових променів до поверхні яскравість освітлення її слабшає. Найбільш темною буде та частина поверхні предмета, на яку промені світла не падають зовсім.

Для правильної передачі форми предмета, побудованого за уявою, а не за оригіналом або при створенні композиції, необхідно знати деякі закономірності розподілу світла, тіней і способи їх побудови.

Геометричні основи побудови тіні. Нехай непрозора поверхня сфери освітлена паралельними світловими променями напряму *S* (рис.1.1). Промені, які освітлюють предмети, можна розділити на три групи.

Перша група променів проходить повз тіла, не перетинаючись з ним.

Друга група променів освітлює тіло. Промені, освітлюючи тіло, затримуються часткою поверхні цього тіла, а інша частка поверхні безпосередньо світла не отримує – перебуває у власній тіні. *Тобто власною тінню предмета називають сукупність неосвітлених елементів частки поверхні цього предмета, яка звернена в протилежний від джерела світла бік.*

Третя група променів дотикається до поверхні тіла по лінії *c* і відділяють освітлену частку поверхні тіла від неосвітленої. Ця лінія між освітленою часткою поверхні предмета і часткою, яка у власній тіні, має назву *контуру власної тіні.*

Промені, що дотикаються до поверхні тіла і визначають контур власної тіні утворюють в просторі циліндричну поверхню. Перетин цієї променевої поверхні з будь-яким іншим предметом, наприклад, з площиною *П*, визначає контур падаючої тіні c_t. Це твердження має рацію в тому разі, коли перше тіло розміщено ближче до джерела світла за друге. Контур падаючої тіні є тінню від контуру власної тіні.

Тому сукупність неосвітлених елементів частки площини П, яка звернена до джерела світла, має назву падаючої тіні.

Побудова падаючої та власної тіні предмета пов′язана з умовами його освітлення. Розрізняють два основних джерела освітлення: штучне та натуральне. Штучне джерело, як правило, розміщене на невеликій відстані від предмета. Прикладом штучного джерела світла можуть бути світильник в кімнаті, настільна лампа, ліхтар на вулиці і т.п.

Натуральне джерело світла (сонце чи місяць) умовно розміщують в нескінченності. В цьому разі промені світла вважають паралельними.

Розглянемо саме цей випадок (рис.1.1). Запровадимо наступні додаткові позначення: S – джерело світла (сонце, лампа і т.і.); падаючі тіні точок, ліній та площин позначатимемо тими ж літерами, що і самі точки, лінії та площини з нижнім індексом t в парі з числовим індексом, що зазначає відповідну площину проекцій, наприклад: A_{1t}, b_{1t}, Φ_{1t} – тіні на площині Π_1, A_{2t}, b_{2t}, Φ_{2t} – тіні на площині Π_2.

Одним із завдань нарисної геометрії є зображення просторових форм на площині. Ці зображення мають задовольняти двом вимогам, а саме: бути зручновимірюваними; бути наочними, щоб легко відтворювати об'єкт в натурі і бути наочними, щоб створювати уяву про форму об'єкта ще до його виготовлення чи спорудження. Ортогональні проекції мають недостатню наочність. Тіні побудовані на ортогональних проекціях об'єкта значно покращують наочність. Тіні допомагають знаходити правильні пропорції та вивчати просторові форми за ортогональними проекціями.

Напрям променів світла. Ортогональні проекції контурів тіней умовились будувати, враховуючи, що об'єкт в натурі освітлений завжди однаково направленими променями світла. Стандартність освітлення дозволяє значно спростити побудови проекцій контурів тіней. За стандартним освітленням простіше визначаються співвідношення глибин на зображеннях об'єктів.

Контури тіней на ортогональних проекціях будують, враховуючи, що об′єкт в натурі освітлений паралельними променями світла, напрям яких збігається з діагоналлю куба, дві грані якого утворені площинами проекцій Π_1 та Π_2 (рис.1.2 *а*).

Горизонтальна S_1 та фронтальна S_2 проекції напряму світлових променів мають кути 45° з віссю x_{12} (рис.1.2*б*). Дійсна величина кута нахилу цього напрямку до будь-якої площини проекцій дорівнює ≈35°16′.

1.2. Способи побудови тіней.

Тінь точки. Тінь, падаюча від точки, будується як точка перетину світлового променя, що проходить через точку, з поверхнею, на яку падає тінь. Якщо тінь від точки падає на площину проекцій, то

горизонтальний або фронтальний слід променя світла є тінню точки на площину.

Розглянемо побудову тіні від точок *А* і *В* (рис.1.3 *а*, *б*). Промінь світла, що проходить через точку *А*, спершу перетинає площину проекцій *П1*, тобто тінь точки *А* падає на $П_1$, а промінь, що проходить через точку *В* першу перетинає площину проекцій $П_2$, тобто тінь від точки *В* падає на $П_2$.

Для побудови тіні від точки *А* на площину загального положення *Р*, яка визначена трикутним відсіком *BCD*, будуємо точку перетину променя світла, що проходить через точку *А*, з площиною *Р* (рис.1.4). Для цього через промінь світла проводимо допоміжну горизонтальнопроекціювальну площину Σ і визначаємо лінію перетину площин *Р* і Σ – пряму *12*. Шукана тінь від точки *А* на площину *Р* – точка A_t – знаходиться в перетині променя *S* з прямою *12*.

На рис.1.5 побудована тінь від точки *А* на площину прямокутника, який належить горизонтальнопроекціювальній площині *Р*. Розглянутим способом будується тінь від точки на будь-яку поверхню.

Для побудови тіні не завжди доцільно використовувати горизонтальну проекцію. Можна застосувати прийом, за яким для побудови тіні від точки на площину $П_2$ достатньо однієї проекції точки і її виноса*.

На рис. 1.6 *а* показано побудову тіні від точки на площину проекцій $П_2$ по її двом проекціям і виносу. Достатньо цей винос відкласти від фронтальної проекції точки праворуч по горизонталі і вниз по вертикалі. На рис.1.6 *б* наведена побудова тіні від точки *В* за однією проекціїєю і її виносу *m* (*m=Ув)*.

За цим принципом можна побудувати тінь від точки на площину проекцій $П_1$ якщо відома проекція точки на цю площину і висота точки (координата *z*).

Тінь від відрізка прямої. Тінь прямої лінії на площині – це лінія перетину світлової площини, що проходить через пряму, з заданою площиною. З цього випливає, що тінь прямої на площину – пряма.

Для побудови тіні відрізка на площину досить побудувати тіні двох його точок на цій площині і сполучити їх прямою лінією. На рис.1.7 побудована тінь відрізка *АВ* на площину проекцій $П_2$ та відрізка *CD* на площину $П_1$.

---

* Винос – відстань від точки до $П_2$

На рис. 1.8 розглянуто побудову тіні від прямої *AB*, одночасно падаючої на площини $П_1$ і $П_2$.

Тінь заломлюється по осі x_{12} – лінії перетину площин $П_1$ і $П_2$. Тінь від точки *A* падає на площину $П_1$ в точку *A1t*, а від точки *B* на площину $П_2$ в точці B_{2t}. Щоб визначити напрям тіні відрізка *AB* на площині $П_1$, уявно приберемо площину $П_2$ і побудуємо тінь від точки *B* на площину $П_1$ – $B_{1t.}$ Така тінь отримала назву *вигаданої* (уявної), так як фактично цієї тіні нема.

Відмічаємо точку перетину з віссю x_{12} побудованої тіні від прямої на площину $П_1$ – A_{1t} B_{1t} – точку C_x, яку називають *точкою залому*. Тінь від прямої на площину $П_2$ пройде через тінь точки *B* на площині $П_2$ – B_{2t} і *точку* C_x.

Висновок. Падаюча тінь від лінії на площини (поверхні), що перетинаються, має точку заломлення яка розміщена на лінії перетину цих площин (поверхонь).

Тіні прямих особливого положення. Розглянемо побудову тіні відрізків прямих, які розміщені в особливому положенні відносно площин проекцій.

Падаюча тінь відрізка прямої паралельного площині проекцій, паралельна відрізку прямої а її довжина дорівнює довжині відрізка.

На комплексному рисунку проекція тіні відрізка паралельного до площини проекцій паралельна відповідній проекції відрізка і дорівнює проекції відрізка, (тобто самому відрізку).

На рис.1.9 відрізок *AB* паралельний горизонтальній площині проекцій – $A_{1t}B_{1t} \parallel A_1B_1$; $A_{1t}B_{1t}=A_1B_1$. На *рис. 1.10* відрізок *CD* паралельний фронтальній площині проекцій – $C_{2t}D_{2t} \parallel C_2D_2$; $C_{2t}D_{2t}= C_2D_2$.

Тінь від прямої перпендикулярної до площини проекцій збігається з слідом світлової площини проведеної через відповідну пряму. Положення падаючої тіні відрізка залежить від розміщення відрізка відносно площин проекцій. На рис. 1.11 *а* тінь від відрізка *AB* перпендикулярного площині проекцій $П_1$ збігається з горизонтальним слідом $\Sigma_н$ світлової площини проведеної через пряму. На рис. 1.11*б* тінь від відрізка $CD \perp П_1$ збігається з фронтальним слідом Σ_F світлової площини, проведеної через пряму і паралельна проекції відрізка.

На рис. 1.11 *в* тінь відрізка падає на дві площини проекцій $П_1$ і $П_2$ і одночасно належить фронтальному та горизонтальному слідам світлової площини (див. рис. 1.8).

На рис. 1.12 розглянуто побудову тіні від відрізка прямої перпендикулярної до фронтальної площини проекцій $П_2$. Побудова виконується аналогічно побудові розглянутої на рис. 1.11, і зрозуміла з рисунку.

*Якщо пряма перетинається з площиною проекцій $П_1$ в точці N (N_1N_2) (*рис.1.13*), то тінь, яка падає від прямої на площину проекцій $П_1$, проходить через цю точку*. Для побудови тіні падаючої від точки *M* на площину $П_1$ слід провести через M_1 *і* M_2 проекції світлового променя і визначити горизонтальний слід променя – точку M_{1t}. Відрізок N_1M_{1t} буде тінню відрізка *MN* на площину проекцій $П_1$. Пряма *AB* (рис.1.14) паралельна променям світла і її тінь зображається точкою A_{1t}≡B_{1t}, яка збігається з слідом цієї прямої.

Тінь плоского відсіку.

Побудова тіні від багатокутного плоского відсіку зводиться до побудови тіні його сторін або вершин. Форма тіні плоскої фігури залежить від форми самої фігури, її положення в просторі та від форми поверхні, на яку падає тінь.

На рис.1.15 *а* побудована тінь від трикутного відсіку на фронтальну площину проекцій з використанням як фронтальних так і горизонтальних проекцій точок. На рис. 1.15 *б* тінь того ж трикутного відсіку на площину проекцій *П2* побудована з використанням виносу точок, тобто використані координати $У_A$, $У_B$, $У_C$ (дивись рис. 1.6).

На рис.1.16 побудована тінь трикутника *ABC*. Тінь трикутника падає одночасно на дві площини проекцій $П_1$ і $П_2$.

Щоб знайти точки залому тіні від сторін трикутника *AC* і *BC* будують уявну тінь точки *C* на площині $П_1$ – C_{1t}, хоча фактично тінь падає на площину проекцій $П_2$. Побудова точок залому тіні від сторін трикутного відсіку *AC* і *BC* виконується аналогічно розглянутій побудові на рис. 1.8 і зрозуміла з рисунка.

На рис. 1.17 розглянута побудова горизонтального фронтально проекцію вального на фронтальну площину проекцій $П_2$. Дві сторони квадрата *AB* і *CD* фронтально проекціювальні та їх тіні на фронтальну площину збігаються з фронтальними проекціями світлових променів (рис. 1.12 *а*). Інші дві сторони, що паралельні $П_2$, кидають тіні паралельні цим сторонам (рис. 1.10).

Тінь $A_{2t}C_{2t}$ падаюча від діагоналі *AC* квадрата, яка лежить в горизонтальнопроекціювальній світловій площині, збігається з вертикаллю, так як падаюча на площину проекцій $П_2$ тінь від прямих та плоских фігур, які розміщені в горизонтально-проекціювальній світ-

ловій площині, збігаються з фронтальним слідом цієї площини. З рисунку видно, що тінь точки *O*, перетину діагоналей квадрата *ABCD*, лежить на перетині проекції променя, що проходить через точку O_2, з тінню $A_{2t}C_{2t}$ діагоналі *AC*. Розглянемо побудову тіні горизонтального квадрата по одній проекції, якщо відомий винос точки перетину діагонале (рис.1.18*а*). Для побудови тіні, як видно з рисунка, слід провести проекції променів через крайні точки $A_2 \equiv B_2$, $C_2 \equiv D_2$ та через проекцію O_2. Вертикаль, що проведена на відстані виносу y_o від точки O_2, визначить діагональ квадрата $C_{2t}A_{2t}$. Подальші побудови зрозумілі з рисунку.

На рис. 1.18*б* побудована тінь куба на фронтальну площину. Побудова тіні куба виконана на основі побудов рис. 1.18 *а* та рис. 1.19 *а,б*.

Тінь від плоскої фігури на паралельну їй площину дорівнює цій фігурі. Зображений на рис. 1.19 *а* квадрат *ABCD* паралельний площині проекцій $П_1$. Тінь його на площину $П_1$ має вигляд квадрата $A_{1t}B_{1t}$ $C_{1t}D_{1t}$, який дорівнює квадрату *ABCD*. Сторони квадратів відповідно паралельні. Подібно будується тінь від квадрата *KLEF* на паралельну йому площину проекцій $П_2$ (рис.1.19 *б*).

На рис.1.19 *в* побудована тінь від горизонтального квадрата, розміщеного так, що тінь падає одночасно на дві площини проекцій $П_1$ і $П_2$.

На рис. 1.20 *а* побудована тінь на площину *П1* від круга радіуса *R*. Так як круг розміщений в горизонтальній площині тінь від нього на площину $П_1$ буде обмежена колом того ж радіуса. Для побудови тіні від круга достатньо знайти тінь O_{1t} від його центра *O* і радіусом *R* провести коло – контур падаючої тіні.

Тінь від круга розміщеного в фронтальній площині будується аналогічно тіні на площину проекцій $П_1$.

Тінь від круга, розміщеного в фронтальній площині, на горизонтальну площину проекцій $П_1$ (рис. 1.21) обмежується еліпсом. Побудову тіні в даному випадку ведуть в такій послідовності. Спочатку будують тіні від сторін і діагоналей квадрата, описаного навколо заданого кола. Точки *1, 2, 3, 4*, в яких коло дотикається квадрата, ділять його сторони навпіл. В точках *5, 6, 7* і *8* коло перетинає діагоналі ква-

драта; тінь від цих точок буде в перетині тіней діагоналей квадрата і допоміжних прямих *AB*

і *CD*, проведених через зазначені точки. Еліпс, який обмежує контур падаючої тіні круга, проходить через побудовані вісім точок.

На рис.1.22 *а* розглянута побудова контуру падаючої тіні від горизонтального круга на площину проекцій $П_2$, при заданому виносі центра (координата $У_o$) круга. Можна уявити, що навколо кола описаний квадрат, винос точки перетину діагоналей якого відомий (рис. 1.18*а*). Побудувавши тінь від такого квадрата, можна в паралелограм тіні вписати еліпс по чотирьох точках і чотирьох дотичних, які визначають контур падаючої тіні від круга.

Якщо чотирьох точок та чотирьох дотичних не досить, то можна легко знайти ще чотири точки еліпса, які розміщені на діагоналях паралелограма. В нашому випадку допоміжний трикутник $C_2D_2E_2$ дорівнює трикутнику $B_2O_{2t}A_2$, тому горизонтальну пряму, що визначає "діагональні" точки (M_2,N_2) тіні, можна було побудувати з допомогою засічки з точки *O2t* радіусом $O_{2t}A_2$ на лінії $O_{2t}B_2$. На рис.

1.22 *б* показана побудова тіні від горизонтального півкруга, який примикає до площини проекцій $П_2$. Винос центра дорівнює нулю. В цьому випадку побудова виконується аналогічно розглянутій на рис. 1.22 *а*.

1.3. Тіні падаючі від поверхні на площини.

Призма. Як зазначалось вище, розпізнають власні та падаючі тіні. Контуром власної тіні призми є просторова ламана лінія. При побудові тіні від об′ємного предмета слід зважати на те що контур падаючої тіні є тінню від контуру власної тіні.

Побудову тіні від призми (рис. 1.23) починають з визначення контуру власної тіні. Верхня основа призми і бокові грані *AKLD* і *DLEK* освітлені. Контур власної тіні проходить через точки *ABCELKA*.

У власній тіні опинилась задня (тильна) та права бокова грані призми. Ламана просторова лінія контуру власної тіні має дві горизонтальні прямі *BC*, *AB* та дві вертикальні прямі *CE*, *AK*. Прямі *AB*, *BC* є сторонами квадрата *ABCD*, який паралельний *П1*. Тіні прямих *AB*, *BC* падають на фронтальну площину проекцій і побудова її виконується

так як показано на рис.1.17. Тінь від основи призми збігається з самою основою.

Тіні від вертикальних прямих на $П_1$ збігаються з слідами світлових площин що проходять через відповідні прямі. З точок залому (точки *1*, *2*) тіні від вертикальних прямих на $П_2$ – вертикальні.

Піраміда. Для побудови тіні піраміди *TABC* (рис. 1.24*а*) побудуємо падаючу тінь T_{1t} вершини $T(T_1;T_2)$, як слід світлового променя *S*. Відмітимо, що падаючі тіні A_{1t}, B_{1t}, збігаються з проекціями A_1, B_1 вершин основи, що лежать в площині $П_1$. Через T_{1t} проводимо прямі $T_{1t}A_{1t}$ і $T_{1t}B_{1t}$, "дотичні" (визначення "дотична" треба розуміти в спеціальному значенні) до основи піраміди. Ці прямі є контуром падаючої тіні піраміди. Контуром власної тіні є прямі $TA(T_1A_1\ ;\ T_2A_2)$ та $TB(T_1B_1\ ;\ T_2B_2)$, які з'єднують вершину з точками дотику.

Тінь від піраміди (рис. 1.24 *б*) падає на площини $П_1$ і $П_2$. Тінь від основи *ABC* піраміди на площину $П_1$ співпадає з основою, так як піраміда стоїть на площині $П_1$. Тінь від вершини *T* піраміди падає на площину $П_2$ в точку T_{2t} . Щоб побудувати тінь піраміди на площині $П_1$, будуємо уявну тінь її вершини – точку T_{1t} і через неї проводимо дотичні до основи – прямі $T_{1t}A_1$ і $T_{1t}B_1$, які обмежують контур падаючої на площину $П_1$ тіні. Контур падаючої на площину $П_2$ тіні проходить через точки залому тіні від прямих $T_{1t}A_1$ і $T_{1t}B_1$. Контур власної тіні проходить через ребра *TA* і *TB*, оскільки тіні від цих ребер обмежують контур падаючої тіні.

На рис.1.24 *в* показано побудову частки тіні $1_2T_{2t}2_2$ піраміди, яка упала на вертикальну (горизонтальнопроекціювальну) площину *P*. Побудова зрозуміла з рисунку.

Циліндр. На рис. 1.25 *а* показано побудову тіні від циліндра. Падаюча тінь верхньої основи циліндра обмежена колом проведеним з центра O_{1t} радіусом верхньої основи циліндра (див. рис. 1.20 *а*). Тінь нижньої основи збігається з основою циліндра. Тінь падаюча від бічної поверхні циліндра, обмежена дотичними до кіл – контурами падаючих тіней верхньої і нижньої основи. Контур власної тіні обмежений твірними *AC* і *BD*, які проходять через точки дотику *C* і *D*.

На рис. 1.25 *б* розглянуто побудову тіні від циліндра за умовою, що тінь падає на дві площини проекцій $П_1$ і $П_2$. Побудова тіні від верхньої основи кола на площину проекцій $П_2$ розглянута на рис. 1.22 а, а

на площину $П_1$ на рис. 1.20 *а*. Решта побудов аналогічна побудовам рис. 1.25 *а*.

Конус. Падаюча тінь на площину основи і власна тінь конуса будуються так як і для піраміди (див. рис.1.24 *а*). Спочатку будують падаючу тінь T_{1t} вершини (рис.1.26 *а*). Далі з точки T_{1t} будують прямі $T_{1t}C_{1t}$ та $T_{1t}D_{1t}$ дотичні до основи конуса. Ці прямі будуть лініями контуру падаючої тіні. Контур власної тіні складають прямі $TC(T_1C_1;T_2C_2)$ та $TD(T_1D_1;T_2D_2)$, що сполучають вершину T з точками дотику C та D (тіньові точки). Як і для циліндричної поверхні контуром власної тіні конічної поверхні є пряма твірна – лінія дотику променевої площини до цієї поверхні. Для її побудови досить побудувати точку дотику променя до конічної поверхні і через цю точку побудувати твірну.

Тінь від конуса (рис.1.26 *б*) падає на площини $П_1$ та $П_2$. Тінь від основи конуса на площину $П_1$ збігається з основою через те, що конус стоїть на площині $П_1$. Тінь від вершини T конуса падає на площину $П_2$ в точку T_{2t}. Щоб побудувати тінь конуса на площину $П_2$, шукаємо уявну тінь його вершини – точку T_{1t} і через неї проводимо дотичні до основи – прямі $T_{1t}A_1$ та $T_{1t}\ B_1$, які утворюють контур падаючої тіні на площину $П_1$. Контур падаючої тіні на площину $П_2$ проходить через точку T_{2t}, та точки *1* і *2*, в яких $T_{1t}A$ та $T_{1t}B$ перетинають вісь x_{12}. Контур власної тіні проходить по твірних TA та TB, через оскільки ці твірні обмежують контур падаючої тіні.

1.4. Власні тіні кривих поверхонь.

Конус. Циліндр. Досить часто необхідно будувати тіні поверхонь другого порядку, користуючись тільки фронтальною проекцією. В цьому разі вирішальним є побудова контуру власної тіні. Отже на проекції A_2B_2, як на діаметрі, викреслюється коло з центром O_2 (рис.1.27*а,б,в*) і робиться відмітка, точка *1*, перетину кола з віссю поверхні. З точки *1* проводиться пряма паралельна очерковій твірній T_2A_2 конуса та визначається точка P як перетин прямої $1P$ з проекцією основи A_2B_2. Для циліндра $P{\equiv}O_2$. Через точку P, під кутом 45° до основи, проводиться пряма яка визначає точки перетину з колом – *2* і *3*.

Для конуса будують точку *4* симетричну точці *2*. Ортогональні проекції C_2 і D_2 точок *2*(*4*),*3* на основі поверхні є шуканими проекціями тіньових точок, а твірні T_2C_2

та T_2D_2 – шуканими тіньовими твірними (тобто лінії контуру власної тіні). Враховуючи, що у циліндра вершина $T_2\infty$ - невласна точка, то проекції тіньових твірних є паралельними осі циліндра.

На рис.1.27*г* показана спрощена побудова контуру власної тіні на циліндричній поверхні.

Для побудови власної тіні криволінійної поверхні обертання доцільно запам'ятати характерні положення тіньових точок і тіньових твірних прямого кругового конуса в залежності від положення та величини кута нахилу твірних до горизонтальної площини.

На рис.1.2 було зазначено, що світловий промінь складає з горизонтальною площиною кут 35°16′, або приблизно 35°. Вся поверхня конуса буде освітлена, якщо твірні мають нахил до горизонтальної площини проекцій менший 35°, а вершина направлена вгору, і вся поверхня конуса буде у власній тіні, якщо вершина направлена вниз. Таку ж освітленість мають і конуси твірні яких нахилені під кутом 35° (рис.1.28 *а, б*). В цьому разі промінь, що проходить через вершину *T* плине по тіньовій твірній $TA(T_1A_1;T_2A_2)$ і падає в точку $T_{1t}\equiv A_1$. Отже для визначення A_2 на фронтальній проекції конуса достатньо з T_2 під кутом 45° провести пряму до перетину з проекцією основи.

На рис.1.28 *в, г* зображено конус з кутом нахилу твірних до площини основи - 45°. Тінь T_{1t} вершини *T* падає в кут описаного квадрата; 1/4 поверхні конуса з вершиною, що направлена вгору,(*ATB*) міститься у власній тіні (рис.1.28 *в*) і 1/4 поверхні конуса з вершиною, що направлена вниз,(*ATB*) освітлена (рис.1.28 *г*).

Поверхня обертання. Контуром власної тіні заданої поверхні обертання є лінія дотику цієї поверхні з обгортною променевою циліндричною поверхнею. Зазвичай, контур власної тіні поверхні обертання будується за допомогою дотичних конусів та циліндрів – це, так званий, метод дотичних конусів та циліндрів, суть якого полягає в наступному:

- будують паралелі поверхні;

- на паралелях, як на основах, будуються конуси дотичні до поверхні. Якщо паралель є екватором або горлом, то будують дотичні циліндри;
- на основі дотичного конуса або циліндра будуються тіньові точки (див. рис.1.28). Крива, що послідовно сполучає тіньові точки є контур власної тіні.

Цей метод використовують для побудови контурів власної тіні поверхонь обертання з криволінійною твірною.

Всі побудови виконують тільки на фронтальній проекції (фасаді) поверхні.

Розглянемо побудову контуру власної тіні поверхні обертання (рис. (рис.1.29);

- будуємо тіні найвищої 1_2 і найнижчої 2_2 точок за допомогою дотичного конуса T'_2 з кутом 35° нахилу твірних до основи (див. рис.1. 28 *а, б*). Під кутом 35° (побудова кута показана на рис.1.29) проводимо дотичну до контуру очерку та зазначаємо точку A_2 дотику і вершину T_2'. Через точку A_2 проводимо проекцію паралелі–основи допоміжного конуса. Точка 1_2 перетину паралелі з прямою, проведеною з T'_2 під кутом 45°, є шукана.

Для побудови найнижчої точки *22* користуються таким самим конусом, але з вершиною зверненою донизу;

- тіньові точки, які розміщені на очерку контуру 4_2;5_2, на проекції осі 3_2;6_2, будують за допомогою дотичного конуса з кутом 45° нахилу твірних до основи (рис.1.28 *в, г*).

Під кутом 45° проводимо дотичну пряму до очерку. Точка дотику 4_2 є шукана. Точка 3_2 перетину осі з проекцією паралелі, що проходить через 4_2, також є шукана.

Точки 5_2 та 6_2 побудовані аналогічно (вершина допоміжного конуса звернута донизу);

- будуємо тіньові точки 7_2;8_2, які розміщені на екваторі за допомогою дотичного циліндра. Шукані точки побудовані так, як показано побудову точок *C2* та *D2* на рис.1.27 *в*, (співвідношення на радіусі 3:7);
- побудуємо довільні точки 9_2 та 10_2. Для цього проводимо проекцію довільної паралелі, приймаємо її за основу конуса і будуємо дотичний конус. Контурні твірні цього конуса дотикаються в точках B_2 та C_2 очерку проекції поверхні і перетинають вісь в точці T_2 - про-

екції вершини дотичного конуса. Подальші побудови виконані так, як показано *на* рис.1.27 *б*.

Крива, проведена через тіньові точки 1_2, 3_2, 12_2, 4_2, 1_2 є контуром власної тіні поверхні. Точки 4_2 та 5_2 ділять цю криву на видиму і невидиму частки (ланки).

Проекція контуру власної тіні валіка (рис.1.30) будується тим самим способом, що і на поверхні обертання (рис.1.29). Проекції найнижчої та найвищої точок будуються, використовуючи проекції конусів 35° з вершинами в точках T'_2, T_2. Проекції точок, що розміщені на контурі валіка і збігаються з проекцією осі тіла обертання, будуються з використанням конуса 45°. Проекції точок, що розміщені на найбільшому колі, будуються з використанням вертикального дотичного циліндра.

В тих випадках, коли контуром поверхні тіла обертання є коло або частина кола, точки дотику прямих, які мають кути 45° і 35° з віссю проекцій, зручно уточнювати за допомогою нормалей.

Контур власної тіні тіла обертання залежить від форми твірної. Так, якщо від вала відкинути частину, яка лежить нижче кола 56, то провести дотичний конус 35° до такої поверхні не можливо, і її ліва частина фронтальної проекції буде повністю в світу, а справа збереження власна тінь.

Побудова власної тіні на тілі обертання, що наведено на рис.1.31, має виконуватись способом описаним вище (рис.1.29, 1.30). Для розуміння побудови точок власної тіні (наприклад, найвища та найнижча-відповідно 1, 2)позначені відповідно точкам на рис. 1.29, 1.30. Побудова зрозуміла з наведеного рис.1.31.

1.5. Тіні падаючі на поверхні

1.5.1. Тіні від вертикальних та похилих прямих

Метод січних променевих площин.

Суть метода побудови тіні точки, яка падає на поверхню, полягає в тому, що:

- світловий промінь заключають в допоміжну січну площину, її називають променевою (рис.1.32, площина Σ);
- будують лінію перетину заданої поверхні площиною – лінія *1-2;*
- відмічається точка перетину світлового променя з цією лінією – точка *A*. Ця точка є шуканою тінню A_{1t}, A_{2t}.

По суті, запропонована побудова є розв'язання задачі на визначення точки перетину прямої з площиною або поверхнею.

При побудові тіні від точки за січну променеву площину вибирають проекціювальну площину. При побудові тіні прямої лінії променева площина визначається цією прямою і світловим променем, що проходить через будь-яку її точку.

Метод січних променевих площин є найбільш розповсюдженим методом побудови тіней.

Розглянемо побудову тіні проекціювальної прямої $AB \perp П_1$, падаючою на $П_1$ та довільну гранну поверхню $Ф(Ф_1;Ф_2)$ (рис.1.33). Вище було зазначено, що падаюча тінню прямої буде лінія перетину поверхні з променевою площиною, що проходить через цю пряму. В нашому випадку променева площина Σ – горизонтальнопроекціювальна: $\Sigma\ (ABxS) \perp П_1$, оскільки $AB \perp П1$. Тому тінь $A_{1t}B_{1t}$ буде горизонтальною проекцією перетину Σ з $П_1$ та $Ф$, що збігається з горизонтальною проекцією $\Sigma_н$ променевої площини, а $\Sigma_н \equiv S_1$.

Лінія *123* – лінія перетину променевої площини Σ з поверхнею $Ф$ буде тінь від прямої AB на поверхні $Ф$.

Висновок. Горизонтальна проекція тіні падаючої на довільну площину або поверхню від прямої, перпендикулярної до площини проекцій, збігається з проекцією променевої площини на цю площину проекцій, та є прямою лінією (див. рис. 1.11, 1.12, 1.33, 1.34), *а також збігається з проекцією лінії перетину променевою площиною поверхні на другій площині проекпроекцій* (див.рис.1.33, 16.34). На рис.1.34 наведено проекції сходів та вертикальної прямої AB. Падаюча тінь від прямої являє собою ламану лінію. На вертикальні площини сходів тінь падає вертикальними відрізками прямих, а на горизонтальні площини сходів тінь падає паралельно гори зонтальній проекції світлового променя. Променева площина Σ – горизонтальнопроекціювальна, проходить через пряму AB, тому горизонтальна проекція тіні падаючої від вертикальної прямої на сходи збігається з слідом $\Sigma_н$ променевої площини. Фронтальну проекцію тіні можна побудувати, якщо через відповідні точки горизонтальної проекції тіні побудувати лінії проекціювального зв′язку, які визначать положення вертикальних відрізків тіні. Площина Ω, в якій розміщені кути сходів, та променева площина Σ паралельні, тому перерізи сходів цими площинами однакові і фронтальні проекції цих перерізів також однакові.

Фронтальна проекція нормального перерізу сходів площиною Δ збігається з проекцією кутового профілю сходів, які розміщені в площині Ω. В наведеному прикладі фронтальна проекція нормального перерізу дорівнює його натуральній величині. Нормальні перерізи сходів площинами Θ і Δ дорівнюють один одному.

Висновок. Фронтальна проекція контуру тіні падаючої від вертикальної прямої на поверхні з твірними, паралельними осі x, повторюють контур нормального перерізу цих поверхонь, який розвернуто вліво, або тінь від вертикальної прямої повторює проекцію лівого кутового профілю поверхні.

На рис.1.35 і 1.36 показано, що тінь від вертикальної прямої на повздовжні форми дзеркально повторює профіль поверхні, на яку падає тінь. Спираючись на вище розглянуте, можна будувати тіні від вертикальних прямих на повздовжні форми маючи одну фронтальну проекцію, нормальний переріз і відстань між прямою і поверхнею (рис.1.34, 1.35, 1.36). Тінь від глибинної прямої збігається з проекцією світлового променя. Для побудови може бути залучена профільна проекція (рис.1.35).

Враховуючи раніш описані положення, розглянемо побудову по одній фронтальній проекції тіні від призматичної форми на похилу площину (рис.1.37).

Тіні відкидають три групи прямих: вертикальні дадуть тіні паралельні стороні кута нахилу площини (кут α визначає нахил площини до горизонтальної площини); горизонтальні, паралельні площині $П_1$, дадуть тіні паралельні самим прямим; горизонтальні – паралельні площині покрівлі дадуть тіні паралельні самим прямим (див. рис.1.10); горизонтальні прямі, перпендикулярні до площини $П_2$, дадуть тіні, що збігаються з фронтальною проекцією променя (див.рис.1.12). Фронтальні проекції променів, які проходять через верхні точки ребер, обмежують тінь. Точки C і E , які розміщені в одній вертикальній променевій площині, відкидають тінь на пряму, що проходить через точку P. Тінь від горизонтальної прямої, що проходить через точку A, частково падає на призматичну форму, а частково на похилу площину. Решта побудови зрозуміла з рисунка.

Повздовжнє допоміжне проекціювання на осьову світлову площину використовують при побудові тіні на складних повздовжніх формах (рис. 1.17, 1.18, 1.37). На рис.16.38 показана побудова тіні від конуса на деяку форму. Світлова площина Σ перетинає задану форму по дзеркально симетричній лінії профілю форми. Ця лінія будується з використанням відстані m від осі конуса до основної площини стіни. Тінь T_{2t} від вершини конуса падає на побудовану лінію перетину оскільки вершина розміщена в площині Σ.

Подальша побудова тіні відбувається по точках 1_{2t} та 2_{2t} на одній з повздовжніх прямих (на рисунку пряма n). Через точку $1_2 \equiv 2_2$, що на перетині цієї повздовжньої прямої з лінією перетину світлової площини Σ, будується зворотний промінь світла до перетину з контуром власної тіні конуса в точках $1'_2$ та $2'_2$. Визначаються їм симетричні точки $1''_2$ та $2''_2$ (точки відкидають тінь на пряму n), через які будуються промені світла до перетину з прямою n, на якій розміщені точки 1_{2t} та 2_{2t}. Тіні на інших характерних повздовжніх прямих будують тим же порядком.

1.5.2. Тіні падаючи від призматичної плити на поверхні

Розглянемо деякі прийоми побудови падаючих тіней на геометричні форми від квадратної плити. На рис.1.39 *а, б, в* показано, що тінь від повздовжньої прямої на вертикальну форму дзеркально повторює план цієї форми. Це справедливо оскільки тінь є лінія перетину поверхні повздовжньою світловою площиною, нахиленою до горизонтальної площини під кутом 45° і в цьому випадку лінія перетину однакова на виді зверху і на виді спереду. Тінь від точки A на геометричну форму розміщена в перетині дзеркально відображеної основи з тінню від прямої перпендикулярної до Π_2, тобто з напрямом світлового променя, що проходить через точку A (див.рис.1.12, 1.35, 1.37).

Тінь на циліндричну поверхню від призматичної плити побудована з використанням січних променевих площин (рис.1.40).

Зворотним проекціюванням в світовій променевій площині визначають точки на прямій AB: точку, яка визначає найвищу точку (1_{2t})

кривої лінії тіні, точки від яких падає тінь на контурну та тіньову твірні циліндра. Через визначені точки 1_2, 2_2, 3_2 проводять фронтальні проекції світлових променів до перетину з відповідними твірними циліндра чим визначають тіні точок. Через проміжні точки прямої *AB* проводять горизонтальнопроекціювальні променеві січні площини, які визначають додаткові тіні на поверхні циліндра.

Контуром падаючої тіні від плити буде крива, яка проходить через точки 1_{2t}... 4_{2t} – тіні на поверхні циліндра від точок *1...4*, які розміщені на прямій *AB*.

На рис. 1.41 побудована тінь від призматичної плити на призматичну поверхню. Побудова виконується аналогічно розглянутій на рис. 1.40.

1.5.3.Тіні, падаючі від циліндричної плити на поверхні.

На нижній циліндр падає тінь від кола *n* циліндричної плити (рис. 1.42). Спочатку належить побудувати проекції тіньових твірних (межу власної тіні) нижнього циліндра та циліндричної плити (див. рис. 1.27).

Для визначення вищої точки(1_{2t}) падаючої тіні скористаємося конусом 35°, зверненим вершиною донизу, взявши за його основу нижнє коло плити. Цей конус перетнеться з циліндром по колу, яке проходить через точку перетину його обрису з обрисом циліндра. Промінь, який належить поверхні конуса, при перетині з циліндром визначить вищу 1_{2t} точку падаючої тіні. Для її побудови достатньо через проекцію вершини конуса S_2 провести проекцію променя (45°) до перетину з колом перерізу в шуканій точці 1_{2t}. Для визначення точок тіні 4_{2t}, 2_{2t} на лівій контурній та тіньовій твірних циліндра проводять через 4_1, 2_1 променеві площини які визначать на колі *n* точки від яких падають тіні на зазначених твірних. Через визначені точки проводять проекції світлових променів до перетину з твірними.

Будують тіні від проміжних точок (35°). З'єднують плавною кривою отримані точки і визначають криву тіні.

Тіні падаючі від одного тіла обертання на інше будь-яким універсальним способом побудувати складно. Деякі точки тіні зручно будувати, використовуючи допоміжне проекціювання горизонтальних перерізів на вертикальну площину, яка складає з площиною проекцій $П_2$ кут 45° (площина Пілле), приймаючи за проекціювальні лінії промені світла. Крім того, використовують симетрію тіней відносно горизонтальнопроекціювальної променевої площини, а верхню точку

тіні знаходять використовуючи конус 35°. В практиці, побудова тіні від одного тіла обертання на інше тіло обертання використовується мало через складність побудов.

Розглянемо більш доступний спосіб побудови тіні від циліндричної плити, або геометричного тіла обертання, на поверхню обертання. Суть способу полягає в побудові тіні одного кола на інше коло, які розміщені на деякій відстані *z*. Два кола *а* і *в* розміщені у відповідних площинах Ѳ та Δ, які паралельні площині проекцій $П_1$.

Побудуємо тінь від кола *а* на площину Δ кола *в* (рис. 1.43). Побудуємо проекцію центра (O_1;O_2) кола радіуса *R* на площині Δ (див. рис. 1.40). З точки O_{1t}, як з центра, проводимо коло радіуса *R* – лінію a_{1t} (тінь від кола *а* на площину Δ). Перетин двох кіл b_1 і *a1t* визначить точки 1_{1t} та 2_{1t}, як точки тіні кола *а* на коло *в* на площині проекцій $П_1$. За лініями проекціювального зв′яку визначаємо фронтальні проекції – 1_{2t} та 2_{2t}.

Будуючи тінь по одній фронтальній проекції, в розглянутому прикладі (рис.1.43) необхідно побудувати напівкола з радіусами *R* та *R′*, сумістити їх з осьовою фронтальною площиною (a_2', $в_2'$). Відстань *z* між колами a_2 і $в_2$ відкладається горизонтально між суміщеними положеннями кіл (точки $4'_2$ та $5'_2$). Граничну точку $4'_2$ переносять на проекцію кола Δ. Точки *3, 4* збігаються з раніше побудованими точками $1_{2t}\,2_{2t}$. Точка 1_{2t} невидима і при побудові тіні на поверхні не враховується.

На рис.1.44*а* побудована тінь від горизонтального кола циліндричної плити на циліндр з вертикальною віссю. Для цього напівколо, що кидає тінь, суміщається з осьовою фронтальною площиною (див.рис.1.43).

Для побудови тіні 1_t на контурній твірній циліндра підбором вписується світловий квадрат з стороною *1 1′* між колом, що кидає тінь, і суміщеним положенням *а′* та твірною циліндра, після чого відмічається точка 1_t.

За ознакою симетрії відмічається точка тіні 2_t на твірній, що збігається з віссю циліндра.

З крайньої точки *3* проведено світловий промінь під кутом 35° до перетину з контурною твірною в точці *3′*, через яку будується горизонтальна пряма на півциліндрі, яка розділяється у співвідношенні 3:7 точкою тіні 3_t. Другий світловий квадрат, вписаний відносно дру-

гої (правої) контурної твірної визначить точку тіні 4_t, яка розміщена у власній тіні циліндра, але допомагає визначити форму тіні.

Точку в довільному перерізі площиною Δ доцільно будувати наступним чином (див.рис.1.43). Переріз суміщується з фронтальною осьовою площиною, а далі відстань *z* між колами *а* і *в* (між площинами Θ і Δ) розміщують горизонтально між суміщеними положеннями кіл (*а′* і *в′*). Гранична точка *5′* переноситься на лінію заданого перерізу (площина Δ), де визначиться точка тіні 5_t. Таким чином можна побудувати певну кількість точок тіні.

Цей спосіб набагато простіший за визначення тієї ж тіні, як лінії перетину двох циліндрів – заданого та світлового, також він придатний для побудови тіні на геометричному тілі обертання від горизонтального кола. На рис.1.44 *б* цим же способом побудована тінь від циліндричної плити на поверхню обертання (побудова зрозуміла з рисунка).

Якщо тінь падає від одного тіла обертання на інше (рис.1.45), то в побудову падаючої тіні тим же способом вноситься доповнення пов′язане з тим, що тінь падає не від горизонтального кола, а від лінії власної тіні валика, а точніше від відрізка кривої *2 1 3*. Для спрощення побудови тіні спроекціюємо точку *1* у зворотному напрямку світлового променя під кутом 45° в точку *1′* на горизонтальну площину перерізу *2 3*. Подальша побудова зводиться до задачі побудови тіні, яка виконана на рис.1.44. Але суміщене положення відрізка кривої, що кидає тінь, буде не дуга кола, а дуга еліпса *2 1″4*, яку з достатньою для практики точністю можна зобразити колом, що проходить через ті ж три точки.

Якщо тіні падають на більш складніші поверхні і від різних поверхонь і неможливо використати описаний спосіб, то використовують способи січних площин та зворотних променів.

1.5.4.Тіні в нішах.

Промені, що освітлюють плоску фігуру, утворюють циліндричну або призматичну поверхню, яка, перетинаючись з площиною паралельною плоскій фігурі, визначає контур падаючої тіні, який точно повторює форму та розміри самої фігури.

Розглянуті властивості падаючих тіней від плоских фігур (рис.1.19, 1.20) на площини проекцій $П_1$ та $П_2$ можна використати при побудові тіні в нішах. На рис.1.46 показана побудова тіні в ніші. В наведеному прикладі тінь на площину ніші *P* (площина *P* паралельна $П_2$) буде падати від вертикальної прямої *AB* та горизонтальної прямої *AC*. Тінь від цих прямих визначить контур падаючої тіні в ніші на площину ніші *P*. Спочатку будують тінь від точки *A* на площину *P*. Тінь A_t від точки *A* на площину *P* розміщена в точці перетину світлового променя, що проходить через точку *A*, з площиною *P*.

Тінь від прямої *AB* пройде через точку A_t паралельно *AB*, а тінь від *AC* – через ту ж точку A_t паралельно *AC*, через те, що *AB* і *AC* паралельні площині *P*.

На рис. 1.47 показано побудову тіні в ніші, перекритою півциліндричною аркою. Тінь від дуги кола, що проходить через точки *A* і *B*, є коло того ж радіуса з центром в точці O_{2t} , яка є тінню центра кола на площині *P*.

Розглянутий метод побудови тіні в нішах дає можливість будувати тіні в нішах з різноманітним контуром. Так на рис.1.48 *а, б, в* наведено побудову тіні в прямокутних, циліндричних та багатокутних нішах. Побудова тіні в зазначених нішах виконується по одній фронтальній проекції. Побудова тіні в цих нішах аналогічна побудовам розглянутих на рис. 1.46, .47, зрозуміло з рисунків.

На рис.1.48 *г* показана побудова тіні в пірамідальній ніші. Тінь від прямих *AB* і *AC* падає на площину *P* та на бічні грані піраміди. Побудуємо тінь від точки *A* на площину *P* як слід світлового променя, що проходить через точку *A*, на площині *P*. Через побудовану точку A_t побудуємо прямі паралельні *AB* та *AC*, які і будуть обмежувати падаючу тінь в ніші. Точки *1* і *2* тіней прямих *AB* і *AC*, відповідно, сполучаються з точками *B* і *C*. Тіні $1B_t$ і $2C_t$ є тінями прямих *AB* і *AC* на бічних гранях піраміди.

Розглянемо побудову тіні в нішах з вертикальною віссю (рис.1.49).

Власні тіні на поверхнях ніш будуються згідно з вище розглянутими методами. В цьому випадку тінь на поверхню ніші падає від прямих *AB* і *AC*. Тінь від цих прямих обмежує падаючу тінь на поверхню ніші. Тінь від прямої *AC* проходить через точку A_t паралельно *AC*. Тінь прямої *AB* дзеркально повторює лінію плану (див.рис.1.39 *а, б, в*). Тінь A_t від точки *A* на поверхню ніші розміщена в точці перетину світлового променя, проведеного через точку *A* з дзеркально відображеною формою основи. На рис.1.49 *а, б, в* показано побудову тіні в нішах з використанням лінії основи (тонка лінія). Падаюча тінь в пірамідальній (рис.1.49 *г*) або конічній (рис.1.49*д*) ніші падає від прямої *TC*. Власна тінь в ніші будується так, як розглянуто на рис.1.24,1.27*а,б*. Тінь від прямої *TC* побудована вписуванням світлового квадрата між лінією *TC* та формою основи поверхні. Лінія *T 1* є тінню в ніші від прямої *TC*.

Тіні в напівсферичній ніші. Для побудови тіні в напівсферичній ніші (рис.1.50) проведемо дві дотичні проекції променя *S* до контуру ніші. Точки A_2 і B_2

розміщені на проекціях контурів падаючої та власної тіней. Побудова проекції контуру власної тіні розглянуто на рис.1.29. Проекція контуру падаючої тіні являє собою напівеліпс $к_{2t}$. Розглянемо спрощений спосіб побудови тіні. Для побудови тіні C_{2t} від точки *C* необхідно від точки O_2 відкласти 1/3 радіуса. Для побудови проекції тіні точки *D* від діаметра A_2B_2 в напрямі проекції світлового променя, що про- ходить через точку D_2, відкладемо 1/3 відповідної напівхорди. Так будують решту точок тіні. З′єднавши тіні від точок одержимо криву тіні від кола в напівсферичній ніші.

Тіні падаючі на внутрішні поверхні циліндра і сфери.

Тінь в розрізі циліндра, перекритого конічною поверхнею. На рис.1.51 наведено фронтальну проекцію розрізу циліндра і конуса. Тінь в середину циліндра падає від твірної *AF* циліндра та від двох твірних *TA* і *TB* конуса, які розміщені в площині розрізу. Проекція тіні від *AF* збігається з віссю (див.рис.1.49*в*). Для побудови проекції тіні від твірних *TA* і *TB* проведемо через точки *A* і *B* горизонтальну пряму *a*. Проекція тіні від цієї прямої збігається з колом a_{2t} (див.рис.1.49*в*). Кожна точка прямої *TA* (виключаючи точку *A*) знаходиться вище відповідної точки прямої *a* на деякій відстані. Для побу-

дови проекції тіні від довільної точки D прямої TA досить провести через точку D_2 вертикальну пряму до перетину з прямою a_2 в точці E_2 ($DE=p$). Далі через проекцію точки E_2 необхідно провести проекцію променя до перетину з кривою a_{2t} в точці E_{2t}. Якщо через точку E_{2t} провести вертикаль, то вона має перетинатися з проекцією променя, що проходить через точку D_2 в шуканій точці D_{2t} , яка належить проекції тіні від прямої TA. Так побудовані криві $A_{2t}T_{2t}$ і $T_{2t}B_{2t}$, які є дугами еліпсів.

Тінь в розрізі циліндра перекритого оболонкою. На рис.1.52 наведена фронтальна проекція розрізу циліндра і оболонки. Тінь в середину циліндра падає від твірної AF та кривої ADB розрізу оболонки. Побудова тіні від кривої ADB така як розглянута на рис.1.51.

Ця крива в деякій точці 1_2 перетинає проекцію кола переходу від циліндра до оболонки (верхня основа циліндра). З цієї миті частина тіні від кривої DC падає всередину оболонки. Власна тінь оболонки побудована використовуючи дотичні поверхні (див. рис.1.29).

Тінь вполовині циліндра та чверті сфер. На рис.1.53 наведена фронтальна проекція розрізу циліндра та сфери (нижня і верхня). Всередину циліндра і сфери тінь падає від кола розрізу m, твірної циліндра a та кола n. Проекція тіні від прямої a збігається з віссю (рис. 1.49*в*). Для побудови тіні від кола m всередину циліндра мусимо вчинити так, як і в двох попередніх прикладах (рис. 1.51, 1.52). Проекція тіні $P_{2t}C_{2t}$ від кола m всередину сфери побудована так, як у сферичній ніші (рис.1.50). Проекцію падаючої тіні $K_{2t}E_{2t}$ побудовано так, як на верхній частці напівсфери (тінь $m2t$). Дільниця $E_{2t}O'_2$ є тінню від лівого вертикального ребра ($a2$) контуру ніші, а також дугою іншого еліпса, мала вісь якого – E_2O_2', а велика вісь більша за малу в $\sqrt{2}$ рази. В точці E_{2t} обидва еліпси взаємно дотичні.

Запитання для самоконтролю.

1. Як визначається напрям світлових променів і їх проекцій на площинах проекцій ?
2. Як побудувати тінь від точки на площину проекцій ?
3. Як знайти падаючу тінь від точки на площину загального положення ?

4. Як побудувати тінь від прямої, яка падає одночасно на дві площини проекцій ?

5. Як розміщені тіні від прямих паралельних площині, перпендикулярних площині ?

6. Що називається контуром власної тіні ?

7. В якому порядку будують тіні від геометричних фігур: конуса, циліндра ?

8. За яким методом будують тінь від плити на гранні та криві поверхні ?

9. Яким методом будуються тіні в нішах ?

Розділ 2.
Тіні в аксонометрії.

Для надання аксонометричним зображенням більшої наочності будують власні та падаючі тіні зображувальних предметів. В основу

цих побудов покладені тіж принципи, які використовуються для побудови тіней в ортогональних проекціях з використанням двох проекцій зображувального предмета і світлового променя.

За напрям світлового променя в аксонометричних проекціях приймають напрям діагоналі світлового куба, грані якого співпадають з координатними площинами. В цьому випадку діагоналі граней куба будуть вторинними проекціями світлового променя на координатні площини (рис. 2.1 *а, б*).

Наряду з тим може бути використано і другий напрям світлового променя, який для даного зображувального предмета може бути найбільш прийнятним з точки зору надання предмету найбільшої виразності. В цьому випадку задають аксонометричну проекцію світлового променя і одну із його вторинних проекцій (рис. 2.1 *в*).

2.1. Побудова падаючих тіней геометричних елементів.

Точка A задана своєю аксонометричною (A') і вторинною (A'_1) проекціями (рис. 2.2). Для побудови падаючої тіні через проекції точки проводять, відповідно, світловий промінь і його вторинну проекцію. Їх перетин визначить горизонтальний (рис. 2.2 *а*), або профільний (рис. 2.2 *б*) слід світлового променя – точки A'_{1t}, A'_{3t} які і будуть шуканими тінями.

Якщо розглядати лінію $A'\ A'_1$, як відрізок вертикальної прямої (рис. 2.2) то лінії A', A'_{1t} і A', $1'\ A'_{3t}$ будуть падаючі тіні відрізків на аксонометричні площини Π'_1 *і* Π'_3.

Розглянемо побудову падаючої тіні від відрізка загального положення заданого аксонометричною $A'B'$ і вторинною $A'_1B'_1$ проекціями (рис. 2.3 *а*). Тінь одночасно падає на дві аксонометричні площини. Тінь заломлюється на осі γ' . Щоб визначити напрям тіні ві-

дрізка *AB* на площинах проекцій побудуємо уявну тінь від точки *B* на площину $П'_1$ -B'_{1t}, та тінь $B'З_t$ (рис. 1.8). Відмічаємо точку перетину тіні з віссю $O'\gamma'$ точку *1'*. З'єднав точки A'_{1t}, *1'*, $B'З_t$ відрізками прямої, отримаємо тінь відрізка *AB* на аксонометричних площинах проекції.

В ортогональних проекціях тінь відрізка прямої лінії на паралельну йому площину, паралельна самому відрізку і по величині рівна йому. Це правило виконується і в аксонометричних проекціях.

На рис. 2.3 *б* задано горизонтальний відрізок *CD* ($C'D'$ *і* $C'_1D'_1$). З відповідних міркувань і побудови виконаної на рис. 1.10 можна зробити висновок, що $C'D' \parallel C'_{1t}D'_{1t}$ і $C'_{1t}D'_{1t} = C'D'$.

Для визначення тіні від плоского відсіку *ABC* (рис. 2.4) будують дійсні тіні від точок *A* і *B* і уявну від точки *C* на горизонтальну аксонометричну площину, чим визначають точки *1'* і *2'*. Визначають тінь C'_{3t} від точки *C* на профільній площині проекцій. З'єднують точку C'_{3t} з точками *1'* і *2'* заломлення тіні від прямих *AC* і *BC* чим визначають тінь від відсіку на аксонометричні площини проекцій.

2.2. Побудова тіней просторових фігур.

Так же як і в ортогональних проекціях, в аксонометрії при побудові тіней об'ємних геометричних форм розпізнають власні та падаючі тіні. Контуром власної тіні є ламана або крива просторова лінія обвідна призматична або циліндрична світлова поверхня. Лінія перетину цієї поверхні з площиною або другою поверхнею дає нам падаючу тінь від контура власної тіні. Тому при побудові падаючих тіней, як правило, визначають спочатку контур власної тіні але в деяких випадках можуть бути і зворотні побудови.

При побудові падаючої тіні вертикальної призми (рис. 2.5) спочатку визначають власну тінь, для чого до основи призми проводять "дотичні" прямі паралельні вторинній горизонтальній проекції світлового променя.

Останні проходять через точки $3'_1$ і $5'_1$ та разом з вертикальними ребрами $3'3'_1$ і $5'5'_1$, визначають дві обгортні променеві площини бокової поверхні призми.

Верхня грань призми освітлена, тому весь контур власної тіні буде визначатись просторовим багатокутником $3'_1\ 3'\ 4'\ 5'\ 5'_1$.

Тепер будують падаючу тінь, як тінь від контура власної. Для цього знаходять падаючі тіні $3'_{3t}$,, $4'_{3t}$,, $5'_{3t}$ відповідно точок *3, 4,* і *5*. Послідовно сполучають точки тіней і отримують падаючу тінь призми.

При побудові тіней піраміди (рис. 2.6) спочатку будують тінь вершини піраміди *T* на горизонтальній (точка T'_{1t}) площині та на профільній (точка T'_{3t}) координатних площинах. Дальше проводять з точки T'_{1t} прямі "дотичні" до основи піраміди, які проходять через точки $3'_1$ і $6'_1$. Будують тінь T'_{3t}' від вершини піраміди та сполучать її з точками заломлення (*7'* і *8'*) тіней від ребер *T'6'* і *T'3'*, які визначають контур власної тіні піраміди та падаючу тінь.

Для побудови власної тіні циліндра (рис. 2.7) проводять дві вертикальні променеві площини, дотичні до поверхні циліндра. Їх сліди визначать точки дотику $1'_1$ і $5'_1$.

Контур власної тіні визначають дві твірні $1'_1$ *1'* і $5'_1$ *5'* циліндра та праве півколо верховної основи. Контур падаючої тіні визначають дві ламані лінії ($1'_1$ *6'* $1'_{3t}$ і *5' 7'* $5_{3t}'$) і ланки еліпса $1'_{3t}$ $2'_{3t}$ $3'_{3t}$ $4'_{3t}$ $5'_{3t}$. Останній будується по точках.

Розглянемо побудову падаючої та власної тіні прямого кругового конуса зображеного в прямокутній диметричній проекції (рис. 2.8). Спочатку будують падаючу тінь від вершини *T* конуса (T'_{1t}) на горизонтальній координатній площині. Потім через точку T'_{1t} проводять сліди променевих площин, дотичних до основи конуса в точках *1'* і *2'*. Точки дотику визначають твірні конуса *T'1'* і *T'2'*, які будуть контурними твірними власної тіні. Тінь від вершини T'_{3t} сполучають з точками заломлення *3'* і *4'* і отримують частку падаючої тіні на профільній координатній площині.

2.3. Падаючі тіні від геометричних елементів на поверхні.

Тінь від вертикальної прямої на нахилену площину.

Розглянемо хід побудови тіні падаючої від вертикальної прямої *12* на похилу площину *P* (рис. 2.9). Тінь на горизонтальну координатну площину збігається з проекцією світлового променя на цю площину. Для побудови тіні від прямої *12* на похилу площину проводять через пряму допоміжну горизонтальнопроекціювальну площину *Σ*, яка перетинає площину *P* по прямій *3'4'*. В перетині прямої *3'4'* і променя, проведеного через точку *2'* визначають шукану точку *2'pt*.

З'єднав точку 3′ з точкою *2′pt* визначають тінь від прямої на нахилену площину.

Тінь від прямої *12* на нахилену площину можна побудувати також методом зворотнього світлового променя суть якого заключається в слідуючому (рис. 2.10).

Нехай *AB* і *CD* дві мимобіжні прямі, а $A_{1t}B_{1t}$ і $C_{1t}D_{1t}$ тіні від них на площину $П_1$. Якщо із точки перетину тіней 1_{1t} провести промінь паралельно променю світла, але в зворотному напрямку до перетину з прямою *CD* і *AB*, то на прямій *CD* отримаємо точку 1_t, яка буде тінню від точки *1* прямої *AB*.

Для побудови падаючої тіні від вертикальної прямої на похилу площину (рис. 2.9) будують на горизонтальну координатну площину тінь від похилої площини і уявну тінь від прямої *12*. Перетин останньої з тінню прямої $A'_{1t}B'_{1t}$ визначить точку

$4'_{1t}$. Зворотним проекціюванням паралельно променю світла точки $4'_{1t}$ визначають точку *4′* на прямій *A′ B′* . Перетин світлового променя з прямою *3′4′* визначить точку $2'_{pt}$ – тінь точки *2* на площині *P*. Лінія *1′ 3′ 2′pt* визначить падаючу тінь прямої *12*.

Спосіб зворотнього проекціювання використовують і при побудові падаючої тіні від об'ємної просторової фігури на другу поверхню. Розглянемо побудову падаючої тіні в ізометрії від піраміди на поверхню призми (рис. 2.11). Лінію перетину призми і піраміди будують за допомогою вторинної профільної проекції, по відношенню до якої призма є проекціювальною.

Цю побудову можна прослідкувати на прикладі побудови точок *1, 2* і *3, 4*. Точки *1′* і *2′* взаємного перетину призми і піраміди визначаємо шляхом зворотнього проекціювання їх вторинних проекцій ($1'_3$, $2'_3$) безпосередньо на відповідні ребра піраміди. Для побудови точок *3′, 4′* необхідно спочатку через ребро призми і вершину піраміди провести допоміжну профільнопроекціювальну площину, та визначити її лінії перетину з відповідними гранями піраміди.

Точки *3′* і *4′* визначають зворотним проекціюванням їх допоміжних проекцій $3_3'$ і $4'_3$ на відповідні грані піраміди. Аналогічно будують решту точок взаємного перетину призми і піраміди.

Після побудови лінії взаємного перетину геометричних фігур, приступають до побудови тіней. Доцільно для побудови тіней використати спосіб зворотнього світлового променя. Спочатку будують

падаючі тіні кожної із фігур на горизонтальну і профільну координатні площини. Падаюча тінь призми зображається ламаною $6'\ 5'_{1t}\ 9'\ 8'$, а падаюча тінь піраміди – ламаною $A'\ 10'\ T'_{3t}\ 11'\ B'$. Відмічаємо точки $12'_{1t}$ і $13'_{3t}$ перетину контурів падаючих тіней і спроекціюємо їх в зворотному напрямі світлового променя на ребро призми $5'\ 8'$. З'єднав точки $12'_t$ і $13'_t$ відповідно з точками $11'_1$ і $4'$ визначимо контур падаючої тіні піраміди на верхній грані призми.

<u>Запитання для самоконтролю.</u>

1. Як визначається напрям світлового променя і його проекцій на аксонометричні площини проекцій ?
2. В якому порядку будують власну тінь на геометричних образах в ізометрії та диметрії ?
3. В чому суть метода зворотнього променя і в яких випадках доцільно його використовувати?

Розділ 3.ПОБУДОВА ПЕРСПЕКТИВНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

3.1.Загальні положення про теорію перспективи

У багатьох сферах науки та техніки, в образотворчому мистецтві знаходять втілення різні прийоми виконання креслень, схем, рисунків, фотографій тощо. Призначення їх різноманітне.

Невід'ємним елементом творчого процесу є уміння відтворювати предмети на кресленні чи рисунку, побудові такого зображення, що сприймалося б натуральним, щоб у ході творчого процесу можна було б перевірити задуману композицію, пропорції і таке інше.

Найбільш наочним способом зображення предметів є *перспектива*. Перспективні зображення лише незначно відрізняються від зображень, які отримуються внаслідок зорового сприйняття. Перспектива дає можливість природно (порівняно з ортогональними проекціями) зобразити на площині просторові об'ємні форми, їхню пластику, глибину розміщення.

Перспектива пояснює закони, за якими навколишні предмети можуть отримувати найрізноманітніші обриси та форми залежно від того, на якій відстані і в якому положенні вони знаходяться відносно очей глядача. У той самий час вона дає графічні прийоми, за допомогою яких на двомірній площині картини можна дуже точно відтворити всі три виміри будь-якого предмета з усіма змінами, обумовленими відстанню, віддалення цього предмета від глядача та його положення в просторі.

Перспективне зображення, залежно від призначення, може бути побудовано на довільній проекційній поверхні. Тому перспектива поділяється на декілька видів.

Лінійна перспектива – це зображення, побудоване на площині. Назву лінійної вона отримала тому, що за допомогою ліній у ній можна передати всі прямі та криві, площини, обриси предметів, форму тіней і дзеркальне відображення цих предметів.

Залежно від призначення перспективних зображень площина може бути розміщена вертикально, похило, горизонтально.

Вертикальна площина, на якій будується зображення за допомогою лінійної перспективи, використовується в архітектурній практиці побудови перспективи об’єктів забудови, при творенні картин (станковий живопис, настінні панно).

Побудова перспективних зображень на похилих площинах використовується в монументальному живописі – розписи на похилих фрезах, всередині приміщень палаців та соборів.

Побудову перспективних зображень на горизонтальній площині використовують при розписі стель, плафонів.

Панорамна перспектива – це зображення, побудоване на внутрішній стороні циліндричної поверхні.

Купольна перспектива – це зображення, побудоване на внутрішній поверхні сфери або еліпсоїда. Її використовують при розписах на куполах у храмах, соборах, круглих залах метро.

Театральна перспектива – це зображення на декількох вертикальних площинах, розміщених на різній глибині. Її використовують при виконанні декорацій на сценах театрів.

У цьому курсі ми розглянемо тільки *лінійну перспективу на вертикальну площину та загальні питання перспективи.*

Перспективне зображення є особливим випадком центральної проекції об'єкта, коли апарат проекціювання обмежений умовами наочного, зорового сприймання людиною навколишнього середовища, відповідним кутом зору, положенням площини проекцій та предмета, який зображується.

Можна собі уявити, що ми дивимось через скло на певний предмет. Якщо зафіксувати на склі видимий контур предмета восковим олівцем, то одержимо його зображення в перспективі. У цьому разі промені світла, які відбиваються від предмета, сходяться в одній точці – в оці глядача. Відповідно, ми маємо справу з центральними проекціями.

Суть цього методу: якщо через центр проекціювання, точку *O* провести проекціювальний промінь в точку *A*, який перетинає задану площину проекцій *K*, то точка їхнього перетину *A'* буде її проекцією (рис. 3.1*а*). Провівши проекціювальні промені через центр проекціювання – точку *O* і точки *A, B, C* будь-якої фігури, на площині маємо отримати центральну проекцію фігури *A'B'C'* (рис.3.1*б*).

3.2. Апарат перспективного проекціювання

Зображення предметів на проекційних поверхнях побудоване за методом центрального проекціювання, називають *центральною проекцією предмета*, або *перспективним зображенням*, коротко – *перспективою.*

Для побудови перспективного зображення користуються апаратом проекціювання – системою площин, ліній і точок (рис. 3.2).

Основними елементами проекціювання є: *предметна площина* $П_1$, на якій розташований зображувальний предмет; *картинна площина* (картина) *K* – вертикальна площина основних проекцій, що міс-

титься між глядачем і об'єктом зображення та перпендикулярно до предметної площини $П_1$; *нейтральна площина N* (площина глядача), яка проходить через точку *О* паралельно картинній площині; *площина горизонту Н* – площина, проведена через точку зору *О* паралельно предметній площині.

Назвемо також характерні точки та лінії апарата проекціювання. Точка *О*, яка визначає положення ока глядача відносно картини і предметної площини, називається *точкою зору*. *Точка стояння* O_1 (основа точки зору) – основа перпендикуляра, опущеного з точки *О* на площину $П_1$, а довжина перпендикуляра OO_1 – *висота* точки зору. *Головною (центральною) точкою картини Р* називається прямокутна проекція точки зору *О* на картину *К*, *зорова відстань* – довжина перпендикуляра *ОР*.

Лінія (*л. о.)* перетину площини $П_1$ і *К* називається *основою картини*.

Лінія горизонту (*л. г.*) – лінія перетину площини горизонту з картинною площиною проходить через точку *Р* паралельно основі картини. *Висота горизонту* – перевищення точки зору *О* над предметною площиною.

На рис. 3.2*а* наведено наочну проекційно-зображувальну систему перспективи. Щоб перейти від просторової (наочної) системи проекцій до плоскої, потрібно предметну площину $П_1$ обернути навколо основи картини (лінія *л. о.*) до суміщення її з картинною площиною (рис. 3.2*б*). При такому суміщенні предметна площина співпадає з картинною площиною і відповідно зображення предметної площини накладеться на перспективне зображення предмета на картинній площині. Для спрощення побудови та наочності зображення перспективний апарат розділяють на два креслення. На одному (рис. 3.3*а)* показують предметну площину з зображенням лінії основи картини (*л. о.*), проекції точки зору (O_1), проекції головної точки (P_1). На цьому кресленні будують проекцію зображуваного предмету. На другому (рис. 3.3*б*)- лінію горизонту (лінія *л. г.*), основу картини *(*лінія *л. о.*), головну точку картини (*Р*) та її проекцію P_1 на лінії основи картини. Тут будується перспективне зображення.

3.3. Перспективне зображення точки.

Перспективним зображенням довільно розташованої в просторі точки може бути тільки точка.

Перспективою точки є точка перетину променя зору з картинною площиною, спрямованого з заданої точки простору в точку зору. Однак ця проекція не визначає положення точки у просторі, поза як усі точки, які лежать на зоровому промені, проекціюються в одну точку. Для того, щоб визначити її положення в просторі ми зобов'язані також показати проекцію (A_1) заданої точки на предметній площині, тобто точку основи перпендикуляра опущеного з заданої точки на предметну площину (проекцію точки на предметній площині).

На рис. 3.4 наведено приклад побудови перспективи точки A. Для побудови перспективи точки A, розміщеної в просторі, через неї проводять проекціювальний промінь OA, який називають *променем зору*. Точка зору O, її основа O_1 та промінь зору OA визначають вертикальну площину, яку називають *променевою площиною*. Променева площина перетинає картинну площину по лінії $A'A_o$, а предметну площину $П_1$ по лінії $O_1 A_o$. Проекція A_1 основи точки A на предметній площині буде визначена в перетині лінії O_1A_o з вертикальним проекціювальним променем проведеним через точку простору A.

З розглянутого можна зробити висновок: *для побудови перспективи точки необхідно отримати вторинну проекцію* (основу) *точки на предметній площині.*

Якщо точка лежить на предметній площині то основа точки збігається з самою точкою. На рис. 3.5 точка B лежить в предметній площині і її основа збігається з точкою $B_1 \equiv B$.

Задача на побудову перспективи точки В виконується аналогічно побудові перспективи точки A на рис. 3.4. З точки зору проводять зоровий промінь в точку $B_1 \equiv B$, який спільно з лінією OO_1 визначає променеву площину. Перетин променевої площини з предметною площиною визначає лінію $O_1 B_o$, а перетин променевої площини з картинною площиною в свою чергу, визначає лінію перетину цих площин. Перетин зорового променя з визначеною лінією перетину променевої та картинної площин визначить точку B' – перспективу точки B.

3.4. Перспективне зображення прямих

Побудова перспективи прямих є основною задачею, так як перспектива точки будується за допомогою двох прямих; перспективи кривих будуються або за допомогою дотичних, або за точками.

У загальному випадку перспективою будь-якої розташованої в просторі прямої може бути або пряма, або точка.

Точкою вона буває тільки в тому випадку, коли пряма збігається з променем зору, позаяк усі точки прямої збігаються з променем зору (рис.3.6, пряма *CD*).

В решті випадків перспективою прямої може бути лише пряма, тому що перетин будь яких двох площин проходить по прямій (рис. 3.6 пряма *AB*, *MN*).

Всі прямі простору, з точки зору їх перспективних зображень можна розділити на дві групи: прямі, *паралельні* до картинної площини (прямі які розміщені в фронтальних площинах), їх називають *фронтальними* та прямі *непаралельні картинній площині, які мають точку збігу*.

По своєму положенню в просторі прямі, непаралельні картині можуть бути:

- перпендикулярними до картини (*головні*). Так як картина вертикальна, такі прямі в просторі горизонтальні;
- горизонтальними, але непаралельними і не перпендикулярними до картини – *горизонталями загального положення*. Ці горизонталі можуть знаходитися в просторі під довільним кутом до картини;
- *нахилені прямі загального положення*, які не розміщені в площині паралельній картині, на відміну від нахилених, паралельних картині.

3.4.1. Перспективне зображення прямих, паралельних картинній площині (фронтальних)

Фронтальні прямі, паралельні картинній площині, в свою чергу, можуть бути: горизонтальними, вертикальними, нахиленими.

Прямі паралельні картинній площині не збігаються з променем зору, тому їх перспективне зображення буде *пряма*.

Прямі простору *AB*, *BC*, *AC*, які паралельні до картинної площини, визначають площину Ѳ, паралельну картинній площині (рис. 3.7).

Перспективним зображенням прямої *AC* буде пряма паралельна прямій простору, тому що прямі перетину променевою площиною, яка проходить через пряму *AC*, двома взаємно паралельними площинами (Ѳ ‖ *K*) повинні бути тільки паралельними (*A'C'* ‖ *AC*).

Отже можна зробити висновок:

– перспективне зображення на вертикальній картині всіх розташованих в просторі вертикальних прямих – *вертикалі* ($A'B' \parallel AB$);

– перспективне зображення всіх розташованих в просторі горизонтальних прямих паралельних картинній площині – *горизонталі* ($B'C' \parallel BC$);

– перспективне зображення нахилених прямих, паралельних картинній площині, *мають той же нахил* що і пряма простору ($A'C' \parallel AC$).

Наслідком паралелізму між прямими, розташованими в просторі паралельно картині, і їх перспективним зображенням є подібність та паралельність довільно розташованої в просторі фронтальної геометричної плоскої фігури з її перспективним зображенням на картинній площині (рис. 3.7., трикутник ABC).

3.4.2. Перспективне зображення прямих перпендикулярних до картини.

На рис. 3.8 задана перпендикулярна до картини пряма, яка розміщена в предметній площині. Промені зору, які послідовно сполучають точку зору O з кожною точкою A,B,C... прямої утворюють в просторі променеву площину. Перетин цієї площини з площиною картини, як це уже відзначали (рис. 3.6, 3.7), утворюють пряму, яка є перспективним зображенням горизонтальної та перпендикулярної до картини прямої.

Щоб визначити напрямок на картині перспективного зображення прямої, розміщеної в просторі горизонтально і, відповідно, перпендикулярно до картини, розглянемо який напрям мають зорові промені, які, перетинаючись з картиною, утворюють перспективне зображення цієї прямої.

З побудови перспективного зображення точок прямої можна зробити висновок, що промені зору, які проходять через точку зору (точка O) і точки прямої що віддаляються від картини поступово піднімаються і намагаються наблизитися до напряму прямої та перетво-

ритись в горизонталі, перпендикулярні до картини. Напрям останнього променя, який проходить через останню точку прямої, яка розміщена в нескінченості, співпадає з напрямом прямої, а сам промінь стає горизонтальним та перпендикулярним до картини. Зоровий промінь, який проходить через нескінчено віддалену точку прямої буде паралельний до самої прямої, оскільки дві паралельні прямі мають спільну точку в нескінченості. Сам промінь зору збігається з головним променем зору і перетинає картинну площину в головній точці картини, точці *P*, де і буде знаходитись перспективне зображення нескінчено віддаленої точки заданої прямої перпендикулярної до картини. Звідси слідує, *що перспективне зображення прямої перпендикулярної до картини являє собою лінію, яка направлена в головну точку (точку P).*

Для визначення на картині перспективного зображення прямої, досить двох точок. Одна з них – це точка, в якій задана пряма перетинає картинну площину, – точка нульового віддалення (наприклад точка *A* на рис. 3.8). Точку перетину прямої з площиною проекцій називають *слідом прямої*. Звідси, точку *A* перетину прямої з картинною площиною, відповідно, називають *картинним слідом прямої* і позначають з індексом – A_o.

Друга точка, на відміну від точки нульового віддалення, знаходиться на другому кінці прямої на нескінчено далекій відстані і являє собою нескінчено віддалену точку прямої, або точку нескінченого віддалення – перспективне зображення нескінчено віддаленої точки прямої на картині точка *P*.

З цього можна зробити висновок, що напрям перспективного зображення прямої перпендикулярної до картини визначають дві точки: картинний слід прямої (точка A_o) та точка *P* (головна точка картини) – перспективне зображення нескінчено віддаленої точки прямої.

Якщо розглянути побудову перспективного зображення декількох горизонтальних прямих перпендикулярних до картини і відповідно, паралельних між собою (див. рис. 3.8), то впевнимося, що перспективне зображення нескінчено віддаленої точки кожної із прямих також знаходиться в точці *P* (головній точці картини, рис. 3.9).

Звідси можна зробити висновок: *перспективне зображення перпендикулярних до картини і паралельних в просторі між собою пря-*

мих на картині непаралельні і збігаються в одній загальній для них точці. Ця точка називається *точкою збігу*. Точка збігу прямих перпендикулярних до картини знаходиться в головній точці *P* і такі прямі називають *головними*, а головна точка – *головною точкою збігу*.

З побудов виконаних на рис 3.9 та міркувань, можна зробити висновок – перспективне зображення прямої перпендикулярної до картини можна побудувати за картинним слідом прямої та точкою збігу паралельних між собою прямих перпендикулярних до картини. Перспективне зображення прямих перпендикулярних до картинної площини, як правило нахилені і збігаються в головній точці *P* картини (рис. 3.10, прямі *AB*, *CD* та інші). Горизонтальними вони будуть за умови, що прямі перпендикулярні до картинної площини розміщені в просторі на рівні точки зору, тобто проходять в горизонтальній площині зору (рис. 3.10, пряма *MN*).

3.4.3. Перспективне зображення горизонтальних прямих загального положення.

При побудові перспективи на вертикальній картині, площину картини в більшості випадків розміщають під довільним кутом до горизонтальних прямих об’єкта.

Горизонтальні прямі, які розміщуються під гострим кутом до картини, називають *горизонтальними прямими загального положення*.

Розглянемо побудову перспективи горизонтальних прямих загального положення на прикладі прямої, яка міститься в предметній площині (рис.3.11).

Зорові промені, які послідовно сполучають точку зору з точками прямої утворюють променеву площину, перетин якої з картинною площиною визначить, як ми уже знаємо з рис. 3.6, 3.8, пряму, яка і буде перспективним зображенням заданої прямої.

Побудову на картині напряму перспективного зображення прямої загального положення розглянемо через побудову перспективного зображення точок прямої та положення променів зору, які в перетині з картиною визначають його.

Пряма перетинає картину в точці *A*, яка знаходиться на основі картини і є картинним слідом прямої.

Зоровий промінь проведений з точки зору в точку *B* прямої спільно з лінією OO_1 визначає променеву площину. Променева площина перетинає предметну та картинну площину по лініях. Перетин зорового променя з лінією перетину променевої та картинної площин визначить (рис. 3.8) перспективне зображення точки *B'* – перспективу точки прямої.

Аналогічно побудовано перспективне зображення слідуючої точки *C*. Так можна побудувати перспективи решти точок прямої:

Якщо розглядати побудову перспективного зображення точки прямої, яка знаходиться в нескінченості, то з'ясуємо, що зоровий промінь який, проведений з точки зору в точку прямої в нескінченості, буде паралельним до напряму прямої (точка перетину прямих в нескінченості визначає паралельність прямих простору).

Променева площина, яка визначена прямою OO_1 та зоровим променем, проведеним в точку нескінченості прямої, перетинає предметну площину по проекції зорового променя ($O_1 F_o$), а картинну площину по вертикальній прямій ($F_o F$).

Перетин зорового променя, проведеного в нескінчено віддалену точку прямої, визначить перспективне зображення нескінчено віддаленої точки прямої. Точка, в якій зоровий промінь перетинає картину, може бути тільки на рівні точки зору, тобто на лінії горизонту (точка *F*, рис. 3.11).

Якщо розглядати (рис. 3.12) побудову перспективи декількох ліній паралельних між собою, то побачимо, що перспективне зображення нескінчено віддалених точок всіх цих прямих сходиться в одній спільній для всіх їх точці, тобто в місці перетину з картиною зорового променя, паралельного цим прямим в просторі.

Ця точка і є *точкою збігу* перспективних зображень всіх паралельних в просторі прямих, розміщених під одним і тим же кутом до картинної площини, а визначаючий цей напрям зоровий промінь називається *променем збігу*.

Поступаючи таким же способом з другими лініями (рис. 3.12), ми побачимо, що перспективні зображення цих ліній, паралельних в просторі, направляються в одну спільну для них точку збігу даного напряму. Ця точка знаходиться на лінії горизонту в місці перетину з картиною променя зору, паралельного в просторі заданим прямим.

З сказаного можна зробити висновок:

- перспективне зображення всіх прямих простору, паралельних між собою, на картині не паралельні і збігаються в одній спільній точці збігу розміщеній на лінії горизонту (рис. 3.12);
- перспективне зображення довільної групи паралельних горизонтальних прямих загального положення, отримуватимуть для кожного з цих груп самостійну точку збігу (рис. 3.13);
- точка збігу перспективних зображень всіх розміщених в просторі довільних горизонтальних прямих загального положення знаходиться на лінії горизонту справа або зліва від головної точки в залежності від напряму цих прямих;
- точка збігу довільних горизонтальних прямих загального положення, який би напрямок вони не мали, знаходиться на лінії горизонту, в точці перетину картини променем збігу, який проходить в просторі паралельно напряму цих прямих;
- напрям перспективного зображення горизонтальних прямих загального положення визначається картинним слідом кожної із них та спільною точкою збігу цих прямих (рис.3.12).

В практиці для визначення перспективного напряму прямої насамперед, проводять картинний слід прямої подовженням прямої до перетину з основою картини (наприклад точка a_o, рис. 3.12). Для побудови точки збігу прямої через проекцію точки зору O_1 на предметній площині проводять проекцію променя збігу паралельно напряму прямої. Точка перетину проекції променя збігу з основою картини визначає проекцію F_o точки збігу прямої, яка переноситься на лінію горизонту по лінії проекціювального зв’язку. Точка F буде точкою збігу всіх паралельних між собою прямих визначеного напряму.

3.4.4. Перспективні зображення горизонтальних прямих, нахилених до картинної площини під кутом 45°, та прямих які ідуть в точку зору.

Якщо визначити зазначеним вище рис.3.12 графічним шляхом точку збігу перспективних зображень прямих, утворюючих з картинною площиною кут в 45° , то побачимо, що ця точка буде віддалена від головної точки *P* картини на відстані, яка дорівнює головній відстані віддалення глядача (рис.3.14). Точки D_1, D_2 ще називають *дистанційними* точками. Звідси ми заключаємо, що дистанційні точки (*точки віддалення*) є разом з тим і точками збігу перспективних зображень горизонталей розміщених в просторі під кутом в 45° до картини. Цей кут визначає також напрям діагоналі всіх квадратів розміщених фронтально відносно картинної площини (рис. 3.15).

На рис. 3.16 пряма *m* лежить в предметній площині та проходить через основу точки зору. Побудова перспективних зображень точок прямої виконується аналогічно розглянутій побудові на рис. 3.5, 3.8, 3.11.

Напрям перспективного зображення прямої визначає лінія перетину променевої площини заданої прямої *m* та картинної площини. Перетин зорових променів, проведених з точок *A*, *B* і С з зазначеною лінією перетину площин визначить перспективні зображення *A'B'C'*.

Перспективне зображення точки прямої, яка знаходиться в нескінченності, буде знаходитись в точці перетину з картиною зорового променя проведеного через точку в нескінчености, тобто паралельно до напрям прямої і буде на лінії горизонту. Це точка і буде точкою збігу заданої прямої. Перспективне зображення прямої буде вертикальна лінія на картині. На рис. 3.17 побудовано перспективне зображення декількох прямих. Перспективним зображенням цих прямих будуть вертикальні прямі, які проходять через картинні сліди прямих, і точки збігу кожної прямої.

3.4.5. Перспективне зображення нахилених прямих загального положення

Далеко не кожна вертикаль на картині є перспективним зображенням вертикальної прямої в просторі. Так вертикаль *A'B'* на картині (рис.3.18) може бути перспективним зображенням розташованої в просторі вертикалі, наприклад, вертикалі *AB*, але одночасно перспективним зображенням будь якої непаралельної картині горизонталі наприклад *BC*, або похилої прямої наприклад *BD* яка лежить в вертикальній непаралельній картині площині, яка будучи продовженою, проходить через точку зору (променева площина).

З розглянутого робимо висновок, *що довільна пряма простору, яка лежить в променевій площині на картині визначається вертикальною прямою.*

Пряма *AB* (рис. 3.19) лежить в вертикальній променевій площині. Для визначення перспективного положення прямої на картині потрібно доповнити до її положення в просторі (як визначали в параграфі 3.3, рис.3.4) проекцією прямої на предметній площині. Променева площина, яка визначена точкою зору та прямою *AB*, перетинає предметну площину по сліду променевої площини, який проходить через проекцію (A_1B_1) прямої та основу (O_1) точки зору. Промені зору, проведені в точки *A* і *B* прямої, в перетині з вертикальною лінією перетину променевої та картинної площин, визначають перспективне зображення прямої загального положення.

Запитання для самоконтролю.

1. Що таке перспектива ? Які є види перспективи ?
2. Чому лінію горизонту можна вважати границею перспективи предметної площини, продовженої до нескінченності.?
3. Що таке точки збігу прямих ? Їх визначення та використання при побудові перспективних зображень ?
4. Дистанційні точки, їх побудова та використання ?
5. Коли перспективою прямої є точка, пряма ?

3.5. Вибір точки зору.

Перспективні зображення предметів найбільше близькі до зображень, які отримуємо в результаті зорового сприйняття. Для того,

щоб перспективне зображення учиняло теж враження що буде учиняти об'єкт в натурі необхідно при виборі точки зору дотримуватись певних вимог, які відповідають умовам зорового сприйняття.

Точки зору необхідно вибирати на такій відстані від об'єкту, яка дозволяє легко охопити його одним поглядом і бачити його в цілому. Це положення глядача визначає поле зору.

Поле зору – це частина простору, яку ми можемо охопити поглядом, зберігаючи повну нерухомість голови. Поле зору нескінчено в глибину, але обмежене в ширину та висоту. Нормальне поле зору являє собою конус з нескінченною кількістю променів і вершиною в точці зору.

В середньому кут при вершині конуса найбільш виразного зору прийнято в межах 28° – 37°.

Якщо залишати основу конуса в картині незмінною а віддаляти або наближати вершину (точку зору) відносно картинної площини, буде змінюватися кут зору.

При віддалені вершини конуса від картини на, відстань в чотири рази більше величини радіуса основи конуса, то промені зору утворюють при вершині кут в 28°.

Якщо віддалити вершину конуса від картини на відстань трьох радіусів то конус поля зору буде мати при вершині кут в 37°.

Таким чином, розмістивши точку зору в межах цих двох відстаней, тобто в межах від трьох до чотирьох радіусів, глядач буде знаходитись в найбільш виразному полі зору.

Промінь зору, який виходить з точки зору і направлений в центр предмета, має особливо важливе значення, тому що він визначає загальний напрям погляду і утворює вісь конуса, який обмежує поле зору. Цей промінь називають *головним променем зору.*

Точку перетину головного променя зору з картиною називають *головною точкою картини*. Головна точка картини знаходиться на лінії *горизонту*.

На рис. 3.20 наведені план та фасад деякого об'єкта, а також положення проекцій декількох точок зору, розміщених на одній прямій.

На рис. 3.20 задані три перспективні зображення об'єкта, побудованого відповідно із точок зору O, O^1, O^2. Як видно з рисунку , по мірі віддалення точки зору від об'єкта в одному напрямі перспектив-

не зображення робиться більш “спокійним”, а ширина його поступово збільшується. Але при дальніх точках зору (O_1^2) точки збігу основних горизонтальних прямих об’єкту розміщуються на великій відстані від головної точки (P), що ускладнює побудову перспективних зображень.

Слідує відмінити, що величина кута зору залежить не тільки від віддалення точки зору від об’єкта, але і від положення точки зору відносно об’єкта.

На рис. 3.21 відстань від проекції точки зору O^3 до того ж об’єкта залишається таким же, як на рис. 3.20 у точки O^1, але кут зору значно зменшився. В першому випадку ми мали кут в 40°, а в другому випадку 30°. На рис. 3,21 б дано перспективне зображення побудоване з точки O^3. Кут зору на нього такий же, як і на перспективне зображення побудоване з точки O^2 (див. рис. 3.20). Їх порівняння наочно показують вплив на перспективне зображення положення точки зору.

При виборі точки зору необхідно враховувати, як спроекціюється на картинну площину фасади об’єкта. Наприклад при точці зору O^1 ширина головного фасаду в перспективному зображенні дорівнює відрізку $A' B'$, а бокового – відрізку $B' C'$.

Перспективна ширина тих же фасадів різко зміниться якщо їх проекціювати із точки зору O^3 .

Розглянемо зв’язок між положенням точки зору і положенням картинної площини по відношенню до об’єкту.

Для того щоб знайти положення горизонтальної проекції картини для довільної точки зору рис.3.22 достатньо проекцію кута між крайніми проекціювальними променями розділити на три рівні частини і в межах середньої третини провести головний промінь зору, який визначить положення проекцій картини, перпендикулярної до нього.

Головний промінь зору не повинен виходити за межі середньої третини кута визначеного крайніми проекціювальними променями.

Любе відхилення від зазначеного положення головного променя зору призводять до значного спотворення перспективного зображення.

На перспективне зображення впливає величина вертикального кута зору.

В тому випадку, коли споруда має вертикальні розміри більш горизонтальних, точку зору необхідно вибрати на відстані від об'єкта, яка дорівнює півтори або двом висотам споруди, для того щоб кут зору в вертикальній площині не перевищував допустимих меж (30° - 40°).

Вибір точки зору не обмежується перевіркою величин кутів зору на об'єкт. Безпосередній вплив має реальність точки зору. Вибираючи її, доцільно уявно прослідкувати, який буде мати вигляд об'єкт, який проектується, з різних точок зору, а ще краще виконати декілька перспективних ескізів і вибрати з них кращий.

3.6. Побудова перспективи плоскої фігури.

Побудова перспективи плоскої фігури в загальному випадку зводиться до побудови перспективи геометричних елементів, які задають плоску фігуру. Наприклад, щоб побудувати перспективу площини, задану чотирикутником, треба

побудувати перспективи його вершин (точок) або сторін (прямих) за відомим способом.

При побудові перспективи об'єкта бажано будувати перспективи точок як наслідок перетину перспектив прямих, які належать об'єкту. Але це не завжди можливо внаслідок того, що точки збігу для якої небудь групи прямих об'єкта можуть знаходитись далеко за межами рисунка. При цьому перспективи точок об'єкта будують використовуючи допоміжні прямі.

Розглянемо побудову перспективи плоских фігур з використанням різних комбінацій допоміжних прямих.

На рис. 3.23 задано проекцію плоскої фігури, яка розміщена в предметній площині. З урахуванням вимог при побудові перспективних зображень, викладених вище, визначена проекція точки зору O_1, проекцію головного променя зору $O_1 P_1$, основу (картинний слід) картинної площини K_1 (л. о.).

Для побудови перспективного зображення багатокутника на полі рисунка розміщують картинний слід площини. Визначають поло-

ження лінії горизонту на відстані h від основи (л.о.) картини. Величину h вибирають довільно (як це зроблено в даному випадку) якщо величина h не обумовлена (задана). Визначають положення головної точки P на лінії горизонту та будують її основу P_1 на картинному сліді.

Вершини багатокутника в перспективі будуть визначені як перетин перспективних зображень двох прямих ліній.

Для побудови перспективи вершин багатокутника використаємо напрям ліній які суміщуються з напрямом сторін багатокутника 1_12_1, 3_14_1, 5_16_1 в одному напрямі та 2_1 3_1, 5_14_1, 1_16_1 в другому напрямі. Будують картинні сліди 1_2, 6_2, 4_2 прямих одного напряму та картині сліди 6_1, 4_1 , 3_1 другого напряму. Кожний із напрямків буде мати свої точки збігу в перспективі. Для побудови точок збігу прямих кожного із напрямів, через основу O_1 точки зору проводять проміні збігу (див. рис. 3.11, 3.12) паралельно до напряму відповідних прямих, які в перетині з картиною K визначать точки F_1,, F_2 – точки збігу прямих цих напрямів. Точки F_1,, F_2 переносять на лінію горизонту перспективного рисунка з збереження відстаней від головної точки P_1.

Для побудови перспективного зображення прямих картинні сліди 6_1, 4_1,3_1 переносять на картиний слід л. о. перспективного рисунка, при цьому зберігають відстані їх від точки P_1 отримані на плані, та з′єднують їх з точкою F_1 - точкою збігу прямих цього напряму. Так визначено перспективу прямих одного напряму.

Аналогічні побудови виконують для ліній другого напряму. Картині сліди 1_2, 6_2, 4_2 переносять на картиний слід л. о. перспективного рисунка та з’єднують з точкою F_2 – точкою збігу прямих даного напряму. Отримані перспективні зображення прямих при взаємному перетині визначають вершини і, отже, перспективне зображення сторін багатокутника. Описаний вище спосіб побудови перспективи називають способом точок збігу перспектив домінуючих напрямків паралельних ліній або *способом архітекторів*.

Побудувати перспективу можна з використанням інших ліній додаткового напряму.

На рис. 3.24. розглянута побудова перспективи плоского багатокутника, який наведено на рис. 3.23. Одним із напрямів прямих використано прямі, які збігаються з прямими 1_12_1, 5_16_1, 3_14_1, з точкою збігу F_2 та картинними слідами 1_2, 6_2 , 4_2 .

Другий напрям – це прямі, які проходять через вершини багатокутника та основу, точку зору O_1 , їх картинні сліди $1_o, 2_o, 3_o, 4_o, 5_o, 6_o$. Перспективне зображення даних прямих визначається вертикальними прямими на перспективному рисунку (див. рис. 3.16, 3.17).

Головну точку картини *P*, картинні сліди прямих обох напрямків, точку збігу F_2

переносять відповідно на лінію горизонту, л.*г.*, та лінію основи, л.о., картини, які визначені на перспективному рисунку.

З'єднують картинні сліди прямих ліній з відповідними точками *P*, F_2 збігу прямих. Перетин відповідних перспективних зображень прямих визначать перспективи вершин багатокутника і, відповідно, перспективу сторін багатокутника.

На рис. 3.25. розглянута побудова перспективи плоского багатокутника з використання додаткових ліній суміщених з прямими 1_16_1, 5_14_1, 2_13_1 та їх точкою збігу F_1. Другий напрям ліній визначений прямими проведеними через вершини багатокутника перпендикулярно до картини. Визначені їх картинні сліди $1_o, 2_o, 3_o, 4_o, 5_o, 6_o$.

Точкою збігу прямих перпендикулярних до картини буде головна точка *P* картини (див. рис. 3.8, 3.9).

Перетин відповідних визначених перспективних зображень прямих визначать вершини багатокутника і, як наслідок, перспективне зображення сторін багатокутника.

На рис. 3.26 для побудови плоскої фігури наведеної на рис.3.23, де відсутні вязки паралельних прямих, використані прямі проведені через вершини трикутника перпендикулярні до картини з картинами слідами 1_3 , 2_3 , 3_3.

Другий напрям додаткових прямих визначений прямими, які проведені через вершини трикутника та основу O_1 точки зору.

Точки збігу зазначених прямих розглянуті на рис. 3.24, 3.25. Побудова перспективного рисунка трикутника аналогічна вище розглянутим побудовам.

Точки перетину вертикальних прямих та прямих з напрямом в точку збігу *P* визначають вершини трикутника і, відповідно, перспективне зображення сторін трикутника.

На рис. 3.27. заданий відсік площини, який не має домінуючих напрямів прямих. Для побудови перспективи вершин трикутника вибирають два напрями прямих так, щоб точки збігу F_1 і F_2 були в межах аркуша креслення. Картинні сліди 1_1, 2_1, 3_1 променів одного напряму та картинні сліди 1_2, 2_2, 3_2 променів другого напряму переносять на картинний слід л. о., а точки збігу F_1 і F_2 на лінію, л. г., горизонту. Прямі проведені через картинні сліди і точки збігу в перетині відповідної пари прямих визначають перспективу вершин і, відповідно, перспективу сторін трикутника.

Розглянутий спосіб побудови перспективних зображень об’єкта при довільному виборі напряму двох вязок паралельних прямих що перетинаються доцільно використовувати при криволінійних формах плану об’єкта, що буде в подальшому розгляді побудови перспективних зображень.

3.7. Перспектива квадрата

3.7.1. Перспективне зображення фронтального квадрата

Для побудови перспективи як окремих предметів, так і їх поєднань (наприклад, меблів у інтер’єрі кімнати) треба знати способи побудови перспективи квадратів, кіл, кривих ліній.

Перспективу квадрата, розміщеного в перпендикулярній до картини горизонтальній, вертикальній або нахиленій площині, легко будувати, якщо його дві сторони паралельні до картини, тобто, розміщені фронтально.

Якщо квадрат лежить в предметній площині (рис.3.28) і дві його сторони паралельні основі картини, то перспективи вершин квадрата лежать на перспективах сторін квадрата, перпендикулярних до основи картини, спрямованих у головну точку *P* картини точку збігу паралельних прямих перпендикулярних до картини (див. рис. 3.8, 3.9). Продовжимо сторони квадрата *AB, EC* до перетину з основою картини і визначимо картинні сліди A_3, E_3. Для вязки паралельних прямих перпендикулярних до картини точкою збігу буде головна точка картини, незалежно від того, чи проходить вертикальна вісь квадрата через цю точку.

Відомим способом визначаємо точку віддалення (дистанційну точку) *D*. Переносимо на визначені лінію основи і лінію горизонту перспективного рисунка відповідно на л. о. картинні сліди, на л. *г.* дистанційну та головну точку картини. Щоб визначити вершини квадрату скористаємося властивістю діагоналей квадрата, які розташовані під кутом 45° до картини (див. рис. 3.14). Тоді перспектива діагоналі *A' C'* пройде на картині з картинного сліду A_4 діагоналі у точку *D* і шукані точки *A' ,C'* визначаться на перетині перспективи A_4 *D* з перспективами сторін квадрата. Перспективи вершин *B' і E'* квадрата знайдемо на перетині ліній A_3 *P* і E_3 *P* з прямими проведеними з точок *A' C'* паралельно основі картини, які будуть паралельні лінії горизонту л. *г.*, тому що точка збігу цих прямих лежить у нескінченості.

3.7.2. Побудова перспективного зображення горизонтального квадрата дві сторони якого фронтальні з використанням точок віддалення

Як відмічалось вище, точки віддалення *D*, D_1 (дистанційна точка) є точками, в які направляються перспективні зображення прямих, які утворюють в просторі кут в 45° з картинною площиною, і відповідно з усіма горизонтальними, прямими паралельними картині. Цей кут визначає також напрям діагоналі всіх квадратів, розміщених фронтально відносно горизонтальної площини поля зору глядача. Звідси слідує, що ми можемо користуватися точками віддалення, (дистанційними) для побудови в любій частині картини горизонтального квадрата на заданій горизонталі, паралельній картині, або на прямій перпендикулярній до картини.

На рис. 3.29 показана побудова перспективи квадрата в тих випадках, коли задана паралельно до картини сторона квадрата *A' B'* ро-

зміщена ближче до глядача, а сам квадрат уходить в глибину простору. На рис. 3.30 задана пряма *A' B'*, яка є більш дальшою стороною квадрата. Побудова аналогічна для обох положень сторони квадрата. Тому наші пояснення будуть відноситись до обох рисунків 3.29 і 3.30.

Побудови перспективного зображення квадрата будемо виконувати в такій послідовності:

1. На перспективному рисунку визначимо лінію горизонту з нанесенням на ній головної точки *P* картини та положення дистанційних (точок віддалення) точок D_1 *і* D_2.

2. Задамося перспективним зображенням *A'B'*, розміщеним в просторі паралельно до картини, горизонтальної прямої *AB*. На якій ми маємо побудувати перспективне зображення горизонтального квадрата.

3. Побудуємо перспективне зображення сторін квадрата перпендикулярних до картини, з'єднавши точки *A'* і *B'* з головною точкою картини (рис. 3.29) та продовживши прямі *PA'* і *P B'* в напрямі глядача.

4. Для того щоб визначити на цих лініях точки, які визначають довжину перпендикулярних сторін квадрата, рівну довжину заданої сторони *A' B'*, достатньо сполучити, на рис. 3.29, точку *A'* з точкою D_2 і точку *B'* з точкою D_1, а на рис. 3.30 – точку *A'* з точкою D_1 і точку *B'* з точкою D_2, та продовживши діагоналі $A'\ D_1$ і $B'\ D_2$ в напрямі глядача.

5. Провівши горизонталі *C' E'*, паралельно до картини, ми одержимо чотирикутники які будуть перспективним зображенням квадрата.

Само собою зрозуміло, що перспективне зображення фронтально розміщеного горизонтального квадрата, можна отримати, побудувавши одну із двох діагоналей.

На рис. 3.31 розглянуто побудову перспективного зображення квадрата, виходячи із перпендикулярної до картини прямої *A'C'* – сторони квадрата.

Побудова перспективного зображення квадрата виконується в послідовності:

1. Задаємся лінією горизонту, л. *г.*, і на ній головною точкою картини та точками віддалення (дистанційними) D_1 і D_2.

2. Задамося перспективним зображенням *A'C'* розміщеної в просторі, перпендикулярної до картини прямої *AC*.

3. Перспективним зображенням сторін, перпендикулярних стороні $A'C'$, будуть горизонтальні прямі, проведені праворуч точок A' і C',

4. Через точки A' і C' проводимо діагоналі квадрата $D_1\ C'$ та $D_2\ A'$. Точки B' і E'.

– їх перетину з горизонтальними прямими обмежують на цих прямих відрізки, які дорівнюють заданій стороні $A'\ C'$.

5. Перпендикулярна до картини пряма $B'\ E'$ замикає квадрат і визначає перспективу квадрата.

3.7.3. Побудова перспективного зображення горизонтального квадрата, сторони якого нахилені до картини

Можна уявити, що лінії $O_1\ F_1$ *і* $O_1\ F_2$ (рис. 3.32) є променями збігу прямих простору з кутом в 90° між ними. За умов, що лінії $A'\ B'$ і $A'\ C'$ направляються в точки збігу F_1 *і* F_2, то вони зображують собою перспективу прямих простору, утворюючих між собою прямий кут.

Якщо побудувати бісектрису кута $F_1\ O_1\ F_2$ і продовжити її до перетину з лінією горизонту, то отримаємо точку збігу F_3 прямих, які з прямими $A'\ B'$ і $A'\ C'$ утворюють кут в 45° . Ця точка буде точкою збігу діагоналей квадратів, у яких точками збігу перпендикулярних сторін будуть точки F_1 *і* F_2.

Користуючись точками збігу F_2 *і* F_3 , про які говорилось вище, ми можемо на заданій не паралельній картині горизонтальній прямій побудувати в довільному місці картини квадрат в перпендикулярній до картині площині.

Для цього – задамося перспективним зображенням довільної горизонтальної прямої загального положення $A'\ B'$ (рис. 3.33), на якому ми збираємося побудувати горизонтальний квадрат на визначеній лінії горизонту, л. *г.* , головній точці P і головній відстані $O_1\ P$.

Подовживши лінію $A'\ B'$ до перетину з лінією горизонту, визначимо її точку збігу F_1 , з'єднавши точки O_1 і F_1 отримаємо промінь збігу $O_1\ F_1$ (кут α – це кут нахилу прямої AB до картинної площини).

Провіривши із точки O_1 промені $O_1\ F_3$ і $O_1\ F_2$, які утворюються з променем збігу $O_1\ F_1$: перший – кут в 45°, другий – кут в 90°, ми одержимо точки збігу F_3 і F_2 , точки збігу прямих, які мають тіж кути відповідно в 45° і 90° з заданою лінією $A'\ B'$.

Через кінцеві точки прямої проводимо промені $A'\ F_2$ і $B'\ F_2$, які будуть визначати дві перпендикулярні їй сторони. Таким чином ми

отримаємо три сторони квадрата. Побудувавши діагональ $A' F_3$, ми визначимо на лінії $B' F_2$ в точці C' відрізок $B' C'$, рівний по довжині $A' B'$, так як трикутник $A' B' C'$ прямокутний. Провівши через точку C' лінію $C' F_1$, ми визначимо четверту сторону квадрата.

3.8. Перспективне зображення кривих ліній

3.8.1. Перспектива кола

Побудова перспективи кола зустрічається при зображенні споруд з круглим планом, колон, арок, склепінь і т. і. Сукупність проекціювальних променів, що сполучають точку зору і суміжні точки кола, утворюють проекціювальний нахилений конус. Лінія перетину поверхні цього конуса з картиною буде перспективними зображенням цього кола. Таким чином, перспективами кола, при будь якому положенні картинної площини і точки зору, будуть конічні перерізи: коло, еліпс, парабола або гіпербола (в залежності від положення кола відповідно картинної площини і точки зору). В особливому випадку при розміщенні точки зору в площині кола перспективою цього кола буде пряма.

Перспективою кола, площина якого паралельна картинній площині, буде коло.

Перспектива довільного кола (як і довільної кривої) може бути побудована як перспектива окремих точок кола.

Найпростіша геометрична фігура, в яку можна вписати коло – це квадрат, і тому, як наслідок того що ми уміємо будувати перспективи фронтального квадрата (рис. 3.28), розміщеного в перпендикулярній до картини горизонтальній, вертикальній, нахиленій площині, якщо це можливо, ми повинні будувати перспективу кола, вписуючи її в перспективу перпендикулярного до картини фронтального квадрата.

З найбільш поширених і простих способів побудови перспективи кола є спосіб описаного квадрата, за допомогою якого будується вісім точок еліпса (рис. 3.34).

Відмічаємо на колі вісім характерних точок, чотири яких є точками дотику кола до сторін квадрата (точки *1, 2, 3, 4*) і чотири – точки перетину кола з діагоналями квадрата (точки *5, 6, 7, 8*).

На полі перспективного рисунка проводимо лінію (л. *г.)* горизонту, картинний слід (л. о.), визначаємо точку *P* і точки *D*.

Точка зору *O* на плані не показана, але якщо на рисунку зафіксована дистанційна точка *D*, то відстань точки зору від обраної картини легко встановити (*OP =PD*).

Будуємо перспективу квадрата *ABCE* (міркуючи так само, як і в прикладі 3.28) і визначаємо на перспективі квадрата точки *1' 2' 3'* і *4'*- середини сторін квадрата, які є точками еліпса. Для побудови ще чотирьох точок еліпса (*5', 6', 7', 8'*) проводимо дві допоміжні прямі через точки *5, 6* і *7, 8* перпендикулярно до основи картини і будуємо їх перспективу як прямих з точкою збігу *P*. На перетині цих прямих з діагоналями квадрата визначаємо шукані точки еліпса: *5', 6', 7', 8'*. З'єднавши отримані точки плавною кривою лінією, визначимо перспективне зображення кола.

Для побудови перспективи перпендикулярного до картини горизонтального, вертикального або нахиленого кола, спочатку побудуємо перспективу *A' B' C' E'* (рис. 3.35) перпендикулярного до картини горизонтального, вертикального або нахиленого квадрата з сторонами, розмір яких дорівнює діаметру заданого кола.

Щоб знайти точку *O* – центр кола, проведемо діагоналі *A'C'* і *B'E'* квадрата.

Проведемо через цей центр фронтальну пряму *2' 4'* (горизонтальну, якщо квадрат горизонтальний, вертикальну, якщо квадрат вертикальний, або нахилену, якщо квадрат нахилений) і перпендикулярну до картини пряму *1' 3'*. Ці паралельні і перпендикулярні до картини лінії уявляють собою перспективи паралельного і перпендикулярного до картини діаметрів кола, перспективу якого ми будуємо.

Перетин діаметрів кола з сторонами квадрата визначать точки *1' 2' 3' 4'*. перспективного зображення кола. Окрім цих точок визначених перпендикулярного і паралельного до картини діаметрів, другі допоміжні точки – це чотири точки на діагоналях квадрата. Для побудови проведемо діагоналі *A'C' і B'E'* квадрата. Для того щоб знайти точки на діагоналях квадрата, перетворимо планіметричну побудову, виконану на рисунку, на паралельній картині стіні в глибині приміщення в перспективне , так як нам уже відомо (рис. 3.7), що плоскі, фронтально побудовані фігури в перспективі зменшуються, але не спотворюються.

Точки на діагоналях знаходяться на лінях *56* і *78* (див. рис. 3.34). Пряму *56* в перспективі можна побудувати, якщо одержати точку *M*

на стороні квадрата. Цю точку визначають двома геометричними побудовами.

Одна з них – проведемо на одній із паралельних картині сторін квадрата, наприклад *B' C'* , дугу кола з точки *3'* , яка поділяє цю сторону на дві рівні частки, радіусом *3' B'* - рівним половині сторони квадрата. Проведемо з точки *3'* під кутом в 45° до сторони *B' C'* пряму до перетину її з проведеною дугою, ми знайдемо точку *M*, а опустивши з неї перпендикуляр на сторони *B' C'*, ми отримаємо точку *M*.

Якщо ми проведемо пряму паралельно до сторони АВ квадрата (на нахиленій площині сполучимо точку *M* з головною точкою) то ця пряма перетне діагоналі *A' C'* і *B' E'* в точках *5'*, *6'* (на нахиленій площині в точках *7'*, *8'*) через які проходить перспектива кола.

Друга побудова – на половині сторони квадрата *A'1'* будують прямокутний трикутник у якого гіпотенуза збігається з лінією *A'1'*. З точки *1'* за допомогою циркуля відкладають відрізок, що дорівнює довжині отриманого катета. Якщо ми з'єднаємо точку *M* з головною точкою, то перпендикулярна до картини лінія *MP* перетне діагоналі *A' C'* і *B' E'* в точках *5' 6'*, через які проходить перспектива кола.

Для того щоб нарисувати за допомогою лекала перспективу кола, ми маємо тепер вісім точок. Якщо креслення виконано старанно і коло не занадто велике, ми будемо мати цілком задовільний результат.

Аналогічно будується перспектива кола у вертикальній і нахиленій площинах.

Слід відзначити, що для побудови точок на діагоналях перспектив квадратів у вертикальній і нахиленій площинах, можна скористатись, побудовою відповідних прямих що проходять через точки *5' 6' 7' 8'*.

Якщо задана перспектива квадрата (рис. 3.36), сторони якого не паралельні картині, для одержання точок еліпса на діагоналях необхідно будь – яку половину сторони “винести” на лінію паралельну картині і отримати на ній точку *M*. Пряма MF_2 визначить точки *5'* і *8'* на пів діагоналях. Прямі $5' F_1$ і $8' F_1$ в перетині з другою пів діагоналлю визначать точки *6' 7'* .

На рис. 3.37 вже в задану перспективу половину квадрата *A' B' C' E'*, площина якого займає вертикальне положення під де - яким кутом до картини (в просторі *A E = 2 AB*), треба вписати перспективу півкола. Точки на пів діагоналях визначають двома графічними побудовами.

1. На горизонтальній прямій проведеній через точку *A'*, відкладаємо два відрізки рівні двом радіусам кола (*A'*4 = 4 5 = *A' B'*). Пряма 5 *E'* визначить точку збігу F_3 прямих паралельних до неї. На відрізку *A'*4 відомим способом (рис. 3.36) побудована точка *N* і відповідно точки *2'* і *3'* на півдіагоналях квадрата. Побудова зрозуміла з рисунку.

2. На півстороні квадрата *A' B'* проведемо з точки *A'* дугу радіусом *A' B'*.

Пряма проведена з точки *A'* під кутом в 45° до сторони *A' B'* в перетині з дугою визначить точку *M*, а опустивши перпендикуляр з неї на сторону *A' B'*, ми отримаємо точку M_o. Якщо проведемо з точки M_o лінію в F_1 в перетині з півдіагоналями, визначимо точки *2', 3'*. Точки *A', 2', 1', 3', E'* визначають перспективу півкола. Так можна побудувати одну четверту перспективи кола.

3.8.2. Перспектива кривої лінії

При побудові перспективи кривих ліній використовують прямі двох напрямів, які проходять через точку кривої. При цьому можна задавати два напрями прямих, або задавати точки збігу двох напрямів прямих що перетинаються (див. рис. 1.27).

На рис. 3.38 задана крива лінія. Для побудови перспективи точки *1* через останню проводять прямі двох напрямів, для яких будують точки збігу F_1 і F_2.

Для точки *1* будують картині сліди 1_1 і 1_2 на перспективному (на лінії основи) зображенні. Через картинні сліди проводять прямі у відповідні точки збігу. Точка перетину визначеної пари прямих буде перспектива *1'* точки. Так будують необхідну кількість перспектив точок кривої. Крива проведена через побудовані перспективи точок є перспективою заданої кривої.

3.9. Побудова висот перспективних зображень.

Перспектива це центральна проекція геометричного об’єкта на картинну площину. Як правило, перспективні зображення схильні до спотворення. Залежно від того де знаходиться зображувальний об’єкт відносно глядача і картини, перспективне зображення буде мінятися. *Відрізки прямих об’єкта, паралельні картині, в даному випадку вертикальні, які знаходяться перед картиною, зображаються збільшеними, а які знаходяться за картиною – зменшеними і тільки відрізки*

розміщені в площині картини зображуються в натуральну величину, тобто в масштабі ортогонального креслення, якщо перспектива не збільшена.

Розглянемо принцип побудови висоти перспективного зображення на прикладі побудови висоти відрізка (рис. 3.39).

Для побудови перспективи висоти відрізка прямої розглянемо принцип перспективного масштабу висот. Нехай задана перспектива M' точки M, що розміщена в предметній площині $П_1$. Необхідно побудувати перспективу відрізка MN, висота якого в просторі дорівнює величині h. Побудова перспективи відрізка зводиться до побудови перспективи точки N.

Для цього побудуємо через точку M' перспективу довільної горизонтальної прямої та відмітимо точку її перетину з лінією горизонту (точка F_1-точка збігу прямої) і основою картини (точка 2_1 – картинний слід прямої $F_1\ M'$). Відміряємо від точки 2_1 на перпендикулярі до прямої K_1 відрізок, що дорівнює h, одержимо точку N_K. З'єднавши точку N_K та F_1, отримаємо точку N' на перетині перпендикуляра в точці M' з прямою $N_K\ F_1$. Побудова основана на тому що прямі $N_K\ F_1$ та $2_1\ F_1$ горизонтальні та паралельні між собою (в перспективі вони сходяться в точці F_1). Відстань між ними вимірюється відрізком MN, який в перспективі зображується перпендикулярним основі картини K_1 . Відрізки $N_K\ 2_1$ та $M'N'$ в натурі рівні тому, що обидва визначаються відстанню між двома паралельними прямими ($N_K\ F_1$ та $2_1\ F_1$).

Якщо необхідно в точці C (її перспектива C' задана), розміщеної на площині $П_1$ та віддаленої від основи картини K_1 на ту ж відстань, що і точка M, побудувати перспективу вертикального відрізка CD, що дорівнює відрізку MN, то достатньо через точки M' та N' провести прямі, паралельні основі картини, та з точки C' побудувати перпендикуляр до перетину з прямою $N'D'$. Побудова основана на тому, що прямі ND та MC в натурі паралельні. Для побудови перспективи відрізка AB, який дорівнює MN, якщо відома перспектива A' його верхньої точки A, розміщеної на тій самій висоті що і точка N, слід провести через точку A' пряму, паралельну основі картини K_1 до перетину з прямою $N_кF_1$ та з одержаної точки 3 опустити перпендикуляр на предметну площину до перетину з прямою 2_1F_1 в точці 4. З точки 4 треба провести пряму, паралельну прямій $A'3$, до перетину з перпендикуляром до предметної площини в точці B', проведеним з точки A'.

Трикутник $N_кF_12_1$ називають *боковим масштабом*, який дозволяє будувати перспективи вертикальних відрізків довільної величини, якщо відома хоча б одна перспективна проекція точки відрізка. Побудуємо перспективу відрізка *EL*, коли відома перспектива *L'* точки *L*, розміщеній в площині $П_1$, та величина відрізка *m*. На прямій $N_к2_1$ від точки 2_1 відміряємо відрізок $2_1\ 5$ довжиною *m* та з'єднаємо точки *5* та F_1. Далі проводимо через точку *L'* пряму паралельну $П_1$ до перетину з прямою 2_1F_1 в точці *6*. З точки *6* проведемо вертикальну пряму до перетину з прямою $5F_1$ в точці *7*. Через цю точку побудуємо пряму паралельну основі картини $К_1$ і відмітимо точку *E'* - перетин з перпендикуляром проведеним з точки *L'*. Якби відрізок лежав в площині *К*, то в перспективі він спроекціювався б в натуральну величину.

Площину Δ, в якій розміщена пряма 2_15 (лінія висот), *називають боковою стіною, а спосіб побудови висот – способом бокової стіни (стінки).*

3.10. Метод опущеного або піднятого плану.

При побудові перспективи плоских фігур, з малою висотою лінії горизонту, необхідно опустити або ж підняти рівень горизонтального плану. В цьому випадку лінії будуть перетинатися під більшим кутом, що значно підвищить точність побудови перспективного зображення.

Ні пониження, ні підняття горизонтального плана не впливають на перспективний масштаб, оскільки всі виміри пониженої або піднятої фігури проводять в перспективному масштабі одиницями виміру, відповідними фронтальній площині основної фігури. Цей спосіб називають *спосіб опущеного (піднятого) плану*. Спосіб полягає в тому, що перспективний план (основа геометричного тіла) об'єкта викреслюється на допоміжній горизонтальній площині, де він зображається більш розкритим, хоча і більш спотвореним, але це не суттєво, через те, що він є допоміжним і після використання видаляється (рис. 3.40).

На рис. 3.40 розглянуто приклад побудови перспективи плоскої фігури *ABCD* способом опущеного плану. Побудована перспектива квадрата з заданою висотою точки зору *h* буде "стиснута", а її побудова недостатньо точною, отже доцільно використати опущений план. Будемо рахувати, що площина опущеного плану знаходиться від лінії горизонту на деякій довільній відстані. Для побудови перспективи квадрата проведемо на перспективі слід його площини на ві-

дстані H від лінії горизонту ($\Delta_к$). Після цього на сліді площини опущеного плану від точки P_1 відкладемо сліди прямих 1_1, 2_1, 3_o, 4_o, 5_o, 6_o. Перспективу вершин квадрата на площині опущеного плану визначаємо як перетин перспективних напрямків $1_1 F_1$ і $2_1 F_2$ з перспективним напрямком прямих (вертикальним), який проходить через сліди 3_o, 4_o, 5_o, 6_o.

Перевага опущеного плану полягає в тому, що він дає більш чіткий перетин горизонтальних прямих, чим це має місце на перспективі самого об'єкта. Після побудови перспективи на опущеному плані, будуємо зображення на предметній площині з використанням бокової стіни, лінія збігу якої проходить через точку N_3 і F_3, а картинний слід – через пряму M_3N_3.

Побудову перспективного зображення на предметній площині можна прослідкувати на прикладі побудови точки D. Проекцію точки D на додатковій площині проекціюють горизонтальною прямою на слід бічної стіни. Отриману точку D_3 по вертикальній лінії проекціювального зв'язку переносять на лінію $F_3 M_3$.

Через точку D_3 проводять горизонтальну лінію зворотнього проекціювання, яка в перетині з лінією проекціювального зв'язку, проведеної через точку D опущеного плану, визначить перспективне зображення D' точки на предметній площині. Так будують решту вершин квадрата.

Побудова перспективи об'ємної форми.

На прикладі побудови перспективи об'ємної форми скористаємося методом опущеного плану та боковою стіною. На плані багатогранника (рис. 3.41) призначаємо точку зору O_1, картину K, визначаємо головну точку P картини.

Будуємо точку збігу F_1 вертикальних ліній плана, та будуємо картинні сліди прямих плана, які визначають вершини багатокутника (лінії які ідуть в точку зору). На фронтальній проекції призначаємо лінію горизонту.

Перспективу об'єкта виконаємо збільшеною в двічі, М2:1. На місці побудови перспективи назначаємо лінію горизонту (*л.г.*), лінію основи (*л.о.*), переносимо на лінію горизонту точку P та точку збігу F_1 прямих основи. Для побудови опущеного плану визначимо нижче лінії горизонту слід $\Delta_к$ допоміжної горизонтальної площини. Відомими прийомами будуємо перспективу плана на допоміжній горизонтальній площині з картинним слідом $\Delta_к$ та лінією горизонту *л.г.*

Вершини плану (багатокутника) визначаються перетином відповідної пари ліній двох вязок прямих. Перша вязка прямих визначається точкою збігу F_1 і картинними слідами 1_1, 2_1, 3_1, *і* 4_1. Друга вязка в перспективі визначається вертикальними лініями які проходять через картинні сліди 5_o, 6_o, 7_o, 8_o, 9_o і 10_o. Побудоване перспективне зображення основи багатокутника переносимо в предметну площину за допомогою бокової стіни, картинний слід та лінія збігу призначаються довільно. Положення бокової стіни слід назначати так, щоб лінії побудови не закривали основне зображення.

В нашому прикладі вертикальна бокова стіна визначена лінією M_3N_3 перетину з картиною та точкою збігу F_3 горизонтальних прямих бокової стіни.

Побудову перспективного зображення основи багатокутника в предметній площині виконують по аналогії побудов на рис. 3.40. Після побудови плану слід визначити в перспективі висотні відмітки багатогранника. Для цього на лінії M_3N_3 від точки C_3 відкладають натуральні величини (М2:1) ребер та характерних точок багатогранника – H_1, H_2, H_3 і H_4. Потім точки C_3, D_3, E_3, L_3 і M_3 сполучають з точкою збігу F_3 . На прикладі побудови висоти точки B можна прослідити і зрозуміти принцип побудови перспективи висоти через бокову стіну. На лінії M_3N_3 від точки C_3 відкладають натуральну величину (М2:1) відстані (H_4) точки B від предметної площини. Одержану точку M_3 з'єднують з точкою збігу F_3. Далі з точки B проводять горизонтальну пряму до перетину з променем F_3 N_3 (точка B_3), з точки B_3 проводять вертикальну пряму до перетину з променем F_3 M_3 (точка B_3). З точки B_3 проводять горизонтальну пряму зворотного проекціювання до перетину з вертикальною лінією проекціювального зв'язку, що проходить через точку B. В перетині останніх променів буде визначено перспективу точки B'. Визначеним способом будують решту точок багатогранника. Для отримання перспективного зображення багатогранника побудовані точки сполучають прямими лініями з урахуванням їх точок збігу.

3.11. Поділ на рівні або на пропорційні частки перспективних прямих.

3.11.1. Поділ перспективного відрізка паралельного картині.

Задача поділу на рівні або на пропорційні частки паралельних картині прямих відносяться до розділів геометрії, а не перспективи,

тому що ці прямі не схильні перспективним спотворенням. Їх поділ виконується за допомогою допоміжних прямих, або за допомогою подільного масштабу. Такий поділ ґрунтується на положенні планіметрії, що сторони лінійного кута паралельними прямими поділяються на рівні або пропорційні частки (подібність трикутників).

Прямі лінії паралельні картинній площині не змінюються в перспективі пропорційно, тобто однакові відрізки на прямій в натурі будуть зображатись однаковими відрізками на тій же прямій в перспективі або відрізок прямої, розділений в певному відношенні в натурі, в перспективі буде розділений в тому ж відношенні.

Розглянемо можливості використання подільного масштабу на прикладах поділу відрізка прямої лінії.

Поділ відрізка на рівні частки. На картині (рис. 3.42 *а*), на якій задані лінія основи картини, лінія горизонту, відрізок $A'B'$ визначає перспективу як перпендикулярної до предметної площини, а так і паралельної до картини прямої. Ми хочемо розділити цю пряму на декілька рівних часток, наприклад на п'ять.

Проведемо з точки B' заданої прямої допоміжну пряму паралельно лінії горизонту і відкладаємо від точки B' кількість рівних відрізків, на яке ми хочемо поділити задану пряму.

Сполучимо протилежний кінець A' тієї ж прямої з кінцем A_o останнього відрізка на допоміжній прямій.

Щоб поділити задану пряму на рівні частки, ми повинні провести, так же як в геометрії, із всіх точок поділу на допоміжній прямій прямі, паралельні прямій $A' A_o$.

Для поділу вертикальної прямої на рівні частки можна використати допоміжну пряму проведену через один із кінців прямої під довільним кутом до неї. На рис. 3.42 *а* проведена пряма $A'B_o$. Побудова аналогічна розглянутій і зрозуміла з рисунку.

Поділимо відрізок $C'D'$ (рис. 3.42 *б*) паралельний до картини. Проведемо з точки C' заданої прямої допоміжну пряму під довільним кутом до прямої $C'D'$ і відкладемо довільних однакових п'ять відрізків. Подальша побудова аналогічна розглянутій на рис. 3.42 *а* і зрозуміла з рисунка.

Поділ на пропорційні частки. Поділ прямої на пропорційні частки проводиться тим способом, що і поділ прямої на рівні частки, з тою лише різницею, що на допоміжній лінії відкладають не рівні, а відрізки згідно необхідній пропорції. На рис. 3.42 *в, г* виконано поділ вертикального відрізка $A' B'$ та паралельного до картини відрізка $C'D'$

в певному відношенні що визначено точками *5, 6, 7, 8*. Побудова точок поділу аналогічна виконаній в попередньому прикладі і зрозуміла з рисунка.

3.11.2. Поділ на рівні або на пропорційні частки горизонтальних прямих загального положення.

Для поділу перспективних прямих, які мають точку збігу, також користуються допоміжними лініями, але ці лінії повинні неодмінно йти паралельно лініям збігу площини, в якій розміщені задані прямі. Таким чином, для поділу горизонтальних прямих загального положення, допоміжні лінії повинні бути горизонтальними.

Проведемо із більш близького до нас (рис. 3.43) або більш віддаленого від нас (рис. 3.44) кінця заданої прямої допоміжну пряму паралельну, лінії горизонту і відкладемо на ній від точки A' число рівних або відрізки необхідної пропорції.

Сполучимо протилежний кінець B' тієї ж прямої з кінця B_o останнього відрізка на допоміжній прямій. Щоб розділити перспективу прямої на задані частки, ми повинні провести, так же як в геометрії, із всіх точок поділу на допоміжній прямій, прямі паралельні до прямої $B'B_o$. Щоб провести в перспективі паралельні до прямої $B'B_o$, ми повинні спочатку знайти їх точку збігу на лінії горизонту. Для цього подовжимо лінію $B'B_o$ до її перетину з лінією горизонту в точці F_3, яка і буде їх точкою збігу. Прямі, проведені з кінців поділу, відкладені на допоміжній прямій, і які йдуть в точку F_3, поділяють задану пряму $A'B'$ в заданому відношенні.

Для попередження помилок при побудові точок поділу необхідно застерегти:

а) допоміжну лінію *не поділяють* на частки (що привело би до нової геометричної задачі), а відкладають на ній необхідну кількість відрізків;

б) відрізки можуть бути довільної довжини. Їх довжину вибирають з розрахунку

отримати найбільш точний перетин;

в) довільно точку збігу *не можна брати* в довільному місці на лінії горизонту. *Місце точки збігу знаходять* в точці перетину подовженої прямої яка сполучає вільний кінець заданої прямої з кінцем останнього відрізка на допоміжній прямій з лінією горизонту.

На рис. 3.45 наведено приклад побудови поділу чотирикутника *ABCD*, розміщеного в предметній площині, сторони якого мають точки збігу, на прямокутники з сторонами пропорційними сторонам заданого прямокутника. Для цього поділимо сторону *A'B'* на *7*, а сторону *B'C'* – на *5* однакових часток. Сторона *A'B'* розділена на рівні частки за умовою, що точка збігу F_1 розміщена в межах креслення. Подовжують лінію *B'C'* до перетину з *л.о.* картини в точці B_o, поділяють відрізок $A'\ B_o$, як відрізок паралельний картині (дивись рис. 3.42), на *7* рівних часток. Далі точки 1_o, 2_o, 3_o і т. д. сполучаються прямими лініями з F_1. Точки перетину цих прямих з лінією *A'B'* є точками поділу відрізка *A'B'* . Сторона *C'D'* також поділяється на *7* однакових часток. Сторона *B'C'* в перспективі розділена на *5* однакових часток. В кінці відрізка *B'C'* проведена горизонтальна пряма (паралельна з *л.г.*) і на ній відміряно *5* рівної довжини відрізків, але так, щоб точка F_3 перетину лінії В*5* з *л.г.* була в межах креслення (точка F_3 є точка збігу перспектив паралельних ліній, проведених через точки *1, 2, 3, 4, 5*).

З'єднавши прямими лініями точку F_3 з точками *1, 2, 3, 4, 5* та продовживши їх до перетину з лінією *B'C'*, на останній одержують шукані точки поділу.

3.12. Побудова перспективи способом архітекторів.

Цей метод являє собою сумісне використання точок збігу, картинних слідів прямих, масштабів висот, пропорційного поділу і ліній перетину променевих площин з картинною площиною.

Така побудова перспективи має деякі переваги перед іншими способами через те, що використовується низка прийомів, які спрощують побудову, а саме:

- картинна площина найчастіше проводиться через передній кут (твірну) плану об'єкта (споруди); в цьому разі висота ребра (твірної) на перспективі зобразиться в натуральну величину;
- оскільки перспективне зображення виявляється зменшеним по відношенню до розмірів його на ортогональних проекціях, перспективу збільшують; вдвічі, або ще більше; це досягається за допомогою пропорційного збільшення всіх розмірів, що переносяться на збільшену перспективу з ортогонального креслення, з урахуванням певного коефіцієнта збільшення, тобто збільшують висоту горизонту,

відстані, які одержані на картинній площині при перетині з нею променів зору, інші розміри;

- використовується різновид бокової стіни - точки натуральних висот “виносяться” на картину по прямим, паралельним предметній площині. Щоб висоти точок опинились на картині в натуральну величину на перспективах цих прямих будуть розміщені перспективи цих точок; напрям прямих треба вибирати таким, щоб точки збігу їх знаходились в межах креслення; практично, “винос” точки на картину виконується по прямим, паралельним одному з домінуючих напрямків ліній або по прямим перпендикулярним до картини з точкою збігу в головній точці;
- при побудові перспективи часто виникають задачі на поділ відрізків прямих на рівні або пропорційні частки; вони розв’язуються використанням подільного масштабу (див. приклади рис. 3.42, 3.43, 3.44, 3.45).

Розглянемо використання метода архітекторів на прикладі побудови перспективи споруд. Фасад та план наведені на рис. 3.46 *а*. На фасаді проведемо *л.г.* Побудову перспективи почнемо з вибору точки зору на плані (O_1) з врахуванням кута зору.

Напрям головного променя назначать в середині третини зору, утвореного крайніми горизонтальними променями. Картинну площину проводимо перпендикулярно головному променю через точку *D* (ближній кут об′єкта). З точки зору O_1 проводимо лінії паралельно сторонам плана B_1D_1 та D_1L_1 та знаходимо

точки перетину цих ліній з картиною – F_1 та F_2 . Ці точки будуть точками збігу для двох вязок паралельних прямих: F_1 – для вязки прямих, паралельних напряму D_1L_1 та F_2 – для вязки прямих паралельних прямим B_1D_1. Перспектива може бути побудована в довільному масштабі відносно масштабу заданих проекцій. В нашому прикладі зображення збільшено вдвічі (М2:1). Для побудови перспективи на предметній площині $П_1$ (3.46 *б*) проведемо *л.о.* картини, лінію горизонту *л.г.* та призначимо головну точку картини *P*. Опустивши з точки *P* перпендикуляр до перетину з *л.о.*, одержимо основу P_1 головної точки. Для побудови точки збігу F_1 від *P* праворуч на лінії горизонту (*л.г).* відміряємо $PF_1 = 2\ P_1F_1$ та для побудови F_2 від Р ліворуч відміряємо $PF_2 = 2\ P_1F_2$. Так як ми провели картину через точку *D*, то ребро *DC* перпендикулярне до предметної площини буде лежати в картинній площині і може бути використане за масштаб висоти ребер *AB* і *NL*.

Для побудови перспективи основи об'єкта (точки B, D, L) будуємо картинні сліди двох напрямів прямих, які проходять через ці точки. Через точку B_1 проводимо вертикальну пряму і визначаємо її картинний слід 7_1. Через точки B_1 та L_1 проводимо промені зору і помічаємо сліди 1_o та 4_o. На лінії основи картини на відстані від точки P_1 помічаємо сліди цих прямих в обраному масштабі по відношенню до ортогональних проекцій. В перетині перспектив відповідних вязок прямих одержимо перспективи точок B' D' і L'. Через точки B' D' і L' проведені вертикальні прямі, на яких буде розташована перспектива ребер фігури.

З точки $6 \equiv D'$ на вертикальній прямій відкладений відрізок $D'C'$ що дорівнює натуральній величині (М2:1) відрізка D_2 C_2 . З кінця відрізка, точки C' проведені прямі в точки F_1 і F_2 і в перетині з вертикальними прямими з точок B', L' одержані перспективи ребер $B'A'$ і $L'N'$.

Для побудови перспективи точок E та M побудуємо картинні сліди 2_o і 3_o прямих, які проходять через указані точки і точку зору O_1 та картинний слід 5_2 прямої E_1M_1. Побудовані сліди переносимо на лінію основи картини у вибраному масштабі. З картинного сліду 5_2 проведена вертикальна пряма, на якій відміряємо величину 5_2 $5' = 2H$ (висота точок E і M). В перетині променя $5'F_2$ з вертикальними

прямими, проведеними через картинні сліди 2_o і 3_o, будуть визначені перспективи E' і M' зазначених точок. Сполучивши отримані перспективи вершин об'єкта прямими з урахуванням їх точок збігу F_1 і F_2 одержимо перспективне зображення об'єкта.

Для побудови перспективи прорізів вікон та дверей використані перспективні подільні масштаби, для вертикальної прямої AB та прямої AC паралельної до предметної площини використано прийоми перспективного поділу наведені на рис. 3.42, 3.43 і 3.44.

До переваг метода архітекторів можна залучити: простоту побудови, можливість вибору довільного положення картини відносно самого об'єкта, можливість використання плану та фасадів, накреслених в різних масштабах.

3.13. Побудова перспективи аркади

Побудову перспективи виконаємо способами не в "чистому" виді, а в комбінації різних компонентів апарату проекціювання. На рис. 3.47 побудована перспектива аркади. Основний об'єм аркади (прямокутник $ABCE$) виконано способом архітекторів, а перспектива всіх

точок вздовж аркади і по вертикалі способами пропорційного поділу розглянутому на рис. 3.42, 3.43 і 3.44.

На горизонтальній прямій, проведеній через точку *B'* (рис. 3.47*б*), позначені точки *1, 2, 3...11*, відстані між якими відповідають розмірам між відповідними точками 1_1, 2_1, 3_1, ...11_1 на ортогональному плані об'єкта. Відстані між точками поділу, які беруться з оригіналу допускається відкладати на лінії подільного масштабу збільшені або зменшені пропорційно заданим. З'єднавши кінцеву точку *11* з точкою *C'*, та продовживши її, на лінії горизонту визначимо точку збігу F_3 променів пропорційного поділу. Проведені промені з точки збігу F_3 в точки *1, 2, 3, ...11* визначать на лінії *B' C'* точки поділу лінії на вертикальні пропорційні частки. Пропорційний поділ вертикального ребра *A'B'* виконано прийомом розглянутим на рис. 3.42 *а*.

Побудова перспективи півкіл аркади виконана способом викладеним в розділі 18 на рис. 3.37. Побудова зрозуміла з рисунка.

На рис. 3.47 *б* виконана побудова перспективи півкіл аркади на обох площинах які обмежують стіну. Зрозумілим є побудова перспективи півкола на площині *A'B'C'D'*.

Розглянемо побудову півкіл аркади на тильній площині стіни. Для побудови перспективи півкіл на тильній площині можна використати спосіб яким побудовані перспективи півкіл на площині *A'B'C'D'*. Другий спосіб полягає в використані допоміжних горизонтальнопроекціювальних променевих площин. Для наочності і більшого розуміння побудови перспективи півкола на тильній площині стіни, побудова однієї арки винесена в окремий рисунок 3.47 *в* та збільшена.

Припустимо, що перспектива півкола, лінія *m*, уже побудована. Необхідно побудувати перспективу півкола *n*. Для побудови точок півкола *n* використаємо вертикальні променеві площини, що визначаються точкою збігу F_1 і точками півкола *m*. Через точку *1'* півкола *m* і точку F_1 проведемо горизонтальнопроекціювальну променеву площину, яка в основі об'єкта визначить точки 1_1 і 2_1. Точка *2'* півкола *n* буде визначена в перетині променя $1'F_1$ і вертикальної прямої (лінія перетину променевої площини та площини аркади) проведеної з точки 2_1. Побудову перспективи довільної точки півкола *n* розглянемо на прикладі побудови точки *4'*.

Через точку *3'* і точку F_1 проведемо горизонтальнопроекціювальну променеву площину, яка в перетині з площинами стіни об'єкта визначить дві (уявні) вертикальні прямі і також точки 3_1 і 4_1 в основі

об'єкта. Точка $4'$ буде визначена як точка перетину променя $3'F_1$ і вертикальної прямої проведеної через точку 4_1. В такий спосіб побудована решта точок півкола *n*, через які проводять плавну криву–перспективу півкола *n* і тим самим перспективне зображення арки.

3.14. Побудова перспективи тіл обертання.

На рис. 3.48 показана побудова вертикального циліндра по заданому діаметру основи і висоті. Перспективу циліндра визначають перспективи верхньої і нижньої основ (на відповідальній відстані) циліндра та твірні дотичні до перспектив основ циліндра. Такий спосіб побудови перспективи можливий і відповідає принципам побудови перспективних зображень, але громіздкий.

Доцільно для побудови перспективи циліндра використати побудову однієї основи, а для побудови видимих точок верхньої основи на певній висоті – бокову стіну.

Для цього на перспективі задають лінію основи картини (л.о.), лінію горизонту (л.*г*.), на якій відмічають головну точку *P* картини, дистанційну точку *D*. На лінії основи відмічають натуральну величину заданого діаметра основи (кола) циліндра, з центром в точці 1_1. На лінії 1_1P визначають перспективний центр кола точку T_1. Побудову перспективи нижньої основи циліндра виконують способом описаного квадрата за вісьмома точками (рис. 3.34). Для цього задають суміщене положення квадрата в відповідності з розміром радіуса основи циліндра. Відомими способами будують перспективу квадрата (рис. 3.28) та точки перспективи кола (рис. 3.34).

Для побудови перспективи верхніх точок основи, а відповідно перспективи висоти циліндра, використовують бокову стіну, яка визначена висотою $N_3\ M_3$ циліндра та точкою збігу F_3 ліній площини. Побудова перспективи точок верхньої основи циліндра аналогічна розглянутій побудові на рис. 3.41. Будують видимі точки верхньої основи циліндра. На прикладі побудови точки $1'$ розглянемо схему побудови точок верхньої основи. Через точки $1'_1$ проводять горизонтальну пряму до перетину з слідом площини бокової стіни на предметній площині. Вертикальна пряма $1_3\,1_3$ обмежена лініями F_3N_3 і F_3M_3 визначить перспективну висоту точки *1*. Зворотним проекціюванням визначимо перспективу $1'$ на твірній циліндра в точці 1_1. Так будуть певну кількість точок верхньої основи, які визначають необхідну точність кривої верхньої основи.

Для побудови перспективного зображення конуса виконують побудову основи (кола) розглянутим способом. Визначають перспективу вершини конуса, з якої проводять дотичні до перспективи основи конуса, чим і визначають перспективне зображення конуса. На рис. 3.48 штриховою лінією визначено перспективу конуса висотою, яка дорівнює висоті циліндра. Побудова зрозуміла з рисунка.

3.14.1. Перспектива тіл обертання з криволінійною твірною.

В перспективі такі предмети, як вази, капітелі, основи колон і т. п. вважають складними по формі і побудова їх перспективного зображення викликає певні складнощі. Але в багатьох випадках задовільне перспективне зображення тіл обертання можна отримати за допомогою перспектив кіл поперечного перерізу, які проходять через характерні точки профілю заданого тіла обертання.

На рис. 3.49 наведено побудову перспективи поверхні обертання з вертикальною віссю одним із можливих способів – *спосіб горизонтальних перерізів*. При цьому використовують натуральну величину профілю (в певному масштабі). Для цього задають обрис його форми в площині картини. Визначають характерні точки профілю та проводять через них горизонталі. Таким чином отримаємо, ряд діаметрів кіл визначаючих перспективу тіла обертання.

Розглянемо ці побудови. На перспективному рисунку проводять вісь тіла обертання на який наносять характерні точки тіла обертання в масштабі 1:1 по відношенню до заданого рисунку (рис. 3.49 *а*). Розглянемо побудову перспективи кола в перерізі точки *B*. На горизонталі перерізу в точці *B* проводять горизонтальну пряму на якій відкладають діаметр кола *2'4'*. Через кінці та середину діаметра проводять прямі перпендикулярні до картини (*P2'*, *P4'*, *PB*). Поділивши радіус *2'B* на чотири рівні частки і відклавши на діаметрі *2'4'* від точки *B* ліворуч та праворуч відрізки *B1*, *B3* які дорівнюють 1\4 радіусу *2'B*. Через отримані точки проводять прямі з точки віддалення D\4, які в перетині з лінією *BP* визначають точки *1'* та *3'* - діаметр *1'B3'* кола перпендикулярного до картини. Горизонталі дотичні в точках *1'*, *3'* та дотичні *P2'*, *P4'* визначать перспективу квадрата описаного навколо кола перерізу поверхні в точці *B*. До визначених точок *1'*, *2'*, *3'*, *4'* будують точки на діагоналях квадрата (рис. 3.34, 3.35). Виконав побудову на інших визначених діаметрах заданого профілю, ми отримаємо перспективне зображення характерних кіл тіла обертання.

Його контур визначається обгортною кривою дотичною до визначених перспектив кіл. (паралелі тіла обертання).

Запитання для самоконтролю.

1. Чому, будуючи перспективні зображення плоских фігур, особливу увагу потрібно звернути на побудову перспективи квадрата і кола ?
2. У чому суть побудови перспективи кола способом описаного квадрата ?
3. Що таке масштаб ширини, масштаб висоти і масштаб глибини?
4. Які є способи побудови перспективних зображень і в чому їх суть ?
5. У чому полягає суть способа опущеного або піднятого плану і коли доцільно застосовувати його для побудови перспективних зображень ?
6. У чому полягає суть способу архітекторів ?

3.15. Фронтальна перспектива на вертикальній картині.

Фронтальною перспективою називається така перспектива, в якої картина паралельна одній з площин об'єкта.

Вона є найбільш простою за побудовою. Фронтальні перспективи можуть широко використовуватись для зображення внутрішніх дворів, інтер'єрів та споруд з круглим планом.

В залежності від положення точки зору відносно об'єкту фронтальні перспективи поділяються на:

- Центральну фронтальну перспективу, коли точка зору *O* міститься в площині симетрії об'єкта (3.50);
- Бокову фронтальну перспективу, коли точка зору міститься праворуч або ліворуч площини симетрії об'єкта (рис. 3.51).

На фронтальну перспективу значно впливає відстань, на якій знаходиться глядач, яка визначає кути зору.

На рис. 3.50 *а* надано план та розріз циліндричного скріплення, положення картини. На вісі об'єкта розміщені проекції двох точок зору: точка O_1 на відстані n від картини, точка O'_1 на відстані *m*.

При побудові фронтальної перспективи використовують одну точку збігу – головну точку картини *P*.

Розглянемо побудову перспективи циліндричного склепіння використовуючи спочатку точку зору *O*, а потім - *O'*. Лінія розрізу склепіння лежить в площині картини і тому збігається зі своєю перспективою. Збільшимо її вдвічі та проведемо лінію горизонту (3.50 *б*). Для побудови перспективи прямих, перпендикулярних картині, з'єднуємо точки *A'*, *B'*, *C'*, *E'* з головною точкою *P*. Для побудови дистанційної точки віддалення *D* відкладемо від точки *P* по лінії горизонту дистанцію *2n*. Враховуючи, що склепіння в плані квадратної форми, то пряма *B'D* при перетині з прямою *A'P* визначить перспективну глибину плану – точку *M'*. Для закінчення побудови перспективи плану досить провести через точку *M'* лінію паралельну лінії горизонту.

Якщо кола розташовані в площинах паралельних картині, їх перспектива зображається також колами. З визначеного центра на задній площині склепіння радіусом *R=M'N':2* провидимо коло.

Таким же чином побудована перспектива з другої точки зору *O'* (рис. 3.50 *в*). З розгляду цих перспектив можна зробити висновок, що чим ближче до об'єкту точка зору, тим глибше здається приміщення, зображене в перспективі, чим далі точка зору від об'єкту, тим менш глибоким здається приміщення.

На рис. 3.51 зображена перспектива циліндричного склепіння утвореного співвісними колами (центри розташовані на прямій перпендикулярній до картини). Головний промінь зміщений відносно осі симетрії вправо.

Одним із відомих способів побудована перспектива основи і висоти вертикальних прямих, відрізок *A'E'* визначає перспективу діаметра кола на ньому. Визначають центр O_A кола і проводять півколо. Горизонтальні прямі проведені через точки *A'*, *B'*, *C'*, *D'* лінії $O_A P$ визначають центри і відповідно перспективи радіусів. З визначених центрів відповідними радіусами проводять півкола.

При виборі положення точки зору у фронтальній перспективі слід виходити з доцільних кутів зору ($\alpha \leq 50^o$).

В противному випадку на перспективному зображенні ви- никають перспективні спотворення.

Однак обмеження кутів зору при побудові перспектив інтер'єра призводить до того, що в поле зору падає тільки невелика його частка. Як вихід, на практиці, використовують прийом умовного "відкидання" однієї із стін приміщення та побудови перспективи з точки що

міститься за межами приміщення (рис. 3.52). Віддалення точки зору бажано проводити в межах $n \leq 1:3m$.

Особливості побудов перспектив інтер'єра розглянемо на прикладі (рис. 3.53). Задані фронтальна та горизонтальна проекції прямокутного приміщення, де розташовані квадратна призма, яка спирається на горизонтальну площину, та нахилена картина на правій стіні.

На фронтальній стіні має місце віконний проріз. Вибрана точка зору O_1 та картинна площина K, яка паралельна фронтальній стіні. На перспективі назначена лінія горизонту, зафіксована головна точка картини P і по різні боки від неї відміряні взяті з плану відрізки 1_1P_1 та 2_1P_1 – останні збільшено вдвічі (в подальшому всі розміри заданих проекцій, які переносяться на перспективу, будуть збільшуватись, щоб перспектива була більш виразною).

Через одержані на лінії основи (л. о.) точки $1'$, $2'$ проведені вертикальні прямі, що дорівнюють по висоті відповідним прямим на фасаді. Одержаний прямокутник є перерізом заданої кімнати картинною площиною K і тому зображається без спотворнь. Лінії перетину горизонтальних і вертикальних площин перпендикулярних картині, на перспективі направлені в їх точку збігу P, і обмежені за величиною променями зору, на плані картинними слідами 3_o і 4_o кутових ребер кімнати. Для побудови призми (стола) розміщеної всередині приміщення, точки її основи спроекційовані на картинну площину двічі – перпендикулярно картині та в довільному горизонтальному напряму, визначеному променем збігу $O_1 F_1$. Здобуті картинні сліди на основі кар- тини (точки 7_3, 8_3 та точки 5_1, 6_1) перенесені на лінію основи л.о. в перспективі, а потім сполучені відповідно з точками збігу P та F_1 напрямків прямих допоміжного проекціювання. Перетин отриманих прямих визначить перспективи точок – і таким чином побудована основа призми. Натуральна величина вертикальних ребер призми відміряна в картині в точці 7_3 - відрізок 7_3A_o, потім перенесена з допомогою прямої A_oP направленої в точку збігу P на перспективне зображення ребра, так визначена точка A'. Побудова решти точок перспективи ребер призми зрозуміла з рисунка.

Для побудови перспективи похилої картини на стіні будують на перспективі вторинну проекцію її на предметній площині. Визначають картинні сліди точок похилої площини в двох раніш визначених напрямках – 9_3, 10_1, 11_1, які відмічають на лінії основи перспективи. Проводять проекції зорових променів з визначених слідів в відповідні

точки збігу P та F_1 . В картині через точку 9_3 проводять вертикальну пряму, на якій відмічають точку B_o, натуральну величину висоти точки B в ортогональних проекціях. В перетині променя PB_o з вертикальною прямою, проведеної з вторинної проекції B_1 визначають перспективу точки B – точку B'. На вертикалі в точці $2'$ відмічають відрізок висоти точки C в ортогональних проекціях (C_o).

Промінь $P\ C_o$ в перетині з вертикальною прямою проведеною з точки C_1 визначить перспективу C'. Решту точок похилої площини визначають в перетині променів PB' і PC' з лініями проекціювального зв'язку, які проходять через відповідні вторинні проекції точок. Побудова перспективної ширини віконного прорізу здійснена з використанням картинних слідів (12_3,13_3) ліній ширини вікна. Перспективу висоти віконного прорізу визначено за допомогою масштабної прямої, проведеної в картині з точки 12_3, на якій нанесені натуральні величини низа і верха (D_o) віконного прорізу.

Промінь PD_o, в перетині з лінією перспективної ширини прорізу проведеної з точки D_1, визначить перспективу D' точки D. Побудова решти точок віконного прорізу виконується відомими способами і зрозуміла з рисунка.

На рис. 3.54 зображено побудову перспективи інтер'єра приміщення з криволінійними обрисами в плані. На заданому плані цього приміщення указаний віконний проріз і вертикальна призма. Назначена, як і раніш, точка зору, картинна площина, лінія горизонту визначена головна точка P картини.

На перспективному рисунку зображено збільшений вдвічі переріз приміщення картинною площиною, крайні точки якого позначені точками $1'$ та $2'$. Для побудови кривих перетину підлоги та стелі з циліндричною стіною на останніх, позначено декілька точок – A, B, C, D і E.

Для побудови перспективи визначених точок використані два вязки допоміжних променів з точками O_1 і збігу F_1 (останню вибрано довільно, дивись рис. 3.38). Цей спосіб є раціональним при побудові перспективи кривих ліній. Вибрані точки і прямі, визначені променевими площинами, які проходять через ці точки, - двічі проекціюють на картину променями визначеними точками O_1 і F_1. Картинні сліди цих прямих переносять на перспективу, а вертикальні прямі (перетин променевих площин з циліндричною стіною) проведені через картинні сліди, зображують в картині натуральну величину висот. Останні

використовують для побудови перспектив висот відповідних точок і прямих.

Як приклад, розглянемо побудову характерної, на наш погляд, перспективи точки *D*. На твірній яка проходить через точку *D* розміщені крайні точки віконного прорізу і висота приміщення.

Точка D_1 спроекційована горизонтальними прямими напряму з точок O_1 і F_1. Отримані відповідно картинні сліди 8_o і 6_1, а промені які проходять через них в зворотному проекціюванні в перетині на перспективі визначать перспективу точки *D*. Так будують решту точок основи криволінійної лінії стіни.

Щоб побудувати перспективу вертикальної твірної циліндричної поверхні в точці *D* через картинний слід 6_1 проводять вертикальну пряму, на якій відмічають висоту приміщення - точку L_o. Вертикальні межові точки віконного прорізу N_o і M_o Зворотним проекціюванням висот в точку збігу F_1 в перетині з твірною циліндричної поверхні в точці 8_o визначають перспективу L' висоти приміщення та перспективу M' і N' межових точок віконного прорізу. В цей спосіб визначають перспективи висот приміщення в точках *A, B, C, E*. Перспективу межових точок висот лівої частини віконного прорізу визначено через допоміжну масштабну пряму в точці 9_1.

Основу вертикальної призми будують з використанням променів, які мають точки збігу F_1 та *P*. Перспективу висоти ребер призми визначають через масштабні вертикальні прямі, які проходять через картинні сліди 11_3 і 13_3.. В такий спосіб побудована перспектива інтер'єра приміщення обмеженого криволінійним контуром.

На рис.3.55 наведено креслення фронтальної перспективи житлового приміщення, яку звільнено від ліній побудови.

3.16. Кутова перспектива на вертикальній картині.

Побудова кутової перспективи інтер'єра аналогічна побудові перспективи зовнішнього виду об'єкта (див. рис. 3.46). При побудові кутових перспектив інтер'єра картину розміщують під деяким довільним кутом до площин приміщення.

Кутова перспектива є перспективою більш загального виду і її побудова супроводжується певними складнощами.

При побудові кутових перспектив бажано використовувати план і фасад для побудови основних елементів об'єкта і як можна ширше

використовувати пропорційний поділ відрізка, так як побудова з допомогою плана і фасаду менш точна і більш громіздка.

Розглянемо схему побудови кутової перспективи. Проводять крайні проекціювальні прямі ($O_1 1_1$ та $O_1 3_1$ рис. 3.56) визначаючі горизонтальний кут зору і ту частку внутрішнього простору, яка попадає в зображення. Потім проводять головний промінь (O_1 P) і перпендикулярно до нього картинну площину. Визначають точки збігу F_1 і F_2 домінуючих напрямів паралельних прямих.

В обраному масштабі по відношенню до фронтальних проекцій на перспективі проводять лінію горизонту л. г. і лінію л. о. (основи) картини; намічають головну точку картини P, на лінії горизонту від точки P відкладають відрізки P F_1 і PF_2 , чим визначають точки збігу F_1 і F_2 (точка збігу F_1 – за межами рисунку).

На лінії основи картини побудовані картинні сліди (1_o, 2_o, 3_o) променів 0_1 1_1, 0_1 2_1, 0_1, 3_1, які перенесені на лінію основи перспективи.

З точки 1_o на вертикальній прямій відкладають відрізок 1_o $4'$, що дорівнює натуральній величині висоти приміщення. З кінців відрізка 1_o $4'$ проведені промені в точку F_2 і в перетині з вертикальною прямою з точки 2_o одержують перспективу ребра – $2'$ $5'$. Промені $F_1 5'$ і $F_1 2'$ в перетині з вертикальною (картинним слідом променевої площини) прямою з точки 3_o визначать перспективу відрізка $3'$ $6'$.

На рис.3.57 *а* задані план (горизонтальний розріз) і фасад (фронтальний розріз) приміщення, кутову перспективу якого необхідно побудувати.

Для побудови кутової перспективи цього інтер'єра обрана точка зору O_1 і визначено напрям головного променя O_1 P. Перпендикулярно до головного променя проведена картинна площина K і визначені точки збігу F_1 і F_2 домінуючих прямих приміщення. Кутова перспектива (рис. 3.57 *б*) побудована способом архітектора.

Перспективний поділ стіни $1'$ $7'$, колон та прорізів, виконаний не шляхом побудови картинних слідів точок і ліній а перспективним пропозиційним поділом (перспективний масштаб). Через точку $7'$ проводять горизонтальну пряму, на якій від точки $7'$ відкладені відрізки *76, 65, 64...21* в їх натуральну величину на плані приміщення. Провівши пряму $11'$ до перетину з лінією горизонту, одержимо точку збігу F_3 паралельних прямих, які відсікають на перспективі $1'$ $7'$ відповідні пропорційні відрізки.

Вертикальне розміщення віконного прорізу виконано з використанням подільного масштабу.

Розглянутий прийом дає більш точний результат побудов, ніж спосіб проекціюючих променів. На рис. 3.58 показаний приклад креслення інтер'єра, на якому не позначені лінії побудови.

Запитання для самоконтролю.

1. Яку перспективу називають фронтальною ?
2. Які бувають фронтальні перспективи ?
3. Як зображуються кола у фронтальній перспективі ?
4. Як визначається точка зору у фронтальній перспективі ?
5. Яку перспективу називають кутовою ?
6. Як визначають точки збігу у кутовій перспективі ?

3.17. Перспективні сітки.

В перспективі використовують перспективні сітки із фронтальних і кутових горизонтально розміщених квадратів певних розмірів. З їх допомогою легко визначити, відносне розміщення фігур і їх відстань на картині і в просторі. Окрім того, на сітці із фронтальних квадратів в любій із її точок видно відповідне перспективне зменшення кожного квадрата. Дякуючи цьому з її допомогою можна заміряти висоту предметів і фігур. Передбачається, що перспективні сітки побудовані в предметній площині, є начебто половим покриттям із квадратних форм, але з їх допомогою на картині можна побудувати фігури і предмети, розміщені на різних раніш відомих рівнях, вище або ближче цієї площини. Незалежно від того, що можна будувати перспективні сітки із кутових квадратів, користуючись перспективними сітками із фронтальних квадратів, ми можемо будувати на ній предмети розміщені під кутом до картини.

Сторони квадратів сітки беруть однієї довжини, частіше в один метр. Цією одиницею виміру легко визначити фігури, меблі з їх елементами.

Для побудови перспективної сітки із квадратів необхідно мати на картині лінію горизонту, головну точку, точку віддалення (можна зменшену) і перспективний масштаб або знати відстань по вертикалі між точкою зору і предметною площиною (дійсною або уявною). Пе-

рспективні сітки будуються в залежності від характеру композиції фронтально або під кутом, з доступною точкою збігу або без неї.

3.17.1. Перспективна сітка із горизонтальних, фронтально розміщених квадратів.

Побудови перспективи сітки можна починати з нижнього краю картини. На рис. 3.59 задана лінія основи (*л.о.*), лінія горизонту (л.*г.*), головна точка *P* та дистанційна точка *D* (відстань від глядача до картини). Побудову сітки виконують способом розглянутим на рис. 3.28. На основі картини від точки *P* відкладемо в перспективному масштабі відрізки довжиною указаному на рис. 3.59 *б* (незалежно почнемо відкладати в обидві сторони від вертикалі PP_1 або сумістимо середину відрізка з P_1). Провівши із точок *A, 1, 2, 3, 4, 5, 6, B* перпендикулярні до картини прямі, ми поділимо площину картини на полоси. Щоб визначити глибину квадратів, скористаємося точкою віддалення – дистанційною точкою *D*. Точка *D* визначає точку збігу прямих розміщених під кутом в 45° до картини, відповідно – діагоналей квадрата. Пряма *AD* в перетині з прямими, які напрямлені в точку *P*, визначить перспективу прямих квадратів паралельних до картини (перспективу глибини квадратів). Щоб отримати квадрат в дві одиниці виміру, на лінії *AP* визначають точку *N*, яка в перспективі по глибині відстоїть від точки *A* на дві одиниці виміру. З таких міркувань визначена точка *M* – вершина квадрата.

На рисунку більш товщою лінією виділено ці квадрати.

Для побудови на підлозі довільної композиції із прямих, необхідно на визначений рисунок нанести сітку із квадратів, а на перспективі сітки сполучити лініями перспективи відповідних точок.

На рис. 3.60 представлені приклади побудови перспективи паркетної підлоги. Сторони квадратів відповідно паралельні і перпендикулярні (горизонтальних, фронтально розміщених квадратів) до картини.

Перспективна сітка допомагає швидко визначити положення в перспективі довільної точки в предметній площині. По квадрату, в якому знаходиться ця точка, ми визначаємо її відстань від нас і від нижнього краю картини а також відстань ліворуч і праворуч від головної вертикальної площини зору. Всередині цього квадрата ми можемо наближено установити число одиниць в глибину, ширину та висоту.

Окрім того, вертикальна сітка допомагає нам відразу ж визначити висоту довільної вертикалі основа якої знаходиться в предметній площині.

На рис. 3.61 побудована сітка сторонами квадрата в один метр. Одиницею виміру по вертикалі буде теж відрізок в один метр. Основа відрізка *BC* точка *B* розміщена в предметній площині на відстані в один метр і приблизно 50 см. від картини та одного метра і приблизно 10 см. ліворуч від головної площини зору. Необхідно визначити дійсну величину відрізка *BC* зображеного в перспективі. Знаходження дійсної величини відрізка *BC* можливе способом розглянутим на рис. 3.39. В точці *A* проводять вертикальну пряму на якій відкладають відрізки в один метр (А 1 = А 1, 12 = 12,...). Точки 1, 2,... з'єднують з точкою *P*. Через точку *B* проводять горизонталь до перетину з лінією *AP* (точка *B*). Через точку *B* проводять вертикаль і через точку *C* – горизонталь. В перетині проведених горизонталі та вертикалі буде визначена точка *C*. Через точку *C* проводять пряму *PC* до перетину з масштабною шкалою в точці *C*, на якій буде визначено висота відрізка *BC*, яка буде дорівнювати один метр і приблизно 75 см.

Розглянемо другий спосіб визначення висоти вертикального відрізка. Вертикаль *MN* заміряють (можна смужкою паперу) та прикладають до проведеної через точку *N* горизонталі так щоб точка *N* співпала з якою не будь з точок перетину цією горизонталлю однієї із перпендикулярних до картини лінії сітки. Друга відмітка співпадає з якою не будь точкою на цій горизонталі за другою перпендикулярною до картини прямою сітки. Встановив приблизно довжину відрізка, який перевищує розмір вертикалі в цілих метрах, ми бачимо що вона дорівнює двом метрам і приблизно 20 см.

Розглянутими способами можна розв'язувати задачі на побудову перспективи вертикалі певної висоти.

Будувати перспективну сітку із фронтальних квадратів доцільно не на ескізі, який ми провіряємо, а на окремому аркуші прозорого паперу (наприклад, калька).

Наклавши аркуш на ескіз відмічають на ньому лінію горизонту. Головну точку і перспективний масштаб визначають одночасно з побудовою сітки. Потім сітку накладають на ескіз. Завдяки прозорості паперу можна виправити, доповнити і замінити всі елементи композиції.

Якщо ескіз необхідно доповнити новими елементами, перспективна сітка допомагає їх розмістити на бажаній відстані від уже існу-

ючих і визначити їх розміри. Якщо в композиції є фронтальна кімната, то визначають її ширину та глибину в перспективі на предметній площині, строять на її стінах додаткову перспективну сітку із квадратів певних розмірів (рис.3.62).

Для цього на фронтальній і на бічних, перпендикулярних до картини стінах кімнати проводять вертикалі із точок перетину ліній основи стіни з перспективними лініями сітки. Заміряв на лінії основи фронтальної стіни відрізки *AB, BC,* і *CD* і відклавши їх на одному із вертикальних ребер, проводять із знайдених таким чином точок *B, C, D* паралельні нижній основі стіни горизонталі, які утворюють на вертикальній площині допоміжну перспективну сітку із неспотворених квадратів.

Той же результат можна отримати провівши наприклад з точки *D* пряму під кутом в 45°. Горизонтальні лінії сітки пройдуть через точки перетину *в, с, d* цієї похилої прямої з проведеними вертикалями в точках *A, B, C, D.*

На бічних стінах лінії, перпендикулярні до картини та паралельні нижній основі стіни, проводять із точки *P* в точки перетину горизонталей сітки на фронтальній стіні з вертикальними ребрами бічних стін. На цьому ж рисунку показано побудову додаткової сітки на стелі кімнати.

На рис. 3.63. за допомогою масштабної сітки побудовано інтер'єр приміщення і розміщені фігури людей в цьому приміщені.

Перспективні сітки є допоміжним засобом побудови перспектив і після їх виконання сітку видаляють. Розглянутий спосіб побудови перспективи дозволяє з достатньою точністю будувати перспективу інтер'єра і набагато спрощує його побудову.

Запитання для самоконтролю.

1. Що називають перспективною сіткою ?
2. Як використовують перспективні сітки при побудові інтер'єра приміщення ?
3. Як побудувати перспективу висота на перспективній сітці ?
4. Як можна визначити в одиницях виміру знаходження об'єкта на перспективній сітці відносно головної точки ?
5. Як визначають в одиницях виміру знаходження об'єкта відносно глядача або картини ?

Розділ 4

ПОБУДОВА ТІНЕЙ У ПЕРСПЕКТИВІ

4.1. Побудова тіні при сонячному освітленні.

Правильно побудована перспектива добре передає простір і форму та дуже наочна. Ці якості ще сильніше виявляються після побудови тіней.

Тіні в перспективі будують здебільшого при паралельних променях світла, тобто при освітлені сонячними променями, які практично паралельні. Якщо джерело світла віддалене на нескінчено велику відстань, то в перспективі воно визначається точкою збігу *S* та її прямокутною проекцією на горизонтальну площину яка має лінію збігу – лінію горизонту.

Точка збігу S_1 горизонтальних проекцій променів світла належить лінії горизонту, яка безмежно віддалена точка.

Точка S, точка збігу перспектив променів світла, знаходиться на одній вертикалі з точкою S_1. Промінь світла і його горизонтальна проекція розміщуються у вертикальній світловій площині (4.1 – 4.4).

Об'єкт, перспектива якого побудована, може бути освітленим штучним джерелом, яке застосовується переважно в інтер'єрах. При цьому промені, що освітлюють об'єкт, перетинаються в одній точці. *В цьому випадку промені не паралельні*.

Відносно глядача джерело світла може бути розміщене по різному. Розглядають три основних положення джерела світла, а відповідно з цим можливі три основні напрями його променів:

1. *Джерело світла розміщене перед глядачем.* В цьому випадку точка збігу променів сонця *S* знаходиться над лінією горизонту в довільно вибраному або наперед заданому місці, а її проекція S_1 - на лінії горизонту. Падаюча від предмета тінь направлена на глядача, а сам предмет звернений до нього тіньовою стороною (рис.4.1, 4.2, 4.9).

2. *Джерело світла розміщене позаду глядача.* В цьому випадку точка збігу променів світла *S* знаходиться під лінією горизонту в довільно вибраному або наперед заданому місці, а її проекція S_1 – на лінії горизонту. Падаюча від предмета тінь направлена від глядача, а сам предмет звернений до нього освітленою стороною (рис.4.3, 4.4, 4.7).

3. *Джерело світла розміщене збоку від глядача (ліворуч або праворуч). Глядач і джерело світла розміщені в площині паралельній до картини.* В цьому випадку промені світла паралельні до картини і нахилені до предметної площини під довільним або заданим кутом, тобто вони фронтальні прямі. За законами перспективи вони не ма-

ють точок збігу і залишаються паралельними між собою, а їх проекції на предметну площину паралельні до основи картини (рис.4.5, 4.6, 4.10).

Побудову тіні починають з вибору напряму променів світла. Тінню від точки на площину є точка перетину світлового променя, що проходить через цю точку, з заданою площиною. На рис.4.1 наведено побудову тіні точки на предметну площину за умовою, що джерело світла знаходиться спереду глядача ліворуч. Для побудови тіні від вертикального відрізка AA_1, BB_1 призначають точку збігу S світлових променів, та будують точку S_1 - точку збігу прямокутних проекцій світлових променів горизонтальну площину. При цьому точка S_1 знаходиться на лінії горизонту, а лінія SS_1 - це лінія збігу вертикальних світлових площин. Для побудови тіні від точок A і B з точки S проводяться промені світла через ці точки, потім проекції світлових променів через точки S_1, A_1, B_1. Перетин прямих SA та S_1A_1, SB та S_1B_1 буде шуканою точкою тіні – A_t. Якщо розглядати AA_1 як відрізок прямої, то лінія A_1A_t буде тінню від нього на предметну площину. На рис.4.1 розглянуто побудову тіні за умовою, що джерело світла знаходиться перед глядачем ліворуч, на рис.4.2 перед глядачем праворуч.

На рис.4.3 наведено побудову тіні від точки A та B на предметну площину за умови, що світло розміщене за глядачем та ліворуч. Через те, що джерело світла розміщене в уявному просторі, то точка збігу світлових променів (точка S) має розміщуватись нижче лінії горизонту, а точка S_1, як і в попередньому випадку, на лінії горизонту. Побудова тіні A_t та B_t точки A та B зрозуміла з рисунка. На рис. 4.4 світло розміщене за глядачем та праворуч.

На рис.4.5, 4.6 виконано побудову тіні точки A та B в тому випадку, коли промені світла паралельні картині. Для побудови тіні досить задати нахил променів до предметної площини. Через те, що точки збігу в цьому випадку віддалені у нескінченність, горизонтальні проекції променів світла мають зображуватись на картині лініями, паралельними лінії основи (або лінії горизонту), а напрям безпосередньо променів світла буде визначатись кутом їх нахилу. На рис.4.5 джерело світла розміщене ліворуч глядача, на рис.4.6 - праворуч.

З рис.4.1-4.4 бачимо, що тінь від вертикальної прямої завжди направлена в точку S_1, *тобто тінь від відрізка прямої на перпендикулярну до неї площину співпадає з проекцією світлових променів на ту ж площину.*

На рис.4.7-4.11 зображено побудову власних та падаючих тіней вертикальної призми за різних положень світла відносно глядача та об'єкта.

Якщо потрібно, щоб були освітлені обидві видимі грані призми (світло за глядачем), тоді точку збігу світлових променів потрібно назначати між лініями збігу (точками сходу F_1, F_2) цих граней та нижче лінії горизонту (рис.4.7).

Щоб мати не дуже довгі тіні, точка S має бути розміщена досить далеко від лінії горизонту, через те, що відстань SS_1 пропорційна висоті знаходження сонця. Задачі на побудову тіні можна розв'язувати з певними попередніми умовами, виходячи з необхідної величини чи напряму тіні тощо. Можна задати падаючу тінь від будь-якої точки споруди чи відрізка на предметній площині, або на поверхні, а потім визначити положення світла в перспективі. Припустимо, що на рис.4.4 ми бажаємо мати тінь від точки A в точці A_t на землі (площині). Продовживши пряму $A_t\ A_1$ до лінії горизонту, здобудемо точку S_1 - точку збігу горизонтальних проекцій променів світла. Точкою збігу променів світла S буде точка перетину лінії AA_t з перпендикуляром до лінії горизонту проведеним через точку S_1..

Розглянуті положення дають можливість виконувати побудову падаючих тіней від вертикальних та похилих прямих на вертикальні та похилі площини.

4.1.1. Падаючі тіні прямої на площини.

На рис.4.12 побудована тінь, що падає від вертикальної прямої *AA1* та похилої прямої BA_1 на предметну площину та вертикальну площину. Спочатку визначають тінь від вертикальної прямої AA_1 на предметну площину. Тінь від прямої направлена в точку S_1 та обмежується світловим променем AS, який проходить через точку A. В перетині ліній A_1S_1 та AS має місце тінь A'_t від точки A на предметну площину.

Вертикальна світлова площина, яка проходить через пряму AA_1 перетинає площину P по вертикальній лінії *35*, на котрій в перетині з променем AS розміщена точка $A_{t.}$ *Таким чином, тінь від вертикальної прямої* AA_1 *на вертикальну площину P буде ламана лінія* A_13A_t Щоб побудувати тінь від похилої прямої BA_1 на предметну площину досить знайти тінь від точки B на предметну площину. Для цього необхідно мати вторинну проекцію точки B на предметній площині точку

B_1. Точка перетину світлового променя B_1S_1 з променем BS - точка B'_t, буде тінню від точки B на предметну площину. Лінія тіні від похилої прямої BA_1 на предметну площину буде одержана, якщо сполучити точки A_1 та B'_1. Після перетину останньої з основою площини P в точці *4* тінь перейде на вертикальну площину. Потім через вертикальну пряму BB_1 проводиться світлова площина, яка перетне площину P по прямій *26*. Остання в перетині з променем BS визначить тінь B_t.. *Таким чином, тінь від похилої лінії* BA_1 *буде ламана лінія* A_14B_t. На рис.4.12 побудована також падаюча тінь від площини P на предметну площину.

На рис.4.13 виконано побудову падаючої тіні від вертикальної лінії AA_1 на виступи сходів. Задають точку збігу світлових променів S та їх проекцію S_1 на лінії горизонту. Визначають лінію перетину променевої площини зі сходами. На цій лінії в перетині з променем AS визначається точка A_t. Варто звернути увагу, що напрям тіней буде відповідати вертикальному та горизонтальному положенню площин сходів. На горизонтальних площинах сходів тіні будуть направлені в точку збігу S_1, на вертикальних – вертикальна.

На рис.4.14 розглянуто побудову падаючої тіні від прямокутної плити на стіну. Світло розміщене ліворуч позаду. Щоб плита впиралась в стіну, верхній та нижній її кінці повинні мати таку саму точку збігу F_1, що і основа стіни. Тоді проекції на предметну площину бокових сторін плити мають бути перпендикулярні до основи стіни та мати точку збігу F_2.

Насамперед будують тінь від ближнього ребра AB до плити. Для цього з вершини B проводять світловий промінь в точку S, а з точки B_1 - його проекцію в точку S_1. Точка перетину цих променів визначить тінь (B'_t) від точки B на предметну площину. З'єднавши точки A та B'_t отримаємо тінь від ребра AB на предметну площину. Зверніть увагу, що тінь на предметну площину пройде тільки до основи стіни (точка *1)*, а потім буде спрямована до точки B в площині стіни. Так само будують тінь від дальнього похилого ребра плити. Побудови на рис 4.14 аналогічні побудовам тіні від похилої прямої BA рис.4.12.

На рис.4.15 побудована тінь від вертикальної прямої AA_1 на предметну площину та похилу площину P - $DEMC$. На предметну пло-

щину тінь від прямої AA_1 будується аналогічно тому, як це показано на рис.4.12.

Для побудови падаючої тіні від прямої AA_1 на похилу площину, через неї проведена світлова площина, яка перетинає площину P по лінії *12*. На цій лінії в перетині з променем AS знаходиться точка A_t. Таким чином тінь вертикальної прямої AA_1 матиме вигляд ламаної лінії $A_1 1 A_t$. На рис.4.15 побудована також власна та падаюча тінь призми на предметну площину.

4.1.2. Тіні багатогранників.

Розглянемо побудову падаючої тіні на вертикальну площину P від прямокутного горизонтального виступу (балкона). Через точку B і її вторинну проекцію B_1 рис. 4.16, проводять променеву площину, яка на предметній площині буде мати слід визначений лінією B_1S_1. Її слід на площині P визначає вертикальна пряма проведена з точки *1*. Тінь від точки B буде визначена на перетині світлового променя BS з слідом променевої площини на вертикальній площині P (точка B_t). Тінь точки A будують аналогічно побудові тіні точки B.

Тінь $B_t A_t$ від ребра на стіну буде мати з ребром AB спільну точку збігу F_1 (в ортогональних проекціях тінь від відрізка паралельного до площини паралельна самому відрізку). Звідси тінь точки A буде на перетині світлового променя SA і лінії F_1B_t.

Тінь від вертикального ребра AC буде в перетині світлового променя, проведеного з точки C з вертикальною прямою яка проведена з точки A_t (див. рис. 4.12). Сполучивши точки B_t з E та C_t з D, отримаємо тінь від просторової ламаної лінії $EBACD$.

На рис.4.17 розглянута побудова тіні від горизонтальної гранної плити (призми) на предметну площину. Джерело світла вибрано так, що видимі грані плити будуть освітленими і тінь на предметну площину буде падати від просторової ламаної лінії *1234561*.

Тіні від точок ламаної лінії на предметну площину будуються з використанням вторинних проекцій точок, як це розглянуто на рис.4.3, 4.7, 4.16. Тінь від точки *1* на предметну площину визначено в точці перетину світлового променя проведеного через точку *1* в точку S та проекції світлового променя 1_1S_1. Тіні від ребер *16* та *12* будуть мати ті самі точки збігу, що і ребра, відповідно F_1 та F_2. Тінь від точки *2* буде знаходитись на перетині світлового променя, проведеного через точку *2* та лінії $1_t F_2$. Так само будується тінь від точки *6*. Тіні

від вертикальних ребер *23* та *65* будуть знаходитись на прямих 2_tS_1 та 6_tS_1, а тіні від точок *3* та *5* на перетині вказаних прямих зі світловими променями, проведеними через точки *3* та *5* в точку *S*.

Тіні від прямих *54* та *34* будуть мати напрям відповідно в точки збігу F_1 та F_2, а тінь від точки *4* (точка 4_t) є результат перетину ліній 5_tF_2 та 3_tF_1. З'єднавши отримані точки, будемо мати тінь від прямокутної плити на предметну площину. Таким чином можна побудувати тінь від плити довільної форми на предметну площину.

На рис.4.18 показано побудову власних та падаючих тіней від двох чотиригранних призм, одну з яких, більших розмірів, розміщено над другою. Точку збігу світлових променів *S* вибрано так, щоб видимі грані призм були освітлені. Побудову тіней виконано за допомогою допоміжного проекціювання променів світла на горизонтальну площину нижньої основи верхньої призми при вертикальному напрямку проекціювання. При цьому проекцією точки збігу *S* променів світла також буде точка S_1, яка належить лінії горизонту.

Для визначення тіні від точки *1* на грані нижньої призми, через останню, проведена проекція світлового променя *1S1*, яка перетинає ребро верхньої основи нижньої призми в точці *1'*. Потім з точки *1* проводять світловий промінь в точку *S*. Точка перетину світлового променя з вертикальною прямою, проведеною через точку *1'*, буде шукана точка 1_t. Лінію $11'1_t$ можна розглядати, як лінію перетину призм світловою площиною, яка проходить через точку *1*. На правій грані тінь від ребра *13* паралельна самому ребру та направлена з точки 1_t в точку збігу F_2 . Щоб побудувати тінь на ближнє ребро нижньої призми, проводять проекцію світлового променя через точку *5'* до перетину з ребром *12* в точці *5*. Точка *5* і буде давати тінь на ребро нижньої призми. Точка 5_t визначається світловим променем *S5*. На лівій грані тінь від ребра *12* паралельна самому ребру та направлена з точки 5_t в точку збігу F_1. З'єднавши точки 5_t, та 1_t, ми визначимо тінь відрізка прямої *15*, яка падає на праву грань нижньої призми. Падаючу тінь на горизонтальну площину будуємо так, як це було показано на рис.4.7 та рис.4.17. При побудові падаючої тіні на горизонтальну площину від горизонтальних прямих доцільно пам'ятати, що прямі та відповідні їх тіні мають спільні точки збігу.

4.1.3. Тіні кривих поверхонь.

На рис.4.19 розглянуто побудову власної та падаючої тіні циліндра при заданих лінії горизонту, точки збігу світлових променів *S* та точки збігу S_1 їх проекцій на площині основи. Для побудови контуру власної тіні проводять з точки S_1 проекції променів дотичних до основи циліндра. Через отримані точки дотику $(1_1, 5_1)$ проходять твірні 11_1, та 55_1 циліндра, які й визначать контур власної тіні циліндра. Падаючі тіні від цих твірних на предметну площину співпадають з горизонтальними проекціями світлових променів, проведених з точок дотику $(1_1,5_1)$ в точку S_1.

Тінню від верхньої основи циліндра (кола) на предметну площину буде коло, яке спроекціюється в еліпс. Задавши точки на лінії верхньої основи, будують тінь від них на предметну площину. Побудова падаючої тіні від точок *1, 2, 3, 4, 5* верхньої основи зрозуміла з рисунку (див.рис.4.3; 4.8). Отримані тіні від точок сполучають плавною кривою лінією.

На рис.4.20 задано перспективне зображення конуса, лінію збігу площини його основи *(л.г.)* та положення точки S. Для побудови власної тіні конуса його вершину *T* проекціюють в напрямі променів світла на площину основи. Точка T_t знаходиться в перетині променя світла *ST* та його проекції S_1T_1. Дотичні, проведені з точки T_t до нижньої основи, визначать точки шуканих твірних конуса, які і визначать контур власної тіні. Падаюча тінь від конуса визначається твірними конуса *T1* та *T2*. Сполучивши точку T_t з точками *1* та *2*, отримаємо тінь конуса на предметну площину.

На рис.4.21 дано перспективне зображення конуса, у якого вершина звернена до низу та знаходиться в предметній площині. Для побудови власної тіні конусавизначена уявна точка T'_t, як тінь вершини *T* на площину основи конуса (рис. 4.20) при проекціюванні в зворотному напрямку. Ця точка визначається перетином променів *S1O* та *ST*. Побудувавши з точки T'_t дотичні до основи конуса, отримаємо точки *1* та 5. З'єднавши точки *1* та 5 з вершиною *T*, отримаємо твірні конуса відокремлення власної тіні. Тінь від основи конуса, яка паралельна предметній площині, буде коло, що спроекціюється еліпсом. Для побудови цієї тіні використаємо довільно вибрані точки *2, 3, 4* та точки *1* та *5* і їх вторинні проекції 1_1 2_1 3_1 4_1 5_1 на предметну площину. Побудова виконується так, як на рис.4.19 і зрозуміла з рисунку. Отримані точки тіні сполучають плавною кривою лінією.

На рис.4.22 побудовані власні тіні циліндрів та падаюча тінь від циліндричної плити, яка накриває циліндр. Для побудови власних ті-

ней циліндра та циліндричної плити будують проекції світлових променів, дотичні до їх основ, з точки збігу S_1. Точки дотику визначають твірні, які будуть давати шуканий контур власних тіней. Для побудови тіні від плити на циліндричну поверхню використовують січні променеві площини. Так, для побудови тіні на твірну розділу власної тіні проведена проекція променя $S_1 1'$, яка визначить точку *1*, від якої буде тінь на вказану твірну. Точка *1* з цією твірною знаходиться в одній світловій площині $S_1 1S$.

Перетин світлового променя *S1* з твірною розділу власної тіні визначить точку 1_t, точку тіні від точки *1* плити на поверхню циліндра. Для побудови точки 2_t проведена проекція $S_1 2'$, яка визначить на нижній основі плити точку *2*. Точка *2* з твірною, проведеною через точку *2'* знаходиться в одній світловій площині. Для знаходження тіні від точки *2* на поверхню циліндра проведено світловий промінь *2S*, який в перетині з твірною циліндра, що проходить через точку *2'*, визначить шукану точку 2_t. Для визначення форми тіні від плити, таким же чином можна побудувати необхідну кількість точок, наприклад, точка 3_t, яка лежить на контурній твірній.

На рис.4.23 виконана побудова тіні від призматичної плити на циліндричну поверхню. Побудова тіні від нижньої основи плити на поверхню циліндра виконується так, як на рис. 4.22. Будуються тіні на характерних твірних: твірній розділу власної тіні точка 1_t, на контурній твірній точка 3_t та тінь від точки *5*, ближнього кута плити. Далі, для визначення форми падаючої тіні на циліндрі від призматичної плити, беруть декілька довільних точок (наприклад, точки *2,4)* і будують тінь від них на поверхню циліндра. З'єднавши точки тіней в плавну криву, отримаємо контур падаючої тіні.

Побудова зрозуміла з рисунку.

Для побудови тіні від вертикальної прямої (рис. 4.24) на криволінійну поверхню використовують допоміжну горизонтальнопроекціювальну променеву площину, яка проведена через задану пряму AA_1 і перетинає криву поверхню. Визначена лінія перетину буде тінню прямої на поверхні. Для побудови лінії перетину визначають вторинні проекції твірних. Перетин сліду променевої площини з вторинними проекціями твірних визначає вторинні проекції точок лінії перетину поверхні променевою площиною. Точки 2_1, 3_1, 4_1 піднімають по лініям зв'язку на відповідні твірні криволінійної поверхні. Лінія *1 2 3 4* буде визначати тінь від вертикальної прямої. Тінь A_t буде

в перетині світлового променя *AS* з лінією *14* перетину поверхні променевою площиною.

Цю побудову можна розглянути, як побудову тіні від вертикальної прямої на ряд довільно визначених вертикальних січних площин криволінійної верхні, принцип якої розглянуто на рис. 4.12.

На рис.4.25 побудована тінь, яка падає від конуса з вертикальною віссю на горизонтальну архітектурну тягу, профіль якої може мати довільну форму. Для визначення твірних розділу власної тіні на конусі, будують на предметній площині (площині основи конуса) падаючу тінь вершини конуса.

На горизонтальну площину падаюча тінь від конуса визначається як це було показано нарис.4.20, тобто треба знайти тінь від вершини *T* на площині основи конуса (точка T_{1t}), а потім провести дотичні до основи конуса. Знайдені точки *1* та *2* визначать твірні розмежування власної тіні конуса *T1* та *T2*, а також падаючу тінь на площину основи конуса $T_{1t}1$ та $T_{1t}2$, яка обмежується точками *3* та *4*. Потім можна побудувати тінь на вертикальну площину Δ, використавши прийом показаний на рис.4.12, 4.13, 4.24. Для цього будують уявну тінь від вершини конуса на зазначену площину (точка *T'*). Прямі *T'3* і *T'4* визначають тінь від твірних конуса на площину Δ і відповідно точки *5* і *6* на лінії *F1A*. Тінь на горизонтальній площині AF_1B будують аналогічно побудові тіні на предметну площину від твірних

T1 і *T2*. Промені $5T'_{t.}$ і $6T'_{t}$. визначать напрям тіні і точки *7* і *8*. В цей спосіб побудовані точки на твірних поверхні в точках *C* і *D*.

Напрям тіні від вісі конуса на нахилену площину будують аналогічно побудові виконаній на рис. 4.15. В перетині визначеного напряму тіні від вісі з променем *TS* буде визначена тінь від вершини конуса. З'єднавши отримані точки відповідними (кривими або прямими) лініями, визначимо тінь від конуса на поверхні.

4.1.4. Тінь циліндричної арки.

На рис. 4.26 приведено перспективне зображення циліндричного склепіння. Розглянемо побудову тіні, що падає на внутрішню поверхню від ліній, які утворюють склепіння.

Точка збігу світлових променів вибрана так, щоб видимі грані призми стіни були освітлені, а тінь падала на внутрішню поверхню склепіння. Сполучивши точку збігу F_1 з точкою збігу променів світла *S*, отримаємо лінію збігу світлової площини, перпендикулярної до стіни. Перетин цієї лінії з лінією збігу площини *P* стіни визначить то-

чку збігу F_S прямокутних проекцій променів світла на площину *P* стіни. Для визначення власної тіні циліндричної поверхні з точки F_S проведена дотична до перспективи основи циліндра, яка визначить точку дотику *3* і відповідно $3F_1$-твірну поділу освітленої і власної тіні. Лінія *213* буде кидати тінь на внутрішню поверхню склепіння.

Тінь від вертикального ребра *12* буде пряма лінія, яка будується, як перетин світлової площини, що проходить через вертикальну пряму (див. Рис. 4.12, 4.13). Точка 1_t визначена перетином світлового променя *S1* з слідом визначеної світлової площини. Тінь від точки 1_t до точки 3 буде плавна крива лінія. Розглянемо побудову тіні від довільно взятої точки 4. Провівши проекцію світлового променя через точку збігу F_S та точку *4*, в перетині з контуром склепіння отримаємо точку *4'*, через яку пройде твірна циліндричної поверхні на яку і буде падати тінь від точки *4*. Точка 4_t, точка перетину твірної F_14' з променем світла *S4* буде належати кривій падаючої тіні. (На рис. 4.26 *б* винесено схему побудови точки 4_t). Таким чином можна визначити будь – яку кількість точок падаючої тіні на внутрішню поверхню склепіння.

На рисунку також побудована падаюча тінь від призми склепіння на предметну площину. Побудована зрозуміла з рисунку.

4.2. Побудова сонячних плям в інтер'єрі.

При побудові інтер'єра, виходячи з композиції або других естетичних міркувань, побудову тіні виконують так, що сонячні промені, які проникають скрізь дверний чи віконний прорізи, утворюють освітлені прямокутні або криволінійні форми, контури яких є тінь від відповідних ліній прорізів (світлові плями).

На рис. 4.27 розглянута побудова сонячної плями від контура арочного вікна (товщина стіни не задана і при побудові плями не враховується). Сонце знаходиться перед глядачем ліворуч.

В даному випадку задається умова: світлова пляма повинна бути повністю видима на підлозі. Тому положення точок збігу світлових променів та їх проекцій задають з урахуванням цієї умови. Насамперед на підлозі довільно позначають точку 3_t - тінь від самої високої точки *3* вікна. Потім проводять проекцію світлового променя $3_t\ 3_1$ та визначать точку S_1 на лінії горизонту. Через точку збігу S_1 проекцій світлових променів проводять перпендикуляр до лінії горизонту, на якому повинна знаходитись точка *S*

збігу світлових променів. Її визначають в перетині світлового променя $3\ 3_t$ з перпендикуляром. Далі з точки S_1 проводять проекцію $S_1\ 1_1$ світлового променя, на якому визначають тінь $1_t 2_t$ від ближньої сторони вікна. Використавши точку збігу F_2, будують тіні від точок *4* та *5*, які належать дальній стороні вікна. Побудувавши тіні декількох довільних точок від арки вікна, визначимо контур світлової плями від арочної частини вікна. Аналогічна побудова виконана на рис. 4.28. Світлова пляма в цьому прикладі падає на підлогу і на стіну. Сонце знаходиться ліворуч глядача. Кут нахилу світлових променів вибирають з урахуванням цієї умови. Спочатку проводять проекції променів $1\ 1_t$, $2\ 2_t$, $3\ 3_t$ паралельно напряму світлових променів *S*. На підлозі через точки 4_1, 1_1 та 5_1 проводять проекції світлових променів паралельно основі картини. Кут нахилу світлових променів задають таким, щоб тінь від точок *1, 2, 3* падала на стіну, а від точок *4,5* на підлогу.

Доцільно відмітити, що тінь $4_t\ 5_t$ буде мати точку збігу F_2, а прямі *2 3* та $2_t\ 3_t$ перетинається по ребру кута кімнати, тому що знаходиться в одній променевій площині.

4.3. Побудова тіні при штучному освітленні.

Побудова падаючої тіні при штучному (точковому) освітленні базується на наступному. На перспективі (рис.4.29) задано вертикальний відрізок *AB* та джерело світла власною точкою *S* та її основою S_1 на предметній площині. Тінь від точки знаходиться в точці A_t перетину світлового променя з предметною площиною. Її визначають в перетині світлового променя зі своєю проекцією. Так, відрізок *AB* прямолінійний, а світлові промені утворюють світлову площину, яка в перетині з предметною площиною визначає пряму лінію, що і буде його тінню.

Розглянемо декілька прикладів побудови падаючої тіні від предмета при точковому (штучному) освітленні. На рис.4.30 зображена перспектива пластини. Потрібно побудувати тінь від неї на предметну площину. Спочатку будують падаючі тіні від двох вертикальних ребер пластини. З'єднавши отримані точки, визначають контур падаючої тіні. Якщо верхня сторона *AB* пластини паралельна предметній площині, то падаюча тінь $A_t\ B_t$ від неї повинна бути паралельна цій стороні і тому в перспективі має з нею загальну точку збігу F_1.

На рис.4.31 побудована тінь від призми на площину її основи, предметну площину, за штучного джерела освітлення. Побудова виконана центральним проекціюванням ребер призми з точки *S* та з ви-

користанням проекції S_1 на предметній площині. Спочатку будують тіні від вершин призми точок *1*, *2* та *3*. Потім, використавши властивості тіней від прямих паралельних та перпендикулярних до предметної площини, будують тіні від ребер призми. Для вертикальних ребер тіні мають напрям в точку S_1 (рис.4.29), а тіні від горизонтальних ребер мають ті самі точки збігу F_1 та F_2 (рис.4.30). На перспективі (рис.4.32) задані вертикальна площина та відрізок *AB*, від якого потрібно побудувати тінь на вертикальну площину *P*.

Тінь від вертикального відрізка на вказану площину можна розглядати, як лінію перетину площин *P* з вертикальною світловою площиною, яка проходить через відрізок *AB*. Падаюча тінь від вертикального відрізка на предметній площині до точки *1* буде співпадати з напрямом проекції світлового променя, який проходить через точку *B*. Точка A_t визначиться в перетині світлового променя *SA* з вертикальною прямою в точці *1*.

Розглянемо побудову тіні від вертикального конуса на трикутну призму, одна з бокових граней якої співпадає з предметною площиною (рис.4.33). Побудову тіней будемо виконувати при заданому точковому джерелі світла точці *S* та її проекції S_1.При побудові падаючої тіні від призми, спочатку будують тінь від точки *B* (вершини призми) так як на рис.4.29. З′єднавши точку тіні B_t з точкою *C*, отримаємо тінь від ребра призми *BC*. Тінь від верхнього ребра (паралельного предметній площині) буде паралельна йому і мати ту саму точку збігу F_1. Так само будують тінь від конуса на предметну площину. Для цього визначають спочатку тінь T_t від вершини *T* на предметну площину та через неї проводять дві дотичні до еліпса основи конуса. Точки дотику *1* і *2* визначають твірні *T1* і *T2* конуса межи власної тіні, твірні які визначають падаючу тінь конуса ($1T_t$ і $2T_t$) на предметну площину.

Точки 3_t, 4_t – перетин нижнього ребра призми з тінню конуса визначають точки перелому тіні конуса. Точки тіні на верхньому ребрі призми знаходять при побудові тіні від конуса на вертикальну площину, проведену через ребро (див.рис.4.32). Побудований трикутник тіні в перетині з верхнім ребром призми визначить точки 5_t,, 6_t.. З’єднавши точки 3_t та 5_t, 4_t та 6_t, матимемо тінь від конуса на призму.

Розглянемо побудову тіні на вертикальну площину *P* від відрізка, перпендикулярного до неї, при штучному (точковому) джерелі освітлення. На рис.4.34 надані перспектива площини та відрізка *AB*, перпендикулярного до неї.

Джерело світла знаходиться ліворуч за глядачем, яке задано точкою S та її проекцією S_1.

Так як тінь відрізка AB падає на площину P, то потрібно побудувати проекцію S_2 точки S на цю площину. Для побудови проекції S_2 точки S на вертикальній площині через точку S проводять горизонтальнопроекціюючу площину перпендикулярну до площини P. На лінії перетину світлової площини з площиною P буде знаходитися проекція світлової точки S - точка S_2. Так як точка F_2 є точкою збігу прямих, перпендикулярних до площини P, то лінія перетину з предметною площиною буде мати напрям S_1F_2. Точка S_2 визначається як точка перетину світлового променя SF_2 та перпендикуляра до основи площини P в точці 1. Тінь точки B співпадає з нею так як вона знаходиться в площині P. Тінь A_t точки A на площину P визначається як точка перетину світлового променя SA та його проекції S_2B на площині P.

З′єднавши точку A_t з B_t визначимо тінь відрізка AB на площину P.

На рис. 4.35 задана перспектива стіни та картини, яка знаходиться на ній. Треба побудувати падаючу тінь від картини на стіну при точковому джерелі світла, яке задано точкою S та її проекцією S_1.Так як картина нахилена під кутом до площини стіни, то для побудови тіні від точки A, насамперед, потрібно побудувати її прямокутну проекцію на стіну точку A'. Через точку A проводять площину перпендикулярну до стіни та визначають її лінію

A_1C_1C перетину зі стіною. Точка A' буде точка перетину визначеної лінії з перпендикуляром AF_1, проведеним з точки A до стіни. Точка F_1 - точка збігу прямих перпендикулярних площині P (стіни).

Для побудови тіні від картини на стіну будують спочатку тінь від точки A на стіну. Знаходять проекцію S_2 джерела світла в площині стіни (див.рис.4.34). Подальша побудова тіні A_t аналогічна розглянутій на рис.4.34. Перетин променів S_2A' та SA визначить тінь точки A на площині P. Побудувавши тінь A_t від точки A та з’єднавши її з точкою C, знайдемо тінь від сторони AC картини. Верхня пряма картини AB паралельна стіні і, відповідно, тінь від неї паралельна самій прямій AB та має спільну точку збігу F_2. Провівши пряму A_tF_2, здобудемо тінь від картини на стіну.

4.4. Тіні в інтер’єрі при штучному джерелі світла.

В інтер'єрі тіні будують, як правило, за умови, що джерелом світла є точка, яка розміщується на кінцевій відстані від предметів. Розглянемо деякі особистості побудови тіней в інтер'єрі відрізків прямих перпендикулярних до площин, що утворюють приміщення, від штучного джерела світла.

На рис. 4.29 розглянуто принцип побудови тіні на площину від відрізка прямої перпендикулярного до неї. На рис. 4.36 показано побудову тіні у фронтальній перспективі інтер'єра від відрізка при точковому джерелі світла заданого точкою *S*. Під час побудови використовують точки збігу проекцій світлових променів на визначену площину. Так для побудови тіні від відрізка прямої 11_1 визначають точку S_1 – точку збігу проекцій світлових променів як проекцію джерела світла на предметній площині. Побудова виконана аналогічно побудові рис.4.29, враховуючи правило, що тінь відрізка прямої на перпендикулярну до нього площину збігається з прямокутною проекцією променя світла на цю площину. В перетині променя світла *S1* з його проекцію $S_1 1_1$ визначається тінь 1_t . Тінь від відрізка 22_2 прямої, перпендикулярної до стелі приміщення, будується за тим же правилом і направлена в S_2 . Тінь від відрізка 33_3, перпендикулярного до правої стіни приміщення, виконується аналогічно розглянутій побудові на рис. 4.34.

Тінь від відрізка 66_1 падає на дві площини і будується за розглянутим правилом і побудовою наведеною на рис. 4.32. Для побудови тіні від нахиленого до площини лівої стіни відрізка *45,* насамперед, будують прямокутні проекції джерела світла S_4 і проекцію точки *4* на ліву стіну. Через точку *4* проводять пряму паралельну картині, а через точку *5* – вертикальну, які в перетині визначать проекцію 4_4. Через точку *4* проводять світловий промінь S_4, *а* через точку 4_4 його проекцію. В перетині зазначених променів визначають точку 4_t.

З'єднавши 4_t , тінь від точки *4,* з точкою *5* одержимо тінь відрізка *45* (побудову див. на рис. 4.35).

В перспективі тіні від прямих паралельних до площини мають ті ж самі точки збігу, що і прямі, від яких будують тінь.

На рис. 4.37 наведена побудова інтер'єра приміщення з побудовою тіні від предметів облаштування. Побудова тіні від просторових предметів розглядається як побудова характерних точок об'єкта і ліній, які сполучають ці точки. На рис. 4.36 і 4.37 розглянута побудова тіней у фронтальній перспективі.

Побудова тіні в кутовій перспективі нічим суттєвим не відрізняється від побудови тіні в інтер'єрі виконаному у фронтальній перспективі.

На рис. 4.38 розглянута побудова тіні у кутовій перспективі інтер'єра від відрізків прямих перпендикулярних та нахиленого до площин приміщення при точковому джерелі світла заданого точкою S і її проекцією S_1. Для побудови точок збігу проекцій світлових променів на площинах приміщення використовують точки збігу F_1 та F_2. Через джерело світла S проводять світлові площини перпендикулярні до стін та підлоги використовуючи точки збігу F_1 і F_2 основних напрямків ліній, які утворюють перспективу приміщення. Побудова тіні від відрізка при точковому джерелі освітлення на площини розглянута в раніш наведених прикладах. Так побудову тіні від відрізка 11_2 та 22_2 на рис. 4.38 виконують аналогічно побудові розглянутій на рис. 4.29, відрізка 33_4 відповідно на рис. 4.34, відрізка 43 – на рис. 4.35, відрізка 66_2 - на рис. 4.32.

На рис.4.39 задано перспективу кута кімнати з предметами облаштування та освітленням лампою. Так, як тіні від предметів падають на підлогу та стіни, то будують проекції $S_2S_3S_4$ точки S, що світиться, на площини стіни, підлогу та точку S_1 на стелі, для чого опускають на них перпендикуляри (рис.4.34).

Тінь від полички будують, починаючи з переднього нижнього кута *1*. Так як це ребро перпендикулярне площині стіни, то побудову виконують згідно з рис.4.34. По тіні вершини кута 1_t легко визначити тіні від горизонтального та вертикального ребер полички (див.рис.4.32, 4.34), а потім і обрис всієї тіні від полички, пам'ятаючи про спільні точки збігу F_1 та F_2.

Для письмового столу будують спочатку тінь від передньої правої бокової площини, провівши світловий промінь через переднє ребро *23*, а його проекцію - через точку S_2. Коли з'єднаємо одержану точку 2_t з основою переднього ребра, а також побудуємо лінію перетину світлової площини з підлогою та стіною, визначимо обрис падаючої тіні від бокової площини (рис.4.30).

Таким же способом будують тінь від шафи, що падає на ліву стіну. Для цього використовують проекцію S_3 та S_2 точки S, що світиться.

Запитання для самоконтролю.

1. Що є природним джерелом світла ? Що таке світлова точка ?

2. Які особливості природного і штучного джерел світла у побудові тіні лінії ?

3. Що таке власна і падаюча тіні ?

4. Що таке контур падаючої тіні і від чого залежить її контур ?

5. Чи існує залежність між контурами падаючої і власної тіней і чому ?

Розділ 5
ВІДОБРАЖЕННЯ

5.1. Загальні відомості про відображення в плоскому дзеркалі.

Побудова відображення в плоских дзеркальних поверхнях базується на тому, що промінь, який падає на дзеркальну поверхню і промінь, відбитий від неї, знаходяться в одній площині з нормаллю до площини в тій самій точці, а кут падіння променя дорівнює куту його відбиття (рис.5.1*а*).

На рис. 5.1*б* розглянута схема побудови відображення точки в горизонтальній дзеркальній площині. Щоб побудувати перспективу відображення точки в будь якій площині, достатньо опустити з неї перпендикуляр на дзеркальну площину та відкласти на ньому в зворотну сторону відстань, що дорівнює відстані від точки до дзеркальної площини. В перспективі відображення може будуватися як в горизонтальній площині, так і в вертикальних та похилих площинах. Глядач O (рис. 5.1б) побачить відображення A_o точки A в відстані A_oA_1, яка дорівнює AA_1, де AA_1 відстань від точки A до дзеркальної поверхні.

Перспективне зображення відображення на горизонтальній площині від вертикальних ліній будуть вертикальними, а від горизонтальних ліній – горизонтальними, які йдуть в ту саму точку збігу, що й сама пряма (рис.5.2).

Для побудови відображення предмета в дзеркальній площині потрібно з усіх характерних точок предмета опустити перпендику-

ляри до площини дзеркала, знайти точки їх перетину з дзеркальною площиною та подовжити перпендикуляри за площину дзеркала на таку відстань, на якій відповідні точки предмета знаходяться перед ним (вище нього).

5.2. Побудова відображення в горизонтальній дзеркальній площині.

Розглянемо приклади побудови в перспективі відображення при різних положеннях дзеркала відносно картинної та предметної площин. Можна виділити декілька основних положень дзеркальної площини:

Горизонтальне - дзеркало паралельне предметній площині або належить їй та перпендикулярне до картинної площини. Це відображення предметів в спокійній гладі води, в площині лакованої підлоги, в полірованій кришці столу, мокрого асфальту дороги тощо.

На картині (рис. 5.3) схематично зображена набережна. Потрібно побудувати її зображення в воді. Якщо предмет безпосередньо стикається з водою, то відображення довільної точки або відрізка CC_1 визначають на перпендикулярі, проведеному до площини дзеркала, та відміряють від точки C_1 (перетин його з поверхнею води) однаковий по величині відрізок ($CC_1 = C_1C_o$).

Потім, використавши точку збігу F_1 та F_2, будують відображення вертикальних площин набережної, побудувавши прямі C_0F_1 та C_0F_2. Якщо предмет знаходиться на горизонтальній площині землі, то користуються допоміжними побудовами. В цьому випадку вздовж набережної розміщені ліхтарі, віддалені від її краю на деяку відстань. Для побудови їх відображення у воді використаємо положення одного з ліхтарів AB. Насамперед проводять перпендикуляр до площини дзеркала і подовжують лінію ліхтарного стовпа вниз під поверхню води. Потім визначають точку A_1 перетину цього перпендикуляра з поверхнею води. Для цього через нього проводять допоміжну довільну вертикальну площину та будують лінію перетину її з поверхнею землі та води.

Якщо через ліхтар провести вертикальну площину паралельну одній із сторін набережної, то лінія перетину її з поверхнею землі пройде через його основу AB і точку збігу F_2. Кінець набережної вона перетне по лінії DD_1, а поверхню води – по лінії D_1F_2, котра в перетині з перпендикуляром визначить шукану точку A_1.

Відклавши відстань A_1A_0, рівну відстані AA_1, на перпендикулярі знайдемо відображення верхньої точки A ліхтаря – точку A_o. Зауважимо, що основи та вершини всіх ліхтарних стовпів (рис.5.3) знаходяться на прямих, паралельних краю набережної та, відповідно, мають з нею спільну точку збігу F_1. То і відображеннях точок ліхтаря буде мати ту ж точку збігу. Якщо вздовж набережної будуть розміщені споруди, то їх відображення у воді будують тим же способом (рис.5.4).

Розглянемо побудову відображення у воді об'єкта, перспектива якого зображена на рис.5.5. Перспективу об’єкта побудовано методом архітектора. Для побудови повного відображення будують відображення його характерних точок. Для побудови відображення A_o точки A знаходять перспективу відстані цієї точки від поверхні води. Для цього проводять через точку B пряму BF_2 до перетину з краєм набережної в точці C. Вертикальний відрізок CC_1 буде перспективою відстані цієї точки до води.

Пряма C_1F_2 при перетині з вертикаллю AB визначить точку A_1. Відрізок AA_1 буде перспективою відстані точки A від поверхні води. Відклавши від точки A_1 вниз по вертикалі AB відрізок $A_1A_0=AA_1$, знайдемо відображення A_o точки A. Пряма A_0F_1 при перетині з вертикаллю, яка проходить через точку D, визначить її відображення D_0. Пряма D_0F3 при перетині з вертикаллю EG визначить відображення E_o точки E. Відрізок E_0G_o дорівнює EG. Подальші побудови зрозумілі з рисунку. У той же спосіб побудовані падаюча і власна тіні об’єкта.

5.3. Відображення у вертикальному дзеркалі.

Вертикальне дзеркало розміщене на фронтальній стіні кімнати (рис.5.6). Для побудови відображення вертикального відрізка AB проводять через нього допоміжну глибинну світлову площину ABP. В цій же площині буде розміщена і пряма A_0B_0 – відображення прямої AB в дзеркалі. При цьому точка B_o розміщена на такій же відстані від дзеркала, як і точка B. Для визначення положення точки B_o будують точку *1* - точку перетину прямої PB із дзеркалом. Потім із точки В проводять пряму паралельну картині, на якій відкладають одинакові між собою довільні відрізки $B2 = 23$. Точка F_3 перетину прямої *12* з лінією горизонту буде точкою збігу горизонтальних прямих пропорційного поділу. Пряма $3F_3$ в перетині з прямою BP визначить точку B_o – відображення в дзеркалі точки B.

Відображенням вертикальної прямої *AB* буде вертикальна пряма A_0B_o, проведена з точки B_o в площині *ABP*.

Таким же прийомом побудовано відображення вертикальної прямої та призматичного прорізу, який знаходиться праворуч від головної точки картини *P*. Побудова відображення вертикального відрізка *AB* розглянута на рис.5.6. При побудові відображення призматичного прорізу використано пропорційний поділ з точкою збігу F_2 (рис.5.7).

Дзеркало розміщене на боковій стіні кімнати, яка є глибинною площиною (рис.5.8). Перед дзеркалом міститься вертикальний відрізок *AB*. Для побудови його відображення насамперед проводять через всі точки предмета перпендикуляри до площини дзеркала, які будуть паралельні фронтальній стіні, а відповідно, і основі картини. Потім через відрізок *AB* проводять фронтальну площину, яка перетне стіну з навішеним дзеркалом по прямій *12*. Відклавши на перпендикулярах однакові відрізки за дзеркало $B1=1B_0$ та $A2\text{-}2A_0$, будують відображення предмета, який знаходиться перед дзеркалом. Також будується відображення картини в дзеркалі, яка розміщена на фронтальній стіні. Якщо вертикальне дзеркало не паралельне картині (рис.5.9), то відображення в ньому будують також за допомогою подільного масштабу. На лінії горизонту вибирають довільну точку F_3 – точку збігу горизонтальних прямих пропорційного поділу, прямих перпендикулярних до дзеркала (пряма F_12). Проведена з точки *2* горизонтальна пряма, на якій лініями F_3 3 і F_34 позначені точки *3'*, *4'*, відрізки між якими симетрично відкладені ліворуч від лінії F_33. Отримані точки сполучають з точкою збігу F_3 і на лінії F_12 визначають відображення точок (на прикладі позначена точка 2_o). Відображення вертикальних прямих – вертикальні прямі. Прямі, паралельні та перпендикулярні до площини дзеркала, зберігають у відображенні ті ж напрямки, а їх перспективи – ті ж точки збігу.

Дзеркало має точки збігу F_1 та F_2 (рис.5.10). Побудувати в ньому відображення вертикального відрізка *AB*. насамперед з точок *A* та *B* проводять до площини дзеркала перпендикуляри, точкою збігу яких буде точка F_1. Для визначення точок перетину перпендикулярів з дзеркалом проводять через них допоміжну вертикальну променеву площину AF_1B. Отже, вона перетне площину дзеркала по прямій *12*.

Точки *1* та 2 будуть точками перетину перпендикулярів з площиною дзеркала. Для цього проводять вертикальну площину ABF_1. В цій площині розміщена і пряма A_0B_0 - відображення прямої *AB* в дзер-

калі. При цьому, відрізок A_0B_0, розміщений на такій самій відстані від дзеркала, як і відрізок *AB*.

Для визначення положення точки B_o через точку *1* проводять пряму паралельну картині. Точку *B* сполучають з довільно вибраною точкою F_3 – точкою збігу горизонтальних прямих пропорційного поділу. Перетин прямої BF_3 з фронтальною прямою, яка проходить через точку *1*, визначить точку *3*. За дзеркало відкладають відрізок *14*, рівний відрізку *13 (14=13)*. Перетин ліній BF_1 та $4F_3$ визначить точку B_o – відображення точки *B*. Відображенням вертикальної прямої *AB* буде вертикальна пряма A_0B_0, проведена з точки B_o в площині ABF_1.

Дзеркало нахилене до предметної площини та перпендикулярне до картини.

Отже, горизонтальні його краї будуть глибинними прямими з головною точкою збігу *P* (рис.5.11). На картині зображена кімната з фронтальною стіною. На правій боковій стіні висить похиле дзеркало, а у ліворуч дзеркало стоїть на підлозі та спирається на неї. Перед дзеркалами на підлозі стоять умовні вертикальні відрізки *AB* та *CD*. Потрібно побудувати їх відображення в дзеркалах. Насамперед через задані вертикальні відрізки проводять допоміжні площини, перпендикулярні дзеркалу. Так як за умовою площини дзеркал та картини взаємно перпендикулярні, допоміжні площини повинні бути фронтальними. Через кінці *B* та *D* відрізків проводять лінії *B1* та *D1*, перетину допоміжних фронтальних площин з предметною – паралельно основі картини. Зверніть увагу, що точка *1* визначається, як перетин основи дзеркала з допоміжною фронтальною площиною. Через точку *1* паралельно боковим краям дзеркала проводять лінію *12* перетину цих площин. Так як через відрізки *AB* та *CD* проведені фронтальні площини, то прямі кути між перпендикулярами та прямою *12* будуть натуральними (без спотворення).

За площину дзеркала відкладають відповідно рівні відрізки, як показано на рис.5.11.

Відмітимо, що точка *2* на лінії перетину площин буде і точкою перетину продовження заданих відрізків та їх відображень. Відрізок та його відображення в дзеркалі симетричні відносно лінії перетину *12*. Ця обставина полегшує побудову відображення. Спочатку знаходять точки *1* та *2*, подовживши заданий відрізок *AB* і *CD*. Потім будують відображення точки B_o та D_O основи предмета.

Сполучивши їх з точкою *2*, визначимо кінці A_o та C_o відрізків відображення в похилих дзеркалах.

Запитання для самоконтролю.

1. Що таке дзеркальне відображення відносно площини (дзеркальна симетрія) ?
2. У чому полягає залежність між відображеннями предмета від дзеркальної поверхні і предметом ?
3. Які побудови треба виконати для одержання дзеркального відображення точки ?
4. Чому зображення предмета у воді є його перевернуте дзеркальне відображення ?

ЛІТЕРАТУРА

Барышников А.П. Перспектива. – М., 1955.

Бубенников А.В. Начертательная геометрия. – М. : Висш. шк., 1985.

Владимирский Г.А. Перспектива. – М., 1969.

Євстифеев М.Ф. Построение архитектурных форм в перспективе. – К., 1973.

Добряков А.И. Курс начертательной геометрии. – М. : Государственое архитектурное издательство, 1949.

Климихин А.Г. Курс начертательной геометрии. – К., 1958.

Колотов С.М., Дольский Е.Е., Михайленко В.Е. и др. Начертательная геометрия. – К. : Гостройиздат, УССР, 1961.

Короев Ю.И. Начертательная геометрия. – М. : Стройизат, 1987.

Макарова М.Н. Перспектива. – М. : Изд. Просвещение, 1989.

Михайленко В.Е., Евстіфеєв М.Ф., Ковальов С.М., Кащенко О.В. Нарисна геометрія. – 2-ге вид. – К. : Вища шк., 2004.

Тимрот Е.С. Начертательная геометрия. – М. : Гостройиздат, 1962.

Хория Теодору. Перспектива. – Бухарест : Издательство ″Меридиане″, 1964.

Навчальне видання

Кущ Микола Васильович

ПЕРСПЕКТИВА

Навчальний посібник

Підп. до друку 29.11.2010 Формат 60х84 1/16. Папір др. апарат.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 5,5 Зам. 275 Наклад 300

Видавець і виготівник
Національна академія керівних кадрів культури і мистецтв
01015, м. Київ, вул. Івана Мазепи, 21
Свідоцтво про внесення Державного реєстру суб'єктів видавничої справи
ДК № 2544 від 27.06.2006.