

Л. А. Останкова, Н. Ю. Шевченко

АНАЛІЗ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
для студентів вищих навчальних закладів*

Київ
«Центр учбової літератури»
2011

УДК 330.131.7(075.8)

ББК 65.050я73

О-76

Гриф надано

Міністерством освіти і науки України

(Лист № 1/11-9510 від 14.10.2010 р.)

Рецензенти:

Клименюк Н. Н. – доктор економічних наук, професор;

Вітлінський В. В. – доктор економічних наук, професор;

Булєєв І. П. – доктор економічних наук, професор.

Останкова Л. А., Шевченко Н. Ю.

О-76 Аналіз, моделювання та управління економічними ризиками. Навч. посіб. – К.:
Центр учбової літератури, 2011. – 256 с.

ISBN 978-611-01-0211-7

Посібник містить основні теоретичні аспекти дисципліни «Аналіз, моделювання та управління економічними ризиками», основні методи прийняття рішень в умовах конкуренції й невизначеності, особливості управління ризиками в економічній сфері. Наводяться приклади вирішення прикладних економічних задач.

УДК 330.131.7(075.8)

ББК 65.050я73

ISBN 978-611-01-0211-7

© Останкова Л. А., Шевченко Н. Ю. 2011.

© Центр учбової літератури, 2011.

ЗМІСТ

Вступ	7
Розділ І. АНАЛІЗ ТА УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ	8
1.1 Концепція ризику в діяльності економічних систем	8
1.1.1 Поняття економічного ризику	8
1.1.2 Класифікація ризику	9
1.1.3 Невизначеність та ризик. Класифікація і причини виникнення невизначеності	10
1.1.4 Системний аналіз економічного ризику	12
1.2 Застосування теорії корисності в управлінні економічними ризиками	12
1.2.1 Основні визначення концепції корисності	12
1.2.2 Графік функції корисності	17
1.2.3 Основні функції корисності	19
1.2.4 Дерево рішень у контексті концепції корисності	20
1.3 Кількісний аналіз ризику	24
1.3.1 Загальні підходи до кількісного оцінювання ступеня ризику	24
1.3.2 Інваріантні методи оцінки ризику (метод аналогій, аналіз чутливості)	25
1.3.3 Оцінка економічного ризику на основі методів математичної статистики	30
1.4 Оптимізація ризику при оцінці цінних паперів і прийнятті рішень з фінансових інвестицій	33
1.4.1 Концепція ризику та методи його оцінки	33
1.4.2 Методики оцінки ризику цінних паперів	35
1.4.3 Ризик інвестиційного портфеля	38
1.5 Моделювання та оптимізація ризику при прийнятті рішень з реальних інвестицій	46

1.5.1	Поняття реальних інвестицій та види ризику при оцінці інвестиційних проектів	46
1.5.2	Ключові категорії та положення розробки варіантів інвестиційних проектів	47
1.5.3	Критерії оцінки інвестиційних проектів	48
1.5.4	Техніка дисконтування. Майбутня вартість	51
1.5.5	Оцінка ефективності доступних можливостей інвестування	54
1.5.6	Вплив ризику та інфляції на величину очікуваної ставки відсотка (дисконту)	58
1.5.7	Оцінка ринкової вартості підприємства та ризик	60
1.6	Експертні методи суб'єктивних оцінок у вимірі ризику	63
1.6.1	Поняття експертних методів	63
1.6.2	Загальна схема експертизи	65
1.6.3	Формування множини припустимих оцінок	67
1.6.4	Характеристика групи експертів	68
1.6.5	Статистичні методи обробки експертної інформації ..	70
1.6.6	Побудова узагальненої оцінки при обробці експертами інформації	80
1.7	Моделювання економічного ризику на основі концепції теорії гри	94
1.7.1	Теоретико-ігрова модель та її основні компоненти	94
1.7.2	Класифікація інформаційних ситуацій	97
1.8	Прийняття багатоцільових рішень в умовах ризику	105
1.8.1	Ієрархічна структура багатоцільових задач	105
1.8.2	Структурна схема побудови моделі багатоцільових задач	107
1.8.3	Постановка багатокритеріальної задачі управління в умовах ризику	109
1.8.4	Багатокритеріальна модель обґрунтування прийняття рішень	112
1.9	Динамічні багатокритеріальні задачі	119

1.9.1	Поняття динамічного програмування	119
1.9.2	Особливості задач динамічного програмування	121
1.9.3	Динамічні багатокритеріальні задачі	125
1.10	Економічний ризик та деякі моделі і методи стохастичного програмування	132
1.10.1	Загальні положення методу стохастичного програмування	132
1.10.2	Класифікація задач стохастичного програмування .	134
1.10.3	Прийняття рішень за умов ризику. Зона невизначеності	139
1.11	Оптимізація ризику при управлінні запасами	144
1.11.1	Управління запасами за умов невизначеності	144
1.11.2	Моделі управління запасами коштів	147
1.12	Основи економічної безпеки та стратегія управління ризиками	151
1.12.1	Поняття економічної безпеки (ЕБ)	151
1.12.2	Структура ЕБ та загальна концепція безпеки промислового підприємства	152
1.12.3	Показники та критеріальна оцінка ЕБ	153
1.12.4	Стратегія управління ризиками	155
Розділ II. ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ		161
2.1	Управління інвестиційною діяльністю підприємства на основі моделі синхронного планування	161
2.2	Вибір оптимальної інвестиційної стратегії	166
2.3	Формування оптимального портфеля цінних паперів	170
2.4	Модель заміни застарілих основних виробничих фондів	184
2.5	Модель оптимізації кредитного ризику	192
2.6	Оцінка кредитного ризику на основі нечіткої системи визначення рівня резерву комерційного банку	197

2.7 Моделювання показників економічної безпеки підприємства на основі нечіткої логіки	208
2.8 Модель управління запасами торговельного підприємства ..	221
Додатки	227
Література	253

ВСТУП

В умовах становлення нової фінансової системи, орієнтованої на соціальну ринкову економіку, механізм регулювання фінансових відносин мікрорівня вимагає не меншої уваги, ніж макрорегулятор економічних відносин.

Ризик у підприємницькій діяльності природно поєднується з менеджментом, з усіма його функціями — плануванням, організацією, оперативним управлінням, використанням персоналу, економічним контролем. Кожна з цих функцій пов'язана з певним ступенем ризику і вимагає створення адаптивної до нього системи господарювання.

Вивчення та облік невизначеності, конфліктності, багатокритеріальності й пов'язаного з ними ризику є важливим напрямом сучасної економічної теорії. Об'єкт управління ситуацією характеризується багатоваріантністю розвитку та можливістю виникнення непередбачених ситуацій. Таким чином, основними характеристиками сучасного економіста, фінансиста, керівника є вміння працювати в умовах невизначеності, робити раціональний вибір із безлічі можливих альтернатив.

Головне завдання курсу — озброїти майбутніх фахівців з бізнесу систематизованими знаннями аналізу, моделювання та управління ризиками.

Запропонований методичний посібник надає можливості студентам опанувати навичками самостійного аналізу, ідентифікації ризику, проведення відповідних обчислень, використовуючи можливості комп'ютерної техніки, навчитися контролювати, моделювати ризик, управляти ним на основі певних методів економічної теорії ризиків.

РОЗДІЛ I

АНАЛІЗ І УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ

1.1. Концепція ризику в діяльності економічних систем

1.1.1. Поняття економічного ризику

Ризик — імовірність події чи групи споріднених випадкових подій, які спричиняють збитки об'єкту, який володіє даним ризиком.

Економічний ризик — об'єктивно-суб'єктивна категорія подолання конфліктності й невизначеності в ситуації неминучого вибору, що відображає ступінь досягнення очікуваного результату з урахуванням контрольованих і неконтрольованих факторів.

Об'єкт ризику — економічна система, для якої умови функціонування й ефективність результатів діяльності точно не відомі.

Суб'єкт ризику — індивід або колектив, зацікавлені в результатах управління об'єктом ризику та ті, що мають компетенцію приймати рішення щодо даного об'єкта.

Види суб'єктів ризику:

1. Противник ризику, тобто людина, яка при даному очікуваному доході віддає перевагу гарантованим результатам (не схильна до ризику).

2. Нейтральний (байдужий) до ризику — людина байдужа до вибору між гарантованим і ризиковим результатом. На вибір об'єкта впливають якісні, не цінові фактори.

3. Схильний до ризику — людина, яка надає перевагу ризиковому результату відносно гарантованого.

Джерело ризику — фактори (явища, процеси), які спричинюються невизначеністю та конфліктністю.

Фактори поділяються на об'єктивні й суб'єктивні.

Об'єктивні фактори — фактори, які не залежать від фірми (зовнішні): законодавча база, соціально-економічні (політичні, ринкові, митні), природні фактори.

Суб'єктивні фактори — фактори, які безпосередньо залежать від фірми: рівень організації виробництва, можливість забезпечення якості продукції, вибір типу контрактів, ступінь кваліфікації.

1.1.2. Класифікація ризику

Класифікація ризику здійснюється в такий спосіб, залежно від обраної ознаки [2, 5–6, 13, 26].

1) За масштабами і розмірами:

- глобальний;
- локальний.

2) За аспектами:

- психологічний;
- соціальний;
- юридичний;
- політичний;
- медико-біологічний;
- комбінований.

3) За ступенем об'єктивності й суб'єктивності рішень:

- з об'єктивною ймовірністю;
- з суб'єктивною ймовірністю;
- з об'єктивно-суб'єктивною ймовірністю.

4) За ступенем ризикованості рішень:

- мінімальний;
- припустимий;
- критичний;
- катастрофічний.

5) За типами ризику:

- динамічний — ризик непередбачених змін вартості основного капіталу внаслідок прийняття управлінських рішень, непередбачених обставин (можливі не тільки збитки, а й одержання прибутку);
- статичний — ризик втрати реальних активів внаслідок нанесення збитків власності або втрати доходу у зв'язку з недієздатністю організації (тільки збитки).

6) Щодо часу прийняття ризикових рішень:

- своєчасний;
- запізнілий;
- випереджальний.

7) За кількістю осіб, які приймають рішення:

- індивідуальний;
- колективний.

8) Щодо ситуації:

- стохастичний (в умовах невизначеності);
- конкуруючий (в умовах конфлікту).

9) Відносно діяльності економічних суб'єктів:

- виробничий — ризик, пов'язаний з можливістю невиконання фірмою своїх зобов'язань за договором або контрактом з іншим суб'єктом господарської діяльності внаслідок здійснення виробничої господарської діяльності;
- фінансовий (кредитний) — ризик невиконання фірмою своїх фінансових зобов'язань перед інвестором внаслідок використання кредиту для фінансування своєї діяльності;
- інвестиційний (портфельний) — ризик пов'язаний з можливим знецінюванням інвестиційно-фінансового портфеля, що складається як із власних цінних паперів, так і придбаних;
- ринковий — ризик пов'язаний з можливим коливанням ринкових процентних ставок, як власних національних грошових одиниць, так і закордонних.

1.1.3. Невизначеність та ризик.

Класифікація і причини виникнення невизначеності

Невизначеність — це фундаментальна характеристика недостатнього забезпечення знаннями процесу прийняття економічного рішення щодо певної проблемної ситуації, тобто це невірогідність (наявність фіктивних даних), неоднозначність (нечіткість, неточність), невідомість (часткова або повна відсутність інформації про певну проблемну ситуацію) [5–6].

Повна невизначеність — такий вид невизначеності, що характеризується близькою до нуля прогностичністю подій:

$$\lim_{t \rightarrow n} P_t = 0, \quad (1)$$

де P_t — імовірність настання події;

t — час;

n — кінцевий час прогнозування події.

Висновок: таким чином, в умовах повної невизначеності суб'єкти господарської діяльності повністю не мають можливості яким би то не було способом прогнозувати як перспективу свого власного розвитку, так і ринку в цілому.

Повна визначеність характеризується близькою до 1 прогностичністю події:

$$\lim_{t \rightarrow n} P_t = 1 \quad (2)$$

Висновок: повна визначеність дає можливість суб'єктам господарської діяльності зі 100%-ною імовірністю прогнозувати не тільки свою стратегію на ринку, але і його тенденції розвитку.

Часткова невизначеність характеризується імовірністю настання події, а отже, її ступенем її прогностичності в межах від 0 до 1:

$$0 \leq \lim_{t \rightarrow n} \leq 1 \quad (3)$$

Часткова невизначеність для суб'єктів господарської діяльності має конкретний практичний характер, на відміну від першого та другого видів, які являють собою теоретичне припущення щодо можливостей господарських суб'єктів.

Причини виникнення невизначеності

1. Недетермінованість процесів і, як наслідок, відсутність можливості повного проорокування й прогнозування даних.

2. Відсутність повної інформації або її суб'єктивного аналізу при плануванні поведінки (об'єкта) суб'єкта.

3. Вплив суб'єктивних факторів на результати проведених досліджень (рівень кваліфікації працівників, які проводять аналіз, величина тимчасового простору аналізованого періоду).

Виходячи з цього у процесі оцінки невизначеності й кількісного визначення рівня ризику використовують імовірнісні розрахунки.

1.1.4. Системний аналіз економічного ризику

Аналіз ризику — це методологія, за допомогою якої *невизначеність*, властива найважливішим техніко-економічним показникам (норма доходу, чиста приведена вартість), аналізується й розглядається в контексті майбутніх періодів для оцінки впливу ризику на відповідні результати.

Комплексний аналіз ризику містить:

- якісний аналіз ризику, тобто виявлення факторів ризику, областей ризику, ідентифікація всіх можливих ризиків;
- формування системи кількісних показників рівня ризику;
- кількісний аналіз ризику, тобто чисельне визначення ступеня окремих ризиків та ризику даного проекту в цілому;
- моделювання та прогнозування ризику;
- управління ризиком з метою зниження його впливу.

Системний підхід заснований на необхідності розглядати всі явища та процеси в їх взаємозалежності, з урахуванням впливу один на одного та зворотного зв'язку.

1.2. Застосування теорії корисності в керуванні економічними ризиками

1.1.1. Основні визначення концепції корисності [5–6]

Корисність W — певне число, яке приписується індивідом кожному можливому результату. Корисність виражає ступінь задоволення, яке одержує суб'єкт у результаті споживання товару або послуги.

Функція корисності (функція Неймана-Моргенштерна) U/W — показує корисність, яку приписує особа, яка приймає рішення (ОПР), кожному можливому результату залежно від ставлення до ризику.

Очікувана корисність події — сума добутків імовірностей виникнення даної події (p_i) на значення корисності (W_i) її:

$$\overline{W} = \sum_{i=1}^n p_i W_i \quad (4)$$

Вибір ОПР (особи, яка приймає рішення) в умовах ризику формалізується за допомогою поняття втрати, при цьому ОПР виявляє свої індивідуальні смаки й схильність до ризику. Рішення її може бути знайдене на основі наступного алгоритму:

- привласнюються довільні значення корисності виграшу для кращого й гіршого наслідків, причому гіршому із наслідків ставиться у відповідність менше значення корисності;
- гравцеві надається вибір: одержати певну гарантовану суму W , що знаходиться в інтервалі між гіршим (s) і кращим (S) значеннями виграшів $s < W < S$; взяти участь у грі (лотереї), тобто одержати з імовірністю $(1-p)$ найбільшу грошову суму S і з імовірністю p одержати найменшу грошову суму s , при цьому імовірність варто змінювати (зменшувати або підвищувати) доти, доки ОПР не стане байдужою до вибору між гарантованою сумою й грою.

Функція корисності має вигляд:

$$W = pU(s) + (1-p)U(S), \quad (5)$$

де p — задана імовірність.

Безумовний грошовий еквівалент (БГЕ) — максимальна сума грошей, яку ОПР готовий заплатити за участь у грі (лотереї), або мінімальна сума грошей, за якої він готовий відмовитися від гри.

Очікувана грошова оцінка (ОГО) — середній виграш у грі.

Висновок. Якщо $\text{БГЕ} = \text{ОГО} \Rightarrow$ ОПР — об'єктивіст. Якщо $\text{БГЕ} \neq \text{ОГО} \Rightarrow$ ОПР — суб'єктивіст (якщо $\text{БГЕ} > \text{ОГО} \Rightarrow$ ОПР — схильний до ризику; якщо $\text{БГЕ} < \text{ОГО} \Rightarrow$ ОПР — не схильний до ризику).

Детермінований еквівалент лотереї L — це гарантована сума $\hat{x}$, отримання якої еквівалентне участі в лотереї, тобто $\hat{x} \approx L$. Отже, $\hat{x}$ визначається із рівняння:

$$U(\hat{x}) = M[U(x)], \text{ чи } \hat{x} = u^{-1}MU(x). \quad (6)$$

Особу, яка приймає рішення, називають не схильною до ризику, якщо для неї більш пріоритетною є можливість отримати гарантовано сподіваний виграш у лотереї, ніж брати в ній участь.

Премія за ризик — це сума, якою суб'єкт ризику згоден знехтувати із середнього виграшу за те, щоб уникнути ризику, пов'язаного з лотереєю.

Страхова сума — величина детермінованого еквіваленту із протилежним знаком.

Приклад. Гранична корисність зменшується з 15 одиниць, якщо дохід зростає від 0 до 1000 грн, до 10 одиниць, якщо дохід збільшується від 1000 грн до 2000 грн, та до 5 одиниць, якщо дохід зростає з 2000 до 3000 грн (рис. 1).

Припустимо, що людина з такою функцією корисності має дохід 1500 грн і оцінює нове місце роботи, яке пов'язане з ризиком. Доход на новому місці роботи може бути більшим вдвічі, тобто 3000 грн, або менше на 500 грн, кожна альтернатива має ймовірність $p = 0,5$. Що має вчинити людина? Яке місце роботи слід обрати?

Із рис. 1 знаходимо, що корисність на старому місці роботи складає 20 одиниць. Рівень корисності, що відповідає доходам у 1000 грн, складає 15 одиниць, а рівень корисності, пов'язаний з доходами у 3000 грн, дорівнює 30 одиниць.

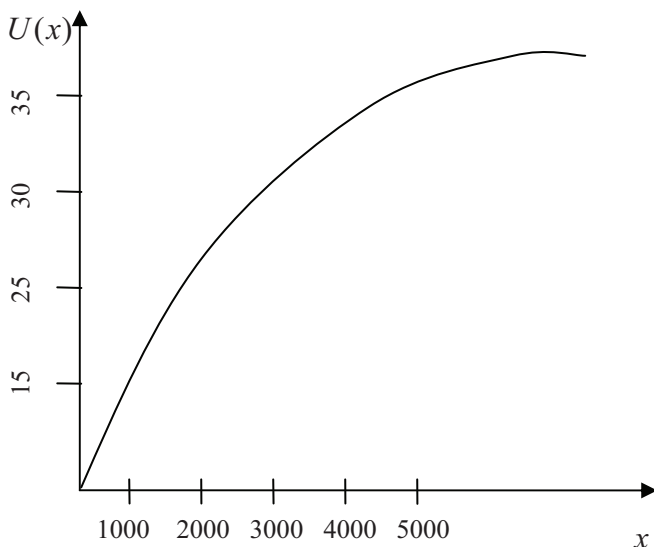


Рис. 1. Функція корисності особи, яка неохильна до ризику

Використовуючи формулу для розрахунку сподіваної корисності, маємо:

$$\bar{U} = M[U] = P_1 U(x_1) + P_2 U(x_2) = 0,5U(1000) + 0,5U(3000) = 0,5 \cdot 15 + 0,5 \cdot 30 = 22,5 \text{ од.}$$

Отже, нове місце роботи, яке пов'язане з ризиком, є більш пріоритетним, бо сподівана корисність $\bar{U} = 22,5$ одиниць більша, ніж корисність, пов'язана з тивим місцем роботи, яка становить лише 20 одиниць.

Отже, цій особі слід прийняти рішення про перехід на нове місце роботи, хоча воно й пов'язане з ризиком.

Підррахуємо також винагороду за ризик $\pi(x)$. Ми вже знаємо, що сподівана корисність у 22,5 одиниць досягається при переході на нове місце роботи. Сподіваний дохід $M[x(\omega)]$ при цьому складає 2000 грн Але, як видно з рис. 1, рівень корисності в 22,5 одиниць може бути досягнутий, якщо стабільний дохід цієї особи, тобто детермінований еквівалент $\hat{x}$, буде дорівнювати 1750 грн.

Премію за ризик визначають наступним чином:

$$\pi(x) = M[x(\omega)] - \hat{x}$$

$$\pi(x) = 2000 - 1750 = 250 \text{ грн}$$

Отже, 250 грн складає, власне, той розмір доходу, яким особа готова знехтувати, вважаючи пріоритетнішою роботу з доходом у 1750 грн, аніж з ризикованим.

Приклад. Особа, функція корисності якої зображена на рис. 1, має декілька альтернативних варіантів, обираючи місце роботи. Перше місце роботи пов'язане зі стабільним доходом у 2000 грн, друге — з ризиком: мати доход у 3000 грн з імовірністю $p=0,5$, чи доход у 1000 грн. Третє місце роботи також пов'язане з ризиком: мати доход 5000 грн з імовірністю $p=0,5$ чи не мати ніякого доходу. Яке місце роботи обрати даній особі?

На першому місці роботи зі стабільним доходом у 2000 грн особа має корисність доходу 25 одиниць.

При обранні другого місця роботи середній дохід складає:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3000 + 1000}{2} = 2000 \text{ грн і дорівнює доходу на першо-}$$

му місці роботи.

Корисність при цьому дорівнює:

$$\bar{U} = M[U] = 0,5U(3000) + 0,5U(1000) = 0,5 \cdot 30 + 0,5 \cdot 15 = 22,5 \text{ од.}$$

При обранні третього місця роботи сподіваний дохід складає 2500 грн:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{5000 + 0}{2} = 2500 \text{ грн}$$

Корисність при цьому складає:

$$\bar{U} = M[U] = 0,5U(5000) + 0,5U(0) = 0,5 \cdot 35 + 0,5 \cdot 0 = 17,5 \text{ од.}$$

Обираємо максимальну корисність:

$$\max\{25; 22,5; 17,5\} = 25 \text{ од.}$$

Отже, з трьох місць роботи слід обрати перше, де корисність максимальна і дохід стабільний.

1.2.2. Графік функції корисності [2, 5–6, 13, 26]

Позначимо $U(X)$ — корисність грошової суми x з точки зору індивіда, тоді принциповий вид функції корисності має вигляд, вказаний на рис. 2 [2, 5–6, 26].

Головна властивість графіка — опуклість, тобто приріст корисності грошей зменшується зі збільшенням їхньої кількості.

Принцип Неймана — Моргенштерна. Індивід буде робити так, щоб максимізувати очікуване значення корисності [13, 26].

ОПР схильний до ризику тоді і тільки тоді, коли функція корисності має вигляд $U''(x) > 0$ (рис. 3).

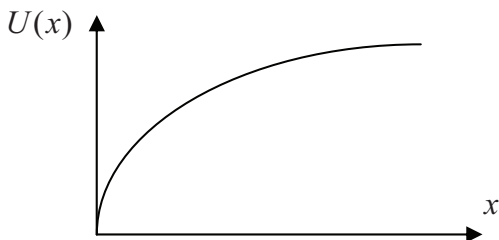


Рис. 2. Графічне зображення корисності

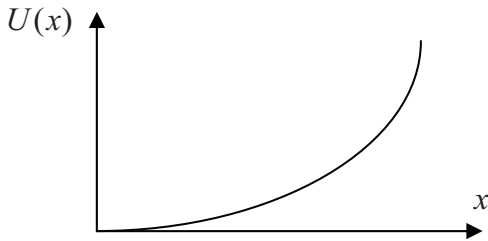


Рис. 3. Функція корисності $U''(x) > 0$

ОПР неохильний до ризику тоді і тільки тоді, коли $U''(x) < 0$ (рис. 4).

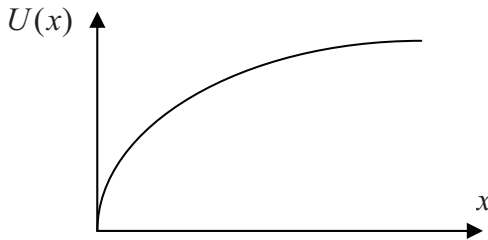


Рис. 4. Функція корисності $U''(x) < 0$

ОПР байдужий до ризику, тоді і тільки тоді, коли функція корисності лінійна, а графік функції — пряма лінія.

Для характеристики ставлення до ризику застосовується функція неохильності до ризику, що будується на основі функції корисності і має вигляд:

$$r(x) = \frac{U''(x)}{U'(x)}$$

За допомогою даної функції можна дати найбільш повну характеристику ставлення ОПР до ризику (табл. 1).

Таблиця 1. Основні варіанти поведінки ОПП

Характеристики $r(x)$	Ставлення до ризику ОПП
1. $r > 0, \dot{r} > 0$	Зростаюча неохочість до ризику
2. $r > 0, \dot{r} < 0$	Неохочість до ризику, що зменшується
3. $r > 0, \dot{r} = 0 (r = \text{const} > 0)$	Постійна неохочість до ризику
4. $r < 0, \dot{r} > 0$	Охочість до ризику, що зменшується
5. $r < 0, \dot{r} < 0$	Зростаюча охочість до ризику
6. $r < 0, \dot{r} = 0 (r = \text{const} < 0)$	Постійна охочість до ризику
7. $r = 0$	Нейтральне ставлення до ризику

1.2.3. Основні функції корисності [13, 26]

Основні функції корисності використовуються для вивчення, аналізу та оцінки поведінки суб'єктів ризику:

1. $U(x) = a + bx$; ($b > 0$) — функція, що відображає нейтральність до ризику.

2. $U(x) = \log_a(x + b)$; ($x > -b, a > 1$) — функція, що виражає убутну неохочість до ризику.

3. $U(x) = -e^{-cx}$; ($c > 0$) — постійна неохочість до ризику.

4. $U(x) = -e^{cx}$; ($c > 0$) — постійна охочість до ризику.

5. $U(x) = a + bx - cx^2$; ($c > 0; x < \frac{b}{2c}$) — зростаюча неохочість до ризику.

6. $U(x) = -x^2$; ($x < 0$) — зростаюча охочість до ризику.

7. $U(x) = a + bx + cx^2$; ($c > 0$; $x > \frac{b}{2c}$) — убутна схильність до ризику.

зику.

8. Функція з інтервальною нейтральністю до ризику, що дозволяє з будь-яким ступенем точності апроксимувати будь-яку функцію корисності. Дану функцію зручно задавати графічно (рис. 5).

Одним із основних видів функції корисності, що характеризує фінансову поведінку людей, є функція $U(x) = \ln x$, тобто корисність нескінченно малого виграшу прямо пропорційна цьому виграшу й обернено пропорційна грошовій сумі, якою гравець володіє.

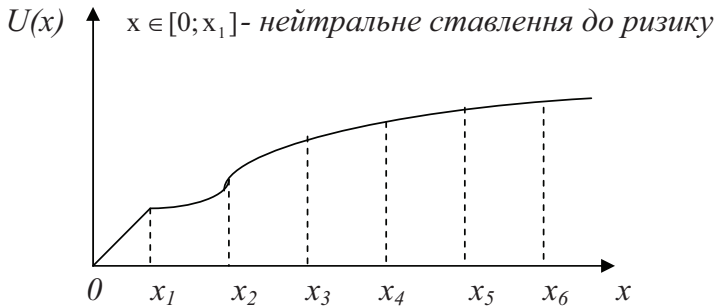


Рис. 5. Функція корисності з інтервальною нейтральністю до ризику ОПР

Отже, якщо корисність описується функцією $U(x) = \ln x$, то втрати більш відчутні, ніж виграш.

1.2.4. Дерево рішень у контексті концепції корисності [8]

Дерево рішень — графічне зображення послідовностей рішень і стану середовища із зазначенням відповідних ймовірностей і виграшів для будь-яких комбінацій, альтернатив (дій) та станів середовища [8].

Процес прийняття рішень за допомогою дерева рішень у загальному випадку передбачає виконання наступних п'яти етапів.

Етап 1. *Формулювання завдання.* Насамперед, необхідно відкинути неважливі для проблеми фактори, а серед безлічі, що залишилися, виділити істотні й несуттєві. Це дозволить привести опис завдання прийняття рішення до форми, що піддається аналізу. Мають бути виконані наступні основні процедури:

- визначення можливостей збору інформації для експериментування і реальних дій;
- складання переліку подій, які з певною ймовірністю можуть відбутися;
- встановлення тимчасового порядку розміщення подій, в результатах яких міститься корисна й доступна інформація, і тих послідовних дій, які можна здійснити.

Етап 2. *Побудова дерева рішень.*

Етап 3. *Оцінка ймовірностей станів середовища*, тобто зіставлення шансів виникнення кожної конкретної події. Слід зазначити, що вказані ймовірності визначаються або на підставі наявної статистики, або експертним шляхом.

Етап 4. *Встановлення виграшів (або програшів, як виграшів зі знаком «-»)* для кожної можливої комбінації альтернатив (дій) і станів середовища.

Етап 5. *Розв'язання задачі.*

Приклад. Керівництво деякої компанії вирішує: створювати для випуску нової продукції велике виробництво, мале підприємство чи продати патент іншій фірмі. Розмір виграшу, який компанія може одержати, залежить від сприятливого або несприятливого стану ринку (табл. 2).

Перед прийняттям рішення керівництво компанії має визначитися, замовляти додаткове дослідження ринку чи ні (вартість послуги — 25 000 грн).

Можливості фірми у вигляді умовних ймовірностей сприятливості та несприятливості ринку збуту подані в табл. 3.

Припустимо, що фірма, якій замовили прогноз стану ринку, стверджує:

- ситуація буде сприятливою з імовірністю 0,45;
- ситуація буде несприятливою з імовірністю 0,55.

На підставі отриманих відомостей необхідно прийняти рішення за допомогою дерева рішень.

Таблиця 2

Номер стратегії	Дія компанії	Виграш фірми, грн	
		позитивний результат	несприятливий результат
1	Будівництво великого виробництва (a1)	215 000	-195 000
2	Будівництво малого підприємства (a2)	130 000	-50 000
3	Продаж патенту (a3)	150 000	150 000

Імовірності сприятливості й несприятливості економічного середовища дорівнюють 0,4 і 0,6 відповідно.

Таблиця 3

Прогноз фірми	Фактично	
	сприятливий	несприятливий
Сприятливий	0,78	0,22
Несприятливий	0,27	0,73

Побудуємо дерево прийняття рішення про вибір стратегії при відсутності й наявності додаткових досліджень (рис. 6).

Визначимо для кожної стратегії порівняльний очікуваний результат або ОГО до проведення додаткових досліджень ринку:

$$\text{ОГО}_1 = 0,4 \cdot 215000 + 0,6(-195000) = -31000 ,$$

$$\text{ОГО}_2 = 0,4 \cdot 130000 + 0,6(-50000) = 22000 ,$$

$$\text{ОГО}_3 = 150000$$

Висновок: для фірми доцільно побудувати мале підприємство.

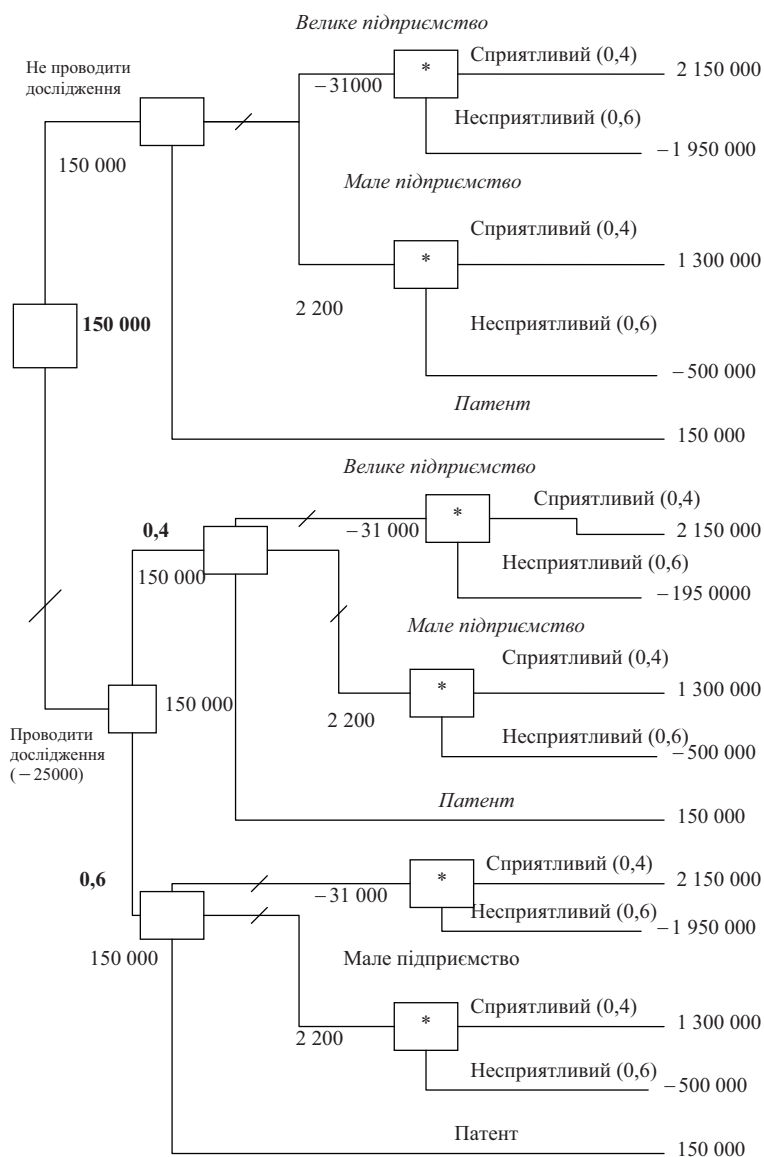


Рис. 6. Дерево рішень

1.3. Кількісний аналіз ризику

1.3.1. Загальні підходи до кількісного оцінювання ступеня ризику

Важливою проблемою є розроблення методик кількісного оцінювання ступеня ризику в різних сферах економічної діяльності, розвиток відповідного механізму моніторингу, контролю економічного ризику та управління ним на засадах системного аналізу.

Зазначимо, що історично першим способом подолання невизначеності було винайдення ймовірностей, створення теорії ймовірності на базі аксіом.

Пізніше почали застосовувати ймовірності, що не мають частотного сенсу, а виражають пізнавальну активність дослідника щодо невизначених процесів, який мусить приймати рішення (оцінювати) за умов дефіциту необхідної інформації. Зрештою з'явилися суб'єктивні (аксіологічні) ймовірності.

Нині можна виокремити низку математичних теорій, які доцільно застосовувати для формалізації невизначеності й вимірювання ризику [6, 7]:

- 1) багатозначна логіка;
- 2) теорія ймовірності;
- 3) теорія похибок (інтервальні моделі);
- 4) теорія інтервальних середніх;
- 5) теорія суб'єктивних ймовірностей;
- 6) теорія нечітких множин;
- 7) теорія нечітких мір та інтегралів.

У концептуальному сенсі кількісне оцінювання ступеня ризику ґрунтується на: якісному аналізі ризику; кількісному аналізі ризику; ставленні до ризику його суб'єкта.

Слід наголосити, що міра ризику має відображати ступінь відхилення від цілей, бажаного (очікуваного) результату, міру невдачі (збитків) з урахуванням впливу керованих (контрольованих) і некерованих (неконтрольованих) чинників, прямих і зворотних зв'язків, ураховувати різні грані цього феномена економічного

буття. Отже, можна дійти висновку, що *кількісна міра ризику є вектором*, компоненти якого відображають різні грані ризику і формуються залежно від цілей дослідження, прийнятої системи гіпотез, наявної інформації, ставлення суб'єкта ризику до невідомості, конфліктності.

Насамкінець, слід зазначити, що кількість показників ступеня ризику в економіці та підприємництві невідмінно зростає й зростає тиме надалі через багатогранність ризику.

1.3.2. Інваріантні методи оцінки ризику (метод аналогій, аналіз чутливості)

Необхідно звернути увагу на те, що для кількісного аналізу ризику використовують низку методів. Серед них, як показують дослідження [6–8], *інваріантними стосовно широкого спектра економічних проблем є:*

- метод аналогій;
- аналіз чутливості (вразливості);
- аналіз методами імітаційного моделювання;
- аналіз ризику можливих збитків.

Метод аналогій

Для аналізу ризику, яким може бути обтяжений новий проект, доцільно вивчити дані щодо наслідків впливу несприятливих чинників ризику стосовно близьких за сутністю виконуваних раніше проектів. У цій сфері діяльності найбільшу ініціативу виявляють страхові компанії.

У використанні аналогів застосовують бази даних і знань стосовно чинників ризику. Ці бази будуються на матеріалах із літературних джерел, пошукових робіт, моніторингу, шляхом опитування фахівців, менеджерів проектів тощо. Використовуючи відповідний математичний апарат, одержані дані обробляють з метою виявлення залежностей та врахування потенційного ризику при реалізації нових проектів.

Втім, слід зазначити, що навіть у відносно простих і відомих випадках невдалого завершення проектів доволі важко створити передумови для майбутнього аналізу, тобто підготувати вичерпний і реалістичний набір сценаріїв можливих невдалих завершень проектів. Отже, застосування методу аналогій буде достатнім лише в простих випадках, проте переважно його використовують як допоміжний поряд із низкою інших методів.

Аналіз чутливості

Аналіз чутливості (вразливості) є одним із найпростіших і поширених методів урахування чинників невизначеності, характерних для оцінювання проектів.

Аналіз чутливості передбачає два кроки.

Перший крок — формування моделі, яка визначає математичні співвідношення між змінними (параметрами), що стосуються прогнозування (планування) очікуваних результатів.

Другий крок — це, власне, аналіз чутливості. Він дає можливість ідентифікувати найважливіші (як чинники ризику) змінні в моделі оцінки об'єкта (проекту).

В якості *показників чутливості* об'єкта (проекту) щодо зміни певних чинників доцільно використовувати *показники еластичності*.

Еластичність — міра реагування однієї змінної величини (функції) на зміну іншої (аргументу), а коефіцієнт еластичності — це число, яке показує відсоткову зміну функції в результаті одновідсоткової зміни аргументу.

Нехай відомий вид функції, яка виражає залежність показника y від n чинників (аргументів), визначена в певній області значень цих аргументів:

$$y = f(x_1, \dots, x_n)$$

Коефіцієнт еластичності цієї функції щодо змінної x_j , $j = 1, \dots, n$ визначають за формулою:

$$\varepsilon_j = \frac{\Delta y}{y} \div \frac{\Delta x_j}{x_j} = \frac{\Delta y}{\Delta x_j} \cdot \frac{x_j}{y}, j = 1, \dots, n \quad (7)$$

Якщо функція $y = f(x)$ неперервна і диференційована у певній області значень аргументів, коефіцієнт еластичності обчислюють за формулою:

$$\varepsilon_j = \frac{\partial y}{\partial x_j} \cdot \frac{x_j}{y}, j = 1, \dots, n \quad (8)$$

Слід зазначити, що величина коефіцієнта еластичності не залежить від вибору одиниць вимірювання різних чинників. Чим більшим (за модулем) є значення коефіцієнта еластичності, тим вищим буде ступінь чутливості, а отже, і ризик щодо зміни певного чинника, від якого залежить економічний показник.

Метод чутливості для аналізу ризику відзначається простотою, але він є дещо обмеженим: за цим методом вплив на оцінку значення економічного показника кожного чинника аналізують окремо, тоді як істотне значення має їхній інтегральний вплив (власне, тут необхідно враховувати ефект синергізму); аналіз чутливості не враховує взаємозв'язку між параметрами (чинниками). Нехтування суттєвими внутрішніми залежностями між прогнозованими чинниками (змінними) може спричинити суттєву деформацію результатів аналізу.

Основні способи зниження ступеня ризику

До способів зниження ступеня ризику відносяться диверсифікація, страхування, одержання додаткової інформації під час обрання варіантів рішень і результатів їх реалізації, створення запасів та резервів тощо [6–8].

1. *Уникнення ризику* означає просте ухилення від певного заходу, що обтяжений надмірним (катастрофічним) ризиком. Однак уникнення ризику для менеджера (інвестора) нерідко означає

відмову від прибутку, а це пов'язано з ризиком не використаних можливостей. Валютного (операційного) ризику можна уникнути, відмовившись від створення іноземних дочірніх підприємств.

2. *Попередження ризику* — це досить ефективний засіб, який лише в окремих випадках дозволяє зменшити (уникнути) ризик у менеджменті.

3. *Прийняття (збереження чи збільшення) ступеня ризику* — це залишення ризику за менеджером (інвестором), тобто на його відповідальність. Вкладаючи кошти в певну справу, менеджер має бути впевненим, що є можливості покриття збитків, або що збитків не буде.

4. *Розподіл ризику* полягає в тому, щоб, наприклад, покласти певну частку відповідальності за ризик на того співучасника реального інвестиційного проекту, який краще, ніж інші, здатний його контролювати. Основні суб'єкти певного реального проекту можуть, наприклад, прийняти рішення, які розширюють або звужують коло його потенційних інвесторів: чим більшим ризиком ці суб'єкти мають намір обтяжити інвесторів, тим важче буде залучити досвідчених інвесторів до цього проекту. Тому безпосереднім учасникам проекту рекомендується, зокрема, під час проведення переговорів проявити максимальну гнучкість стосовно того, яку частку ризику вони згодні взяти на себе. Бажання обговорити питання щодо прийняття на себе головними учасниками реального проекту більшої частки ризику відкриває можливості для залучення широкого кола інвесторів, може переконати досвідчених інвесторів дещо знизити свої вимоги стосовно премії за ризик.

5. *Сутність зовнішнього страхування* ризику полягає в тому, що інвестор готовий відмовитися від частини доходів, аби уникнути ризику, тобто заплатити за зниження рівня ризику до нуля. Фактично, коли вартість страхівки дорівнює можливим збиткам, інвестор, який не схильний до ризику, захоче застрахуватися, щоб забезпечити повне повернення будь-яких можливих фінансових втрат. Страхування фінансових ризиків є одним із найпоширеніших способів зниження його рівня. Страхування — це особливі економічні відносини. Для них обов'язкова наявність двох сторін: страховика (страхової компанії) та страхувальника. Страховик створює за рахунок платежів страхувальників грошовий фонд (страховий чи резервний).

Для страхування характерні цільові призначення створюваного грошового фонду, витрати його ресурсів на покриття втрат (надання допомоги) у раніше обумовлених випадках, імовірнісний характер відносин, бо заздалегідь невідомо, коли відбудеться відповідна подія, якою буде її сила та кого із застрахованих вона зачепить; поверненість коштів, бо вони призначені для виплати відшкодування втрат страхувальникам (а не кожному окремо).

Страхова премія чи страховий внесок — це плата за страховий ризик страховика страхувальнику. Страхова сума — це сума, на яку застраховані матеріальні цінності (чи цивільна відповідальність, життя і здоров'я страховика). Ризик не підлягає відшкодуванню, тобто інвестор повинен брати на себе ризик, якщо розмір збитків відносно великий порівняно з економією на страховій премії.

Так, зокрема, більшість будь-яких проектів (особливо великих) містить певний елемент (підмножину подій), затримка реалізації якого може стати причиною суттєвого зростання обсягів витрат. Страхування ризику — це, по суті, передача певних ризиків страховій компанії. Страхування, як правило, здійснюється двома основними способами: страхування майна і страхування від нещасних випадків.

Страхування майна може мати, зокрема, такі форми: страхування ризику підрядного будівництва; страхування морських вантажів; страхування обладнання, що належить підряднику, тощо.

Страхування від нещасних випадків, зокрема, включає: страхування загальної громадянської відповідальності; страхування фахової відповідальності тощо.

6. *Лімітування*, або встановлення ліміту, тобто верхньої межі засобів, зокрема грошових. Лімітування є важливим засобом зниження рівня ризику і застосовується банками при продажу товарів у кредит (за кредитними картками), за дорожніми та єврочеками; інвестором — при визначенні суми вкладання капіталу.

7. *Диверсифікація* є процес розподілу інвестованих коштів між різними об'єктами вкладання, які безпосередньо не пов'язані між собою. На принципі диверсифікації базується діяльність інвестиційних фондів, які продають клієнтам свої акції, а одержані кошти вкладають у цінні папери, які купуються на фондовому ринку і приносять стійкий середній прибуток.

Диверсифікація дозволяє уникнути частини ризику при розподілі капіталу між різноманітними видами діяльності. Так, придбан-

ня інвестором акцій різних акціонерних товариств замість акцій одного товариства збільшує ймовірність одержання ним середнього доходу майже в три рази і відповідно втричі знижує рівень ризику.

8. *Створення резервів*, запасів на покриття ймовірних витрат є способом зниження ступеня ризику. Основною проблемою при створенні запасів та резерву на покриття ймовірних затрат є оцінювання потенційних наслідків ризику.

9. *Здобуття додаткової інформації* є одним із важливих способів зниження ризику. При використанні неточних економічних даних виникає питання про доцільність їх уточнення. Щодо планованих заходів, особливо інноваційних проєктів (технічних новинок), постає питання: чи необхідно терміново почати їх впровадження, чи є сенс провести ще якийсь додатковий експеримент для уточнення економічних показників. З одного боку, це дозволило б знизити економічний ризик, що обтяжує певний інноваційний проєкт, зменшити можливі збитки. З іншого боку, експеримент, у свою чергу, пов'язаний з певними витратами та збитками, і якщо впровадження інноваційного проєкту відкладається, то економічні збитки збільшуються. Вони особливо великі під час проведення довготермінового експерименту. У цьому випадку економічний ефект від нього віддаляється у часі. Отже, для оцінювання доцільності добування додаткової інформації необхідно порівняти економічні результати обох напрямків.

1.3.3. Оцінка економічного ризику на основі методів математичної статистики

Основні показники оцінки ризику

1. P_i — ймовірність появи випадкової величини, яка може бути визначена суб'єктивним та об'єктивним методами.

Об'єктивний метод розрахунку передбачає оцінку частоти, з якою у минулому відбувалася дана подія:

$$p = \frac{n'}{n}, \quad (9)$$

де n — повна кількість випадків;

n' — події, які цікавлять.

2. M — математичне очікування $\bar{X}$ (середнє значення) досліджуваної величини (наслідків яких-небудь дій, наприклад прибутків):

$$M = \bar{X} = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i, \quad (10)$$

де x_i — значення випадкової величини.

Середня величина є узагальненою кількісною характеристикою і не дозволяє прийняти рішення на користь одного із декількох розглянутих варіантів.

3. D — дисперсія — середньозважена величина квадратних відхилень дійсних результатів від очікуваних у середньому:

$$D(X) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - \bar{X})^2 \quad (11)$$

4. σ — середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{D(X)} \quad (12)$$

$D(X)$ і σ є показниками абсолютного коливання і вимірюються в тих же фізичних одиницях, що й варіююча ознака.

5. CV — коефіцієнт варіації:

$$CV = \frac{\sigma}{M} \quad (13)$$

При порівнянні проектів можна дотримуватися наступних правил (табл. 4).

Таблиця 4. Правила вибору більш ризикованих проектів

Співвідношення математичного очікування проектів	Співвідношення середньоквадратичного відхилення	Висновки
$\bar{X}_1 = \bar{X}_2$	$\sigma_1 < \sigma_2$	Обирається проект 1
$X_1 > X_2$	$\sigma_1 < \sigma_2$	Проект 1
$\bar{X}_1 > \bar{X}_2$	$\sigma_1 = \sigma_2$	Проект 1
$\bar{X}_1 > \bar{X}_2$	$\sigma_1 > \sigma_2$	Проект 1 більш ризиковий, але вибір залежить від ставлення ОПР до ризику
$\bar{X}_1 < \bar{X}_2$	$\sigma_1 < \sigma_2$	Проект 2 більш ризиковий, але вибір залежить від ставлення ОПР до ризику

При порівнянні двох і більше ризикових проектів чим більше CV, тим вищий ризик. В економічній статистиці встановлена наступна оцінка різних значень коефіцієнта варіації:

- до 10% — слабе коливання;
- 10–25% — помірне коливання;
- більше 25% — високе коливання.

Приклад. Проранжирувати дані контракти за математичним очікуванням, дисперсією, коефіцієнтом варіації (табл. 5).

Таблиця 5. Вихідні дані та розрахунки

Контракти		Прибуток та ймовірність значень				M	σ	CV
1	Величина прибутку	-20	0	10	40	12	21,35	1,78
	Ймовірність прибутку	0,2	0,1	0,4	0,3			

2	Величина прибутку	-10	10	20	40	12	14	1,17
	Імовірність прибутку	0,2	0,4	0,3	0,1			

Розрахуємо показники за контрактом 1:

1. $M(X) = \sum_{i=1}^4 x_i p_i = 12;$
2. $\sqrt{D} = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^4 p_i (x_i - \bar{X})^2} = 21,35;$
3. $CV = \frac{21,35}{12} = 1,78$

Висновки: таким чином, обидва варіанти дозволяють одержати однаковий очікуваний дохід ($M_1 = M_2 = 12$ тис. грн), проте відхилення результатів відрізняється. Так, за другим контрактом σ і CV менше, ніж за першим, отже, другий контракт менш ризикований.

1.4. Оптимізація ризику при оцінці цінних паперів і прийнятті рішень з фінансових інвестицій

1.4.1. Концепція ризику та методи його оцінки [7, 9]

Ризик фінансових активів — це ступінь зміни доходу (прибутковості), який можна отримати у результаті володіння даним активом [7, 9].

Фінансові активи — це фінансові інструменти (акція, облігація), які приносять дохід і мають певний рівень ризику.

Доход акції складається із двох компонентів:

- 1) дивідендів;
- 2) доходу від зміни вартості активу.

Прибутковість активу (норма прибутку) — це сума доходу, обчислювана у відсотках до первісної вартості активу; дохід — величина абсолютна, а прибутковість — відносний показник.

Приклад. Підприємець рік тому придбав акцію за ціною 15 грн, ринкова ціна акції 16,7 грн, отримані дивіденди склали 1 грн.

Сумарний дохід = $1 + 16,7 - 15 = 2,7$ грн Прибутковість = $(2,7/15) \times 100 = 18\%$.

Норма прибутку — величина випадкова, тобто може приймати значення з різною ймовірністю.

Позначимо:

n — кількість можливих спостережень норм прибутку цінного папера;

P_i — ймовірність i -ї величини норми прибутку ($i=1, n$);

R_i — i -е можливе значення норми прибутку ($i=1, n$).

Тоді норму прибутку можна визначити за формулою:

$$m = \sum_{i=1}^n P_i R_i, \quad (14)$$

де m — очікувана норма прибутку.

Допущення: значення норми прибутку цінного папера в майбутньому залежить від її значень у минулому. Позначимо:

T — кількість аналізованих періодів (тижні, місяці, роки);

R_t — норма прибутку цінного папера в періоді T .

Для простих акцій і облігацій маємо:

$$R_t = \frac{(P_t - P_{t-1} + D_t)}{T} \cdot 100, \quad (15)$$

де P_{t-1} — ціна цінного папера, відповідно, у періоді T і попередньому періоді;

D_t — дивіденди у періоді T .

Тоді

$$m = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T} \quad (16)$$

1.4.2. Методики оцінки ризику цінних паперів

Сьогодні є різні методи оцінки ризику цінних паперів [14, 21, 23].

1. *Методика ретроспективного аналізу*: використовує статистичні коефіцієнти (розмах варіації, дисперсія, коефіцієнт варіації), на основі яких робиться висновок про динаміку прибутковості акції у минулому.

2. *Перспективний аналіз* — задаються наступні показники:

D_n — песимістична оцінка прибутковості акції;

D_s — найбільш імовірна оцінка акції;

D_o — оптимістична оцінка прибутковості акції.

На основі даних показників розраховують розмах варіації R як міру ризику:

$$R = D_o - D_n \quad (17)$$

Чим більше R , тим вищий ризик активу. Для більш точного прогнозу визначають прогнозні оцінки значень прибутковості акції та імовірності їх здійснення, на основі чого розраховуються середньоквадратичні відхилення як міри ризику. Чим вище значення σ , тим вищий ризик активу.

Кореляція цінних паперів та її застосування

Кореляція — це взаємозалежність між нормами прибутку цінних паперів.

Коефіцієнт кореляції — це показник ступеня взаємозв'язку двох акцій (їхніми нормами прибутку).

Для двох простих акцій коефіцієнт кореляції складає:

$$r_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i (R_{1i} - m_1)(R_{2i} - m_2)}{\sigma_1 \sigma_2}, \quad (18)$$

де $r_{1,2}$ — коефіцієнт кореляції між акціями;

R_{1i}, R_{2i} — можливі значення норми прибутку, відповідно, 1-ї і 2-ї акцій;

m_1, m_2 — очікувані значення норми прибутку, відповідно, 1-ї і 2-ї акцій;

σ_1, σ_2 — показник ризику, відповідно, 1-ї і 2-ї акцій.

Властивості коефіцієнта кореляції

1. Коефіцієнт кореляції набуває значення у межах від -1 до 1 .

2. Абсолютна величина коефіцієнта кореляції вказує на щільність взаємозв'язку між нормами прибутку акцій, тому чим вище значення абсолютної величини, тим сильніше пов'язані дані акції між собою.

Якщо $|r| \rightarrow 1$, то між акціями тісний зв'язок.

Якщо $|r| \rightarrow 0$, зв'язок слабкий.

3. Знак коефіцієнта кореляції показує напрям взаємозв'язку норм прибутку акцій.

$r > 0$ — прямопропорційний взаємозв'язок,

$r < 0$ — зворотнопропорційний взаємозв'язок.

Якщо є статистичні дані про значення норм прибутку акцій у минулих періодах, то формула розрахунку коефіцієнта кореляції для двох акцій набуває вигляду:

$$r_{1,2} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{1t} - m_1)(R_{2t} - m_2)}{(T-1)\sigma_1 \sigma_2}, \quad (19)$$

де T — кількість періодів, для яких є інформація про норми прибутку акцій;

R_{1t}, R_{2t} — норма прибутку, відповідно, 1-ї і 2-ї акцій у періоді t ;
 m_1, m_2 — очікувані норми прибутку.

Найбільш характерні випадки кореляції двох акцій (рис. 7):

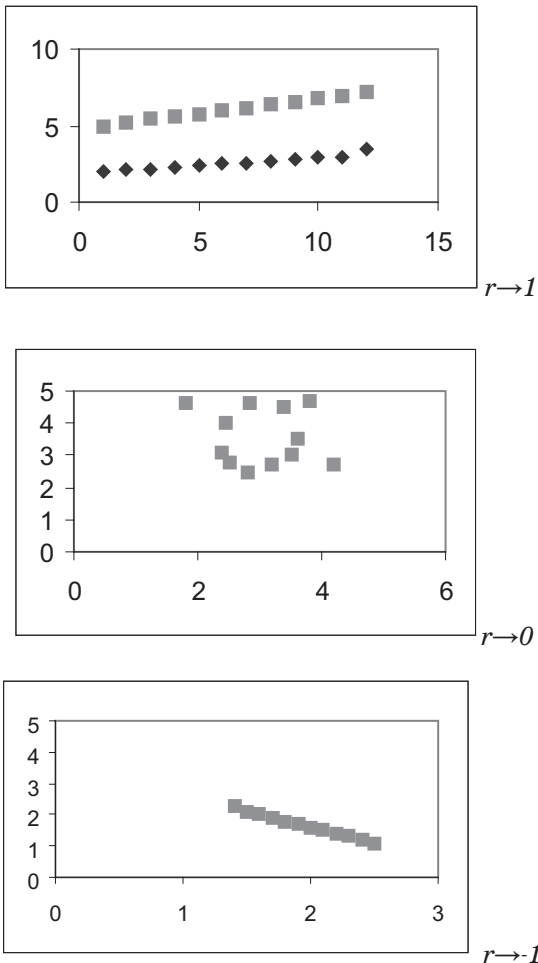


Рис. 7. Кореляція цінних паперів

1.4.3. Ризик інвестиційного портфеля [15–16, 18]

Портфель цінних паперів — це розподіл коштів між кількома різними активами (акції, облігації) у найбільш вигідній і безпечній пропорції.

Структура портфеля — це співвідношення часток інвестицій у цінні папери різних видів і підприємств у певного інвестора, суб'єкта ризику.

Ризик портфеля — це ступінь можливості (імовірність) настання таких обставин, за яких інвестор може зазнати збитків по інвестиціях або операціях із залучення ресурсів для формування портфеля.

Управління портфелем цінних паперів — це планування й регулювання структури портфеля, а також діяльність з його формування та підтримки для досягнення необхідного рівня ризику і мінімізації витрат.

Оцінка активу інвестиційного портфеля може здійснюватися двома способами:

1. Розгляд активу ізольовано від інших активів. У цьому випадку найбільш можливим є загальний ризик активу, який кількісно вимірюється як дисперсія можливих результатів щодо очікуваної прибутковості.

2. Розгляд активу як невід'ємної частини портфеля. У цьому випадку найбільш можливим є ринковий ризик, який вимірюється як частка ризику даного активу в ризику портфеля у цілому.

Прибутковість портфеля в цілому (фактична і очікувана) може бути розрахована за формулою:

$$D_p = \sum_{i=1}^n D_i \cdot d_i, \quad (20)$$

де D_p — прибутковість портфеля в цілому;

D_i — прибутковість i -ї акції в портфелі;

d_i — частка i -ї акції в портфелі;

n — кількість акцій у портфелі.

Міра ризику портфеля — це варіація прибутковості (варіація норми прибутку) або середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma_p = \sqrt{V_p}, \quad (21)$$

$$V_p = \sum_{i=1}^n p_i (R_i - m)^2, \quad (22)$$

де R_i — i -е можливе значення норми прибутку цінного папера;
 p_i — імовірність i -ї можливої величини (значення) норми прибутку;

m — очікувана норма прибутку (прибутковість).

Якщо є статистичні дані про значення доходу цінного папера у минулому, то ризик портфеля можна визначити за формулою:

$$V = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - m)^2}{T - 1}, \quad (23)$$

де R_t — норма прибутку цінного папера у періоді t ;

T — кількість аналізованих періодів;

m — норма прибутку цінного папера на ринку в середньому.

Принципи формування портфеля інвестицій

Принципи формування портфеля інвестицій засновані на теорії Вільяма Шарпа та Гаррі Марковица:

1. Успіх інвестицій в основному залежить від правильного розподілу коштів за типами активів (акції великих або дрібних компаній, короткострокові казначейські векселі, довгострокові облігації (депозити)).

2. Ризик інвестицій у певний тип цінних паперів визначається ймовірністю відхилення прибутку від очікуваного значення, тому прогнозоване значення прибутку визначається на основі обробки статистичних даних про динаміку прибутку даних цінних паперів

у минулому, а ризик — як середньоквадратичне відхилення від очікуваного прибутку.

3. Загальна прибутковість і ризик інвестиційного портфеля можуть змінюватися шляхом варіювання його структури.

4. Всі оцінки, які використовуються при складанні інвестиційного портфеля, мають імовірнісний характер, тому формування портфеля здійснюється на основі вимог таких факторів, як сформований ринок цінних паперів, певний період його функціонування, статистика ринку.

Етапи формування портфеля цінних паперів

1. Формування цілей, визначення їхньої пріоритетності, задання рівня ризику, мінімального прибутку, відхилення від очікуваного прибутку.

2. Вибір фінансової компанії: репутація фірми, її доступність, види пропонованих портфелів, їхня прибутковість.

3. Вибір банку, який веде інвестиційний рахунок.

Ефективний портфель — це такий портфель, який забезпечує максимально очікувану прибутковість при деякому заданому рівні ризику або мінімальний ризик при заданому рівні прибутковості.

Оптимальний портфель — це портфель, побудований на точці перетинання безлічі ефективних портфелів і однієї із кривих байдужості (функцій корисності) інвестора, яка відображає різні комбінації прибутковості та ризику.

Оптимізація структури портфеля [9]

Приклад. Інвестор формує портфель, який буде складатися із двох акцій *A* та *B* з нормами прибутку 150 та 200%, причому частка акцій *A* становить 30% портфеля. Визначити норму прибутку портфеля.

Норма прибутку портфеля акцій розраховується за формулою:

$$m_p = x_1 m_1 + x_2 m_2, x_1 + x_2 = 1, (0 \leq x \leq 1), \quad (24)$$

де x_i — частка i -го цінного папера у структурі портфеля.
Маємо:

$$m_p = 0.3 \cdot 150 + 0.7 \cdot 200 = 185\%$$

Слід зазначити, що норма прибутку портфеля з двох акцій завжди знаходиться в інтервалі, межами якого є норми прибутку акцій, що входять до складу портфеля.

Ризик портфеля із двох акцій визначається за формулою:

$$V_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}, \quad (25)$$

де ρ_{12} — коефіцієнт кореляції двох акцій.

Середньоквадратичне відхилення портфеля із двох акцій має вигляд:

$$\sigma_p = \sqrt{V_p}$$

Отже, варіація двох акцій залежить від ризику кожного виду акцій та кореляції цих акцій, тобто від ступеня взаємозалежності між їхніми нормами прибутку.

Структура капіталу, що забезпечує мінімальний ризик визначається з умови, що $x_2 = 1 - x_1$, та мінімізації варіації:

$$x_1^* = \frac{\sigma_2(\sigma_2 - \sigma_1 \rho_{12})}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}, x_2^* = 1 - x_1^* \quad (26)$$

Сутність *ефекту диверсифікації* полягає в тому, що збільшення сподіваної норми прибутку (починаючи з мінімально можливого значення) на певному етапі може супроводжуватися зменшенням оцінки ризику портфеля цінних паперів. Для портфеля із двох акцій диверсифікація ефективна, якщо коефіцієнт кореляції їхніх

норм прибутку — ρ_{12} , належить відріzkу $[-1; \rho')$, де $\rho' = \min\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)$.

Чим менше значення ρ_{12} , тим меншим буде ризик портфеля й ефективнішою диверсифікація.

Портфель із багатьох акцій [9]

Сподівана норма прибутку та ризик портфеля визначаються за формулами (27...29):

$$m_p = \sum_{i=1}^n x_i m_i ; \quad (27)$$

$$V_p = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} ; \quad (28)$$

$$\sigma_p = \sqrt{V_p} , \quad (29)$$

де n — кількість різних акцій, що залучаються до портфеля;

m_i — сподівана норма прибутку i -ї акції;

σ_i — ризик (середньоквадратичне відхилення) i -ї акції;

ρ_{ij} — коефіцієнт кореляції i -ї та j -ї акцій ($i, j = 1, n, i \neq j$);

x_i — частка i -ї акції, залученої до портфеля, причому $\sum_{i=1}^n x_i = 1$.

Включення до портфеля безризикових цінних паперів [7–8]

Величина сподіваної норми прибутку розміщення частки капіталу x у вигляді портфеля $E(m_E; \sigma_E)$, сформованого на основі ризикових вкладень, а частки $1 - x$ — під фіксований відсоток R_j у безризикові цінні папери, дорівнює $m_p = (1 - x)R_j + xm_E$, а оцінка ризику, враховуючи, що $\sigma_j = \sigma(R_j) = 0, \sigma_{Ej} = \text{cov}(m_E, R_j) = 0$, дорівнює:

$$\sigma_p = \sqrt{(1 - x)^2 \sigma_j^2 + x^2 \sigma_E^2 + 2x(1 - x)\sigma_{Ej}} = x\sigma_E \quad (30)$$

Отже, рівняння залежності сподіваної норми прибутку від ступеня ризику:

$$m_p = \frac{m_E - R_j}{\sigma_E} \sigma_p + R_j \quad (31)$$

Випадок 1. $0 < x < 1$ — надання кредитів під фіксований відсоток R_j .

Випадок 2. $x > 1$ — інвестор може скористатися позикою й інвестувати в ринковий портфель більше, ніж величина його власного капіталу, — ситуація отримання кредиту під фіксований відсоток R_j .

Однофакторна модель формування норми прибутку Шарпа [9]

Ринкова модель залежності норми прибутку акції від доходності ринку, яка змінюється під впливом макросередовища:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i, \quad (32)$$

де R_i — норма прибутку i -ї акції;

α_i — коефіцієнт зміщення;

β_i — коефіцієнт нахилу;

R_m — норма прибутку ринкового портфеля;

ε_i — випадкове відхилення з нульовим математичним очікуванням.

Ринковий портфель — це портфель, який включає всі наявні на ринку цінні папери у пропорції, що відповідає часткам окремих цінних портфелів у загальній капіталізації ринку.

Коефіцієнт «бета» для i -ї акції обчислюється за формулою:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma_m^2}; \sigma_m^2 = D(R_m) \quad (33)$$

Випадок 1. $\beta = 1$ — норма прибутковості акції відображає прибутковість ринку.

Випадок 2. $\beta > 1$ — акціям властива більша мінливість, ніж ринку загалом.

Випадок 3. $\beta < 1$ — акції мають меншу мінливість, ніж ринок в цілому.

Систематичний та несистематичний ризики

Виходячи із моделі Шарпа, маємо залежності:

$$m_i = \alpha_i + \beta_i m_m, \sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad (34)$$

Перша складова у формулі, яка залежить від дисперсії норми прибутку ринку загалом, відображає *оцінку систематичного (ринкового) ризику*. Друга складова, як варіація випадкової складової, відображає *оцінку несистематичного (власного) ризику* акції (рис. 8).

Для портфеля цінних паперів випадкова величина норми прибутку з урахуванням моделі Шарпа має вигляд:

$$R_p = \sum_{i=1}^n x_i R_i = \sum_{i=1}^n x_i (\alpha_i + \beta_i R_m + \varepsilon_i) = \alpha_p + \beta_p R_m + \varepsilon_p, \alpha_p = \sum_{i=1}^n x_i \alpha_i,$$

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i, \varepsilon_p = \sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i \quad (35)$$

Оцінка ступеня загального ризику портфеля:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_p}^2, \quad (36)$$

де $\beta_p^2 \sigma_m^2$ — оцінка ступеня ринкового ризику портфеля;

$\sigma_{\varepsilon_p}^2$ — оцінка ступеня власного ризику портфеля.

β — коефіцієнт портфеля є середньозважена величина β -коефіцієнтів активів, які його утворюють, тому диверсифікація не зменшує, а лише усереднює ринковий ризик портфеля.

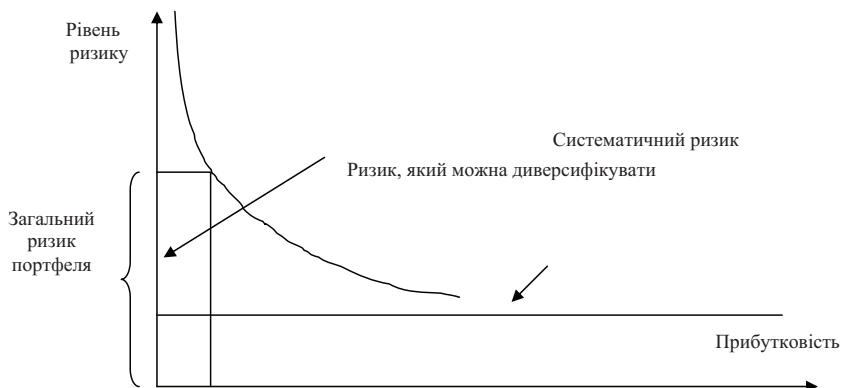


Рис. 8. Ризик портфеля інвестицій

Випадкові похибки ε_i є специфічними для кожного виду активів, тому їх можна вважати попарно некорельованими, звідки

$$\sigma_{\varepsilon_p}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2. \text{ Якщо інвестор рівномірно розподіляє кошти між}$$

цінними паперами, то $x_i = \frac{1}{n}, (i = \overline{1, n})$, при цьому власний ризик

портфеля дорівнює:

$$\sigma_{\varepsilon_p}^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \right)^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2 = \frac{1}{n} \left[\frac{\sigma_{\varepsilon_1}^2 + \dots + \sigma_{\varepsilon_n}^2}{n} \right] \quad (37)$$

Отже, $\sigma_{\varepsilon_p}^2$ в n разів менше за середній власний ризик цінних паперів, які формують портфель. Таким чином, диверсифікація суттєво (практично до нуля) зменшує власний ризик портфеля і зменшує його загальний ризик.

1.5. Моделювання та оптимізація ризику при прийнятті рішень з реальних інвестицій

1.5.1. *Поняття реальних інвестицій та види ризику при оцінці інвестиційних проектів*

Реальні інвестиції — вкладення коштів у придбання устаткування та розвиток виробництва з метою одержання прибутку в майбутньому.

Інвестиційний ризик — ризик недоотримання запланованого прибутку під час реалізації інвестиційних проектів.

Об'єкт ризику — майнові інтереси осіб, що вкладають у проект свої кошти.

Види ризиків при оцінці інвестиційних проектів [14, 23]

1. Ризик, пов'язаний з нестабільністю економічної ситуації та законодавства.
2. Зовнішньоекономічний ризик (закриття кордонів, введення обмежень на торгівлю й поставки).
3. Ризик несприятливих соціально-політичних змін у країні.
4. Ризик неповноти й неточності інформації про умови здійснення проекту.
5. Ринковий ризик, пов'язаний з коливаннями ринкової кон'юнктури, цін, валютних курсів.
6. Ризик несприятливих природно-кліматичних умов.
7. Виробничо-технічний ризик (аварії, виробничий брак, відмова устаткування).
8. Ризик невизначеності цілей, інтересів і поведінки учасників (можливих неплатежів, банкрутств, зривів договорів, зобов'язань).

1.5.2. Ключові категорії та положення розробки варіантів інвестиційних проектів

1. Фактори ризику, що ускладнюють прийняття рішень з метою інвестування:

- 1) вид інвестицій;
- 2) вартість інвестиційних проектів;
- 3) множинність доступних проектів;
- 4) обмеження фінансових ресурсів, доступних для інвестування;
- 5) ризик наслідків того або іншого рішення.

2. Критерії класифікації інвестиційних проектів:

- а) величина необхідних інвестицій:
 - великі;
 - традиційні;
 - дрібні;
- б) тип пропонованих доходів:
 - скорочення витрат;
 - додаткові доходи від розширення традиційних виробництв і технологій;
 - вихід на нові ринки збуту;
 - експансія у нові сфери бізнесу;
 - зниження ризику, виробництва, збуту;
 - соціальний ефект;
- в) відносини між взаємозалежними проектами:
 - взаємовиключні (альтернативні) проекти — вони не можуть бути реалізовані одночасно, тобто прийняття одного з них автоматично виключає прийняття іншого;
 - комплементарні проекти — пов'язані між собою відношенням комплементарності, коли прийняття нового проекту сприяє зростанню доходу за одним або декількома іншими проектами;
 - що заміщають, тобто прийняття нового проекту призводить до деякого зниження доходу за одним або декількома діючими проектами;
 - економічно незалежні, тобто зростання (зниження) доходів за одним із них не впливає на зростання (зниження) доходів за іншим.

3. Тип грошового потоку:

- а) ординарний — якщо він складається з вихідної інвестиції, вкладеної одноразово або протягом декількох послідовних базових періодів і наступних надходжень коштів;
- б) неординарний — потоки коштів чергуються у будь-якій послідовності з їхніми відтоками.

4. Стадії адміністрування інвестиційної діяльності:

- а) планування:
 - ормування мети;
 - дослідження ринку;
 - ідентифікація можливих проектів;
 - оцінка економічної ефективності проекту;
 - облік факторів ризику;
 - формування інвестиційного портфеля;
- б) реалізація проекту;
- в) контроль;
- г) оцінка та аналіз відповідності поставлених і доступних цілей.

5. Етапи розробки інвестиційної політики фірми:

- а) формування довгострокових цілей діяльності фірми;
- б) пошук нових перспективних сфер використання вільного капіталу;
- в) розробка інженерно-технологічних, маркетингових, фінансових прогнозів;
- г) підготовка бюджету капітальних вкладень;
- д) оцінка альтернативних проектів;
- е) оцінка наслідків реалізації попередніх проектів.

1.5.3. Критерії оцінки інвестиційних проектів

Основним критерієм оцінки інвестиційних проектів, який найчастіше використовується на практиці, є чиста приведена (дисконтована) вартість.

NPV — чиста дисконтована вартість:

$$NPV = \sum_{i=1}^n PV_i - IC, \quad (38)$$

де IC — сума первісних інвестицій;

PV — приведена вартість надходжень:

$$PV = \sum_{i=1}^n FV_i \cdot d_i, \quad (39)$$

де FV_i — прогнозована сума грошових надходжень в i -му періоді;

d_i — коефіцієнт дисконтування прогнозованих грошових надходжень:

$$d_i = \frac{1}{(1+r)^i}, \quad (40)$$

де r — усереднена процентна ставка.

Висновок: $NPV > 0$ — інвестиції доцільні.

$NPV < 0$ — недоцільні.

$NPV = 0$ — перевірити проект за іншими критеріями.

Обліковий коефіцієнт окупності (внутрішня норма рентабельності, ціна інвестицій) (IRR):

$$IRR = r_1 + \frac{f(r_1)}{f(r_1) - f(r_2)} \cdot (r_2 - r_1), \quad (41)$$

де r_1 — процентна ставка, при якій $NPV > 0$;

r_2 — процентна ставка, при якій $NPV < 0$;

$f(r_1)$ — значення NPV при r_1 ;

$f(r_2)$ — значення NPV при r_2 .

Індекс рентабельності інвестицій (PI) характеризує доход на одиницю витрат. Доцільно використовувати, якщо необхідно упорядкувати незалежні проекти для створення оптимального портфеля при обмеженості загального обсягу інвестицій:

$$PI = \sum_{i=1}^n \frac{FV_i}{(1+r)^i} : IC \quad (42)$$

Модифікована внутрішня норма прибутку (MIRR) — показник є коефіцієнтом дисконтування, що врівноважує наведену вартість відтоку коштів (інвестицій) і наращену величину надходжень, причому операція дисконтування відтоків і наращення надходжень виконуються з використанням ціни капіталу проекту:

$$\sum_{i=0}^n \frac{OF_i}{(1+r)^i} = \frac{\sum_{i=0}^n FV_i \cdot (1+r)^{n-i}}{(1+MIRR)^2}, \quad (43)$$

де OF_i — відтік коштів в i -му періоді.

Розрахункова норма прибутку (ARR) — це коефіцієнт ефективності інвестицій, що характеризує доход показником чистого прибутку (балансовий прибуток мінус відрядування в бюджет):

$$ARR = \frac{PN}{\frac{1}{2} \cdot (IC - PV)}, \quad (44)$$

де PN — балансовий прибуток;

PV — залишкова (ліквідаційна) вартість проекту.

Основна сфера використання ARR — порівняльна оцінка ефективності підрозділів підприємства.

Взаємозв'язок між показниками NPV, PI, IRR, CC (Cost Capital)

CC — показник, що характеризує відносний рівень витрат підприємства на інвестиційну діяльність (дивіденди, винагороди, витрати на підтримку економічного потенціалу). Даний показник відображає сформований на підприємстві мінімум повернення на вкладений у його діяльність капітал та його рентабельність:

а) if $NPV > 0$ then $IRR > CC$ and $PI > 1$;

- б) if $NPV < 0$ then $IRR < CC$ and $PI < 1$;
- в) if $NPV = 0$ then $IRR = CC$ and $PI = 1$.

1.5.4. Техніка дисконтування. Майбутня вартість [7–9]

Більшість людей розуміє, що певна кількість грошей має сьогодні більшу вартість, ніж ті самі гроші, наприклад, через три роки. Як кажуть, «гроші гублять вартість», тобто вартість грошей втрачається з часом навіть за нульової інфляції. Можна навести дві причини, що призводять до цього:

1. *Ризик*. Мільйон гривень, одержаний сьогодні, має більшу вартість, ніж обіцяний (за відсутності інфляції) через рік. Різні причини можуть призвести до недотримання обіцянки.

2. *Пріоритет поточного споживання*. Людина надає пріоритет поточним приємним справам, а не майбутній радості.

Інвестування капіталу, зокрема в цінні папери, є прийняттям рішення щодо майбутнього. Тобто йдеться про необхідність визначення ефективності рішень щодо майбутнього та порівняння ефектів, які належать до різних моментів часу.

Для цього необхідно розглянути зміну вартості грошей за часом. Зробити це можна застосовуючи техніку дисконтування, яка спирається на математичні методи обчислення складного відсотка. При цьому відсотки приєднуються до початкової бази (початкового капіталу), отже, база для визначення нарощеної суми змінюється. Механізм нарощування грошей за складними відсотками називають також капіталізацією відсотка.

Введемо позначення: P — початковий капітал, r — норма відсотка, FV_t — вартість капіталу через t років.

Використовуючи той факт, що вартість капіталу через певний період часу дорівнює сумі вартості капіталу на початку цього періоду плюс відсоток, отриманий протягом цього часу, одержимо схему нарощування вартості інвестованого капіталу:

на початку P ;

через рік $FV_1 = P + rP = P(1+r)$;

через два роки $FV_2 = P(1+r) + [P(1+r)]r = P(1+r)(1+r) = P(1+r)^2$;

$$\text{через } T \text{ років } FV_T = P(1+r)^T \quad (45)$$

Наведені міркування дають основу для означення майбутньої вартості.

Майбутня вартість — це вартість певної суми грошей, отриманої в майбутньому шляхом застосування техніки складного відсотка до початкової суми грошей. Тобто майбутня вартість — це вартість інвестованого сьогодні капіталу у майбутньому.

Приклад. Інвестор вклав 4 тис. грн у банк під 40% річних на п'ять років. Відсотки складні. Якою буде сума майбутньої вартості інвестора по закінченні терміну?

Розв'язання. У цьому випадку $P = 4$ тис. грн, $r = 0,4$, $T = 5$. За формулою (1) $FV_5 = 4(1+0,4)^5 = 21,5$ тис. грн. Формула (45) показує, що майбутня вартість нинішньої суми грошей залежить від трьох чинників: початкової вартості (суми капіталу); тривалості інвестиційного періоду, протягом якого капітал приносить дохід (відсоток); розміру норми відсотка.

Чим більший початковий капітал, тим більша майбутня вартість. Чим довший період інвестування, тим більша майбутня вартість. Чим більша норма відсотка, тим більша майбутня вартість. Майбутня вартість виявляє сталий темп зростання капіталу з часом, причому цей темп дорівнює нормі відсотка. Формулу (45) можна інтерпретувати і по-іншому: необхідно визначити, за який період початковий капітал, який дорівнює P , зросте вдвічі (знаючи норму відсотка).

Це означає, що треба визначити довжину періоду T , через який майбутня вартість дорівнюватиме $2P$. За формулою (45): $2P = P(1+r)^T$.

Логарифмуючи обидві частини цього рівняння, одержимо:

$$\log 2 + \log P = \log P + T \log(1+r),$$

або $T = \log 2 / \log(1+r)$.

Необхідний для подвоєння капіталу період дорівнює:

$$T \cong 0,7 / r \quad (46)$$

Приклад. Маємо початковий капітал, який складає 500 грн. Гроші вкладаються в банк за умови, що річна норма відсотка

дорівнює 12%. Необхідно визначити, через який час початковий капітал подвоїться.

Розв'язання. У нашому випадку $P = 500$ грн, $r = 0,12$.

Використовуючи формулу (46), одержимо $T = 0,7 / 0,12 \approx 6$ років.

Можна перевірити результат обчислень за наближеною формулою, використовуючи формулу (45) (при $T=6$):

$$FV_6 = 986,9 \text{ грн.}$$

За умов інфляції банками передбачені змінювані з часом ставки складних відсотків. У таких ситуаціях майбутня вартість обчислюється за формулою:

$$FV = P(1 + r_1)^{T_1} (1 + r_2)^{T_2} \dots (1 + r_k)^{T_k}, \quad (47)$$

де $r_1, \dots, r_k$ — норми відсотка (відсоткові ставки), $T_1, \dots, T_k$ — періоди.

Змінювані ставки треба відрізнити від «плаваючих», розміри яких не відомі.

Наведені вище міркування відносяться до ситуації, коли капіталізація відсотків проводиться раз на рік. Очевидно, що для багатьох фінансових інструментів, наприклад облігацій чи термінових банківських вкладів, відсотки додаються до капіталу частіше. У випадку, якщо відсотки додаються до капіталу m разів протягом року (за рівні періоди), отримуємо наступну формулу майбутньої вартості за T років:

$$FV_T = P(1 + r / m)^{mT} \quad (48)$$

Зазначимо, що формула (45) є частковим випадком (48), коли $m = 1$, тобто коли відсотки капіталізуються один раз на рік.

Приклад. Початковий капітал складає 7 500 грн, річна норма відсотка — 7%, а відсотки долучаються до капіталу через кожні півроку.

Обчислити, якою буде майбутня вартість через один рік та через шість років.

Розв'язання. Маємо $P = 7500$, $r = 0,07$, $m = 2$. Згідно з цим за формулою (48) отримаємо $FV_1 = 7762,5$ грн та $FV_6 = 9219,4$ грн.

Врешті при застосуванні гіпотетичної неперервної (тобто в кожний момент часу) капіталізації відсотків, одержимо формулу для обчислення майбутньої вартості:

$$FV_T = Pe^{rT}, \quad (49)$$

де e — константа, основа натуральних логарифмів $e = 2,7183$.

1.5.5. Оцінка ефективності доступних можливостей інвестування [6–9]

Оцінка ефективності доступних можливостей інвестування повинна спиратися на порівнянні вартості необхідних витрат з вартістю потоку очікуваних доходів. Методом, який дозволяє привести видатки і доходи, витрачені і отримані в різні моменти розрахункового періоду, до порівняння на початок цього періоду, є метод дисконтування, який базується на перемножуванні номінальної вартості потоків видатків і доходів за різні періоди (роки) на відповідні коефіцієнти дисконтування.

Фінансовому менеджеру необхідно аналізувати теперішню вартість майбутніх доходів у таких випадках [6–9]:

- 1) одноразові сплати, які сподіваються отримати у визначений момент у майбутньому;
- 2) потоки доходів (сплат), які сподіваються отримувати періодично (щорічно) протягом певного (обмеженого) періоду (років);
- 3) потоки доходів (сплат), які сподіваються отримувати щорічно, теоретично протягом нескінченного терміну (довічна рента).

Теперішня вартість грошей визначається за формулою:

$$PV = \frac{FV_t}{(1+r)^t}, \quad (50)$$

де PV — теперішня (поточна) вартість;

FV_t — майбутній дохід, який сподіваються отримати через t років;

r — річна ставка дисконту;

t — кількість років.

Теперішня вартість очікуваного потоку доходів залежить від розподілу щодо отримання цих доходів у часі, а також норми дисконту. Якщо є такі дані: FV_t — суми, що сплачуються в t -му проміжку часу в майбутньому; r — ставка дисконту; T — кількість періодів (років), то теперішню вартість майбутнього потоку доходів можна обчислити за формулою:

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{FV_t}{(1+r)^t} \quad (51)$$

Обчислення теперішньої вартості потоку грошових доходів за формулою (51), передбачуваних у майбутньому протягом певної кількості років, є найчастіше використовуваним у фінансовому менеджменті випадком врахування чинників часу та ризику. Більшість рішень, що їх приймають інвестори, пов'язані з порівнянням обсягів сьогоднішніх витрат та потоків сподіваних доходів протягом певної кількості років у майбутньому.

Це стосується інвестиційних проектів, а також придбання акцій, облігацій тощо.

Теперішня вартість потоку доходів, які передбачають отримувати протягом певної кількості років у майбутньому, залежить від номінальної величини цих доходів (FV), норми дисконту (r), а також періоду, протягом якого ці доходи сподіваються отримувати.

Приклад. Компанія протягом 4 років сподівається щорічно отримувати дохід 1000 грн. При цьому ставка дисконту може мати одне із трьох значень: 7%, 9%, 11%.

Розв'язання. Користуючись формулою (51), одержимо:

для $r = 7\%$

$$PV_1 = 1000 / (1 + 0.07)^1 + 1000 / (1 + 0.07)^2 + 1000 / (1 + 0.07)^3 + 1000 / (1 + 0.07)^4 = 4750,8 \text{ грн};$$

для $r = 9\%$ $PV_2 = 4984,7$ грн;

для $r = 1\%$ $PV_3 = 5227,8$ грн.

Часто фінансовому менеджеру доводиться визначати теперішню вартість анuitету.

Ануїтет — послідовність однакових за обсягом виплат за певні проміжки часу.

Ануїтетом можуть бути виплати або інвестиції щорічні, щопіврічні, щоквартальні, щомісячні. Кожна окрема виплата, що входить до складу ануїтету, називається його членом. Теперішню вартість T -річного ануїтету можна обчислити за формулою:

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{FV_t}{(1+r)^t}, \quad (52)$$

де PV — теперішня вартість;

FV — сума, що сплачується за певний проміжок часу (рік);

r — ставка дисконту;

T — кількість років.

Теперішня вартість довічної ренти (ануїтету), коли передбачуваний щорічний дохід, очікуваний у майбутньому, приймають як сталу незалежну від часу величину $FV_t = FV$, аналогічно (52) має вигляд:

$$PV = FV \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^t} \quad (53)$$

Перемножуючи ліву і праву частини (53) на $(1+r)$, маємо:

$$PV = FV \sum_{t=1}^T \frac{(1+r)}{(1+r)^t} = FV \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+r)^{t-1}}$$

Віднімаючи від цього виразу вираз, поданий за формулою (53), одержимо:

$$PV_r = FV \left[1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right]$$

Якщо $T \rightarrow \infty$, то $\frac{1}{(1+r)^\infty} = 0$ і можна записати наступну фор-

мулу $PVr = FV$, або остаточно:

$$PV = FV/r \quad (54)$$

Формула (54) для обчислення теперішньої вартості сподіваного потоку доходів застосовується до інвестицій, які не мають певного терміну існування (зростання). Типовим випадком є купівля привілейованих акцій, які приносять їх власникові сталий щорічний доход. Застосовують також формулу:

$$P_0 = D/r_n, \quad (55)$$

де P_0 — теперішня ціна привілейованої акції;

D — дивіденд від привілейованої акції;

r_n — задана (обрана) інвестором норма доходу від привілейованої акції (норма дисконту) з урахуванням ризику.

Теперішня вартість звичайної акції визначається з урахуванням розміру майбутніх прибутків (дивідендів), що припадають на одну акцію *н/ф* ціни, яку сподіваються отримати від її продажу.

Часто вартість звичайної акції обчислюють як теперішню вартість потоку дивідендів, отримуваних починаючи з періоду t_1 до нескінченності:

$$P_0 = \sum_{t=t_1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}, \quad (56)$$

де P_0 — теперішня вартість звичайної акції;

D — сподівані дивіденди від звичайної акції;

r — встановлена інвестором норма прибутків від звичайної акції (норма дисконту) з урахуванням ризику.

На практиці найчастіше користуються модифікацією, закладаючи стале зростання майбутніх дивідендів:

$$P_0 = \frac{D_1(1+g)}{r} = \frac{D_1}{r-g}, \quad (57)$$

де g — норма зростання дивідендів.

У цьому випадку приймають гіпотезу, що ціна звичайної акції залежить від розміру дивідендів, які сподіваються одержати наприкінці періоду t_1 , та норми зростання дивідендів у наступних періодах. Норма зростання, у свою чергу, залежить від кількох чинників, зокрема від прибутковості власного капіталу.

Приклад. Нетто прибуток на одну акцію складає наприкінці періоду t_1 15 тис. грн. Задана норма доходу інвестицій з таким самим ступенем ризику складає 15%, норма зростання дивідендів — 5%. Обчислити економічно обґрунтовану ціну даної акції.

Розв'язання. Використовуючи формулу (57), одержимо:

$$P_0 = 15 / (0,15 - 0,05) = 15 / 0,10 = 1,5 \text{ тис. грн}$$

1.5.6. Вплив ризику та інфляції на величину очікуваної ставки відсотка (дисконту) [6]

На рівень відсотка суттєвий вплив здійснює інфляція та ризик. Згідно з теорією норми відсотка Фішера, *реальна норма відсотка* — це та ставка, яка врівноважує попит та пропозицію на ринку капіталу [6].

Номінальна норма відсотка — це та ставка, згідно з якою кредитор отримує винагороду за надані ним фонди, що складається з двох елементів: реальної норми відсотка та інфляційної премії.

У разі надання позики, визначаючи величину відсотка, обидві сторони кредитного процесу діють за умов невизначеності щодо рівня реальних темпів інфляції та відповідної норми відсотка. Кредитор має право на додаткову премію за інфляційний ризик. Враховуючи це, можна стверджувати, що *номінальна норма відсотка* становить:

$$R = R_r + R_i + R_{ir}, \quad (58)$$

де R — номінальна норма відсотка;

R_r — реальна норма відсотка;

R_i — інфляційна премія;

R_{ir} — премія за інфляційний ризик.

Зауважимо, що раціональний інвестор купуватиме цінні папери, обтяжені високим ризиком, лише тоді, коли сподівана норма доходу цього папера також буде високою.

З огляду на це можна стверджувати, що рівень норми відсотка, якого прагне інвестор, визначається рівнянням:

$$R = R_r + R_i + R_{ir} + R_p, \quad (59)$$

де R_p — премія за ризик інвестиційного проекту.

Урахування темпу інфляції

Якщо є дані для оцінки коефіцієнта β щодо інвестиційного проекту, то, використовуючи модель рівноваги ринку капіталів, можна записати:

$$R = R_F + \beta(R_M - R_F), \quad (60)$$

де R — необхідна норма відсотка;

R_F — безпечна норма відсотка;

R_M — середньоринкова норма відсотка;

β — коефіцієнт систематичного ризику, пов'язаного з цим видом інвестиційних проектів.

Номінальна норма відсотка R розраховується за формулою Фішера:

$$R = R_r + i + iR_r \quad (61)$$

Урахування премій за ризик та інфляцію

Для обчислення номінальної норми відсотка, яка враховує премію за ризик та премію за інфляцію, можна використовувати формулу:

$$R_M = R_{rM} + i + iR_{rM},$$

$$R_F = R_{rF} + i + iR_{rF},$$

де R_M — номінальна середньоринкова норма відсотка;

R_{rM} — реальна середньоринкова норма відсотка;

R_F — номінальна безпечна норма відсотка;

R_{rF} — реальна безпечна норма відсотка.

Тоді, з урахуванням формул для обчислення R_M та R_F , одержимо:

$$R = R_{rF} + i + iR_{rF} + \beta(R_{rM} - R_{rF}) + \beta \cdot i(R_{rM} - R_{rF}) \quad (62)$$

На практиці здебільшого використовують спрощену формулу:

$$R = R_{rF} + i + \beta(R_{rM} - R_{rF}) \quad (63)$$

Якщо рівень інфляції значний, то спрощена формула дає невправильні результати. У низці праць наводиться формула

$$R = R_{rF} + i + iR_{rF} + \beta(R_{rM} - R_{rF}), \quad (64)$$

яка дає дещо кращі, хоча також занижені результати за високих темпів інфляції.

1.5.7. Оцінка ринкової вартості підприємства та ризик

Проблема оцінювання ринкової вартості майна підприємств стала особливо актуальною у зв'язку з їх приватизацією, передачею в оренду, створенням спільних підприємств тощо. Це також важливо під час підрахунків національного багатства, перебудови податкової системи. У країнах з розвинутою ринковою економікою стягуються податки з капіталу (майна) в різноманітних формах. Крім того, у зв'язку з динамікою наявного майна його необхідно постійно переоцінювати. Правильно оцінена ринкова вартість під-

приємства дозволяє здійснити однозначну оцінку різних варіантів його модернізації, які обтяжені певним ризиком і впливають на умови його функціонування у довготривалий період. Якщо ці дії (рішення) збільшують вартість підприємства, то це значить, що вони ефективні і їх треба прийняти, або навпаки [9].

Важливим чинником оцінки ринкової вартості підприємства є обсяг потоку доходів, які це підприємство приносить своєму власникові.

Інвестор вчинить раціонально, вкладаючи свої кошти у підприємства, що приносять найвищий дохід (найвищу норму доходу). Слід підкреслити, що, стаючи співвласником підприємства, інвестор діє за умов невизначеності. Розмір прибутку, що є джерелом доходів, не є визначеним (детермінованим), може змінюватися, і той, хто купує акції підприємства, діє за умов невизначеності та зумовленого цим ризику.

Якщо припустити, що у прийнятті рішень інвестори керуються лише двома параметрами (сподіваною нормою доходу та ступенем ризику), то одночасно можна стверджувати, що вартість підприємства є важливим критерієм вибору за умов невизначеності та зумовленого цим ризику.

Знаряддя оцінювання різного виду активів (а також підприємств у цілому) може бути формула для обчислення теперішньої вартості потоку майбутніх доходів, які власник цих активів (фактичний чи потенційний) сподівається отримати протягом відповідного періоду. Ця формула має вигляд:

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{B_t}{(1+r)^t}, \quad (65)$$

де NPV — теперішня номінальна вартість потоку майбутніх доходів;

B_t — номінальні грошові доходи у відповідні періоди (роки);

r — норма дисконту (з урахуванням ризику та інфляції);

T — кількість періодів (років).

Приймаючи рішення про придбання об'єкта (підприємства) та його пристосування до ведення тієї чи іншої діяльності, підприємець оцінює майбутні доходи від його функціонування, загальний (інтегрований, дисконтований) дохід і порівнює його зі

своїми інтегральними дисконтованими капітальними вкладеннями.

Процес отримання доходу від функціонування об'єкта характеризується інтенсивністю (швидкістю) доходу $a(t)$. При цьому дохід, який одержують за незначний інтервал часу $(t, t + dt)$, становить $a(t)dt$. Будемо вважати $a(x)$ неперервною величиною, інтенсивність $a(0) = A$ на початку функціонування об'єкта (в момент $t = 0$). На подальшу динаміку цього процесу впливають дві групи чинників.

Суттєвий вплив на розмір доходу має фізична зношуваність основних засобів. Припустимо що залежно від віку основних засобів дохід зменшується лінійно:

$$a(t) = A - bt \quad (66)$$

Природно, що об'єкт доцільно експлуатувати доти, доки дохід від нього є невід'ємним, тому наприкінці терміну експлуатації (у рік T) повинно $a(T) = 0$, звідси маємо:

$$A = bT; b = A/T \quad (67)$$

Окрім того, на дохід впливають випадкові чинники, що обумовлюють ризик при використанні об'єкта. Якщо їх вплив враховується при обчисленні норми дисконту (r), номінальний інтегрований дисконтований дохід (NPV) від функціонування об'єкта можна було б (спрощено) обчислити за формулою:

$$NPV = \int_0^T a(t)e^{-rt} dt = \frac{A}{r} - \frac{b(1 - e^{-rT})}{r^2} \quad (68)$$

Приклад. На початку функціонування об'єкта (у перший рік після його придбання та модернізації) дохід складатиме 40 тис. грн Термін експлуатації об'єкта становить 8 років. Середня величина норми дисконту за всі роки функціонування, обчислена з урахуванням ризику, пов'язаного з даним видом діяльності, ймовірними «збоями» у виробництві, змінами в економічному середовищі, зокрема інфляцією, складає 45%. Обчислити теперішню вартість даного підприємства.

Розв'язання. Маємо, що $A = 40$ тис. грн, $T = 8$ років, $r = 0,45$.

Обчислимо величину b за формулою (67): $b = 40/8 = 5$ тис. грн.

Використовуючи формулу (68), одержимо:

$$NPV = 40/(0,45) - 8(1 - e^{-3,6})/0,2 = 64,57 \text{ тис. грн.}$$

Потенційний інвестор, розглядаючи доцільність придбання певного цінного папера (акції чи облігації), змушений передусім відповісти на запитання: чи збільшить ця купівля ринкову вартість його майнового стану?

За формулою (66) можна обчислити кількісну оцінку, що дає можливість відповісти на це запитання. Якщо теперішня вартість потоку майбутніх доходів, що генерується цим папером, буде вищою від коштів, затрачених на його придбання, то становище, яке посідає інвестор, буде покращене у разі реалізації такої трансакції. У цьому випадку купівля акції є раціональним вчинком, з точки зору прийнятого критерію вибору.

Можна стверджувати, що ринкова вартість підприємства (фірми) є одним із важливих критеріїв для будь-яких рішень, що впливають на потоки доходів та витрат.

З попереднього витікає, що схематично розглянутий спосіб оцінки ринкової вартості підприємства явно залежить від часу, який є тут головним чинником. Вартість підприємства також значно залежить від величини ризику, який має бути врахований, зокрема, в нормі дисконту.

1.6. Експертні методи суб'єктивних оцінок у вимірі ризику

1.6.1. Поняття експертних методів [17, 24, 26]

У практичних задачах прийняття рішення альтернативи не є математичними об'єктами, а найчастіше певними фізичними системами. Тому отримання опису альтернатив потребує розробки методів вирішення таких задач: побудова множин можливих та припус-

тимих альтернатив, формування набору аспектів, які є суттєвими для оцінки альтернатив, критерійного простору, упорядкування альтернатив за аспектами, отримання оцінок за критеріями чи відображення у критерійному просторі. Ці задачі є модифікаціями задачі оцінювання, сутність якої полягає у зіставленні кількості чи декількох чисел системи, яка розглядається. Методи розв'язання задач оцінювання засновані на використанні експертних процедур.

Експертні методи оцінки ризиків — це встановлення логічного об'єктивно існуючого зв'язку між об'єктами ризику на основі думки незалежних експертів і наступною статистичною її обробкою [17, 24, 26].

Задачі оцінювання виникають на різних етапах прийняття рішення. Вони можуть бути вирішені безпосередньо ОПР чи за допомогою консультантів (дослідників), коли оцінювання зводиться до вимірювання, отримання довідкових даних та інших порівняно простих операцій.

В загальному випадку через складність систем, які оцінюються, та складність отримання інформації до вирішення задачі оцінювання залучаються особи, які володіють спеціальними знаннями та досвідом роботи з даною системою. Їх називають експертами, а рішення задачі оцінювання — експертизою.

Найпоширеніші методи експертних оцінок

1. Аксиоматичний метод базується на побудові функцій корисності суб'єкта управління, формуванні твердження (аксіоми) щодо виду функції корисності, а потім відбувається перевірка висунутої гіпотези.

2. Прямі методи полягають у тому, що вид залежності функції корисності задається без теоретичних обґрунтувань, а параметри цієї залежності або також задаються, або безпосередньо оцінюються суб'єктом управління.

Найпоширеніші прямі методи:

- 1) Метод зваженої суми оцінок критеріїв і корисність багатокритеріального об'єкта, тоді дана корисність дорівнює:

$$u = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i, \quad (69)$$

де x_i — оцінка об'єкта за i -м критерієм, $i = 1, n$;

w_i — вага i -го критерію, що вимірюється за кількісною шкалою.

2) Метод дерева рішень (даються оцінки корисності) і суб'єктивної ймовірності для кожного із варіантів рішення.

1.6.2. Загальна схема експертизи [24]

Аналіз існуючих експертиз свідчить, що у процесі їх побудови можна виділити таку послідовність дій:

1. Дослідник знаходить множину припустимих оцінок Ω , де міститься шукана оцінка.

2. Дослідник визначає множину припустимих оцінок Ω_e , з якої здійснюється вибір експертів.

3. Кожний експерт вибирає власну оцінку $\alpha_i = C_i(\Omega_e) \in \Omega_e$ ($i = 1, N$), тобто вирішує задачу вибору найкращої оцінки із Ω_e . При цьому експерти можуть взаємодіяти між собою.

4. За розробленим алгоритмом дослідник виконує обробку отриманої від експертів інформації та знаходить результуючу оцінку з Ω , яка є розв'язком вихідної задачі оцінювання.

5. Якщо отриманий результат не задовольняє дослідника, він може надати експертам додаткову інформацію, тобто організувати зворотний зв'язок, після чого знову вирішує відповідні задачі вибору.

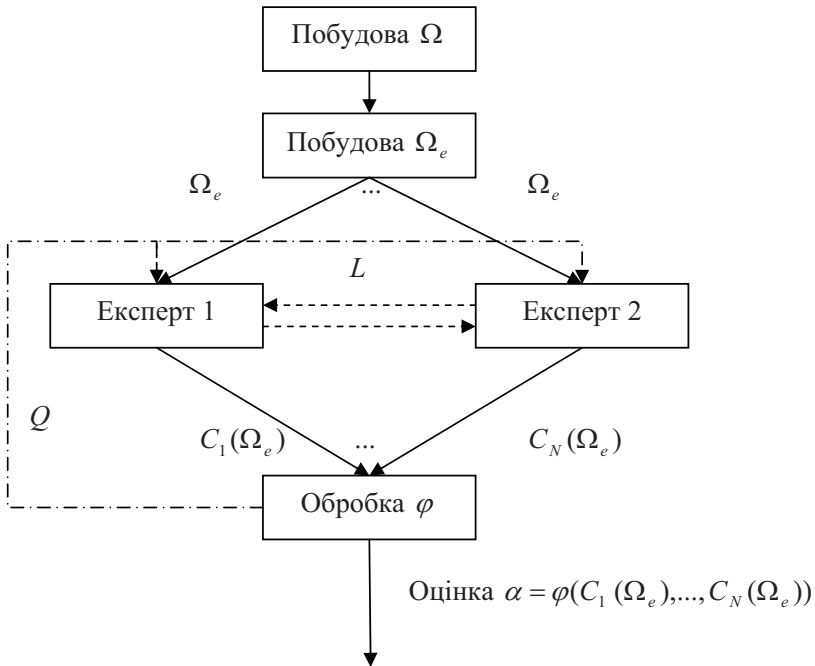


Рис. 9. Блок-схема експертизи

Зазначена послідовність дій подана блок-схемою експертизи (рис. 9). Її параметри:

Ω — вихідна множина припустимих оцінок (МПО);

Ω_e — МПО для експертів;

L — взаємодія між експертами;

Q — зворотний зв'язок;

φ — обробка (відображення $\Omega_e^N \rightarrow \Omega$)

Схема експертизи — п'ять параметрів, які зображені на блок-схемі. Підготовка експертизи — попередня розробка схеми експертизи та вибір експертів. Реалізація експертизи — отримання від експертів інформації та її обробка.

Іноді відображення подається у вигляді:

$$\varphi = q(\psi(C_1, \dots, C_N)) , \quad (70)$$

де C_i — функція вибору i -го експерта ($i = \overline{1, N}$);
 ψ — композиція функцій вибору C_i та відображення q :
 $\Omega_e \rightarrow \Omega$. Це означає, що спочатку знаходиться оцінка експертів із Ω_e , а за нею знаходиться результуюча оцінка із Ω (рис. 10).

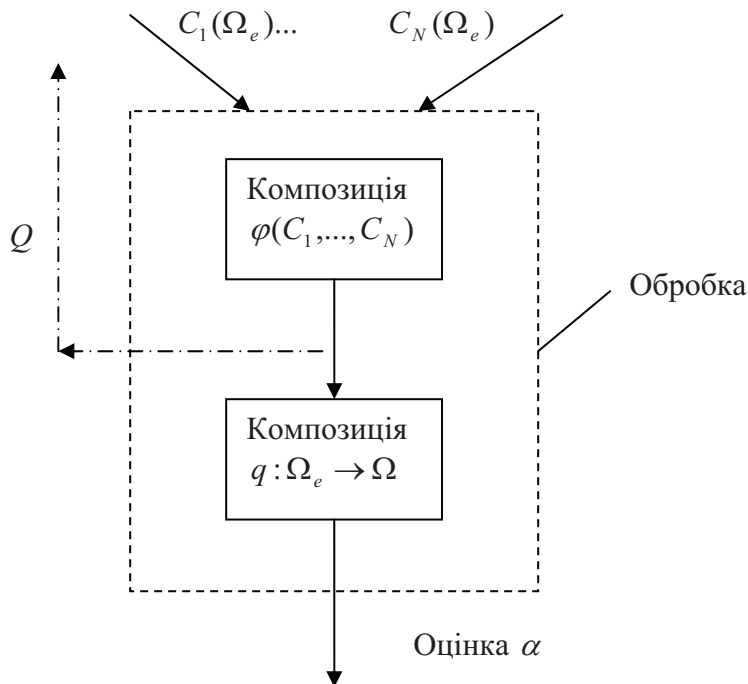


Рис. 10. Блок-схема експертизи

1.6.3. Формування множини припустимих оцінок

Множина припустимих оцінок визначається задачею оцінювання, яка вирішується. Типи МПО та їх задачі оцінювання [24]:

1. $\Omega = \{0,1\}$. Відповідна задача попарного порівняння полягає у виявленні кращого із двох наявних об'єктів a та b . При цьому

$$C(\Omega) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } a \text{ краще } b \\ 0 \text{ в інших випадках} \end{cases} \quad (71)$$

2. $\Omega = \{<1, 2, \dots, n>, <1, 3, \dots, n, 2>, \dots, <n, n-1, \dots, 1>\}$, тобто складається із множини перестановок довжини n . Відповідна *задача ранжирування* полягає в упорядкуванні об'єктів, які утворюють систему, за зменшенням (збільшенням) значень деякої ознаки. При цьому

$$C(\Omega) = < i_1, i_2, \dots, i_n >, \quad (72)$$

де i_j — номер j -го об'єкта при вказаному упорядкуванні.

3. $\Omega = \{1, \dots, l\}$. Відповідна задача класифікації полягає у віднесенні заданого елемента $x \in S$ до однієї із l підмножин $S_1, \dots, S_l$. При цьому

$$C(\Omega) = i, \text{ якщо } x \in S_i. \quad (73)$$

4. $\Omega = E_m$. Відповідна задача чисельної оцінки полягає у співвідношенні одного чи декількох чисел. При цьому

$$C(\Omega) = a, \text{ якщо оцінкою системи є } a \in E_m. \quad (74)$$

1.6.4. Характеристика групи експертів [24]

Першим кроком при підборі експертів є визначення кількісного складу експертної групи. Як правило, для кожної задачі це питання вирішується окремо. Кількість експертів має бути достатньо великою для того, щоб в сукупності вони мали змогу врахувати суттєві властивості задачі та щоб рішення, знайдене за їх допомогою, було достатньо точним. При великій кількості експертів досить складно досягти згоди (через експертів низької кваліфікації), виникають труднощі щодо організації процедури. З урахуванням цього доцільно включити до групи від 10 до 20 осіб. Можливі відхилення як у бік до збільшення, так і у бік зменшення [24].

Коли чисельність експертної групи визначена, переходять безпосередньо до підбору експертів. Для цього визначають коло

завдань, які необхідно вирішити, та складають перелік осіб, компетентних в даних областях.

Необхідні умови (характеристики) підбору експертів:

1. *Компетентність*, тобто ступінь кваліфікації експерта в певній галузі знань. Визначається на основі аналізу діяльності фахівця, рівня й широти ознайомлення його з передовими технологіями, розуміння перспективного розвитку.

Кількісною оцінкою рівня компетентності є коефіцієнт, який розраховується за результатами висловлювань фахівців про склад експертної групи. За цими даними формується матриця із елементів x_{ij} :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & i - \text{й експерт назвав } j - \text{го експерта} \\ 0, & i - \text{й не назвав } j - \text{го експерта} \end{cases}.$$

Тоді

$$K_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij}}, \quad (75)$$

$$\sum_{i=1}^n K_i = 1, \quad i = \overline{1, n}, \quad (76)$$

де n — кількість експертів;

K_i — коефіцієнт компетентності.

2. *Креативність* — здатність до вирішення творчих завдань. В основному, є тільки якісні визначення.

3. *Конформізм* — урахування впливу пріоритетів. Чим вищий ступінь конформізму, тим нижчий власна оцінка проблеми.

4. *Ставлення до експертизи* (сумлінність, чесність).

5. *Конструктивність мислення*, тобто пропозиції повинні мати практичну спрямованість та ураховувати реальні можливості.

6. *Колективізм* — створення позитивного психологічного клімату.

7. *Самокритичність*.

Кількісна оцінка правильності висловлювань експертів може бути розрахована на основі визначення вагових коефіцієнтів α_i :

вони виражають ступінь компетентності. Нехай група експертів використовувалася багаторазово для оцінювання числових величин. Відносна помилка i -го експерта в j -й експертизі дорівнює:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{|T_{\hat{j}} - T_{ij}|}{T_{\hat{j}}}, \quad (77)$$

де $T_{\hat{j}}$ — фактичне значення;
 T_{ij} — оцінка, надана i -м експертом. Тоді

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\sum_{s=1}^{k_j} \varepsilon_{js}}{k_j} \right)}{\frac{\sum_{s=1}^{k_i} \varepsilon_{is}}{k_i}}, \quad (78)$$

де k_l — кількість оцінок, які надав l -й експерт.

1.6.5. Статистичні методи обробки експертної інформації [24]

Результати оцінок кожного із експертів можна розглядати як реалізацію деякої випадкової величини, яка набуває значення з Ω_e , та застосовувати до них методи математичної статистики.

Статистичні методи дозволяють визначити погодженість думок експертів, значущість отриманих оцінок тощо. Ступінь погодженості вказує на якість результуючої оцінки.

Чисельні оцінки

Задача полягає у співвідношенні системі оцінки одного числа. Для її вирішення використовується експертиза E1:

$\Omega = E_1$;
 $\Omega_e = E_1$;
 L — експерти ізольовані;
 Q — зворотний зв'язок відсутній;

$$\varphi(x_1, \dots, x_N) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i} \quad (79)$$

Результуюча оцінка знаходиться за формулою середньозваженого значення, де α_i ($i = 1, N$) — вагові коефіцієнти експертів. При відсутності інформації про компетентність експертів можна вважати $\alpha_i = 1$ $i = (1, N)$. Ступенем погодженості думок експертів в експертизі E1 є дисперсія σ^2 :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (a - a_i)^2 \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i}, \quad (80)$$

де α_i — оцінка i -го експерта;
 a — результуюча оцінка.

Експертиза E2, яка є модифікацією експертизи E1 для підвищення точності оцінювання, характеризується параметрами:

$$\Omega_e = E_3,$$

$$\varphi(x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_1^2, x_2^2, x_3^2, \dots, x_1^N, x_2^N, x_3^N) = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_1^i \gamma_1 + x_2^i \gamma_2 + x_3^i \gamma_3}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3} \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i} \quad (81)$$

Інші параметри ті ж, що й у експертизі Е1. Ступінь погодженості методу оцінками визначається виразом

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \alpha_i} + \frac{\sum_{i=1}^N (a - a_i)^2 \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i}, \quad (82)$$

де α_i — середня оцінка i -го експерта, $\sigma^2 = (a_i^2 - a_1^2) / \gamma_4$;

γ_4 — ступінь невпевненості експерта у власній відповіді.

В експертизі Е2 a_1^i, a_2^i, a_3^i інтерпретуються як оптимістична, найбільш ймовірна та песимістична оцінки i -го експерта відповідно. Коефіцієнти $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ визначаються емпірично. За однією методикою $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 4, \gamma_3 = 1, \gamma_4 = 36$, за іншою $\gamma_1 = 3, \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 2, \gamma_4 = 25$ (за другою методикою $\gamma_1 > \gamma_3$, оскільки там вважається, що особа схильна занижувати оцінки).

В експертизах Е1 та Е2 можна визначити статистичну значущість отриманих результатів. Маючи ймовірність помилки $P_{ном}$, вказується інтервал, в який величина оцінки потрапляє із ймовірністю $1 - P_{ном}$:

$$\bar{a} - \Delta \leq a \leq \bar{a} + \Delta; \quad (83)$$

— вважається, що величина a розподілена нормально з центром $\bar{a}$ та дисперсією (82). Тоді $\Delta = t\sigma / \sqrt{N}$, де величина t має розподіл Стюдента з $N - 1$ ступенів вільності. Її визначають за таблицями Стюдента, маючи величину $P_{ном}$.

Приклад 1. Десять експертів з однаковими ваговими коефіцієнтами $\alpha_i = 1 (i = 1, 10)$ оцінюють величину T . Від них отримані наступні оцінки:

$T_1 = 20, T_2 = 24, T_3 = 22, T_4 = 37, T_5 = 40, T_6 = 35, T_7 = 28, T_8 = 31, T_9 = 21, T_{10} = 25,5$

Значення $\bar{T}$ (за формулою 79) дорівнює 28,35. Дисперсія (за формулою 80) дорівнює 45,3; $\sigma = 6,73$.

Маючи ймовірність помилки $P_{ном} = 0,05$, за таблицями розподілу Стюдента визначаємо величину t : ступенів вільності 9; $t = 2,262$, $\Delta = 4,8$. Таким чином, оцінювана величина з ймовірністю 0,95 знаходиться в інтервалі [23,5; 33,2].

Використання методу Дельфі для чисельної оцінки у вигляді експертизи ЕЗ має вигляд:

$$\Omega = E_1;$$

$$\Omega_e = \left\{ z \in E_k \left| k \sum_{i=1} z_i = 1, z_i \geq 0 \right. \right\}; \quad (84)$$

L — експерти ізольовані;

Q — експертам надана медіана q_2 (86), діапазон квантилів (87) та обґрунтування оцінок, які виходять за даний діапазон.

Відображення ϕ задається наступним чином: увесь інтервал припустимих значень величини, яка оцінюється, ділиться на k інтервалів $t_1, \dots, t_k$; експерт оцінює ймовірність знаходження величини, яка оцінюється, в кожному з інтервалів; за результатами їх оцінок складається табл. 6, де p_{ij} — оцінка ймовірності знаходження величини, яка оцінюється в j -му інтервалі, що надана i -м експертом.

Таблиця 6

Експерти	Інтервали			
	1	2	...	t_k
1	p_{11}	p_{12}	...	p_{1k}
2	p_{21}	p_{22}	...	p_{2k}
...	...	...	...	...
N	p_{N1}	p_{N2}	...	p_{Nn}

На основі даної таблиці визначається думка експертів про значення величини, яка оцінюється, у кожному з інтервалів t_j :

$$P_{t_j}^* = \frac{\sum_{i=1}^N p_j \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i}, \quad (j = \overline{1, k}) \quad (85)$$

Результуючою оцінкою $\varphi(C_1(\Omega_e) \dots, C_N(\Omega_e))$ є медіана отриманого розподілу q_2 , що визначається з умови:

$$P(T \leq q_2) = 0,5. \quad (86)$$

Крім q_2 розраховується діапазон квантилів:

$$\Delta q = q_3 - q_1, \quad (87)$$

де $P(T \leq q_3) = 0,75$; $P(T \leq q_1) = 0,25$. Емпірично встановлено, що процедуру можна припиняти, якщо діапазон квантилів зменшується у 1,6 раза порівняно з попереднім.

Ранжирування

Жорстке ранжирування полягає у тому, щоб поставити у відповідність системі одну перестановку. Визначимо **експертизу Е4**:

Ω — множина всіх перестановок;

$\Omega_e = \Omega$;

L — експерти ізольовані;

Q — зворотний зв'язок відсутній.

Відображення φ задається наступним чином: результати опитування експертів зводяться у табл. 7.

Таблиця 7

Експерти	Об'єкти			
	1	2	...	n
1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}
2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}
...	...	...	...	...
N	r_{N1}	r_{N2}	...	r_{Nn}
$\sum$ рангів	r_1	r_2	...	r_n

У i -му рядку стоять ранги, надані i -м експертом об'єктам ранжирування. У $(N+1)$ -му рядку знаходяться суми рангів за всіма експертами для певного об'єкта. Всі n об'єктів упорядковані відповідно до величини r_s , яка визначається за формулою

$$r_s = \sum_{j=1}^N r_{sj}. \quad (88)$$

На перше місце ставиться об'єкт, у якого r_s мінімальне, і так далі.

Ступінь узгодженості думок експертів визначається за допомогою коефіцієнта конкордації W .

Розглянемо два випадки: а) ранжирування всіх експертів співпадають, якщо кожний об'єкт отримав від усіх експертів однаковий ранг, який для j -го об'єкта складає r_j/N ; б) повна неузгодженість думок експертів, тобто протилежність оцінок ранжирування, які надаються експертами. Виходячи із (88) маємо:

$$\sum_{i=1}^n r_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N r_j = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{i=1}^n r_j \right) \quad (89)$$

Сума рангів, які надаються кожним експертом (тобто вираз в дужках у (89)), завжди дорівнює $n(n+1)/2$. Тому $\sum_{i=1}^n r_i = Nn(n+1)/2$.

За середній ранг приймають величину

$$r_{i\,sr} = \sum_{i=1}^n r_i / n = N(n+1)/2, \quad (90)$$

а за ступінь узгодженості думок — суму квадратів відхилень r_i від середнього значення $r_{i\,sr}$.

Коефіцієнтом конкордації W для випадку жорсткого ранжирування, тобто відсутності рівних рангів при ранжируванні кожного експерта, називається величина

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^n \left[r_i - \frac{1}{2} N(n+1) \right]^2}{N^2 (n^3 - n)}, \quad (91)$$

де n — кількість об'єктів, N — кількість експертів.

Приклад 2. Нехай проводиться експертиза оцінки технологічного процесу. Існує перелік із шести ознак, які впливають на процес, десять експертів здійснювали ранжирування цих ознак за важливістю. Результати їх нової роботи наведені у табл. 8. Розрахуємо коефіцієнт конкордації. Суми рангів відповідно до (88) дорівнюють: $r_1 = 52, r_2 = 46, r_3 = 19, r_4 = 27, r_5 = 21, r_6 = 45$. Із (90) знаходимо $r_{i\,sr} = 35$. Підставляючи знайдені величини у (91), отримаємо $W = 0,690$.

Таблиця 8

Ознаки	Номер експерта										$\sum r_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	6	4	6	6	5	6	6	6	1	6	52
2	3	5	5	4	6	5	5	4	5	4	46
3	2	1	2	1	1	3	3	2	2	2	19
4	4	2	3	3	3	2	2	3	4	1	27
5	1	3	1	5	2	1	1	1	3	3	21
6	5	6	4	2	4	4	4	5	6	5	45

Нежорстке ранжирування полягає у тому, щоб поставити у відповідність системі нежорстке ранжирування (вектор з певними властивостями). При цьому деякі об'єкти можуть бути рівноцінними. Їм приписуються однакові ранги. Так, якщо об'єкти поділяють місця 4–5, то кожний із них отримує ранг 4,5.

Експертиза Е5 для нежорсткого ранжирування відрізняється від експертизи Е4 тільки множиною Ω .

Коефіцієнт конкордації для нежорсткого ранжирування визначається формулою:

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^n \left[r_i - \frac{1}{2} N(n+1) \right]^2}{N^2 (n^3 - n) - N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} (t_{ij}^3 - t_{ij})}, \quad (92)$$

де k_i — кількість груп рівних рангів, введених i -м експертом;
 t_{ij} — кількість дрібних рангів в j -й групі, введених i -м експертом.

Статистичну значущість ранжирування перевіряють, обираючи імовірність помилки $P_{\text{ном}}$. Вважають, що величина $N(n-1)W$ має χ^2 -розподіл з $(n-1)$ ступенем вільності. За $P_{\text{ном}}$ за спеціальними таблицями знаходять табличне значення W_α . Якщо коефіцієнт W , отриманий при реалізації експертизи, більший чи дорівнює W_α , то отримане ранжирування вважають статистично значущим.

Приклад 3. Визначимо статистичну значущість прикладу 2. Нехай необхідно, щоб ймовірність помилки, тобто ймовірність того, що отримане ранжирування є випадковим, $P_{\text{ном}} = 0,01$. Визначимо величину $N = (n-1) W = 10 \cdot 5 \cdot 0,69 = 34,5$. Із таблиць розподілу χ^2 для числа ступеня вільності, що дорівнює 5, знаходимо $\chi_{0,01}^2(5) = 15,086$, що відповідає табличному значенню величини $N = (n-1) W_\alpha$. Знайдене значення, яке дорівнює 34,5, більше табличного, тобто отримане ранжирування статистично значуще.

Вище малюся на увазі, що експерти мають рівну компетентність. Однак якщо компетентність експертів різна і може бути оцінена деяким числом, то формули (88)–(92) потребують уточнення.

Нехай компетентність j -го експерта оцінюється додатною величиною α_j (вага експерта). Будемо вважати ці величини

нормованими $\left(\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \right)$. Суму рангів r_i об'єктів будемо розрахову-

вати за формулою $r_i = \sum_{j=1}^N r_j \alpha_j$. Коефіцієнт конкордації з урахуван-

ням компетентності експертів визначається за формулою (92). Перевірку статистичної значущості здійснюють аналогічно (перевіряють значущість погодженості думок експертів).

Метод парних порівнянь для нежорсткого ранжирування. Експериментально встановлено, що великою складністю для експерта є побудова ранжирування на основі одночасного обліку декількох різних ознак, за якими оцінюються об'єкти. У цих випадках експерти вирішують задачі попарного порівняння.

Визначимо **експертизу Е6** для вирішення задачі нежорсткого ранжирування:

Ω — множина всіх перестанов;

Ω_e — множина всіх матриць $A = (a_{ij})$,

де $a_{ij} \in \{0, 1\}$, $a_{ij} + a_{ji} = 1 (i \neq j)$, $a_{ij} = 0 (i = j = \overline{1, n})$; (93)

L — експерти ізольовані;

Q — зворотний зв'язок відсутній.

Відображення φ задається наступним чином: визначають

матрицю $A = (a_{qt}) = \sum_{j=1}^N A^j$, де $A^j = (a_{qt}^j)$ — оцінка j -го експерта.

Знаходять величини $a_s = \sum_{i=1}^n a_{is} (s = \overline{1, n})$. Об'єкти упорядковують відповідно до величини a_s . Об'єкти з мінімальним a_s отримують ранг 1 і т. ін.

У методі парних порівнянь кожний з експертів здійснює C_n^2 порівнянь, тобто порівнює кожний об'єкт один з одним. Результат порівняння j -го експерта представляється матрицею розміру $n \times n$, де $a_k^j = 1$, коли на думку експерта i -му об'єкту надається перевага у порівнянні з k -м. Для будь-якої пари об'єктів $< p, q >$

надається перевага p у порівнянні з q , і навпаки. Це й відображається умовами (93) $a_i^j = 0$ за визначенням.

Матриця A^j , подана j -м експертом $j = \overline{1, N}$, є матрицею деякого бінарного відношення, яке називається *відношенням наданих переваг експерта*.

Коефіцієнтом сумісності думок експертів називається величина

$$v = \begin{cases} 1 - 24d / (n^3 - n), & \text{якщо } n \text{ парне;} \\ 1 - 24d / (n^3 - 4n), & \text{якщо } n \text{ непарне;} \end{cases} \quad (94)$$

де d — кількість циклів довжини 3. Величину v можна використовувати в якості оцінки компетентності експерта при експертизах типу Е6.

Рангова кореляція

Нехай $\langle i_1, \dots, i_n \rangle, \langle j_1, \dots, j_n \rangle$ — два нежорстких ранжирування. Припустимо, що

$$a_{st} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } i_s = i_t, \\ 1, & \text{якщо } i_s < i_t, \\ -1, & \text{якщо } i_s > i_t; \end{cases} \quad (95)$$

аналогічно визначимо величини d_{st} для другого ранжирування. *Коефіцієнтом рангової кореляції Кендалла* називається величина

$$\tau = \frac{\sum_{s=1}^n \sum_{t=1}^n a_{st} b_{st}}{n(n-1)/2}. \quad (96)$$

Розрахувавши коефіцієнт τ , оцінимо значущість зв'язку між ранжируваннями. Для цього позначимо чисельник (96) через S . Якщо зафіксувати одне ранжирування та розглядати всі $n!$ інших

жорстких ранжирувань, можна знайти частоту всіх можливих значень S . При $n > 10$ розподіл S наближається до нормального із середньоквадратичним відхиленням $\sigma = \sqrt{n(n-1)(2n+5)/18}$. При $n \leq 10$ розподіл S можна знайти у спеціальних таблицях.

У загальному випадку, якщо величина S набуває значення S_0 чи більш маловірогідне, то гіпотеза про незалежність ранжирування відкидається. Якщо $\Pr = \{|S| \geq S_0\} < p_0$, то отриманий коефіцієнт τ вважається значущим. Величину p_0 задають як рівень значущості; порівнюють розраховане значення S з табличним для даного рівня значущості p_0 .

1.6.6. Побудова узагальненої оцінки при обробці експертами інформації

Висувається гіпотеза H_0 про те, що експерти є досить точними вимірниками, на основі підтвердження якої можна виявити можливі формулювання в експертній групі. Ступінь погодженості експертних оцінок виражається за допомогою коефіцієнта погодженості. Розглянемо алгоритми побудови узагальненої оцінки при частковій модифікації експертиз Е1-Е6.

Постановка завдання

Маємо m об'єктів та d експертів, побудована матриця результатів ранжирування наявних об'єктів даними експертами з елементами r_{ij} , де r_{ij} — ранг, привласнений j -м експертом i -му об'єкту. Необхідно визначити ступінь погодженості експертних оцінок.

Алгоритм рішення

1. Розраховується сума рангів за кожним рядком:

$$r_i = \sum_{j=1}^d r_{ij}, \quad (97)$$

де r_i — реалізація випадкової величини.

2. Дається оцінка дисперсії:

$$D = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (r_i - \bar{r})^2, \quad (98)$$

де $\bar{r}$ — оцінка математичних очікувань.

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_i. \quad (99)$$

3. Обчислюється дисперсійний коефіцієнт погодженості:

$$W = \frac{D}{D_{\max}}, \quad (100)$$

де $D_{\max}$ — максимальне значення оцінки дисперсії:

$$D_{\max} = \frac{d^2(m^3 - m)}{12(m-1)}, \quad (101)$$

$$0 \leq D \leq D_{\max}, \quad (102)$$

$$0 \leq W \leq 1 \quad (103)$$

4. Позначимо через V (варіація) зміну значень рангів об'єктів:

$$V = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^d (r_{ij} - \bar{r})^2, \quad (104)$$

тоді

$$D = \frac{1}{m-1} V. \quad (105)$$

5. Підставивши формули (101), (105) у формулу (100) і скоротивши на множник $m-1$, одержимо:

$$W = \frac{12}{d^2(m^3 - m)} V \quad (106)$$

Формула (106) визначає коефіцієнт узгодженості за відсутності пов'язаних рангів. За наявності пов'язаних рангів коефіцієнт узгодженості визначається за формулою:

$$W = \frac{12V}{d^2(m^3 - m) - d \sum_j^d T_j}, \quad (107)$$

де T_j — показник пов'язаних рангів у j -му ранжируванні.

$$T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k), \quad (108)$$

де h_k — кількість рівних рангів у k -й групі пов'язаних рангів при ранжируванні j -м експертом.

Якщо немає пов'язаних рангів, то $H_j = 0$, $h_k = 0$, отже, $T_j = 0$ і $(106) = (107)$.

$W=1$, якщо всі ранжирування експертів однакові, і $W=0$, якщо всі ранжирування експертів різні. Для підтвердження гіпотези або спростування гіпотези H_0 використаємо χ^2 критерій. Розрахункове значення визначається за формулою:

$$\chi_{\text{спостер}}^2 = \frac{12V}{d \cdot m \cdot (m+1) - \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^d T_j} \quad (109)$$

Якщо $\chi_{\text{спостер}}^2 \geq \chi_{\text{норматив}}^2$, то гіпотеза H_0 приймається. Якщо $\chi_{\text{спостер}}^2 \leq \chi_{\text{норматив}}^2$, то гіпотеза H_0 відкидається.

$$\chi_{\text{теор}}^2 = \chi^2(a, a).$$

a — число ступенів волі; $a = m-1$.

m — кількість об'єктів, які обстежить експерт.

α — рівень значущості (0,04; 0,05).

Приклад. Складено таблицю результатів ранжирування шести об'єктів ($O_1, \dots, O_6$) п'ятьма експертами ($E_1, \dots, E_5$) (табл. 9). Необхідно обчислити коефіцієнт узгодженості думок експертів (коефіцієнт конкордації) і оцінити його значущість.

Таблиця 9. Вихідні дані

Об'єкт	Експерт				
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
O_1	1	2	1,5	1	2
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1
O_3	2,5	2	3	2,5	3
O_4	4	5	4,5	4,5	4
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5
O_6	6	6	6	5,0	5,5

1. Розрахуємо середні значення рангів

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^d r_{ij} = \frac{1}{6} (1 + 2 + \dots + 5,5 + 5,5) = 17,33$$

2. Розрахуємо варіацію:

$$V = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^5 (r_{ij} - 17,33)^2 = 361$$

Оскільки у матриці є пов'язані ранги, то коефіцієнт погодженості розраховуємо за формулою (107). Для цього розрахуємо T_j за формулою (108).

Для експерта 1: $E_1: H_1=1; h_1=2; T_1=2^3-2=6$

Для експерта 2: $E_2: H_2=1; h_1=3; T_2=3^3-3=24$

Для експерта 3: $E_3: H_3=2; h_1=2; h_2=2; T_3=2^3-2+2^3-2=12$

Для експерта 4: $E_4: H_4=1; h_1=2; h_2=2; T_4=2^3-2+2^3-2=12$

Для експерта 5: $E_5: H_5=1; h_1=2; T_5=2^3-2=6$

$$\sum T_j = 6 + 24 + 12 + 12 + 6 = 60.$$

Підставляємо значення T_j , V , $m = 6$, $d = 5$ у формулу (106):

$$W = \frac{12 \cdot 361}{5^2 \cdot (6^3 - 6) - 5 \cdot 60} = 0,874$$

Якщо $W > 1$, то збільшується ступінь узгодженості судження експертів.

Розрахуємо $\chi^2_{спостер}$ за формулою (109):

$$\chi^2_{спостер} = \frac{12 \cdot 361}{5 \cdot 6 \cdot (6 + 1) - 0,2 \cdot 60} = 21,8,$$

$$\chi^2_{таблич} = \chi^2(0,05; 5) = 11,7.$$

Оскільки $\chi^2_{спостер} > \chi^2_{таблич}$ ($21,8 > 11,7$), гіпотеза H_0 приймається.

Якщо гіпотеза H_0 прийнята, то можна вважати, що індивідуальні оцінки експертів утворюють компактну групу і завданням обробки думок експертів стає побудова узагальненого ранжирування за індивідуальним ранжируванням експертів.

Ранжирування об'єктів на основі бальних оцінок

Нехай d експертів оцінюють m об'єктів за i показниками. Результати оцінювання подані у вигляді величини x_{is}^h , де i — номер об'єкта, s — номер експерта, h — номер показника (ознаки порівняння).

Потрібно знайти групову оцінку об'єктів. Обробка результатів істотно залежить від методів виміру. Методи виміру можуть бути наступними:

- а) за ранжируванням, x_{is}^h — ранги;
- б) метод безпосереднього оцінювання;
- в) метод послідовного порівняння, тоді величини x_{is}^h числа або бали.

Нехай у рамках даного завдання величини x_{is}^h ($s = \overline{1, d}; i = \overline{1, m} h = \overline{1, l}$) знайдені методом безпосереднього порівняння, тобто x_{is}^h визначено у балах.

Алгоритм рішення

1. Знайдемо середнє значення оцінки для кожного об'єкта:

$$x_i = \sum_{h=1}^I \sum_{s=1}^d q_h \cdot k_s \cdot x_{is}^h, \quad (110)$$

де q_h — коефіцієнти вагомості показників порівняння об'єктів;
 k_s — коефіцієнти компетентності експертів.
 Дані величини є ранжированими:

$$\sum_{h=1}^I q_h = 1 \text{ та } \sum_{s=1}^d k_s = 1. \quad (111)$$

Сума q_h :

$$q_h = \sum_{s=1}^d q_{hs} \cdot k_s, (h = \overline{1, I}), \quad (112)$$

де q_{hs} — коефіцієнт вагомості h -го показника, що задається s -м експертом.

Коефіцієнти компетентності експертів можуть бути обчислені за апостеріорними даними, тобто за результатами оцінки об'єкта.

Якщо експерти вимірюють об'єкти у порядковій шкалі методом ранжирування, тобто величини x_{is}^h — ранги, то завданням обробки думки експертів є побудова узагальненого ранжирування за індивідуальним ранжируванням експертів. Процедура проводиться за допомогою матриці попарних порівнянь, тобто

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } x_{ij} \geq x_{kj}, \\ 0, \text{ якщо } x_{ij} < x_{kj} \end{cases}, \quad (113)$$

де x_{ij}, x_{kj} — ранги, що привласнюються j -м експертом, відповідно, i -му і k -му об'єктам. Зокрема, якщо експертами об'єкти

ранжировані у наступному порядку: $O_1 > O_2 \sim O_3 > O_4 > O_5$, то матриця попарних порівнянь буде мати такий вигляд (табл. 10).

Таблиця 10. Матриця парних порівнянь

i	k				
	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
O_1	1	1	1	1	1
O_2	0	1	1	1	1
O_3	0	1	1	1	1
O_4	0	0	0	1	1
O_5	0	0	0	0	1

Якщо маємо d експертів, то кожен з них пропонує своє ранжирування, якому відповідає матриця парних порівнянь, отже, **кількість матриць парних порівнянь дорівнює кількості експертів.**

Для розрахунку різниці між побудованими матрицями застосовується наступна формула (метрика):

$$y_{sj} = \sum_{k=1}^m |y_{ik}^s - y_{ik}^j|, \text{ де } s, j = \overline{1, d} \quad (114)$$

Формула (114) означає, що відмінність між матрицями виражена кількістю розрядних розбіжностей всіх елементів матриці і дозволяє визначити узагальнене ранжирування як матрицю попарних порівнянь.

Поняття найкращого узгодження на практиці називають **медіаною** (формула 115) — це така матриця парних порівнянь, у якої сума відстаней до всіх матриць є мінімальною:

$$\|y_{ik}^*\| = \min \sum_{S=1}^d \sum_{k=1}^m |y_{ik}^S - y_{ik}| \quad (115)$$

Принцип побудови матриці

1. $|y_{ik}^s - y_{ik}| = 1$ чи 0 — модуль різниці змінних дорівнює 0 або 1.

2. Позначимо

$$\sum_{s=1}^d y_{ik}^s = a_{ik}, \quad (116)$$

де a_{ik} — кількість голосів, наданих експертом за перевагу i -го об'єкта у порівнянні з k -м об'єктом.

3. У результаті математичних перетворень маємо:

$$\min \sum_{S=1}^d \sum_{k=1}^m |y_{ik}^s - y_{ik}| = \max \sum_{i,k=1}^m y_{ik} \left(a_{ik} - \frac{d}{2} \right) \quad (117)$$

4. Максимум за змінними y_{ik} , які набувають значення 0 або 1, досягається за умови:

$$y_{ik}^s = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{ik} \geq \frac{d}{2} \\ 0, & \text{якщо } a_{ik} < \frac{d}{2} \end{cases}, \quad (118)$$

де d — кількість експертів.

Оскільки a_{ik} — кількість голосів, відданих експертами за перевагу i -го об'єкта у порівнянні з k -м об'єктом, то в узагальненій матриці парних порівнянь y_{ik} -му елементу варто поставити 1, якщо більше половини експертів висловилися за цю перевагу. Таким чином, всі елементи узагальненої матриці парних порівнянь визначаються за правилом більшості голосів.

Визначення залежності між судженнями

Під час вирішення цієї задачі визначається компетентність експертів і проводиться узагальнене ранжирування. Для обліку компетентності вводиться коефіцієнт компетентності:

$$Y_{ik}^* = \begin{cases} 1, & \text{якщо } b_{ik} \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{якщо } b_{ik} < \frac{1}{2} \end{cases}, \quad (119)$$

$$b_{ik} = \sum_{s=1}^d k_s \cdot y_{ik}^s, i, k = \overline{1, m}, \quad (120)$$

де y_{ik} — елемент матриці.

$\frac{1}{2}$ показує, що i -й об'єкт можна вважати кращим за k -ий.

Якщо відомі ймовірності $p_1, p_2, \dots, p_n$ виникнення кожної ситуації (кількість ситуацій), то можна побудувати узагальнене ранжирування, усереднене за всіма ситуаціями:

$$\|y_{ik}^*\| = \min \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^d \sum_{k=1}^m K_s p_j |y_{ik}^s - y_{ik}^j| \quad (121)$$

Після перетворень одержуємо:

$$Y_{ik}^* = \begin{cases} 1, & \text{якщо } b_{ik} \geq \frac{d}{2} \\ 0, & \text{якщо } b_{ik} < \frac{d}{2} \end{cases} \quad (122)$$

Приклад. У результаті проведення ранжирування чотирьох об'єктів п'ятьма експертами були упорядковані об'єкти (табл. 11). На підставі цієї таблиці необхідно побудувати матрицю парних порівнянь для кожного експерта й узагальнену матрицю.

Таблиця 11. Вихідні дані

Експерти	Об'єкти			
	O_1	O_2	O_3	O_4
E_1	2	1	4	3
E_2	3	2	4	1
E_3	1	2	3	4

E_4	3	1	2	4
E_5	1	2	4	3

Розв'язання:

1. Будуємо матрицю парних порівнянь для кожного експерта.
Для першого експерта:

Таблиця 12

i	Об'єкти (експерт 1), k			
	O_1	O_2	O_3	O_4
O_1	1	0	0	0
O_2	0	1	0	0
O_3	1	1	1	1
O_4	1	1	0	1

Для другого експерта:

Таблиця 13

i	Об'єкти (експерт 2), k			
	O_1	O_2	O_3	O_4
O_1	1	1	0	1
O_2	0	1	0	1
O_3	1	1	1	1
O_4	0	0	0	1

Для третьего эксперта:

Таблица 14

i	Об'єкти (експерт 3), k			
	O_1	O_2	O_3	O_4
O_1	1	0	0	0
O_2	1	1	0	0
O_3	1	1	1	0
O_4	1	1	1	1

Для четвертого эксперта

Таблица 15

i	Об'єкти (експерт 4), k			
	O_1	O_2	O_3	O_4
O_1	1	1	1	0
O_2	0	1	0	0
O_3	0	1	1	0
O_4	1	1	1	1

Для п'ятого эксперта

Таблица 16

i	Об'єкти (експерт 5), k			
	O_1	O_2	O_3	O_4
O_1	1	0	0	0
O_2	1	1	0	0
O_3	1	1	1	1
O_4	1	1	0	1

Сумарна матриця

Таблиця 17

<i>i</i>	Об'єкти (експерт 5), <i>k</i>			
	<i>O</i> ₁	<i>O</i> ₂	<i>O</i> ₃	<i>O</i> ₄
<i>O</i> ₁	5	3	1	1
<i>O</i> ₂	2	5	0	1
<i>O</i> ₃	4	5	5	3
<i>O</i> ₄	4	4	2	5

Узагальнена матриця має вигляд:

Таблиця 18

<i>i</i>	Об'єкти (експерт 5), <i>k</i>			
	<i>O</i> ₁	<i>O</i> ₂	<i>O</i> ₃	<i>O</i> ₄
<i>O</i> ₁	1	1	0	0
<i>O</i> ₂	0	1	0	0
<i>O</i> ₃	1	1	1	1
<i>O</i> ₄	1	1	0	1

У загальній матриці кожний елемент сумарної матриці визначається із відношення $d/2=5/2=2,5$. Якщо елементи матриці більші або рівні 2,5, то їм привласнюється значення 1, якщо менші — то 0.

Висновок: $O_3 > O_4 > O_2 > O_1$, де «>» означає «краще».

Вагові коефіцієнти показників можна знайти експертним шляхом. Якщо q_{hs} — коефіцієнт ваги h -го показника, привласненого s -м експертом, то середній коефіцієнт ваги h -го показника за всіма експертами визначається за формулою:

$$q_h = \sum_{s=1}^d q_{hs} \cdot k_s, \quad h = \overline{1, I} \quad (123)$$

Коефіцієнт компетентності експертів можна обчислити за апостеріорними даними, тобто за результатами оцінювання об'єктів. Основною ідеєю цього обчислення є наступна гіпотеза: компетентність експертів оцінюється за ступенем погодженості їхніх оцінок із груповою оцінкою об'єктів.

*Алгоритм обчислення коефіцієнта
компетентності експертів
у вигляді рекурентної процедури*

Запишемо три формули середніх оцінок першого наближення:

$$x_i^t = \sum_{s=1}^d x_{is} k_s^{t-1}, \quad i = \overline{1, m}, \quad t = 1, 2, \dots; \quad (124)$$

$$\lambda^t = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^d x_{is} x_i^t, \quad t = 1, 2, \dots; \quad (125)$$

$$k_s^t = \frac{1}{\lambda^t} \sum x_{is} x_i^t, \quad s = \overline{1, d}; \quad t = 1, 2, \dots \quad (126)$$

Обчислення починаються із $t=1$:

$$k_s^t = \frac{1}{\lambda^t} \sum_{i=1}^m x_{is} x_i^t, \quad s = \overline{1, d}; \quad t = 1, 2, \dots \quad (127)$$

У формулі початкові значення коефіцієнтів компетентності беруть однаковими і такими, що рівні $k_s^0 = \frac{1}{d}$.

Тоді групові оцінки першого наближення дорівнюють середнім арифметичним значенням оцінок експертів: $x_i^1 = \frac{1}{d} \sum_{s=1}^d x_{is}$.

Потім обчислюють λ^1 за формулою:

$$\lambda^1 = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^d x_{is} x_i^1 \quad (128)$$

Обчислюють значення коефіцієнтів компетентності першого наближення:

$$k_s^1 = \frac{1}{\lambda^1} \sum_{i=1}^m x_{is} x_i^1, \quad s = \overline{1, d} \quad (129)$$

Використовуючи коефіцієнти компетентності першого наближення, можна повторити весь процес обчислення за формулами та одержати інші наближення величин.

Приклад. Три експерти ($d=3$) оцінювали значення двох варіантів щодо вирішення однієї проблеми ($i = 1$) і дали нормовані оцінки $x_{1s} + x_{2s} = 1$ (табл. 19).

Таблиця 19. Вихідні дані

Заходу	Експерти			Разом
	E_1	E_2	E_3	
z_1	0,3	0,5	0,2	1
z_2	0,7	0,5	0,8	2
Разом	1	1	1	—

Розрахувати групові оцінки заходів і коефіцієнти компетентності експертів.

Розв'язання:

1. Розрахуємо середні оцінки об'єктів першого наближення, прийнявши $t=1$:

$$x_i^1 = \frac{1}{d} \sum_{s=1}^d x_{is};$$

$$x_1^1 = 1 / 3(0,3 + 0,5 + 0,2) = 0,333;$$

$$x_2^1 = 1 / 3(0,7 + 0,5 + 0,8) = 0,667$$

2. Обчислимо величину λ^1 :

$$\lambda^1 = \sum_{i=1}^m \sum_{s=1}^d x_{is} x_i^1,$$
$$\lambda^1 = 1 \cdot 0,333 + 2 \cdot 0,667 = 1,667$$

3. Коефіцієнти компетентності першого наближення:

$$K_1^1 = 1 / 1,667(0,3 \cdot 0,333 + 0,7 \cdot 0,667) = 0,28;$$

$$K_2^1 = 1 / 1,667(0,5 \cdot 0,333 + 0,5 \cdot 0,667) = 0,30;$$

$$K_3^1 = 1 / 1,667(0,2 \cdot 0,333 + 0,8 \cdot 0,667) = 0,36.$$

Обчислюючи групові оцінки об'єктів другого наближення, одержуємо $x_1^2=0,324$; $x_2^2=0,676$; $\lambda^2=1,676$. Коефіцієнти компетентності другого наближення дорівнюють, відповідно, $0,341$; $0,298$; $0,361$.

Для третього наближення маємо $x^2 = (0,3235; 0,6765)$; $\lambda^3=1,6765$; $K^3 = (0,341; 0,298; 0,361)$.

За результатами третього наближення вектор коефіцієнтів компетентності стабілізувався. Отже, подальші обчислення не дадуть істотного уточнення.

У цьому прикладі мала кількість об'єктів та експертів, отже, можна обмежитися одним наближенням. Захід 1 краще заходу 2.

1.7. Моделювання економічного ризику на основі концепції теорії гри

1.7.1. Теоретико-ігрова модель та її основні компоненти [6, 9]

Модель — це об'єкт, який заміщує оригінал і відображає найважливіші його риси та властивості для конкретного дослідження при обраній системі гіпотез.

Математична модель — це абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінено відношеннями між математичними категоріями. *Сутність методології математичного моделювання* полягає в заміні реального об'єкта його «образом» — математичною моделлю — і подальшим вивченням моделі на підставі аналітичних методів та обчислювально-логічних алгоритмів, які реалізуються за допомогою комп'ютерних програм. Робота не з самим об'єктом (явищем, економічним процесом), а з його моделлю дає можливість відносно швидко і безболісно досліджувати основні властивості та поведінку об'єкта за будь-яких випадкових ситуацій.

Теорія гри — це розділ сучасної математики, який вивчає математичні моделі прийняття рішень за умов невизначеності, конфліктності, тобто в ситуаціях, коли інтереси сторін (гравців) або протилежні, або не збігаються, хоча й не є протилежними.

Гра — це формалізований опис (модель) конфліктної ситуації, що містить чітко визначені правила дій її учасників, які намагаються здобути перемогу шляхом вибору конкретної (у певному сенсі найкращої) стратегії поведінки.

Для дослідження статистичних моделей за умов невизначеності, конфліктності й зумовленого ними ризику використовують *схему гри з економічним середовищем*. Під економічним середовищем зазвичай розуміють сукупність невизначених чинників (зокрема, й економічних), які впливають на ефективність рішення. Складовими такої гри є:

1) *перший гравець* — суб'єкт прийняття рішення (ОПР), вибір стратегії поведінки якого базується на множині $S = (s_1, \dots, s_m)$ взаємовиключних рішень (стратегій), одне з яких йому необхідно обрати;

2) *другий гравець* — економічне середовище, яке може перебувати в одному з n взаємовиключних станів θ_j , що утворюють множину сценаріїв $\Theta = \{\theta_1; \dots; \theta_n\}$, один із яких обов'язково настане;

3) *відсутність у ОПР апріорної інформації* про те, в якому зі своїх станів перебуватиме економічне середовище;

4) *точне знання ОПР функціонала оцінювання* $F = (f_{kj}; k = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n)$, елементи f_{kj} якого є кількісною оцінкою ефективності результату у разі вибору ним стратегії S_k при реалізації стану еко-

номічного середовища θ_j ($k = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$). Функціонал оцінювання F також називають матрицею гри чи платіжною матрицею.

Функціонал оцінювання

Функціонал оцінювання задається матрицею:

$$F = F_{\{f_{kj} : k = 1..m; j = 1..n\}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \theta_1 & \dots & \theta_j & \dots & \theta_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} s_1 | \\ \vdots \\ s_k | \\ \vdots \\ s_m | \end{matrix} & \begin{matrix} f_{11} & \dots & f_{1j} & \dots & f_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{k1} & \dots & f_{kj} & \dots & f_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{m1} & \dots & f_{mj} & \dots & f_{mn} \end{matrix} \end{matrix}, \quad (130)$$

елемент f_{kj} якої — кількісна оцінка рішення $s_k \in S$ за умови, що середовище перебуває у стані $\theta_j \in \Theta$.

При цьому кожному рішення S_k відповідає вектор оцінювання:

$$F_k = \{f_{k1}, \dots, f_{kn}\}, k = 1..m$$

Визначення функціонала оцінювання у формі $F = F^+$ (позитивний інгредієнт) використовують для оптимізації таких категорій, як виграш, корисність, ефективність, прибуток, надійність, імовірність удачі тощо. У формі $F = F^-$ (негативний інгредієнт) функціонал використовують для оптимізації таких категорій, як програш, витрати, збитки, ризик, імовірність невдачі.

Матриця ризику

Матрицю ризику також називають матрицею невикористаних можливостей. Величини її елементів r_{kj}^- вказують на збитки, яких може зазнати ОПР у разі вибору k -ї стратегії S_k за умов j -го стану економічного середовища θ_j , порівняно з результатом, який отримав би ОПР за вибору найвигіднішої для нього стратегії в умовах цього самого стану θ_j .

Елементи матриці ризику знаходять за однією з двох формул:

1) якщо $F = F^+$, то

$$r^-(s_k, \theta_j) = \max_{s_k \in S} f^+(s_k, \theta_j) - f^+(s_k, \theta_j), \quad (131)$$

2) якщо $F = F^-$, то

$$r^-(s_k, \theta_j) = f^-(s_k, \theta_j) - \min_{s_k \in S} f^-(s_k, \theta_j) \quad (132)$$

Очевидно, що матриця ризику має негативний інгредієнт:

$$R^- = \{r_{kj}^- = r^-(s_k, \theta_j); k = 1..m; j = 1..n\} \quad (133)$$

1.7.2. Класифікація інформаційних ситуацій [9]

Під інформаційною ситуацією з точки зору суб'єкта управління розуміють певний ступінь градації невизначеності щодо перебування економічного середовища в одному зі своїх можливих станів у момент прийняття рішення суб'єктом управління.

Класифікацію інформаційних ситуацій, які характеризують поведінку економічного середовища під час «вибору» свого стану в процесі прийняття рішення, можна представити наступним чином.

Перша інформаційна ситуація характеризується заданим розподілом апіорних імовірностей станів економічного середовища $\theta_j \in \Theta (j = 1..n)$, тобто вважаються відомими ймовірності реалізації

j -го стану: $P = (p_1; \dots; p_n)$, для яких мають виконуватися такі умови

$$\sum_{j=1}^n p_j = 1; p_j \geq 0, j = 1..n.$$

Друга інформаційна ситуація характеризується можливістю оцінити параметри (числові характеристики), які характеризують розподіл апіорних імовірностей станів економічного середовища (математичне сподівання, дисперсію), хоча сам закон розподілу ймовірності є невідомим (достатня за обсягом інформація).

Третя інформаційна ситуація характеризується певною системою (лінійних чи нелінійних) співвідношень пріоритету стосовно елементів множини Θ — станів економічного середовища (обсяг інформації про економічне середовище недостатній).

Четверта інформаційна ситуація характеризується, з одного боку, невідомим розподілом апіорних імовірностей станів економічного середовища, а з іншого — відсутністю активної протидії економічного середовища цілям суб'єкта управління.

П'ята інформаційна ситуація характеризується абсолютно протилежними (антагоністичними) інтересами ОПР та економічного середовища, тобто має місце конфлікт між ними. При цьому економічне середовище є активним і являє собою зловмисного противника. (Це ситуація, коли достатнім є обсяг інформації про поведінку економічного середовища).

Шоста інформаційна ситуація характеризується як проміжна між першою та п'ятою інформаційними ситуаціями, коли разом із наявністю певної інформації щодо розподілу P апіорних імовірностей $p_j, (j = 1..n)$ економічне середовище не є пасивним.

Слід зауважити, що кожній інформаційній ситуації відповідає свій набір критеріїв прийняття рішень.

Прийняття рішень у полі першої інформаційної ситуації

Перша інформаційна ситуація є поширеною в більшості практичних задач прийняття рішень за умов ризику. При цьому ефективно використовують методи теорії ймовірності та математичної статистики, особливо точкові статистичні оцінки.

Розглянемо деякі із основних критеріїв прийняття рішень у полі першої інформаційної ситуації.

1) *Критерій Байєса*. Згідно з критерієм Байєса, оптимальне рішення S_{k_0} у випадку, якщо $F = F^+$, визначається умовою:

$$s_{k_0} : B^+(s_{k_0}; P) = \max_{s_k \in S} B^+(s_k; P) \quad (134)$$

Величину $B^+(s_k; P) = \sum_{j=1}^n p_j f_{kj}^+ = M(F_k^+)$ називають байєсів-

ською оцінкою рішення (стратегії) $s_k (k = 1..m)$, вона є математичним сподіванням випадкової величини, що задається вектором оцінювання $F_k^+, k = 1..m$.

Якщо функціонал оцінювання має негативний інгредієнт $F = F^-$, тобто відображає ризики, збитки, непередбачені виплати

тощо, то величину $B^-(s_k; P) = \sum_{j=1}^n p_j f_{kj}^- = M(F_k^-)$ називають байє-

сівською оцінкою ризику рішення $s_k (k = 1..m)$. У цьому випадку оптимальне рішення визначається умовою:

$$s_{k_0} : B^-(s_{k_0}; P) = \min_{s_k \in S} B^-(s_k; P) \quad (135)$$

Оцінки, отримані згідно з цим критерієм, часто використовують як складові більш складних критеріїв, що враховують розкид значень функціонала оцінювання на множині сценаріїв.

2) *Критерій мінімальної дисперсії*. Незалежно від інгредієнта функціонала оцінювання оптимальне рішення s_{k_0} може визначатися умовою:

$$s_{k_0} : D^-(s_{k_0}; P) = \min_{s_k \in S} D^-(s_k; P), \quad (136)$$

де $D^-(s_k; P) = (\sigma^-(s_k; P))^2 = \sum_{j=1}^n p_j (f_{kj} - B(s_k; P))^2$ — дисперсія

випадкової величини, що задається вектором оцінювання $F_k, k = 1..m$.

3) *Критерій мінімальної семіваріації*. Незалежно від інгредієнта функціонала оцінювання оптимальне рішення s_{k_0} може визначатися умовою:

$$s_{k_0} : SV^-(s_{k_0}; P; \alpha_{k_0}) = \min_{s_k \in S} SV^-(s_k; P; \alpha_k), \quad (137)$$

де $SV^-(s_k; P; \alpha_k) = \sum_{j=1}^n \alpha_{kj} p_j (f_{kj} - B(s_k; P))^2$ — семіваріація випадкової

величини, що задається вектором оцінювання $F_k, k = 1..m$, $\alpha_k = \{\alpha_{k1}; \dots; \alpha_{kn}\}$ — вектор індикаторів несприятливих відхилень для рішень s_k відносно байєсівської оцінки $B(s_k; P)$ цього рішення $k = 1..m$.

4) Критерій мінімального коефіцієнта варіації. Якщо функціонал оцінювання має позитивний інгредієнт $F = F^+$, то оптимальним слід вважати рішення:

$$s_{k_0} : CV^-(s_{k_0}; P) = \min_{s_k \in S} CV^-(s_k; P), \quad (138)$$

де $CV^-(s_k; P) = \frac{\sigma^-(s_k; P)}{B^+(s_k; P)}$ — величина коефіцієнта варіації для

рішення s_k .

4) Критерій мінімального коефіцієнта семіваріації. Якщо $F = F^+$, то оптимальним слід вважати рішення:

$$s_{k_0} : CSV^-(s_{k_0}; P) = \min_{s_k \in S} CSV^-(s_k; P), \quad (139)$$

де $CSV^-(s_k; P) = \frac{SSV^-(s_k; P)}{B^+(s_k; P)}$ — величина коефіцієнта семіварі-

ації для рішення s_k .

Друга інформаційна ситуація

У цій ситуації висувається гіпотеза щодо класу функції, якому належить розподіл імовірності, на підставі статистичної інформації здійснюється перевірка цієї гіпотези і за наявності позитивного результату на підставі ідентифікованого розподілу будується вектор $\hat{P} = (\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n)$, який розглядається як прийнятна оцінка ймовірності станів економічного середовища. Після цього для прийняття рішень можна скористатися критеріями, які розглядалися у випадку першої інформаційної ситуації.

Перша формула Фішберна. У випадку, якщо на підставі наявної інформації можна побудувати ряд пріоритету щодо станів економічного середовища, тобто вважаючи, що $p_{i_1} \geq p_{i_2} \geq \dots \geq p_{i_n}$, Фішберн висунув гіпотезу, за якою оцінки $\hat{p}_{i_j}$ апіоріорних імовірностей p_{i_j} можна будувати у вигляді спадної арифметичної прогресії:

Друга формула Фішберна. У випадку, якщо апіорі можна стверджувати, що мають місце співвідношення пріоритету щодо станів економічного середовища:

згідно з гіпотезою Фішберна, оцінки $p_{ij}, j = 1..n$ апіорних ймовірностей можна обрати у вигляді спадної геометричної прогресії:

Наступним етапом після оцінювання розподілу ймовірності станів економічного середовища, згідно з однією із формул Фішбер-

на, є прийняття рішення з використанням критеріїв, розглянутих у випадку першої інформації ситуації.

Четверта інформаційна ситуація

Для цієї ситуації характерним є повне незнання закону розподілу ймовірності станів економічного середовища. Тому вибір розподілу, подібно до двох попередніх випадків, має базуватися на певних гіпотезах. Як одну із таких гіпотез можна використати принцип Бернуллі-Лапласа (принцип недостатніх сподівань), згідно з яким можливі стани економічного середовища розглядають як рівномірні випадкові події, якщо відсутня інформація про умови, за яких кожен стан може відбутися, тобто вважати, що

$$p_j \approx \hat{p}_j = \frac{1}{n}, j=1..n.$$

П'ята інформаційна ситуація

Ця інформаційна ситуація характеризується антагоністичними інтересами ОПР та економічного середовища, тобто має місце конфлікт між ними. При цьому економічне середовище є активним, тобто таким, що активно протидіє досягненню найбільшої ефективності рішень, які приймають ОПР. Це досягається шляхом вибору таких станів, які зводять до мінімуму ефективність процесу управління.

Необхідно зазначити, що основною стратегією для ОПР у полі п'ятої інформаційної ситуації є забезпечення гарантованих рівнів значень функціонала оцінювання.

1) *Критерій Вальда.* Якщо $F = F^+$, то, згідно з критерієм Вальда, оптимальне рішення обирають за принципом максиміну:

$$s_{k_0} : \tilde{f}_{k_0}^+ = \max_{s_k \in S} \tilde{f}_k^+ = \max_{s_k \in S} \min_{\theta_j \in \Theta} \tilde{f}_{kj}^+ \quad (143)$$

У випадку, якщо $F = F^-$, оптимальне рішення обирають за принципом мінімаксу:

$$s_{k_0} : \tilde{f}_{k_0}^- = \min_{s_k \in S} \tilde{f}_k^- = \min_{s_k \in S} \max_{\theta_j \in \Theta} \tilde{f}_{kj}^- \quad (144)$$

Слід зазначити, що критерій Вальда надзвичайно консервативний, тобто безризиковий за ситуації, коли недоцільно ризикувати.

2) *Критерій домінуючого результату*. Якщо $F = F^+$, то, згідно з критерієм домінуючого результату, оптимальне рішення забезпечується максимаксною стратегією:

$$s_{k_0} : \tilde{f}_{k_0}^+ = \max_{s_k \in S} \tilde{f}_k^+ = \max_{s_k \in S} \max_{\theta_j \in \Theta} \tilde{f}_{kj}^+ \quad (145)$$

У випадку, якщо $F = F^-$, оптимальне рішення забезпечується мінімінною стратегією:

$$s_{k_0} : \tilde{f}_{k_0}^- = \min_{s_k \in S} \tilde{f}_k^- = \min_{s_k \in S} \min_{\theta_j \in \Theta} \tilde{f}_{kj}^- \quad (146)$$

Цей критерій зазвичай використовують як складову в процесі побудови складових моделей прийняття багатоцільових рішень для імітації найсприятливіших ситуацій.

3) *Критерій мінімального ризику Севіджа* є одним із основних критеріїв, що відповідає принципу мінімаксу. Перш за все треба перейти від функціонала оцінювання $F^\pm$ до матриці ризику R^- . Тоді, згідно з критерієм Севіджа, оптимальним слід вважати рішення:

$$s_{k_0} : \tilde{r}_{k_0}^- = \min_{s_k \in S} \max_{\theta_j \in \Theta} r_{kj}^- \quad (147)$$

Шоста інформаційна ситуація

Класичними прикладами критеріїв прийняття компромісних рішень у полі шостої інформаційної ситуації є критерій Гурвіца, модифіковані критерії та критерій Ходжена-Лемана.

1) *Критерій Гурвіца*. Гурвіц запропонував використовувати зважену комбінацію найкращого та найгіршого. Такий підхід

до вибору рішень відомий як критерій показника песимізму-оптимізму. Особливістю його є те, що в ньому передбачається не повний, а частковий антагонізм середовища та ОПР.

Згідно з критерієм Гурвіца, у випадку, якщо $F = F^+$, оптимальним є рішення:

$$s_{k_0} : G^+(s_{k_0}; \lambda) = \max_{s_k \in S} \left[(1 - \lambda) \max_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^+ + \lambda \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^+ \right]; \lambda \in [0; 1] \quad (148)$$

Величину $G_{k\lambda}^+ = G^+(s_k; \lambda) = (1 - \lambda) \max_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^+ + \lambda \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^+$ називають

λ показником Гурвіца для рішення $s_k \in S$.

У випадку, якщо $F = F^-$, оптимальним є рішення:

$$s_{k_0} : G^-(s_{k_0}; \lambda) = \min_{s_k \in S} \left[(1 - \lambda) \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^- + \lambda \max_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^- \right]; \lambda \in [0; 1] \quad (149)$$

Параметр λ в обох випадках можна інтерпретувати як коефіцієнт неохочності до ризику.

2) *Модифіковані критерії*. Згідно з модифікованими критеріями, у випадку, якщо $F = F^+$, оптимальним є рішення:

$$s_{k_0} : F^+(s_{k_0}; P; \lambda) = \max_{s_k \in S} F^+(s_k; P; \lambda), \quad (150)$$

або у випадку, якщо $F = F^-$, рішення:

$$s_{k_0} : F^-(s_{k_0}; P; \lambda) = \min_{s_k \in S} F^-(s_k; P; \lambda), \quad (151)$$

де $F^\pm(s_k; P; \lambda) = (1 - \lambda)B^\pm(s_k; P) \mp \lambda \cdot Risk^\pm(s_k; P)$ $\lambda \in [0; 1]$, а як величину $Risk^-(s_k; P)$ можна використати середньоквадратичне $\sigma^-(s_k; C)$, семіквадратичне $SSV^-(s_k; P)$ відхилення тощо. Параметр $\lambda \in [0; 1]$, який використовують у зазначених вище критеріях, можна тлумачити як коефіцієнт неохочності ОПР до ризику.

З) *Критерій Ходжеса-Лемана*, який являє собою «суміш» критеріїв Байєса та Вальда.

Згідно з критерієм Ходжеса-Лемана, у випадку, якщо $F = F^+$, оптимальним є рішення:

$$s_{k_0} : HL^+(s_{k_0}; P; \lambda) = \max_{s_k \in S} \left[(1 - \lambda) B^+(s_k; P) + \lambda \min_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^+ \right] \quad (152)$$

Якщо $F = F^-$, то оптимальним рішенням є:

$$s_{k_0} : HL^-(s_{k_0}; P; \lambda) = \min_{s_k \in S} \left[(1 - \lambda) B^-(s_k; P) + \lambda \max_{\theta_j \in \Theta} f_{kj}^- \right] \quad (153)$$

Як і раніше, параметр $\lambda \in [0; 1]$, і його можна інтерпретувати як коефіцієнт неохочності до ризику.

1.8. Прийняття багатоцільових рішень в умовах ризику [9]

1.8.1. Ієрархічна структура багатоцільових задач

Одним із підходів до реалізації ідеї оцінювання якості альтернативних рішень з використанням кількох критеріїв є розгляд певної економічної проблеми як ієрархічної структури. Сутність цього підходу полягає в тому, що кожен елемент (інформаційну базу) вищого рівня ієрархії можна розкласти (деталізувати) на кілька часткових елементів нижчого рівня, які, у свою чергу, деталізуються множиною елементів наступного (нижчого) рівня тощо. Цей процес триває, доки не з'явиться можливість побудувати математичні моделі у вигляді цільових функцій (функціоналів оцінювання) для простіших часткових цілей.

Слід виокремити такі етапи побудови ієрархічної моделі:

- 1) формування множини допустимих рішень (стратегій);
- 2) формування множини цілей та побудова цільових функцій (функціоналів оцінювання);
- 3) формування набору критеріїв оцінювання якості рішень (стратегій);
- 4) встановлення шкали їх оцінювання (методу нормалізації);
- 5) виявлення системи пріоритетів суб'єкта управління;
- 6) побудова правил вирішення.

Процес прийняття рішення в умовах ризику можна подати наступною схемою (рис. 11).



Рис. 11. Схеми процесу прийняття рішень

Співвідношення багатомірних цілей [11, 14, 19]:

- 1) Цілі взаємно нейтральні, якщо система або процес характеризуються задачами, не пов'язаними одна з одною.
- 2) Цілі кооперуються, якщо система або процес розглядаються стосовно однієї цілі, а інші досягаються одночасно.
- 3) Цілі конкурують між собою, тобто багатокритеріальні задачі повинні розглядатися у частині конкуруючих цілей.

1.8.2 Структурна схема побудови моделі багатокритеріальних задач

Побудова моделі багатокритерійних завдань є складною процедурою, що складається з формалізованих і неформалізованих етапів. Етапи цієї процедури обумовлюються елементами багатокритеріальної моделі, а послідовність етапів і види можливих ітерацій обумовлюються взаємозв'язками елементів (рис. 12).

На першому етапі (блок 1) здійснюється постановка задачі, тобто встановлюється вид необхідно упорядкованості варіантів рішення, формується мета дослідження та зміст поняття «варіант рішення».

На другому етапі формується безліч варіантів рішення, перевіряється можливість досягнення поставленої мети. Встановлюється поняття «допустимість», розробляється спосіб перевірки допустимості, виділяється безліч варіантів рішення.

У блоці 3 аналізуються можливі наслідки обраних варіантів рішень, визначаються показники, які характеризують можливі наслідки, формується набір критеріїв для оцінки наслідків, розробляються шкали оцінювання критеріїв (блок 4).

Реалізація 3 та 4 етапів тісно пов'язана між собою. Під час розробки шкал оцінювання може виявитися незначний вплив одного із критеріїв, неоднорідність оцінювання, може виявитися комплексний характер одного із критеріїв. У цих випадках доцільно повернутися до блоку 3 і скорегувати критерії.

На п'ятому етапі оцінюють припустимі варіанти рішень. На цьому етапі також може виникнути неоднозначний комплексний характер критеріїв, надлишкова детальність оцінок, невідповідність змісту деяких критеріїв їхнім шкалам. Для цього вносяться відповідні корективи в безліч критеріїв або шкал оцінювання.

Побудова вирішального правила, що приводить до необхідного упорядкування варіантів рішення, можлива протягом декількох етапів. На кожному з таких етапів одержують певну інформацію щодо пріоритету суб'єкта управління (блок 6). У блоці 7 інформація використовується для побудови відповідного вирішального правила.

Блок 8 — здійснюється порівняння й упорядкування варіантів рішення.

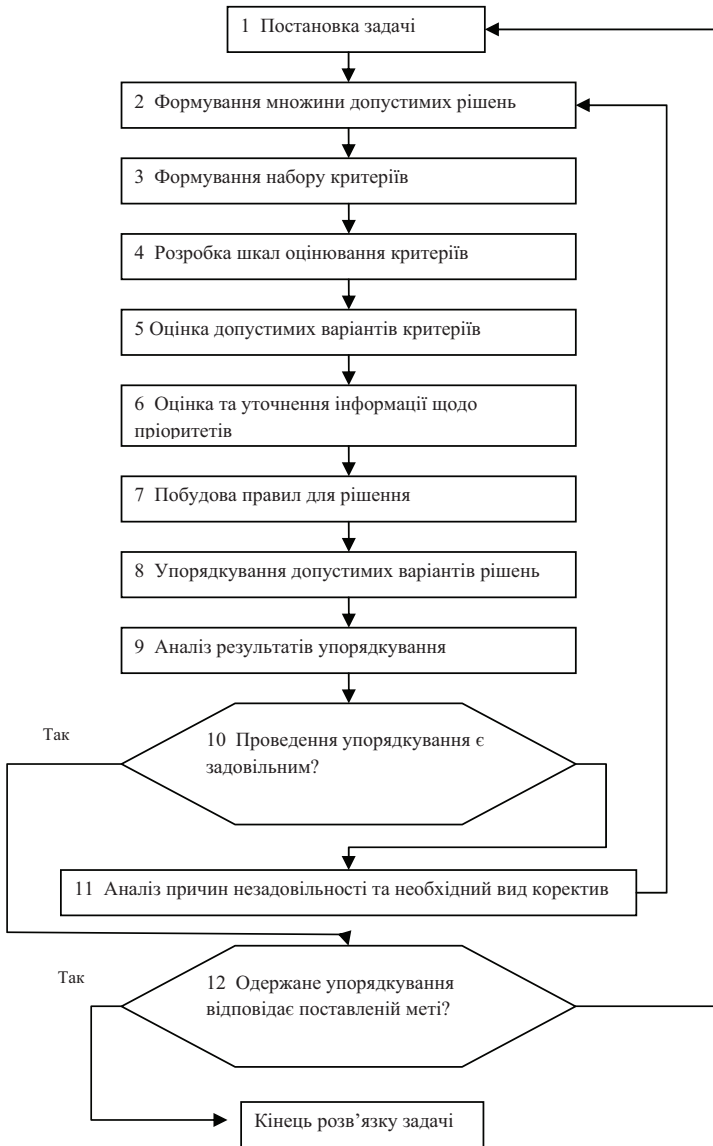


Рис. 12. Структура процесу прийняття рішення

Блок 9 — аналіз результатів упорядкування. Під час такого аналізу може виявитися незадовільний результат (блок 10), тобто невідповідність упорядкування уявленням суб'єкта управління, тоді блок 11 — дослідження причини невідповідності.

Причини невідповідності:

1. Неадекватність використання інформації або допущень інтуїтивним пріоритетам.

2. Випадання з аналізу якогось із припустимих варіантів рішень.

3. Неповнота наборів критеріїв.

4. Невідповідність шкал критеріїв можливостям оцінки.

5. Неточності або помилки при оцінюванні деяких допустимих варіантів.

6. Неточне визначення поняття допустимих варіантів.

Залежно від причин незадовільного упорядкування варіантів рішення до моделі вносяться необхідні уточнення, виправлення й доповнення і повторюються відповідні етапи.

Якщо упорядкування варіантів виявиться задовільним (блок 10), то при використанні вирішальних правил перевіряється, чи відповідає його вид поставленому завданню (блок 12).

Наприклад, у поставленому завданні необхідно лінійно упорядкувати припустимі варіанти рішення. У той же час вирішальне правило призводить лише до їхнього часткового упорядкування, тоді необхідно одержати додаткову інформацію щодо пріоритету (повернення до блоку 6), побудувати нове, більш жорстке вирішальне правило. Цю процедуру повторювати доти, доки не буде вичерпана вся додаткова інформація. При неможливості одержати додаткову інформацію, початкова постановка задачі має бути менш жорсткою.

Якщо упорядкування варіантів рішень визнається суб'єктом управління як задовільне, то воно вважається остаточним.

1.8.3. Постановка багатокритеріальної задачі управління в умовах ризику

Багатокритеріальна задача оптимального управління подана тройкою $\langle U, \varphi, R \rangle$, де U — множина управлінь, φ — відобра-

ження U в просторі доходів E_m ; R — бінарне відношення на E_m , за яким доходи порівнюються.

Постановка задачі та її властивості

Нехай U — множина управлінь для деякого об'єкта. Управління $u \in U$ можуть мати різну природу: стратегії у грі, неперервні функції, правила зупинки. Природа та структура множин U для загальної постановки задачі оптимального управління несуттєві. Кожному управлінню $u \in U$ ставиться у відповідність m -мірний вектор доходу $\varphi(u) \in E_m$. Вид $\varphi(u)$ визначається властивостями об'єкта управління. Будемо інтерпретувати E_m як простір доходів.

Замість доходів можна розглядати штрафи. У першому випадку оптимальні управління будуть відповідати мажорантам, в іншому — мінорантам; обидва випадки еквівалентні один одному, тому далі будемо розглядати доходи.

Нехай на просторі E_m задане бінарне відношення. Управління $u^* \in U$ є оптимальним, якщо за всіма іншими управліннями $u \in U$ неможливо отримати вектор доходів $\varphi(u)$, який має більшу перевагу щодо до R , ніж $\varphi(u^*)$, тобто $\varphi(u) R \varphi(u^*)$ для всіх $u \in U$. Будемо називати такі рівняння R -оптимальними. Позначимо множину всіх R -оптимальних рівнянь як $\Theta(U)$.

Багатокритеріальна задача оптимального управління полягає в тому, щоб при заданих U , φ та R виділити $\Theta(U)$. Якщо відображення φ відповідає кожному $u \in U$ число $\varphi(u) \in E_1$, а відношення R є відношенням «більше» на множині дійсних чисел, то отримаємо класичну однокритеріальну задачу оптимального управління.

Багатокритеріальна задача оптимального управління звичайно має множину розв'язків. Розв'язком $\Theta(U, \varphi, R)$ задачі оптимального управління $\langle U, \varphi, R \rangle$ називається множина всіх R -оптимальних рівнянь $u^* \in U$; окремим розв'язком — будь-яке R -оптимальне управління $u^* \in U$.

Специфіка задачі може привести до того, що стає необов'язковим виділення множини $\Theta(U)$: достатньо знайти хоча б один елемент $u \in \Theta(U)$ чи частину $\Theta(U)$, яка характеризується деякими додатковими властивостями.

Ситуація прийняття багатоцільових рішень характеризується парою $\{x, F\}$, де $x = \{x_1, \dots, x_m\}$ — безліч рішень суб'єктів управління, $F = \{F^1, F^2, \dots, F^Q\} = \{f_k^q\}_{Q, m}$, $(q, k=1)$ — вектор функціонала оцінювань. Необхідно вибрати єдине рішення, що буде оптимальним за критерієм згортки з урахуванням впливу факторів (v, w, u) , де

v — метод нормалізації;

u — співвідношення пріоритету;

w — критерій згортки.

Метод нормалізації — це функція переходу F , як однозначного відображення R^Q в R^l , нормалізація використовується для переходу до порівняльних шкал у значеннях функціонала оцінювання (табл. 20).

Метод пріоритету — вектор оцінок $(u_1, \dots, u_Q)$ на компонентах $F = \{F^1, F^2, \dots, F^Q\}$ (табл. 21).

Критерій згортки — принцип прийняття оптимальних рішень або функція відображення R^Q в R^l (табл. 22).

Таблиця 20. Методи нормалізації

Методи нормалізації	Математичний запис
1. Заміна інгредієнтів	$(-f_k^q) \frac{1}{f_k^q}$
2. Відносна нормалізація	$(f_k^q / \max_k f_k^q) (f_k^q / \min_k f_k^q)$
3. Порівняльна нормалізація	$(f_k^q - \min_k f_k^q) (\max_k f_k^q - f_k^q)$
4. Природна нормалізація	$(f_k^q - \min_k f_k^q) (\max_k f_k^q - \min_k f_k^q)$
5. Севіджа	$(\max_k f_k^q - f_k^q) (\max_k f_k^q - \min_k f_k^q)$

Таблиця 21. Принципи побудови пріоритетів

Принципи	Математичний запис
1. Лінійний	$u_q f_k^q$
2. Показовий	$(f_k^q)^{u_q}$

3. Зменшення розмірності задачі	$F = \{F^q\}, q \in Q^0$ $Q^0 = \{q = \overline{1, Q} / (F^q > F^{q_0})\}$ $q_0 - \text{невідоме число}$
---------------------------------	--

Таблиця 22. Критерій згортки

Критерій згортки	Математичний запис
1. Гарантований результат	$\min_q f_k^q$
2. Домінуючий результат	$\max_q f_k^q$
3. Рівність	$f_{k0}^1 = f_{k0}^2 = \dots = f_{k0}^Q$
4. Сумарна ефективність	$\sum_q f_k^q$
5. Рівномірність	$\prod_q f_k^q$

1.8.4. Багатокритеріальна модель обґрунтування прийняття рішень [6]

Одноцільова багатокритеріальна модель обґрунтування прийняття рішень у полі однієї інформаційної ситуації

За наявності однієї цілі (одного цільового функціонала оцінювання) у полі вибраної інформаційної ситуації актуальною стає проблема обґрунтування прийняття рішення, яке є компромісним щодо кількох критеріїв оптимальності (характерних для даної інформаційної ситуації) [6].

У цьому випадку обґрунтування прийняття рішення доцільно здійснювати згідно з ієрархічною моделлю (схемою), наведеною на рис. 13.

Зазначимо, що реалізація цієї та подальших ієрархічних моделей базується на використанні так званої операції «згортки інформації». Формально під методом (оператором) згортки інформації, що відповідає певному критерію, будемо розуміти

внутрішню частину цього критерію, яка здійснює перетворення початкової інформації до вигляду, зручного для застосування критеріїв обґрунтування прийняття рішення.

Цю операцію позначимо таким чином: « $\xrightarrow{K}$ », де K — це ознака критерію, на основі якого здійснюють згортку.

На рис. 13 використано такі умовні позначення:

K_q^j — оператори згортки функціонала оцінювання P , які відповідають критеріям обґрунтування прийняття рішень, що використовуються в полі інформаційної ситуації I_j , ($j=1,...,5$; $q=1,...,Q_j$);

Q_j — кількість операторів згортки, що використовуються в полі інформаційної ситуації I_j , ($j=1,...,5$);

$\tilde{F}K_q^j$ — вектор-стовпчик рейтингів альтернативних рішень, який є результатом згортки матриці F за допомогою оператора K_q^j , ($j=1,...,5$; $q=1,...,Q_j$);

$U_j^k = \{u_{j1}^k, ..., u_{jQ_j}^k\}$ — вектор вагових коефіцієнтів, які відображають пріоритетність критеріїв обґрунтування прийняття рішень щодо j -ої інформаційної ситуації $\left(u_{jq}^k \geq 0; \sum_{q=1}^{Q_j} u_{jq}^k = 1\right)$.

F_j — інтегральний функціонал оцінювання (матриця розмірності $m \times Q_j$), утворений із векторів-стовпчиків $\tilde{F}K_q^j$, $q=1,...,Q_j$;

$НОРМ$ — оператор нормалізації матриці F_j ;

F_j^H — нормалізована матриця;

KU — оператор згортки матриці F_j^H з урахуванням коефіцієнтів пріоритету, що становлять вектор пріоритету $U_j^k = \{u_{j1}^k, ..., u_{jQ_j}^k\}$;

$\tilde{F}I_j$ — вектор-стовпчик, який відображає рейтинги альтернативних рішень і отриманий у результаті зваженої згортки матриці F_j^H за допомогою оператора KII .

S_{k_0} — компромісне (оптимальне) рішення;
 ZI_j — оператор згортки функціонала оцінювання F у полі інформаційної ситуації I_j .

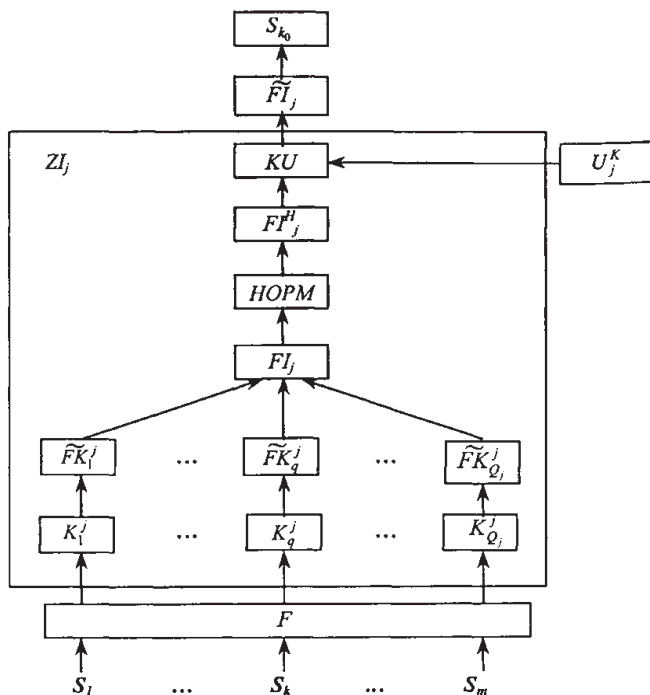


Рис. 13. Ієрархічна модель обґрунтування прийняття
 одноцільового багатокритеріального рішення у полі однієї
 інформаційної ситуації I_j ($j=1, \dots, 5$)

Одноцільова багатокритеріальна модель обґрунтування прийняття рішень у полі кількох інформаційних ситуацій

У практичній діяльності можливе поєднання інформаційних ситуацій.

Обґрунтування рішень у зазначених (а також інших) «проміжних» ситуаціях доцільно здійснювати за ієрархічною моделлю, наведеною на рис. 14, яка відображає ситуацію обґрунтування

одноцільового багатокритеріального рішення у полі кількох інформаційних ситуацій.

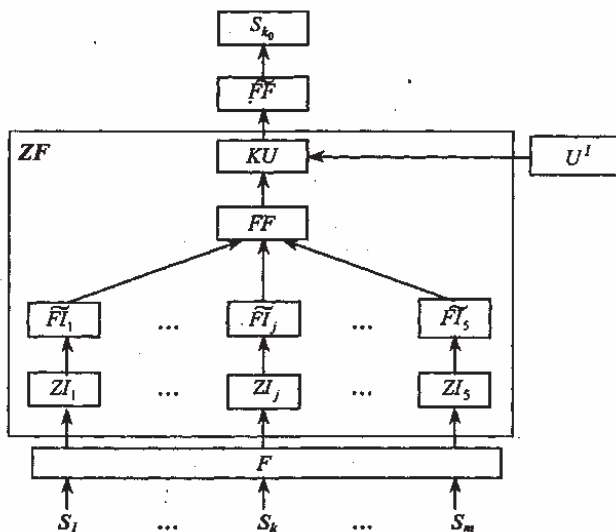


Рис. 14. Ієрархічна модель обґрунтування прийняття одноцільового багатокритеріального рішення у полі кількох інформаційних ситуацій

На рис. 14 використано умовні позначення, вже застосовані раніше (рис. 13), а також:

FF — інтегральний функціонал оцінювання (матриця розмірів $m \times 5$), утворений із векторів-стовпчиків $F\tilde{I}_j$ ($j=1, \dots, 5$);

$U^1 = \{u_1^1, \dots, u_5^1\}$ — вектор вагових коефіцієнтів, які відображають пріоритетність інформаційних ситуацій $\left(u_j^1 \geq 0, \sum_{j=1}^5 u_j^1 = 1 \right)$;

$\tilde{F}F$ — вектор-стовпчик рейтингів альтернативних рішень, отриманий у результаті зваженого згортання матриці FF за допомогою оператора KU ;

ZF — оператор згортки функціонала оцінювання F у полі кількох інформаційних ситуацій.

```

graph BT
    S1[ $S_1 \dots S_m$ ] --> F1[ $F_1$ ]
    S2[ $S_1 \dots S_m$ ] --> Ft[ $F_t$ ]
    S3[ $S_1 \dots S_m$ ] --> FN[ $F_N$ ]
    F1 --> ZF1[ $ZF_1$ ]
    Ft --> ZFt[ $ZF_t$ ]
    FN --> ZFN[ $ZF_N$ ]
    ZF1 --> FF1[ $\widetilde{FF}_1$ ]
    ZFt --> FFt[ $\widetilde{FF}_t$ ]
    ZFN --> FFN[ $\widetilde{FF}_N$ ]
    FF1 --> FSigma[FΣ]
    FFt --> FSigma
    FFN --> FSigma
    FSigma --> KU[KU]
    KU --> FS_tilde[FΣ̃]
    FS_tilde --> Sk0[ $S_{k_0}$ ]
    KU --  $U^F$  --> FS_tilde
    subgraph ZNF
        F1
        Ft
        FN
        ZF1
        ZFt
        ZFN
        FF1
        FFt
        FFN
        FSigma
        KU
    end

```

Рис. 15. Ієрархічна модель обґрунтування прийняття багаточільового багатокритеріального рішення

На рис. 15 використано умовні позначення, застосовані на рис. 14 та 13, а також:

$F_1, \dots, F_N$ — функціонали оцінювання;

ZF_l — оператор згортки функціонала оцінювання $F_l, l=1, \dots, N$;

$\tilde{F}F_l$ — вектор-стовпчик, отриманий у результаті згортки функціонала оцінювання $F_l, l = 1, \dots, N$;

$F \sum$ — інтегральний функціонал оцінювання (матриця роз-

мірів $m \times N$), утворений із векторів-стовпчиків $\tilde{F}F_l, l = 1, \dots, N$;

$\tilde{F}\Sigma$ — вектор-стовпчик рейтингів альтернатив $F\Sigma$, за допомогою оператора KU .

$U^F = \{u_1^F, \dots, u_N^F\}$ — вектор вагових коефіцієнтів, що відображають пріоритетність відповідних функціоналів оцінювання

$$\left(u_j^1 \geq 0, \sum_{j=1}^5 u_j^1 = 1 \right).$$

ZNF — оператор згортки N функціоналів оцінювання у полі кількох інформаційних ситуацій.

Приклад. Маємо $l = 2$, $X = \{x_1, \dots, x_6\}$, $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, $F = F^+$, F_1, F_2 та F_3 задані у вигляді таких матриць:

$$F^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 2 & 4 & 1 \\ x_2 & 4 & 3 & 4 \\ x_3 & 6 & 7 & 5 \\ x_4 & 10 & 10 & 8 \\ x_5 & 2 & 10 & 9 \end{pmatrix}; F^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 12 & 7 \\ x_2 & 4 & 0 & 8 \\ x_3 & 7 & 3 & 9 \\ x_4 & 4 & 2 & 5 \\ x_5 & 10 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Прийняття рішення здійснюється у полі п'ятої інформаційної ситуації. Суб'єкт управління задає пріоритет з такими ваговими коефіцієнтами: $u_1 = 0,35$; $u_2 = 0,65$.

Нормалізація — природна нормалізація. Критерій прийняття рішення — критерій Вальда. Обирається показовий принцип урахування пріоритетів.

Розв'язання. Для природної нормалізації для матриці F_1 маємо:

— для стану середовища θ_1 :

$$\min_k f_{k1}^1 = 2, \max_k f_{k1}^1 = 10, \max_k f_{k1}^1 - \min_k f_{k1}^1 = 8;$$

— для стану середовища θ_2 :

$$\min_k f_{k2}^1 = 3, \max_k f_{k2}^1 = 10, \max_k f_{k2}^1 - \min_k f_{k2}^1 = 7;$$

— для стану середовища θ_3 :

$$\min_k f_{k3}^1 = 1, \max_k f_{k3}^1 = 9, \max_k f_{k3}^1 - \min_k f_{k3}^1 = 8.$$

Звідси одержимо:

$$F^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1/7 & 0 \\ x_2 & 2/8 & 0 & 3/8 \\ x_3 & 4/8 & 4/7 & 4/8 \\ x_4 & 1 & 1 & 7/8 \\ x_5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Для природної нормалізації для матриці F_2 маємо:

— для стану середовища θ_1 :

$$\min_k f_{k1}^2 = 0, \max_k f_{k1}^2 = 10, \max_k f_{k1}^2 - \min_k f_{k1}^2 = 10;$$

— для стану середовища θ_2 :

$$\min_k f_{k2}^2 = 0, \max_k f_{k2}^2 = 12, \max_k f_{k2}^2 - \min_k f_{k2}^2 = 12;$$

— для стану середовища θ_3 :

$$\min_k f_{k3}^2 = 2, \max_k f_{k3}^2 = 9, \max_k f_{k3}^2 - \min_k f_{k3}^2 = 7.$$

Звідси одержимо:

$$F^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1 & 5/7 \\ x_2 & 4/10 & 0 & 6/7 \\ x_3 & 7/10 & 3/12 & 1 \\ x_4 & 4/10 & 2/12 & 3/7 \\ x_5 & 1 & 1/12 & 0 \end{pmatrix}$$

Враховуючи обраний принцип пріоритету, одержимо:

$$\tilde{F}^1 = (f_k^1)^{u_1}, \quad \tilde{F}^2 = (f_k^2)^{u_2},$$

тобто

$$\tilde{F}^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 0.62 & 0.51 & 0.71 \\ x_3 & 0.78 & 0.82 & 0.78 \\ x_4 & 1 & 1 & 0.95 \\ x_5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ та } \tilde{F}^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1 & 0.8 \\ x_2 & 0.55 & 0 & 0.9 \\ x_3 & 0.79 & 0.41 & 1 \\ x_4 & 0.55 & 0.31 & 0.58 \\ x_5 & 1 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}$$

Застосовуючи рівномірний вид згортки отримаємо матрицю функціоналу оцінювання:

$$F = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 0.34 & 0 & 0.64 \\ x_3 & 0.6 & 0.33 & 0.78 \\ x_4 & 0.55 & 0.31 & 0.55 \\ x_5 & 0 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}$$

За критерієм Вальда приймається оптимальне рішення $x^* = x_3$.

1.9. Динамічні багатокритеріальні задачі

1.9.1. Поняття динамічного програмування [14, 17]

Динамічне програмування — це багатоетапний (багатокроковий) процес, на кожному етапі якого визначаються рішення деякої частини задачі, що обумовлено вихідною задачею.

Постановка задачі. Розглядається фізична система S , що перебуває у деякому початковому стані $S_0 \in S_0$ і є керованою. За допомогою здійснення деякого управління U зазначена система переходить із початкового стану S_0 у кінцевий $S_{\text{кон}} \in S_R$. При цьому якість кожного із реалізованих управлінь U характеризується відповідним значенням функції $W(U)$. Задача полягає у тому, щоб із безлічі можливих керувань U знайти таке U^* , при якому функція $W(U)$ набуває екстремального (мінімум або максимум) значення $W(U^*)$ (рис. 16).

Стан системи характеризується деякою точкою S на площині x_1, x_2 . Управління — це траєкторія руху. Задача полягає в тому, щоб із усіх припустимих траєкторій руху точки S знайти таку, яка вийде в результаті реалізації управління U^* , що забезпечує екстремальне значення функції $W(U^*)$.

Економічна інтерпретація

Існує кілька типів завдань:

1. Оптимізація перспективного планування.
2. Оптимізація поточного (оперативного) планування.
3. Оптимізація розміщення продуктивних сил.
4. Оптимізація швидкодії (приведення системи з початкового неефективного положення в оптимальне, з точки зору поставленої задачі).
5. Оптимальне управління поставками.

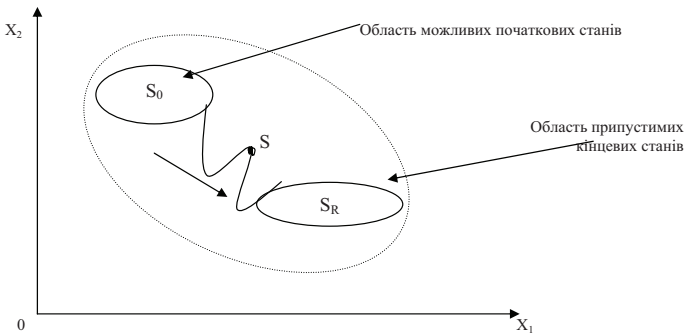


Рис. 16. Геометрична інтерпретація задачі динамічного програмування

1.9.2. Особливості задач динамічного програмування

Управління — це організація того чи іншого процесу, що забезпечує досягнення певних цілей.

Етапи управління:

- 1) збір та обробка інформації з метою оцінки сформованої ситуації;
- 2) прийняття рішення про доцільні дії;
- 3) реалізація прийнятого рішення;
- 4) (іноді) контроль виконання рішення.

Особливість задач управління: рішення має бути прийняте незалежно від того, може чи не може ОПР точно оцінити результати, до яких приведе прийняте рішення.

Прийняття рішень здійснюється в умовах невизначеності, тобто коли інформація про складну ситуацію або недостатня, або перекошена.

Види та критерій якості задач управління [11, 14, 17]

1. Одноетапні (однокрокові) задачі: ідеалізація реального процесу управління.

2. Багатокрокові задачі: процес управління розбитий на кілька кроків, причому рішення, прийняте на якому-небудь кроці, залежить від результатів попереднього кроку, тобто безперервний динамічний процес управління.

Критерій якості управління — кількісна оцінка ступеня виконання вимог, накладених на спосіб управління, з урахуванням обмежень, що накладаються на процес управління.

Приклад. Задача залежності між сумою інвестиційних вкладень, що виділяються, та отриманням прибутку на кожному підприємстві (табл. 23).

Таблиця 23. Вихідні дані

Капітальні вкладення, тис. грн	Прибуток підприємства, тис. грн			
	А	Б	В	Г
0	0	0	0	0
200	12	14	13	18
400	33	39	38	40
600	40	46	45	44
800	60	64	60	65
1000	70	80	75	85

Розв'язання. Планована система складається із чотирьох підприємств. Початкова точка S_0 відповідає стану системи, якщо є капітальні вкладення $x = 1$ млн. грн, які необхідно розподілити між даними підприємствами. Кінцева точка S_k відповідає стану системи, якщо всі капітальні вкладення витрачені, тобто $x=0$. Вирішення завдання розбивається на чотири етапи, кожний з яких відповідає одному із чотирьох підприємств. Сума капітальних вкладень 0; 200; ...; 1000 тис. грн, отже, і можливі залишки нерозподілених на початок кожного періоду капітальних вкладень можуть набувати значення, відповідно, 1000; ...; 0 тис. грн.

Управління на i -му етапі U_i зводиться до знаходження такого варіанта розподілу наявної на початок етапу суми капіталовкладень x_i^k ($k = 0; 200; \dots; 1000$) між i -м підприємством і наступним, при якому загальний прибуток був би максимальним.

А в цілому завдання зводиться до знаходження шляху від S_0 до S_k , за яким забезпечується розподіл капітальних вкладень між підприємствами з одержанням максимального прибутку.

Застосуємо наступні функціональні рівняння:

$$F_4(x) = \max_{0 \leq x_4 \leq x} \{f_4(x_4)\},$$

$$F_3(x) = \max_{0 \leq x_3 \leq x} \{f_3(x_3) + F_4(x - x_3)\},$$

$$F_2(x) = \max_{0 \leq x_2 \leq x} \{f_2(x_2) + F_3(x - x_2)\},$$

$$F_1(x) = \max_{0 \leq x_1 \leq x} \{f_1(x_1) + F_2(x - x_1)\}.$$

$$F_3(200) = \max \begin{Bmatrix} 0+13 \\ 14+0 \end{Bmatrix} = 18, \quad x_3^{opt} = 0;$$

$$F_3(400) = \max \begin{Bmatrix} 0+38 \\ 18+13 \\ 40+0 \end{Bmatrix} = 40, \quad x_3^{opt} = 0;$$

$$F_3(600) = \max \begin{Bmatrix} 0+45 \\ 18+38 \\ 40+13 \\ 44+0 \end{Bmatrix} = 56, \quad x_3^{opt} = 400;$$

$$F_3(800) = \max \begin{Bmatrix} 0+60 \\ 18+45 \\ 40+38 \\ 44+13 \\ 65+0 \end{Bmatrix} = 78, \quad x_3^{opt} = 400;$$

$$F_3(1000) = \max \begin{Bmatrix} 0+75 \\ 18+60 \\ 40+45 \\ 44+38 \\ 65+13 \\ 85+0 \end{Bmatrix} = 85, \quad x_3^{opt} = 600;$$

$$F_2(200) = \max \begin{Bmatrix} 0+14 \\ 18+0 \end{Bmatrix} = 18, \quad x_2^{opt} = 0;$$

$$F_2(400) = \max \begin{Bmatrix} 0+39 \\ 18+14 \\ 40+0 \end{Bmatrix} = 40, \quad x_2^{opt} = 0;$$

$$F_2(600) = \max \begin{Bmatrix} 0+46 \\ 18+39 \\ 40+14 \\ 56+0 \end{Bmatrix} = 57, \quad x_2^{opt} = 400;$$

$$F_2(800) = \max \begin{Bmatrix} 0+64 \\ 18+46 \\ 40+39 \\ 56+14 \\ 78+0 \end{Bmatrix} = 79, \quad x_2^{opt} = 400;$$

$$F_2(1000) = \max \begin{Bmatrix} 0+80 \\ 18+64 \\ 40+46 \\ 56+39 \\ 78+14 \\ 88+0 \end{Bmatrix} = 95, \quad x_2^{opt} = 400$$

Таким чином, максимальний прибуток складає 95 тис. грн. При цьому інвестиції доцільно розподілити таким чином: підприємство Г — 200 тис. грн; підприємство В — 400 тис. грн; підприємство Б — 400 тис. грн; підприємство А — 0 тис. грн.

1.9.3. Динамічні багатокритеріальні задачі [24]

У багатьох випадках управління $u \in U$ є кінцевим чи нескінченним набором $u = \langle u_0, u_1, \dots \rangle$ деяких дій. Наприклад, $u \in U$ являє собою послідовність $u = \langle u_0, u_1, \dots \rangle$ окремих рівнянь, які обираються у послідовні моменти часу $t = 0, 1, \dots$. Тоді загальну багатокритеріальну задачу управління вдасться звести до послідовності більш простих задач, пов'язаних з окремими управліннями $u_0, u_1, \dots$

Найбільш важливим є припущення щодо спеціального виду структури доходів. Нехай доход наданий у вигляді:

1. Суми кінцевої скінченної кількості складових:

$$\varphi(u) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \varphi_i(u) \quad \varphi_i(u) = \varphi_i(u_0, \dots, u_i); \quad (154)$$

2. Суми нескінченного ряду:

$$\varphi(u) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \varphi_i(u) \quad \varphi_i(u) = \varphi_i(u_0, \dots, u_i), \quad (155)$$

де $u = \langle u_0, u_1, \dots \rangle$, a_i — задані константи, які забезпечують сходження ряду в (155);

3. Визначеного інтегралу:

$$\varphi(u) = \int_0^T f(u(s)) ds, \quad (156)$$

де $u = u(t)$ на відрітку $[0, T]$.

Суттєво, що в усіх випадках дохід $\varphi(u)$ є сумою доходів, отриманих від окремих управлінь, а також що відношення R інваріантне відносно перенесення. Будемо називати *динамічними багатокритеріальними задачами оптимального управління* задачі, де:

- 1) управління представимо у вигляді послідовності дій;
- 2) дохід адитивний відносно окремих рівнянь;
- 3) відношення інваріантне відносно перенесення.

Задача із дискретним часом

Нехай $x_0, x_1, \dots, x_n$ — стани системи X такі, що

$$x_0 = c, x_1 = T(x_0), \dots, x_n = T(x_{n-1}). \quad (157)$$

Це означає, що на множині станів системи X діє перетворення T ; в початковий момент $t = 0$ — у стані $x_0 = x(0) = c$, у момент $t = 1$ система знаходилася у стані $x_1 = T(x_0)$ і так далі. Динамічний процес, який описується перетворенням (157), є некерованим. Для керованого процесу необхідно мати можливість на кожному кроці здійснювати не одиничне перетворення $T(x_k)$, а одне із множини перетворень $\{T_1(x_k), \dots, T_r(x_k)\}$. Зручно вважати, що певний вигляд перетворення визначається параметром u_k , який на k -му кроці може набувати значення із множини значень U_k . Параметр u_k називається управлінням, а U_k — множина припустимих управлінь на k -му кроці. Для керованого процесу послідовність (157) має вигляд:

$$x_{k+1} = T(x_k, u_k), u_k \in U_k, k = \overline{0, n-1}, x_0 = x(0) = c \quad (158)$$

Доход за один крок залежить від стану процесу на початок кроку та використаного на цьому кроці управління:

$$Q_k = Q(x_k, u_k), u_k \in U_k \quad (159)$$

За критерій якості управління приймається повний дохід за n кроків процесу:

$$J_n(x_0, u) = \sum_{k=0}^{n-1} Q(x_k, u_k), \quad (160)$$

де u — послідовність управлінь, $u = \langle u_0, u_1, \dots, u_{n-1} \rangle$.

Задача оптимального управління з дискретним часом для n -крокового процесу полягає у знаходженні такої послідовності управлінь $u_0, u_1, \dots, u_{n-1}$, при якій дохід $J_n(x_0, u)$ буде максимальним. Управління $u = \langle u_0^*, u_1^*, \dots, u_{n-1}^* \rangle \in U$ називається x_0 -оптимальним, якщо для будь-якого управління $u \in U$:

$$J_n(x_0, u) \leq J_n(x_0, u^*) \quad (161)$$

Для знаходження оптимальних управлінь використовується принцип Беллмана: якими б не були початковий стан x_0 та початкове управління u_0 , наступне управління має бути оптимальним відносно стану, який є результатом використання початкового управління.

Нехай $u^* = \langle u_0^*, u_1^*, \dots, u_{n-1}^* \rangle$ — x_0 -оптимальне управління. Тоді управління $\tilde{u}^* = \langle u_0^*, u_1^*, \dots, u_{n-1}^* \rangle$ за принципом Беллмана x_1 -оптимальне.

Принцип Беллмана дозволяє спростити знаходження оптимальних стратегій. Дійсно, нехай $|U_i| = k_i$ (U_i — множина управлінь на i -му кроці). Тоді $|U| = \prod_{i=0}^{n-1} |U_i|$, а пошук оптимальних стратегій

здійснюється шляхом повного перегляду $k = \prod_{i=0}^{n-1} k_i$ управлінь. Ви-

користовуючи принцип Беллмана, маємо: $y_1, \dots, y_l$ — всі стани, з яких можливий перехід за один крок до кінцевого стану x_n . Позначимо через $u^1, \dots, u^l$ оптимальні управління, які переводять x_0 за $n-1$ крок у $y_1, \dots, y_l$ відповідно, а через $J_{n-1}(x_0, u^1), \dots, J_{n-1}(x_0, u^l)$ — отримані доходи. Тоді оптимальне управління, яке переводить початковий стан x_0 до кінцевого стану x_n , має вигляд $u^* = \langle u^d, u_{n-1}^* \rangle$, де u^d знаходиться із умови

$$d \in \operatorname{Arg} \max_{s \in \{1, \dots, l\}} \left[J_{n-1}(x_0, u^s) + \max_{u \in U_{n-1}^s} Q(y_s, u) \right], \quad (162)$$

де U_{n-1}^s ($s = \overline{1, l}$) — множина управлінь, які переводять y_s в x_n ; u_{n-1}^* визначається із умови

$$u_{n-1}^* \in \operatorname{Arg} \max_{U_{n-1}^d} Q(y^d, u). \quad (163)$$

Таким чином, задача знаходження оптимальної стратегії за n кроків зводиться до l аналогічних $(n-1)$ -крокових задач. Кількість варіантів перегляду управлінь при цьому зменшується, оскільки управління на останньому кроці обирається у відповідності з (163), а інші управління з U_{n-1}^d вже не розглядаються.

Задача незалежного вибору

Нехай існує послідовність множин $\Omega_1, \dots, \Omega_n$, кожна з яких міститься в E_m . Альтернативою є послідовність $\langle x^1, \dots, x^n \rangle \in \Omega = \Omega_1 \times \dots \times \Omega_n$; $x^i \in \Omega_i, i = \overline{1, n}$. Нехай R — бінарне відношення, задане на E_m . Будемо вважати, що

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^n x^i \in E_m \text{ для всіх } x \in \Omega. \quad (164)$$

Бінарне відношення $\hat{R}$ на Ω має вигляд:

$$x \hat{R} y \Leftrightarrow \varphi(x) R \varphi(y) \quad x, y \in \Omega$$

Задача полягає в тому, щоб знайти Ω^R , тобто непомінені на Ω у відношенні до $\hat{R}$ послідовності $\langle x^1, \dots, x^n \rangle$. Сформульована задача є *задачею незалежного вибору*, оскільки альтернативою в задачі є послідовність елементів, кожний з яких належить одній множині Ω_i , а включення того чи іншого елемента до послідовності не залежить від наявних елементів.

Відповідно до багатокритеріальної задачі оптимального управління маємо: множиною управлінь U є множина Ω ; окремому

управлінню відповідає точка з Ω_i . Послідовність $\langle x^1, \dots, x^n \rangle$ точок, обраних з кожного Ω_i , являє собою управління за n кроків. Відображення φ множини управлінь U у просторі E_m визначається формулою (164). Відношенню R в загальній задачі відповідає бінарне відношення, яке задане на просторі доходів E_m .

Таким чином, задача незалежного вибору є окремим випадком загальної багатокритеріальної задачі оптимального управління $\langle U, \varphi, R \rangle$ з визначеними вище параметрами. Для опису даної задачі достатньо використовувати запис $\langle \Omega, R \rangle$. Параметр φ виключений, оскільки він також визначається за формулою (164).

Важливо 1. а) λ -згортокою задачі $\langle \Omega, R \rangle$ є однокритеріальна задача $\langle \tilde{\Omega}, \succ \rangle$, де $\tilde{\Omega} = \prod_{i=1}^n \tilde{\Omega}_i$ та $\tilde{\Omega}_i$ — образ Ω_i при лінійному відображенні $g: E_m \rightarrow E_1$, яке задається формулою

$$g(x) = \sum_{j=1}^m \lambda_j x_j. \quad (165)$$

Послідовність точок $\langle z_1, \dots, z_n \rangle$ на прямій є її рішенням, якщо z_i — максимальне число в $\tilde{\Omega}_i$ ($i = \overline{1, n}$), що дозволяє знайти всі розв'язки однокритеріальної задачі;

б) якщо відношення R може бути виділено у вигляді λ , то будь-яке рішення λ -згортки вихідної задачі при будь-якому λ , що міститься у дійсному конусі KR відношення R , буде розв'язком вихідної задачі.

У випадку кінцевої множини Ω для існування рішення задачі $\langle \Omega, R \rangle$ достатньо відокремити відношення R .

У випадку опуклого Ω та відношення R при $R_K \leq R$ будь-яке рішення задачі матиме вигляд $\langle \Omega, R \rangle$ при деякому $\lambda \in K^*$;

в) якщо $\bigcap_{i=1}^n \Lambda_x^i \neq \emptyset$ (Λ_x^i — конус нормалей до всіх опорних гіперплосчин Ω_i , які проходять через точку $x^i \in \Omega_i$), то послідовність $x = \langle x^1, \dots, x^n \rangle$ парето-оптимальна;

г) нехай Ω_i опуклі. Послідовність $x = \langle x^1, \dots, x^n \rangle$ парето-оптимальна, якщо

$$\bigcap_{i=1}^n \Lambda_x^i \neq \emptyset. \quad (166)$$

Багатокритеріальна задача з неперервним часом

Розглянемо систему

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x, u, t) \quad (i = \overline{m+1, m+n}), \\ x_i(0) &= x_i^0 \quad (i = \overline{m+1, m+n}). \end{aligned} \quad (167)$$

Введемо m критеріїв:

$$\varphi_i(x, u) = \int_0^T f_i(x(t), u(t), t) dt \quad (i = \overline{1, m}) \quad (168)$$

На просторі E_m задана бінарна множина R , за якою порівнюються різні управління.

Управлінням $u \in U$ загальної задачі відповідають всі кусочно-неперервні вектор-функції, визначені на відрізку $[0, T]$, та набувають значення у заданій області U простору E_r .

Відображення $\varphi: U \rightarrow E_m$ визначається формулою (168), яка кожному управлінню $u \in U$ визначає m -мірний вектор $\varphi(u) = \langle \varphi_1(u), \dots, \varphi_m(u) \rangle$. Вектор $x(t)$ залежно від $u(t)$ знаходиться за формулою (167). Тобто, відображення φ в даному випадку залежить від функцій f_i у (167) та початкових умов x^0 . Відношенню R в загальній задачі відповідає бінарне відношення, задане на E_m .

Багатокритеріальна задача оптимального управління з неперервним часом має вигляд:

$$\begin{aligned}
 u(t) &\in \Theta(U, f, x^0, R), \\
 \dot{x}_i(t) &= f_i(x, u, t) (i = \overline{1, m+n}), \\
 x_i(0) &= x_i^0 (i = \overline{m+1, m+n}), \\
 x_i(0) &= 0 (i = \overline{1, m}), \\
 u(t) &\in U (t \in [0, T])
 \end{aligned} \tag{169}$$

де $\Theta(U, f, x^0, R)$ — загальний розв’язок задачі.

Окремим розв’язком є будь-яке управління x^* , що задовольняє (169). Для вирішення задачі використовується λ -згортка.

Важливо 2. λ -згортокою задачі (169) є однокритеріальна задача:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^m \lambda_i x_i(T) &\rightarrow \max, \\
 \dot{x}_i(t) &= f_i(x, u, t) (i = \overline{1, m+n}), \\
 x_i(0) &= x_i^0 (i = \overline{m+1, m+n}), \\
 x_i(0) &= 0 (i = \overline{1, m}), \\
 u(t) &\in U
 \end{aligned} \tag{170}$$

Розв’язок задачі (170) знаходиться за допомогою принципу максимуму, який для задачі (170) набуває вигляду: нехай $\langle \tilde{u}(t) \tilde{x}(t) \rangle$ — оптимальне управління та відповідна траєкторія у задачі (170). Тоді існує вектор-функція $\tilde{\psi}(t) = \langle \tilde{\psi}_1(t), \dots, \tilde{\psi}_{m+n}(t) \rangle$, яка задовольняє системі рівнянь:

$$\dot{\psi}_i(t) = - \sum_{j=1}^{n+m} \psi_j(t) \frac{\partial f_j(\tilde{x}, \tilde{u}, t)}{\partial x_i} (i = \overline{1, m+n}) \tag{171}$$

з кінцевими умовами

$$\begin{aligned}
 \psi_i(T) &= \lambda_i (i = \overline{1, m}) \\
 \psi_i(T) &= 0 (i = \overline{m+1, n+m})
 \end{aligned} \tag{172}$$

така, що при майже всіх $t \in [0, T]$

$$\tilde{u}(t) \in \underset{U}{\operatorname{Arg\,max}} H(\tilde{x}(t), u, \tilde{\psi}(t), t), \quad (173)$$

де

$$H(x, u, \psi, t) = \sum_{i=1}^{m+n} \psi_i f_i(x, u, t). \quad (174)$$

Множина

$$D = \bigcup_U \{ \langle x_1(T), \dots, x_{m+n}(T) \rangle \} \quad (175)$$

кінців траєкторії при всіх допустимих управліннях $u \in U$ називається множиною досягнення у задачі (170).

Важливо 3. Нехай множина досягнення D опукла та $R_K \leq R$. Тоді для будь-якого $u^* \in \Theta(U, f, x^0, R)$ існує $\hat{\lambda} \in K^*$ такий, що u^* є оптимальним розв'язком задачі (170) при $\lambda = \hat{\lambda}$.

1.10. Економічний ризик та деякі моделі і методи стохастичного програмування [8–9]

1.10.1. Загальні положення методу стохастичного програмування

Наявність стохастичної невизначеності вносить у планування та прийняття економічних рішень елемент ризику.

Для підприємств, які працюють за ринкових умов, встановлення внутрішнього плану (програми), як правило, супроводжується укладанням контрактів з оптовими споживачами, причому

порушення контракту призводить не тільки до явних економічних неприємностей у вигляді штрафів, а й до таких непрямих наслідків, як «втрата інтересу та пріоритетності споживачів». Завжди мають місце дві тенденції, що вступають у протиріччя: з одного боку, прагнення до збільшення обсягу зобов'язань, тобто в кінцевому результаті до збільшення валового обсягу запрограмованої продукції чи прибутку, з іншого — до зменшення ризику невиконання зобов'язання через несприятливі зовнішні та внутрішні фактори упродовж планового періоду. Стохастичним називають розділ математичного програмування, який вивчає теорію, моделі й методи розв'язування умовних екстремальних задач за неповної інформації щодо параметрів їх умов.

Предметом стохастичного програмування є умовні екстремальні задачі, де параметри умов чи складові розв'язку, або всі вони разом є випадковими величинами.

Постановка задачі стохастичного програмування суттєво залежить від цільових засад та інформаційної її структури.

Одна із постановок задачі управління і, зокрема, планування за умов невизначеності та ризику полягає у наступному.

Припустимо, що вектор x позначає можливі рішення (альтернативи) з деякої апріорно допустимої множини X . Раціональний вибір рішень здійснюється із урахуванням наслідків, до яких призводять ці рішення. Але наслідки рішення залежать не лише від обраного вектора X , а й від випадкових чинників (параметрів), які позначають через ω . Значення ω заздалегідь не відомі. Вважають, що відома множина Ω , до якої належить вектор ω . Щодо визначення типу розподілу ω на множині Ω можуть бути різні гіпотези. У кращому випадку відомий точний закон розподілу ω , у гіршому — лише те, що $\omega \in \Omega$.

Зв'язок між рішенням x та наслідками записують у вигляді функціональної залежності $f(x, \omega)$, яка називається моделлю.

Моделями можуть бути алгебраїчні співвідношення з випадковими параметрами, стохастичні диференціальні рівняння, марковські процеси та ін.

Цікавою є класифікація задач стохастичного програмування, які виникають за умов ризику та невизначеності за показником якості (ефективності) розв'язку.

Природно розглядати наступні показники якості розв'язку стохастичних задач, зокрема лінійних:

- математичне сподівання величини лінійної форми;
- дисперсія лінійної форми;
- лінійна комбінація математичного сподівання та дисперсії лінійної форми;
- ймовірність перевищення лінійною формою певної фіксованої межі;
- математичне сподівання корисності лінійної форми;
- максимум лінійної форми (причому максимум береться із множини планів X , а мінімум — за допустимими значеннями $\omega \in \Omega$ набору параметрів, що визначають реалізацію випадкових елементів умов задачі тощо).

1.10.2. Класифікація задач стохастичного програмування

Задачі стохастичного програмування поділяються на статичні та динамічні.

Для того щоб задача стохастичного програмування мала сенс, необхідно відповісти на три запитання:

1. Як розуміти вектор x ? Він також має бути випадковим (тобто кожному ω відповідає своє рішення $x(\omega)$, яке визначається стандартними правилами лінійного програмування), чи детермінованим, який не змінюється при випадкових варіаціях параметрів моделі?

2. Як розуміти максимізацію цільової функції? Як максимізацію абсолютну для усіх $\omega \in \Omega$, чи максимізацію її математичного сподівання, чи максимізацію деякої іншої її імовірнісної характеристики?

3. Як розуміти виконання обмежень: абсолютно для всіх $\omega \in \Omega$, чи у середньому, чи допускати їх порушення з малою ймовірністю тощо?

Під час вирішення цих питань доводиться виходити не лише із математичних міркувань, а й із економічного змісту та евристичних міркувань, якими слід керуватися при дослідженні та моделюванні систем з ризиком.

Постановки задач стохастичного програмування, які виникають при моделюванні економічного ризику, суттєво залежать від

того, чи є можливість при виборі (прийнятті) рішень для уточнення стану економічного середовища через певні спостереження. Так, якщо проводиться перспективне планування, рішення приймається, після спостереження за станом середовища (стануть відомими потреби) рішення (розв'язок) буде детермінованим. У задачах оперативного чи поточного планування рішення приймаються після певних спостережень (експериментів) за станом економічного середовища залежно від результатів спостережень і тому бувають стохастичними (варіантними).

Якщо в результаті спостереження стан економічного середовища стає відомим, то вибір рішення (розв'язку) $x(\omega)$ при заданому $\omega \in \Omega$ зводиться до звичайної задачі нелінійного програмування. Наприклад, мінімізувати (максимізувати)

$$f(x, \omega) \rightarrow \min(\max) \quad (176)$$

при урахуванні обмежень

$$q_i(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, m, \quad (177)$$

а також умов

$$x \in X. \quad (178)$$

Лінійну одноетапну модель стохастичного програмування можна подати у матрично-векторній формі:

$$C(\omega)x \rightarrow \min(\max); A(\omega)x \leq b(\omega); x \in X$$

Зазначимо, що у загальному випадку спостереження не повністю визначають стан економічного середовища, тому етапи вибору рішень можуть чергуватися з етапами спостережень над станом економічного середовища. Тобто, мають місце багатоетапні процеси вибору рішень, кожне з яких може розвиватися за двома схемами:

- 1) рішення — спостереження — рішення — ... — спостереження — рішення;
- 2) спостереження — рішення — спостереження — ... — спостереження — рішення.

Низка рішень називається N -етапною, якщо слово «рішення» зустрічається N разів.

Якщо рішення x детерміноване і приймається перед тим, як спостерігається стан середовища ω , то співвідношенням (176)... (178) слід надати певний імовірнісний зміст, бо для фіксованого x для одних $\omega \in \Omega$ співвідношення (177) можуть виконуватися і x виявиться допустимим розв'язком, а для інших $\omega \in \Omega$ можуть не виконуватися. У більшості випадків має сенс максимізація (мінімізація) математичного сподівання $f(x, \omega)$, тобто необхідно знайти такий вектор x , за якого досягається екстремум функції $Mf(x, \omega)$:

$$F^0(x) = Mf(x, \omega) = \int f(x, \omega) d\varphi(\omega) \rightarrow \min(\max) \quad (179)$$

за умов

$$F^i(x) = Mq_i(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, m; \quad (180)$$

$$x \in X. \quad (181)$$

Функцію $F^0(x)$ називають функцією ризику, а функціями $F^i(x), i = 1, \dots, m$ — регресії; $\varphi(\omega)$ — щільність розподілу.

Як уже зазначалося, математичне сподівання функції $f(x, \omega)$ не єдина імовірнісна характеристика. Розглядають також дисперсію функції $f(x, \omega)$ чи моменти вищих порядків випадкової величини $f(x, \omega)$, їх алгебраїчні суми зважені за допомогою деяких коефіцієнтів, зокрема

$$F^0(x) = Mf(x, \omega) + kDf(x, \omega), \quad (182)$$

де k — ціна ризику.

Приклад. Вибір запасів. Необхідно зробити запас з n товарів у кількості $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, на які є випадковий попит $(\omega_1, \dots, \omega_n) = \omega$. Недостача товарів, які знаходяться в запасі, штрафується з коефіцієнтами $(c_1, \dots, c_n) = c$, а затрати на зберігання одиниці продукції, яку не вдалося збути, задаються вектором $(d_1, \dots, d_n) = d$.

Розв'язання. Функція збитків, що відповідає розв'язку x , має вигляд:

$$f(x, \omega) = \sum_{j=1}^n \{c_j \max(0, \omega_j - x_j) + d_j \max(0, x_j - \omega_j)\} \quad (183)$$

Приклад. «Портфельний» підхід до теорії грошей []. У формальній кейсіанській моделі індивіди можуть зберігати свої заощадження (індивідуальні портфелі) у вигляді грошей та облігацій. Гроші — це актив, який використовується як засіб обігу і не приносить відсоткової ставки, облігації — цінні папери, які дають певний відсоток.

Чому ж люди не зберігають свої заощадження у вигляді облігацій? Економісти пояснюють це невизначеністю та небажанням надто ризикувати, бо відсоток та ринкова вартість облігацій наперед точно не відомі.

Розв'язання. Введемо позначення: S — величина активу, x та y — величини активу, що зберігаються відповідно у формі грошей та облігацій. Вважається, що через рік активи, вкладені в облігації, змінюються. За інших рівних умов облігацію, яка приносить більший відсоток прибутку, на ринку цінних паперів можна збути за більшу ціну, ніж облігацію з меншим відсотком. Позначимо через k та ω величини активів, які реалізуються через рік у формі грошей та облігацій. Для нашого прикладу $k = 1$, а ω є випадковою величиною. Якщо $U(\cdot)$ — функція корисності, визначена щодо величини активу через рік, то модель найбільш пріоритетного розподілу активу на гроші та облігації полягає у максимізації сподіваної корисності:

$$F(x, y) = MU(x + \omega y) \rightarrow \max; \quad (184)$$

$$x + y \leq S; x, y \geq 0 \quad (185)$$

У разі нейтрального ставлення особи, яка приймає рішення, до ризику вираз (184) має вигляд:

$$F(x, y) = x + yM\omega \rightarrow \max \quad (186)$$

і питання щодо розподілу активу між грішми та облігаціями вирішиться повністю на користь одного з цих видів залежно від знаку різниці $(M\omega - 1)$. Якщо $M\omega > 1$, то вкладення повністю здій-

снюються в облігації, у противному випадку — актив зберігається повністю у формі грошових коштів.

Аналіз ускладнюється при небайдужості до ризику особи, яка приймає рішення.

Приклад. Оптимальне страхування [9, 20]. Страхування — один із засобів, що пом'якшує негативні наслідки ризику, який пов'язаний, зокрема, з коливаннями кон'юнктури ринку. Слід оцінювати витрати на страхування і його корисний ефект. Нехай, у спрощеній інтерпретації, особа бажає застрахувати певну частку свого активу. Для цього сплачує певний внесок страховій компанії, а у разі втрати активу отримує від неї страхову винагороду. Необхідно визначити частку активу, яку особа вважає за доцільне застрахувати.

Розв'язання. Позначимо через S актив (капітал, майно тощо), власником якого є певна особа. Частку, яку бажано застрахувати, позначимо через x . Страховий внесок, що сплачується страховій компанії, має значення rx , а у разі втрати активу особа, яка застрахувалася, отримує винагороду qx . Якщо клієнт має інформацію про ймовірність недоторканості свого активу p , то модель визначення частки страхового активу має вигляд:

$$F(x) = pU(s - rx) + (1 - p)U(qx) \rightarrow \max; \quad (187)$$

$$0 \leq x \leq S \quad (188)$$

Тут $U(\cdot)$ — функція корисності власника активу.

Модель клієнта (187), (188) може бути корисною і для страхових компаній при визначенні доцільних величин страхових винагород, які б могли зацікавити клієнтів та були вигідними для страхової компанії.

Приклад. Балансування сировинної бази та переробної промисловості [8–9]. Розглянемо однопродуктовий агропромисловий комплекс (цукровий), в розвиток якого вкладаються певні кошти.

Ці кошти можуть розподілятися у певній пропорції на розвиток сировинної бази та потужностей з її переробки. Необхідно так спланувати розподіл коштів, щоб отримати найбільшу кількість кінцевої продукції (у нашому випадку — цукру). При цьому уро-

жайність культури (цукрових буряків) вважається випадковою величиною.

Розв'язання. Нехай ω — урожайність культури; S — обсяг коштів; q_1 — питомі витрати коштів на обробіток площі, де вирощується культура; q_2 — питомі зведені витрати на створення потужностей з переробки; d — частка виходу кінцевої продукції з одиниці сировини; x — площа, яка обробляється; y — потужності з переробки. Необхідно максимізувати сподіваний обсяг кінцевої продукції при обмежених коштах S , тобто

$$F(x, y) = dM \min\{x, y\} \rightarrow \max_{x, y};$$

$$q_1 x + q_2 y \leq S; x, y \geq 0$$

1.10.3. Прийняття рішень за умов ризику. Зона невизначеності

Зоною невизначеності називається сукупність оптимальних планів, які залежать від випадкової ситуації ω , тобто зона невизначеності — це $\{x^*(\omega) / \omega \in \Omega\}$ [9]. Вона може бути апроксимована скінченною кількістю оптимальних планів $\{x^s = x(\omega^s) / s = 1, \dots, n\}$, яку одержують на базі статистичного моделювання за методом Монте-Карло та числового розв'язку для кожного $\omega = \omega^s$ задачі:

$$\max_x \{c(\omega) x / A(\omega) x \leq b(\omega) \ x \geq 0\} \quad (189)$$

Розв'язок задачі позначимо через $x(\omega)$, тобто

$$x(\omega) = \arg \max_x \{x(\omega) \ x / A(\omega) x \leq b(\omega) \ x \geq 0\}. \quad (190)$$

При цьому величина n повинна бути досить великою.

Використовуючи різні неформальні процедури, домагаються звуження апроксимації зони невизначеності та більш чіткого визначення множини, що містить у собі шуканий план. Позначають звужену апроксимацію зони невизначеності через $\{x^s / s \in S\}$, де S

- 3) здійснюється найбільш ефективна адаптація для кожної реалізації випадкових ситуацій.

Прийняття адаптивних рішень за умов ризику

Прийняття рішень за умов ризику, яке здійснюється за схемою «рішення — спостереження — рішення», є найбільш поширеним в науковій літературі відносно стохастичного програмування. На базі цієї схеми будуються двоетапні стохастичні моделі планування.

Програмна частина обирається з урахуванням того, що необхідно створювати найкращі умови для майбутньої адаптації, і розрахована на імовірні зміни випадкових ситуацій. Адаптивна частина реалізується після спостереження, тобто враховується вплив реалізації випадкового стану економічного середовища (ситуації). Використовуючи позначення x — програмна частина плану, ω — параметри випадкової ситуації, y — адаптивна частина плану, схему можна подати у вигляді:

$$x - \omega - y(x, \omega) \quad (194)$$

Нехай (x, y) — план певної економічної системи, яка обирається із допустимої множини планів $X(\omega)$, де ω — випадкова ситуація (елементарна подія певного імовірнісного простору (Ω, A, P)). Суб'єкт управління (прийняття рішень), зацікавлений у певних результатах, які залежать від невизначеної (випадкової) ситуації і можуть бути подані як вектор-функція $f(x, y, \omega) = (f_1(x, y, \omega) \dots, f_m(x, y, \omega))$.

Припустимо, що для будь-якої пари планів $[x^1, y^1]$ та $[x^2, y^2]$ суб'єкт управління може надати перевагу одному із розподілів $L(f, x^1, y^1, \Omega, P)$ та $L(f, x^2, y^2, \Omega, P)$, або визначити їх еквівалентність, тобто на множині розподілів задано відношення пріоритетності ($\succ$ — не гірше ніж). Тут через $L(f, x, y, \Omega, P)$ позначений розподіл $f(x, y, \omega)$, який залежить від x, y на множині елементарних подій $\omega \in \Omega$ та ймовірнісній мірі P .

Якщо обрана певним чином програма x і відбулося спостереження за реалізацією випадкової ситуації $\omega \in \Omega$, то задача вибору

найефективнішої адаптації для даної ситуації ω полягає в знаходженні такого y , при якому

$$(x, y) \in X(\omega) \text{ та } (x, y) \succ (x, z) \forall z \in (x, z) \in X(\omega).$$

Введемо позначення розв'язку задачі знаходження найефективнішої адаптації [59]:

$$(x, y) \rightarrow \underset{y}{pref}, (x, y) \in X(\omega) \quad (195)$$

Розв'язок (195) залежить як від обраного раніше (на попередній стадії) x , так і від ω , тобто $y = y(x, \omega)$.

У свою чергу, на першій стадії рішень двоетапної задачі, тобто при виборі плану-програми x , необхідно серед допустимих розв'язків знайти таке x , при якому розподіл f , залежний від x і найкращої адаптації $y(x, \omega)$ для кожної реалізації ситуації $\omega \in \Omega$, був би найбільш пріоритетним для суб'єкта управління. Тобто необхідно знайти $x^* \in X = \{x / \text{зімовірністю існує } y \in X(\omega)\}$, при якому

$$L(f, x^*, y(x^*, \omega), \Omega, P) \succ L(f, x, y(x, \omega), \Omega, P) \forall x \in X. \quad (196)$$

Задачу знаходження x^* позначають так:

$$L(f, x, y(x, \omega), \Omega, P) \rightarrow \underset{x \in X}{pref} \quad (197)$$

Одноетапні (однокрокові) статичні задачі управління виробництвом

Під статичними розуміють такі моделі, всі параметри яких протягом всього періоду управління залишаються незмінними або ж їх зміною можна знехтувати. Вивчення статичних моделей є доцільним, якщо необхідно встановити початковий рівень вироб-

ництва нових товарів, що є відправним етапом для подальшого розв'язку динамічних задач управління виробництвом.

В однокрокових задачах нехтують також динамікою надходження інформації, рішення приймаються на основі інформації, яка існує на момент прийняття рішення на початку інтервалу (періоду) управління (планування).

Рішення за цих умов є детермінованим.

Розглянемо виробничо-економічну систему з певною потужністю (тут термін «потужність» можна замінити допустимим обсягом продукції, виготовленої за одиницю часу), у якій треба визначити рівень (обсяг) виробництва деяких продуктів (набору продуктів) x , попит на які на ринку (у споживача) заздалегідь не відомий і вважається випадковою величиною $\omega \in \Omega$. Позначимо через $q(x)$ величину загальних витрат при виробництві продукції, а через $f(x, \omega)$ збитки, яких зазнає виробництво від недовипуску продукції, якщо $\omega \geq x$, через $f^2(x, \omega)$ — збитки, що виникають тоді, коли виробництво перевищує величину випадкового попиту, тобто коли $x > \omega$. Ці випадки відображає функція

$$f(x, \omega) = \begin{cases} f^1(x, \omega) & x \leq \omega, \\ f^2(x, \omega) & \omega < x. \end{cases}$$

Нехай функції f^1 та f^2 при кожному ω є опуклими вниз та неперервно диференційованими за x .

Таким чином, задача полягає у знаходженні такої кількості товару x , який мінімізує сумарні сподівані витрати, що складаються із вартості виробництва, тобто

$$F(x) = q(x) + Mf(x, \omega) \rightarrow \min \quad (198)$$

при обмеженнях

$$x \in X, \quad (199)$$

де X — деяка множина n -мірного простору, яка може бути утворена обмеженням, пов'язаним з потужністю підприємства, обсягами продукції. У разі якщо максимізується прибуток від реалізації продукції, яка виробляється,

$$F(x) = q(x) - Mf(x, \omega) \rightarrow \max.$$

Типові труднощі, які виникають при розв'язуванні однокрокової задачі (198), (199), полягають у складності (або неможливості) точного обчислення значень функції сподіваних витрат $F(x)$ та її градієнта, що пов'язано з обчисленням інтегралу виду

$$F(x) = q(x) + \int_{\Omega} f(x, \omega) d\varphi(\omega),$$

де $\varphi(\omega)$ — функція розподілу випадкового параметру.

1.11. Оптимізація ризику при управлінні запасами

1.11.1. Управління запасами за умов невизначеності

Різноманітність задач управління запасами та їх складність привели до створення великої кількості математичних моделей, ефективне використання яких неможливе без застосування економіко-математичних методів та ЕОМ. Моделі управління запасами відрізняються багатьма компонентами, залежно від характеру зміни величин, які до них входять. Найбільш суттєвим чинником, який слід враховувати при розробці моделей управління запасами, є час. Статичні моделі управління запасами лише наближено відповідають реальним умовам. Більш точний розв'язок можна одержати на базі використання динамічних моделей, які враховують час та відповідні залежності.

Слід відзначити, що в багатьох моделях управління запасами одним із головних припущень є те, що, наприклад, попит є заздалегідь відомою детермінованою величиною. Однак у переважній більшості реальних задач він є випадковою величиною, розподіл імовірності якої може бути як відомим, так і невідомим. У зв'язку

з цим виникає економічний ризик, зумовлений невизначеністю, стохастичністю щодо величини попиту.

Величина ризику може бути визначена як відхилення сподіваних результатів щодо потреб у запасах від середньої або сподіваної величини.

Управління запасами за умов невизначеності [9]

Стратегія управління запасами при невизначеному (стохастичному) попиті вимагає створення певного резерву заздалегідь визначеного обсягу K , а потім здійснюються чергові поставки запасів. Якщо в певний момент часу загальний запас знижується до обсягів резерву, терміново оформляють заявку на постачання нової партії. Якщо ж її виконання потребує певного часу, то вона подається тоді, коли запас знизиться до рівня $K+L$.

Одним із найпростіших способів, який дозволяє вирішити проблему резерву, є застосування принципу гарантованого результату, тобто обрання досить великого резерву, який гарантує мінімальний ризик, — компенсацію будь-яких випадкових відхилень, що вимагає значних витрат на їх зберігання тощо. Це також призводить до так званого ризику невикористаних можливостей, тому що великі резерви пов'язані з відволіканням значних коштів. У такому випадку вводяться додаткові гіпотези, в основу розрахунку необхідного резерву закладається поняття допустимого ризику — ймовірності того, що потреба в запасах не перевищить наявного резерву. Вводиться поняття коефіцієнта ризику, який виражає імовірність того, що потреби у запасах виявляться незадовільними через недостатність резерву і перевищать його обсяг. Значення коефіцієнта ризику може дорівнювати 5 чи 1%.

Позначимо через V потребу в продукції між двома поставками і сформулюємо задачу.

Необхідно визначити такий обсяг резерву K , щоб коефіцієнт ризику p_z , тобто імовірність того, що резерв виявиться недостатнім, був би не більшим (рівним) від заданої величини, тобто

$$P(V > q + K) \leq p_z \text{ чи } P((V - q) > K) \leq p_z,$$

де q — обсяг постачання (розмір партії), який можна розглядати як детерміновану величину.

Для визначення K необхідно знати закон розподілу випадкової величини V . Тут можливим є декілька варіантів та гіпотез.

Припустимо, що потреба в запасах, тобто величина V , розподілена за нормальним законом з параметрами q та σ^2 , де σ — середньоквадратичне відхилення.

Позначимо

$$u = (V - q) / \sigma .$$

Тепер можна записати вираз для щільності імовірностей:

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Задача полягає у знаходженні величини $u_{p_z} = (V - q) / \sigma$, що залежить від коефіцієнта ризику (імовірності) p_z , для якого справедливе рівняння

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_p}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = p_z .$$

За змістом прийнятих допущень резерв K має бути таким, щоб імовірність появи дефіциту дорівнювала p_z .

Тоді із $u_{p_z} = (V - q) / \sigma$ виходить, що резерв, який відповідає коефіцієнту ризику p_z , повинен дорівнювати щонайменше

$$K \geq (V - q) = u_{p_z} \sigma . \quad (200)$$

Тому якщо, наприклад, $p_z = 0,05$, то $K = 1,64\sigma$.

Можна зробити висновок, що розміри резерву K визначаються прийнятим коефіцієнтом ризику (p_z) та коливанням (розкидом) потреб у запасах, що характеризуються середньоквадратичним від-

хиленням σ , величина якого наближено визначається на базі статистичної обробки значень попиту за попередні періоди.

Якщо позначити через b сподівану інтенсивність попиту, то загальні витрати на управління запасами складуть:

$$B(q) = c_1 b / q + c_2 (q / 2 + u_{p_z} \sigma), \quad (201)$$

де c_1 — витрати на оформлення партії, які не залежать від розміру (обсягу) партії і виникають кожного разу під час її розміщення; c_2 — витрати на зберігання одиниці запасу за одиницю часу; $B(q)$ — сумарні витрати на утримання запасу за одиницю часу.

Ці витрати будуть мінімальними, якщо

$$dB(q)/dq = -c_1 b / q^2 + c_2 / 2 = 0$$

Звідси можна визначити величину оптимального розміру партії:

$$q = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}}. \quad (202)$$

Отже, на розмір партії резерв не впливає. Оптимальний запас разом із резервом дорівнює:

$$W = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}} + u_{p_z} \sigma, \quad (203)$$

де W — необхідний запас разом з резервом.

1.11.2. Моделі управління запасами коштів

До коштів можуть бути застосовані моделі, розроблені в теорії управління запасами, які дозволяють оптимізувати величину коштів. Мова йде про те, щоб оцінити: а) загальний обсяг коштів та їх еквівалент; б) яку частку коштів варто тримати на розрахунковому рахунку, а яку — у вигляді цінних паперів, які можна швидко

реалізувати; в) коли й у якому обсязі здійснювати взаємну трансформацію коштів і активів, які можна швидко реалізувати.

У західній практиці найбільшого поширення набули модель Баумола та модель Міллера-Орра. Перша була розроблена Баумолом (W. Baumol) у 1952 році, друга — Міллером (M. Miller) та Орром (D. Orr) у 1966 році. Безпосереднє застосування цих моделей у вітчизняній практиці ускладнено через сильну інфляцію, аномальні дисконтні ставки, нерозвиненість ринку цінних паперів і т.ін., тому наведемо лише короткий теоретичний опис даних моделей.

Модель Баумола

Передбачається, що підприємство починає працювати, маючи максимальний і доцільний для нього рівень коштів, а потім постійно витрачає їх упродовж певного часу. Всі кошти від реалізації товарів і послуг воно вкладає у короткострокові цінні папери. Як тільки запас коштів вичерпується, тобто дорівнює нулю або досягає деякого заданого рівня безпеки, підприємство продає частину цінних паперів і тим самим поповнює запас коштів до первісної величини. Таким чином, динаміка залишку коштів на розрахунковому рахунку являє собою «пилкоподібний» графік (рис. 16).

Сума поповнення (Q) обчислюється за формулою

$$Q = \sqrt{\frac{2VC}{r}}, \quad (204)$$

де V — прогнозована потреба в коштах у періоді (рік, місяць);

c — витрати з конвертації коштів у цінні папери;

r — прийнятний і можливий для підприємства процентний доход з короткострокових фінансових вкладень, наприклад, у державні цінні папери.

Таким чином, середній запас коштів складає $Q/2$, а загальна кількість угод з конвертації цінних паперів у кошти (k) дорівнює:

$$k = \frac{V}{Q} \quad (205)$$

Загальні витрати (OP) з реалізації такої політики управління коштами складуть (рис. 17):

$$OP = Ck + r \frac{Q}{2} \quad (206)$$



Рис. 17. Графік зміни залишку коштів на розрахунковому рахунку (модель Баумола)

Перший доданок у цій формулі є прямими витратами, другий — втрачена вигода від зберігання коштів на розрахунковому рахунку замість того, щоб інвестувати їх у цінні папери.

Модель Міллера-Орра

Модель Баумола проста й достатньо прийнятна для підприємств, грошові витрати яких стабільні та прогнозовані. У дійсності таке трапляється рідко; залишок коштів на розрахунковому рахунку змінюється випадково, причому можливі значні коливання.

Модель, розроблена Міллером і Орром, являє собою компроміс між простотою та реальністю. Вона допомагає відповісти на запитання: як підприємству слід управляти своїм грошовим запасом, якщо неможливо прогнозувати щоденний відтік чи надходження

коштів? Міллер і Опп використовують при побудові моделі процес Бернуллі — стохастичний процес, у якому надходження й витрати грошей від періоду до періоду є незалежними випадковими подіями.

Логіка дій фінансового менеджера з управління залишком коштів на розрахунковому рахунку подана на рис. 18 і полягає в наступному. Залишок коштів на рахунку хаотично змінюється доти, доки не досягає верхньої межі. Як тільки це станеться, підприємство починає купувати достатню кількість цінних паперів, щоб повернути запас коштів до деякого нормального рівня (точки повернення). Якщо запас коштів досягає нижньої межі, то підприємство продає свої цінні папери й у такий спосіб поповнює його до нормальної межі.

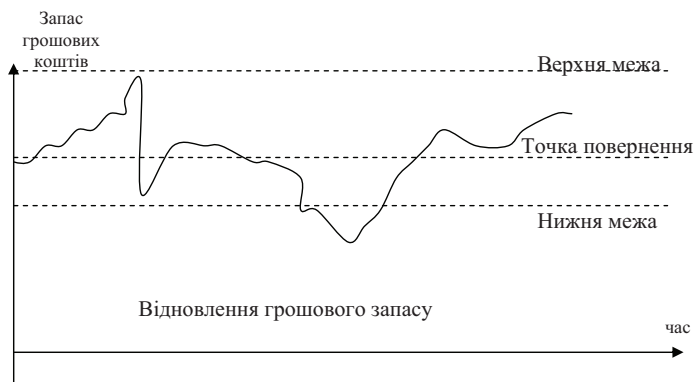


Рис. 18. Модель Міллера-Оппа

При вирішенні питання про розмах варіації (різниця між верхньою й нижньою межею) рекомендується дотримуватися наступної політики: якщо щоденна мінливість грошових потоків велика або постійні витрати, пов'язані з придбанням та продажем цінних паперів, високі, то підприємству варто збільшити розмах варіації, і навпаки. Також варто зменшити розмах варіації, якщо є можливість одержання доходу завдяки високій процентній ставці цінних паперів.

1.12. Основи економічної безпеки та стратегія управління ризиками

1.12.1. Поняття економічної безпеки (ЕБ)

Економічна безпека (за визначенням академіка Л. Абалкіна) — це стан економічної системи, який дозволяє їй розвиватися динамічно й ефективно, вирішувати соціальні завдання, при якому держава має можливість виробляти й проводити в життя незалежну економічну політику.

У загальному значенні під **економічною безпекою** слід розуміти найважливішу якісну характеристику економічної системи, яка визначає її здатність підтримувати нормальні умови життєдіяльності населення, стійке забезпечення ресурсами розвитку народного господарства [23].

Економічна безпека підприємства (фірми) — це такий стан даного господарського суб'єкта, при якому життєво важливі компоненти структури й діяльності підприємства характеризуються високим ступенем захищеності від небажаних змін. Для цього підприємству слід дотримуватися стратегії, яка забезпечує достатній рівень нарощування соціально-економічного потенціалу, стійкий розвиток бізнесу та підготовленість до можливих небажаних змін у сфері його життєдіяльності.

Економічна безпека є економічною основою. Забезпечення її — це гарантія незалежності країни, умова стабільності й ефективної життєдіяльності суспільства, досягнення успіху. Забезпечення національної безпеки неможливі без оцінки життєздатності економіки, її міцності при можливих зовнішніх і внутрішніх загрозах, тому економічна безпека належить до найважливіших національних пріоритетів.

Вона включена до системи державної безпеки разом з такими її складовими, як забезпечення обороноздатності країни, підтримання громадського спокою в суспільстві, захист від екологічних катастроф.

Економічна безпека розглядається як найважливіша якісна характеристика економічної системи, яка визначає її спроможність

підтримувати нормальні умови життєдіяльності населення, стійке забезпечення ресурсами розвитку народного господарства, а також послідовну реалізацію національно-державних інтересів.

1.12.2. Структура та загальна концепція безпеки промислового підприємства

Структура ЕБ включає три найважливіших положення:

1. Економічна незалежність. Не має абсолютного характеру, тому що міжнародний поділ праці робить національні економіки взаємозалежними. Тому в сучасних умовах економічна незалежність означає можливість контролю за національними ресурсами, досягнення такого рівня виробництва, ефективності та якості продукції, який забезпечує її конкурентоспроможність і дозволяє брати участь у світовій торгівлі, коопераційних зв'язках та обміні науково-технічними досягненнями.

2. Стабільність національної економіки. Передбачають захист власності у всіх її формах, створення надійних умов та гарантій для підприємницької активності, стримування факторів, здатних дестабілізувати ситуацію (боротьба з кримінальними структурами в економіці, недопущення серйозних розривів у розподілі доходів, що можуть викликати соціальні потрясіння).

3. Здатність до саморозвитку і прогресу. Створення сприятливого клімату для інвестицій, постійна модернізація виробництва, підвищення професійного, освітнього і загальнокультурного рівня працівників стають необхідними й обов'язковими умовами стабільності та самозбереження національної економіки.

Загальна концепція безпеки промислового підприємства повинна охоплювати таке коло питань:

1. Розробка єдиної методики збору і подання інформації про виробничу діяльність для всіх філій та підрозділів.

2. Ідентифікація можливих небезпек та інцидентів, що призводять до них, оцінка їх частоти.

3. Збір і обробка даних за минулими збитками. Розробка єдиної методики оцінки збитку від несприятливих подій, яка повинна враховувати як прямі, так і непрямі збитки.

4. Інтегральна оцінка ризику, одержання усереднених показників за видами ризику та окремими об'єктами і підрозділами підприємства, виявлення статистичних закономірностей.

5. Оцінка можливостей підприємства щодо управління ризиком і наявності ресурсів для ліквідації наслідків несприятливих ситуацій.

6. Формування загальної концепції промислової безпеки, управління різними групами ризиків з урахуванням їхньої специфіки, особливостей функціонування окремих об'єктів, їх територіального розташування і т.ін. Урахування законодавчих вимог до промислової безпеки.

7. Створення комплексної системи заходів щодо управління якістю продукції, яка випускається.

8. Закріплення розробленої концепції в нормативних і методичних матеріалах, оформлення декларації промислової безпеки. Розробка перспективного плану заходів на період від трьох до п'яти років.

1.12.3. Показники та критеріальна оцінка ЕБ

Система показників (індикаторів), які мають кількісне вираження, дозволяє завчасно сигналізувати про небезпеку і вживати заходів для її попередження.

Для економічної безпеки мають значення не самі показники, а їхні граничні значення.

Граничні значення — це граничні величини, недотримання значень яких перешкоджає нормальному розвитку різних елементів відтворення, призводить до формування негативних, руйнівних тенденцій у галузі економічної безпеки [23].

Наближення значення показників ЕБ до їх гранично допустимої величини свідчить про наростання загроз соціально-економічної стабільності суспільства, а перевищення граничних значень — про входження суспільства в зону нестабільності та соціальних

конфліктів, тобто про реальний підрив ЕБ. Індикаторами можуть виступати: гранично допустимий рівень державного боргу, збереження або втрата позицій на світовому ринку, залежність національної економіки та її найважливіших секторів від імпорту закордонної техніки, сировини, комплектуючих виробів.

Серед **показників ЕБ** можна визначити: економічне зростання (динаміка і структура національного виробництва та доходу, показники обсягів і темпів промислового виробництва, галузева структура господарства та динаміка окремих галузей, капіталовкладення і т. ін.); природно-ресурсний, виробничий, науково-технічний потенціал країни; динамічність і адаптивність господарського механізму, а також його залежність від зовнішніх факторів (рівень інфляції, дефіцит консолідованого бюджету, вплив зовнішньоекономічних факторів, стабільність національної валюти, внутрішня й зовнішня заборгованість); якість життя (ВВП на душу населення, рівень диференціації доходів, забезпеченість основних груп населення матеріальними благами і послугами, працездатність населення, стан навколишнього середовища т. ін.). Система показників граничних рівнів зниження безпеки: гранично допустимий рівень зниження економічної активності, обсягів виробництва, інвестування і фінансування, збереження демократичних основ суспільного ладу, підтримка оборонного, науково-технічного, інноваційного, інвестиційного та освітнього потенціалу; гранично допустиме зниження рівня і якості життя основної маси населення, за межами якого виникає небезпека неконтрольованих соціальних, трудових, міжнаціональних та інших конфліктів; гранично допустимий рівень зниження витрат на підтримання й відтворення природно-екологічного потенціалу, за межами якого виникає небезпека незворотного руйнування елементів природного середовища, завдання непоправних збитків здоров'ю нинішнього і майбутнього поколінь та ін.

Критерійна оцінка ЕБ містить оцінки: ресурсного потенціалу та можливостей його розвитку; рівня ефективності використання ресурсів, капіталу і праці та його відповідності рівню у найбільш розвинених і передових країнах, конкурентоспроможності економіки; цілісності території й економічного простору; суверенітету, незалежності та можливості протистояння зовнішнім загрозам; соціальної стабільності та умов запобігання соціальних конфліктів.

Висновки

1. Економічна безпека країни повинна забезпечуватися ефективністю самої економіки, тобто, поряд із захисними заходами, здійснюваними державою, вона повинна захищати сама себе на основі високої продуктивності праці, якості продукції і т. ін.

2. Забезпечення економічної безпеки країни не є прерогативою якого-небудь одного державного відомства, служби. Вона має підтримуватися всією системою державних органів, всіма ланками й структурами економіки.

1.12.4. Стратегія управління ризиками

Управління ризиками — обґрунтування рішень на основі методів, прийомів і заходів, що дозволяють прогнозувати настання ризикових подій, оцінювати їхню ймовірність і вживати заходів до уникнення або зниження негативних наслідків настання таких подій [6].

Стратегія управління ризиком промислових підприємств повинна розроблятися, виходячи з обсягу власних ризиків та з урахуванням законодавчих вимог у сфері промислової безпеки. Побудову такої стратегії можна розбити на два етапи.

1-й етап. Забезпечення дотримання законодавчих норм у сфері промислової безпеки:

- розробка декларації безпеки;
- зниження ризику до необхідних меж;
- здійснення заходів щодо обмеження розмірів можливого збитку у разі аварії;
- формування резервів на випадок виникнення несприятливої ситуації;
- страхування відповідальності у законодавчо необхідних межах.

2-й етап. Здійснення додаткових заходів щодо управління ризиком, виходячи із обсягу ризиків та можливостей підприємства:

- створення повномасштабного фонду ризику;
- особисте страхування персоналу підприємств;

- страхування майна підприємств, фінансових і комерційних ризиків.

Підсистема управління ризиком, як і будь-яка людино-машинна система, складається з об'єкта і суб'єкта управління. Керованим об'єктом тут виступає підприємство, його економічні відносини з іншими господарюючими агентами, робітники та службовці підприємства, діючі на підприємстві технологічні процеси й інформаційні потоки. Керованою змінною є розрахункова величина — рівень ризику. Керуюча частина, або суб'єкт управління, у цій підсистемі — спеціальна група людей (підрозділ або співробітник підприємства, який користується послугами професійних консультантів), яка на основі отриманої інформації, використовуючи різні методи теорії ризику, розробляє заходи — управляючі впливи — для зниження рівня ризику або утримання його в допустимих межах.

Підсистема управління ризиком будується за ієрархічним принципом. Відповідно, процес управління ризиком проходить на двох супідрядних рівнях — виконавчому й координуючому (рис. 19). На виконавчому рівні виконуються дві основні функції: безперервний контроль рівня ризику, який виникає у процесі функціонування підприємства і управління рівнем ризику, пов'язаного з підготовкою рішень на всіх рівнях та корекцією НРС. Функції виконавчого рівня забезпечують виконання конкретних процедур аналізу ризику під час реалізації вже прийнятих і при підготовці нових важливих для підприємства рішень.

Функція «контроль рівня ризику функціонування підприємства» призначена для виявлення тенденцій небажаного розвитку подій з метою наступної нейтралізації негативних наслідків, до яких може призвести НРС в результаті уже прийнятих рішень або неконтрольованих змін в зовнішньому економічному середовищі підприємства. Сутність цієї функції полягає у своєчасному виявленні (а в ідеалі — попередженні) істотної зміни рівня ризику, визначенні його причини, тобто встановленні фактора ризику, що тягне за собою початок НРС.

Функція «управління рівнем ризику при підготовці рішень» реалізує процедури аналізу ризику під час підготовки стратегічних, тактичних або оперативних рішень і дозволяє оцінити збільшення рівня ризику, обумовлене прийняттям пропонованого рішення, або вказати фактори ризику, дія яких стане більш ймовірною або істотною. За результатами такого аналізу завчасно можуть бути

розроблені заходи, які усувають або, щонайменше, ослаблюють негативні наслідки прояву ризику. Можливо буде також рекомендовано відмовитися від пропонованого рішення як невиправдано ризикованого. Разом з тим дана функція ініціюється при виявленні блоком «контроль» початку небажаного розвитку подій для розробки адекватних коригувальних впливів.

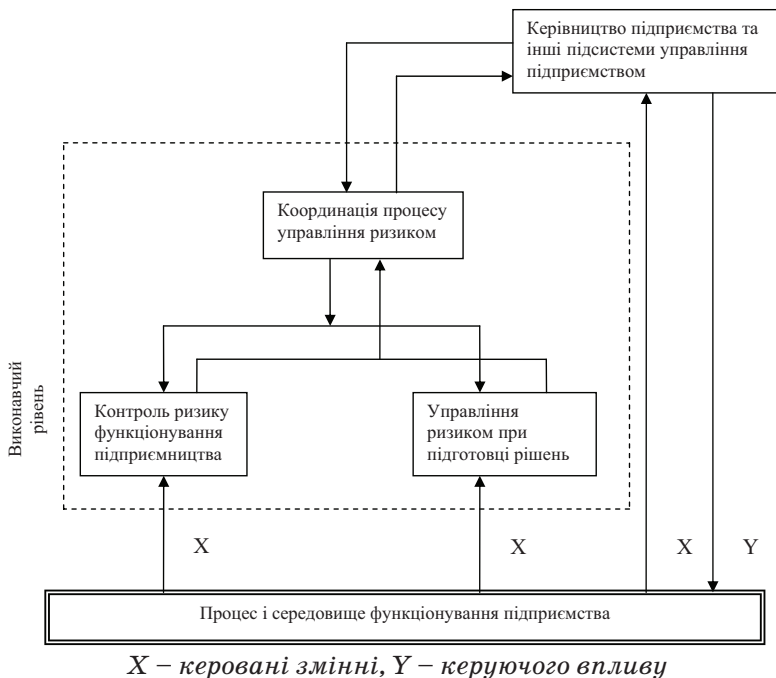


Рис. 19. Функціональна структура управління ризиком на підприємстві

На координуючому рівні виконуються командно-контрольні процедури узгодження роботи всіх ланок підсистеми управління ризиком відповідно до прийнятих цільових настанов підприємства. Людино-машинні процедури управління ризиком необхідно організувати, тобто визначити строки проведення робіт, форму й обсяг подання результатів, склад і порядок виконання процедур аналізу й оцінки рівня ризику, підготувати необхідну нормативну та довід-

кову інформацію, зібрати поточну інформацію, запустити процес розробки заходів щодо зниження рівня ризику і, нарешті, довести вироблені пропозиції до відомості керівництва підприємства, а після їх затвердження організувати реалізацію антиризикових заходів. Ця сукупність дій входить до складу функції «координація процесу управління ризиком».

На рис. 20 подана структурна схема алгоритму управління ризиком у системі управління виробничим підприємством, що являє собою ланцюг зі зворотним зв'язком. Зворотний зв'язок тут здійснює функція «координація процесу управління ризиком». На схемі позначені також контури взаємодії з іншими підсистемами.

Загалом контроль ризику функціонування підприємства відбувається у такий спосіб. Інформація про змінні, що характеризують поточний стан підприємства й навколишнього середовища, збирається і переробляється блоком «моніторинг», а результати передаються в блок «аналіз факторів та оцінювання рівня ризику». При цьому періодичність спостереження, склад і форма фіксації результатів обробки інформації повинні встановлюватися на достатньо тривалий термін для можливості порівняльного зіставлення при наступних актах аналізу ризику.

У блоці «аналіз факторів і оцінювання рівня ризику» ця інформація разом з аналогічною інформацією попередніх точок «відбору проб» (моніторингу та аналізу ризику) і необхідними нормативно-довідковими даними обробляється за допомогою відповідних методів. Отриманий в результаті аналітичної роботи фактичний профіль факторів ризику та оцінка нового значення рівня ризику порівнюються з попередніми даними, що зберігаються в архіві блоку «нормативно-довідкова інформація», і заданим рівнем прийняттого ризику.

Якщо виявляється, що отримані на даний момент оцінки рівня ризику істотно не відрізняються від попередніх і не перевищують установлений керівництвом підприємства поріг прийняттого ризику, функція контролю завершується передачею оформлених протоколів ризику в архів протоколів ризику й видачею рекомендацій про строк проведення чергового контрольного циклу. У протилежному випадку потрібна корекція ходу подій, для чого ініціюється виконання функції «управління ризиком». Роль функції «управління ризиком» полягає у перевірці «ризикованості» планованого господарського рішення, яке називається на цій стадії «пробним рішенням».

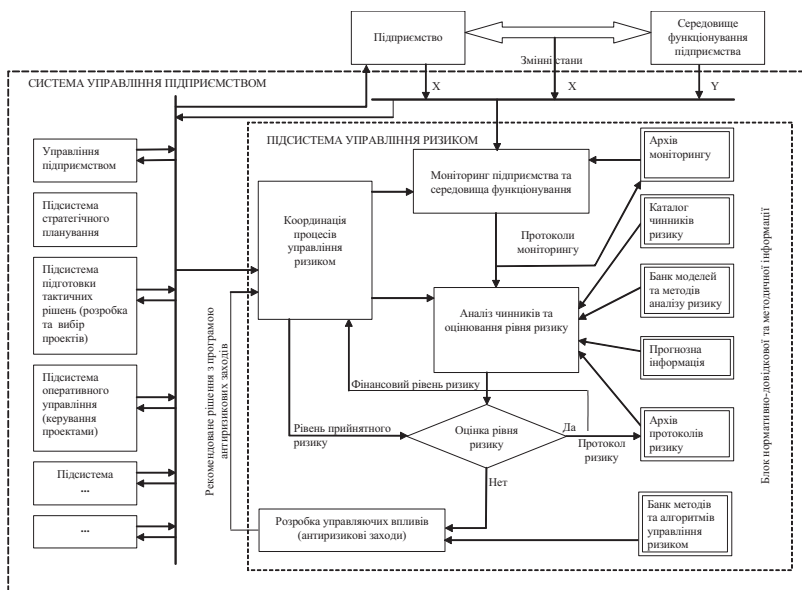


Рис. 20. Блок-схема алгоритму управління ризиком у системі управління підприємством

Методи зниження ризику

Економічні методи:

- розподіл ризику* здійснюється у процесі підготовки плану проекту і контрактних документів. Як правило, відповідальність за конкретний ризик покладають на ту сторону, з чиєї вини або в зоні чиєї відповідальності може відбутися подія, яка спричинить втрати. Природно, кожна зі сторін при цьому свої втрати мінімізує;
- страхування ризику* є, власне кажучи, передачею певних ризиків страхової компанії за певну винагороду. Виграшем у проекті є відсутність непередбачених ситуацій в обмін на деяке зниження прибутковості. Резервування коштів на деякі непередбачені витрати є різновидом страхування, з тією різницею, що гроші на покриття залишаються

у межах фірми. Цей метод придатний лише при виконанні невеликих проектів. Усі попередні методи належать до проекту в цілому. У той же час ефективним є метод управління приватними ризиками, суть якого полягає в нейтралізації кожного окремого ризику в приватному порядку;

- в) *резервування коштів;*
- г) *використання методу приватних ризиків.*

Неекономічні методи зниження ризиків засновані на використанні методів інформаційно-аналітичного забезпечення безпеки бізнесу, що дозволяють вчасно виявити погрози й оцінити можливі ризики, прогнозувати розвиток ситуації шляхом одержання більш повної й систематизованої інформації.

РОЗДІЛ II

ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ

2.1. Управління інвестиційною діяльністю підприємства на основі моделі синхронного планування

Концепція моделі синхронного планування

Управління інвестиційною діяльністю підприємства — це оптимізація на основі використання статичної моделі синхронного інвестиційного планування.

Дана статична модель запропонована Дж. Дином [8] за умови наступних діючих припущень:

- визначається тільки один важливий період, на початок і кінець якого припадають платежі, які характеризують інвестиційні та фінансові об'єкти;
- зазначені об'єкти реалізовані й розподілені на певні задані частини (витрати на придбання або максимальну величину кредиту). Цільова функція орієнтується на максимізацію кінцевої вартості майна (КВМ) загальної інвестиційної та фінансової програм. КВМ визначається наприкінці розглянутого періоду як сальдо інвестиційних надходжень і виплат на фінансування. У цей момент часу виходять із того, що на інвестиційних об'єктах є надходження, які перевищують виплати, а на фінансових об'єктах потрібно здійснити платежі за відсотками і основним боргом (негативні нетто-платежі). До початку розглянутого періоду слід одержати необхідні фінансові кошти для інвестування.

Математична інтерпретація моделі синхронного планування

Математично цільова функція даної моделі для моменту часу $t=1$ виглядає таким чином:

$$\sum_{j=1}^J a_{j1} x_j + \sum_{i=1}^I d_{i1} y_i \rightarrow \max,$$

де x_j — обсяг реалізації інвестиційного об'єкта ($j = 1, \dots, J$);
 y_i — обсяг використання об'єкта фінансування ($i = 1, \dots, I$);
 $a_{ji}(d_{i1})$ — нетто-платежі за одиницю інвестиційного об'єкта j (об'єкта фінансування i) у момент часу t ($t = 0, 1$).

Змістовно цільову функцію можна інтерпретувати так, що сума нетто-платежів інвестиційних об'єктів фінансування повинна прагнути до максимуму.

Умовою фінансування проекту для початкового моменту часу $t = 0$ виступає:

$$\sum_{j=1}^J a_{j0} x_j + \sum_{i=1}^I d_{i0} y_i = 0,$$

тобто сума нетто-платежів інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування в початковий момент часу реалізації проектів дорівнює нулю.

Граничні умови реалізації інвестиційно-фінансового проекту:

$$0 \leq x_j \leq 1; \quad 0 \leq y_i \leq 1; \quad j = \overline{1, J}, \quad i = \overline{1, I}$$

Інвестиційні об'єкти і об'єкти фінансування можуть бути реалізовані в будь-яких частках від максимального загального обсягу ($x_j = 1; y_i = 1$).

Реалізація моделі синхронного планування

Реалізація даної моделі була проведена на ВАТ «Енергомаш-спецсталь» (м. Краматорськ Донецької обл.), основним видом

продукції якого є кування й лиття. Основними напрямками інвестиційної діяльності підприємства є будівництво нових об'єктів, придбання основних коштів, інвестиції в нематеріальні активи, довгострокові фінансові вкладення.

Головним завданням моделювання інвестиційної діяльності є побудова моделі оптимізації та визначення оптимальної інвестиційної й фінансової програми для даного підприємства.

У ВАТ «Енергомашспецсталь» є три варіанти вкладення інвестицій:

- придбання установки «Піч-ківш» (IO_1);
- придбання печі ДСВ-20 (IO_2);
- придбання печі ДППТУ-20 (IO_3).

А також підприємство має три джерела фінансування:

- кошти ззовні для будівництва нового цеху ($O\Phi_1$);
- кредит на ремонт складу ($O\Phi_2$);
- зовнішні інвестиції на будівельно-монтажні роботи ЦМО ($O\Phi_3$).

У табл. 24 наведені значення нетто-платежів на момент часу $t=0$ і $t=1$. Необхідно побудувати модель оптимізації і визначити оптимальну інвестиційно-фінансову програму.

Таблиця 24. Нетто-платежі для інвестиційних об'єктів (IO) та об'єктів фінансування ($O\Phi$)

Інвестиційний об'єкт	Нетто-платежі, грн		Об'єкт фінансування	Нетто-платежі, грн	
	a_{j0}	a_{j1}		d_{j0}	d_{j1}
IO_1	-100000	113000	$O\Phi_1$	25000	-27000
IO_2	-30000	33000	$O\Phi_2$	20000	-21000
IO_3	-50000	58000	$O\Phi_3$	80000	-92000

Оскільки ставиться завдання оптимізації інвестиційно-фінансової програми, побудуємо модель оптимізації у такому вигляді:

а) цільова функція:

$$113 x_1 + 33 x_2 + 58 x_3 - 27 y_1 - 21 y_2 - 92 y_3 \rightarrow \max,$$

де x_j — обсяг реалізації інвестиційного об'єкта ($j = 1, \dots, J$);

y_i — обсяг використання об'єкта фінансування ($i = 1, \dots, I$).

Отже, сума нетто-платежів інвестиційних об'єктів і нетто-платежів об'єктів фінансування повинна прагнути до максимуму;

1) додаткові умови фінансування

$$-100 x_1 - 30 x_2 - 50 x_3 + 25 y_1 + 20 y_2 - 80 y_3 = 0$$

означають, що сума нетто-платежів інвестиційних об'єктів і нетто-платежів об'єктів фінансування в початковий момент часу реалізації проектів дорівнює нулю;

2) умови реалізації проекту:

$$0 \leq x_j \leq 1; \quad 0 \leq y_i \leq 1; \quad j, i = \overline{1,3}$$

Реалізується отримана модель за допомогою Microsoft Excel.

Визначається оптимум інвестиційної програми. Для цього розраховується внутрішня процентна ставка r_j для інвестиційних об'єктів і r_i — для об'єктів фінансування.

На основі можливості розподілу всіх об'єктів за рівнем нарахування відсотків можна зробити висновок про відносну вигоду або пріоритет аналізованих об'єктів, як інвестування, так і фінансування. Причому вигідність об'єктів фінансування на відміну від інвестиційних об'єктів знижується при зростаючому нарахуванні відсотків. При ставці $r_j > 16\%$ взагалі відсутній попит на капітал, тому що реалізовувати IO_3 за таких умов стає невигідно (при ставці $r_j = 16\%$ спостерігається стан індиферентності щодо реалізації або відмови від реалізації IO_3), при цьому витрати на фінансування збігаються з нарахуванням відсотків. Починаючи з рівня 16% загальний попит на капітал, що відповідає максимальним витратам на придбання IO_3 , складе 50 000 грн. При менших рівнях процентних ставок об'єкт IO_3 слід обов'язково реалізувати.

Інвестиційний об'єкт IO_1 має пріоритет 2 з нарахуванням відсотків за ставкою $r_j = 13\%$, що є межею вигідності IO_1 , при цьому

загальний попит на капітал складе вже 150 000 грн (50 000 грн для $IO_3 + 100\,000$ грн для IO_1).

Пріоритет 3 одержав інвестиційний об'єкт IO_2 з нарахуванням відсотків за ставкою $r_i = 10\%$, загальний попит на капітал склав 180 000 грн (100 000 грн для $IO_1 + 80\,000$ грн для IO_2). Оптимальною інвестиційно-фінансова програма буде при рівності попиту та пропозиції капіталу, якщо, з одного боку, необхідно фінансувати інвестиційну програму, а з іншого — бажано взяти кредит у необхідному обсягу й не платити за нього зайві гроші. З огляду на знайдені пріоритети інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування, вибір слід починати з інвестиційного об'єкта з найбільшим пріоритетом і включати далі поетапно всі інші, поки їхній відсоток буде не вищим за відсоток об'єктів фінансування, які підлягають реалізації. Критична процентна ставка, яка дорівнює процентній ставці оптимальної точки попиту та пропозиції, склала 15%. Вона є межею вигідності.

Побудувавши модель синхронного інвестиційно-фінансового планування й скориставшись функцією «пошук рішення» в Microsoft Excel, отримали дані, відображені в табл. 25 і 26.

Таблиця 25. Розрахункові значення для інвестиційних об'єктів

IO	a_{j0}	a_{j1}	Пріоритет	Капітал	x_j
1	-100 000	113 000	2	150 000	0
2	-30 000	33 000	3	180 000	0
3	-50 000	58 000	1	50 000	1

Таблиця 26. Розрахункові значення для об'єктів фінансування

OF	d_{j0}	d_{j1}	Пріоритет	Капітал	y_i
1	25 000	-27 000	2	45 000	1
2	20 000	-21 000	1	20 000	1
3	80 000	-92 000	3	125 000	0,0625

З табл. 25 видно, що кращим є IO_3 — установка печі ДППТУ-20, тому що $x_j = 1$. Це означає, що даний інвестиційний об'єкт необхідно реалізувати повністю.

Таким же чином визначаємо кращі об'єкти фінансування. Із табл. 19 видно, що реалізувати треба $O\Phi_1$ ($y_i = 1$), $O\Phi_2$ ($y_i = 1$) і частково $O\Phi_3$, тому що $y_i = 0,0625$.

Кінцеву вартість майна (КВМ) отриманої інвестиційно-фінансової програми знайшли таким чином: із позитивного сальдо надходжень оптимального інвестиційного об'єкта IO_3 вирахували платежі за відсотками і основним боргом у момент часу $t = 1$. КВМ є цільовим осередком даної статичної моделі і склала 4 250 грн.

При цьому були виконані додаткові умови фінансування, які полягають у тому, що сума нетто-платежів (S_0) інвестиційних об'єктів і об'єктів фінансування у початковий момент часу реалізації проекту повинна дорівнювати нулю.

Після проведених обчислень і оптимізації проектів можна зробити висновок, що ВАТ «ЕМСС» варто реалізувати такі проекти:

- установка печі ДППТУ-20;
- залучення коштів ззовні для будівництва нового цеху в розмірі 25 000 грн;
- кредит сумою 20 000 грн на ремонт складу;
- залучення зовнішніх інвестицій на будівельно-монтажні роботи ЦМО, але тільки не 80 000 грн, як планувалося раніше, а 5 000 грн ($80\,000 \cdot 0,0625 = 5\,000$).

2.2. Вибір оптимальної інвестиційної стратегії

Теоретичні положення оптимальної інвестиційної стратегії з урахуванням ризику

Інвестиційна стратегія дозволяє відслідковувати вкладення коштів і їхнє цільове використання. Головним стратегічним завданням інвестиційної діяльності підприємства є вибір найбільш ефективних напрямів вкладення коштів для підвищення конкурентоспроможності підприємства [12–14].

Діяльність будь-якої фірми так чи інакше пов'язана із вкладенням ресурсів у різні види активів, придбання яких необхідне для здійснення основної діяльності цієї фірми. Але для збільшення рівня рентабельності фірма також може вкладати тимчасово вільні ресурси в різні види активів, які приносять дохід, але не беруть участі в основній діяльності. Така діяльність називається інвестиційною, а управління нею — інвестиційним менеджментом.

Процес інвестування відіграє важливу роль в економіці будь-якої країни. Він значною мірою визначає економічний розвиток держави, зайнятість населення і є суттєвим елементом бази, на якій ґрунтується економічний розвиток суспільства. Тому проблема, пов'язана з ефективним здійсненням інвестування, заслуговує на увагу, особливо сьогодні — при укрупненні суб'єктів ринкових відносин та переділі власності.

Інвестиції являють собою застосування фінансових ресурсів у формі довгострокових вкладень капіталу (капіталовкладень). Здійснення інвестицій — тривалий процес, тому для найбільш ефективного застосування фінансових ресурсів підприємство формує свою інвестиційну політику, яка є загальним керівництвом для прийняття рішень, що полегшує досягнення цілей підприємства. Саме за допомогою інвестиційної політики підприємство реалізує свої можливості щодо підтримання довгострокових тенденцій економічного розвитку та адаптації до них.

*Оптимізація інвестиційної діяльності підприємства
на основі використання моделі вибору оптимального
варіанта капіталовкладень при різних можливостях
підприємства ВАТ «Реммаш» (м. Горлівка, Донецька обл.)*

На підприємстві необхідно провести модернізацію устаткування, придбати сучасні дослідні стенди для нього, провести будівельно-монтажні роботи механоскладального цеху. Можливі рішення можна записати так:

$$A = \{a_1, a_2, a_3\},$$

де a_1 — модернізація устаткування;

a_2 — придбання нових сучасних дослідних стендів для устаткування;

a_3 — будівельно-монтажні роботи механоскладального цеху.

Економічна ефективність кожного варіанта розрахована керівництвом підприємства, при цьому врахується стан економічного середовища, експлуатаційні витрати, на ефективність капіталовкладень також впливатиме попит на продукцію.

Випадкові фактори, від яких залежить економічна ефективність варіантів капіталовкладень, об'єднаємо у три можливі стани або економічного середовища, $\Omega = (Q_1, Q_2, Q_3)$ з урахуванням окупності:

Q_1 — попит на продукцію низький, і ціни на сировину та матеріали низькі;

Q_2 — попит на продукцію високий, ціни на сировину та матеріали низькі;

Q_3 — попит на продукцію високий, ціни на сировину та матеріали високі.

У табл. 27 наведемо отримані розрахунки ефективності $W(Q, a)$.

Таблиця 27. Розрахунок економічної ефективності капіталовкладень в інвестиційні проекти

i	Q_1	Q_2	Q_3	min
a_1	35	50	53	35
a_2	30	38	42	30
a_3	20	25	28	20
Max	35	50	55	

У стратегічній грі (Ω, A, W) гравець 1 — статистик (керівництво підприємства), а гравець 2 — природа (попит на продукцію).

Дана матриця має седлову точку, що дорівнює 35 тис. грн:

$$\max_{a \in A} \min_{Q \in \Omega} W(Q, a) = \min_{Q \in \Omega} \max_{a \in A} W(Q, a) = 35 \text{ тис. грн}$$

Якщо не було додаткової статистичної інформації, вибір оптимального варіанта капіталовкладень закінчився б рішенням a_1 — модернізація устаткування.

За допомогою тимчасових рядів можна одержати апостеріорну інформацію, оскільки попит на продукцію може змінюватися залежно від зміни умов економічного середовища.

Аналізуючи основні показники промисловості (табл. 28), можна зробити висновок, що частка збиткових підприємств зменшується, фінансовий результат збільшується, індекси промислового виробництва збільшуються. Отже, можна вважати, що стабільність економічного середовища очевидна і прогнозована.

Таблиця 28. Показники промисловості

Основні показники промисловості	Рік					
	1995	2000	2001	2002	2003	2004
Продукція, млн. грн (у фактичних цінах)	12047,5	27493,5	35489,4	38593,8	54915,8	91417,3
Продукція (у % до попереднього року у порівнянних цінах)	91,2	112,4	106,1	104,5	119,4	112,5
Обсяг інвестицій в основний капітал, млн. грн (у фактичних цінах)	678,3	2069,9	2601,9	2416,4	2995	4565,6
Фінансовий результат, млн. грн	1493,3	1413,9	944,3	-231,5	1022,2	6858
Частка збиткових підприємств, %	13,5	63,1	39,4	42,7	41	36,7

За даними статистики можна одержати апостеріорний розподіл станів природи:

$$P(Q_1) = 0,2; P(Q_2) = 0,6; P(Q_3) = 0,2.$$

Маючи апостеріорний розподіл станів природи, можна перетворити стратегічну гру на статистичну, у якій платіж статиста буде визначатися як математичне очікування у даному розподілі станів природи $M[W(Q, a)]$.

Математичне очікування максимізує оптимальну стратегію статиста, що еквівалентно мінімізації ризику в статистичній грі, у якій функція втрат $L(Q, a) = -W(Q, a)$.

Для окремих рішень одержимо математичне очікування $M[W(Q, a)]$:

$$M[W(Q, a_1)] = 35 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,6 + 53 \cdot 0,2 = 47,6 \text{ (тис. грн)}$$

$$M[W(Q, a_2)] = 30 \cdot 0,2 + 38 \cdot 0,6 + 42 \cdot 0,2 = 37,2 \text{ (тис. грн)}$$

$$M[W(Q, a_3)] = 20 \cdot 0,2 + 25 \cdot 0,6 + 28 \cdot 0,2 = 24,6 \text{ (тис. грн)}$$

Отже, оптимальним рішенням буде інвестування коштів у проєкт a_1 — модернізація устаткування.

2.3. Формування оптимального портфеля цінних паперів

Оптимальність портфеля залежить від прибутковості, ризикованості й ліквідності акцій. У загальному випадку ринкова вартість його у певний момент часу розраховується як сума ринкових вартостей цінних паперів, які входять до портфеля на даний момент часу. Наприклад, процедура визначення ринкової вартості портфеля, що містить лише звичайні акції, складається з наступних етапів: визначення ринкової вартості однієї акції кожного типу, розрахування добутку ціни кожної акції та кількості акцій даного типу в портфелі, підсумовування всіх отриманих результатів. Ринкова вартість портфеля наприкінці періоду визначається аналогічним способом, виходячи із ринкових вартостей та кількості акцій різних типів [18–20].

Знаючи початкову і кінцеву вартість портфеля, можна розрахувати його вартість, прибутковість (r), вирахувавши його ви-

хідну вартість (V_b) від кінцевої (V_e) і поділивши різницю на вихідну вартість:

$$r = \frac{V_e - V_b}{V_b} \quad (207)$$

Наприклад, якщо портфель має ринкову вартість 40 млн дол. на початку кварталу і 46 млн. дол. наприкінці, то прибутковість портфеля за квартал складає $(46-40)/40 = 15\%$.

Вимірювання прибутковості портфеля ускладнюється тим, що клієнт може як докласти, так і забрати частину грошей. Це значить, що зміна ринкової вартості портфеля за період, виражена у відсотках, не завжди є адекватною мірою його прибутковості за даний період.

Для виміру прибутковості портфеля важливим є те, коли вносяться чи вилучаються гроші. Якщо це відбувається безпосередньо в кінці даного періоду, то розрахунок прибутковості слід виконувати за допомогою корекції кінцевої ринкової вартості портфеля. У разі внесення коштів кінцева вартість має бути зменшена на величину цієї суми, у разі вилучення — збільшена.

Якщо внесення або вилучення коштів здійснюється на початку періоду, то прибутковість портфеля має бути розрахована за допомогою корекції його вихідної ринкової вартості. У разі внесення коштів вихідна вартість збільшується на цю суму, а у разі вилучення — зменшується [20].

Розрахувавши періодичні прибутковості портфеля за деякий проміжок часу, необхідно з'ясувати: високоефективним чи низько ефективним є управління. Для цього необхідно визначити рівень ризику портфеля за даний період. Можна оцінити два види ризику: ринковий ризик (систематичний), який вимірюється за допомогою коефіцієнта «бета» портфеля, і загальний ризик портфеля, який вимірюється його стандартним відхиленням.

Дуже важливо правильно аналізувати ризик. Передусім слід визначити вплив портфеля на повний рівень ризику клієнта. Якщо клієнт має багато інших фінансових активів, то ринковий ризик портфеля є мірою для визначення впливу даного портфеля на загальний рівень ризику. Однак якщо портфель є однією інвестицією клієнта, то кращою мірою ризику стає загальний ризик, який ви-

міряються стандартним відхиленням. Оцінка ефективності управління портфелем, яка враховує ризик, часто базується на даних підходах, тобто бере до уваги або ринковий ризик, або загальний ризик [23].

Завдання одержання максимуму доходу при мінімумі ризику є досить складним. Для інвестиційних рішень у такій ситуації рекомендується використовувати показник зміни акцій, який називають коефіцієнтом варіації і визначають за формулою

$$V_z = \frac{S}{D}, \quad (208)$$

де S — стандартне відхилення;

D — середній рівень доходу.

Роль цього показника, що використовується при аналізі ризику, полягає в тому, що інвестор звичайно погоджується на певне підвищення ризику інвестицій в обмін на великий дохід. Цей показник можна розшифрувати як визначення того, яка частина загального ризику відповідає одиниці середнього доходу за даними цінними паперами. Як наслідок, при виборі акцій доцільно, насамперед, вкладати інвестиції в ті, для яких показник зміни є найменшим. При уважному вивченні показника зміни бачимо, що він може бути використаний тільки для позитивного рівня доходу. Якщо рівень доходу негативний, тобто інвестор замість доходу від даних інвестицій має збиток, то показник набуває негативного значення. Всі ці поняття й формули лежать в основі моделі оптимізації портфеля цінних паперів.

Припустимо, що інвестування коштів супроводжується отриманням цінних паперів (активів) — акцій, облігацій, валюти, векселів.

Майбутня вартість цінних паперів не визначена, вона залежить від багатьох факторів. Кількісна міра цієї невизначеності називається *ризиком*. При цьому методи лінійного програмування можна використовувати для контролю систематичного ризику при формуванні портфеля активів.

Припустимо, що існує безліч активів A_i ($i = \overline{1, m}$), а очікуваний дохід для них, відповідно, дорівнює D_i . Частки кожного з цих активів у портфелі, відповідно, складають W_i і є змінними, такими, що можуть коректуватися для досягнення мети. Ризик портфеля R визначається як середньозважена величина ризиків активів r_i .

Мета процедури оптимізації полягає у максимізації доходу портфеля при обмеженні максимального розміру його ризику.

Побудова економіко-математичної моделі. Визначимо оптимальні пропорції кожного із активів, які призведуть до максимального очікуваного доходу за умови заданого рівня ризику.

Обмеження:

- а) ризик R портфеля не повинен перевищувати $R_{\text{дон}}$;
- б) у кожний актив обов'язково мають бути проведені додаткові інвестиції;
- в) всі кошти повинні бути повністю інвестовані.

Таким чином, обмеження мають такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^m W_i \cdot r_i \leq R_{\text{дон}}, \quad (209)$$

де всі активи можуть мати тільки позитивну вагу:

$$0 \leq W_i \leq 1, \quad (210)$$

причому

$$\sum_{i=1}^m W_i = 1, \quad (211)$$

оскільки кошти мають бути повністю інвестовані.

Всі обмеження лінійні (тобто немає величин у другій або більшій степені) і одночасно присутні обмеження у вигляді рівностей і нерівностей. Цільова функція має вигляд:

$$D = \sum_{i=1}^m W_i \cdot D_i \rightarrow \max \quad (212)$$

Оскільки доход за кожним активом визначений, то тільки вага може бути змінною в цільовій функції.

Недоліком даної оптимізаційної моделі є те, що вона використовується лише для формування портфеля. Тобто її використання неможливе для його переформування — вона не дає можливості визначити ті активи, які слід продати. Ці помилки можна випра-

вити, використовуючи моделі, засновані на теорії вірогідності та методі Лагранжа [23].

Оптимізаційна структура портфеля, яка складається з n різновидів ризикованих цінних паперів

Позначення:

r_i — очікувана прибутковість i -го цінного папера;

g_i — частка i -го цінного папера в портфелі;

s_{ij} — коваріація між i -м та j -м цінним папером;

r_p — очікувана прибутковість портфеля;

σ_p — стандартне відхилення очікуваної прибутковості портфеля.

Відповідно до теорії ймовірностей:

$$r_p = q_1 r_1 + \dots + q_n r_n = \sum_{i=1}^n q_i r_i = (q_1 \quad \dots \quad q_n) = \begin{pmatrix} r_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_n \end{pmatrix}. \quad (213)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= q_1^2 s_{11} + \dots + q_n^2 s_{nn} + 2q_1 q_2 s_{12} + \dots + 2q_1 q_n s_{1n} + 2q_2 q_3 s_{23} + \dots + \\ &+ 2q_2 q_n s_{2n} + \dots + 2q_{n-1} q_n s_{n-1,n} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i q_j s_{ij} = \\ &= (q_1 \quad \dots \quad q_n) \times \begin{pmatrix} s_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & s_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_{1n} & \cdot & \cdot & \cdot & s_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_n \end{pmatrix}; \quad s_{ij} = s_{ji} \forall i, j \end{aligned} \quad (214)$$

Дана функція — функція корисності інвестора, що характеризує його ставлення до прибутковості й ризику: $U(r_p, \sigma_p) = \psi \cdot r_p - \sigma_p^2$, де ψ — параметр переваги між ризиком і прибутковістю.

Задача. $\psi \cdot r_p - \sigma_p^2 \rightarrow \max$ при $\sum_{i=1}^n q_i = 1$.

Рішення за методом Лагранжа:

$$L = \psi \cdot r_p - \sigma_p^2 - \lambda \left(\sum_{i=1}^n q_i - 1 \right) \rightarrow \max \quad (215)$$

Умови максимізації:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial q_1} &= \psi r_1 - 2q_1 s_{11} - \dots - 2q_n s_{1n} - \lambda = 0, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial L}{\partial q_n} &= \psi r_n - 2q_1 s_{n1} - \dots - 2q_n s_{nn} - \lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 1 - q_1 - \dots - q_n = 0 \end{aligned} \quad (216)$$

У матричній формі дана система має вигляд:

$$\begin{pmatrix} \psi r_1 \\ \vdots \\ \psi r_n \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2s_{11} & \dots & 2s_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2s_{n1} & \dots & 2s_{nn} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \\ \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (217)$$

Позначимо зменшуване у рівності (217) як R , перший співмножник від'ємника — C , а другий співмножник — G . Тоді умову максимізації Лагранжа можна записати у вигляді: $R - C \cdot G = 0 \rightarrow G = C^{-1} \cdot R$. Визначимо зворотну матрицю до матриці C і для зручності позначимо всі її елементи, крім останнього стовпця та рядка, a_{ij} . Елементи останнього стовпця і рядка будуть однако-вими, позначимо їх c_i :

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdot & \cdot & a_{1n} & c_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & a_{nn} & c_n \\ c_1 & \cdot & \cdot & c_n & c_{n+1} \end{pmatrix} \quad (218)$$

У цій матриці $\sum_{i=1}^n a_{ij} = 0; \sum_{i=1}^n a_{ij} = 0; \sum_{i=1}^n c_i = 1$.

Для визначення оптимальної структури портфеля залишається вирішити систему рівнянь:

[illegible]

Позначивши $b_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} r_j$, одержимо формулу для визначення оптимальної частки кожного цінного папера в портфелі:

$$q_i = c_i + \psi b_i \quad (220)$$

Визначимо портфель з мінімальним ризиком. У портфеля, що характеризується мінімальним ризиком, $q_i = c_i$, тобто останній стовпець зворотної матриці C^{-1} є структурою портфеля з мінімальним ризиком. Прибутковість такого портфеля

$$r_{p,\min} = \sum_{i=1}^n c_i r_i, \quad (221)$$

а ризик

$$\sigma_{p,\min}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i c_j s_{ij}. \quad (222)$$

Для визначення структури портфеля, що відповідає іншим вимогам інвестора, доречно використати спеціальний показник ϑ :

$$\vartheta = \sum_{i=1}^n b_i r_i (r_i \quad . \quad . \quad . \quad r_n) \times \begin{bmatrix} a_{11} & . & . & . & a_{1n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ a_{n1} & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} r_1 \\ . \\ . \\ . \\ r_n \end{pmatrix} \quad (223)$$

За допомогою показників $r_{p,\min}$, $\sigma_{p,\min}$, ϑ можна легко знайти структуру портфеля, що відповідає вимогам інвестора.

Нехай необхідно сформулювати портфель із заданою прибутковістю:

$$\overline{r_p} = \sum_{i=1}^n q_i \overline{r_i} = \sum_{i=1}^n \overline{r_i} (c_i + \psi b_i) = \overline{r_{p,\min}} + \psi \vartheta \quad (224)$$

Із цього рівняння знайдемо, яке значення ψ відповідає бажанням інвестора мати очікувану прибутковість портфеля:

$$\psi = \frac{\overline{r_p} - \overline{r_{p,\min}}}{\vartheta} \quad (225)$$

Підставивши значення в рівняння (220), знайдемо структуру портфеля з очікуваною прибутковістю.

Визначення структури портфеля із заданим рівнем ризику:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i q_j s_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i c_j s_{ij} + \psi^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_i b_j s_{ij} + 2\psi \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i b_j s_{ij} \quad (226)$$

Перший член у виразі (226) — варіація портфеля з мінімальним ризиком. Після перетворень другий член можна подати у вигляді:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n b_i \overline{r_j} = \frac{\vartheta}{2},$$

а третій дорівнює нулю. Тому

$$\sigma_p^2 = \sigma_{p,\min}^2 + \psi^2 \frac{\vartheta}{2} \Rightarrow \psi = \sqrt{\frac{2(\sigma_p^2 - \sigma_{p,\min}^2)}{\vartheta}} \quad (227)$$

Підставивши значення (227) у рівняння (220), знайдемо структуру портфеля із заданим рівнем ризику.

На основі даних, отриманих за допомогою періодичних видань і мережі Internet, проведемо аналіз даних курсових вартостей «блакитних фішок» України й сформуємо на їхній основі портфель активів.

На основі спостережень на фондовому ринку для, наприклад, п'яти сучасних компаній існують дані про вартість акцій (табл. А.1). Необхідно розрахувати показники прибутковості, ризику, середній рівень прибутковості за кожним із підприємств (табл. А.2).

Постановка задачі. Побудувати з акцій портфель:

- з мінімальним ризиком;
- який максимізує функцію корисності $U = 40 \cdot r_p - \sigma_p^2$;
- з очікуваною прибутковістю 15%;
- з ризиком 7%.

Дані подані у вигляді табл. 29.

Таблиця 29. Характеристики активів на фондовому ринку України за 2001 рік

Фінансові інструменти	Середня прибутковість, %	Ризик, %	Відхилення	Прибутковість
Облігації «Аркада-фонд»	101,02	0,55458132	0,56	-0,14
Облігації «Київстар»	1019,15	0,91484315	9,32	0,91
ІФ Петра Могили	28,48	4,07265794	1,16	-1,63
Вініфрут (акції)	126,00	11,3633501	14,32	7,17
Укрнафта (акції)	22,00	8,59163755	1,89	-1,60
Центренерго (акції)	22,00	0,96812403	0,21	-9,56
Турбоатом (акції)	0,37	4,97055496	0,02	-1,68
Європ. валюта	5,32	7,56165877	0,40	1,46
Запорозжкокс (акції)	0,93	43,5977297	0,41	11,30

Західенерго (акції)	11,18	34,5250277	3,86	0,27
Мономах (акції)	26,92	1,99280615	0,54	-1,78
ОДЗ	0,93	1,00754189	0,01	0,15

Розрахуємо коефіцієнти коваріації для даних видів цінних паперів (необхідні матриці та додаткові розрахунки подані у додатку Б).

Розрахувавши зворотну матрицю, бачимо, що перший рядок і перший стовпець однакові, однакові також останній стовпець і останній рядок. Сума п'яти перших елементів останнього стовпця становить 1, що свідчить про те, що портфель складається із 100% акцій.

Останній стовпець (табл. А.3) вказує на те, що в портфелі з мінімальним ризиком має бути $0,0617 \cdot 100\% = 3,56\%$ облігацій компанії «Аркада-фонд», 10,8% — інвестиційного фонду Петра Могили, 12,1% акцій «Центренерго», 12,5% — «Турбоатом», 23% — грошей у формі європейської валюти, 26,5% — акцій «Запорожжкокс», 1,4% — «Західенерго», 11,3% — «Мономах» і 15,2% облігацій внутрішньої державної позики.

Також слід відзначити, що передумовою формування портфеля зі структурою, що мінімізує ризик, є наявність акцій «без покриття» («Вініфрут», «Укрнафта» і облігації Київстар GSM). Таким чином, щоб придбати портфель акцій, який має мінімальний ризик, необхідно сконцентрувати кошти інвестора на акціях компанії «Запорожжкокс», європейській валюті, акціях підприємства харчової промисловості «Мономах» та інших фірмах. Гроші є противагою коливанню й різким змінам курсових вартостей цінних паперів та ситуації на фондових біржах України у цілому.

Цей портфель за складом відповідає меті інвестора сформувати таку сукупність цінних паперів, яка відрізнялася б стабільністю, тобто забезпечувала мінімальний ризик, що стало можливим за рахунок диверсифікації.

Очікувана прибутковість такого портфеля становить за формулою (221)

$$r_p = 1,79\%,$$

при ризику за формулою (222)

$$\sigma_p = 9,82\%.$$

Для визначення структури портфеля, що максимізує задану функцію корисності, попередньо визначимо допоміжний коефіцієнт b_i у табл. А. 4 (додаток А).

За формулою (213) розраховується шукана структура портфеля (табл. 30).

Портфель з такою структурою характеризується (розрахунки виконуються аналогічно з попередніми): $r_p = 12,09\%$, $\sigma_p = 8,63\%$.

Максимізуючи задану функцію корисності, інвестиції необхідно вкладати переважно в акції «Запорожжкокс» (68%), в ІФ Петра Могили (58%). Акції «Укрнафта» необхідно буде продати, тому що вони «без покриття».

Для знаходження структури портфеля із заданою очікуваною прибутковістю 17% визначимо значення ϑ в умовах прикладу (формула 223):

$$\vartheta = 163,036$$

Таблиця 30. Структура портфеля, що відповідає заданій функції корисності

Підприємство/актив	Структура 1
Облігації «Аркада-фонд»	-0,00393405
Облігації «Київстар»	-0,03635597
ІФ Петра Могили	0,58932865
Вініфрут (акції)	0,00806404
Укрнафта (акції)	-0,53884129
Центренерго (акції)	-0,07149091
Турбоатом (акції)	0,05933386
Європ. валюта	0,2791497
Запорожжкокс (акції)	0,65463198
Західенерго (акції)	-0,00894667
Мономах (акції)	0,00712162
ОДЗ	0,06193905

За формулами (217), (220) знаходимо значення ψ , що відповідає прагненню інвестора мати середню прибутковість 15% :

$$\psi = \frac{15 - 1,79}{163,036} = 0,042$$

Далі за формулою (212) визначається структура портфеля (табл. 31).

Таблиця 31. Структура портфеля із заданим рівнем ризику 15%

Підприємство/актив	Структура 1
Облігації «Аркада-фонд»	-0,00561
Облігації «Київстар»	-0,03668
ІФ Петра Могили	0,601638
Вініфрут (акції)	0,008433
Укрнафта (акції)	-0,54852
Центренерго (акції)	-0,07642
Турбоатом (акції)	0,057665
Європ. валюта	0,280393
Запорожжкокс (акції)	0,664613
Західенерго (акції)	-0,00954
Мономах (акції)	0,004412
ОДЗ	0,059626

Портфель з такою структурою характеризується прибутковістю $r_p = 15\%$ і ризиком $\sigma_p = 27,19\%$.

Аналогічно, перевага надається «Запорожжкокс» та інвестиційному фонду Петра Могили, при цьому загальний ризик портфеля зростає через підвищення його прибутковості. Також бажано придбати акції «Вініфрут», «Мономах», «Турбоатом» і ОДЗ, а також 28% повинна складати валюта, це необхідно для забезпечення стабільності портфеля і його безпеки при коливаннях ринкової ситуації.

Знайдемо структуру портфеля з ризиком 7%. Такому прагненню інвестора відповідає (формула 227):

$$\psi = \sqrt{\frac{2 \cdot (7^2 - 9,82)}{163,036}} = 0,00243$$

Тоді структура портфеля матиме вигляд (табл. 32).

Таблиця 32. Структура портфеля
із заданим рівнем ризику 7%

Підприємство/актив	Структура 1
Облігації «Аркада-фонд»	0,05774
Облігації «Київстар»	-0,0245
ІФ Петра Могили	0,13752
Вініфрут (акції)	-0,0055
Укрнафта (акції)	-0,1835
Центренерго (акції)	0,10939
Турбоатом (акції)	0,1206
Європ. валюта	0,23353
Запорожжкокс (акції)	0,28826
Західенерго (акції)	0,01301
Мономах (акції)	0,10656
ОДЗ	0,14686
Разом	100%

Такий портфель має $\sigma_p = 7\%$ і прибутковість $r_p = 2,18\%$.

Це забезпечується включенням до портфеля 23% коштів, 15% ОДЗ, кількість акцій «Запорожжкокс» має складати $28,8\%$, також необхідно включити інші активи, крім акцій «Укрнафта», «Вініфрут» та облігацій Київстар GSM. Цей портфель містить більшу кількість різноманітних акцій аналізованих емітентів. На відміну від раніше сформованих портфельів до його складу увійшли облігації «Аркади-фонду», що знизило загальний ризик портфеля у порівнянні з портфелем із заданим рівнем прибутковості та портфелем, що максимізує задану функцію корисності.

При придбанні акцій, які характеризуються високою прибутковістю, і при формуванні портфеля з метою максимізації прибутку

зростає ризик не тільки окремих цінних паперів, а й портфеля активів у цілому. Залежність між прибутковістю і ризиком кожного активу окремо зображена на рис. 21.

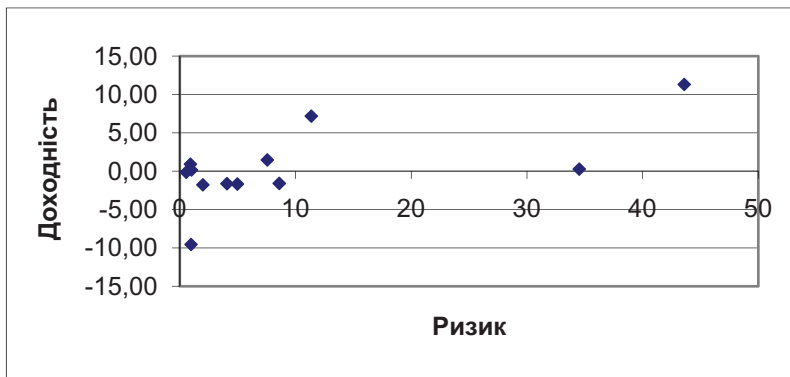


Рис. 21. Залежність ризику від прибутковості для активів портфеля

І навпаки, при оптимізації з позиції мінімального ризику одержимо мінімальну норму прибутковості. Для інвестора, що належить до середньої категорії, можна запропонувати оптимальний варіант у вигляді структури портфеля, що оптимізує задану функцію корисності, яка передбачає характерні середні значення величин ризику і прибутковості. При зростанні прибутковості портфеля цінних паперів збільшується величина його ризику. На основі отриманих даних при використанні оптимізаційної моделі виявляється, що залежність між ризиком і прибутковістю прямо пропорційна, за винятком ситуацій, коли подальша диверсифікація, тобто включення до портфеля додаткових цінних паперів, не призводить до зниження ризику. Або можлива інша ситуація, коли, мінімізуючи ризик, ми одержали мінімальний рівень прибутковості (9,82 і 1,79% відповідно), але подальший аналіз та розрахунок структури портфеля із заданим рівнем ризику привели до того, що цей портфель активів має мінімальний ризик у розмірі 7%, але вищу прибутковість порівняно із попереднім портфелем, що складає 2,185%. Це можна пояснити вибором іншої питомої ваги кожного окремого

активу і завданням початкових умов оптимізації. Залежність ризику від прибутковості можна зобразити на графіку (рис. 22).

Таким чином, виходячи із різних цілей інвесторів, можна побудувати відповідний портфель цінних паперів. Оптимальною може бути структура, яка максимізує задану функцію корисності, що призводить до мінімізації ризику і очікуваної норми прибутковості та ризику.

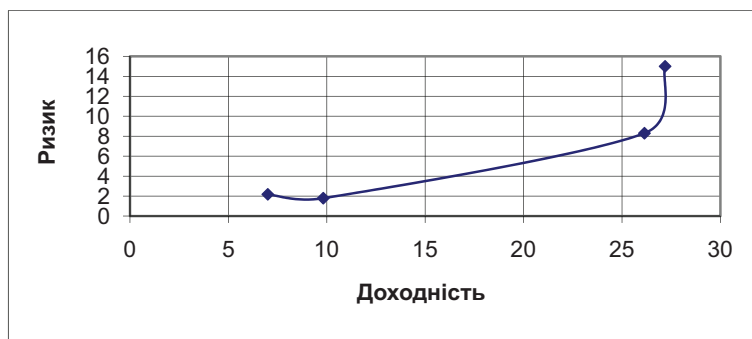


Рис. 22. Прибутковість і ризик портфелів залежно від мети інвестора

2.4. Модель заміни застарілих основних виробничих фондів

В сучасних умовах господарювання потребує вирішення проблема високого рівня зносу виробничого обладнання, що визначає ризик припинення виробничого процесу внаслідок виходу із ладу застарілих одиниць. Тому доцільно своєчасно оновлювати парк обладнання, спираючись на економічно обґрунтовані передумови уникаючи ризикованої ситуації.

Заміну старого обладнання можна розглядати як задачу динамічного програмування, у якій в якості системи S виступає обладнання підприємства. Стан цієї системи визначається часом використання цього обладнання — τ (його вік). В якості управління виступають рішення про заміну та збереження обладнання, які при-

ймаються на початку кожного року. Позначимо через U_1 рішення про збереження обладнання, а через U_2 — рішення про заміну або технічне його переоснащення (стратегії управління).

Тоді задача полягає у знаходженні такої стратегії управління, яка визначається рішенням, які приймаються на початку кожного року, коли загальний прибуток підприємства за період планування макси-мальний [10].

Цю задачу можна поділити на два етапи. На першому етапі при розгляді років, починаючи з n -го і закінчуючи першим, для кожного допустимого стану обладнання знаходяться умови оптимальності управління (рішення), а на другому етапі, починаючи з першого року і закінчуючи n -м, із умов оптимальних рішень для кожного року складається оптимальний план заміни обладнання на період експлуатації. Для визначення умовних оптимальних рішень спочатку необхідно скласти функціональне рівняння Беллмана.

Виходячи із умов, що на початок k -го року може прийматися лише одне з двох рішень — замінити чи не замінити обладнання, прибуток підприємства за k -й рік (Π_k) складе:

$$\Pi_k(\tau_k, U_k) = \begin{cases} Q(\tau_k) - E(\tau_k) \text{ при } U_1 \\ Q(\tau_{k=0}) - E(\tau_{k=0}) \text{ при } U_2 \end{cases}$$

де τ_k — вік обладнання на початок k -го року;

U_k — управління, що реалізується на початок k -го року;

C — вартість нового обладнання;

$Q(\tau_k)$ — річний обсяг продукції на початок k -го року у вартісному вираженні;

$E(\tau_k)$ — щорічні витрати на ремонт та утримання обладнання на початок k -го року.

Таким чином, для умов задачі рівняння Беллмана [10] має вигляд:

$$\Pi_k(\tau_k) = \max \left\{ \begin{aligned} &Q(\tau_k) - E(\tau_k) + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \\ &Q(\tau_{k=0}) - E(\tau_{k=0}) - C + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \end{aligned} \right\}$$

Розглянемо наведену модель за наявності наступних стратегій управління: U — рішення про збереження обладнання, U_1 — рішення про проведення технічного переоснащення (економія природного газу — 33%, зниження витрат на електроенергію, зменшення працівників на обслуговування печі з 3 до 1), U_2 — рішення про заміну старої нагрівальної печі обладнанням вартістю 5000 тис. грн (економія природного газу — 40%) та U_3 — рішення про заміну старого обладнання вартістю 4500 тис. грн (економія природного газу — 33%). Задача також полягатиме у знаходженні такої стратегії управління, що визначається рішеннями, які приймаються на початку кожного року, коли загальний прибуток підприємства за період планування буде максимальним.

Прибуток підприємства за k -й рік (Π_k) складе:

$$\Pi_k(\tau_k, U_k) = \begin{cases} Q(\tau_k) - E(\tau_k) & \text{при } U \\ Q'(\tau_{k=0}) - E'(\tau_{k=0}) - C' & \text{при } U_1 \\ Q''(\tau_{k=0}) - E''(\tau_{k=0}) - C'' & \text{при } U_2 \\ Q'''(\tau_{k=0}) - E'''(\tau_{k=0}) - C''' & \text{при } U_3 \end{cases}, \quad (228)$$

де τ_k — вік обладнання на початок k -го року ($k=1, 2, 3, 4, 5$);

U_k — управління, що реалізується на початок k -го року;

C — вартість відповідного нового обладнання;

$Q(\tau_k)$ — річний обсяг продукції на початок k -го року у вартісному вираженні відповідно до управлінського рішення;

$E(\tau_k)$ — щорічні витрати на ремонт та утримання обладнання на початок k -го року при прийнятті відповідного управління.

Таким чином, для нових умов задачі рівняння Беллмана матиме вигляд:

$$\Pi_k(\tau_k) = \max \begin{cases} Q(\tau_k) - E(\tau_k) + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \\ Q'(\tau_{k=0}) - E'(\tau_{k=0}) - C' + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \\ Q''(\tau_{k=0}) - E''(\tau_{k=0}) - C'' + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \\ Q'''(\tau_{k=0}) - E'''(\tau_{k=0}) - C''' + \Pi_{k+1}(\tau_{k+1}) \end{cases}. \quad (229)$$

Знайдемо допустимі стани обладнання до початку кожного року за даними таблиці 33. Для цього знайдемо умовно оптимальне рішення та відповідне значення функції $\Pi_5(\tau_5)$.

Підставимо у формулу Беллмана замість τ_5 його значення, що дорівнює 1, та отримаємо:

$$\begin{aligned}
 \Pi_5(\tau_5 = 1) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q(\tau_5 = 1) - E(\tau_5 = 1) \\ Q'(\tau_5 = 0) - E'(\tau_5 = 0) - C' \\ Q''(\tau_5 = 0) - E''(\tau_5 = 0) - C'' \\ Q'''(\tau_5 = 0) - E'''(\tau_5 = 0) - C''' \end{array} \right\} &= \max \left\{ \begin{array}{l} 64579,43 - 489,16 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 \\ 87399,54 - 300 - 5000 \\ 87399,54 - 300 - 4500 \end{array} \right\} = \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} 64090,27 \\ 84273,84 \\ 82099,54 \\ 82649,54 \end{array} \right\} = 84273,84 \text{ тис. грн}
 \end{aligned}$$

Табл. 33. Залежність продуктивності обладнання та величини витрат на його утримання і ремонт від часу експлуатації

Показник	Час τ , протягом якого використовується обладнання, роки					
	2001	2002	2003	2004	2005	2006
	0	1	2	3	4	5
Річний обсяг продукції $Q\tau$, тис. грн	87 399,54	64 579,43	85 095,02	87 624,4	84 673,55	100 631
Щорічні витрати $E\tau$, пов'язані з ремонтом та утриманням обладнання, тис. грн	325,70	489,16	509,14	742,53	941,23	1215,7

Умовно оптимальне рішення в даному випадку $U^{opt} = U_1$; доцільно провести технічне переоснащення.

Зробимо аналогічні розрахунки для інших можливих станів обладнання до початку 5-го року:

$$\Pi_5(\tau_5 = 2) = \max \begin{Bmatrix} 85095,02 - 509,14 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 \\ 87399,54 - 300 - 5000 \\ 87399,54 - 300 - 4500 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 84585,88 \\ 84273,84 \\ 82099,54 \\ 82649,54 \end{Bmatrix} = 84585,88 \text{ тис.грн;}$$

$$U^{opt} = U.$$

$$\Pi_5(\tau_5 = 3) = \max \begin{Bmatrix} 87624,4 - 742,53 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 \\ 87399,54 - 300 - 5000 \\ 87399,54 - 300 - 4500 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 86881,87 \\ 84273,84 \\ 82099,54 \\ 82649,54 \end{Bmatrix} = 86881,87 \text{ тис. грн;}$$

$$U^{opt} = U.$$

$$\Pi_5(\tau_5 = 4) = \max \begin{Bmatrix} 84673,55 - 941,23 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 \\ 87399,54 - 300 - 5000 \\ 87399,54 - 300 - 4500 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 83732,32 \\ 84273,84 \\ 82099,54 \\ 82649,54 \end{Bmatrix} = 84273,84 \text{ тис.грн;}$$

$$U^{opt} = U_1.$$

Отримані результати зводяться до табл. 34.

Таблиця 34. Можливі стани обладнання до початку 5-го року при τ_5

Параметр	Вік обладнання, роки			
	1	2	3	4
$\Pi_5(\tau_5)$, тис.грн	84 273,84	84 585,88	86 881,87	84 273,84
U^{opt}	U_1	U	U	U_1

Можливі стани обладнання до початку четвертого року експлуатації: $\tau_4=1, \tau_4=2, \tau_4=3$, для кожного з яких знаходиться умовно оптимальне рішення та відповідне значення функції $\Pi_4(\tau_4)$:

$$\begin{aligned}
 \Pi_4(\tau_4 = 1) &= \max \left\{ \begin{array}{l} Q(\tau_4=1) - E(\tau_4=1) + \Pi_5(\tau_5=2) \\ Q'(\tau_{4=0}) - E'(\tau_{4=0}) - C' + \Pi_5(\tau_5) \\ Q''(\tau_{4=0}) - E''(\tau_{4=0}) - C'' + \Pi_5(\tau_5) \\ Q'''(\tau_{4=0}) - E'''(\tau_{4=0}) - C''' + \Pi_5(\tau_5) \end{array} \right\} = \\
 &= \max \left\{ \begin{array}{l} 64579,43 - 489,16 + 84585,88 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 5000 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 4500 + 84273,84 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 148676,2 \\ 168547,7 \\ 166373,38 \\ 166923,38 \end{array} \right\} = 168547,7 \text{ тис.грн;}
 \end{aligned}$$

$$U^{opt} = U_1.$$

$$\begin{aligned}
 \Pi_4(\tau_4 = 2) &= \max \left\{ \begin{array}{l} 85095,02 - 509,14 + 86881,87 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 5000 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 4500 + 84273,84 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 171467,8 \\ 168547,7 \\ 166373,38 \\ 166923,38 \end{array} \right\} = \\
 &= 171467,8 \text{ тис. грн; } U^{opt} = U.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Pi_4(\tau_4 = 3) &= \max \left\{ \begin{array}{l} 87624,4 - 742,53 + 84273,84 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 5000 + 84273,84 \\ 87399,54 - 300 - 4500 + 84273,84 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 171155,7 \\ 168547,7 \\ 166373,38 \\ 166923,38 \end{array} \right\} = \\
 &= 171155,7 \text{ тис. грн; } U^{opt} = U.
 \end{aligned}$$

Отримані результати розрахунків подані в табл. 35.

Таблиця 35. Можливі стани обладнання до початку 5-го року при τ_4

Параметр	Вік обладнання, р.		
	1	2	3
$\Pi_4(\tau_4)$, тис.грн	168 547,7	171 467,8	171 155,7
U^{opt}	U_1	U	U

Можливі стани обладнання до початку 3-го року експлуатації:
 $\tau_3=1, \tau_3=2$:

$$\begin{aligned}
 \Pi_3(\tau_3=1) &= \max \left\{ \begin{aligned} &Q(\tau_3=1) - E(\tau_3=1) + \Pi_4(\tau_4=2) \\ &Q'(\tau_{3=0}) - E'(\tau_{3=0}) - C' + \Pi_4(\tau_4) \\ &Q''(\tau_{3=0}) - E''(\tau_{3=0}) - C'' + \Pi_4(\tau_4) \\ &Q'''(\tau_{3=0}) - E'''(\tau_{3=0}) - C''' + \Pi_4(\tau_4) \end{aligned} \right\} = \\
 &= \max \left\{ \begin{aligned} &64579,43 - 489,16 + 171467,8 \\ &87399,54 - 325,70 - 2800 + 168547,7 \\ &87399,54 - 300 - 5000 + 168547,7 \\ &87399,54 - 300 - 4500 + 168547,7 \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &235558 \\ &252821,5 \\ &250647,22 \\ &251197,22 \end{aligned} \right\} = 252821,5 \text{ тис. грн;}
 \end{aligned}$$

$$U^{opt} = U_1.$$

$$\begin{aligned}
 \Pi_3(\tau_3=2) &= \max \left\{ \begin{aligned} &85095,02 - 509,14 + 171155,7 \\ &87399,54 - 325,70 - 2800 + 168547,7 \\ &87399,54 - 300 - 5000 + 168547,7 \\ &87399,54 - 300 - 4500 + 168547,7 \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} &255741,6 \\ &252821,5 \\ &250647,22 \\ &251197,22 \end{aligned} \right\} = \\
 &= 255741,6 \text{ тис. грн;} \quad U^{opt} = U.
 \end{aligned}$$

Результати розрахунків подані в табл. 36.

Таблиця 36. Можливі стани обладнання до початку п'ятого року при τ_3

Параметр	Вік обладнання, р.	
	1	2
$\Pi_3(\tau_3)$, тис. грн	252821,5	255741,6
U^{opt}	U_1	U

Можливі стани обладнання до початку другого року експлуатації: вік обладнання може дорівнювати лише одному року, тому порівнюються лише два можливих варіанти: зберегти обладнання чи замінити його.

$$P_2(\tau_2 = 1) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q(\tau_2=1) - E(\tau_2 = 1) + P_3(\tau_3 = 2) \\ Q'(\tau_{2=0}) - E'(\tau_{2=0}) - C' + P_3(\tau_3) \\ Q''(\tau_{2=0}) - E''(\tau_{2=0}) - C'' + P_3(\tau_3) \\ Q'''(\tau_{2=0}) - E'''(\tau_{2=0}) - C''' + P_3(\tau_3) \end{array} \right\} =$$

$$= \max \left\{ \begin{array}{l} 64579,43 - 489,16 + 255741,6 \\ 87399,54 - 325,70 - 2800 + 252821,5 \\ 87399,54 - 300 - 5000 + 252821,5 \\ 87399,54 - 300 - 4500 + 252821,5 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 319831,9 \\ 337095,4 \\ 334921,06 \\ 335471,06 \end{array} \right\} = 337095,4 \text{ тис. грн;}$$

$U^{opt} = U_I$, тобто слід зробити переоснащення.

Відповідно умовам до початку експлуатації встановлено нове обладнання ($\tau_1 = 0$). Тому проблема вибору між заміною обладнання та його подальшою роботою не існує: його треба зберегти. Отже, умовно оптимальним рішенням є U_I , а тому функція $P_1(\tau_1 = 0)$ дорівнює:

$$P_1(\tau_1 = 0) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q'(\tau_{1=0}) - E'(\tau_{1=0}) - C' + P_2(\tau_2) \\ Q''(\tau_{1=0}) - E''(\tau_{1=0}) - C'' + P_2(\tau_2) \\ Q'''(\tau_{1=0}) - E'''(\tau_{1=0}) - C''' + P_2(\tau_2) \end{array} \right\} = 421369,2$$

тис. грн

Таким чином, максимальний прибуток підприємства може дорівнювати 421 369,2 тис. грн. Він відповідає оптимальному плану заміни обладнання: у результаті реалізації другого етапу розрахункового процесу, що полягає у проходженні всіх розглянутих кроків з початку 1-го до початку 5-го року (кожний рік відповідає одному року). Для 1-го року експлуатації рішення єдине — треба зберегти обладнання, тому вік печі на початок другого кроку дорівнює одному року. Відповідно до цього висновку, оптимальним рішенням для 2-го року є рішення про заміну обладнання, а саме — проведення технічного переоснащення. Реалізація такого рішення призводить до того, що вік нагрівальної печі на початок 3-го кроку дорівнює одному року. При такому віці обладнання на третьому році експлуатації треба замінити, після заміни печі її вік на початок 4-го кроку складе один рік. При такому віці обладнання треба замінити. Отже,

вік нагрівальної печі на початок 5-го року експлуатації складе один рік, тобто міняти обладнання не треба.

2.5. Модель оптимізації кредитного ризику

Світова практика свідчить про те, що навіть у країнах зі стабільною, розвинутою економікою діяльність комерційних банків впливає на розвиток і функціонування не лише окремо взятої сфери, а й загальний стан фінансових та економічних інститутів, що спричиняє необхідність і доцільність оптимізації кредитного ризику комерційного банку в умовах мінливості зовнішнього середовища.

Модель [1, 11–12] ґрунтується на розрахунку очікуваного чистого наведеного доходу, визначенні ймовірності неплатоспроможності клієнта, розрахунку стандартного відхилення як найпоширенішого показника оцінки рівня кредитного ризику.

Дана модель надає можливість не тільки оцінити прибутковість і ризик на сьогоднішній день, а й урахувати ці величини у разі, якщо економічна ситуація на ринку зміниться.

Розглянемо безліч із n різних кредитних попитів і кредитний портфель $x = (x_1, \dots, x_n)$. З урахуванням ризику загальний наведений чистий дохід банку D_Σ варто вважати випадковою величиною.

Її значення D_Σ визначається показниками очікуваного чистого наведеного доходу D_j кожного із кредитних попитів $j = 1, n$:

$$D_\Sigma = \sum_{j=1}^n D_j x_j. \quad (230)$$

Для обчислення дисперсії загального наведеного чистого доходу кредитного портфеля σ_Σ^2 потрібно разом із даними про дисперсії наведених чистих доходів за окремими кредитними попитами використати інформацію про коефіцієнти кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників. Має місце формула

$$\sigma_\Sigma^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_k \sigma_j \sigma_k x_j x_k, \quad (231)$$

де σ_j — стандартні відхилення наведеного чистого доходу j -го кредитного попиту;

ρ_{jk} — експертна оцінка коефіцієнта кореляції між неплатоспроможністю позичальників j -го та k -го кредитних попиту $j, k = 1, n$.

За умови ризику неплатоспроможності позичальників оптимальний кредитний портфель визначається показниками очікуваного загального наведеного чистого доходу і стандартного відхилення загального наведеного чистого доходу, виходячи із особливостей ставлення до ризику кредитора. При неохайності до ризику оптимальний кредитний портфель відповідає розв'язанню задачі цілочисельного квадратичного програмування з булевими змінними:

$$z = \sum_{j=1}^n D_j x_j - v \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{jk} \sigma_j \sigma_k x_j x_k \right) \rightarrow \max, \quad (232)$$

$$\sum_{j=1}^n Q_j x_j \leq R, \quad x_j \in \{0,1\}, j = 1, n$$

де Q_j — розмір кредиту за окремим j -м кредитним попитом;

R — кредитні ресурси.

Орієнтовні значення параметра схильності до ризику ОПР подані в табл. 37.

Таблиця 37. Орієнтовні значення параметра v

Рівень неохайності до ризику	Помірний	Середній	Високий
Рекомендоване значення параметра	0,02	0,05	0,10

Цільова функція завдання відображає вимогу максимізації очікуваного наведеного чистого доходу кредитного портфеля й мінімізації дисперсії доходу, тобто вимога зменшити ризик одержання загального наведеного доходу в розмірі меншому, ніж очікується. Параметр v , введений до цільової функції, забезпечує досягнення певного компромісу між виділеними критеріями. Він визначається рівнем неохайності до ризику, що є прийнятним в конкретній кредитній установі.

Розглянемо математичну модель на прикладі комерційного банку м. Краматорська (табл. 38). Припустимо, що ми маємо кредити, видані на різні суми — множина n . Кредитний портфель матиме вигляд: $x = (x_1, \dots, x_{10})$.

Таблиця 38. Основні показники кредитних попитів

Показ- ники	Номер попиту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Розмір кредиту	1600	1765	2630	4100	3998	3250	1123	4500	2999	2327
Чистий при- веден. доход	512	564,8	841,6	1312	1279,3	1040	359,3	1440	959,6	745

Ліміт кредитних ресурсів банку на 1.09.2007 р. складе $R=18955,64$ грн. Оптимальний кредитний портфель $x_1 = (0,0,0,1,1,0,1,0,1)$. Запити перший, другий, третій, сьомий і дев'ятий через недовлік кредитних ресурсів будуть відхилені. Знайдений портфель при детермінованих умовах забезпечуватиме банку загальний чистий доход, приведений до 1.09.2007 р., у розмірі 5816 грн.

Виконавши розрахунки, відповідно до формул (231) і (232), маємо наступні значення показників ризику (табл. 39).

Таблиця 39. Показники ризику кредитних попитів

Показник	Номер попиту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Розмір кредиту	1600	1765	2630	4100	3998	3250	1123	4500	2999	2327
Чистий на- ведений доход	512	564,8	841	1312	1279	1040	359,3	1440	959,6	744,6

Очікуваний чистий наведений дохід	469	518,2	737	1041	962,7	868,4	344,5	964,8	840,9	652,4
Імовірність неплатоспроможності	0,02	0,02	0,03	0,05	0,06	0,04	0,01	0,08	0,03	0,03
Стандартне відхилення	71,6	79,0	143	285	303,8	203,8	35,7	390,6	163,7	127,0

За умови, що D_{Σ} вважається випадковою величиною, її ймовірне значення визначається показником очікуваного чистого наведеного доходу D_j кожного із кредитних попиту $j = 1, n$. Таким чином, одержимо очікуваний наведений загальний чистий дохід:

$$D_{\Sigma}(x_1) = 469 \cdot 0 + 512,2 \cdot 0 + 737 \cdot 0 + 1041,4 \cdot 1 + 962,72 \cdot 1 + 868,4 \cdot 1 + 344,5 + 4 \cdot 0 + 964,8 \cdot 1 + 840,9 \cdot 0 + 652,4 \cdot 1 = 4489,81 \text{ грн.}$$

Для обчислення дисперсії загального наведеного чистого доходу кредитного портфеля σ_{Σ}^2 використовується інформація про коефіцієнти кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників (табл. 40).

Таблиця 40. Експертні оцінки коефіцієнтів кореляційної залежності між неплатоспроможністю відповідних позичальників

Попит	Попит									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	0,7	-0,1	0	0,3	1	0,7	-0,1	0	0,3
2	0,7	1	0	0	0,1	0,7	1	0	0	0,1
3	-0,1	0	1	-0,2	-0,1	-0,1	0	1	-0,2	-0,1
4	0	0	-0,2	1	0,1	0	0	-0,2	1	0,1

5	0,3	0,1	-0,1	0,1	1	0,3	0,1	-0,1	0,1	1
6	1	0,7	-0,1	0	0,3	1	0,7	-0,1	0	0,3
7	0,7	1	0	0	0,1	0,7	1	0	0	0,1
8	-0,1	0	1	-0,2	-0,1	-0,1	0	1	-0,2	-0,1
9	0	0	-0,2	1	0,1	0	0	-0,2	1	0,1
10	0,3	0,1	-0,1	0,1	1	0,3	0,1	-0,1	0,1	1

Стандартне відхилення:

$$\sigma_{\Sigma}^2(x_1) = 6120,56 \text{ грн.}$$

Визначаючи оптимальний кредитний портфель з урахуванням ризику згідно з формулою (232), скористаємося даними табл. 32 і 33, ліміт кредитних ресурсів на 1.09.2007 р. також залишимо без змін — 18955,64 грн. Рівень несхильності до ризику обираємо середній ($v=0,05$). Оптимальним за допомогою Excel буде визначений кредитний портфель $x_2 = (1,1,1,1,1,0,1,0,1,1)$, статистичні характеристики показника його економічної ефективності наступні:

$$D_{\Sigma}(x_2) = 5567,48 \text{ грн.}$$

$$\sigma_{\Sigma}^2(x_2) = 120,15 \text{ грн.}$$

У порівнянні з попереднім портфелем x_1 спостерігається не тільки збільшення очікуваного чистого наведеного доходу (із 4489,81 до 6453,3 грн), а також зменшення ризику одержання доходу в меншому розмірі, ніж очікується (стандартне відхилення зменшилося з 612,56 до 120,15 грн).

2.6. Оцінка кредитного ризику на основі нечіткої системи визначення рівня резерву комерційного банку

З розвитком економіки дедалі більше поширюється роль кредитування малого, середнього та великого бізнесу. При прийнятті рішення про видачу кредиту клієнтам банку з метою підвищення його надійності і стабільності визначається фінансовий стан клієнта — перший етап рішення задачі кредитування. У разі, якщо кредит видається, то виникає необхідність формування резерву для покриття можливих збитків. Визначення рівня цього резерву, тобто оцінювання ризику неповернення кредиту, — це другий етап задачі [11...16].

Для оцінки фінансового стану здійснюється аналіз фінансово-господарської діяльності за об'єктивними і суб'єктивними економічними показниками діяльності підприємства, а найкращим методом поєднання кількісного та якісного аналізу є нечітка логіка.

Розглянемо модель оцінки платоспроможності клієнта для уникнення кредитних ризиків на основі апарату нечіткої логіки для комерційного банку м. Краматорська.

Перший етап. Оціночні показники діяльності клієнта, які характеризують його платоспроможність і фінансову стійкість, розраховуються на підставі бухгалтерського балансу (форма № 1) і звіту про фінансові результати (форма № 2). До них можна віднести:

а) коефіцієнт миттєвої ліквідності:

$$КЛ1 = \frac{A_B}{Z_n}, \quad (233)$$

де A_B — високоліквідні активи,

Z_n — поточні (короткострокові) зобов'язання;

б) коефіцієнт поточної ліквідності:

$$КЛ2 = \frac{A_L}{Z_n}, \quad (234)$$

де $A_{л}$ — ліквідні активи;

$З_n$ — поточні (короткострокові) зобов'язання;

в) коефіцієнт загальної ліквідності:

$$КЛЗ = \frac{A_o}{З_n}, \quad (235)$$

де $A_{л}$ — оборотні активи;

$З_n$ — поточні (короткострокові) зобов'язання;

г) коефіцієнт маневреності власних коштів:

$$КМ = \frac{B_K - A_H}{B_K}, \quad (236)$$

де B_K — власний капітал підприємства;

A_H — необоротні активи;

д) коефіцієнт незалежності:

$$КН = \frac{З_K}{B_K}, \quad (237)$$

де $З_K$ — залучені кошти (довгострокові та поточні зобов'язання);

B_K — власний капітал;

е) рентабельність активів:

$$P = \frac{\Pi_q}{A}, \quad (238)$$

де Π_q — чистий прибуток;

A — сумарні активи;

є) рентабельність продажу:

$$P = \frac{\Pi_q}{O_p}, \quad (239)$$

де Π_q — чистий прибуток;

O_p — обсяг реалізації продукції (без ПДВ);

ж) коефіцієнт платоспроможності:

$$KP = \frac{B_K}{Z_K}, \quad (240)$$

де B_K — власний капітал,
 Z_K — залучені кошти (довгострокові та поточні зобов'язання);
 и) коефіцієнт концентрації власного капіталу:

$$KK = \frac{B_K}{A}, \quad (241)$$

де B_K — власний капітал;
 A — сумарні активи.

П'ять оціночних (якісних) показників, що характеризують «солідність» клієнта, визначаються на підставі інформації із пакета документів, поданого клієнтом. На вхід класифікаційної мережі подаються оцінки значень якісних показників.

Вхідні дані складаються із 14 кількісних і якісних економічних показників, що характеризують фінансовий стан клієнта. Набір таких показників для підприємця позначимо вектором $x = [x_1, \dots, x_{14}]^T$.

Етап другий. Для визначення класу клієнта комерційного банку скористаємося алгоритмом C-means [1] (табл. 41).

Після класифікації за кредитоспроможністю визначаються:

- клас клієнта за рівнем погашення заборгованості;
- рівень резерву банку.

Погашення клієнтом кредитної заборгованості за основним боргом та відсотками за кредит є:

- «добрим» — якщо заборгованість за кредитом і відсотки/комісії за ним сплачуються в установлені строки або з незначною затримкою; або кредит пролонговано без пониження класу позичальника і відсотки/комісії за ним сплачуються в установлені строки або з незначною затримкою; або кредит пролонговано із пониженням класу позичальника менше 90 днів та відсотки/комісії за ним сплачуються в установлені строки або з незначною затримкою;
- «слабким» — якщо заборгованість за кредитом значно прострочена і відсотки/комісії за ним сплачуються зі значною

- затримкою; або кредит пролонговано із пониженням класу позичальника на строк від 91 до 180 днів, але відсотки/комісії сплачуються в строк або зі значною затримкою;
- «незадовільним» — якщо заборгованість за кредитом прострочена і має тривалий характер; або кредит пролонговано із пониженням класу позичальника понад 180 днів.

Таблиця 41. Економічні показники

Показник	Можливе лінгвістичне значення	Оцінка значення
1. Закриття кредитних договорів	Кредит, погашений без проблем	1
	Кредит, погашений після відстрочки	0,7
	Кредитний договір прострочений	0,1
	Клієнт ухиляється від погашення боргу	0
2. Оплата відсотків за кредитом	Кредит, погашений без проблем	1
	Оплата відсотків прострочена	0,1
	Клієнт ухиляється від сплати відсотків	0
3. Клас клієнта у минулому	Клас клієнта був А або Б	1
	Клас клієнта був В	0,7
	Клас клієнта був Г	0,5
	Клас клієнта був Д	0,3
4. Період функціонування підприємства	Теоретичне значення	Не менше 0,5 року
	Якщо період більше 5 років	5
5. Наявність аудиторських висновків за останній рік діяльності	При наявності позитивних аудиторських висновків	1
	При відсутності або при негативних висновках	0

Для класифікації клієнта за рівнем погашення заборгованості побудуємо нечітку експертну систему з фазифікатором та дефазифікатором. Структура такої системи зображена на рис. 22.

Фазифікатор перетворює точну множину вхідних даних на нечітку множину, яка визначається за допомогою значень функції приналежності, тоді як дефазифікатор вирішує зворотню задачу — він формує однозначне рішення відносно значення вихідної змінної на основі багатьох нечітких висновків, що формується виконавчим модулем нечіткої системи.

Узагальнена функціональна структура вищезазначеної системи може бути подана у розширеній формі, яка в явному вигляді демонструє правила нечіткого виводу так, як це зображено на рис. 23. Оскільки допускається використання багатьох нечітких правил, то передбачений блок агрегування, який реалізується у вигляді логічного суматора. Описана система має назву нечіткої системи виводу Мамдані-Заде.

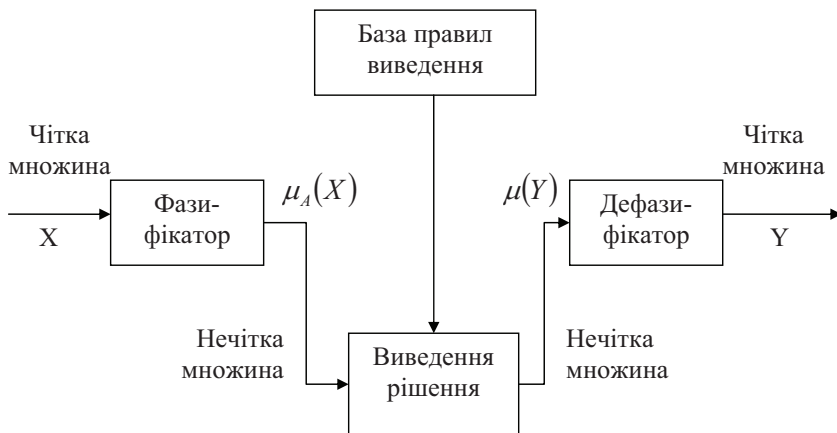


Рис. 23. Структура нечіткої системи

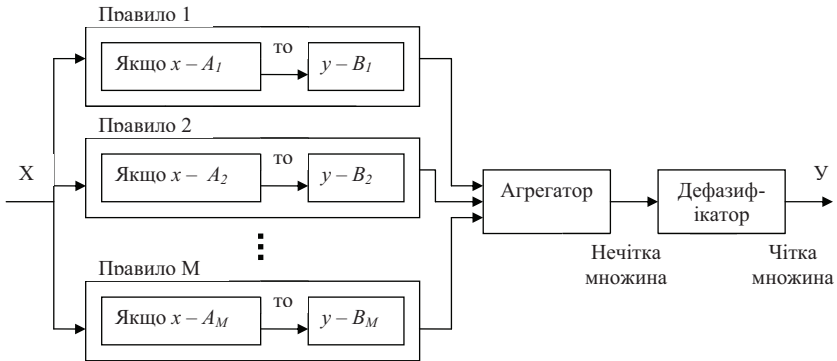


Рис. 24. Нечітка система Мамдані-Заде

Система нечіткого виводу, яка визначає рівень погашення кредитної заборгованості за основним боргом та відсотками за кредитом, має три входи: x_1 — «заборгованість за кредитом», x_2 — «заборгованість за відсотками», що можуть набувати значень «незначна», «значна», «тривала», x_3 — «продлонгація кредиту», що набуває значень «менше 90 днів», «середній строк», «понад 180 днів». А також один вихід y — «погашення боргу та відсотків за ним» з можливими значеннями («добре», «слабке», «незадовільне»).

Кожне значення входів та виходу подамо у вигляді лінгвістичної змінної $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$, де β — найменування лінгвістичної змінної; T — множина її значень (терм-множина), що є найменуванням нечітких змінних, областю визначення кожної з яких є універсальна множина X . Множина T називається базовою терм-множиною лінгвістичної змінної; G — синтаксична процедура, яка дозволяє оперувати елементами терм-множини T ; M — семантична процедура, яка дозволяє сформувати відповідну нечітку множину. Опис лінгвістичних змінних наведений у табл. 42.

Терми лінгвістичних змінних можуть бути подані за допомогою нечітких множин [1]: $\tilde{A} = \{(x, \mu(x)) | x \in X, \mu(x) \in [0, 1]\}$, $\mu(x)$ — функція належності.

Значення лінгвістичних змінних x_i ($i=1, 2, 3$) формалізуються за допомогою нечітких множин з узагальненою гаусівською функцією належності, виду [1]:

$$\mu_A(x) = \exp \left[- \left(\frac{x - c}{\sigma} \right)^{2b} \right]$$

Вхідні лінгвістичні змінні подані в табл. 42.

Таблиця 42. Вхідні лінгвістичні змінні

Найменування змінної	Терм-множина	Діапазон міркувань (дні)
1. Заборгованість за кредитом	Незначна	$X = [0; 180]$
	Значна	
	Тривала	
2. Заборгованість за відсотками	Незначна	$X = [0; 180]$
	Значна	
	Тривала	
3. Пролонгація кредиту	Менше 90 днів	$X = [0; 270]$
	Середній строк	
	Понад 180 днів	

Функції належності до нечітких множин «незначна», «значна», «тривала» лінгвістичної змінної «заборгованість за кредитом» розраховуються, відповідно, за формулами (242), (243), (244):

$$\mu_A(x_1) = \exp \left[- \left(\frac{x_1 - 0}{8} \right)^2 \right], \quad (242)$$

$$\mu_A(x_1) = \exp \left[- \left(\frac{x_1 - 49}{41} \right)^6 \right], \quad (243)$$

$$\mu_A(x_1) = \exp \left[- \left(\frac{x_1 - 180}{90} \right)^{12} \right] \quad (244)$$

Функції належності до нечітких множин «незначна», «значна», «тривала» лінгвістичної змінної «заборгованість за відсотками» розраховуються, відповідно, за формулами (245), (246), (247):

$$\mu_B(x_2) = \exp\left[-\left(\frac{x_2 - 0}{7}\right)^2\right], \quad (245)$$

$$\mu_B(x_2) = \exp\left[-\left(\frac{x_2 - 19}{12}\right)^4\right], \quad (246)$$

$$\mu_B(x_2) = \exp\left[-\left(\frac{x_2 - 180}{150}\right)^{30}\right] \quad (247)$$

Функції належності до нечітких множин «менше 90 днів», «середній строк», «більше 180 днів» лінгвістичної змінної «продовження кредиту» розраховуються, відповідно, за формулами (248), (249), (250):

$$\mu_C(x_3) = \exp\left[-\left(\frac{x_3 - 0}{95}\right)^8\right], \quad (248)$$

$$\mu_C(x_3) = \exp\left[-\left(\frac{x_3 - 135}{50}\right)^4\right], \quad (249)$$

$$\mu_C(x_3) = \exp\left[-\left(\frac{x_3 - 270}{94}\right)^8\right] \quad (250)$$

Функції належності до нечітких множин лінгвістичної змінної «заборгованість за кредитом» зображенні на рис. 25.

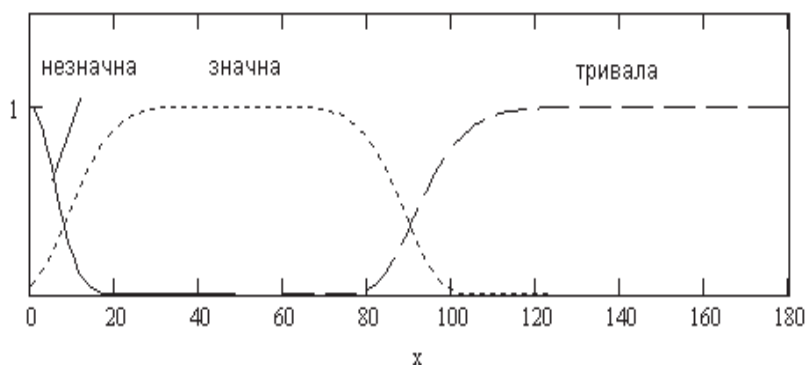


Рис. 25. Функції належності до нечітких множин змінної x_1

Функції належності до нечітких множин лінгвістичної змінної «заборгованість за відсотками» зображенні на рис. 26. Функції належності до нечітких множин лінгвістичної змінної «продлонгація кредиту» зображені на рис. 27.

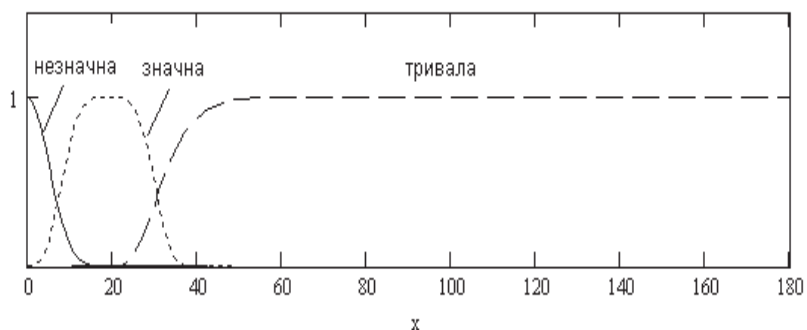


Рис. 26. Функції належності до нечітких множин змінної x_2

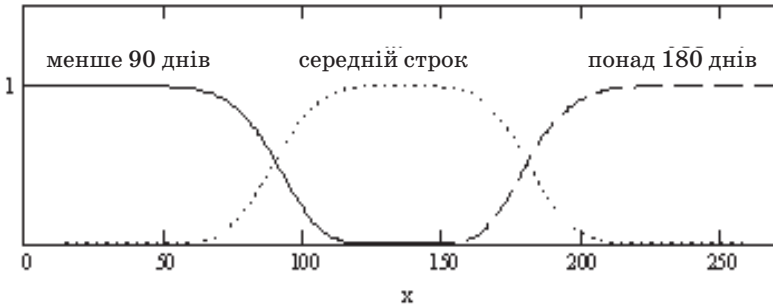


Рис. 27. Функції приналежності до нечітких множин змінної x_3

Функції приналежності до термів вихідної лінгвістичної змінної «погашення боргу та відсотків за ним» зображені на рис. 28.

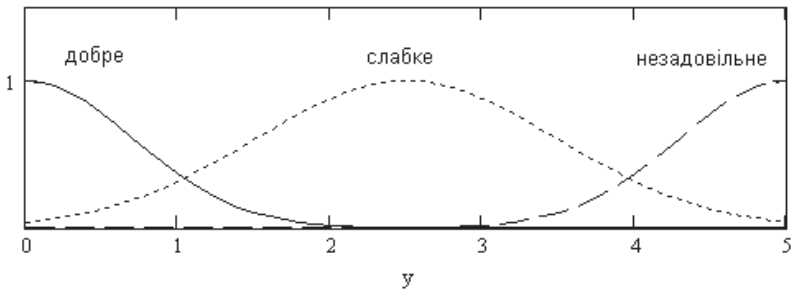


Рис. 28. Функції належності до термів вихідної змінної y

Далі конструємо правила виводу у формі нечіткого міркування, що дозволяє визначити висновок за допомогою правил «if — then rule».

- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_1) and (x_3 is c_1) then (y is y_1),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_2) and (x_3 is c_1) then (y is y_2),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_3) and (x_3 is c_1) then (y is y_3),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_1) and (x_3 is c_2) then (y is y_2),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_2) and (x_3 is c_2) then (y is y_2),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_3) and (x_3 is c_3) then (y is y_3),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_1) and (x_3 is c_3) then (y is y_3),
- If (x_1 is a_1) and (x_2 is b_2) and (x_3 is c_3) then (y is y_3),

If (x1 is a1) and (x2 is b3) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a2) and (x2 is b1) and (x3 is c1) then (y is y2),
 If (x1 is a2) and (x2 is b2) and (x3 is c1) then (y is y2),
 If (x1 is a2) and (x2 is b3) and (x3 is c1) then (y is y3),
 If (x1 is a2) and (x2 is b1) and (x3 is c2) then (y is y2),
 If (x1 is a2) and (x2 is b2) and (x3 is c2) then (y is y2),
 If (x1 is a2) and (x2 is b3) and (x3 is c2) then (y is y3),
 If (x1 is a2) and (x2 is b1) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a2) and (x2 is b2) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a2) and (x2 is b3) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b1) and (x3 is c1) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b2) and (x3 is c1) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b3) and (x3 is c1) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b1) and (x3 is c2) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b2) and (x3 is c2) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b3) and (x3 is c2) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b1) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b2) and (x3 is c3) then (y is y3),
 If (x1 is a3) and (x2 is b3) and (x3 is c3) then (y is y3).

У даних нечітких правилах $a1, a2, a3$ — коефіцієнти належності x_1 до термів лінгвістичної змінної «заборгованість за кредитом», $b1, b2, b3$ — коефіцієнти належності x_2 до термів лінгвістичної змінної «виплата відсотків за кредитом», $c1, c2, c3$ — коефіцієнти належності x_3 до термів лінгвістичної змінної «Пролонгація кредиту». Змінні x_1, x_2, x_3 створюють N -мірний вхідний вектор x .

Далі здійснюється класифікація кредитного портфеля за ступенем ризику (див. табл. 43).

Таблиця 43. Класифікація кредитного портфеля банку

	Добре	Задовільно	Незадовільно
А	Стандартний	Під контролем	Субстандартний
Б	Під контролем	Субстандартний	Сумнівний
В	Субстандартний	Сумнівний	Безнадійний
Г	Сумнівний	Безнадійний	Безнадійний
Д	Безнадійний	Безнадійний	Безнадійний

Згідно з постановою Правління НБУ від 06.07.2000 р. [2], рівень резерву (рівень кредитного ризику) складає:

- стандартні кредити — 1%;
- кредити під контролем — 5%;
- субстандартні — 20%;
- сумнівні — 50%;
- безнадійні — 100%

Отже, дана система дозволяє прийняти адекватне поставленим вимогам рішення про видачу кредиту та визначити рівень резерву банку і зменшити, таким чином, його кредитний ризик.

2.7. Моделювання показників економічної безпеки підприємства на основі нечіткої логіки

Актуальною проблемою для сучасного підприємства є визначення рівня економічної безпеки, яку пропонується розглядати як міру узгодження його інтересів з інтересами суб'єктів зовнішнього середовища, а будь-який його інтерес — як його взаємодію із суб'єктами зовнішнього середовища, у результаті якого воно отримує прибуток. Тоді логічно припустити, що критерієм економічної безпеки підприємства є одержаний в результаті взаємодії із суб'єктами зовнішнього середовища прибуток, яким воно може вже розпоряджатися на свій розсуд, тобто чистий прибуток. За відсутності прибутку або, більше того, збитків, не можна говорити про дотримання інтересів підприємства, а отже, про те, що воно перебуває в економічній безпеці. У цьому випадку перед ним реально стоїть загроза банкрутства. Отже, для визначення рівня економічної безпеки підприємства необхідно визначити ступінь ризику банкрутства.

Вважається, що можна істотно осилити підхід до аналізу ризику банкрутства, поєднуючи облік кількісних (фінансових) та якісних (індикаторних) показників в аналізі, причому розглядаючи їх не тільки у статичі, але й у динаміці. Однак наявні методи не дають аналітикам такої можливості.

Підхід до аналізу ризику банкрутства дозволяє аналізувати ризик банкрутства, спираючись не тільки на країну, період часу, галузь, а й на саме підприємство, на його економічну й управлінську специфіку.

Теорія нечітких множин знайшла досить широке застосування у техніці — економіці. Однак у вітчизняній практиці економічного аналізу ці та методи використовуються вкрай рідко.

Розглянемо зміст методу нечіткої логіки [16]. На *першому етапі* вводяться наступні базові множини і підмножини станів, описані природною мовою:

- а) повна множина станів E підприємства розбита на п'ять підмножин виду:

E_1 — підмножина станів «граничного неблагополуччя»;

E_2 — підмножина станів «неблагополуччя»;

E_3 — підмножина станів «середньої якості»;

E_4 — підмножина станів «відносного благополуччя»;

E_5 — підмножина станів «граничного благополуччя»;

- б) відповідній множині E повна множина ступенів ризику банкрутства G розбивається на п'ять підмножин:

G_1 — підмножина «граничний ризик банкрутства»,

G_2 — підмножина «ступінь ризику банкрутства високий»,

G_3 — підмножина «ступінь ризику банкрутства середній»,

G_4 — підмножина «низький ступінь ризику банкрутства»,

G_5 — підмножина «ризик банкрутства незначний».

Передбачається, що показник G приймає значення від 0 до 1 за визначенням;

в) для довільного окремого фінансового або управлінського показника X_i повна множина його значень B_i розбивається на п'ять підмножин:

B_{i1} — підмножина «дуже низький рівень показника X_i »,

B_{i2} — підмножина «низький рівень показника X_i »,

B_{i3} — підмножина «середній рівень показника X_i »,

B_{i4} — підмножина «високий рівень показника X_i »,

B_{i5} — підмножина «дуже високий рівень показника X_i ».

Причому передбачається:

- зростання окремого показника X_i пов'язане зі зниженням ступеня ризику банкрутства, поліпшенням становище розглянутого підприємства. Якщо для даного показника спо-

стерігається протилежна тенденція, то в аналізі його варто замінити протилежним. Наприклад, показник частки позикових коштів в активах підприємства розумно замінити показником частки власних коштів в активах;

- виконується додаткова умова відповідності множин B , E і G наступного виду: якщо всі показники під час аналізу мають, відповідно до класифікації, рівень підмножини B_{ij} , то стан підприємства кваліфікується як E_j , а ступінь ризику банкрутства — як G_j . Виконання цієї умови впливає, з одного боку, на правильну кількісну класифікацію рівнів показників (див. далі етап 5-го методу) і на правильне визначення рівня значущості показника в системі оцінки (див. далі етап 3-го методу).

Етап 2 (показники). Будується набір окремих показників $X = \{X_i\}$ загальною кількістю N , які, на думку експерта-аналітика, з одного боку, впливають на оцінку ризику банкрутства підприємства, а з іншого — оцінюють різні за природою сфери ділового й фінансового життя підприємства (щоб уникнути дублювання показників з точки зору їх значущості для аналізу).

Етап 3 (значущість). Ставиться у відповідність кожному показнику X_i рівень його значущості для аналізу — r_i . Щоб оцінити цей рівень, треба розмістити всі показники з убутанням значущості так, щоб виконувалося правило:

$$r_1 \geq r_2 \geq \dots r_N \quad (251)$$

Якщо система показників проранжирована у порядку убутання їхньої значущості, то значущість i -го показника r_i слід визначати за правилом Фішберна [16]:

$$r_i = \frac{2(N-i+1)}{(N-1)N} \quad (252)$$

Правило Фішберна відображає той факт, що про рівень значущості показників невідомо нічого, крім залежності (251). Тоді оцінка (252) відповідає максимуму ентропії наявної інформаційної невизначеності про об'єкт дослідження.

Якщо ж усі показники мають однакову значущість (системи переваг немає), тоді

$$r_i = 1 / N \cdot$$

Етап 4 (класифікація ступеня ризику). На цьому етапі будується класифікація поточного значення g показника ступеня ризику G як критерій розбивання цієї множини на підмножини (табл. 44).

Таблиця 44. Класифікація ступеня ризику банкрутства

Інтервал значень G	Найменування підмножини
$0,8 < g < 1$	G_1 — «граничний ризик банкрутства»
$0,6 < g < 0,8$	G_2 — «ступінь ризику банкрутства високий»
$0,4 < g < 0,6$	G_3 — «ступінь ризику банкрутства середній»
$0,2 < g < 0,4$	G_4 — «низький ступінь ризику банкрутства»
$0-0,2$	G_5 — «ризик банкрутства незначний»

Етап 5 (класифікація значень показників). Тут будується класифікація поточних значень x показників X як критерій розбивання повної множини їхніх значень на підмножини виду B (табл. 45).

Таблиця 45. Класифікація значень показників

Найменування показника	Критерій розбивання на підмножини				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	$x_1 < b_{11}$	$b_{11} < x_1 < b_{12}$	$b_{12} < x_1 < b_{13}$	$b_{13} < x_1 < b_{14}$	$b_{14} < x_1$
...	...	...	...	...	...
X_i	$x_i < b_{i1}$	$b_{i1} < x_i < b_{i2}$	$b_{i2} < x_i < b_{i3}$	$b_{i3} < x_i < b_{i4}$	$b_{i4} < x_i$
...	...	...	...	...	...
X_N	$x < b_1$	$b_1 < x < b_2$	$b_2 < x < b_3$	$b_3 < x < b_4$	$b_4 < x$

Етап 6 (оцінка рівня показників). Отримані результати зводяться у табл. 46.

Таблиця 46. Рівень аналізованих показників

Найменування показника	Поточне значення
X_I	X_I
...	...
X_i	x_i
...	...
X_N	X

Етап 7 (класифікація рівня показників). Проведемо класифікацію поточних значень x за критерієм табл. 45. Результатом проведеної класифікації є табл. 47.

Таблиця 47. Оцінка поточних значень аналізованих показників

Найменування показника	Результат класифікації за підмножинами				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_I	λ_{11}	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}
...	...	...	...	...	...
X_i	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
...	...	...	...	...	...
X_N	λ_{N1}	λ_{N2}	λ_{N3}	λ_{N4}	λ_{N5}

де $\lambda_{ij}=1$, якщо $b_{i(j-1)} < x_i < b_{ij}$, і $\lambda_{ij} = 0$ у протилежному випадку (якщо значення не потрапляє до обраного діапазону класифікації).

На етапі 8 проводиться оцінка ступеня ризику, тобто виконуються формальні арифметичні дії за оцінкою ступеня ризику банкрутства g :

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij}, \quad (253)$$

де $g_j = 0,9 - 0,2(j-1)$.

λ_{ij} визначається за табл. 37, а r_i — за формулами (252) або (253).

Зміст формул (254) полягає в наступному: спочатку оцінюється вага тієї або іншої підмножини з B при оцінці стану підприємства E і при оцінці ступеня ризику G (внутрішнє підсумовування в (254)). Ця вага надалі бере участь у зовнішньому підсумовуванні для визначення середнього значення показника g , де g_i є не що інше, як середня оцінка g із відповідного діапазону табл. 35 четвертого етапу методу.

На останньому етапі 9 здійснюється лінгвістичне розпізнавання. Класифікується отримане значення ступеня ризику на базі даних табл. 35. Тим самим висновок про ступінь ризику підприємства набуває лінгвістичної форми.

Отже, викладений підхід дозволяє експерту найкраще формалізувати свої нечіткі уявлення, трансформувавши мову слів у мову кількісних оцінок. Якщо він добре знає підприємство зсередини, то йому не складно визначити саме ті фактори, які найбільше впливають на процеси втрати платоспроможності (включаючи помилки менеджменту), поставити у відповідність цим факторам кількісні показники і пронормувати їх. При цьому, якщо експерту складно класифікувати, він може під час нормування успішно застосовувати нечіткі описи.

Досвід застосування поданого підходу показав, що з точки зору динаміки комплексних показників підхід на базі нечіткої логіки і підхід Альтмана дають однотипні результати. Однак якщо результати підходу Альтмана не підлягають верифікації (неможливо сказати, як коефіцієнти, отримані на одній статистиці, придатні для іншої), то у випадку методу нечіткої логіки врешті-решт немає у відповіді нічого, крім того, що закладено у структурі вихідних даних. Успіх аналізу полягає в тому, як глибоко розуміється суть того, що відбувається на окремому одиничному підприємстві, а також у тому, як співвідноситься підприємство з галуззю господарства, до якої воно належить.

Оцінка рівня економічної безпеки підприємства на прикладі АТ НКМЗ, м. Краматорськ (простий метод)

Необхідно проаналізувати ступінь ризику банкрутства підприємства «НКМЗ» протягом шести років.

Для аналізу будується система X із шести показників:

1) X_1 — коефіцієнт автономії (відношення власного капіталу до валюти балансу);

2) X_2 — коефіцієнт забезпеченості оборотних активів власними коштами (відношення чистого оборотного капіталу до оборотних активів);

3) X_3 — коефіцієнт проміжної ліквідності (відношення суми коштів і дебіторської заборгованості до короткострокових пасивів);

4) X_4 — коефіцієнт абсолютної ліквідності (відношення суми коштів до короткострокових пасивів);

5) X_5 — оборотність всіх активів у річному розрахунку (відношення виторгу від реалізації до середнього за період вартості активів);

6) X_6 — рентабельність всього капіталу (відношення чистого прибутку до середнього за період вартості активів).

- приймається, що всі показники є рівнозначними для аналізу ($r_i = 1/6$);
- ступінь ризику класифікується за правилом таблиці 35;
- обрані показники на підставі попереднього експертного аналізу одержали наступну класифікацію (табл. 48).

Таблиця 48. Класифікація значень показників

Найменування показника	Критерій розбивки за підмножинами				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
X_1	$x_1 < 0,15$	$0,15 < x_1 < 0,25$	$0,25 < x_1 < 0,45$	$0,45 < x_1 < 0,65$	$0,65 < x_1$
X_2	$x_2 < 0$	$0 < x_2 < 0,09$	$0,09 < x_2 < 0,3$	$0,3 < x_2 < 0,45$	$0,45 < x_2$
X_3	$x_3 < 0,55$	$0,55 < x_3 < 0,75$	$0,75 < x_3 < 0,95$	$0,95 < x_3 < 1,4$	$1,4 < x_3$
X_4	$x_4 < 0,025$	$0,025 < x_4 < 0,09$	$0,09 < x_4 < 0,3$	$0,3 < x_4 < 0,55$	$0,55 < x_4$
X_5	$x_5 < 0,1$	$0,1 < x_5 < 0,2$	$0,2 < x_5 < 0,35$	$0,35 < x_5 < 0,65$	$0,65 < x_5$
X_6	$x_6 < 0$	$0 < x_6 < 0,01$	$0,01 < x_6 < 0,08$	$0,08 < x_6 < 0,3$	$0,3 < x_6$

Фінансовий стан підприємства характеризується наступними фінансовими показниками (табл. 49).

Таблиця 49 — Рівні показників за період 2000–2005 рр.

Шифр показника X_i	Найменування показника X_i	Значення X_i у 2000 р.	Значення X_i у 2001 р.	Значення X_i у 2002 р.	Значення X_i у 2003 р.	Значення X_i у 2004 р.	Значення X_i у 2005 р.
X_1	Коефіцієнт автономії	0,8544	0,8150	0,8918	0,8410	0,8758	0,9128
X_2	Коефіцієнт забезпеченості	0,6145	0,5702	0,7539	0,7008	0,7978	0,8856
X_3	Коефіцієнт проміжної ліквідності	1,4810	1,1184	1,8227	1,4389	1,5042	1,5122
X_4	Коефіцієнт абсолютної ліквідності	0,6041	0,3642	0,8602	0,7845	0,9320	0,9981
X_5	Оборотність всіх активів	0,5528	0,8305	0,6788	0,6207	0,6415	0,6738
X_6	Рентабельність усього капіталу	0,0428	0,1761	0,1283	0,0803	0,1070	0,1178

Далі проводиться класифікація поточних значень x за критерієм табл. 48. Результатом класифікації (додаток В) є оцінка ступеня ризику банкрутства, що за формулою (254) дає таку динаміку: $g_{2000} = 0,2$; $g_{2001} = 0,2$; $g_{2002} = 0,13$; $g_{2003} = 0,17$; $g_{2004} = 0,17$; $g_{2005} = 0,13$ (рис. 29).

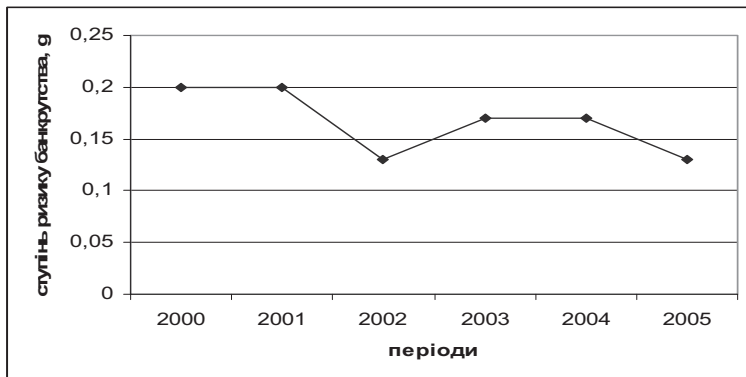


Рис. 29. Динаміка ступеня ризику банкрутства

Як видно із графіка (рис. 29), загальна тенденція динаміки ступеня ризику є від'ємною, тобто має позитивний характер: чим менший ризик банкрутства, тим вищий рівень економічної безпеки досліджуваного підприємства.

Оцінка рівня економічної безпеки підприємства за допомогою нечітких описів (розширений метод)

Нечіткі описи у структурі методу аналізу ризику з'являються у зв'язку з невпевненістю експерта, що виникає під час різних класифікацій. Наприклад, експерт не може чітко розмежувати поняття «високої» і «максимальної» імовірності, або якщо треба провести межу між середнім і низьким рівнем значення параметра [15]. Тоді застосування нечітких описів означає наступне:

- експерт буде лінгвістичну змінну зі своєю терм-множиною значень, щоб конструктивно описати її, він обирає відповідну їй кількісну ознаку, що набуває значення від 0 до 1;
- далі експерт кожному значенню лінгвістичної змінної (яке, за власною структурою, є нечіткою підмножиною значень інтервалу $(0,1)$ — області значень показника рівня менеджменту) ставить у відповідність функцію належності рівня менеджменту тій або іншій нечіткій підмножині. Загально-вживаними функціями у цьому випадку є трапецієподібні функції належності [15]. Верхня основа трапеції відповідає повній впевненості експерта в правильності своєї класифікації, а нижня — впевненості у тому, що жодні інші значення інтервалу $(0,1)$ не потрапляють до обраної нечіткої підмножини.

З метою компактного опису трапецієподібну функцію належності $\mu(x)$ зручно описувати трапецієподібними числами виду:

$$\beta(a_1, a_2, a_3, a_4)$$

де a_1 і a_4 — абсциси нижньої основи;

a_2 і a_3 — абсциси верхньої основи трапеції, що задає $\mu(x)$ в області з ненульовою належністю носія x відповідній нечіткій підмножині.

Тепер опис лінгвістичної змінної завершений, і аналітик може вживати його як математичний об'єкт у відповідних операціях і методах.

Далі визначаються множини E , G і B .

Етап 2 (показники). Збігається з етапом 2 спрощеного опису.

Етап 3 (значущість). Збігається з етапом 3 спрощеного опису.

Етап 4 (класифікація ступеня ризику). Будується класифікація поточного значення g показника ступеня ризику як критерій розбивки цієї множини на нечіткі підмножини (табл. 50).

Етап 5 (класифікація значень показників). Будується класифікація поточних значень x показників X як критерій розбивання повної множини їх значень на нечіткі підмножини виду B . Наведемо приклад такої класифікації для розглянутого прикладу з шістьма показниками (додаток Г). При цьому в осередках таблиці знаходяться трапецієподібні числа, що характеризують відповідні функції належності.

Етап 6 (оцінка рівня показників). Збігається з етапом 6 спрощеного опису.

Етап 7 (класифікація рівня показників). Проведемо класифікацію поточних значень x за критерієм табл. Д.1, де λ_{ij} — рівень належності носія x_i нечіткій підмножині B_j .

Етап 8 (оцінка ступеня ризику). Збігається з етапом 8 спрощеного опису.

Етап 9 (лінгвістичне розпізнавання). Класифікуємо отримане значення ступеня ризику на базі даних табл. 40. Результатом класифікації є лінгвістичний опис ступеня ризику банкрутства і (додатково) ступінь впевненості експерта в правильності його класифікації. І тим самим висновок про ступінь ризику підприємства набуває не лише лінгвістичну форму, а й характеристику якості тверджень експерта.

Таблиця 50. Класифікація ступеня ризику банкрутства

Інтервал значень g	Класифікація рівня параме- тра	Ступінь оціночної впев- неності (функція належ- ності)
$0 \leq g \leq 0,15$	G_5	1
$0,15 < g < 0,25$	G_5	$\mu_5 = 10 \cdot (0,25 - g)$
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$

$0,25 \leq g \leq 0,35$	G_4	1
$0,35 < g < 0,45$	G_4	$\mu_4 = 10 \cdot (0,45 - g)$
	G_3	$1 - \mu_4 = \mu_3$
$0,45 \leq g \leq 0,55$	G_3	1
$0,55 < g < 0,65$	G_3	$\mu_3 = 10 \cdot (0,65 - g)$
	G_2	$1 - \mu_3 = \mu_2$
$0,65 \leq g \leq 0,75$	G_2	1
$0,75 < g < 0,85$	G_2	$\mu_2 = 10 \cdot (0,85 - g)$
	G_1	$1 - \mu_2 = \mu_1$
$0,85 \leq g \leq 1,0$	G_1	1

Продемонструємо використання цього методу на основі оцінки ризику банкрутства АТ НКМЗ.

Визначаються множини E , G і B . Обрана раніше система X із шести показників залишається без змін. Також приймаємо, що всі показники є рівнозначними для аналізу ($r_i = 1/6$). Ступінь ризику класифікується за правилом табл. 40. Обрані показники на підставі попереднього експертного аналізу класифікуються за допомогою таблиці у додатку. Згідно з цією таблицею, можна графічно відобразити запропоновану класифікацію. Графік функції належності для коефіцієнта автономії має вигляд (рис. 30).

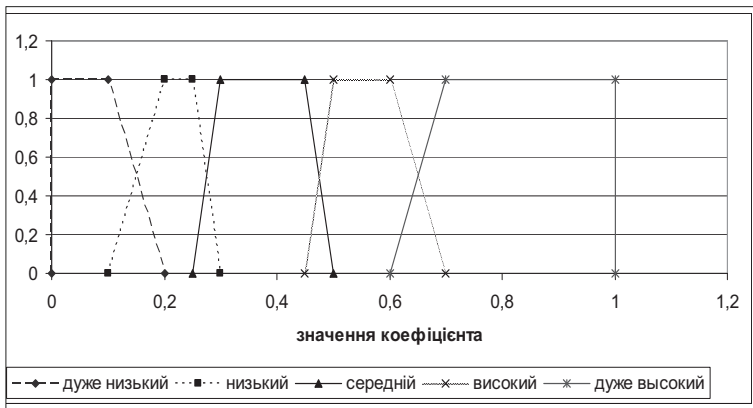


Рис. 30. Якісний вигляд функції належності для коефіцієнта автономії

Аналогічно будуються функції належності для інших показників (додаток Ж). За графіками функцій належності проводиться оцінка поточних значень показників за кожним роком. Так, для 2000 року оцінка подана у табл. 51.

Таблиця 51. Оцінка поточних значень показників у 2000 році

Показник X_i	Значення $\{\lambda\}$ у період 2000 року				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0,1	0,9
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0,8	0,2
X_6	0	0	1	0	0

З табл. 51 видно, що коефіцієнт автономії та коефіцієнт забезпеченості знаходяться у підмножині «дуже високий рівень показника». Значення «1» відповідає повній впевненості експерта у правильності своєї класифікації.

Із ймовірністю 0,1 значення коефіцієнта проміжної ліквідності потрапляє у підмножину «високий рівень показника» та із ймовірністю 0,9 — у підмножину «дуже високий рівень показника».

Із повною впевненістю, згідно з експертною класифікацією, коефіцієнт абсолютної ліквідності та рентабельність всього капіталу набувають значення підмножин «дуже високий рівень показника» та «середній рівень показника» відповідно.

З ймовірністю 0,8 значення показника оборотності активів потрапляє у підмножину «високий рівень показника» та із ймовірністю 0,2 — у підмножину «дуже високий рівень показника».

Аналогічний аналіз проводиться за кожним роком періоду аналізу (додаток К).

На основі проаналізованих таблиць визначається ступінь ризику банкрутства за формулою (254): $g_{2000}=0,197$; $g_{2001}=0,2$; $g_{2002}=0,147$; $g_{2003}=0,18$; $g_{2004}=0,15$; $g_{2005}=0,147$ (рис. 31).

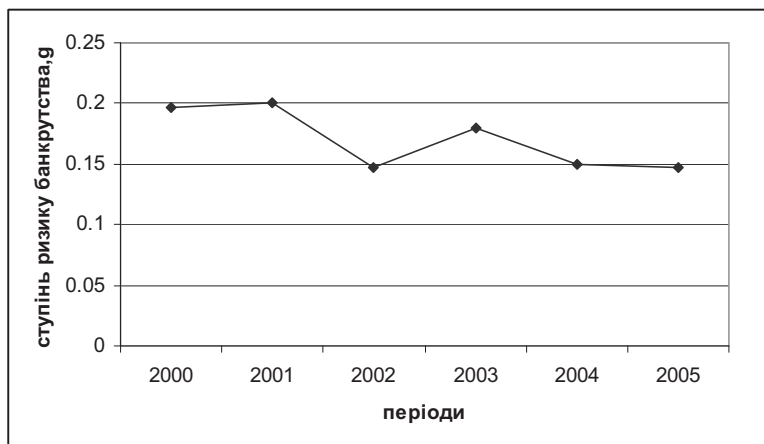


Рис. 31. Динаміка ступеня ризику банкрутства

Як видно із графіка, загальна тенденція динаміки ступеня ризику є від'ємною. Це означає, що рівень економічної безпеки досліджуваного підприємства зростає. Воно має достатньо коштів, за допомогою яких може підтримувати стабільність і протистояти зовнішнім та внутрішнім загрозам.

Лінгвістичне розпізнавання ступеня ризику за допомогою табл. 44 дає результат, який поданий у табл. 52.

Згідно з табл. 52, із ймовірністю 0,53 ступінь ризику банкрутства у 2000 році належить нечіткій підмножині G_5 — «ризик банкрутства незначний» та із ймовірністю 0,47 — нечіткій підмножині G_4 — «низький ступінь ризику банкрутства».

У 2001 році з однаковим ступенем впевненості експертів значення ризику банкрутства знаходиться як у підмножині G_4 («низький ступінь ризику»), так і в підмножині G_5 («ризик банкрутства незначний»).

Зі ступенем оціночної впевненості 0,7 ризик банкрутства у 2003 році — незначний, зі ступенем оціночної впевненості 0,3 — «низький ступінь ризику банкрутства».

З повною впевненістю можна сказати, що ризик банкрутства у 2002, 2004 та 2005 роках належить підмножині G_5 , тобто ризик банкрутства незначний.

Таблиця 52. Оцінка ступеня ризику банкрутства

Інтервал значень g	Класифікація рівня параметра	Ступінь оціночної впевненості (функція належності)		Період
$0,15 < g < 0,25$	G_5	$\mu_5 = 10 \cdot (0,25 - g)$	0,53	2000
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$	0,47	
	G_5	$\mu_5 = 10 \cdot (0,25 - g)$	0,5	2001
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$	0,5	
	G_5	$\mu_5 = 10 \cdot (0,25 - g)$	0,7	2003
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$	0,3	
$0 \leq g \leq 0,15$	G_5		1	2002
	G_5		1	2004
	G_5		1	2005

Отже, з повною впевненістю можна сказати, що ризик банкрутства на кінець розглянутого періоду незначний, і отриманий результат дозволяє говорити про високий рівень економічної безпеки. Низький ступінь ризику є наслідком якісного управління підприємства, що, в остаточному підсумку, одержує своє вираження у фінансовому еквіваленті.

2.8. Модель управління запасами торговельного підприємства

З переходом до ринкових відносин зростає значення оптимізації обсягів і структури товарних запасів у торгівлі з урахуванням форм власності, специфіки регіонів, ланок руху товарів, типів підприємств. Управління товарними запасами включає планування їхнього обсягу і структури відповідно до поставленого підприємством цілями, контроль для забезпечення постійної відповідності

встановленим критеріям, а також аналіз товарообігу та забезпеченості товарами, їх нормування, формування й розміщення.

Під час аналізу товарних запасів необхідно визначити, чи відповідають фактичні запаси встановленим нормам у порівнянному вираженні товарообігу; виявити причини, які вплинули на відхилення від нормативу; з'ясувати, як товарні запаси задовольняють попит населення і забезпечують виконання планового завдання за роздрібним товарообігом, чи правильно вони розміщені за структурними підрозділами; уточнити причини затоварення або перебоїв у продажі окремих товарів, наявності товарів низької якості. Важливим моментом в аналізі товарних запасів є встановлення впливу ефективності використання товарних запасів на розмір витрат, пов'язаних з їх зберіганням, а тим самим і на обсяг прибутку торговельного підприємства. Ці процедури дозволяють управляти ризиком зниження прибутку торговельного підприємства й вивчається окремим розділом ризикології.

Завданнями аналізу товарних запасів є: визначення рівня забезпеченості підприємства необхідними товарними ресурсами; факторів, що обумовили їх розмір, структуру, зміну;

- виявлення наднормативних або дефіцитних видів товарних запасів;
- встановлення ступеня ритмічності поставок, а також їх обсягу, комплектності, якості, сортності;
- з'ясування своєчасності укладення господарських договорів на поставку товарів;
- вивчення показників ефективності їх використання і впливу на фінансові результати;
- розрахунок витрат, пов'язаних із закупівлею та зберіганням запасів, їх впливу на прибуток торговельного підприємства;
- підготовка вихідної бази для нормування й оптимального управління ними і т. ін.

Аналіз товарних запасів включає аналіз загального стану товарних запасів і товарообігу, розміщення товарних запасів, структури й складу. Найбільш достовірні результати дає щотижневий, оперативний і повний аналіз за підсумками періоду. Це дозволяє розпочати певні результативні дії з прискорення товарообігу, що й відповідає ідеї керованості товарними запасами.

Для проведення процедур оптимізації оборотності товарних запасів необхідно, насамперед, подати математичну інтерпретацію завдання управління запасами підприємства: відомо, що на складі зберігається запас деякого продукту в n періодів часу. На початок першого періоду запас складає y_0 одиниць. Кількість продукту, який відправляється зі складу в j -й період, визначається попитом v_j на цей продукт. При цьому попит v_j у кожний даний період вважається випадковою величиною із щільністю ймовірності $\varphi_j(v_j)$. Передбачається, що для різних періодів ці випадкові величини незалежні й цілком випадкові. Вартість доставки одиниці замовленого товару з торговельної фірми на склад в j -й період дорівнює c_j (замовлення робиться на початку кожного періоду, а доставка його на склад здійснюється до кінця цього ж періоду). Вартість зберігання одиниці товару в j -м періоді дорівнює k_j , а вартість зберігання запасу пропорційна його кількості y_j наприкінці періоду і становить $k y_j$.

Необхідно так спланувати надходження продукту на склад, щоб мінімізувати сумарні витрати, пов'язані з доставкою його на склад, зберіганням і штрафами за відсутність продукту при наявності попиту на нього.

Позначимо через x_j кількість одиниць товару, що замовляється на j -й період. Тоді запас y_j продукту до кінця j -го періоду дорівнюватиме:

$$y_j = y_0 + \sum_{i=1}^j x_i - \sum_{i=1}^j v_i \quad (254)$$

Очевидно, що робота складу повинна будуватися таким чином, щоб підтримувати $y_j \geq 0$. Однак це не завжди вдається, і кількість відмов s_j через відсутність товару на складі до кінця j -го періоду дорівнює:

$$s_j = \sum_{i=1}^j v_i - \sum_{i=1}^j x_i - y_0 \quad (s_j \geq 0). \quad (255)$$

Наявність запасу і штрафу — взаємовиключні моменти: якщо протягом якогось j -го періоду $y_j \geq 0$, то $s_j = 0$, і навпаки, тобто якщо доводиться платити за зберігання в j -й період, то штрафу за відмову

в цей період не буде. Ці моменти можна формалізувати за допомогою функції:

$$F_j(y_0 + \sum_{i=1}^j x_i - \sum_{i=1}^j v_j) = \begin{cases} k_j y_j & \text{при } y_j \geq 0, \\ \pi_j s_j & \text{при } s_j > 0, \end{cases} \quad (256)$$

де y_j і s_j визначаються формулами (255) і (256).

Сумарні витрати складу за n періодів з урахуванням (257) можна записати у вигляді:

$$R = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{j=1}^n F_j(y_0 + \sum_{i=1}^j x_i - \sum_{i=1}^j v_j) \quad (257)$$

Оскільки попит v_j — випадкова величина, то формула (258) є функцією випадкової величини v_j .

Відразу вибрати всі n значень x_j не можна. Справді, рішення про те, яку кількість товару слід замовити на початку, наприклад, другого періоду, залежить від того, яка кількість продукту буде завезена, і від того, який був попит протягом цього періоду. Аналогічно для будь-якого k -го періоду маємо $x_k^* = x_k^*(y_k)$. Такий підхід відповідає особливостям динамічного програмування: рішення на кожному кроці (періоді) обирається, виходячи із результатів попереднього кроку (періоду).

Розглянемо застосування моделі на прикладі торговельного підприємства м. Краматорська (вихідні дані для обчислення подані в додатку Л). Зробимо розрахунки $Y_{теор}$ за даними залишків запасу на складі на початок першого періоду, кількістю товару, що вибув за період, і кількістю продукту, який відправляється зі складу в j -й період, що визначається попитом V_j на товари. Внаслідок цього одержимо розрахункові значення теоретичних даних обсягів товарних запасів, співставивши які з реальними даними виявимо ситуацію іммобілізації коштів, вкладених в товарні запаси. Відобразимо значення $Y_{теор}$ і $Y_{факт}$ графічно, що безпосередньо допоможе наочно співставити отримані під час розрахунків результати з фактичними на рис. 32.

Визначати кількість відмов через відсутність товару на складі не будемо, тому що в цьому випадку фірма обрала стратегію сплати

за зберігання резервного товару на складі (0,03% від базової вартості товару), що у свою чергу складає не менше десятиденного обсягу обороту товару в усереднених оцінках. Отже, слід визначити суму, яку фірма щотижня виплачує за зберігання фактичної кількості товарних запасів (резервних запасів (див. додаток М)).

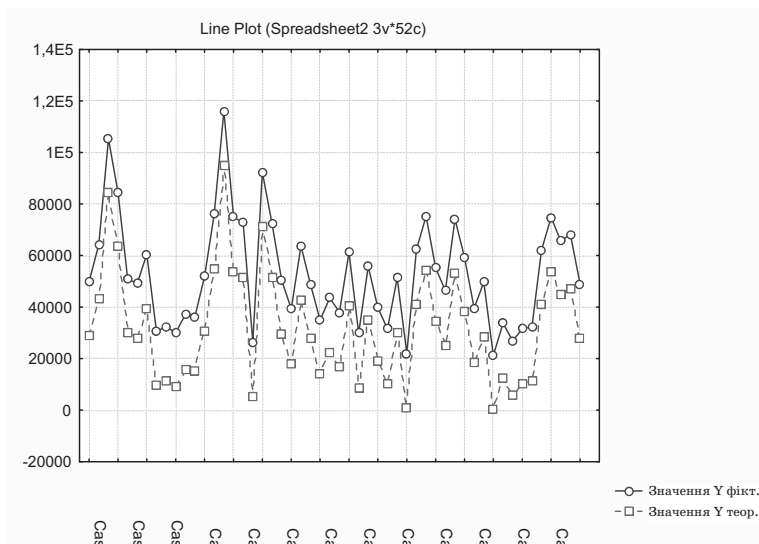


Рис. 32. Фактичні та теоретичні значення обігу запасів

Проміжні розрахунки для визначення вартості зберігання товару, які включають розрахунок вартості доставки та вартість зберігання одиниці товару, подані в додатку Н.

Для порівняння розрахуємо суму виплат за теоретичний обсяг товарної продукції.

На рис. 33 відображені графіки теоретичних і фактичних витрат, які відділ логістики несе у процесі зберігання товарних запасів.

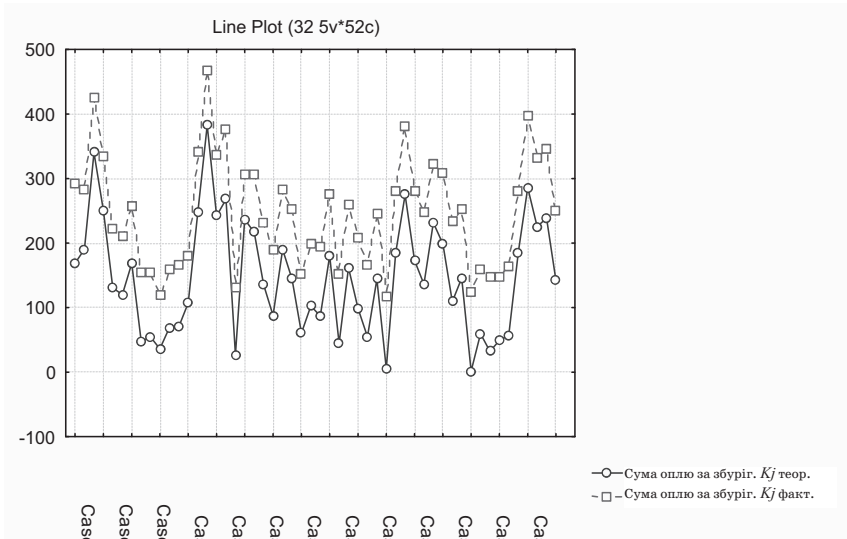


Рис. 33. Витрати на зберігання фактичного і теоретичного обсягу товарів

Проведені розрахунки дозволяють структурувати роботу складу з урахуванням всіх факторів, які в безпосередньо впливають на обіговість товарів, структуру товарообігу та на його обсяги.

ДОДАТОК А

Розрахунок показників при формуванні
оптимального портфеля цінних паперів

Таблиця А.1. Курс акцій підприємств-емітентів

Облігації «Аркада-Фонд»		Облігації «Київстар GSM»		Інв. серт. ІФ Петра Могили		Вінніфрут	
Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість
101,32		1010,46		29,8		115	
101,58	0,25661271	1018	0,746194802	29,4	-1,342281879	115	0
100,3	-1,26009057	1029	1,080550098	29,4	0	125	8,6956522
100,88	0,5782652	9,3236545	0,91337245	27,5	-6,462585034	125	0
0,560238045	-0,14173755			27,4	-0,363636364	150	20
				27,4	0	14,317821	7,173913
				1,1600287	-1,633700655		
Укрнафта		Центрэнерго		Турбоатом		Европ. валюта	
Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість
23,23		0,8		0,39		4,78	
25,05	7,83469651	0,74	-7,5	0,37	-5,128205128	5,4	12,970711
25	-0,1996008	0,72	-2,702702703	0,39	5,405405405	5,42	0,3703704
23,05	-7,8	0,67	-6,944444444	0,39	0	5,35	-1,2915129
21,75	-5,63991323	0,58	-13,4283582	0,384	-1,538461538	5,95	11,214953
20,74	-4,64367816	0,45	-22,4137931	0,349	-9,114583333	5	-15,966387
21,5	3,66441659	0,46	2,222222222	0,35	0,286532951	0,4020282	1,4596271
21,5	0	0,46	0	0,0186254	-1,681551941		
21,05	-2,09302326	0,4399	-4,369565217				

Продовження таб.А.1

19,6	-6,88836105	0,2	-54,53512162			
19,55	-0,25510204	0,21	5			
1,890316472	-1,60205654	0,209	-0,476190476			
		0,2130049	-9,559311924			
Запорожжя		Західне		Мономах		ОДЗ
Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Курс	Прибутковість	Прибутковість
0,6		29,99		11,5		0,928
1,5	150	32,35	7,869289763	11,2	-2,608695652	0,927
1,99	32,6666667	30,19	-6,676970634	11,5	2,678571429	0,928
0,99	-50,2512563	22,8	-24,47830407	11,5	0	0,949
0,85	-14,141414	18,8	-17,54385965	11,5	0	0,939
0,83	-2,35294118	26,6	41,4893617	11,5	0	-1,0537408
0,75	-9,63855422	28	5,263157895	10,6	-7,826086957	-1,9169329
0,81	8	27	-3,571428571	10,1	-4,716981132	0,936
0,8	-1,2345679	26,5	-1,851851852	0,5365232	-1,781884616	0,009396
0,8	0	27	1,886792453			
0,8	0	3,8581718	0,265131893			
0,406579971	11,3047933					

Таблиця А.2. Ризик цінних паперів

Фінансові інструменти	Середнє значення	Ризик	Відхилення
1	101,02	0,554581	0,56023804
2	1019,15333	0,914843	9,32365451
3	28,4833333	4,072658	1,16002874
4	126	11,36335	14,3178211
5	22,0018182	8,591638	1,89031647
6	22,0018182	0,968124	0,21300489
7	0,37471429	4,970555	0,01862538
8	5,31666667	7,561659	0,40202819
9	0,93257143	43,59773	0,40657997
10	11,175	34,52503	3,85817185
11	26,923	1,992806	0,5365232
12	0,93257143	1,007542	0,00939605

Додаток Б

Таблиця Б.1. Матриця коефіцієнтів
коваріації між активами

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	-3,4478222	0,0965	-2,15	-0,0575	0,01055	-0,0028	-0,04835	-0,13785	0,01055	-0,0028	-0,04835
2	-3,4478222	1	-1,1591111	32,822222	5,1098444	-0,2395111	0,0076889	1,8622667	4,2162889	-0,2508444	0,0076889	0,0003844
3	-3,4478222	-1,1591111	1	-10,1	0,9306	0,0688	-0,00124	-0,2646	0,1992778	4,9934	-0,052	-0,08084
4	0,0965	32,822222	-10,1	1	-11,426	-0,882	0,0152	4,01	-1,136	-57,506	0,0152	4,01
5	-0,0575	5,1098444	0,9306	-11,426	1	0,14855	0,0113861	0,0299556	0,5633889	4,8587944	-0,0956667	-0,0003683
6	0,01055	-0,2395111	0,0688	-0,882	0,14855	1	0,0012483	0,0012483	0,0151667	0,2893333	-0,004	0,00012
7	-0,0028	0,0076889	-0,00124	0,0152	0,0113861	0,0012483	1	0,0012528	0,0010594	-0,0092636	0,0004417	8,483E-05
8	-0,04835	1,8622667	-0,2646	4,01	0,0299556	-0,0076883	0,0012528	1	0,0528556	1	0,8209673	0,0016333
9	-0,13785	4,2162889	0,1992778	-1,136	0,5633889	0,0151667	0,0010594	0,0528556	1	0,8209673	0,0232041	-0,0007859
10	0,01055	-0,2508444	4,9934	-57,506	4,8587944	0,2893333	-0,0092636	-1,0059722	0,8209673	1	-0,3644694	-0,0245308
11	-0,0028	0,0076889	-0,042	0,0152	-0,0956667	-0,004	0,0004417	-0,0041667	0,0232041	-0,3644694	1	-0,000202
12	-0,04835	0,0003844	-0,0804	4,01	-0,0003683	0,00012	8,483E-05	0,0016333	-0,0007859	-0,0245308	-0,000202	1

Таблиця Б.2. Обернена матриця

0,5688633	0,0189019	-0,6514393	-0,0118444	0,5251435	-0,0730061	-0,0355504	-0,1738112	-0,1975176	-0,004458	-0,0043946	0,0391113	0,0617325
0,0189019	-0,0014119	-0,163996	-0,0039795	0,1267144	-0,0003638	0,0104196	-0,0109034	-0,0255299	0,0035174	0,0190657	0,0275658	-0,0237569
-0,6514393	-0,163996	0,4702267	-0,0374978	-1,0036142	-0,0340326	-0,0429919	0,551237	0,8901271	0,0740651	-0,1218744	0,0697902	0,108304
-0,0118444	-0,0039795	-0,0044962	-0,0044962	-0,0153373	0,0026545	0,0033335	0,0182141	0,0274565	0,0010838	5,715E-05	0,0203537	-0,006373
0,5251435	0,1267144	-1,0036142	-0,0153373	0,9456426	0,016676	0,0704278	-0,2757075	-0,759126	0,0461642	0,1626425	0,1603741	-0,1604783
-0,0730061	-0,0003638	-0,0340326	0,0026545	0,016676	0,445537	-0,0614671	-0,0877985	-0,0605235	-0,0107529	-0,0617075	-0,0752154	0,1210901
-0,0355504	0,0104196	-0,0429919	0,0033335	0,0704278	-0,0614671	0,4369404	-0,1126843	-0,1243054	-0,0078126	-0,0584692	-0,0778403	0,1245673
-0,1738112	-0,0109034	0,551237	0,0182141	-0,2757075	-0,0877985	-0,1126843	0,459526	-0,0316332	-0,0189888	-0,1238064	-0,1936437	0,23058
-0,1975176	-0,0255299	0,8901271	-0,0274565	-0,759126	-0,0605235	-0,1243054	-0,0316332	-0,0436589	-0,2025034	-0,0436589	-0,2454798	0,2645619
-0,004458	0,0035174	0,0740651	0,0010838	0,0461642	-0,0107529	-0,0078126	-0,0189888	-0,0436589	-0,0209775	-0,0064983	-0,0116834	0,0144316
-0,0043946	0,0190657	-0,01218744	5,715E-05	0,1626425	-0,0617075	-0,0584692	-0,1238064	-0,2025034	-0,0064983	0,4553661	-0,0587876	0,1129955
0,0391113	0,0275658	0,0697902	0,0203537	0,1603741	-0,0752154	-0,0778403	-0,1936437	-0,2454798	-0,0116834	-0,0587876	0,3445415	0,1523472
0,0617325	-0,0237569	0,108304	-0,006373	-0,1604783	0,1210901	0,1245673	0,23058	0,2645619	0,0144316	0,1129955	0,1523472	-0,2456058

Таблиця Б.3. Коваріаційна матриця, доповнена відповідно до обмежень

2	-6,3856444	0,193	-4,3	-0,115	0,0211	-0,0056	-0,0967	-0,2757	0,0211	-0,0056	-0,0967	1
-6,8956444	2	-2,3182222	65,644444	10,219689	-0,4790222	0,0153778	3,7245333	8,4325778	-0,5016889	0,0153778	0,0007689	1
0,193	2	2	-20,2	1,8612	0,1376	-0,00248	-0,5292	0,3985556	9,9868	-0,084	-0,01608	1
-4,3	65,644444	-20,2	2	-22,852	-1,764	0,0804	8,02	-2,272	-115,012	0,0804	8,02	1
-0,115	10,219689	1,8612	-22,852	2	0,2971	0,0227722	0,0599111	1,1267778	9,7175889	-0,1913333	-0,0007367	1
0,0211	-0,4790222	0,1376	-1,764	0,2971	2	0,0024967	-0,0153667	0,0303333	0,5786667	-0,008	0,00024	1
-0,0056	0,0153778	-0,00248	0,0804	0,0227722	0,0024967	2	0,0025056	0,0021189	-0,0185272	0,0008833	0,0001697	1
-0,0967	3,7245333	-0,5292	8,02	0,0599111	-0,0153667	0,0025056	2	0,1057111	-2,0119444	-0,0083333	0,0032667	1
-0,2757	8,4325778	0,3985556	-2,272	1,1267778	0,0303333	0,0021189	0,1057111	2	1,6419347	0,0464082	-0,0015718	1
0,0211	-0,5016889	9,9868	-115,012	9,7175889	0,5786667	-0,0185272	-2,0119444	1,6419347	2	-0,7289388	-0,0490616	1
-0,0056	0,0153778	-0,084	0,0804	-0,1913333	-0,008	0,0008833	-0,0083333	0,0464082	-0,7289388	2	-0,0004041	1
-0,0967	0,0007689	-0,01608	8,02	-0,0007367	0,00024	0,0001697	0,0032667	-0,0015718	-0,0490616	-0,0004041	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Таблиця Б.4. Додаткові дані

Портфель №1	Прибутковість	Допоміжні розрахунки	σ	$q1$	u	f	$q2$	$u1$	$f1$	$q3$
Дохід	-0,1417376	-0,220287773	-1,6416626	-0,003934	163,03608	0,0410236	-0,0056144	163,03608	0	0,0617325
1,7902368	0,913725	-0,038480423	-0,3149773	-0,036356			-0,0366784			-0,0237569
Портфель №2	-1,6337007	0,526957616	12,025616	0,5893286			0,6016375			0,108304
8,3116801	0,2613778	0,013115803	0,3609258	0,008064			0,0084335			-0,006373
Портфель №3	-1,6020565	-0,441084612	-9,4590747	-0,5388413			-0,5485232			-0,1604783
15	0,271858	-0,019427166	-4,8145248	-0,0714909			-0,0764188			0,1210901
Портфель №4	-1,6815519	-0,048883631	-1,6308374	0,0393339			0,0576646			0,1245673
1,7902368	0,07	1,4596271	0,122515214	0,2791497			0,2803925			0,23058
	11,304793	0,319874336	9,751751	0,654632			0,6646184			0,2645619
	0,2651319	-0,02077361	-0,5844579	-0,0089467			-0,0095449			0,0144316
	-1,7818846	-0,094360046	-2,6467964	0,0071216			0,0044125			0,11299835
		-0,099165709	-2,2602042	0,0619391			0,0596256			0,1523472
	0,1535063			100,00%			100,00%			100,00%
Разом										

Таблиця Б.5. Додаткові розрахунки для визначення ризику портфеля

C_i	Портфель № 1	C_i	Портфель № 2	C_i	Портфель № 3
0,0617325	-0,275378	-0,00393	-1,986	0,007814956	-2,03
-0,0237569	0,1228029	-0,03636	0,1053	-0,003827033	0,105
0,108304	0,1228029	0,58933	0,0543	0,032014779	0,053
-0,0066373	0,1228029	0,00806	0,2305	0,001858571	0,233
-0,1604783	0,1228029	-0,53884	0,055	-0,029613119	0,053
0,1210901	0,1228029	-0,07149	-0,104	0,0074485	-0,11
0,1245673	0,1228029	0,05933	0,0534	0,003166477	0,052
0,23058	0,1228029	0,27915	0,1162	0,032434601	0,116
0,2645619	0,1228029	0,65463	0,3131	0,204961365	0,318
0,0144316	0,1228029	-0,00895	0,0923	-0,000825785	-0,000873552
0,1129935	0,1228029	0,00712	0,0514	0,00036577	0,05
0,1523472	0,1228029	0,06194	0,0901	0,005578745	0,089
		1	0,261377826	1	0,27185796
Ризик	9,82%		26,14%		27,19%

Додаток В

Таблиця В.1. Оцінка поточних значень показників у 2000 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	1	0
X_6	0	0	1	0	0

Як видно із табл. В.1, чотири перших показники — коефіцієнт автономії, коефіцієнт забезпеченості, коефіцієнт проміжної та абсолютної ліквідності — знаходяться в останньому діапазоні класифікаційної табл. В.1, тобто спостерігається дуже високий рівень цих коефіцієнтів.

Оборотність всіх активів знаходиться у підмножині «високий рівень показника», а рентабельність всього капіталу — у підмножині «середній рівень показника».

Таблиця В.2. Оцінка поточних значень показників у 2001 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	1	0
X_4	0	0	0	1	0
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	1	0

У цьому періоді коефіцієнти автономії та забезпеченості залишилися на попередньому рівні, а значення коефіцієнтів проміжної та абсолютної ліквідності знизились до підмножини «високий рівень показника».

Оборотність всіх активів та рентабельність капіталу прийняли значення у 2001 році значення підмножин на рівень вище попереднього періоду.

Таблиця В.3. Оцінка поточних значень показників у 2002 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	1	0

У 2002 році значення перших чотирьох показників повертаються до рівня 2000 року, тобто знову відносяться до підмножини «дуже високий рівень». Рівень інших коефіцієнтів не змінився.

Таблиця В.4. Оцінка поточних значень показників у 2003 році

Показник X_i	Значення $\{\lambda\}$				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	1	0
X_6	0	0	0	1	0

Ситуація з першими чотирма показниками не змінюється, тобто їх значення стабільно знаходяться на дуже високому рівні, але знизилася оборотність активів на одну позицію. Тепер цей коефіцієнт належить підмножині «високий рівень показника». Рівень рентабельності не змінився.

Таблиця В.5. Оцінка поточних значень показників у 2004 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	1	0
X_6	0	0	0	1	0

У 2004 році змін не сталося у порівнянні з попереднім роком, тобто значення всіх коефіцієнтів залишилися на тому ж рівні.

Таблиця В.6. Оцінка поточних значень показників у 2005 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	1	0

В останньому періоді спостерігається позитивна тенденція роботи ЗАТ «НКМЗ»: п'ять із шести показників мають «дуже високий рівень», один — «високий рівень».

Додаток Г

Розраховані значення показників за період 2000–2005 рр.

Таблиця Г. 1. Показники діяльності ЗАТ «НКМЗ» за 2000–2005 рр.

Шифр показника X_i	Найменування показника X_i	Значення X_i за період 2000	Значення X_i за період 2001	Значення X_i за період 2002	Значення X_i за період 2003	Значення X_i за період 2004	Значення X_i за період 2005
X_1	Коефіцієнт автономії	0,8544	0,8150	0,8918	0,8410	0,8758	0,9128
X_2	Коефіцієнт забезпеченості	0,6145	0,5702	0,7539	0,7008	0,7978	0,8856
X_3	Коефіцієнт проміжної ліквідності	1,4810	1,1184	1,8227	1,4389	1,5042	1,5122
X_4	Коефіцієнт абсолютної ліквідності	0,6041	0,3642	0,8602	0,7845	0,9320	0,9981
X_5	Оборотність всіх активів (у річному розрахунку)	0,5528	0,8305	0,6788	0,6207	0,6415	0,6738
X_6	Рентабельність усього капіталу	0,0428	0,1761	0,1283	0,0803	0,1070	0,1178

Додаток Д

Експертна класифікація рівня показників

Таблиця Д.1.1. Класифікація рівнів показників

Шифр показника	Трапеціподібні числа для значень лінгвістичної змінної «Величина параметра»				
	Дуже низький	Низький	Середній	Високий	Дуже високий
X_1	$(0; 0; 0, 1; 0, 2)$	$(0, 1; 0, 2; 0, 25; 0, 3)$	$(0, 25; 0, 3; 0, 45; 0, 5)$	$(0, 45; 0, 5; 0, 6; 0, 7)$	$(0, 6; 0, 7; 1; 1)$
X_2	$(-1, -1, -0, 005; 0)$	$(-0, 005; 0; 0, 09; 0, 11)$	$(0, 09; 0, 11; 0, 3; 0, 35)$	$(0, 3; 0, 35; 0, 45; 0, 5)$	$(0, 45; 0, 5; 1; 1)$
X_3	$(0; 0; 0, 5; 0, 6)$	$(0, 5; 0, 6; 0, 7; 0, 8)$	$(0, 7; 0, 8; 0, 9; 1)$	$(0, 9; 1; 1, 3; 1, 5)$	$(1, 3; 1, 5; \infty; \infty)$
X_4	$(0; 0; 0, 02; 0, 03)$	$(0, 02; 0, 03; 0, 08; 0, 1)$	$(0, 08; 0, 1; 0, 3; 0, 35)$	$(0, 3; 0, 35; 0, 5; 0, 6)$	$(0, 5; 0, 6; \infty; \infty)$
X_5	$(0; 0; 0, 12; 0, 14)$	$(0, 12; 0, 14; 0, 18; 0, 2)$	$(0, 18; 0, 2; 0, 3; 0, 4)$	$(0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 8)$	$(0, 5; 0, 8; \infty; \infty)$
X_6	$(-\infty; -\infty; 0; 0)$	$(0; 0; 0, 006; 0, 01)$	$(0, 006; 0, 01; 0, 06; 0, 1)$	$(0, 06; 0, 1; 0, 225; 0, 4)$	$(0, 225; 0, 4; \infty; \infty)$

Додаток Ж

Функції приналежності

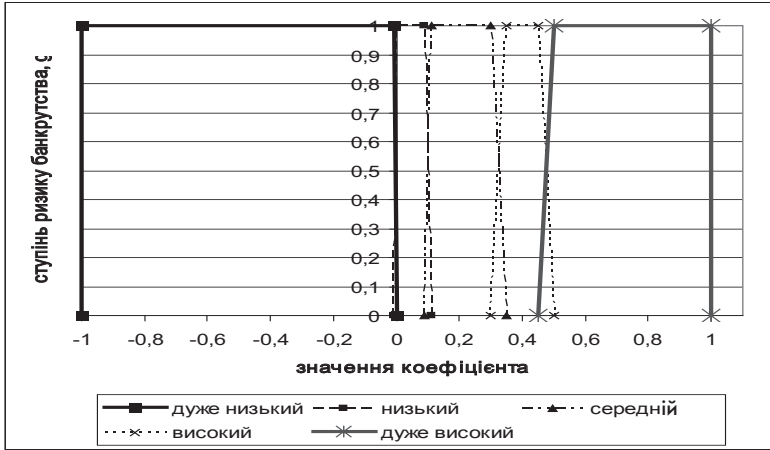


Рис.Ж.1. Якісний вигляд функцій належності для коефіцієнта забезпеченості

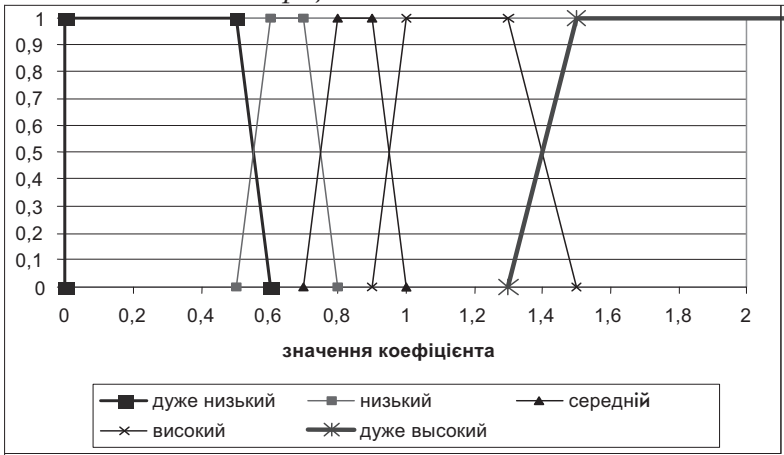


Рис.Ж.2. Якісний вигляд функцій належності для коефіцієнта проміжної ліквідності

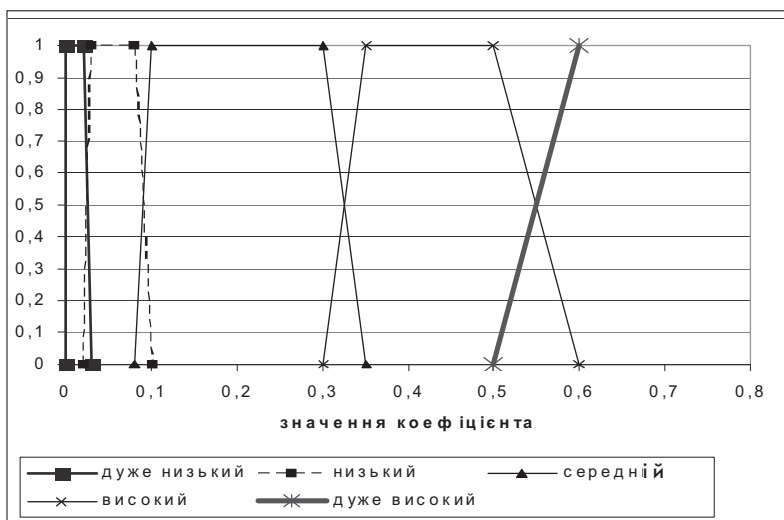


Рис.Ж.3. Якісний вигляд функції належності для коефіцієнта абсолютної ліквідності

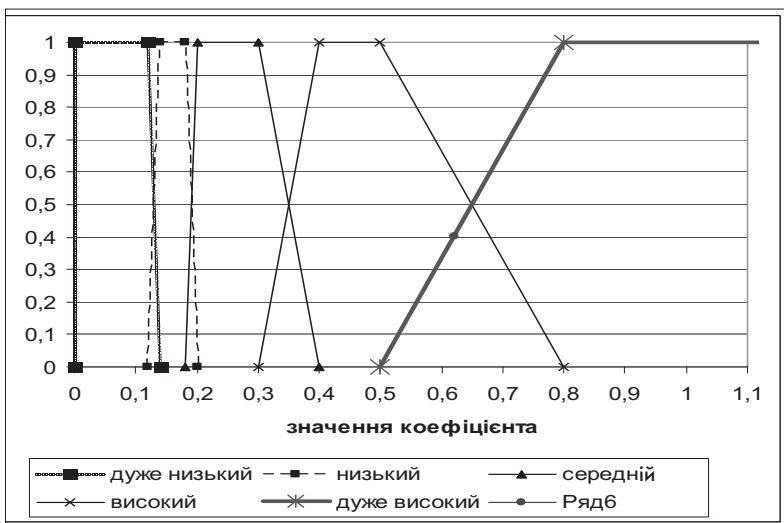
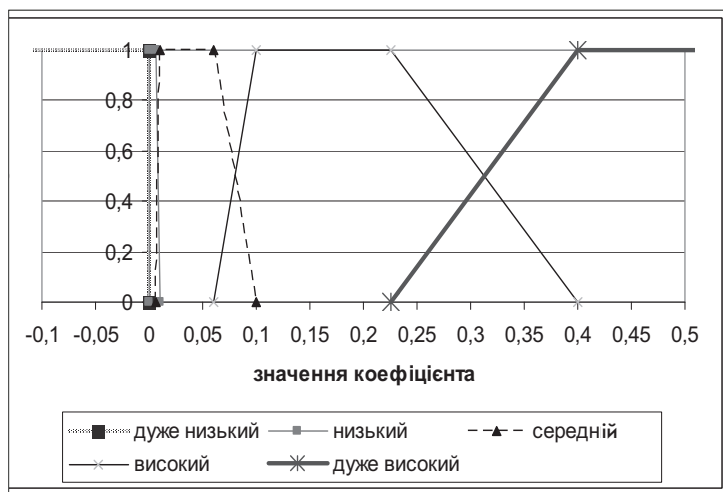


Рис.Ж.4. Якісний вигляд функції належності для оборотності всіх активів



*Рис.Ж.5. Якісний вигляд функції належності
рентабельності всього капіталу*

Додаток К

Таблиця К.1. Оцінка поточних значень показників у 2001 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	1	0
X_4	0	0	0	1	0
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	0	0	1	0

У 2001 році всі значення показників потрапляють у проміжки підмножин, де експерт повністю впевнений у своїй класифікації. Це відображається у вигляді одиниць у табл. К.1. Бачимо, що коефіцієнт автономії, забезпеченості та показник оборотності активів набувають значення «дуже високий рівень показника», а показники ліквідності та рентабельності — «високий рівень».

Таблиця К.2. Оцінка поточних значень показників у 2002 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
1	2	3	4	5	6
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0,4	0,6
X_6	0	0	0	1	0

У цьому періоді спостерігається покращення показників ліквідності, тобто коефіцієнти потрапили у підмножину «дуже високий рівень показника».

Рентабельність всього капіталу залишилась у тій же підмножині, що і в попередньому періоді, тобто «високий рівень показника».

Показник оборотності всіх активів у річному розрахунку із ймовірністю 0,4 знаходиться у підмножині «високий рівень показника» та із ймовірністю 0,6 — у підмножині «дуже високий рівень показника».

Таблиця К.3. Оцінка поточних значень показників у 2003 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0,3	0,7
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0,6	0,4
X_6	0	0	0,5	0,5	0

Ситуація за показниками: коефіцієнт автономії, коефіцієнт забезпеченості та абсолютної ліквідності, у цьому році не змінилася у порівнянні з попереднім періодом.

Коефіцієнт проміжної ліквідності із ймовірністю 0,3 знаходиться у підмножині «високий рівень показника» та із ймовірністю 0,7 — у підмножині «дуже високий рівень показника». Із ймовірністю 0,6 значення показника оборотності активів потрапляє у підмножину «високий рівень показника» та з меншою впевненістю 0,4 — у підмножину «дуже високий рівень».

З однаковою впевненістю можна сказати, що рентабельність належить як підмножині «середній рівень показника», так і підмножині «високий рівень показника».

Таблиця К.4. Оцінка поточних значень показників у 2004 році

Показник X_i	Значення (λ)				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0.5	0.5
X_6	0	0	0	1	0

У 2004 році можна спостерігати зростання абсолютної ліквідності. Цей показник, як і коефіцієнт автономії, коефіцієнт забезпеченості та проміжної ліквідності, знаходиться у підмножині «дуже високий рівень показника».

З абсолютною впевненістю можна сказати, що рентабельність всього капіталу належить лінгвістичній змінній «високий рівень показника».

Із ймовірністю 0,5 значення показника оборотності активів потрапляє у підмножину «високий рівень показника» та з такою ж ймовірністю — у підмножину «дуже високий рівень».

Таблиця К.5. Оцінка поточних значень показників у 2005 році

Показник X_i	Значення $\{\lambda\}$				
	$B_{i,1}$	$B_{i,2}$	$B_{i,3}$	$B_{i,4}$	$B_{i,5}$
X_1	0	0	0	0	1
X_2	0	0	0	0	1
X_3	0	0	0	0	1
X_4	0	0	0	0	1
X_5	0	0	0	0.4	0.6
X_6	0	0	0	1	0

В останньому розглянутому періоді рівень показників — коефіцієнт автономії, коефіцієнт забезпеченості, коефіцієнти проміжної

та абсолютної ліквідності подані як складові підмножини «дуже високий рівень показника».

З більшою впевненістю 0,6 показник оборотності активів у річному розрахунку належить підмножині «дуже високий рівень показника», з ймовірністю 0,4 — підмножині «високий рівень показника».

Додаток Л

Таблиця Л.1. Запас продукту на кінець j-го періоду

	1	2	3	4
	Період	Попит	Надійшло	Значення Y теор.
1	1	214740	193700	28810
2	2	161567	176000	43243
3	3	148000	189045	84288
4	4	144747	123908	63449
5	5	160193	126590	29846
6	6	156483	154780	28143
7	7	156474	167809	39478
8	8	184740	154785	9523
9	9	175050	176890	11363
10	10	145464	143200	9099
11	11	157438	164367	16028
12	12	168585	167850	15293
13	13	127800	143280	30773
14	14	164738	188975	55010
15	15	147480	187540	95070
16	16	164647	123468	53891
17	17	189670	187545	51766
18	18	181010	134678	5434
19	19	121678	187549	71305
20	20	154647	134679	51337
21	21	168884	146890	29343
22	22	176575	165467	18235
23	23	163156	187656	42735
24	24	190447	175468	27756
25	25	159568	145678	13866
26	26	166797	175469	22538
27	27	187688	182124	16974
28	28	164384	187656	40246
29	29	186068	154657	8835
30	30	170874	196780	34741
31	31	191895	176000	18846
32	32	191910	183576	10512
33	33	174747	194470	30235
34	34	194774	165578	1039
35	35	164443	204678	41274
36	36	185747	185747	54287
37	37	185764	185764	34201
38	38	196595	196595	25375
39	39	159905	159905	53120
40	40	190559	190559	38215
41	41	216478	216478	18527
42	42	186670	186670	28646
43	43	213167	213167	266
44	44	171884	171884	12705
45	45	200093	200093	5890
46	46	170834	170834	10512
47	47	184883	184883	11376
48	48	165894	165894	41060
49	49	194844	194844	53805
50	50	184944	184944	44719
51	51	185440	185440	47179
52	52	186950	186950	27833

Додаток М

Таблиця М.1. Сума виплат за зберігання товарних запасів за періодами

	1	2	3	4
	Період	Значення У теор.	Ст-ть зберігання	Сума опл. за зберігання
1	1	49850	0,00586	291,95
2	2	64283	0,00441	283,25
3	3	105328	0,00404	425,14
4	4	84489	0,00395	333,53
5	5	50886	0,00437	222,32
6	6	49183	0,00427	209,90
7	7	60518	0,00427	258,26
8	8	30563	0,00504	153,99
9	9	32403	0,00477	154,69
10	10	30139	0,00397	119,57
11	11	37068	0,00429	159,16
12	12	36333	0,00460	167,05
13	13	51813	0,00349	180,59
14	14	76050	0,00449	341,68
15	15	116110	0,00402	467,02
16	16	74931	0,00449	336,47
17	17	72806	0,00517	376,61
18	18	26474	0,00494	130,69
19	19	92345	0,00332	306,45
20	20	72377	0,00422	305,26
21	21	50383	0,00461	232,06
22	22	39275	0,00482	189,14
23	23	63775	0,00445	283,78
24	24	48796	0,00519	253,45
25	25	34906	0,00435	151,91
26	26	43578	0,00455	198,24
27	27	38014	0,00512	194,58
28	28	61286	0,00448	274,76
29	29	29875	0,00507	151,60
30	30	55781	0,00466	259,95
31	31	39886	0,00523	208,74
32	32	31552	0,00523	165,14
33	33	51275	0,00477	244,37
34	34	22079	0,00531	117,28
35	35	62314	0,00448	279,47
36	36	75327	0,00507	381,59
37	37	55241	0,00507	279,87
38	38	46415	0,00536	248,86
39	39	74160	0,00436	323,42
40	40	59255	0,00520	307,95
41	41	39567	0,00590	233,60
42	42	49686	0,00509	252,95
43	43	21306	0,00581	123,87
44	44	33745	0,00469	158,19
45	45	26930	0,00546	146,96
46	46	31552	0,00466	147,00
47	47	32416	0,00504	163,45
48	48	62100	0,00452	280,96
49	49	74845	0,00531	397,72
50	50	65759	0,00504	331,68
51	51	68219	0,00506	345,01
52	52	48873	0,00510	249,19

Додаток Н

Таблиця Н.1. Визначення витрат складу на зберігання фактичного обсягу товару

	1	2	3	4	5
	Період	Сума опл. за зберігання	Надійшло	Ст-ть достав., С	Сумарні витрати складу, R
1	1	291,95	193700	0,3904	5061,29816
2	2	283,25	176000	0,2938	3465,64632
3	3	425,14	189045	0,2691	3419,69553
4	4	333,53	123908	0,2632	2196,21263
5	5	222,32	126590	0,2913	2472,86128
6	6	209,90	154780	0,2845	2949,80404
7	7	258,26	167809	0,2845	3199,97429
8	8	153,99	154785	0,3359	3476,32412
9	9	154,69	176890	0,3183	3763,59717
10	10	119,57	143200	0,2645	2532,87356
11	11	159,16	164367	0,2863	3147,29096
12	12	167,05	167850	0,3065	3441,07518
13	13	180,59	143280	0,2324	2231,57691
14	14	341,68	188975	0,2995	3796,27738
15	15	467,02	187540	0,2681	3383,66761
16	16	336,47	123468	0,2994	2486,50827
17	17	376,61	187545	0,3449	4336,82386
18	18	130,69	134678	0,3291	2963,62978
19	19	306,45	187549	0,2212	2786,56152
20	20	305,26	134679	0,2812	2544,9208
21	21	232,06	146890	0,3071	3022,42473
22	22	189,14	165467	0,3210	3554,10428
23	23	283,78	187656	0,2966	3730,09472
24	24	253,45	175468	0,3463	4067,48485
25	25	151,91	145678	0,2901	2827,76913
26	26	198,24	175469	0,3033	3560,81612
27	27	194,58	182124	0,3413	4156,30435
28	28	274,76	187656	0,2989	3757,42551
29	29	151,60	154657	0,3383	3498,19399
30	30	259,95	196780	0,3107	4093,0374
31	31	208,74	176000	0,3489	4107,67623
32	32	165,14	183576	0,3489	4281,32089
33	33	244,37	194470	0,3177	4135,44865
34	34	117,28	165578	0,3541	3916,94492
35	35	279,47	204678	0,2990	4098,37223
36	36	381,59	185747	0,3377	4207,49388
37	37	279,87	185764	0,3378	4201,47764
38	38	248,86	196595	0,3574	4701,39011
39	39	323,42	159905	0,2907	3120,90756
40	40	307,95	190559	0,3465	4422,07346
41	41	233,60	216478	0,3936	5695,90367
42	42	252,95	186670	0,3394	4240,5833
43	43	123,87	213167	0,3876	5516,15708
44	44	158,19	171884	0,3125	3591,65004
45	45	146,96	200093	0,3638	4862,79227
46	46	147,00	170834	0,3106	3547,2858
47	47	163,45	184883	0,3362	4154,1359
48	48	280,96	165894	0,3016	3354,58782
49	49	397,72	194844	0,3543	4628,23404
50	50	331,68	184944	0,3363	4168,08595
51	51	345,01	185440	0,3372	4191,24261
52	52	249,19	186950	0,3399	4253,01268

Додаток П

Таблиця П. 1. Визначення витрат складу
на зберігання теоретичного обсягу товару

	1	2	3	4
	Період	Значення Y теор.	Ст-ть зберігання	Сума опл. за зберігання, Кі
1	1	28810	0,00586	168,73
2	2	43243	0,00441	190,54
3	3	84288	0,00404	340,22
4	4	63449	0,00395	250,47
5	5	29846	0,00437	130,39
6	6	28143	0,00427	120,11
7	7	39478	0,00427	168,47
8	8	9523	0,00504	47,98
9	9	11363	0,00477	54,25
10	10	9099	0,00397	36,10
11	11	16028	0,00429	68,82
12	12	15293	0,00460	70,31
13	13	30773	0,00349	107,26
14	14	55010	0,00449	247,15
15	15	95070	0,00402	382,39
16	16	53891	0,00449	241,99
17	17	51766	0,00517	267,78
18	18	5434	0,00494	26,83
19	19	71305	0,00332	236,62
20	20	51337	0,00422	216,52
21	21	29343	0,00461	135,15
22	22	18235	0,00482	87,81
23	23	42735	0,00445	190,16
24	24	27756	0,00519	144,16
25	25	13866	0,00435	60,34
26	26	22538	0,00455	102,53
27	27	16974	0,00512	86,89
28	28	40246	0,00448	180,43
29	29	8835	0,00507	44,83
30	30	34741	0,00466	161,90
31	31	18846	0,00523	98,63
32	32	10512	0,00523	55,02
33	33	30235	0,00477	144,09
34	34	1039	0,00531	5,52
35	35	41274	0,00448	185,11
36	36	54287	0,00507	275,01
37	37	34201	0,00507	173,27
38	38	25375	0,00536	136,05
39	39	53120	0,00436	231,66
40	40	38215	0,00520	198,61
41	41	18527	0,00590	109,38
42	42	28646	0,00509	145,84
43	43	266	0,00581	1,55
44	44	12705	0,00469	59,56
45	45	5890	0,00546	32,14
46	46	10512	0,00466	48,98
47	47	11376	0,00504	57,36
48	48	41060	0,00452	185,77
49	49	53805	0,00531	285,92
50	50	44719	0,00504	225,56
51	51	47179	0,00506	238,61
52	52	27833	0,00510	141,91

ЛІТЕРАТУРА

1. **Аверкин А. Н.** Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/А. Н. Аверкин, Н. З. Батыршин, А. Ф. Блишун. — М.: Наука, 1986. — 312 с.
2. **Ансофф И.** Новая корпоративная стратегия/И. Ансофф. — СПб.: Питер, 1999. — 462 с.
3. **Астахов В. П.** Ценные бумаги. Выпуск, обращение, погашение, бухгалтерский учет, налогообложение, отчетность/В. П. Астахов. — М.: Финансы и статистика, 1996. — 144 с.
4. **Балабанов И. Т.** Риск-менеджмент/И. Т. Балабанов. — М.: Финансы и статистика, 1996. — 458 с.
5. **Бланк И. А.** Основы финансового менеджмента: Т. 1 / И. А. Бланк. — К.: Ника- Центр, 1999. — 592 с.
6. **Верченко П. І.** Ризикологія: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц./П. І. Верченко, Г. І. Великоіваненко, Н. В. Демчук. — К.: КНЕУ, 2006. — 176 с.
7. **Вітлінський В. В.** Аналіз, моделювання та управління економічними ризиками: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц./В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. — К.: КНЕУ, 2000. — 292 с.
8. **Вітлінський В. В.** Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. посіб./В. В. Вітлінський. — К.: КНЕУ, 2002. — 384 с.
9. **Вітлінський В. В.** Ризик у менеджменті. — К.: Борисфен-М, 1996. — 336 с.
10. **Губин Н. М.** Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении в отряси свя-ти: Учеб. для вузов/Н. М. Губин, А. С. Добронравов,

- Б.С. Дорохов. — 3-е изд., доп. и перераб. — М.: Радио и связь, 1993. — 376 с.
11. **Дубров А. М.** Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе: Учеб. пособ./А. М. Дубров, Б. А. Лагоша, Е. Ю. Хрусталева; под ред. Б. А. Лагоши. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 176 с.
 12. **Кірилов В.** Економічний зміст інвестицій в умовах розвитку ринкових відносин/В. Кірилов//Вісник НАДУ. — 2004. — № 10 — С. 242–248.
 13. **Ковалев В. В.** Финансовый анализ. Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности /В. В. Ковалев. — М., 1997. — 511 с.
 14. **Коршунов Ю. М.** Математические основы кибернетики: Учеб. пособ. для вузов/Ю. М. Коршунов — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 496 с.
 15. **Медведєв М. Г.** Ігрові методи моделювання економічних систем: навч. посіб./М. Г. Медведєв, Л. В. Барановська. — К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2001. — 116 с.
 16. **Недосекин А. О.** Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний. — <http://www.nedosek.ru>
 17. **Никешин С. Н.** Внешняя среда экономических систем/С. Н. Никешин. — СПб.: Два-три, 1994. — 466 с.
 18. Организация, планирование, управление деятельностью промышленных предприятий: Учеб. пособ. /С. Е. Каменипера, Ф. М. Русинова. — М.: Высшая школа, 1984. — 335 с.

19. **Сенчагов В. К.** Цінні папери: Підруч./В. К. Сенчагов. — М.: ЮНИТИ, 2000. — 786 с.
20. **Сердюкова И. Д.** Методы анализа финансовых рисков /И. Д. Сердюкова//Бухгалтерский учет. — 1996. — № 6. — С. 22–30.
21. Словарь по кибернетике. Св. 2000 ст./Под ред. В. С. Михалевича. — К.: Гл. ред. УСЭ им. М. П. Ба-жана, 1989. — 546 с.
22. **Соколова О. В.** Риннок цінних паперів/О. В. Соколова. — М.: ЮНИТИ, 2000. — 456 с.
23. **Спіфанов А. О.** Регіональна економіка/А. О. Спіфанов, І. В. Сало. — К., 2000. — Гл. 5. — С. 184–211.
24. **Сухов С. В.** Концепция адаптивного управления предприятием. Создание метасистемы управления. — <http://www.vvsu.ru/coll/4.asp>
25. **Тарасевич Л. С.** Макроэкономика: Учеб./Л. С. Тарасевич, В. М. Гальперин, П. И. Гребенников. — СПб.: Изд-во СПбГУФЭ, 1999. — 656 с.
26. Теория выбора и принятие решений: Учеб. пособ. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 328 с.
27. **Тэмпан Л. Н.** Риски в экономике: Учеб. пособ. для вузов/Л. Н. Тэмпан//Под ред. проф. В. А. Швандара. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. — 380 с.
28. **Федоренко В. Г.** Інвестиційний менеджмент/В. Г. Федоренко. — К., 1999. — С. 81–84.
29. **Федоров В.** Инвестиции и производство/В. Федоров//Экономист. — 2000. — № 10. — С. 17–30.

30. Эртли-Каякоб П. Экономическая кибернетика на практике/П. Эртли-Каякоб//Под ред. К.А. Багриновского. — М.: Экономика, 1983. — 238 с.
31. Ястремський О.І. Основи теорії економічного ризику: Навч. посіб. для студентів екон. спец. вищ. навч. закладів/О.І. Ястремський. — К.: ИНЭКС, 1997. — 170 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Лариса Анатоліївна ОСТАНКОВА
Наталя Юріївна ШЕВЧЕНКО

АНАЛІЗ, МОДЕЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ЕКОНОМІЧНИМИ РИЗИКАМИ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Керівник видавничих проєктів – Сладкевич Б. А.

Оригінал-макет підготовлено
ТОВ «Центр учбової літератури»

Підписано до друку 02.02.2011. Формат 60х84 ^{1/16}
Друк офсетний. Папір офсетний. Гарнітура PetersburgCTT.
Умовн. друк. арк. 14,4. Наклад – 800 прим.

Видавництво «Центр учбової літератури»
вул. Електриків, 23 м. Київ 04176
тел./факс 044-425-01-34
тел.: 044-425-20-63; 425-04-47; 451-65-95
800-501-68-00 (безкоштовно в межах України)
e-mail: office@uabook.com
сайт: www.cul.com.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2458 від 30.03.2006