Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

В. Л. Калюжний

Комп'ютерні методи моделювання процесів виготовлення конструкцій літальних апаратів

Конспект лекцій

Затверджено Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю «Прикладна механіка»

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського

2022

УДК 621.7, 621,983

Затверджено Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(Протокол № 6 від 24 червня 2022 р.)

Рецензент: *В. А. Ковальов* – д-р. техн. наук, проф.
Національний технічний Університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Відповідальний редактор: *В. М. Горностай* – канд. техн. наук, доц.
Національний технічний Університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Калюжний В. Л.
Комп'ютерні методи моделювання процесів виготовлення конструкцій літальних апаратів: Конспект лекцій / В. Л. Калюжний,. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 176 с. - Бібліогр.: с. 174-175.

Наведено задачі моделювання процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів та аналіз комп’ютерних методів. Викладено теоретичні основи комп’ютерних методів та покрокова послідовність аналізу процесів обробки тиском такими методами. Приведено конкретні приклади моделювання процесів обробки тиском з використанням комп’ютерних методів .

Для студентів, які навчаються за спеціальністю «Прикладна механіка».

УДК 621.7, 621. 983

ЗМІСТ

ОСНОВНІ СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАКИ

ОМТ – обробка металів тиском

ДРР – диференційні рівняння рівноваги

НДРР – наближені диференційні рівняння рівноваги

НУП – наближена умова пластичності

ІМ – інженерний метод

МБР – метод балансу робіт

МБП – метод балансу потужностей

МВО – метод верхньої оцінки

МСЕ – метод скінченних елементів

ε - ступінь деформації

$\sigma_{0,2}$ - умовна межа текучості

σ_s - напруження текучості здеформованого металу

μ - коефіцієнт тертя

V_o - швидкість деформування

ψ - ступінь використання ресурсу пластичності здеформованого металу

$T, {}^oC$ - температура здеформованого металу

ε_x - деформація в напрямку вісі X

ε_y - деформація в напрямку вісі Y

ε_z - деформація в напрямку вісі Z

ε_r - деформація в радіальному напрямку (в напрямку вісі r)

ε_z - деформація в осьовому напрямку (в напрямку вісі z)

ε_θ - деформація в тангенціальному напрямку (в напрямку вісі θ)

ε_i - інтенсивність деформацій

σ_x - напруження в напрямку вісі X

σ_y - напруження в напрямку вісі Y

σ_z - напруження в напрямку вісі Z

σ_n - нормальні напруження

σ_r - радіальні напруження (в напрямку вісі r)

σ_z - осьові напруження (в напрямку вісі z)

σ_θ - напруження в тангенціальному напрямку (в напрямку вісі θ)

σ_i - інтенсивність напружень

σ_{cp} - середнє напруження

ψ - ступінь використання ресурсу пластичності

ВСТУП

На процеси виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів впливають три групи параметрів - конструктивні, технологічні і фізико-механічні параметри.

До конструктивних параметрів відносять геометричну форму деформуючого інструменту. - пуансонів, матриць та виштовхувачів. Форма інструменту суттєво впливає на характер формозміни металу, його напружено-деформований стан, а також на силові режими деформування та величину і розподіл питомих зусиль. Кінцева форма і точність форми та розмірів конструкцій також визначається деформуючим інструментом.

До технологічних параметрів відноситься ступінь деформації, геометрична форма вихідної заготовки, наявність неусталеної течії металу, швидкість деформування, примусове зміщення інструменту, наявність розвантаження металу при пластичному формоутворенні, тип змащення, дія протитиску на вільну від контакту з інструментом поверхню заготовки, температура.

До фізико-механічні параметрів належать дані про властивості металу вихідної заготовки. Це експериментальні діаграми істинних напружень і пластичності матеріалу заготовки. При аналізі багатьох процесів обробки тиском використовують пружно-пластичну модель металу. Для цього потрібні дані про модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона металу вихідної заготовки.

Конструктивні, технологічні та фізико-механічні параметри обумовлюють схему напруженого стану і гідростатичний тиск в осередку деформації в процесах обробки тиском, які є визначальними для зусилля деформування, розподілу питомих зусиль на оснащенні та технологічної пластичності. По зусиллях деформування та роботі деформації вибирається ковальсько-пресове обладнання, а величини питомих зусиль дозволяють призначити матеріал для деформуючого інструменту, розрахувати його на міцність та прогнозувати стійкість. Кінцева геометрія конструкцій літальних апаратів, зміцнення та ступінь використання ресурсу пластичності разом з пружною деформацією металу визначають якість конструкцій літальних апаратів, які отримані обробкою тиском.

Удосконалення існуючих та розробку нових технологічних процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів можна здійснювати двома шляхами.

Перший шлях – проведення експериментальних робіт з визначенням вищевказаних трьох груп параметрів для проектування технологій. Недоліками такого шляху є значні витрати на виготовлення експериментального штампового оснащення, проведення експериментальних робіт для виготовлення дослідних конструкцій, що потребує багато часу. Значні труднощі виникають при встановленні параметрів при виготовленні конструкцій потрібної форми з необхідними властивостями здеформованого металу.

Вказані недоліки усуваються при використанні другого шляху виявлення трьох груп параметрів – теоретичного аналізу. За допомогою створення математичних моделей з використанням комп’ютерних методів і проведення моделювання дозволяє встановлювати конструктивні, технологічні та фізико-механічні параметри за короткий час, достатньо просто провести оптимізацію параметрів та практично виключити проведення виробничих випробувань розроблених технологічних процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів.

Матеріали, що викладені в даному посібнику, призначені для студентів, які навчаються по спеціальності 131 – прикладна механіка. Вони також можуть бути корисними для фахівців в області обробки металів тиском.

РОЗДІЛ 1. ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИГОТОВЛЕННЯ КОНСТРУКЦІЙ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ОБРОБКОЮ ТИСКОМ ТА КОМП'ЮТЕРНІ МЕТОДИ ДЛЯ ЇХ ВИРІШЕННЯ

1.1. Аналіз параметрів, які впливають на процеси виготовлення обробкою металів тиском конструкцій літальних апаратів

Найбільш важливі параметри, які впливають на процеси виготовлення конструкцій літальних апаратів обробкою металів тиском з різних матеріалів, можна розділити на три групи: конструктивні, технологічні та фізико-механічні. Аналіз параметрів та їх вплив на собівартість отриманих конструкцій показані на рис. 1.1.

1. Конструктивні параметри. До цих параметрів відносять геометричну форму деформуючого інструменту - пуансонів, матриць та виштовхувачів. Форма інструменту разом з тертям при течії металу на контактуючих поверхнях при формоутворенні конструкцій значно впливає на характер формозміни металу, його напружено-деформований стан, а також на силові режими деформування та величину і розподіл питомих зусиль на інструменті. Кінцева форма і точність розмірів конструкцій також визначається деформуючим інструментом та конструкцією штампового оснащення. Причому розміри конструкцій, які визначаються позаконтактною деформацією, до теперішнього часу уточнюються експериментальним шляхом, після чого корегуються розміри вихідних заготовок для виготовлення конструкцій. Потрібно відмітити, що виготовлення деформуючого інструменту для реалізації процесів обробки тиском суттєво впливає на собівартість отриманих конструкцій

2. Технологічні параметри. Такі параметри визначаються особливостями технологічних операцій обробки металів тиском, що використовуються для виготовлення конструкцій. До них відноситься ступінь деформації, який є одним із основних параметрів, що визначають кількість переходів пластичного формоутворення конструкцій, силові режими деформування по переходах та питомі зусилля на деформуючому інструменті.

Геометрична форма вихідних заготовок для виготовлення конструкцій,

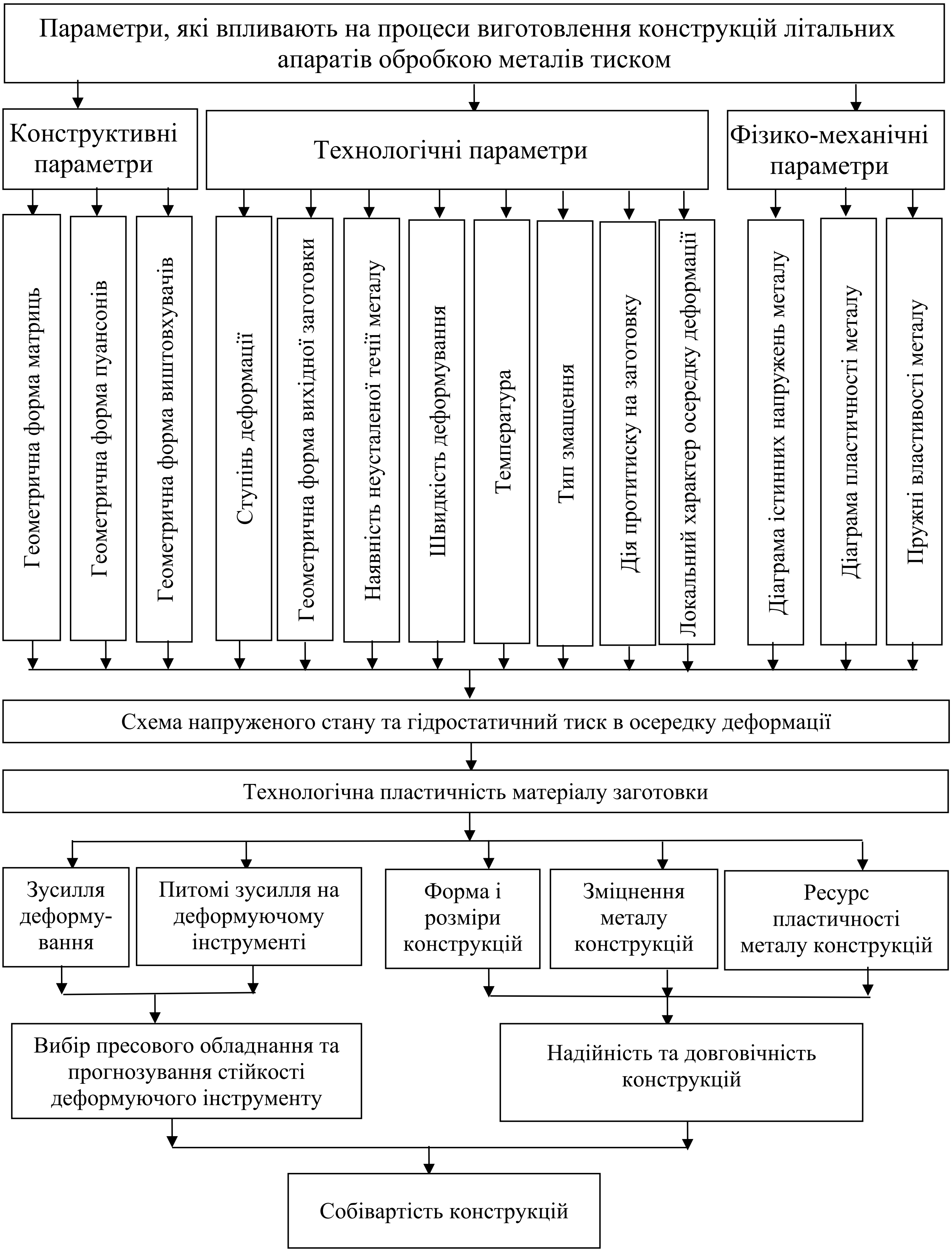


Рис. 1.1. Аналіз параметрів, які впливають на виготовлення обробкою металів тиском конструкцій літальних апаратів та їх собівартість

що визначається по робочому кресленню конструкцій також суттєво впливає на кількість переходів і силові режими формоутворення конструкцій. В останній час для зменшення кількості переходів та зусилля виготовлення конструкцій використовуються адаптовані форми вихідних заготовок, які найбільше підходять для реалізації того чи іншого процесу обробки тиском. Такі форми отримуються також за допомогою пластичної деформації. На собівартість конструкцій впливає спосіб розділення сортового прокату на штучні заготовки. Використання способу розділення шляхом відокремлення відрізанням зсувом в штампах на пресах дозволяє підвищити продуктивність отримання заготовок та суттєво зменшити втрати металу.

В багатьох процесах обробки металів тиском, зокрема при прокатуванні, пресуванні чи видавлюванні профілів із кольорових і чорних металів і сплавів, має місце неусталена течія металу (неусталені стадії процесів), на якій утворюється осередок деформації, що залишається незмінним на протязі виготовлення конструкції. Для отримання точних форм та розмірів конструкцій і прогнозування механічних властивостей здеформованого металу потрібно враховувати наявність неусталеної течії при моделюванні процесів виготовлення конструкцій з використанням комп'ютерних методів на стадії проектування технологічних процесів.

Швидкість деформування, або швидкість переміщення деформуючого інструменту в процесах обробки металів тиском, впливає на зусилля формоутворення і пластичність металу, що деформується. Зусилля деформування дещо зменшується при використанні механічного пресового обладнання замість гідравлічного. Зі збільшенням швидкості деформування зростає температура здеформованого металу. Використання високошвидкісних процесів обробки тиском, зокрема електрогідравлічного штампування, штампування вибухом приводить до суттєвого підвищення пластичності металу, що деформується, значного скорочення переходів пластичного формоутворення. В багатьох випадках конструкцію можна отримати за один перехід.

Для виготовлення конструкцій літальних апаратів широко застосовуються процеси обробки тиском, які виконуються в умовах гарячої і напівгарячої деформації. В першому випадку температура формоутворення конструкцій забезпечує проходження процесу рекристалізації у здеформованому металі по всьому об’єму конструкції, а в другому – наявність в конструкції рекристалізованої і нерекристалізованої структури металу. В умовах гарячої деформації виконується прокатування і пресування профілів із кольорових та чорних металів, проводяться кування на молотах, штампування в ковальських вальцях та об’ємне штампування на пресах конструкцій із високоміцних металів і сплавів. Використання напівгарячої деформації приводить до збільшення зусилля формоутворення, але забезпечує зменшення витрат металу та підвищення точності отриманих конструкцій.

Для виготовлення з високою продуктивністю і мінімальних витратах металу високоточних конструкцій із пластичних кольорових та чорних металів і сплавів широко застосовуються процеси холодного об’ємного і листового штампування, які дозволяють отримувати не тільки конструкції потрібної форми, а також конструкції підвищеної надійності і довговічності.

Практично всі процеси обробки тиском потребують використання змащення. Правильний вибір змащення приводить до зменшення зусилля і кількості переходів виготовлення конструкцій, а також до підвищення стійкості деформуючого інструменту та зниження собівартості конструкцій.

При виготовленні конструкцій із малопластичних сталей і сплавів холодним об’ємним штампуванням використовується прикладання протитиску на вільну від контакту з деформуючим інструментом поверхню заготовки. Протитиск створюється за допомогою рідини, тарілчастих пружин і гуми або поліуретану. Дія протитиску додатково збільшує величину стискаючих напружень в осередку деформації і приводить до зростання пластичності металу, що деформується. Це дозволяє отримувати високоточні конструкції підвищеної надійності і довговічності із інструментальних, штампових сталей та малопластичних кольорових металів. Величина протитиску в існуючих процесах штампування може бути постійною (пряме видавлювання з протитиском профілів, холодне видавлювання порожнин з протитиском). Протитиск може бути диференційованим, коли його величина при холодному формоутворенні зростає зі зменшенням пластичності здеформованого металу. Прикладання протитиску приводить до збільшення зусилля деформування.

Велика кількість конструкцій літальних апаратів виготовляється процесами обробки тиском в умовах холодної, напівгарячої та гарячої деформації, які виконуються на спеціалізованому обладнанні. Це накатка профілів різноманітної конфігурації; ротаційне витягування, обтиск і роздача; ротаційне видавлювання; штампування обкочуванням. В таких процесах заготовка і деформуючий інструмент крутяться при формоутворенні конструкції або заготовка нерухома, а інструмент крутиться. Спільним для процесів є те, що навантаження від деформуючого інструменту прикладається на частину поверхні заготовки. Це приводить до виникнення в заготовці локального осередку деформації. Формоутворення з локальним осередком деформації приводить до суттєвого зниження зусилля деформування, значного підвищення пластичності матеріалу, що деформується, а також до збільшення розмірів отриманих конструкцій.

3. Фізико-механічні параметри. До вказаних параметрів належать дані про властивості металу вихідних заготовок для виготовлення конструкцій літальних апаратів. Це експериментальна діаграма істинних напружень, яка представляє собою залежність напруження текучості від ступеня деформації. В основному використовують експериментальні діаграми, які побудовані випробуванням стандартних зразків на стискання або розтягування. Такі діаграми необхідні при комп'ютерному моделюванні процесів виготовлення конструкцій літальних апаратів в умах гарячої, напівгарячої та холодної деформації. По діаграмі істинних напружень для конструкцій, які виготовлені в умовах холодної та напівгарячої деформації, по встановленій величині ступеню деформації можна прогнозувати межу текучості здеформованого металу.

Наступний параметр - експериментальна діаграма пластичності (або діаграма руйнування) металу. Вона представляє собою залежність накопиченої інтенсивності деформацій зсуву від показника жорсткості схеми напруженого стану. Така діаграма потрібна для встановлення розрахунковим шляхом по розподілах напружень і деформацій ступінь використання ресурсу пластичності здеформованого металу та виявляти можливість руйнування металу при формоутворенні конструкцій.

В теперішній час при моделюванні процесів пластичного формоутворення конструкцій з використанням пружно-пластичної моделі металу є можливість визначати кінцеві форму і розміри конструкцій з урахуванням пружної деформації. Для цього потрібні дані матеріалу про модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона.

Конструктивні, технологічні та фізико-механічні параметри обумовлюють схему напруженого стану і гідростатичний тиск в осередку деформації при виготовленні конструкцій літальних апаратів обробкою металів тиском. Схема і тиск є визначальними для технологічної пластичності металу, що представляє собою пластичність металу при виконанні тієї чи іншої операції обробки тиском. Тому при використанні комп'ютерних методів для моделювання процесів виготовлення конструкцій обробкою металів тиском необхідно розв'язувати дві задачі. Перша стосується виготовлення конструкцій необхідної форми - це підбір із вище перерахованих параметрів таких, які забезпечать досягнення максимальної технологічної пластичності. При цьому повинна бути найменша кількість переходів отримання конструкцій, а саме формоутворення виконуватися з мінімальними силовими режимами і максимальною стійкістю деформуючого інструменту. Такий підхід забезпечить найменшу собівартість конструкцій.

Друга задача має місце при виготовленні конструкцій із потрібними механічними властивостями здеформованого матеріалу для забезпечення надійності і довговічності при експлуатації. Вирішення такої задачі полягає в підборі таких параметрів, які забезпечать виготовлення конструкції при раціональних з економічної точки зору кількості переходів формоутворення, силових режимах та стійкості деформуючого інструменту.

По зусиллях деформування та роботі деформації вибирається ковальсько-пресове і інше обладнання для отримання конструкцій обробкою тиском, а величини питомих зусиль дозволяють призначити матеріал для деформуючого інструменту, розрахувати його на міцність та прогнозувати стійкість.

Кінцеві форма і розміри конструкцій, зміцнення та ступінь використання ресурсу пластичності здеформованого матеріалу визначають якість конструкцій, які отримані обробкою тиском.

Врахувати вплив всіх конструктивних, технологічних і фізико-механічних параметрів при моделюванні формоутворення конструкцій літальних апаратів аналітичними методами практично неможливо. Тому при створенні математичних моделей потрібно виділити такі, що найбільше впливають на процес обробки тиском та провести розрахунковий аналіз з урахуванням їх комплексного впливу. При такому підході розроблена технологія виготовлення конструкції на основі результатів моделювання забезпечить мінімальну собівартість конструкції. Моделі на основі чисельних методів дозволяють врахувати практично всі конструктивні, технологічні і фізико-механічні параметри, але необхідно обґрунтувати вибір комп’ютерної програми для реалізації моделювання і отримання даних для проектування технології.

1.2. Задачі моделювання комп’ютерними методами процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів

Удосконалення існуючих і розробка нових технологій виготовлення конструкцій літальних апаратів обробкою металів тиском може виконуватися експериментальним і теоретичним шляхом. Проведення експериментальних робіт пов’язане з суттєвими матеріальними і трудовими витратами та потребує багато часу. Тому технології розробляють завдяки створенню математичних моделей за допомогою комп’ютерних методів та проведення моделювання.

При розробленні технологій моделюванням необхідно вирішувати наступні задачі. Перша задача – визначення комп’ютерними методами зусилля пластичного формоутворення конструкцій та роботи деформації. В результаті вирішення цієї задачі можна вибрати ковальсько-пресове обладнання, по зусиллю приблизно визначити питомі зусилля на деформуючому інструменті та прогнозувати його стійкість. Зусилля формоутворення $P_д$ є функцією вище наведених конструктивних $П_к$, технологічних $П_т$ та фізико-механічних $П_{фм}$ параметрів:

$$P_д = F(П_к, П_т, П_{фм}) \tag{1.1}$$

Проводиться аналіз впливу параметрів на величину зусилля і вибираються такі, що забезпечують мінімальне значення зусилля.

В теперішній час при виготовленні конструкцій літальних апаратів обробкою тиском деформуванню підлягають важкодеформівні малопластичні метали і сплави. Також сучасне виробництво вимагає розширення марок матеріалів для отримання конструкцій пластичним формоутворенням, а також ускладнення геометричної форми і підвищення точності конструкцій. Це потребує застосування процесів обробки тиском в умовах холодної і напівгарячої деформації, в яких виникають значні питомі зусилля на деформуючому інструменті. Тому виникає друга задача, що полягає в точному визначенні розподілу питомих зусиль на інструменті. Комп'ютерні методи моделювання дозволяють встановлювати нормальні напруження σ_n на контактуючих поверхнях конструкцій з деформуючим інструментом та виявити ї максимальні значення на цих поверхнях. По максимальних значеннях напружень σ_n можна оцінити питомі зусилля p на інструменті, розрахувати його на міцність та прогнозувати стійкість. Питомі зусилля p також являються функцію конструктивних, технологічних та фізико-механічних параметрів:

$$p = f(П_к, П_т, П_{фм}) \tag{1.2}$$

Вирішення такої задачі дозволить призначити параметри, які забезпечать раціональну з економічної точки зору стійкість основних деталей штампового оснащення для виготовлення конструкцій.

Багато конструкцій літальних апаратів виготовляється обробкою тиском за декілька переходів формоутворення. В такому випадку необхідно вирішувати третю задачу по визначенню форми і розмірів вихідної заготовки та напівфабрикатів на переходах. Оптимальною технологією виготовлення конструкції буде така, що забезпечує отримання конструкції за мінімальну кількість переходів. Кількість переходів в значній мірі залежить від форми і розмірів вихідної заготовки та пластичності металу. Для конструкцій із пластичних металів і сплавів, формоутворення яких не потребує проміжних відпалів між переходами, потрібно провести аналіз формозміни металу в процесі отримання конструкції та встановити адаптовану вихідну заготовку, що має найбільш підходящі форму і розміри для пластичного формоутворення конструкції. При цьому для отримання адаптованої заготовки можуть бути використані додаткові операції обробки тиском.

Четверта задача має місце при виготовленні конструкцій літальних апаратів із металів і сплавів зі зниженою пластичністю. При одноперехідному чи багатоперехідному формоутворенні таких конструкцій пластичність може бути вичерпана і виникають дефекти у вигляді тріщин на поверхні і в об’ємі конструкції. Вирішення цієї задачі полягає у визначенні ступеню використання ресурсу пластичності здеформованого металу чи сплаву для встановлення ймовірності тріщиноутворення. Це дозволить призначати необхідність використання відпалу конструкції при одноперехідному виготовленні та проміжних відпалів напівфабрикатів при багатоперехідному виготовленні конструкції.

Процесами обробки тиском в умовах холодної і напівгарячої деформації можна отримувати конструкції літальних апаратів необхідної форми та із потрібними фізико-механічними властивостями здеформованого металу конструкції по всьому об’єму або в окремих його частинах. Властивості здеформованого металу також залежать від параметрів $\Pi_к, \Pi_т$. Визначення параметрів, які забезпечують потрібні властивості здеформованого металу є п’ятою задачею моделювання. При цьому величина зусилля деформування повинна бути раціональною з точки зору стійкості деформуючого інструменту.

1.3. Загальні відомості про комп'ютерні методи моделювання процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів

Комп'ютерні методи моделювання процесів виготовлення конструкцій літальних апаратів обробкою металів тиском можна розділити на дві групи. До першої групи відносяться аналітичні методи моделювання, до другої – чисельні методи моделювання. За допомогою аналітичних методів для кожного процесу виготовлення конструкції отримуються відповідні формули для визначення напружень, деформацій, зусиль і питомих зусиль. Формули містять параметри $П_к$, $П_т$, $П_{фм}$ і дозволяють замінити математичною моделлю реальний процес виготовлення конструкції та виконати моделювання для аналізу впливу таких параметрів на пластичне формоутворення. Чисельні методи дозволяють отримати аналогічні дані про метал, що деформується, але їх можна застосувати для створення моделей практично для всіх процесів виготовлення конструкцій обробкою металів тиском.

До аналітичних методів відносяться метод ліній ковзання (МЛК), метод спільного вирішення диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності (інженерний метод – ІМ), метод балансу робіт (МБР), метод балансу потужностей (МБП), метод верхньої оцінки (МВО), варіаційний метод (ВМ). В теперішній час для моделювання використовуються ІМ, МБР, МБП, МВО і ВМ. Із чисельних методів застосовуються метод скінченних елементів (МСЕ) і метод граничних елементів (МГЕ), але найбільше розповсюдження знайшов МСЕ.

Наведемо загальні відомості про комп'ютерні методи, що використовуються наразі для моделювання:

- інженерний метод. Сутність методу полягає в спільному вирішенні наближених диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності. В результаті аналізу отримують формули для визначення напружень на контактуючих поверхнях, зусилля деформування та розміри осередку деформації. Використання рівнянь зв'язку між напруженнями і деформаціями по виявлених напруженнях можна встановити деформований стан і кінцеву форму і розміри конструкцій. Метод дозволяє вирішувати першу, другу та частково третю задачі моделювання (див. підрозділ 1.2) пластичного формоутворення конструкцій довільної та вісесиметричної форми.

- метод балансу робіт. За допомогою цього методу при аналізі формоутворення конструкції можна отримати вирази для визначення компонент переміщень частинок металу, компонент деформацій та робіт, які витрачаються на подолання опору деформування, подолання сил тертя та сил зсуву. В результаті отримуються формули для визначення зусилля деформування і розмірів осередку деформації. З використанням цього методу вирішуються перша і третя задачі моделювання при формоутворенні вісесиметричних конструкцій, а з обґрунтованими допущеннями – при виготовленні конструкцій довільної форми;
- метод балансу потужностей. Цей метод аналогічний попередньому. Тільки замість опису руху частинок металу в переміщеннях використовується опис руху в швидкостях, а замість деформацій отримуються вирази для швидкостей деформацій, а замість робіт – формули для потужностей;
- метод верхньої оцінки. На відміну від попереднього методу, тут не визначаються потужності на подолання опору деформування. В результаті отримується формула для знаходження зусилля деформування. Метод застосовується для вирішення першої задачі моделювання;
- варіаційний метод. Загальний підхід для аналізу виготовлення конструкцій в цьому методі аналогічний методам балансу робіт і балансу потужностей. Відмінність полягає в тому, що змість опису руху частинок металу як лінійні функції від координат використовуються нелінійні функції. Це дозволяє більш точно відобразити процес пластичного формоутворення конструкції..
- метод скінченних елементів. Сутність методу полягає в тому, що суцільну вихідну заготовку для виготовлення конструкції розподіляють на скінченні елементи, які зв'язані між собою в вузлових точках. Основними невідомими в методі є переміщення вузлів, які знаходяться при розв'язку відповідної системи рівнянь з урахуванням граничних умов. По виявлених

переміщеннях визначаються деформації, а по деформаціях розраховуються напруження та зусилля деформування. Метод з використанням існуючих комерційних програм дозволяє вирішувати всі задачі моделювання;

- метод граничних елементів відрізняється від попереднього тим, що на скінченні елементи розділяється тільки поверхня заготовки. Система рівнянь, що підлягає рішенню для визначення переміщень вузлів, значно менша. Це дозволяє суттєво скоротити час вирішення задачі пластичного формоутворення.

Сучасне виробництво обробкою тиском конструкцій літальних потребує підвищення продуктивності виготовлення, зменшення витрат матеріалів та збільшення надійності і довговічності конструкцій. Тому виникають задачі оптимізації технологічних процесів і конструкцій штампового оснащення. Для вирішення таких задач необхідно провести значний обсяг обчислювальних досліджень використання комп'ютерної техніки. Покажемо це на прикладі виготовлення порожнистої конструкції холодним зворотним видавлюванням. На рис. 1.2 наведена схема видавлювання. Ліворуч від вісі симетрії показано положення

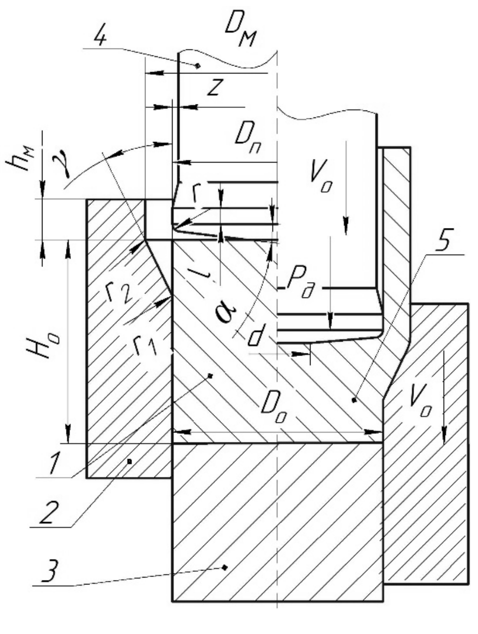


Рис. 1.2. Схема видавлювання: 1 – заготовка, 2 – матриця, 3 – виштовхувач, 4 – пуансон

перед видавлюванням, праворуч – в процесі видавлювання. Вихідна заготовка 1 розміщується в матриці 2 на виштовхувачі 3. Зусилля деформування P_∂ прикладається за допомогою пуансону 4 з плоско-конусним робочим торцем. При опусканні пуансону 4 одночасно із матрицею 2 із швидкістю V_o утворюється порожниста конструкція 5.

На формоутворення цієї конструкції впливають конструктивні параметри $П_к(d, l, r, \alpha, z, r_1, r_2, h_м, \gamma)$ і технологічні параметри $П_m(H_o, D_o, V_o, \mu)$. Тут μ –

коефіцієнт тертя.

Потрібно провести оптимізацію виготовлення конструкції. Критерієм оптимізації є досягнення мінімального значення зусилля P_∂. При такому зусиллі питомі зусилля на деформуючому інструменті будуть мінімальні, а стійкість інструменту - максимальна Комп'ютерним методом створюється математична модель, в якій зусилля формоутворення описується рівнянням типу $P_\partial = f(d, l, r, \alpha, z, r_1, r_2, h_{\text{м}}, \gamma, H_o, D_o, V_o, \mu)$. Якщо змінювати параметри на 2 рівнях, то потрібно зробити 2^{13}=8192 розрахунки зусилля P_∂.

1.4. Моделі матеріалів, які використовуються в комп'ютерних методах моделювання процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів

З використанням комп'ютерних методів можна створювати математичні моделі різної природи, які дозволяють описати реальний процес виготовлення конструкції обробкою тиском. Дослідження моделей дозволяє отримати нові дані про реальний процес. У всіх моделях конструкція розглядається як тверде тіло з наступними допущеннями: у тілі відсутні мікропустоти і дефекти кристалічної решітки; тіло має однакові механічні і хімічні властивості у всіх напрямках (ізотропне тіло); гідростатичний тиск, який виникає при пластичному формоутворенні, не впливає на напруження текучості.

Поведінку твердого тіла під дією навантаження можна описати графіками в координатній системі «напруження σ - деформація ε». В залежності від вигляду графіка можуть бути визначені наступні моделі (рис. 1.3) [1].

Ідеально жорстким тілом вважається таке, в якому відсутня деформація при любому рівню напружень (рис. 1.3а). Така модель представляється прямою лінією, що співпадає з віссю ординат, і використовується для деформуючого інструменту при моделюванні процесів обробки тиском всіма комп'ютерними методами. Також ідеально жорстким тілом вважаються окремі частини об'ємів,

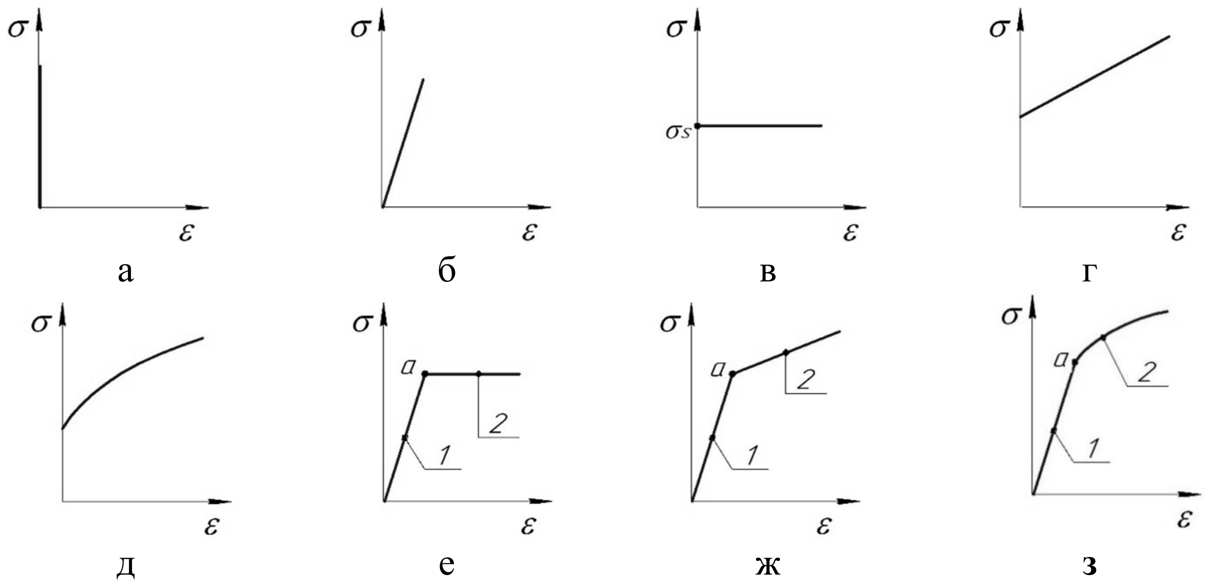


Рис. 1.3. Математичні моделі твердого тіла

на які розділяється вихідна або здеформована заготовка при виконанні аналізу аналітичними методами.

На рис. 1.3б показана математична модель ідеального пружного твердого тіла. Вона описується по Гуку лінійною залежністю $\sigma = E\varepsilon$ (E – модуль Юнга) і використовується для розрахунків пружно-напруженого стану деформуючого інструменту і інших деталей штампового оснащення.

Модель ідеального жорстко-пластичного твердого тіла представлена на рис. 1.3в. Тіло не деформується до тієї пори, поки інтенсивність напружень, яка виникає в ньому під дією поверхневих або об’ємних навантажень, не досягне певної величини напруження текучості σ_s згідно умови пластичності. Така модель описується залежністю $\sigma = \sigma_s$ і використовується аналітичними комп’ютерними методами для аналізу холодного та гарячого пластичного формоутворення конструкцій із матеріалів, що не зміцнюються.

На рис. 1.3г представлена математична модель жорсткопластичного твердого тіла з лінійним зміцненням при пластичному деформуванні, а на рис. 1.3д – з нелінійним зміцненням. Спільним для двох моделей є те, що спочатку тіло вважається жорстким до досягнення інтенсивністю напружень певної величини напруження текучості σ_s, а потім воно деформується пластично при постійному збільшенні напружень σ по лінійній або нелінійній залежності.

Моделі описуються рівнянням $\sigma = \sigma_s + F(\varepsilon)\varepsilon$ [2]. При $F(\varepsilon) = const$ – тіло з лінійним зміцненням, при $F(\varepsilon) \neq const$ – з нелінійним зміцненням. Жорсткопластичні моделі застосовуються при аналізі холодного і напівгарячого пластичного формоутворення конструкцій літальних апаратів з використанням аналітичних і чисельних методів комп'ютерного моделювання.

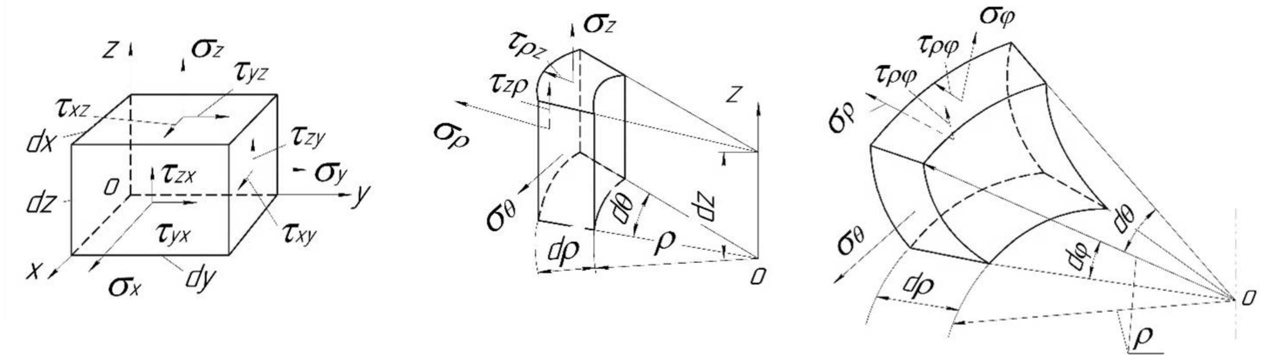
Розвиток технологій виготовлення конструкцій літальних апаратів холодним об'ємним штампуванням потребує підвищення точності форми і розмірів отриманих конструкцій. В зв'язку з цим виникла необхідність в математичних моделях пружнопластичного тіла, які дозволяють визначати напруження і деформації по всьому об'єму, що деформується, та встановити пружну деформацію конструкції після пластичного формоутворення. На рис. 1.3е-1.3з представлені можливі моделі пружнопластичних тіл. Модель ідеального пружнопластичного тіла зображена на рис. 1.3е. Діаграма має дві прямі лінії. На першій лінії до точки a тіло веде себе як пружне, а на другій – тіло деформується пластично при постійному значенні напруження σ (без зміцнення). На рис. 1.3ж показана модель пружнопластичного тіла, що деформується зі зміцненням по лінійному закону, а на рис. 1.3з – по нелінійному закону.

РОЗДІЛ 2. МЕТОД ВИРІШЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ РІВНОВАГИ СПІЛЬНО З УМОВОЮ ПЛАСТИЧНОСТІ

В процесах виготовлення конструкцій літальних апаратів обробкою тиском деформуванню підлягають заготовки довільної форми або круглі вісесиметричні заготовки. При моделюванні комп'ютерними методами формоутворення конструкцій довільної форми використовуються прямокутні координати (x, y, z), а при моделюванні формоутворення вісесиметричних конструкцій застосовуються циліндричні (ρ, z, θ) і сферичні (ρ, θ, φ) координати. Для спрощення рішення аналітичними методами задача, що розглядається, з певним обґрунтуванням із об'ємного напруженого стану приводиться до випадків плоского напруженого або плоского деформованого стану.

2.1. Теоретичні основи методу спільного рішення точних диференційних рівнянь рівноваги спільно з умовою пластичності

Сутність методу полягає в спільному вирішенні диференційних рівнянь рівноваги із рівнянням умови пластичності. В залежності від задачі, шо моделюється, рівняння записують для об'ємного, вісесиметричного або плоского станів в прямокутних, циліндричних або сферичних координатах. На рис. 2.1 приведені елементарні об'єми з діючими напруженнями в різних координатах. Елементарний об'єм в прямокутних координатах показаний на рис. 2.1а. На його поверхнях діють три нормальних напруження σ і шість дотичних напружень τ. При наявності тертя дотичні напруження τ_K на контактуючих поверхнях приймають по Зібелю $\tau_K = \mu\sigma_S$ або по Кулону $\tau_K = \mu\sigma_n$. Тут μ- коефіцієнт тертя, σ_S - напруження текучості, σ_n - нормальне напруження на контактуючій поверхні, n- узагальнена координата, яка може бути x, y, z; ρ, z, θ; ρ, θ, φ. Довільні функції при інтегруванні диференційних рівнянь визначають із граничних умов. Для подолання статичної невизначеності (кількість невідомих величин більше кількості рівнянь) додатково записують рівняння зв'язку між напруженнями та деформаціями та рівняння спільності (нерозривності деформацій). В результаті вирішення отримують аналітичні залежності для визначення напружень по всьому об'єму, що деформується, а також на контактуючих поверхнях для знаходження виразу зусилля деформування.



а б в

Рис. 2.1. Елементарні об'єми з діючими напруженнями на поверхнях : а – в прямокутних координатах, б – в циліндричних координатах, в – в сферичних координатах

Розглянемо можливості вирішення диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності для різних задач моделювання. Для об'ємного напруженого стану в прямокутних координатах маємо три диференційних рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0; \\ &\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{aligned} \qquad (2.1)$$

Умова пластичності Губера –Мізеса у вказаних координатах має вигляд:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} = \sigma_s \qquad (2.2)$$

У ці чотири рівняння входять шість невідомих величин – три нормальні напруження і три дотичні напруження ($\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{xz} = \tau_{zx}$). Задача два рази статично невизначена. Додатково записують рівняння зв'язку між напруженнями та деформаціями, які для жорстко пластичного твердого тіла отримані із передпосилки, що прирощення компонент лінійних $d\varepsilon$ і кутових (зсувних) $d\gamma$ пластичних деформацій пропорційні компонентам тензора девіатора напружень [3]:

$$\frac{d\varepsilon_x}{\sigma_x - \sigma_{cp}} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma_y - \sigma_{cp}} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma_z - \sigma_{cp}} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} = d\lambda, \tag{2.3}$$

де $d\lambda$ - коефіцієнт пропорційності

Тоді з (2.3) отримуємо відомі рівняння Леві-Мізеса:

$$d\varepsilon_x = d\lambda(\sigma_x - \sigma_{cp}) = d\lambda\left[\sigma_x - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3\right] = \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)\right] \tag{2.4}$$

$$d\varepsilon_y = d\lambda(\sigma_x - \sigma_{cp}) = \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)\right] \tag{2.5}$$

$$d\varepsilon_z = d\lambda(\sigma_z - \sigma_{cp}) = \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right] \tag{2.6}$$

$$d\gamma_{xy} = d\lambda\tau_{xy}\ ;\ d\gamma_{yz} = d\lambda\tau_{yz}\ ;\ d\gamma_{zx} = d\lambda\tau_{zx} \tag{2.7}$$

Для пружнопластичної моделі прирощення повної деформації $d\varepsilon$ складається із прирощення пружної деформації $d\varepsilon^e$ і прирощення пластичної деформації $d\varepsilon^p$ - $d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$. Прирощення компонент пружної деформації через прирощення напружень визначаються по закону Гука:

$$d\varepsilon_x^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_x - \nu(d\sigma_y + d\sigma_z)\right] \tag{2.8}$$

$$d\varepsilon_y^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_y - \nu(d\sigma_x + d\sigma_z)\right] \tag{2.9}$$

$$d\varepsilon_z^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_z - \nu(d\sigma_x + d\sigma_y)\right] \tag{2.10}$$

$$d\gamma_{xy}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{xy}\ ;\ d\gamma_{yz}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{yz}\ ;\ d\gamma_{zx}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{zx}\ , \tag{2.11}$$

де: ν - коефіцієнт Пуассона, E - модуль Юнга, $G = E/2(1+\nu)$ - модуль зсуву.

Тоді, з урахуванням рівнянь (2.8)-(2.11) і (2.3)- (2.7) рівняння зв’язку між компонентами повної деформації і напруженнями для пружнопластичної моделі мають вигляд (рівняння Прандтля-Рейсса):

$$d\varepsilon_x^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_x - \frac{1}{2}(d\sigma_y + d\sigma_z)\right] + \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)\right] \tag{2.12}$$

$$d\varepsilon_y^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_y - \frac{1}{2}(d\sigma_x + d\sigma_z)\right] + \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)\right] \tag{2.13}$$

$$d\varepsilon_z^e = \frac{1}{E}\left[d\sigma_z - \frac{1}{2}(d\sigma_x + d\sigma_y)\right] + \frac{2}{3}d\lambda\left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)\right] \tag{2.14}$$

$$d\gamma_{xy}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{xy}\ ;\ d\gamma_{yz}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{yz}\ ;\ d\gamma_{zx}^e = \frac{1}{2G}d\tau_{zx} \tag{2.15}$$

Записавши рівняння зв’язку між деформаціями і напруженнями, ще добавилося невідомих шість компонент деформацій і коефіцієнт пропорційності або модуль пластичності $d\lambda$. Добавляємо ще три рівняння спільності деформацій:

$$\frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xy}}{\partial y\partial x} \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2\gamma_{xyz}}{\partial z\partial y} \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial^2\varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2\gamma_{zx}}{\partial x\partial z} \tag{2.18}$$

Таким чином, для цієї задачі в підсумку маємо 13 рівнянь з 13 невідомими величинами.

Для вісесиметричної задачі в циліндричних координатах (ρ, z, θ) мають місце два диференційних рівняння рівноваги:

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} + \frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial z} = 0 \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial\tau_{z\rho}}{\partial\rho} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0 \tag{2.20}$$

Умова пластичності Губера-Мізеса виглядає так:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sigma_\rho - \sigma_\theta\right)^2 + \left(\sigma_\theta - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_\rho\right)^2 + 6\tau_{\rho z}^2} = \sigma_S \tag{2.21}$$

В рівняння (2.19)-(2.21) входять чотири невідомі величини компонент напружень. Добавляємо ще чотири рівняння зв'язку між деформаціями і напруженнями та вираз для умови спільності деформацій:

$$d\varepsilon_\rho = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_\rho - \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_z) \right] \tag{2.22}$$

$$d\varepsilon_\theta = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_\theta - \frac{1}{2}(\sigma_\rho + \sigma_z) \right] \tag{2.23}$$

$$d\varepsilon_z = \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_\rho + \sigma_\theta) \right] \tag{2.24}$$

$$d\gamma_{\rho z} = d\lambda \tau_{\rho z} \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_\rho}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial \rho^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{\rho z}}{\partial z \partial \rho} \tag{2.26}$$

В результаті отримуємо 8 рівнянь з 8 невідомими. Для процесів обробки тиском з відсутніми дотичними напруженнями або при допущенні, що ці напруження залежать тільки від однієї з двох координат, які входять в рівняння рівноваги, можна отримати точні замкнуті рішення на відміну від попередньої задачі [4].

При моделюванні деяких вісесиметричних задач обробки тиском використовуються сферичні координати (ρ, θ, φ). Рівняння рівноваги та умова пластичності для такого випадку мають вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{\rho\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho}\left[2\sigma_\rho - \left(\sigma_\varphi + \sigma_\theta\right) + \tau_{\rho\varphi} ctg\varphi \right] = 0 \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho}\left[3\tau_{\rho\varphi} + \left(\sigma_\varphi - \sigma_\theta\right) ctg\varphi \right] = 0$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\sigma_\rho - \sigma_\theta\right)^2 + \left(\sigma_\theta - \sigma_\varphi\right)^2 + \left(\sigma_\varphi - \sigma_\rho\right)^2 + 6\tau_{\rho\varphi}^2} = \sigma_S \tag{2.28}$$

Для аналізу задач, які відносяться до плосконапруженого (ПНС) і плоского деформованого стану (ПДС) (наприклад, в напрямку вісі y) маємо наступні умови. Для ПНС: $\sigma_y = 0$; $\tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$=0; $\varepsilon_y \neq 0$; $\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = 0$; $\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 0$.

Для ПДС: $\sigma_y = (\sigma_x + \sigma_{\sigma_y})/2$; $\tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$; $\tau_{yz} = \tau_{zy}$=0; $\varepsilon_y = 0$; $\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = 0; \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = 0)$.

Тоді із (2.1) маємо місце два диференційні рівняння рівноваги:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0; \tag{2.29}$$

А умова пластичності для ПНС із (2.2):

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3\tau_{xz}^2 = \sigma_s^2 \tag{2.30}$$

Відповідно для ПДС:

$$\left(\sigma_x - \sigma_z\right)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \frac{4}{3}\sigma_s^2 \tag{2.31}$$

Таким чином, для плоских задач маємо по три рівняння, в які входять по три невідомі величини. Задачі статично визначені, але точні рішення у вигляді аналітичних залежностей можна отримати для випадків відсутності дотичних напружень на контактуючих поверхнях або коли ці напруження залежать від тільки від однієї із координат, що мають місце в рівняннях рівноваги [3].

При точному інтегруванні диференційних рівнянь рівноваги спільно з умовою пластичності виникають значні математичні труднощі. Тому існують тільки окремі рішення для деформування товстостінних труб під дією внутрішнього і зовнішнього тиску, осаджуванню таких труб.

Для рішення практичних задач отримання конструкцій обробкою металів тиском в такому вигляді наведений метод до теперішнього часу на використовується. На основі цього методу був розроблений метод спільного рішення наближених диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності.

2.2. Теоретичні основи методу спільного рішення наближених диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності

Для подолання непоборних математичних ускладнення при спільному рішенні точних диференційних рівнянь рівноваги і умови пластичності привели до розробки методу аналізу практичних задач обробки металів тиском і розрахунків питомих зусиль і зусиль деформування по наближеним диференційним рівнянням рівноваги (НДРР) із наближеною умовою пластичності (НУП). Обґрунтування можливості використання таких рівнянь провів Є.П. Унксов [1,5], а подальший розвиток метод отримав в роботі М.В. Сторожева і Є.О. Попова [4].

Сутність методу згідно джерела [4] полягає в наступному:

1. Процес обробки металів тиском з обґрунтуванням приводять до вісесиметричної або плоскої задачі. Якщо форма заготовки, що деформується, складна, то її розподіляють на ряд об’ємів, на які можливо накласти умови вісесиметричної або плоскої задачі.

2. Розподіл нормальних напружень σ_n (тут *n* – узагальнена координата. яка може бути *x*, *y*, *z* ; *ρ* , *z*, *Θ* ; *ρ* , *φ*, *Θ*) визначають тільки на контактуючій поверхні заготовки з деформуючим інструментом, що достатньо для знаходження зусилля деформування шляхом інтегрування виразу для σ_n по площі контактуючої поверхні F :

$$P_\partial = \iint_F \sigma_n dF \tag{2.32}$$

В декартових координатах, в залежності від того, якій координаті перпендикулярна поверхня з деформуючим інструментом, маємо:

$$P_\partial = \iint_F \sigma_x dydz \ , \qquad P_\partial = \iint_F \sigma_y dxdz \, , \qquad P_\partial = \iint_F \sigma_z dydx \tag{2.33}$$

В циліндричних координатах, якщо контактуюча поверхня з інструментом перпендикулярна вісі z або вісі ρ зусилля визначають по виразах::

$$P_\partial = \iint_F \sigma_z \rho d\theta dz \ \ ; \ P_\partial = \iint_F \sigma_\rho R d\theta dz \tag{2.34}$$

У формулі (2.34) R - розмір заготовки в напрямку вісі ρ.

3. Диференційні рівняння рівноваги, які взяті в координатах, що відповідають умові задачі спрощують. Для цього приймають, що нормальні напруження залежать тільки від однієї координати. Тоді ці рівняння будуть мати повні похідні взамін часткових. Наприклад, для циліндричної системи координат НДРР мають вигляд:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho}+\frac{\sigma_\rho-\sigma_\theta}{\rho}+\frac{d\tau_{\rho z}}{dz}=0\,;\quad \frac{d\sigma_z}{dz}+\frac{d\tau_{z\rho}}{d\rho}+\frac{\tau_{z\rho}}{\rho}=0 \qquad (2.35)$$

Для плоских задач такі рівняння мають вигляди:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}=0\,;$$

$$\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}=0\,; \qquad (2.36)$$

При інтегруванні НДРР виникає довільна постійна, яку знаходять із статичних граничних умов.

4. Розподіли дотичних напружень на біля контактуючих поверхнях або на поверхнях між об’ємами беруть як лінійну функцію від координат. На самих контактуючих поверхнях $\tau_к$ на приймають по Зібелю $\tau_к=\mu\sigma_s$ або по Кулону $\tau_к=\mu\sigma_n$. На поверхнях зсуву між об’ємами всередині заготовки дотичні напруження беруть у вигляді $\tau_з=\sigma_s/2$. Дотичні напруження $\tau_к$ або $\tau_з$ на вісі симетрії та границі осередку деформації, який виділений у заготовці, завжди дорівнюють нулю. При виборі розподілу дотичних напружень потрібно враховувати і знак. Покажемо це на прикладі зворотного видавлювання круглого стержня. На рис. 2.2 зображена схема видавлювання. Ліворуч від вісі симетрії наведене вихідне положення, праворуч - в процесі видавлювання з позначеннями для аналізу методом, що розглядається. Вихідна заготовка 1 висотою H і радіусом R встановлена в матриці 2 на виштовхувачі 3. Деформування зусиллям $P_д$ здійснюється пуансоном 4. У здеформованій заготовці виділяємо осередок деформації довільною висотою h, який розділяємо на два об’єми. Перший об’єм

знаходиться між віссю симетрії і закінчується на радіусі r. Другий об'єм розташований під пуансоном. Застосовуємо циліндричні координати і починаємо аналіз з першого об'єму. Біля поверхні між об'ємами діють дотичні напруження $\tau_{\rho z1}$, а на самій поверхні - $\tau_з = \sigma_S / 2$. Із граничних умов (при $z = 0$ - $\tau_{\rho z1} = 0$, при $z = h$ - $\tau_{\rho z1} = \tau_з$) отримуємо наступну формулу:

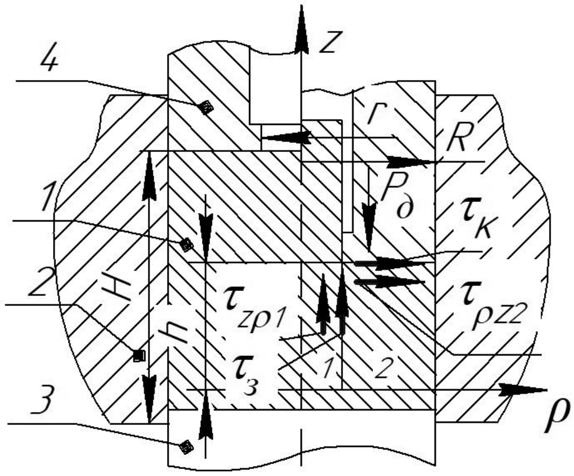


Рис. 2.2. Сема зворотного видавлювання круглого стержня

$$\tau_{\rho z1} = \frac{\sigma_S z}{2h} \tag{2.37}$$

В (2.37) напруження $\tau_{\rho z1}$ мають знак «+», тому що діють в позитивному напрямку вісі z, а нормальне стискаюче напруження $\sigma_{\rho 1}$, що виникає на поверхні між об'ємами діє в від'ємному напрямку вісі ρ.

Для другого об'єму розподіл дотичних напружень приймаємо з наступних міркувань. Біля контактуючої поверхні пуансону і здеформованої заготовки діють дотичні напруження $\tau_{\rho z2}$, яке направлене в протилежному напрямку зміщення частинок металу. На самій поверхні (при $z = h$) ці напруження дорівнюють $\tau_к$ і можуть бути прийняті у вигляді $\tau_к = \mu\sigma_S$ по Зібелю або $\tau_к = \mu\sigma_{z2}$ по Кулону (тут σ_{z2} - нормальне стискаюче напруження на контактуючій поверхні. Тоді розподіл дотичних напружень у другому об'ємі, з урахуванням, $\tau_{\rho z2} = 0$ на вісі ρ при $z = 0$ визначається по виразу:

$$\tau_к = \frac{\mu\sigma_S}{h} z \tag{2.38}$$

Або по формулі:

$$\tau_к = \frac{\mu\sigma_{z2}}{h} z \tag{2.39}$$

Слід також враховувати, що напруження $\tau_{\rho z2}$ мають знак «+», тому що діють в позитивному напрямку вісі ρ, а нормальні стискаючі напруження σ_{z2} направлені у від'ємному напрямку вісі z.

Рішення задачі видавлювання зводиться до отримання виразів для напруження σ_{z2} та зусилля видавлювання $P_\partial = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_r^R |\sigma_{z2}|\rho d\theta d\rho$. У вираз для P_∂ входить довільно вибраний параметр h. В такому випадку потрібно ще отримати формулу для визначення цього параметру із умови, що правильне значення його повинно забезпечити мінімальну величину зусиллю P_∂. Шляхом мінімізації маємо:

$$\frac{\partial P_\partial}{\partial h} = 0 \tag{2.39}$$

Звідки отримують вираз для визначення величини h.

5. Умову пластичності також беруть наближеною.

Для вісесиметричної задачі наближені умови пластичності (НУП) записують так [4]:

а) Якщо $\sigma_\rho \neq \sigma_\theta \neq \sigma_z$, то НУП має вигляд:

$$\begin{aligned} &\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm\beta\sigma_S \\ &\sigma_\theta - \sigma_z = \pm\beta\sigma_S \ , \\ &\sigma_z - \sigma_\rho = \pm\beta\sigma_S \end{aligned} \tag{2.40}$$

де β – коефіцієнт Лоде.

Із трьох виразів вибирають потрібний по різниці максимального та мінімального напруження;

б) Якщо $\sigma_\rho = \sigma_\theta$, то НУП має вигляд:

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \pm\sigma_S \tag{2.41}$$

Для плоского напруженого стану (наприклад, в напрямку вісі *x*) НУП записують так:

якщо $\sigma_y \sigma_z > 0$ і, то:

$$\sigma_y - \sigma_z = \pm\beta\sigma_s; \tag{2.42}$$

якщо $\sigma_y \sigma_z < 0$ і $|\sigma_y| > |\sigma_z|$, то:

$$\sigma_y = \pm\beta\sigma_s; \tag{2.43}$$

якщо $\sigma_y \sigma_z < 0$ і $|\sigma_z| > |\sigma_y|$, то:

$$\sigma_z = \pm\beta\sigma_s \tag{2.44}$$

Для плоского деформованого стану в напрямку вісі *y*, коли $\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$, НУП має вигляд:

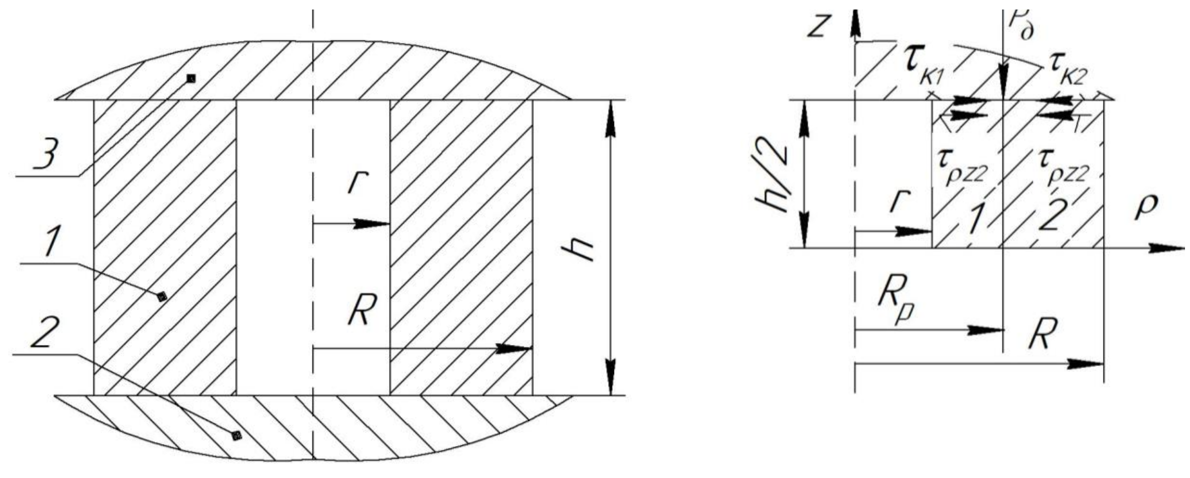
$$\sigma_x - \sigma_z = \pm\sigma_s \tag{2.45}$$

2.3. Аналіз осаджування трубчастої заготовки малої висоти

На прикладі рішення задачі осаджування трубчастої заготовки приведемо покрокову послідовність аналізу процесів обробки металів тиском розглянутим методом:

1. На основі процесу схеми деформування складають розрахункову схему. Якщо форма заготовки складна, то її розділяють на ряд об'ємів. Якщо при розділенні на об'єми, присутній об'єм, який не контактує з інструментом, то аналіз необхідно починати з такого об'єму. При розділенні на об'єми (при необхідності) потрібно виділити осередок деформації у заготовці довільною висотою *h*, або показати лінію розподілу течії металу довільним розміром *Rp*.

На рис. 2.3 зображені схема осаджування трубчастої заготовки та розроблена розрахункова схема. Схема осаджування трубчастої заготовки приведена на рис. 2.3а. Заготовка 1 розміщена на нижній плиті 2. Зусилля деформування прикладають за допомогою верхньої плити 3. Розрахункова схема показана на рис. 2.3б. В силу симетрії розглядаємо половину заготовки, яка має



а б

Рис. 2.3. Схема осаджування трубчастої заготовки і розрахункова схема

висоту $h/2$. Використовуємо циліндричні координати. При осаджуванні метал зміщується в напрямку отвору і в напрямку зовнішньої поверхні. Проводимо лінію розподілу течії металу довільним радіусом R_p. Маємо два об'єми. У першому об'ємі метал зміщується в напрямку зовнішньої поверхні, а у другому – в напрямку отвору.

2. Для кожного з виділених об'ємів записуються НДРР і НУП. Для задачі, що розглядається, маємо наступні НДРР для 1 об'єму:

$$\frac{d\sigma_{\rho 1}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho 1} - \sigma_{\theta 1}}{\rho} + \frac{d\tau_{\rho z1}}{dz} = 0$$

$$\frac{d\sigma_{z1}}{dz} + \frac{\tau_{z\rho 1}}{\rho} + \frac{d\tau_{z\rho 1}}{d\rho} = 0$$

Із рівнянь (2.40-2.41) НУП для цього об'єму має вигляд:

$$\sigma_{z1} - \sigma_{\rho 1} = -\sigma_s$$

Тут робимо допущення $\sigma_{p1} \approx \sigma_{\theta 1}$. Напруження σ_{z1}<0 і $\sigma_{\rho 1}$<0, при цьому $|\sigma_{z1}|>|\sigma_{\rho 1}|$.

Далі записуємо НДРР для 2 об'єму:

$$\frac{d\sigma_{\rho 2}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho 2} - \sigma_{\theta 2}}{\rho} + \frac{d\tau_{\rho z2}}{dz} = 0$$

$$\frac{d\sigma_{z2}}{dz} + \frac{\tau_{z\rho 2}}{\rho} + \frac{d\tau_{z\rho 2}}{d\rho} = 0$$

Рівняння НУП для такого об'єму має вигляд:

$$\sigma_{z2} - \sigma_{\rho 2} = -\sigma_s$$

3. Для кожного з об'ємів необхідно задати розподіл дотичних напружень, як лінійну функцію від координат. На контактуючій поверхні між металом та інструментом дотичні напруження беруть по Кулону або по Зібелю.

Для задачі, що розглядається, у першому об'ємі в заготовці біля верхньої плити діють дотичні напруження $\tau_{\rho z1}$, на поверхні контакту з верхньою плитою ці напруження дорівнюють $\tau_{к1}$. У другому об'ємі по аналогії маємо $\tau_{z\rho 2}$ і $\tau_{к2}$.

Визначимо у першому об'ємі розподіл цих дотичних напружень по Зібелю:

$$\tau_{\rho z1} = \frac{2\tau_{k1}}{h}\, z = \frac{-2\mu\sigma_s}{h}\, z$$

Ця формула отримана із граничних умов:

$$\tau_{\rho z1} = \begin{cases} \tau_{k1}, \text{при } z = \dfrac{h}{2} - \text{на контактуючій поверхні} \\ 0, \text{при } z = 0 - \text{ на вісі симетрії} \end{cases}$$

По аналогії у другому об'ємі отримуємо:

$\tau_{\rho z2} = \frac{2\tau_{k2}}{h}\, z = \frac{2\mu\sigma_s}{h}\, z$ із граничних умов $\tau_{\rho z2} = \begin{cases} \tau_{k2}, \text{при } z = \frac{h}{2} \\ 0, \text{при } z = 0 \end{cases}$

У першому об'ємі напруження $\tau_{\rho z1}$ мають знак «-», а в другому - $\tau_{\rho z2}$ мають знак «+».

4. Підставляють дотичні напруження в наближені рівняння рівноваги.

Напруження $\tau_{\rho z}$ знаходиться у першому рівнянні рівноваги для двох об'ємів. Після знаходження похідної по z та підстановки у перші рівняння рівноваги для даної задачі маємо:

$$\frac{d\sigma_{\rho 1}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho 1} - \sigma_{\theta 1}}{\rho} - \frac{2\mu\sigma_s}{h} = 0$$

$$\frac{d\sigma_{\rho 2}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho 2} - \sigma_{\theta 2}}{\rho} + \frac{2\mu\sigma_s}{h} = 0$$

5. Спільно вирішують рівняння рівноваги з умовою пластичності.

Отримують формули для визначення нормальних напружень на контактуючі поверхні заготовки з деформуючим інструментом.

З урахуванням допущення, що для цієї задачі напруження $\sigma_{\rho 1} = \sigma_{\theta 1}$, а$\sigma_{\rho 2} = \sigma_{\theta 2}$для 1 об'єму маємо:

$$\frac{d\sigma_{\rho 1}}{d\rho} - \frac{2\mu\sigma_s}{h} = 0.$$

Розділяємо змінні:

$$d\sigma_{\rho 1} = \frac{2\mu\sigma_s}{h} d\rho$$

Інтегруємо обидві частини:

$$\int d\sigma_{\rho 1} = \int \frac{2\mu\sigma_s}{h} d\rho$$

Отримуємо:

$$\sigma_{\rho 1} = \frac{2\mu\sigma_s}{h} \cdot \rho + C1$$

Постійну *C1* знаходимо з граничних умов, при: $\rho = R$, $\sigma_{\rho 1} = 0$ (немає напруження в напрямку вісі ρ на зовнішній поверхні заготовки). Підставляємо цю умову в попереднє рівняння:

$$0 = \frac{2\mu\sigma_s}{h} \cdot Rz + C1$$

Звідки:

$$C1 = -\frac{2\mu\sigma_s}{h} \cdot Rz$$

Підставляємо *C1* в рівняння для $\sigma_{\rho 1}$:

$$\sigma_{\rho 1} = \frac{2\mu\sigma_s}{h} \cdot (\rho - R)$$

Із НУП для першого об'єму знаходимо формулу для напруження σ_{z1}:

$$\sigma_{z1} = -\sigma_s + \frac{2\mu\sigma_s}{h} \cdot (\rho - R)$$

По аналогії для 2 об'єму підставляємо дотичне напруження в рівняння рівноваги та отримуємо::

$$\frac{d\sigma_{\rho 2}}{d\rho}+\frac{2\mu\sigma_s}{h}=0$$

Розділяємо змінні та інтегруємо:

$$\int d\sigma_{\rho 2}=-\int\frac{2\mu\sigma_s}{h}d\rho$$

Після інтегрування маємо:

$$\sigma_{\rho 2}=-\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot\rho+C2$$

Постійну $C2$ знаходимо із граничної умови, що при $\rho=Rp$ (на поверхні між об'ємами) напруження в напрямку вісі ρ повинні бути однаковими ($\sigma_{\rho 1}=\sigma_{\rho 2}$). Підставляємо $\rho=Rp$ в вирази для $\sigma_{\rho 1}$ та $\sigma_{\rho 2}$ і прирівнюємо їх між собою:

$$\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot(Rp-R)=-\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot Rp+C2$$

Звідки:

$$C2=\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot Rp+\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot(Rp-R)=\frac{2\mu\sigma_s}{h}(2Rp-R)$$

Підставляємо $C2$ у вираз для $\sigma_{\rho 2}$:

$$\sigma_{\rho 2}=-\frac{2\mu\sigma_s}{h}\cdot\rho+\frac{2\mu\sigma_s}{h}(2Rp-R)=-\frac{2\mu\sigma_s}{h}(\rho-2Rp+R)$$

Після підстановки виразу $\sigma_{\rho 2}$ у НУП для 2 об'єму отримуємо формулу для знаходження напруження σ_{z2}:

$$\sigma_{z2}=-\sigma_s+\sigma_{\rho 2}=-\sigma_s\ -\frac{2\mu\sigma_s}{h}(\rho-2Rp+R)$$

6. Отримавши формули для нормальних напружень σ_n на контактуючій поверхні між металом і деформуючим інструментом, знаходять вираз для розрахунків зусилля деформування. Якщо ці напруження стискаючі, то їх потрібно брати по абсолютній величині:

$$P_\partial=\iint|\sigma_n|dF$$

Для цієї задачі $\sigma_n=\sigma_z$, а з деформуючим інструментом контактують два об'єми. Тоді повне зусилля деформування дорівнює сумі зусиль, які виникають при деформуванні двох об'ємів:

$$P_\partial = P_{\partial 1} + P_{\partial 2} = \iint |\sigma_{z1}| dF + \iint |\sigma_{z2}| dF$$

Підставляємо сюди вирази для σ_{z1} та σ_{z2} та вказуємо межі зміни координат ρ і θ для двох об'ємів. З урахуванням елементарної площі $dF = \rho d\theta d\rho$ маємо

$$P_\partial = P_{\partial 1} + P_{\partial 2} = \int_0^{2\pi} \int_{Rp}^{R} |\sigma_{z1}| \rho d\theta d\rho + \int_0^{2\pi} \int_{r}^{\mathrm{Rp}} |\sigma_{z2}| \rho d\theta d\rho =$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{Rp}^{R} \left| -\sigma_s + \frac{2\mu\sigma_s}{h} (\rho - R) \right| \rho d\theta d\rho +$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_{r}^{Rp} \left| -\sigma_s - \frac{2\mu\sigma_s}{h} (\rho - 2Rp + R) \right| \rho d\theta d\rho$$

У вирази, які містять інтеграли, не входить величина θ. Тому зразу беремо інтеграли по θ та підставляємо межі інтегрування:

$$P_\partial = 2\pi \int_{Rp}^{R} \left| -\sigma_s + \frac{2\mu\sigma_s}{h} (\rho - R) \right| \rho d\rho$$

$$+ 2\pi \int_{r}^{Rp} \left| -\sigma_s - \frac{2\mu\sigma_s}{h} (\rho - 2Rp + R) \right| \rho d\rho$$

Після інтегрування, винесення величин σ_s і 2π та підстановки меж інтегрування отримуємо:

$$P_\partial = 2\pi\sigma_s \left[\left| -\frac{(R^2 - Rp^2)}{2} + \frac{2\mu(R^3 - Rp^3)}{3h} - \frac{\mu R(R^2 - Rp^2)}{h} \right| \right.$$

$$+ \left| -\frac{(Rp^2 - r^2)}{2} - \frac{2\mu(Rp^3 - r^3)}{3h} + \frac{2\mu Rp(Rp^2 - r^2)}{h} \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\mu R(Rp^2 - r^2)}{h} \right| \right]$$

В результаті скорочень та проведення перетворень маємо:

$$P_\partial = 2\pi\sigma_s \left[\left| -\frac{R^2}{2} - \frac{\mu R^3}{3h} + \frac{2\mu Rp^3}{3h} + \frac{r^2}{2} + \frac{2\mu r^3}{3h} - \frac{2\mu r^2 Rp}{h} + \frac{\mu R r^2}{h} \right| \right]$$

7. При наявності лінії розподілу течії металу радіусом Rp або висоти осередку деформацій h отримують також формули для визначення вказаних

розмірів по принципу – із всіх можливих значень Rp і h правильні величини повинні забезпечити мінімальну величину зусиллю P_∂. В цьому випадку зусилля P_∂ є функцією Rp чи h. Мінімум функції можна визначити шляхом знаходження часткової похідної по вказаних параметрах та прирівнювання її нулю.

Тоді маємо: $\frac{\partial P_\partial}{\partial R_p} = 0; \frac{\partial P_\partial}{\partial h} = 0$

Із цих рівнянь можна знайти формули для визначення розмірів Rp чи h.

В даній задачі в формулу для зусилля деформування входить довільно взята величина Rp. Тому потрібно взяти часткову похідну від отриманого виразу для зусилля деформування P_∂, прирівняти її нулю. Похідні від складових, які не мають Rp, дорівнюють нулю. Знаходимо похідну:

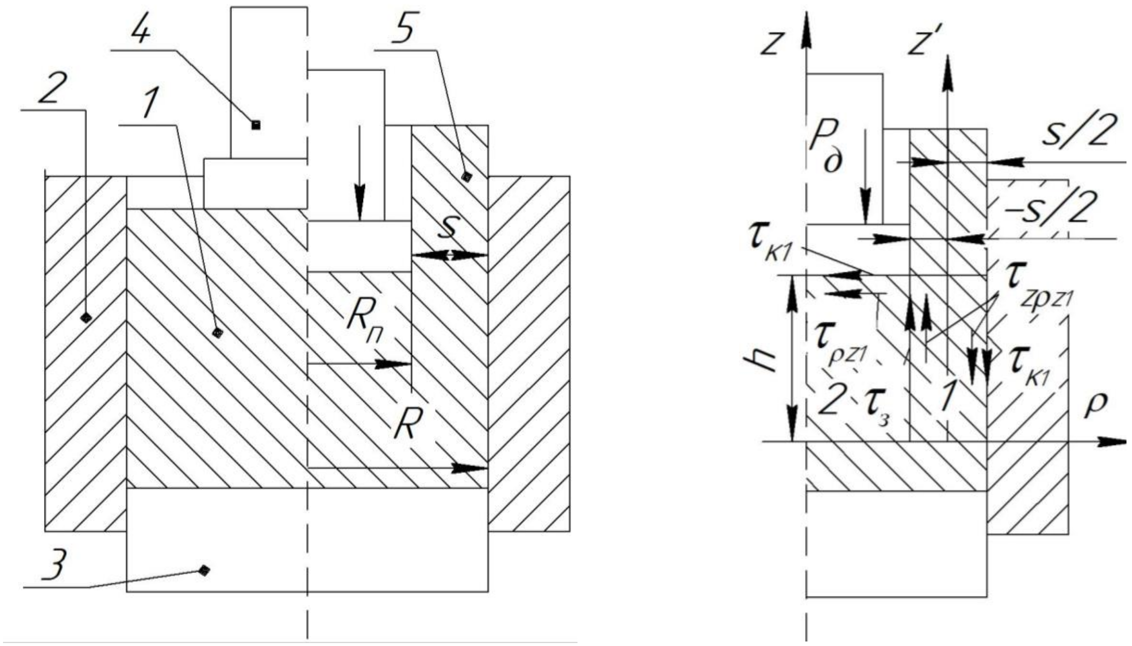
$$\frac{\partial P_\partial}{\partial R_p} = \frac{2\mu_s 3\ Rp^2}{3h} - \frac{\mu_s r^2}{h} = 0$$

Звідки:

$$Rp = \sqrt{\frac{r^2}{2}}$$

2.4. Аналіз зворотного видавлювання круглої порожнини

Наведемо аналіз Є.О. Попова [6] процесу зворотного видавлювання круглої порожнини. Схема видавлювання і розрахункова схема представлені на рис. 2.4. На рис. 2.4а показана схема видавлювання. Ліворуч від вісі симетрії зображений вихідний стан, праворуч – в процесі видавлювання Вихідна заготовка 1 розміщена в матриці 2 на виштовхувачі 3. При опусканні пуансону 4 відбувається формоутворення порожнини у здеформованій заготовці 5. На рис. 2.4б наведена розрахункова схема. У здеформованій заготовці виділяємо осередок пластичної деформації під пуансоном довільною висотою h. Осередок розділяємо на два об'єми. Аналіз починаємо з 1 об'єму. Дотичні напруження $\tau_{z\rho 1}$ в ньому біля бокових поверхонь мають різне направлення, то повинна бути поверхня, на якій $\tau_{z\rho 1} = 0$. Вважаємо, що ця поверхня проходить по середині першого об'єму (по середині стінки товщиною S). Тому виділяємо додаткову вісь z'. Дотичні напруження на поверхнях 1 об'єму τ_{k1} і $\tau_з$ беремо у вигляді: $\tau_k = \tau_з = \sigma_s/2$.



а б

Рис. 2.4. Схема видавлювання і розрахункова схема

Розподіл $\tau_{z\rho 1}$ з урахуванням знаку дотичних напружень визначаємо з наступних граничних умов:

$$\tau_{z\rho 1} = \begin{cases} -\sigma_s/2, \text{при } \rho = s/2 \\ \sigma_s/2, \text{при } \rho = -s/2 \end{cases}$$

Звідки отримуємо наступну формулу:

$$\tau_{z\rho 1} = -\frac{\sigma_s}{s}\rho$$

З двох рівнянь рівноваги, вибираємо друге, тому що в нього входить напруження $\tau_{z\rho}$:

$$\frac{d\sigma_{z1}}{dz} + \frac{\tau_{z\rho 1}}{\rho} + \frac{d\tau_{z\rho 1}}{d\rho} = 0$$

Робимо допущення, що для першого об'єму $\sigma_{\rho 1} \approx \sigma_{\theta 1}$, тоді НУП має вигляд:

$$\sigma_{z1} - \sigma_{\rho 1} = \sigma_s$$

Тут всі напруження стискаючі, а $|\sigma_{\rho 1}| > |\sigma_{z1}|$. Тому σ_s взяте із знаком «+».

Підставляємо $\tau_{z\rho 1}$ у рівняння рівноваги. Після визначення похідних отримуємо:

$$\frac{d\sigma_{z1}}{dz} + \left(-\frac{\sigma_s}{s}\right) + \left(-\frac{\sigma_s}{s}\right) = 0;$$

Розділяємо змінні:

$$d\sigma_{z1} = \frac{2\sigma_s}{s} dz;$$

Інтегруємо обидві частини:

$$\int d\sigma_{z1} = \int \frac{2\sigma_s}{s} \cdot dz;$$

Після інтегрування маємо:

$$\sigma_{z1} = \frac{2\sigma_s}{s} z + C1.$$

Довільну постійну C1 знаходимо з граничної умови - при $z = h$ напруження $\sigma_{z1} = 0$:

$$0 = \frac{2\sigma_s}{s} \cdot h + C1.$$

Звідки: $C1 = -\frac{2\sigma_s}{s} \cdot h.$

Підставляємо C1 в рівняння для σ_{z1}:

$$\sigma_{z1} = \frac{2\sigma_s}{s} \cdot z - \frac{2\sigma_s}{s} \cdot h = \frac{2\sigma_s}{s} \cdot (z - h);$$

Напруження $\sigma_{\rho 1}$ знаходимо з вищенаведеної умови пластичності:

$$\sigma_{\rho 1} = \sigma_{z1} - \sigma_s = \frac{2\sigma_s}{s} (z - h) - \sigma_s;$$

Переходимо до аналізу другого об'єму.

В 2 об'ємі здеформованої заготовки під пуансоном діють дотичні напруження $\tau_{\rho z2}$. Для цього напруження з урахуванням тертя враховане по Зібелю $\tau_{k2} = -\mu\sigma_s$маємо наступні граничні умови:

$$\tau_{\rho z2} = \begin{cases} -\mu\sigma_s, \text{при } z = h \\ 0, \text{при } z = 0 \end{cases}$$

Звідки отримуємо вираз:

$$\tau_{\rho z2} = -\frac{\mu\sigma_s}{h} z$$

Беремо перше рівняння рівноваги, в яке входить напруження $\tau_{\rho z}$:

$$\frac{d\sigma_{\rho 2}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho 2} - \sigma_{\theta 2}}{\rho} + \frac{d\tau_{\rho z2}}{dz} = 0;$$

Для цього об'єму НУП при допущенні $\sigma_{\theta 2} = \sigma_{\rho 2}$ має вигляд:

$$\sigma_{z2} - \sigma_{\rho 2} = -\sigma_s$$

Тут також всі напруження стискаючі, а $|\sigma_{z2}|>|\sigma_{\rho 2}|$. Підставляємо $\tau_{\rho z2}$ в рівняння рівноваги і з урахуванням прийнятого допущення отримуємо:

$$\frac{d\sigma_{\rho 2}}{d\rho} - \frac{\mu\sigma_s}{h} = 0;$$

Розділяємо змінні:

$$d\sigma_{\rho 2} = \frac{\mu\sigma_s}{h} d\rho$$

Інтегруємо обидві частини:

$$\int d\sigma_{\rho 2} = \int \frac{\mu\sigma_s}{h} d\rho$$

Після інтегрування отримуємо:

$$\sigma_{\rho 2} = \frac{\mu\sigma_s}{h} \rho + C2$$

Довільну постійну С2 знаходимо з граничних умов, що на поверхні між другим та першим об'ємами, напруження в напрямку вісі ρ повинні бути однакові - при $\rho = R_{\text{п}}$ напруження $\sigma_{\rho 1} = \sigma_{\rho 2}$. Отримане напруження $\sigma_{\rho 1}$ перемінне по координаті z. Для спрощення рішення знайдемо середнє значення цього напруження:

$$\sigma_{\rho 1}^{\text{ср}} = (\sigma_{\rho 1, \text{при } z=0} + \sigma_{\rho 1, \text{при } z=h})/2$$

Маємо:

$$\sigma_{\rho 1}^{\text{ср}} = -\frac{\sigma_s}{s} h - \sigma_s$$

Позначаємо постійну величину $\sigma_{\rho 1}^{\text{ср}}$ через a. Тоді:

$$a = \frac{\mu \sigma_s}{h} R_p + C2.$$

Звідки:

$$C2 = -\frac{\mu \sigma_s}{h} \cdot R_{\text{п}} + a$$

Підставляємо $C2$ в рівняння для $\sigma_{\rho 2}$:

$$\sigma_{\rho 2} = \frac{\mu \sigma_s}{h} \rho - \frac{\mu \sigma_s}{h} R_{\text{п}} + a;$$

Із НУП для 2 об'єму знаходимо формулу для визначення напруження σ_{z2}:

$$\sigma_{z2} = -\sigma_s + \sigma_{\rho 2} = -\sigma_s + \frac{\mu \sigma_s}{h} \cdot \rho - \frac{\mu \sigma_s}{h} R_{\text{п}} + a$$

Після підстановки виразу для a маємо:

$$\sigma_{z2} = -\sigma_s + \frac{\mu \sigma_s}{h} \rho - \frac{\mu \sigma_s}{h} R_{\text{п}} - \frac{\sigma_s}{s} h - \sigma_s =$$

$$= -2\sigma_s + \frac{\mu \sigma_s}{h} \rho - \frac{\mu \sigma_s}{h} R_{\text{п}} - \frac{\mu}{s} h$$

Записуємо формулу для визначення зусилля деформування:

$$P_{\partial} = \int_0^{2\pi} \int_0^{R\text{п}} |\sigma_{z2}| \, \rho d\theta d\rho$$

Після інтегрування отримуємо:

$$P_\partial = 2\pi\left|-\sigma_s R_п^2 + \frac{\mu}{3h}R_п^3 - \frac{\mu\sigma_s}{2h}R_п^3 - \frac{\sigma_s}{2s}hR_п^2\right| =$$

$$= 2\pi\sigma_s\left|-R_п^2 + \frac{\mu}{3h}R_п^3 - \frac{\mu}{2h}R_п^3 - \frac{1}{2s}hR_п^2\right|$$

В формулу для P_∂ входить довільно взятий параметр висоти h. Величину h знаходимо шляхом мінімізації:

$$\frac{\partial P_\partial}{\partial h} = -\frac{\mu R_п^3}{3h^2} + \frac{\mu R_п^3}{2h^2} - \frac{R_п^2}{2s} = 0$$

Або:

$$\frac{\mu R_п^3}{6h^2} = \frac{R_п^2}{2s}$$

Тоді вираз для розрахунку висоти осередку деформації має вигляд:

$$h = \sqrt{\frac{\mu R_п^3 s}{3R_п^2}} = \sqrt{\frac{\mu s R_п}{3}};$$

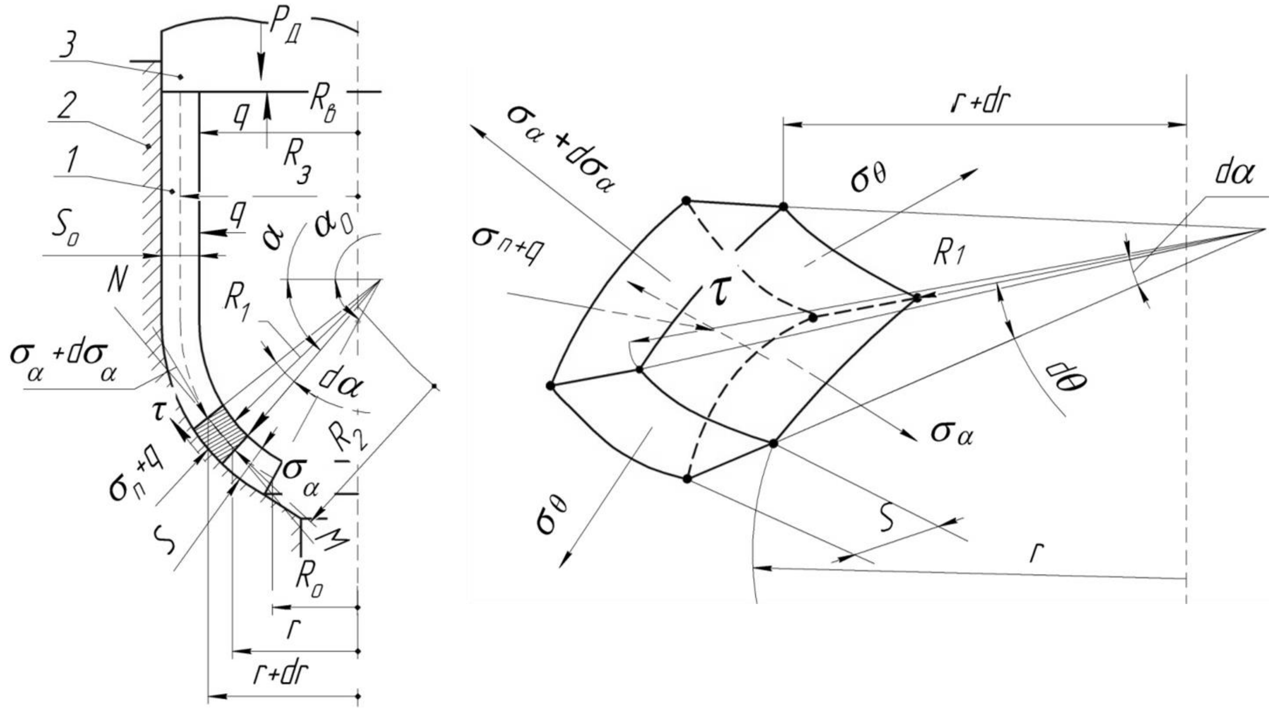
Таким чином в результаті рішення отримано дві формули:

- для знаходження зусилля P_∂;
- для знаходження висоти осередку h.

2.5. Аналіз процесу обтиску із протитиском трубчастої заготовки в матриці з криволінійною поверхнею

Необхідні дані для проведення теоретичного аналізу обтиску з протитиском трубчастої заготовки в матриці з криволінійною поверхнею показані на рис. 2.5 [7]. Розрахункова схема зображена на рис. 2.5*а*. Заготовка 1 вісесиметрична, наведена її половина. На внутрішню поверхню заготовки 1, яка розміщена в матриці 2, діє протитиск величиною q, а зусилля обтиску прикладається за допомогою пуансона 3. Протитиск зменшує ймовірність втрати стійкості стінки заготовки. На рис. 2.5*б* наведений елементарний об’єм у здеформованій частині заготовки з діючими напруженнями для отримання диференційних рівнянь рівноваги. На зовнішній поверхні об'єму діють напруження $\sigma_n + q$ та дотичне напруження τ. На нижній і верхній площадках елементарного об'єму діють відповідно напруження σ_α та $\sigma_\alpha + d\sigma_\alpha$. В окружному напрямку діють тангенціальні напруження σ_θ.

Якщо записати суму проекцій сил, які виникають від діючих напружень,



а б

Рис. 2.5. Необхідні дані для проведення теоретичного аналізу обтиску з протитиском в матриці з криволінійною поверхнею: а – розрахункова схема, б – елементарний об'єм у здеформованій частині заготовки

на напрямок, що перпендикулярний дотичній MN, то отримуємо перше диференційне рівняння рівноваги:

$$\frac{(\sigma_n + q)}{S} + \frac{\sigma_\alpha}{R_1} + \frac{\sigma_\theta}{R_2} = 0$$

Друге рівняння рівноваги можна отримати, якщо спроектувати сили на дотичну MN:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_\alpha S r) - \sigma_\theta S + \frac{\tau r}{\sin\alpha} = 0 \qquad (2.46)$$

Величину дотичного напруження приймаємо у вигляді:

$$\tau = \mu\left(\sigma_n + q\right) \tag{2.47}$$

Визначаємо $\sigma_n + q$ з (2.46) та підставляємо в (2. 47), а (2.47) - в (2.46). Тоді рівняння (2.46) приймає вигляд:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_\alpha Sr) - \sigma_\theta S - \frac{\mu Sr}{\sin\alpha}\left(\frac{\sigma_\alpha}{R_1} + \frac{\sigma_\theta}{R_2}\right) = 0 \tag{2.48}$$

Якщо на даному етапі аналізу нехтувати зміною товщини S стінки при обтиску та вважати її постійною величиною в рівнянні (2.48), то отримуємо:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_\alpha r) - \sigma_\theta - \frac{\mu r}{\sin\alpha}\left(\frac{\sigma_\alpha}{R_1} + \frac{\sigma_\theta}{R_2}\right) = 0 \tag{2.48}$$

Аналогічний вираз отриманий Є.О. Поповим [8] при аналізі традиційного обтиску в матриці з криволінійною поверхнею, тому далі використовуємо його рішення, але з урахуванням дії протитиску q. Наближена умова пластичності в даному випадку має вигляд:

$$\sigma_\alpha - \sigma_\theta = \beta\sigma_s, \tag{2.49}$$

де: $\beta = 1{,}1$ - коефіцієнт Лоде. В рівнянні (2.48) зробимо допущення, що не буде великою помилкою, коли криволінійна поверхня матриці буде наближатися до сферичної, яка використовується в більшості випадків при обтиску. З геометричних співвідношень (див. рис. 2.5) знаходимо:

$$R_з = \frac{r}{\cos\alpha} \tag{2.50}$$

Далі замінимо змінний кут α на його середнє значення $\alpha_c = \alpha_o / 2$. З геометричних співвідношень отримуємо:

$$\alpha_o = arc\cos\frac{R_з - R_o}{R_1} \tag{2.51}$$

Тоді вираз (2.48) приймає вигляд:

$$\frac{rd\sigma_\alpha}{dr} - 2\mu ctq\frac{\alpha_o}{2}\sigma_\alpha + \beta\sigma_s\left(1 + \mu ctq\frac{\alpha_o}{2}\right) = 0 \tag{2.52}$$

Після розділення змінних в (2.52) і інтегрування отримуємо:

$$\ln\left[\sigma_\alpha - \beta\sigma_s 0,5\left(\frac{tq\dfrac{\alpha_o}{2}}{\mu}+1\right)\right] = 2\mu ctg\frac{\alpha_o}{2}\ln r + C \qquad (2.53)$$

Довільну постійну С знаходимо із граничної умови - при $r = R_o$ напруження $\sigma_\alpha = -q$. Тоді після перетворень кінцевий вираз для σ_α має вигляд:

$$\sigma_\alpha = -\beta\sigma_s\left[\left(\frac{q}{\beta\sigma_s}+\frac{0,5}{\mu}tq\frac{\alpha_o}{2}+0,5\right)\left(\frac{r}{R_o}\right)^{2\mu ctg\frac{\alpha_o}{2}} - \frac{0,5}{\mu}tq\frac{\alpha_o}{2} - 0,5\right] \qquad (2.54)$$

Із умови пластичності (2.49) знаходимо рівняння для визначення напруження σ_θ:

$$\sigma_\theta = -\beta\sigma_s\left[\left(\frac{q}{\beta\sigma_s}+\frac{0,5}{\mu}tq\frac{\alpha_o}{2}+0,5\right)\left(\frac{r}{R_o}\right)^{2\mu ctg\frac{\alpha_o}{2}} - \frac{0,5}{\mu}tq\frac{\alpha_o}{2} + 0,5\right] \qquad (2.55)$$

Просте аналітичне рішення для визначення потовщення стінки при обтиску з протитиском в криволінійній матриці також можна отримати без врахування впливу тертя. Тоді рівняння (2.48) приймає вигляд:

$$r\frac{d\sigma_\alpha}{dr} + \beta\sigma_s = 0 \qquad (2.56)$$

Вирішуємо (2.56):

$$\sigma_\alpha = -\beta\sigma_s \ln r + C = 0$$

Довільну постійну С знаходимо з граничної умови - при $r = R_o$ напруження на торці заготовки $\sigma_\alpha = -q$. Тоді:

$$\sigma_\alpha = -\beta\sigma_s \ln\frac{r}{r_o} - q = -\beta\sigma_s\left(\ln\frac{r}{R_o}+\frac{q}{\beta\sigma_s}\right) \qquad (2.57)$$

З умови пластичності (2.49) визначаємо σ_θ:

$$\sigma_\theta = -\beta\sigma_s\left(\ln\frac{r}{R_o} + \frac{q}{\beta\sigma_s} + 1\right) \tag{2.58}$$

Запишемо співвідношення Леві-Мізеса для жорстко-пластичного стану металу між прирощеннями деформацій $d\varepsilon_n$ в напрямку, який перпендикулярний дотичній MN, прирощеннями тангенціальних деформацій $d\varepsilon_\theta$ та девіаторними компонентами напружень у вказаних напрямках:

$$\frac{d\varepsilon_n}{d\varepsilon_\theta} = \frac{dS/S}{dr/r} = \frac{\sigma_n + q - \sigma_{cp}}{\sigma_\theta - \sigma_{cp}}, \tag{2.59}$$

де: $\sigma_{cp} = \left(\sigma_\alpha + \sigma_\theta + \sigma_n\right)/3$.

Вважаємо, що складова $\sigma_n + q$ мала в порівнянні з σ_α і σ_θ та дорівнює нулю. Тоді вираз (2.59) має вигляд:

$$\frac{dS/S}{dr/r} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\theta}{\sigma_\alpha - 2\sigma_\theta} \tag{2.60}$$

Підставляємо вирази (2.57) та (2.58) для напружень в (2.60), після перетворень отримуємо:

$$\frac{dS}{S} = \left[\left(-2\ln\frac{r}{R_o} - \frac{2q}{\beta\sigma_s} - 1\right)/\left(\ln\frac{r}{R_o} + \frac{q}{\beta\sigma_s} + 2\right)\right]\frac{dr}{r} \tag{2.61}$$

Інтегруємо (2.61):

$$\ln S = -2\ln r + 3\ln(\ln\frac{r}{R_o} + \frac{q}{\beta\sigma_s} + 2) + C \tag{2.62}$$

Довільну постійну C знаходимо з граничної умови, що на вході в матрицю (при $r = R_{\hat{a}}$) товщина стінки $S = S_o$. Тоді з рівняння (2.62) маємо:

$$\ln\frac{S}{S_o} = 2\ln\frac{R_{\hat{a}}}{\mathrm{r}} + 3\ln\frac{\ln\frac{r}{R_o} + \frac{q}{\beta\sigma_s} + 2}{\ln\frac{R_{\hat{a}}}{R_o} + \frac{q}{\beta\sigma_s} + 2} \tag{2.63}$$

Для спрощення в формулі (2.63) в лівій частини та в другій складовій правої частини логарифми замінимо першими членами, які отримані розкладенням в ряд (наприклад, $\ln S/S_o \approx S/S_o - 1$). Після перетворень отримуємо:

$$S = S_o\left(1 + 2\ln\frac{R_в}{r} + \frac{3\ln\dfrac{r}{R_в} - 3}{\ln\dfrac{R_в}{R_o} + \dfrac{q}{\beta\sigma_s} + 2}\right) \tag{2.64}$$

По виразу (2.64) можна визначити товщину стінки здеформованої частини. Максимальне значення товщини стінки після обтиску буде при $r = R_o$.

Переходимо до визначення зусилля обтиску $P_д$ (див. рис. 2.5). Зусилля $P_д$ має дві складові: $P_{од}$ - зусилля, яке витрачається на подолання опору деформування; $P_{пр}$ - зусилля, яке витрачається на подолання протитиску рідини. Тоді:

$$P_д = P_{од} + P_{пр} \tag{2.65}$$

Спочатку визначаємо зусилля $P_{пр}$:

$$P_{пр} = q\pi R_в^{\,2} \tag{2.66}$$

Вираз для зусилля, яке витрачається на подолання опору деформування, будемо знаходити в місці переходу циліндричної частини заготовки в здеформовану частину. Для цього необхідно знайти напруження $\sigma_\alpha^{Rв}$ при радіусі $r = R_в$ по рівнянню (2.54). З урахуванням вертикального напрямку прикладання зусилля $P_{пр}$ і співпадіння напрямку напруження $\sigma_\alpha^{Rв}$ із зусиллям деформування визначаємо:

$$P_{од} = 2\pi R_в S_o\left|\sigma_\alpha^{Rв}\right| \tag{2.67}$$

Якщо визначити $\sigma_\alpha^{Rв}$ по (2.54) та підставити в (2.67), то отримуємо:

$$P_{од} = 6,28 S_o R_в \beta \sigma_s \left[\left(\frac{q}{\beta \sigma_s} + \frac{0,5}{\mu} tq \frac{\alpha_o}{2} + 0,5 \right) \left(\frac{R_в}{R_o} \right)^{2\mu ctg \frac{\alpha_o}{2}} - \frac{0,5}{\mu} tq \frac{\alpha_o}{2} - 0,5 \right]$$

Тоді зусилля обтиску з протитиском з урахуванням величини коефіцієнту β дорівнює:

$$P_д = 6,9 S_o R_в \sigma_s \left[\left(\frac{q}{1,1\sigma_s} + \frac{0,5}{\mu} tq \frac{\alpha_o}{2} + 0,5 \right) \left(\frac{R_в}{R_o} \right)^{2\mu \cdot ctg \frac{\alpha_o}{2}} - \frac{0,5}{\mu} tq \frac{\alpha_o}{2} - 0,5 \right] + \qquad (2.68)$$

$$+3,14 q R_в^2$$

При отриманні виразів для напружень і зусилля деформування не враховане зміцнення металу при обтиску. Для врахування зміцнення використаємо відомий вираз [8] для апроксимації діаграми істинних напружень. В якості деформації ψ беремо середнє значення різниці довжин кіл до і після обтиску до довжини кола до обтиску (див. рис. 2.5):

$$\psi^{cp} = 0,5\left(2\pi R_з - 2\pi R_o\right) / 2\pi R_з = \left(R_з - R_o\right) / 2R_з \qquad (2.69)$$

Тоді формула для визначення середнього значення істинного напруження σ_s^{cp} у здеформованій частині заготовки має вигляд :

$$\sigma_s^{cp} = \left[\sigma_в / \left(1-\psi_ш\right)\right]\left[\left(R_з - R_o\right) / 2R_з\psi_ш\right]^{\psi_ш / \left(1-\psi_ш\right)} \qquad (2.70)$$

Якщо підставити вираз (2.70) в формулу для зусилля обтиску (2. 68) замість σ_s, то буде враховане зміцнення при формоутворенні обтиском.

Для перевірки адекватності результатів розрахунків по отриманих аналітичних залежностях був проведений чисельний експеримент з використанням методу скінченних елементів (МСЕ). Моделювання проводили для обтиску трубчастої заготовки з маловуглецевої сталі в сферичній матриці з межею міцності $\sigma_в$=320 МПа. Обтиску підлягали трубчасті заготовки із зовнішнім діаметром 80 мм, висотою 120 мм та товщиною стінки S_o=2 мм.

Радіус сферичної матриці 40 мм. Обтиск проводили з коефіцієнтом тертя $\mu = 0{,}05$ до отримання діаметра отвору R_o=17 мм. Для розглянутих розмірів заготовки маємо наступні дані: $R_з$=39 мм, $R_{\hat{a}}$=38 мм, R_1=38 мм (див. рис. 2.5). Кут α_o=56^O по рівнянню (2.51).

На рис. 2.6 наведена в розрізі здеформована заготовка, яка отримана з величиною протитиску q=70 МПа в кінці обтиску. Залежність зусилля обтиску від переміщення пуансона, яка отримана МСЕ та величина зусилля, що визначена по формулі (2.54), зображені на рис. 2.7. Найбільша величина зусилля по МСЕ склала 570 кН, а по виразу (2.68) – 590 кН. Розбіжність результатів склала 4,5 %.

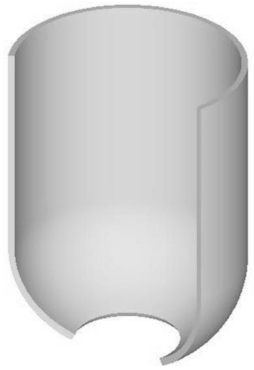


Рис. 2.6. Здеформована заготовка в розрізі

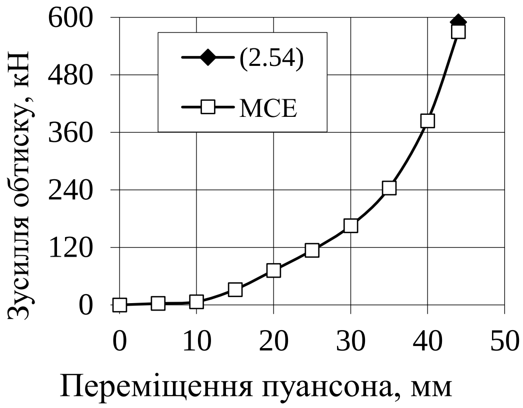


Рис. 2.7. Залежність зусилля обтиску від переміщення пуансона, яка отримана по МСЕ, та величина зусилля по формулі (2.68)

Форма та розміри в міліметрах стінки здеформованої частини заготовки, які отримані МСЕ, показані на рис. 2.8. На ньому над поличками наведені розміри, що розраховані по формулі (2.64). Найбільша відмінність в результатах має місце на торці стінки здеформованої частини заготовки.

З використанням МСЕ отримані розподіли компонент напружень по всьому об’єму здеформованої заготовки. Розподіли тангенціальних σ_θ та інтенсивності σ_i напружень в здеформованій частині заготовки приведені на рис. 2.9. На рис. 2.9а показаний розподіл напруження σ_θ. Всі напруження стискаючі та змінюються від σ_θ=-700 МПа в зоні торця заготовки до σ_θ=-210 МПа в місці переходу здеформованої частини в циліндричну частину заготовки. На рис. 2.9б наведений розподіл інтенсивності напружень σ_i. В зоні торця здеформованої заготовки σ_i=650 МПа, а в місці переходу - $\sigma_з$=330 МПа. На цих рисунках також приведені величини напружень σ_θ та σ_i, що визначені по середині здеформованої частини заготовки відповідно по виразах (2.58) і (2.70) та з урахуванням формули (2.70).

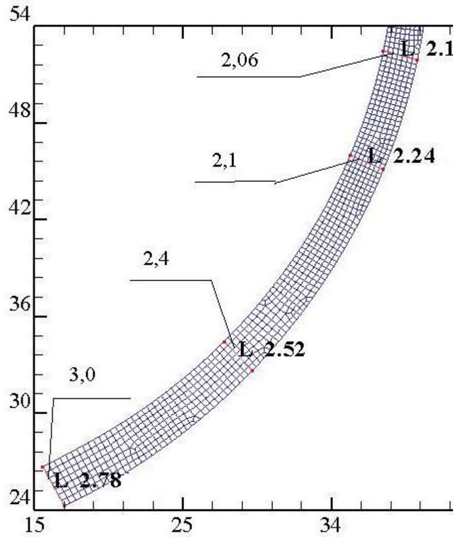
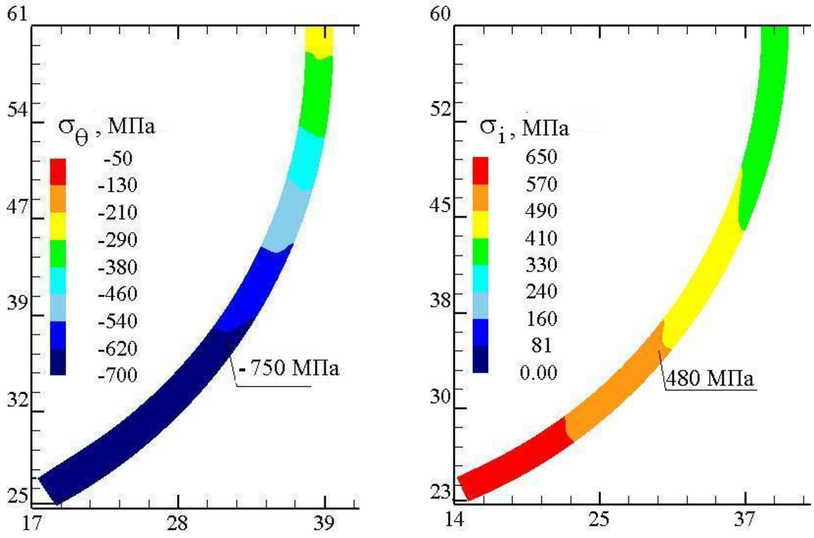


Рис. 2.8. Розміри (L) в міліметрах здеформованої частини заготовки



а б

Рис. 2.9. Розподіли тангенціальних напружень σ_θ та інтенсивності напружень σ_i в МПа: а – розподіл σ_θ, б - розподіл σ_i. Розміри в напрямках вісей в міліметрах

РОЗДІЛ 3. МЕТОД БАЛАНСУ РОБІТ

Метод балансу робіт відноситься до енергетичних методів комп'ютерного моделювання процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів. Він заснований на законі збереження енергії в процесах обробки металів тиском: робота зовнішніх сил, які прикладаються до заготовки витрачається на роботу для подолання опору деформування і роботу для подолання сил тертя на контактуючих поверхнях металу з інструментом. Теоретичні основи методу розробили Й.Я. Тарновський, О.О. Поздєєв, О.О. Ганаго [9].

3.1. Теоретичні основи методу

В процесах обробки тиском елементарна робота зовнішніх сил $d\mathrm{A}$, які прикладаються зі сторони деформуючого інструменту до заготовки витрачається на елементарну роботу dA_∂ на подолання опору деформування та елементарну роботу $d\mathrm{A}_\text{т}$ на подолання сил тертя.Тоді баланс робіт має вигляд:

$$d\mathrm{A} = dA_\partial + d\mathrm{A}_\text{т} \tag{3.1}$$

Якщо відомі зусилля деформування P_∂ і елементарне переміщення інструменту du то роботу $d\mathrm{A}$ можна визначити так:

$$d\mathrm{A} = \mathrm{P}_\partial du$$

Із (3.1) зусилля P_∂ дорівнює:

$$\mathrm{P}_\partial = \frac{1}{du}(dA_\partial + d\mathrm{A}_\text{т})$$

Роботу dA_∂ визначаємо наступним чином: в заготовці, що деформується, виділяємо елементарний паралелепіпед. На гранях паралелепіпеда в декартових координатах діють повні напруження S_x, S_y, S_z. Під дією зовнішніх сил грані паралелепіпеда переміщуються в напрямку вісей координат на величини du_x, du_y, du_z. Тоді роботу dA_∂ можна визначити так:

$$dA_\partial = \iint_F \left(S_x d\,u_x + S_y du_y + S_z du_z\right) dF \tag{3.2}$$

Як відомо, повні напруження через нормальні і дотичні напруження, які діють в напрямках вісей координат, визначають так:

$$S_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z$$
$$S_y = \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z \ , \qquad (3.3)$$
$$S_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z$$

де: a_x, a_y, a_z – направляючі косинуси.

Підставляємо вирази (3.3) в (3.2):

$$dA_\partial = \left[\left(\sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z\right) du_x + \left(\tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z\right) du_y + \right.$$
$$\left. + \left(\tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z\right) du_z\right] dF$$

Знайдемо роботу dA_∂ для всього об'єму заготовки, що деформується. Використовуємо формулу Остроградського-Гауса для переходу від подвійного інтегралу до потрійного [2]:

$$dA_\partial = \iiint\limits_V \left[\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right) du_x + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right) du_y \right.$$
$$+ \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\right) du_z + \sigma_x \frac{\partial}{\partial x} du_x + \sigma_y \frac{d}{\partial y} du_y + \sigma_z \frac{\partial}{\partial z} du_z$$
$$+ \tau_{xy} \left(\frac{\partial}{\partial x} du_y + \frac{\partial}{\partial y} du_x\right) + \tau_{yz} \left(\frac{\partial}{\partial y} du_z + \frac{\partial}{\partial z} du_y\right) + \tau_{zx} \left(\frac{\partial}{\partial z} du_x\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\partial}{\partial x} du_z\right)\right] dV$$

В останньому рівнянні зробимо заміни:

$$\frac{\partial}{\partial x} du_x = d \frac{\partial u_x}{\partial x} = d\varepsilon_x; \frac{\partial}{\partial y} du_y = d\varepsilon_y; \frac{\partial}{\partial z} du_z = d\varepsilon_z$$

$$\frac{\partial}{\partial x} du_y + \frac{\partial}{\partial y} du_x = d\left(\frac{du_y}{\partial x} + \frac{du_x}{\partial y}\right) = d\gamma_{xy}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} du_z + \frac{\partial}{\partial z} du_y = \ d\gamma_{yz}; \ \frac{\partial}{\partial z} du_x + \frac{\partial}{\partial x} du_z = d\gamma_{zx}$$

З урахуванням рівнянь рівноваги після перетворень отримуємо:

$$dA_\partial = \iiint_V \left[\sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx}\right] dV \qquad (3.4)$$

Далі використовуємо рівняння зв'язку між компонентами прирощень деформацій та компонентами тензора девіатора напружень для жорстко-пластичного стану металу. Вказані рівняння прирощень в напрямку вісі x мають наступний вигляд:

$$d\varepsilon_x = d\lambda(\sigma_x - \sigma_{cp}), d\gamma_{xy} = d\lambda\tau_{xy}$$

де: σ_{cp}- середнє напруження.

Для такого стану металу коефіцієнт пропорційності $d\lambda$ має вигляд:

$$d\lambda = \frac{3}{2}\frac{d\varepsilon_i}{\sigma_i}$$

де: $d\varepsilon_i$ - прирощення інтенсивності деформацій; σ_i - інтенсивність напружень.

Формула для прирощення інтенсивності деформацій має вигляд:

$$d\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(d\varepsilon_x - d\varepsilon_y\right)^2 + \left(d\varepsilon_y - d\varepsilon_z\right)^2 + (d\varepsilon_z - d\varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}\left(d\gamma_{xy}^2 + d\gamma_{yz}^2 + d\gamma_{zx}^2\right)}$$

Якщо підставити вирази для прирощень компонент деформацій через напруження і формулу для $d\lambda$ в рівняння (3.4), то отримуємо:

$$dA_\partial = \iiint_V \frac{d\varepsilon_i}{2\sigma_i}\Big[\left(\sigma_\text{x} - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2$$
$$+ 6\left({\tau_{xy}}^2 + {\tau_{yz}}^2 + {\tau_{zx}}^2\right)\Big]dV$$

По умові пластичності Губера-Мізеса при пластичній деформації $\sigma_i = \sigma_s$. В останній формулі вираз в квадратних дужках представляє собою подвоєний квадрат інтенсивності напружень σ_i. По умові пластичності Губера-Мізеса при пластичній деформації $\sigma_i = \sigma_s$. Тоді після перетворено знаходимо:

$$dA_\partial = \iiint_V \sigma_s d\varepsilon_i dV \tag{3.5}$$

Далі визначаємо роботу на подолання сил тертя. Нехай контактуюча поверхня між заготовкою та інструментом перпендикулярна вісі z (рис. 3.1). На цій поверхні мають місце два переміщення du_x і du_y та діють два дотичні напруження τ_{yz} і τ_{xz}. Результуюче дотичне напруження на цій поверхні:

$$\tau_\text{к} = \tau_{yz} + \tau_{xy} = \mu\sigma_s$$

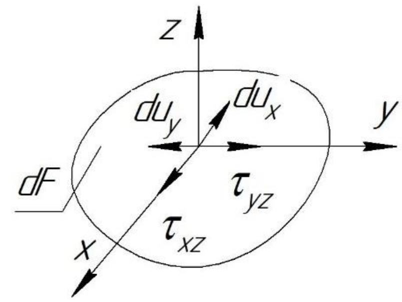


Рис. 3.1. Фрагмент поверхні контакту заготовки з деформуючим інструментом

Величина результуючого прирощення переміщення:

$$du_к = \sqrt{du_x{}^2 + du_y{}^2}$$

Тоді елементарна робота на подолання сил тертя дорівнює:

$$dA_T = \iint_F \tau_k \sqrt{du_x^2 + du_z^2}\, dF, \quad (3.6)$$

де: dF- елементарна площа контактуючої поверхні (див. рис.3.1).

В процесах обробки тиском має місце нерівномірна течія частинок металу. Тому виникають труднощі опису прирощень переміщень. Для подолання таких труднощів осередок деформації в заготовці розділяють на ряд об'ємів, в межах яких можна описати прирощення переміщень лінійними залежностями від координат. Але такий опис приводить до виникнення похибок при аналізі цим методом. Зменшення похибок можна забезпечити добавленням ще однієї елементарної роботи.

Розглянемо приклад розподілення прирощення переміщення du_y в напрямку вісі *x* (рис. 3.2). Реальна епюра розподілення приведена кривою *abcde*. Аналітично описати цю криву складно, тому поступають наступним чином. На ділянці *ab* вважають, що прирощення переміщення постійні і дорівнюють переміщенню точки *b*. Довжину ділянки *bc* беруть *dx*=0. На ділянці *de*

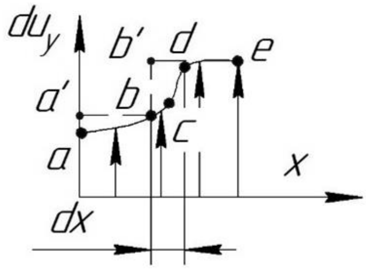


Рис. 3.2. Реальна та спрощена епюри розподілення прирощення переміщення

прирощення переміщення також постійне та дорівнює переміщенню точки e. Заміна реальної епюри $abcde$ на спрощену $a'bb'e$ приводить до виникнення розриву переміщень на ділянці bb'. Це можна врахувати добавленням в баланс робіт (3.1) ще однієї елементарної роботи $dA_з$, яка витрачається на подолання сил зсуву. Таку роботу визначаємо по формулі:

$$dA_з = \iint_G \tau_з \left| du_z^{b'} - du_z^b \right| dG \,, \tag{3.7}$$

де: $\tau_з = \sigma_s / \sqrt{3}$ – величина дотичного напруження на поверхні зсуву, $du_z^{b'}$ і du_z^b – величини прирощення переміщень в точках b' і b відповідно, dG – елементарна площа поверхні зсуву.

Цю роботу необхідно додати в формулу для визначення зусилля P_∂:

$$P_\partial = \frac{1}{du}(dA_\partial + dA_т + dA_з) \tag{3.8}$$

При аналізі процесів обробки тиском з використанням МБР заготовку, що деформується, розділяють на ряд об'ємів. Тому може бути декілька робіт $dA_\partial, dA_T, dA_з$. З урахуванням наявності певної кількості робіт формула (3.8) приймає вигляд:

$$P_\partial = \frac{1}{du}\left[\sum_{i=1}^{I} \iiint\limits_V \sigma_s d\varepsilon_i \, dV + \sum_{j=1}^{J} \iint\limits_F \tau_к \sqrt{du_e^2 + du_n^2} \, dF + \right.$$

$$\left. + \sum_{h=1}^{H} \iint_{F_K} \tau_з |du_n^2 + du_e^2| dF \right], \tag{3.9}$$

де: I - кількість об'ємів, в яких має де має місце пластична деформація; J - кількість поверхонь на яких має місце тертя між металом та інструментом; H - кількість поверхонь в середині заготовки де має місце зсув; n і e – узагальнені координати, які можуть бути x, y, z або ρ, z або ρ в залежності від того, які координати використовують при аналізі.

При наявності лінії розділення течії металу розміром R_p або довільно вибраної висоти h осередку деформації, то для отримання аналітичних залежностей для визначення розмірів R_p і h використовують мінімізацію зусилля по наведених параметрах:

$$\frac{\partial P_\partial}{\partial h} = 0 \text{ і } \frac{\partial P_\partial}{\partial h} = 0 \tag{3.10}$$

3.2. Послідовність аналізу процесів обробки тиском

Покрокова послідовність аналізу наступна:

1. На основі схеми процесу обробки тиском складають розрахункову схему. Якщо задача вісесиметрична, то в силу симетрії розглядають половину заготовки або її четверту частину. При необхідності виділяють осередок деформації довільною висотою h, або лінію розподілу течії металу радіусом R_p. Заготовку, що деформується, розподіляють на ряд об'ємів, для яких можна визначити компоненти переміщень.
2. Записують рівняння балансу робіт та отримують вираз (3.8) для визначення зусилля деформування.
3. Аналіз необхідно починати із об'єму, на який прикладається зусилля деформування. Це дає можливість по відомому переміщенню інструменту і граничних умовах встановити компоненти переміщень, як лінійні функції координат, для цього об'єму та для інших об'ємів. Для кожного з об'ємів необхідно встановити компоненти швидкостей частинок металу.
4. Після встановлення переміщень визначають компоненти деформацій для кожного із об'ємів, в яких має місце пластична деформація. По компонентах деформацій знаходять вирази для інтесивностей деформацій.
5. По рівняннях (3.5), (3.6) і (3.7) отримують формули для знаходження відповідно робіт на подолання опору деформування, подолання сил тертя та подолання сил зсуву.
6. Підставляють формули для робіт в вираз (3.9) та встановлюють вираз для визначення зусилля деформування.
7. При наявності висоти осередку деформації довільною висотою h або лінії розділення течії металу розміром R_p виконують мінімізацію зусилля по вказаних параметрах та отримують рівняння для їх визначення.

3.3. Аналіз зворотного видавлювання круглого стержня

З використанням покрокової послідовності аналізу цим методом виконаємо рішення цієї задачі.

1. На основі схеми процесу (див. рис. 2.2) складаємо розрахункову схему. Розглядаємо половину здеформованої заготовки з використанням циліндричних координат. Виділимо осередок пластичної деформації довільною висотою h, який розділяємо на об'єми 1 і 2. В циліндричних координатах маємо у вказаних об'ємах два переміщення частинок металу в напрямку вісі z (u_z) та в напрямку вісі ρ (u_p). В об'ємах 3 і 4 метал не деформується, при цьому об'єм 4 зміщується вгору як жорстке ціле з переміщенням u_c. Зусилля деформування P_∂ визначаємо на пуансоні з отвором, який рухається вниз із відомим переміщенням u_o. На поверхнями між об'ємами виділяємо характерні точки.

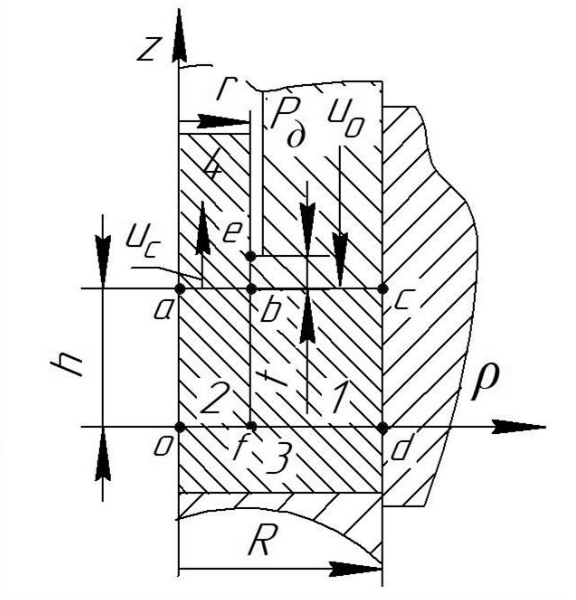


Рис. 3.4. Схема процесу зворотного видавлювання

2. Записуємо рівняння балансу робіт. Маємо дві роботи, які витрачаються на подолання опору деформування у першому і другому об'ємах – відповідно $A_{\partial 1}$ та $A_{\partial 2}$.

Тертя відбувається на поверхні bc від переміщення частинок металу в напрямку вісі ρ (u_{p1}) у 1 об'ємі, на поверхні cd від переміщення частинок металу в напрямку вісі z (u_{z1}), на поверхні bc від переміщення об'єму 4 в напрямку вісі z. Тому необхідно визначити три роботи, які витрачаються на подолання сил тертя на перерахованих контактуючих поверхнях – $A_{\text{т}}^{bc}$, $A_{\text{т}}^{cd}$, $A_{\text{т}}^{be}$.

Роботи на подолання сил зсуву потрібно визначити на наступних поверхнях між об'ємами: на поверхні bf зсув має місце по причині переміщення частинок металу 1 об'єму вниз в напрямку вісі z з переміщенням u_{z1}, а в 2 об'ємі частинки металу рухаються вгору з переміщенням u_{z2}; на поверхні fd частинки металу 1 об'єму мають переміщення u_{p1}, а в 4 об'ємі переміщення частинок металу в напрямку вісі ρ відсутнє (дорівнює нулю). По аналогічній причині виникає зсув на поверхнях of і ab. Тому відповідно потрібно визначити роботи $A_з^{bf}$, $A_з^{fd}$, $A_з^{of}$, $A_з^{ab}$.

Тоді рівняння балансу робіт для цієї задачі має вигляд:

$$A = P_\partial u_o = A_{\partial 1} + A_{\partial 2} + A_т^{bc} + A_т^{cd} + A_т^{be} + A_з^{bf} + A_з^{fd} + A_з^{of} + A_з^{ab}$$

Звідки:

$$P_\partial = \frac{1}{u_o}\left(A_{\partial 1} + A_{\partial 2} + A_т^{bc} + A_т^{cd} + A_т^{be} + A_з^{bf} + A_з^{fd} + A_з^{of} + A_з^{ab}\right) \qquad (3.11)$$

3. Визначення компонент переміщень починаємо з першого об'єму, що контактує з деформуючим інструментом, переміщення u_o якого відоме в напрямку вісі z. Граничні умови для переміщення частинок металу в напрямку цієї вісі:

$$u_{z1} = \begin{cases} -u_o, \text{при } z = h \\ 0, \text{при } z = 0 \end{cases}$$

Звідки :

$$u_{z1} = -\frac{u_0}{h} z$$

Швидкість в напрямку вісі ρ визначаємо по формулі, яка отримана із умови постійності об'єму:

$$u_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \frac{\partial u_{z1}}{\partial z} \rho d\rho + C1\right)$$

Підставляємо (3.12) в (3.13) і знаходимо:

$$u_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \left(-\frac{u_0}{h}\right) \rho d\rho + C1\right) = -\frac{1}{\rho}\left(-\frac{u_0}{h} \cdot \frac{\rho^2}{2} + C1\right);$$

Довільну постійну *C1* знаходимо з граничної умови. На поверхні dc (при $\rho = R$) переміщення $u_{\rho 1} = 0$:

$$0 = -\frac{1}{R}\left(-\frac{u_0R^2}{2h} + C1\right)$$

Звідки:

$$C1 = \frac{u_0R^2}{2h}$$

Підставляємо $C1$ в формулу для $u_{\rho 1}$:

$$u_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(-\frac{u_0\rho^2}{2h} + \frac{u_0R^2}{2h}\right)$$

Переходимо до 2 об'єму. Вважаємо, що переміщення u_{c} відоме. Тоді маємо граничні умови для переміщення u_{z2}:

$$u_{z2} = \begin{cases} u_{\text{c}}, \text{при } z = h \\ 0, \text{при } z = 0 \end{cases}$$

Звідки:

$$u_{z2} = \frac{u_{\text{c}}}{h}z;$$

Виразимо переміщення u_{c} через відоме переміщення u_0, з умови постійності витрат металу на поверхнях bc і ab:

$$u_0\pi(R^2 - r^2) = u_c\pi r^2$$

Тоді:

$$u_c = \frac{u_0(R^2 - r^2)}{r^2}$$

Знаходимо переміщення :

$$u_{\rho 2} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \frac{\partial u_{z2}}{\partial z}\rho d\rho + C2\right) = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{u_c\rho^2}{2h} + C2\right);$$

Довільну постійну *C2* знаходимо з граничної умови, що на поверхні bf, переміщення частинок металу в першому і другому об'ємах повинні бути однакові.

При $\rho = r$, $u_{\rho 1} = u_{\rho 2}$

$$-\frac{1}{r}\left(\frac{u_cr^2}{2h} + C2\right) = -\frac{1}{r}\left(\frac{u_0r^2}{2h} + A\right),$$

де: $B = \frac{u_0 R^2}{2h}$

Звідки:

$$C2 = -\frac{V_0 r^2}{2h} + A - \frac{V_c r^2}{2h} = C;$$

Тоді:

$$u_{\rho 2} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{V_c \rho^2}{2h} + C\right);$$

По знайденим переміщенням визначаємо компоненти деформацій. Для 1 об’єму:

$$\varepsilon_{z1} = \frac{\partial u_{z1}}{\partial z} = -\frac{u_o}{h};$$

$$\varepsilon_{\rho 1} = \frac{\partial u_{\rho 1}}{\partial \rho} = \frac{u_0}{2h} + \frac{B}{\rho^2};$$

$$\varepsilon_{\theta 1} = \frac{V u_{\rho 2}}{\rho} = \frac{u_0}{2h} - \frac{B}{\rho^2};$$

$$\gamma_{\rho z1} = \frac{\partial u_{z1}}{\partial \rho} + \frac{\partial u_{\rho 1}}{\partial z} = 0;$$

Аналогічно знаходимо компоненти деформацій для 2 об’єму:

$$\varepsilon_{z2} = \frac{\partial u_{z2}}{\partial z} = \frac{u_c}{h};$$

$$\varepsilon_{\rho 2} = \frac{\partial u_{\rho 2}}{\partial \rho} = -\frac{u_c}{2h} + \frac{C}{\rho^2};$$

$$\varepsilon_{\theta 2} = \frac{u_{\rho 1}}{\rho} = -\frac{u_c}{2h} - \frac{C}{\rho^2};$$

$$\gamma_{\rho z2} = \frac{\partial u_{\rho 2}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z2}}{\partial \rho} = 0;$$

Далі визначаємо інтенсивність деформацій по формулі:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_\rho - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\rho)^2 + \frac{3}{2}{\gamma_{\rho z}}^2}$$

Наприклад, для 2 об’єму маємо:

$$\varepsilon_{i2}=\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\frac{2C}{\rho^2})^2+\left(-\frac{3}{2}\frac{u_c}{h}-\frac{C}{\rho^2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\frac{u_c}{h}-\frac{C}{\rho^2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{6C}{\rho^4}+\frac{9u_c^2}{2h^2}}$$

Аналогічно знаходимо ε_{i1}.

4. Записуюємо вирази для визначення робіт, які витрачаються на подолання опору деформування. Для першого об'єму:

$$A_{\partial 1}=\iiint\limits_V \sigma_s\varepsilon_i dV=\sigma_s\iiint\limits_{0\,0\,r}^{2\pi\,h\,R}\varepsilon_{i1}\rho d\theta d\rho dz=\sigma_s h2\pi\int_r^R\varepsilon_{i1}\rho d\rho$$

Для другого об'єму маємо:

$$A_{\partial 2}=\sigma_s\iiint\limits_{0\,0\,0}^{2\pi\,h\,r}\varepsilon_{i2}\rho d\theta d\rho dz=\sigma_s h2\pi\int_0^r\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\frac{6C}{\rho^4}+\frac{9u_c^2}{2h^2}}\rho d\rho$$

Визначаємо вирази для робіт, які витрачаються на подолання сил тертя. Для цієї задачі на контактуючих поверхнях знаходимо вказані потужності по формулі (3.6):

$$A_{\text{т}}^{bc}=\int_0^{2\pi}\int_r^R\tau_k\sqrt{u_{\rho1}^2+0}\,\rho d\theta d\rho=\tau_k\cdot 2\pi\int_r^R\left|u_{\rho1}\right|\rho d\rho\,;$$

$$A_{\text{т}}^{cd}=\int_0^{2\pi}\int_0^h\tau_k\sqrt{u_{z1}^2+0}\,dzRd\theta=\tau_k 2\pi R\int_0^h|u_{z1}|dz\,;$$

Четвертий об'єм зміщується як жорстке ціле вверх, з постійним переміщенням u_c, тому інтегрування не потрібне:

$$A_{\text{т}}^{be}=\tau_k\sqrt{u_c^2+0}2\pi rt.$$

Визначаємо потужності, які витрачаються на подолання сил зсуву по формулі (3.8). На поверхнях зсуву маємо:

$$A_{\text{з}}^{bf}=\tau_{\text{з}}\int_0^{2\pi}\int_0^h|u_{z2}-u_{z1}|\,dzrd\theta=2\pi\tau_{\text{з}}r\left|\left(\frac{u_c h}{2}+\frac{u_0 h}{2}\right)\right|;$$

$$A_{\text{з}}^{fd}=\int_0^{2\pi}\int_r^R\tau_z\left|V_{\rho1}-0\right|\rho d\theta d\rho\ ;$$

$$A_з^{of} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r} \tau_z \left| V_{\rho 2} - 0 \right| \rho d\theta d\rho;$$

$$A_з^{ab} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r} \tau_z \left| u_{\rho 2} - 0 \right| \rho d\theta d\rho$$

5. Визначивши всі роботи, записуємо вираз для визначення зусилля деформування по формулі (3.9).

6. В даному випадку, у формулу для зусилля P_∂ входить довільно вибраний параметр h. Для знаходження величини h використовуємо мінімізацію виразу для зусилля P_d по параметру h:

$$\frac{\partial P_д}{\partial h} = 0$$

Після диференціювання і прирівнювання нулю отримуємо формулу для знаходження величини h.

РОЗДІЛ 4. МЕТОД БАЛАНСУ ПОТУЖНОСТЕЙ

Метод балансу потужностей (МБП) також відноситься до енергетичних методів комп'ютерного моделювання процесів виготовлення обробкою тиском конструкцій літальних апаратів. Він заснований на законі збереження потужностей в процесах обробки металів тиском: потужність зовнішніх сил, які прикладаються до заготовки витрачається на потужність для подолання опору деформування і потужність для подолання сил тертя на контактуючих поверхнях металу з інструментом. Відмінність МБП від методу балансу робіт полягає в використанні опису руху частинок металу в швидкостях.

3.1. Теоретичні основи методу

Для любого процесу обробки металів тиском потужність зовнішніх сил, які прикладають до заготовки, витрачається на подолання опору деформування та сил тертя:

$$N = N_\partial + N_т;$$

N – потужність зовнішніх сил;

N_∂– потужність на подолання опору деформування;

$N_т$ – потужність на подолання сил тертя;

Потужність N можна визначити через зусилля деформування P_∂ і швидкість деформуючого інструменту V_0:

$$N = P_\partial V_0$$

Тоді:

$$P_\partial V_0 = N_\partial + N_т.$$

Звідки:

$$P_\partial = \frac{1}{V_0}(N_\partial + N_т)$$

Аналогічно методу балансу робіт можна визначити потужність N_∂. Для цього в заготовці, що деформується, виділимо елементарний паралелепіпед, на гранях якого діють повні напруження S_x, S_y, S_z, а самі грані зміщуються в напрямках вісей координат із швидкостями V_x, V_y та V_z. Тоді: можна визначити

$$N_\partial = \iint\limits_F \left(S_x V_x + S_y V_y + S_z V_z\right) dF,$$

де: dF – елементарна площа.

Використовуючи вирали для повних напружень та після переходу від подвійного інтегралу до потрійного отримуємо:

$$N_\partial = \iiint\limits_V \Bigg[\left(\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}\right)V_x + \left(\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}\right)V_y +$$

$$+\left(\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}\right)V_z + \sigma_x\frac{\partial}{\partial x}V_x + \sigma_y\frac{\partial}{\partial y}V_y + \sigma_z\frac{\partial}{\partial z}V_z +$$

$$+\tau_{xy}\left(\frac{\partial}{\partial x}V_y + \frac{\partial}{\partial y}V_x\right) + \tau_{yz}\left(\frac{\partial}{\partial z}V_y + \frac{\partial}{\partial y}V_z\right) + \tau_{zx}(\frac{\partial}{\partial x}V_z + \frac{\partial}{\partial z}V_x)\Bigg] dV;$$

Проаналізуємо останнє рівняння. Тут для прикладу: $\frac{\partial V_x}{\partial x} = \dot{\varepsilon_x}$ – лінійна швидкість деформації в напрямку вісі x, $\dot{\gamma_{xy}} = \frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}$ – зсувна швидкість деформації, а $\frac{\partial\sigma_x}{dx} + \frac{\partial\tau_{xy}}{dy} + \frac{\partial\tau_{xz}}{dz} = 0$ – як перше диференційне рівняння рівноваги.

Після перетворень отримуємо:

$$N_\partial = \iiint\limits_V (\sigma_x\dot{\varepsilon_x} + \sigma_y\dot{\varepsilon_y} + \sigma_z\dot{\varepsilon_z} + \tau_{xy}\dot{\gamma_{xy}} + \tau_{yz}\dot{\gamma_{yz}} + \tau_{zx}\dot{\gamma_{zy}})dV$$

Далі записуємо рівняння зв’язку між швидкостями деформацій та напруженнями для жорстко-пластичного стану металу, що деформується:

$$\dot{\varepsilon_x}\frac{3}{2}\frac{\dot{\varepsilon}_\text{i}}{\sigma_i}\left(\sigma_x - \sigma_\text{cp}\right)$$

$$\dot{\varepsilon_y} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\dot{\varepsilon}_\text{i}}{\sigma_i}\left(\sigma_y - \sigma_\text{cp}\right)$$

$$\dot{\varepsilon_y} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\dot{\varepsilon}_\imath}{\sigma_i}\left(\sigma_z - \sigma_\text{cp}\right)$$

$$\dot{\gamma_{xy}} = d\lambda\tau_{xy} = \frac{3}{2}\frac{\dot{\varepsilon}_\text{i}}{\sigma_i}\tau_{xy}$$

$$\dot{\gamma_{yz}} = \frac{3}{2}\frac{\dot{\varepsilon}_{\text{i}}}{\sigma_i}\tau_{yz}$$

$$\dot{\gamma_{zx}} = \frac{3}{2}\frac{\dot{\varepsilon}_{\text{i}}}{\sigma_i}\tau_{zx}$$

Тут $\dot{\varepsilon_{\iota}}$ – інтенсивність швидкостей деформацій:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{i}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(\dot{\varepsilon_x} - \dot{\varepsilon_y}\right)^2 + \left(\dot{\varepsilon_y} - \dot{\varepsilon_z}\right)^2 + (\dot{\varepsilon_z} - \dot{\varepsilon_x})^2 + \frac{3}{2}\left(\dot{\gamma}_{xy}{}^2 + \dot{\gamma}_{yz}{}^2 + \dot{\gamma}_{zx}{}^2\right)} \quad -$$

Інтенсивність напружень має вигляд:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} -$$

Підставляємо вирази для $\dot{\varepsilon}$ і $\dot{\gamma}$ в рівняння для N_{∂}. Після перетворень отримуємо:

$$N_{\text{д}} = \iiint\limits_V \frac{\dot{\varepsilon_{\iota}}}{2\sigma_i}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{zx}{}^2)\right]dV$$

Записуємо умову пластичності Губера-Мізеса:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} = \sigma_s$$

В формулі для N_{∂} в квадратних дужках маємо $2\sigma_i^2$. Тоді маємо:

$$N_{\partial} = \iiint\limits_V \frac{2\sigma_i^2\dot{\varepsilon}_{\text{i}}}{2\sigma_i}dV = \iiint\limits_V \sigma_i \;\; \dot{\varepsilon}_{\text{i}}\, dV = \iiint\limits_V \sigma_s \;\; \dot{\varepsilon}_{\text{i}}\, dV$$

Далі визначаємо потужність на подолання сил тертя.

Нехай контактуюча поверхня між металом, що деформується, та інструментом буде перпендикулярна осі z (див. рис. 3.1). На цій поверхні діють дотичні напруження τ_{yz} і τ_{xz}. Результуюче дотичне напруження буде наступним:

$$\tau_{\text{к}} = \tau_{yz} + \tau_{xy} = \mu\sigma_s$$

Також на цій поверхні маємо дві швидкості частинок металу V_x і V_y. Результуюча швидкостей: $V_k = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2}$. Тоді потужність на подолання сил тертя можна визначити по формулі:

$$N_{\text{т}} = \iint\limits_{F} \tau_k \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2} dF;$$

Тепер отримуємо формулу для зусилля деформування:

$$P_{\partial} = \frac{1}{V_0}\left(\iiint_V \ \sigma_s \dot{\varepsilon}_i \, dV + \iint_F \ \tau_k \sqrt{V_n^2 + V_l^2} \, dF\right),$$

де: n та l – узагальнені координати, які можуть бути: x, y і z або ρ і z.

В цьому методі, по аналогії з методом балансу робіт (див. рис. 3.2), добавляємо потужність на подолання сил зсуву:

$$N_{з} = \iint_G \ \tau_{з} |V_n - V_l| \, dG,$$

де: dG – елементарна площа поверхні зсуву, V_n і V_l – швидкості частинок металу на поверхні зсуву.

В рівняння для P_{∂} додаємо потужність на подолання сил зсуву:

$$P_{\partial} = \frac{1}{V_0}\left(\iiint\limits_{V} \sigma_s \dot{\varepsilon}_i \, dV + \iint\limits_{F} \tau_k \sqrt{V_n^2 + V_l^2} \, dF + \iint\limits_{G} \tau_{з} |V_n - V_l| \, dG\right)$$

При аналізі процесів обробки тиском з використанням МБП, заготовку також розділяють на ряд об’ємів. В такому випадку, може бути декілька об’ємів, в яких необхідно визначити N_{∂}, декілька контактуючих поверхонь і поверхонь зсуву на яких треба встановити $N_{\text{т}}$ і $N_{з}$/

Тому кінцевий вираз для визначення зусилля має вигляд:

$$P_{\partial} = \frac{1}{V_0}\left(\sum_{i=1}^{I} \iiint\limits_{V} \sigma_s \dot{\varepsilon}_i \, dV + \sum_{h=1}^{H} \iint\limits_{F} \tau_k \sqrt{V_n^2 + V_l^2} \, dF + \sum_{j=1}^{J} \iint\limits_{G} \tau_{з} |V_n - V_l| \, dG\right);$$

I – кількість об’ємів де має місце пластична деформація;

H – кількість контактуючих поверхонь між металом та деформуючим інструментом;

J – кількість поверхонь зсуву в середині заготовки, що деформується;

При наявності довільно вибраних висоти осередку деформації або лінії розділення течії металу шляхом мінімізації виразу для зусилля деформування отримують вирази для знаходження

4.2. Послідовність аналізу процесів обробки тиском

Покрокова послідовність аналізу наступна:

1. На основі схеми процесу обробки тиском складають розрахункову схему. Якщо задача вісесиметрична, то в силу симетрії розглядають половину, або четверту частину заготовки. При необхідності виділяють осередок деформації довільною висотою h або лінію розподілу течії металу довільним розміром R_p. Заготовку або осередок деформації розподіляють на ряд об'ємів, для яких можна визначити компоненти швидкостей як лінійну функцію від координат.

2. Записують рівняння балансу потужностей. Тут необхідно перерахувати всі витрати на подолання опору деформування, сил тертя та сил зсуву.

3. Для кожного із об'ємів визначають компоненти швидкостей частинок металу. Починати слід з об'єму, що контактує з деформуючим інструментом, який має відому швидкість V_0.

4. По знайдених компонентах швидкостей в об'ємах, що деформуються, знаходять швидкості деформацій. В декартових координатах швидкості деформацій визначають так:

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial V_x}{\partial x};$$
$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\partial V_y}{\partial x};$$
$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial V_{z1}}{\partial z};$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial \rho};$$
$$\dot{\gamma}_{yz} = \frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z};$$
$$\dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x};$$

Для циліндричних координат маємо:

$$\dot{\varepsilon}_\rho = \frac{\partial V_\rho}{\partial \rho};$$

$$\dot{\varepsilon}_{z1} = \frac{\partial V_z}{\partial z};$$
$$\dot{\varepsilon}_{\theta} = \frac{V_\rho}{\rho};$$
$$\dot{\gamma}_{\rho z} = \frac{\partial V_\rho}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial \rho}.$$

Далі визначаємо інтенсивність швидкостей деформацій ε_i:

5. Записують вирази для визначення потужностей, які витрачаються на подолання опору деформування, подолання сил зсуву та сил зсуву:

6. Записують вираз для визначення зусилля деформування у вигляді по формулі:

$$P_\partial = \frac{1}{V_0}\left(\sum N_\partial + \sum N_{\text{т}} + \sum N_{\text{з}}\right).$$

7. Якщо мають місце довільно вибрана висота h осередку деформації висотою чи лінія розділення течії металу розміром R_p, то отримують вирази для розрахунків цих розмірів шляхом мінімізації зусилля по наведених параметрах.

4.3. Аналіз вісесиметричного комбінованого видавлювання

Схема комбінованого видавлювання зображена на рис. 4.1. Вихідна заготовка встановлюється на нерухомій нижній плиті з отвором 1. При опусканні під дією зусилля P_∂ зі швидкістю V_0 верхньої плити з отвором 2 отримується здеформована заготовка 3. Має місце течія металу в отвори і збільшується діаметр зовнішньої поверхні.

Використовуємо покрокову послідовність аналізу.

1. Розрахункова схема приведена на рис. 4.2. Здеформована заготовка симетрична в двох напрямках то розглядаємо половину верхньої частини висотою h. Частина заготовки, яка знаходиться під верхньою плитою деформується в напрямку зовнішньої поверхні і в напрямку отвору. Тому в цій частині повинна бути лінія розділення течії металу радіусом R_p. Маємо чотири об'єми: в об'ємах 1, 2 і 3 має місце пластична деформація. 4 об'єм є абсолютно жорстким і зміщується вгору з постійною швидкістю V_c. На схемі виділяємо

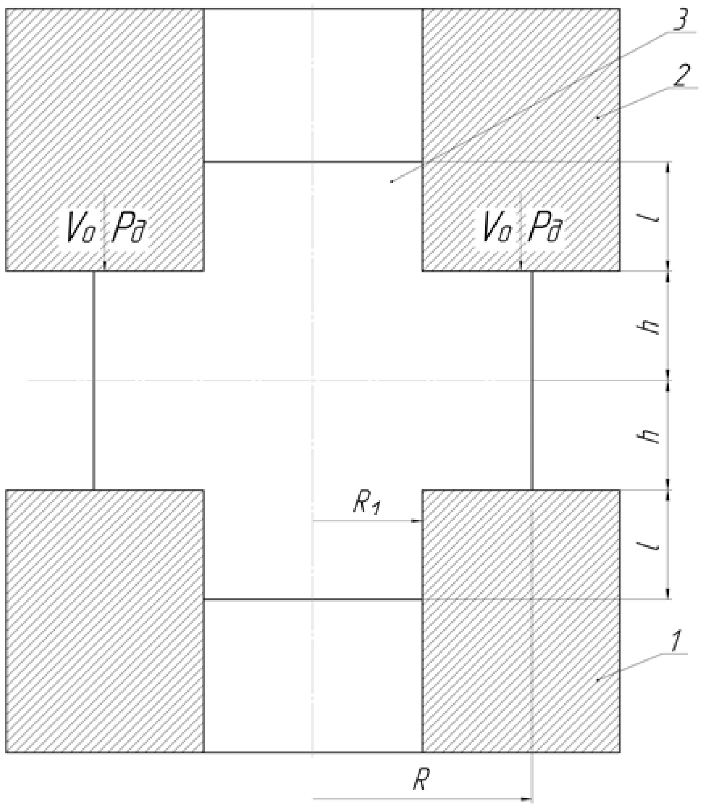


Рис. 4.1. Схема процесу видавлювання: 1 – нижня плита, 2 – верхня плита; 3 – здеформована заготовка

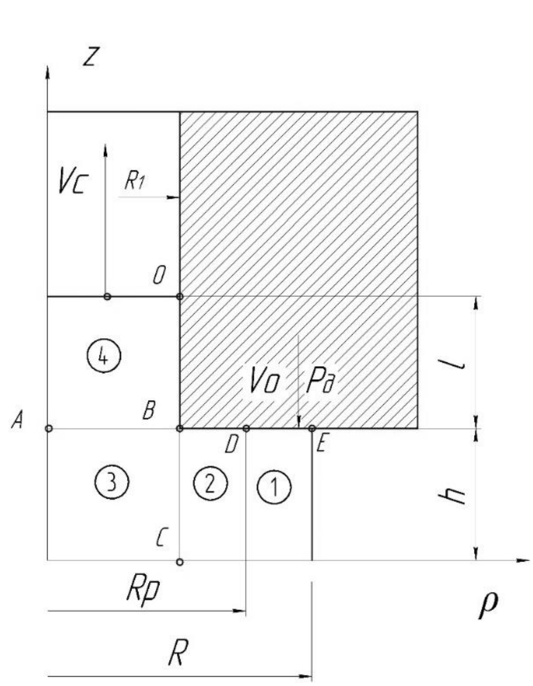


Рис. 4.2. Розрахункова схема

характерні точки. Осередок деформації розповсюджується на всю висоту h заготовки в об'ємах 1, 2 і 3. В об'ємі 1 метал зміщується вниз і праворуч, а в об'ємі 2 – вниз і ліворуч.

2. Записуємо рівняння балансу потужностей:

$$N = \mathrm{P}_{\partial} V_o = N_{\partial 1} + N_{\partial 2} + N_{\partial 3} + N_T^{\mathrm{BO}} + N_T^{\mathrm{BD}} + N_T^{\mathrm{DE}} + \mathrm{N}_3^{\mathrm{BC}} + \mathrm{N}_3^{AB}$$

де: $N_{\partial 1}$- потужність на подолання опору деформування в 1-му об'ємі;

$N_{\partial 2}$- потужність на подолання опору деформування в 2-му об'ємі;

$N_{\partial 3}$- потужність на подолання опору деформування в 3-му об'ємі;

N_T^{BO}- потужність на подолання сил тертя на поверхні BO;

N_T^{BD}- потужність на подолання сил тертя на поверхні BD;

N_T^{DE}- потужність на подолання сил тертя на поверхні DE;

$\mathrm{N}_3^{\mathrm{BC}}$- потужність на подолання сил зсуву між 3 і 2 об'ємами на поверхні BC;

$N_{Ç}^{AB}$ - потужність на подолання сил зсуву між 3 і 4 об’ємами на поверхні ВС;

3. Визначаємо швидкості частинок металу в об’ємах, що деформуються.

Знаходимо швидкості частинок металу для об'єму 1. Для швидкості в напрямку вісі z (V_{z1}) в 1 об’ємі мають місце наступні граничні умови (ГУ):

$$V_{z1} = \begin{cases} -V_o, при\, z = h \\ 0, при\, z = 0 \end{cases},$$

Тоді:

$$V_{z1} = -\frac{V_o z}{h}.$$

Тут V_o- відома швидкість руху деформуючого інструменту. Швидкість у напрямку радіуса ρ можна визначити по швидкості V_{z1} із рівняння:

$$V_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \frac{\partial V_{z1}}{\partial z} \cdot \rho d\rho + C\right)$$

Тут С – довільна постійна. Тоді :

$$V_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \frac{\partial V_{z1}}{\partial z} \rho d\rho + C\right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(-\int \frac{V_0}{h} \rho d\rho + C\right) =$$

$$= -\frac{1}{\rho}\left(-\frac{V_0}{h}\frac{\rho^2}{2} + C\right)$$

Довільну постійну С визначаємо з ГУ - при $\rho = R_p$ швидкість $V_{\rho 1} = 0$:

$$0 = -\frac{V_0}{2h} R_p + C$$

З урахуванням величини С кінцевий вираз для $V_{\rho 1}$ має вигляд:

$$V_{\rho 1} = -\frac{1}{\rho}\left(-\frac{V_0 \rho^2}{2h} + \frac{V_0 R_p^2}{2h}\right)$$

Оскільки граничні умови для V_{z2} такі як для V_{z1}. Також однакові ГУ для визначення постійної С. Тоді:

$$V_{z2} = V_{z1}$$
$$V_{\rho 2} = V_{\rho 1}$$

Далі розглядаємо 3-й об’єм. Для швидкості в напрямку вісі z маємо наступні ГУ для V_{z3}:

$$V_{z3} = \begin{cases} V_C; \text{ при } z = h \\ 0; \text{ при } z = 0 \end{cases}$$

Звідки:

$$V_{z3} = \frac{V_C}{h} z$$

Визначаємо швидкість V_C через V_o з умови постійності витрат металу на поверхнях AB і BD:

$$V_o \pi (R_p^2 - R_1^2) = V_c \pi R_1^2$$

Звідки:

$$V_C = \frac{Vo(R_p^2 - R_1^2)}{R_1^2}$$

Знаходимо $V_{\rho 3}$:

$$V_{\rho 3} = -\frac{1}{\rho}\left(\int \frac{\partial V_{z3}}{\partial z} \rho d\rho + C\right) = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{V_c}{2h}\rho^2 + C\right)$$

Довільну постійну C знаходимо з ГУ, що при $\rho = R_1$ швидкості $V_{\rho 3} = V_{\rho 2}$:

$$-\frac{1}{R_1}\left(-\frac{Vo}{2h}R_1^2 + \frac{Vo}{2h}R_p^2\right) = -\frac{1}{R_1}\left(\frac{V_C R_1^2}{2h} + C\right)$$

Тоді:

$$C = -\frac{Vo}{2h}R_1^2 + \frac{Vo}{2h}R_p^2 - \frac{V_c R_1^2}{2h} = W$$

Кінцевий вираз для $V_{\rho 3}$ має вигляд:

$$V_{\rho 3} = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{V_c \rho^2}{2h} + W\right)$$

4. Визначаємо компоненти швидкостей деформацій для об'єму 1.

$$\dot{\varepsilon}_{\rho 1} = \frac{\partial V_{\rho 1}}{\partial \rho} = \frac{V_o}{2h} + \frac{V_o R_p{}^2}{\rho^2 2h};$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta 1} = \frac{V_{\rho 1}}{\rho} = \frac{V_o}{2h} - \frac{V_o R_p{}^2}{\rho^2 2h}$$

$$\dot{\varepsilon}_{z1} = \frac{\partial V_{z1}}{\partial z} = -\frac{V_o}{h};$$

$$\dot{\gamma}_{\rho z1} = \frac{\partial V_{\rho 1}}{\partial z} + \frac{\partial V_{z1}}{\partial \rho} = 0$$

Умова постійності об'єму $\dot{\varepsilon}_{\rho 1} + \dot{\varepsilon}_{z1} + \dot{\varepsilon}_{\theta 1} = 0$ виконується.

По аналогії можна визначити компоненти швидкостей деформацій для 2 і 3 об’ємів. Маючи компоненти швидкостей деформацій можна визначити інтенсивності швидкостей деформацій $\dot{\varepsilon}_{i1}$, $\dot{\varepsilon}_{i2}$ і $\dot{\varepsilon}_{i3}$

5. Записуємо вирази для кожної із потужностей, які наведені в п.2.

Потужності на подолання опору деформування:

$$N_{\partial 1} = \int_0^{2\pi} \int_0^{h} \int_{R_p}^{R} \sigma_s \dot{\varepsilon}_{i1} \rho d\theta d\rho dz$$

$$N_{\partial 2} = \int_0^{2\pi} \int_0^{h} \int_{R_1}^{R_p} \sigma_s \dot{\varepsilon}_{i2} \rho d\theta d\rho dz$$

$$N_{\partial 3} = \int_0^{2\pi} \int_0^{h} \int_0^{R_1} \sigma_s \dot{\varepsilon}_{i3} \rho d\theta d\rho dz$$

Потужності на подолання сил тертя:

$$N_T^{BD} = \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_p} \tau_\kappa \sqrt{V_{\rho 2}^2 + 0}\, d\rho d\theta d\rho = \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_1} \tau_\kappa \left| V_{\rho 2} \right| \rho d\theta d\rho;$$

$$N_T^{DE}=\int_0^{2\pi}\int_0^{h}\tau_\kappa\sqrt{V_{\rho1}^2+0}\,\rho d\theta d\rho=\int_0^{2\pi}\int_0^{h}\tau_\kappa\left|V_{\rho1}\right|\rho d\theta d\rho\,;$$

$$N_T^{BO}=\tau_k\left(V_0+V_c\right)F^{BO}=\tau_k\left(V_0+V_c\right)2\pi R_1 l$$

Тут:

$\tau_\kappa=\mu\sigma_S$, μ - коефіцієнт тертя, σ_S - межа текучості.

Знаходимо потужності на подолання сил зсуву:

$$N_З^{BC}=\int_0^{2\pi}\int_0^{h}\tau_з\left|V_{z2}-V_{z3}\right|dzR_1d\theta;$$

$$N_З^{AB}=\int_0^{2\pi}\int_r^{R}\tau_з\cdot\left|V_{\rho3}-0\right|\rho d\theta d\rho;$$

Тут :

$$\tau_з=\sigma_S/\sqrt{3}$$

6. Записуємо вираз для знаходження зусилля деформування:

$$P_\partial=\frac{1}{V_0}\left(N_{\partial1}+N_{\partial2}+N_{\partial3}+N_T^{\mathrm{BO}}+N_T^{\mathrm{BD}}+N_T^{\mathrm{DE}}+\mathrm{N}_З^{\mathrm{BC}}+\mathrm{N}_З^{AB}\right)$$

7. Виконуємо мінімізацію виразу для зусилля видавлювання ∂P_∂ по довільно вибраному параметру R_p:

$$\frac{\partial P_\partial}{\partial R_p}=0$$

Отримуємо вираз для визначення розміру R_p.

4.4. Аналіз холодного видавлювання вісесиметричних порожнистих виробів з прикладанням розтягувального зусилля до стінки заготовки

Одним із недоліків методу, що розглядається, є визначення дотичних напружень на контактуючих напружень по Зібелю ($\tau_\kappa=\mu\sigma_S$). Ці напруження вважаються постійними по всій поверхні, що не відповідає дійсності. Для врахування дотичних напружень по Кулону ($\tau_\kappa=\mu\sigma_n$) потрібно знати розподіл нормальних напружень на контактуючій поверхні. Такий розподіл можна отримати методом спільного рішення наближених диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності (інженерний метод – ІМ). Тому для підвищення точності аналізу процесів обробки тиском з використанням МБП необхідно використовувати ІМ для отримання нормальних напружень на контактуючих поверхнях. Спільне використання МБП і ІМ буде показано на прикладі аналізу видавлювання [10].

На рис. 4.3 наведена схема штампу для зворотного видавлювання з прикладанням розтягувального зусилля до стінки заготовки. Ліворуч від вісі симетрії показаний вихідний стан перед видавлюванням, праворуч – в процесі видавлювання. Штамп містить матрицю 1, яка встановлена на опорі 2 з ущільненнями 3. В матриці розміщені виштовхувач 4, що приводиться в дію штовхачем 5. Вихідна заготовка з буртом 9 встановлюється на штовхач 4. Резервуар 10 заповнюється рідиною, яка вільно проходить з порожнини 6 через канали 7 в порожнину 8. При опусканні плунжера 12 з пуансоном 11 ущільнення 13 перекривають доступ рідини в резервуар 10. В подальшому рідина пружно стискається до необхідного тиску для створення тягнучого зусилля P_T за бурт заготовки при видавлюванні. Таким чином, одночасно при видавлюванні порожнини до бурта

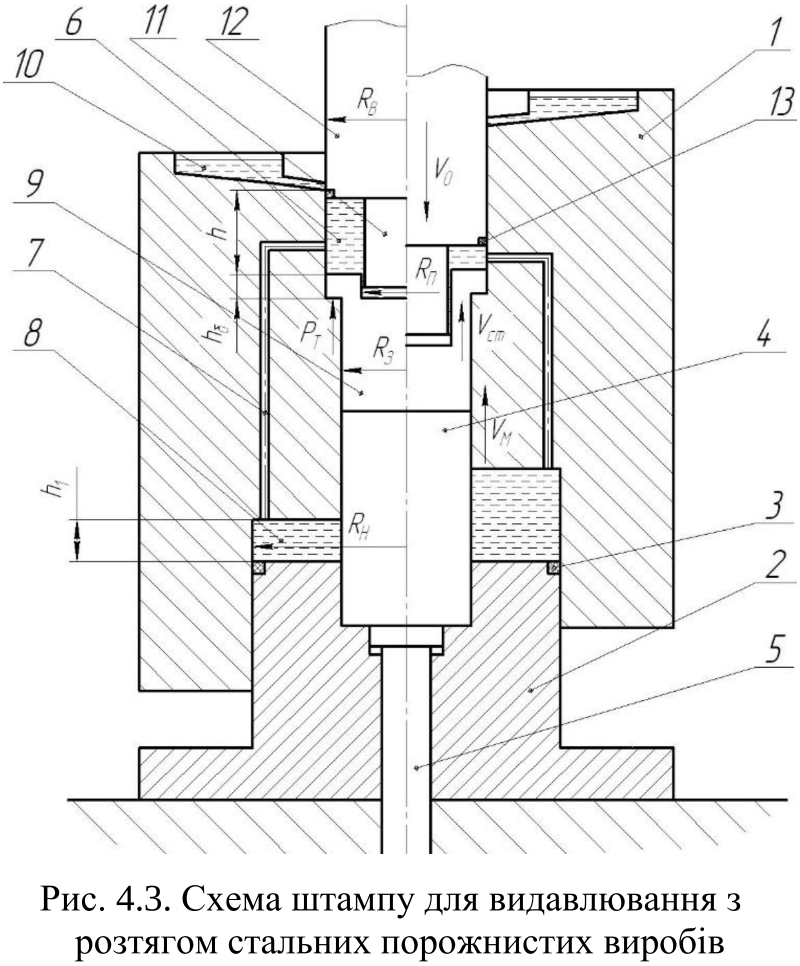


Рис. 4.3. Схема штампу для видавлювання з розтягом стальних порожнистих виробів

заготовки прикладається тягнуче зусилля P_T, що дозволяє практично на таку ж величину зменшити зусилля видавлювання на пуансоні 11. Радіус R_B порожнини 6 визначається по радіусу заготовки з буртом. Радіус R_H порожнини 8 розраховується з умови забезпечення однакових швидкостей матриці V_M і стінки порожнини V_{cm} при видавлюванні.

Розрахункова схема представлена на рис. 4.4. З'ясуємо механізм деформування при видавлюванні з розтягом з урахуванням основних факторів, які впливають на процес. Розглянемо основні складові потужностей зовнішніх і внутрішніх сил , які можуть мати місце при вісесиметричному видавлюванні з розтягом. Пуансон конусної форми діє на осередок деформації в заготовці, який обмежений радіусами r і R, створює стискаючі напруження σ_θ.

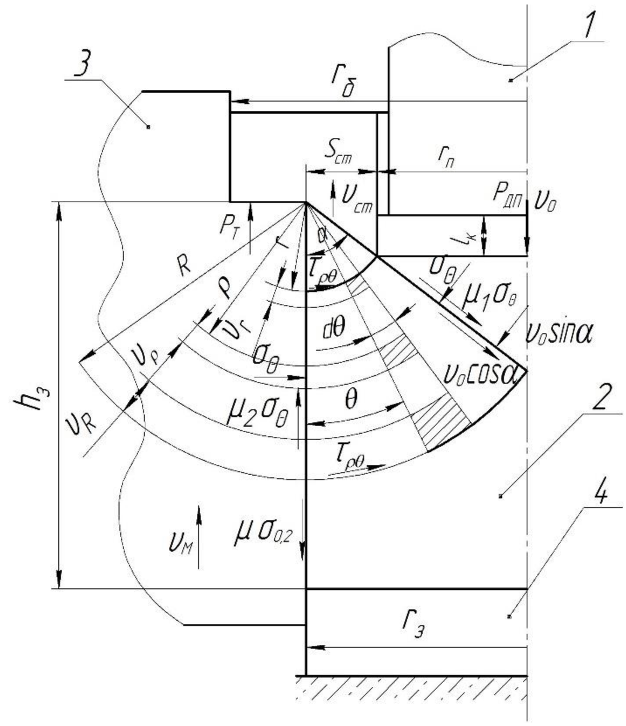


Рис. 4.4. Розрахункова схема зворотного видавлювання з розтягом (1- пуансон, 2 - заготовка, 3 - матриця, 4 - виштовхувач)

Добуток вказаного напруження на площу конусної поверхні дає зовнішнє зусилля деформування P_∂. Добуток зусилля на швидкість переміщення пуансона ϑ_o дає потужність зовнішніх сил. Переміщення пуансона визиває зміщення частинок металу на зовнішній поверхні осередку деформації, яка контактує з матрицею З урахуванням переміщення матриці для створення тягнучого зусилля P_T за бурт заготовки, на названій поверхні утворюються активні сили тертя , які „допомагають" зміщенню частинок металу по поверхні. Якщо величину сил тертя помножити на величину відповідної швидкості, то отримаємо потужність на подолання сил тертя N_T. Вказану потужність створює привід переміщення матриці для виникнення зусилля P_T.Однак переміщення матриці приводить до виникнення сил тертя на поверхні заготовки нижче границі осередку деформації радіусом R. Для подолання цих сил тертя треба затратити відповідну потужність. Переміщення пуансона приводить також до переміщення частинок металу з відповідною швидкістю на внутрішній поверхні осередку деформації, яка контактує з пуансоном, що створює сили тертя. Добуток цих сил на швидкість визначає потужність на подолання вказаних сил тертя.

Основні складові внутрішніх сил виникають від нормальних напружень σ_ρ і σ_θ, а також дотичних напружень $\tau_{\rho\theta}$, які діють в осередку деформації. На подолання цих сил (опору деформування) необхідно витратити потужність N_∂. На верхній границі осередку деформації радіусом r проходить зміна траєкторії швидкостей частинок металу (з радіального напрямку в вертикальний для формоутворення стінки). Від зміни траєкторії виникають дотичні напруження $\tau_{\rho\theta}$ і сили зсуву. Тому необхідно визначати потужність $N_з$ на подолання сил зсуву.

Проаналізуємо потужності, які мають місце в схемі видавлювання з розтягом. Потужність рівнодіючої сили від напружень σ_θ, яка прикладається до пуансона зазначимо через $N\sigma_\theta$. Вказану потужність необхідно затратити на: подолання опору деформування металу в осередку деформації (відповідна потужність N_∂); подолання сил тертя на конічній поверхні пуансона (потужність цих сил тертя $N_{TП}$); подолання сил тертя на калібруючому пояску довжиною $l_к$ пуансона (потужність N_{TL}); подолання сил зсуву на верхній границі осередку деформації (потужність $N_{з,r}$); подолання сил зсуву на нижній границі осередку деформації (потужність $N_{з,R}$). Тоді баланс потужностей сил, які необхідно прикласти до пуансону виглядає так:

$$N\sigma_\theta = N_\partial + N_{TП} + N_{TL} + N_{з,r} + N_{з,R} \tag{4.1}$$

Повний баланс потужностей має вигляд:

$$N_{ЗС} = N_{PT} + \mathrm{N}_{TM} + N_{M3} + N\sigma_\theta \tag{4.2}$$

де: N_{PT} - потужність від тягнучої сили P_T, N_{TM} - потужність на подолання сил тертя по матриці в осередку деформації, N_{M3}- потужність на подолання сил тертя між заготовкою і матрицею нижче границі осередку деформації

Визначимо компоненти швидкостей частинок металу. Для цього робимо допущення, що в осередку деформації має місце плоско-деформований стан. В подальшому товщину заготовки і осередку деформації приймаємо за одиницю. Швидкості деформацій ξ_ρ і ξ_θ є головними лінійними швидкостями деформацій і ξ_ρ = - ξ_θ. Швидкість стінки виробу ϑ_{cm} можна знайти з умови постійності витрат металу в стінці і під пуансоном. Тоді швидкість в радіальному напрямку також можна визначити з умови постійності витрат:

$$\vartheta_{cm} S_{cm} = \vartheta_r r\alpha$$

З геометричного співвідношення:

$$S_{cm} = r\sin\alpha$$

Тоді:

$$\vartheta_{cm} r\sin\alpha = \vartheta_r r\alpha$$

Або:

$$\vartheta_{cm} = \vartheta_r \frac{\alpha}{\sin\alpha}$$

Швидкість стінки ϑ_{cm} можна виразити через швидкість пуансона ϑ_o:

$$\vartheta_0 (R-r) = \vartheta_{cm} \cdot S_{cm}$$

Звідки:

$$\vartheta_{cm} = \frac{\vartheta_o (R-r)}{S_{cm}}$$

Для знаходження швидкості металу в осередку деформації записуємо умову постійності витрат:

$$\vartheta_r r\alpha = \vartheta_\rho \rho\alpha$$

Звідки швидкість металу на довільному радіусі ρ:

$$\vartheta\rho = \vartheta r \frac{r}{\rho} \qquad (4.3)$$

По швидкостям визначаємо швидкості деформацій:

$$\xi_\theta = \frac{\vartheta_\rho}{\rho} = \frac{r}{\rho^2}\vartheta_r$$

$$\xi_\rho = \frac{\partial \vartheta_\rho}{\partial \rho} = -\frac{r}{\rho^2}\vartheta_r \qquad (4.4)$$

$$\xi_{\rho\theta} = 0$$

Інтенсивність швидкостей деформацій розрахуємо по формулі:

$$\xi_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{4\xi_\theta{}^2 + \xi_\theta{}^2 + \xi_\theta{}^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\xi_\theta \qquad (4.5)$$

Потужність, яка витрачається на подолання опору деформування визначається по формулі:

$$N\partial = \iiint\limits_V \sigma_s \xi_i dV\,, \qquad (4.6)$$

де: σ_s - напруження текучості, яке рахуємо як постійне, $dV = \rho\alpha d\rho$ - елементарний об’єм. З урахуванням, що розмір осередку деформації в напрямку, який перпендикулярний до креслення схеми, дорівнює одиниці, отримуємо:

$$N\partial = \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}}\vartheta_r \alpha r \int_r^R \frac{d\rho}{\rho} = \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}}\vartheta_r \alpha r \ln\frac{R}{r} \qquad (4.7)$$

Потужності на подолання сил тертя визначаються по формулі:

$$N_T = \iint\limits_F \tau_\kappa |\vartheta_k| dF\,, \qquad (4.8)$$

де: τ_κ - дотичне напруження на контактуючій поверхні, ϑ_κ - результуюча швидкість частинок металу на контактуючій поверхні, dF - елементарна площа поверхні.

Для знаходження τ_κ треба визначити компоненти нормальних напружень на контактуючих поверхнях між металом і інструментом. Використовуємо для розрахунку напружень метод шляхом спільного вирішення наближених диференційних рівнянь рівноваги з умовою пластичності. Рівняння рівноваги без врахування дотичних напружень має вигляд

$$\frac{\rho d\sigma_\rho}{d\rho}+\sigma_\rho-\sigma_\theta=0 \tag{4.9}$$

Наближена умова пластичності:

$$\sigma_\rho-\sigma_\theta=\sigma_s$$

(4.10)

Перепишемо (4.19) з урахуванням (4.10) і розділимо змінні:

$$d\sigma_\rho=-\sigma_s\frac{d\rho}{\rho} \tag{4.11}$$

Інтегруємо (4.11):

$$\sigma_\rho=-\sigma_S\ln\rho+C \tag{4.12}$$

Довільну постійну інтегрування C знаходимо з граничної умови: при $\rho=r$ напруження $\sigma_\rho=\sigma^p$. Тут σ^p- розтягувальне напруження на верхній границі осередку деформації, яке виникає від розтягувального зусилля P_T. Тоді з (4.12) маємо:

$$\sigma^p=-\sigma_S\ln r+C$$

Звідки

$$C=\sigma^p+\sigma_S\ln r\,.$$

Кінцевий вираз для σ_ρ:

$$\sigma_\rho=-\sigma_S\ln\rho+\sigma^p+\sigma_S\ln r \tag{4.13}$$

Після перетворень в (4.13) записуємо:

$$\sigma_\rho=-\sigma_S\ln\frac{\rho}{r}+\sigma^p$$

З умови пластичності (410) знаходимо:

$$\sigma_\theta=\sigma_\rho-\sigma_S=-\sigma_S\ln\frac{\rho}{r}-\sigma_S+\sigma^p=-\sigma_S(\ln\frac{\rho}{r}+1)+\sigma^p \tag{4.14}$$

Тепер можна визначити дотичне напруження на контактуючій поверхні матриці:

$$\tau_{\kappa} = \mu_1 \sigma_{\theta}, \tag{4.15}$$

де: μ_1 - коефіцієнт тертя на матриці.

При видавлюванні з розтягом по розробленій схемі матриця повинна зміщуватися в осьовому напрямку із швидкістю, яка дорівнює швидкості стінки виробу ϑ_{cm}. Одночасно маємо швидкості частинок металу в осередку деформації в радіальному напрямку, який в даному випадку співпадає з осьовим. Тому величина відносної швидкості $\vartheta_{зм}$ частинок металу заготовки по матриці може бути визначена як різниця між швидкістю частинок заготовки в осьовому напрямку і швидкістю ϑ_{cm} матриці в цьому ж напрямку:

$$\vartheta_{зм} = \vartheta_{\rho} - \vartheta_{cm} \tag{4.16}$$

З урахуванням (4.2) і (4.3) отримуємо:

$$\vartheta_{зм} = \vartheta_{\rho} - \vartheta_r \frac{\alpha}{\sin\alpha} = \vartheta_r \left(\frac{r}{\rho} - \frac{\alpha}{\sin\alpha} \right) \tag{4.17}$$

Елементарна сила тертя в осередку деформації на матриці з урахуванням абсолютного значення σ_{θ}:

$$\mu_1 \sigma_{\theta} d\rho = \mu_1 \left[\sigma_s (\ln\frac{\rho}{r} + 1) - \sigma^p \right] d\rho = \mu_1 \sigma_s \left(\ln\frac{\rho}{r} + 1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) d\rho \tag{4.18}$$

Визначаємо потужність, яка витрачається на подолання сил тертя по матриці в осередку деформації:

$$N_{TM} = \int_r^R \mu_1 \sigma_s \vartheta_r \left(\ln\frac{\rho}{r} + 1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \left(\frac{r}{\rho} - \frac{\alpha}{\sin\alpha} \right) d\rho =$$

$$= \mu_1 \sigma_s \vartheta_r \left[\int_r^R \ln\frac{\rho}{r} \frac{r}{\rho} d\rho + \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \int_r^R \frac{r}{\rho} d\rho - \frac{\alpha}{\sin\alpha} \int_r^R \ln\frac{\rho}{r} d\rho - \frac{\alpha}{\sin\alpha} \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \int_r^R d\rho \right] =$$

$$= \mu_1 \sigma_s \vartheta_r \left[\frac{1}{2} r \left(\ln \frac{R}{r} \right)^2 + \left(r - \frac{r\sigma^p}{\sigma_s} - \frac{R \cdot \alpha}{\sin\alpha} \right) \ln \frac{R}{r} + \frac{\alpha}{\sin\alpha} \frac{\sigma^p}{\sigma_s} (R - r) \right] \quad (4.19)$$

Визначимо потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на пуансоні. Радіальна швидкість $\vartheta_{\rho n}$ точок пуансона відносно заготовки постійна і дорівнює:

$$\vartheta_{\rho n} = \vartheta_o \cos\alpha \quad (4.20)$$

Тоді швидкість точок заготовки на контактуючій поверхні „заготовка-пуансон" дорівнює:

$$\vartheta_{зп} = \vartheta_\rho + \vartheta_{\rho n} = \vartheta_\rho + \vartheta_0 \cos\alpha \quad (4.21)$$

Виразимо швидкість ϑo через ϑ_ρ з умови постійності витрат металу:

$$\vartheta_o (R - r) = \vartheta_\rho \rho \alpha$$

Звідки:

$$\vartheta_o = \frac{\vartheta_\rho \rho \alpha}{(R - r)} \quad (4.22)$$

Тоді, з урахуванням (4.22) і замінивши ϑ_ρ на ϑ_r отримуємо:

$$\vartheta_{ЗП} = \vartheta_\rho + \frac{\vartheta_\rho \rho \alpha}{(R - r)} = \vartheta_\rho \left(1 + \frac{\rho\alpha\cos\alpha}{(R - r)} \right) = \vartheta_r \left(\frac{r}{\rho} + \frac{r\alpha\cos\alpha}{(R - r)} \right)$$

Елементарна сила тертя на пуансоні:

$$\mu_2 \sigma_\theta d\rho = \mu_2 \sigma_s (\ln\frac{\rho}{r} + 1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s}) d\rho, \quad (4.23)$$

де: μ_2 - коефіцієнт тертя на пуансоні. Визначаємо потужність, яка витрачається на подолання сил тертя по пуансону:

$$N_{ТП} = \int_r^R \mu_2 \sigma_s \vartheta_r \left(\ln\frac{\rho}{r} + 1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \left(\frac{r}{\rho} + \frac{r\alpha\cos\alpha}{(R - r)} \right) d\rho =$$

$$= \mu_2 \sigma_s \vartheta_r \left[\int_r^R \frac{r}{\rho} \ln\frac{\rho}{r} d\rho + \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \int_r^R \frac{r}{\rho} d\rho + \frac{r\alpha\cos\alpha}{(R - r)} \int_r^R \ln\frac{\rho}{r} d\rho + \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \frac{r\alpha\cos\alpha}{(R - r)} \int_r^R d\rho \right] =$$

$$= \mu_2 \sigma_s \vartheta_r \left[\frac{r}{2} \left(\ln \frac{R}{r} \right)^2 + r \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \ln \frac{R}{r} + r\alpha \cos\alpha \left(\frac{R}{R-r} \ln \frac{R}{r} - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \right] \tag{4.24}$$

Визначимо потужності, які витрачаються на подолання сил зсуву від дотичних напружень на границях осередку деформації (на радіусах r і R).
Швидкість зсуву на границі осередку деформації радіусом r:

$$\vartheta_{з,r} = \vartheta_r tg\theta \tag{4.25}$$

Відповідно на границі радіусом R:

$$\vartheta_{з,R} = \vartheta_R tg\theta = \vartheta_r \frac{r}{R} tg\theta$$

Елементарні сили, які викликані дією дотичних напружень на границях осередку деформації, визначаємо наступним чином:

$$\tau_з F_{зr} = \frac{\sigma_s}{2} r d\theta$$

$$\tau_з F_{зR} = \frac{\sigma_s}{2} R d\theta,$$

де: $\tau_з$ - дотичне напруження зсуву, яке дорівнює $\sigma_s / 2$, $F_{зR}$ - площа зсуву
Тоді потужність зсуву на радіусі r:

$$N_{з,r} = \int_0^{\alpha} \frac{\sigma_s}{2} \vartheta_{з,r} r tg\theta d\theta = \frac{\sigma_s}{2} \vartheta_r r \ln|\cos\alpha|, \tag{4.26}$$

де: $\vartheta_{з,r}^{ср}$ - середнє значення швидкості частинок на поверхні зсуву радіусом r, $F_{зr}$ - площа поверхні зсуву.
Аналогічно вираховуємо потужність зсуву на радіусі R:

$$N_{з,R} = \int_0^{\alpha} \frac{\sigma_s}{2} \vartheta_r \frac{r}{R} tg\theta R d\theta = \frac{\sigma_s}{2} \vartheta_r r \ln|\cos\alpha| \tag{4.27}$$

Знаходимо потужність N_T^{KL}, яка витрачається на подолання сил тертя на калібруючому пояску пуансона $l_к$. На вказаній поверхні маємо зустрічний рух пуансона із швидкістю ϑ_o і стінки металу із швидкістю $\vartheta_{ст}$. Тоді результуюче значення швидкості:

$$\vartheta_p = \vartheta_o + \vartheta_{cm}$$

З урахуванням попередньо знайдених складових швидкостей ϑ_o і ϑ_{cm} через ϑ_r, отримуємо:

$$\vartheta_p = \vartheta_r \frac{\alpha}{\sin\alpha} + \vartheta_r \frac{r \cdot \alpha}{R - r} \tag{4.28}$$

Потужність N_{TL} визначаємо так:

$$N_{TL} = \tau_\kappa \vartheta_p F_{KL}, \tag{4.29}$$

де: $\tau_\kappa = \mu_2 \sigma_s$, $F_{KL} = 1 \cdot l_\kappa$ - площа поверхні тертя.

Тоді:

$$N_{TL} = \mu_2 \sigma_s l_\kappa \left(\vartheta_r \frac{\alpha}{\sin\alpha} + \vartheta_r \frac{r \cdot \alpha}{R - r} \right) = \mu_2 \sigma_s l_\kappa \vartheta_r \left(\frac{\alpha}{\sin\alpha} + \frac{r\alpha}{R - r} \right) \tag{4.30}$$

По аналогії визначимо потужність N_{M3}, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій поверхні між матрицею і поверхнею заготовки нижче границі осередку деформації радіусом R. На цій поверхні частинки металу нерухомі а швидкість матриці дорівнює ϑ_{cm}. Тоді вказана потужність має вигляд:

$$N_{M3} = \mu_1 \sigma_{0,2} \vartheta_r \frac{\alpha}{\sin\alpha} F_{KM} = \mu_1 \sigma_{0,2} \vartheta_{cm} 2\pi r_3 \left(h_3 - R \right), \tag{4.31}$$

де: $\sigma_{0,2}$ - умовна межа текучості вихідного металу заготовки,

$F_{KM} = 2\pi r_3 \left(h_3 - R \right)$ - площа контактуючої поверхні.

Згідно створеній схемі деформування з розтягуванням потужність $N\sigma_\theta$, яку необхідно створити на пуансоні силами від тангенціальних напружень σ_θ, витрачається на подолання опору деформування металу в осередку деформації, подолання сил тертя між металом пуансоном і матрицею, а також на подолання сил зсуву на верхній і нижній границях осередку деформації. Тоді рівняння цієї потужності має вигляд:

$$N\sigma_\theta = \sigma_\theta \left(R - r \right) \vartheta_o \sin\alpha \tag{4.32}$$

З урахуванням виразу балансу потужностей (4.1) отримуємо формулу:

$$\sigma_\theta \cdot (R-r)\vartheta_o \sin\alpha = N_\partial + N_{TM} + N_{T\Pi} + N_{TL} + N_{З,r} + N_{З,R} \qquad (4.33)$$

Використовуючи отримані формули для потужностей маємо:

$$\sigma_\theta (R-r)\vartheta_o \sin\alpha = \sigma_s \frac{2}{\sqrt{3}}\vartheta_r \alpha r \ln\frac{R}{r} +$$
$$+\mu_2\sigma_s\vartheta_r\left[\frac{r}{2}\cdot\left(\ln\frac{R}{r}\right)^2 + r\left(1-\frac{\sigma^p}{\sigma_s}\right)\ln\frac{R}{r} + r\alpha\cos\alpha\left(\frac{R}{R-r}\ln\frac{R}{r} - \frac{\sigma^p}{\sigma_s}\right)\right]+$$
$$+\mu_1\sigma_s\vartheta_r\left[\frac{1}{2}r\left(\ln\frac{R}{r}\right)^2 + \left(r - \frac{r\sigma^p}{\sigma_s} - \frac{\alpha}{\sin\alpha}\right)\ln\frac{R}{r} + \frac{\alpha}{\sin\alpha}\frac{\sigma^p}{\sigma_s}(R-r)\right]+$$
$$+\mu_2\sigma_s l_\kappa \vartheta_r\left(\frac{\alpha}{\sin\alpha} + \frac{r\cdot\alpha}{R-r}\right) + \frac{\sigma_s}{2}\vartheta_r r\ln|\cos\alpha| \qquad (4.34)$$

З умови постійності витрат отримуємо зв'язок між ϑ_o і ϑ_r:

$$\vartheta_o = \frac{\vartheta_r r\alpha}{(R-r)\sin\alpha}. \qquad (4.35)$$

Перепишемо (4.34) з урахуванням (4.35), після перетворень і скорочень отримуємо:

$$\sigma_\theta = \sigma_s\left\{\frac{2}{\sqrt{3}}\ln\frac{R}{r} + \right.$$
$$+\frac{\mu_2}{\alpha}\left[\frac{1}{2}\left(\ln\frac{R}{r}\right)^2 + \left(1-\frac{\sigma^p}{\sigma_s}\right)\ln\frac{R}{r} + \alpha\cos\alpha\left(\frac{R}{R-r}\ln\frac{R}{r} - \frac{\sigma^p}{\sigma_s}\right)\right]+$$
$$+\frac{\mu_1}{\alpha}\left[\frac{1}{2}\left(\ln\frac{R}{r}\right)^2 + \left(1-\frac{\sigma^p}{\sigma_s} - \frac{R\cdot\alpha}{r\sin\alpha}\right)\ln\frac{R}{r} + \frac{\alpha}{\sin\alpha}\frac{\sigma^p}{\sigma_s}\left(\frac{R}{r}-1\right)\right]+ \qquad (4.36)$$
$$\left.+\mu_2 l_\kappa\left(\frac{1}{r\cdot\sin\alpha} + \frac{1}{R-r}\right) + \frac{1}{2\alpha}\ln|\cos\alpha|\right\}$$

Радіуси r і R можна виразити через розміри заготовки і інструменту (рис. 2.9):

$$r = \frac{r_З - r_П}{\sin\alpha}, \text{ а } R = \frac{r_З}{\sin\alpha} \qquad (4.37)$$

Зусилля деформування на пуансоні $P_{ДП}$ може бути записано в наступному вигляді:

$$P_{ДП} = \pi \frac{r_П^2}{\sin\ \alpha} \sigma_s \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\frac{R}{r} + \right.$$

$$+ \frac{\mu_2}{\alpha} \left[\frac{1}{2} \left(\ln\frac{R}{r} \right)^2 + \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \ln\frac{R}{r} + \alpha \cos\alpha \left(\frac{R}{R-r} \ln\frac{R}{r} - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) \right] +$$

$$+ \frac{\mu_1}{\alpha} \left[\frac{1}{2} \left(\ln\frac{R}{r} \right)^2 + \left(1 - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} - \frac{R\alpha}{r\sin\alpha} \right) \ln\frac{R}{r} + \frac{\alpha}{\sin\alpha} \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \right] + \tag{4.38}$$

$$\left. + \mu_2 l_к \left(\frac{1}{r\sin\alpha} + \frac{1}{R-r} \right) + \frac{1}{2\alpha} \ln\left|\cos\alpha\right| \right\}$$

Якщо коефіцієнти тертя на матриці і пуансоні однакові то вираз (4.38) після перетворень має вигляд:

$$P_{ДП} = \pi \frac{r_n^2}{\sin\alpha} \sigma_s \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\frac{R}{r} + \frac{\mu}{\alpha} \left[\left(\ln\frac{R}{r} \right)^2 + \left(2 - \frac{2\sigma^p}{\sigma_s} - \frac{R\alpha}{r\sin\alpha} \right) \ln\frac{R}{r} + \right. \right.$$

$$\left. + \alpha\cos\alpha \left(\frac{R}{R-r} \ln\frac{R}{r} - \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \right) + \frac{\alpha}{\sin\alpha} \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \left(\frac{R}{r} - 1 \right) \right] + \tag{4.39}$$

$$\left. + \mu l_к \left(\frac{1}{r\sin\alpha} + \frac{1}{R-r} \right) + \frac{1}{2\alpha} \ln\left|\cos\alpha\right| \right\}$$

В формулі для зусилля $P_{ДП}$ можемо бачити, що із збільшенням кута α окремі складові зменшуються, а другі збільшуються. Тому можна передбачити, що при деяких значеннях кута зусилля буде мінімальним. Вказане в подальшому встановимо розрахунковим шляхом.

Отриманий вираз для зусилля $P_{ДП}$ не враховує зміцнення. Використовуємо відому апроксимацію діаграми істинних напружень металу, що деформується, у вигляді:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_в}{1 - \psi_ш} \left(\frac{\psi}{\psi_ш} \right)^{\frac{\psi_ш}{1-\psi_ш}}, \tag{4.40}$$

де: $\sigma_в$ - межа міцності, ψ - текуче значення відносного потоншення, $\psi_ш$ - відносне потоншення в момент утворення шийки.

Відносне потоншення ψ в осередку деформації беремо як середнє значення відношення різниці довжини дуги нижньої границі радіусом і довжини дуги верхньої границі радіусом до довжини дуги нижньої границі:

$$\psi = \frac{R\alpha - r\alpha}{2R\alpha} = \frac{1}{2} - \frac{r}{2R} = \frac{1}{2} - \frac{r_з - r_п}{2r_з} = \frac{r_п}{2r_з} \qquad (4.41)$$

Тоді :

$$\sigma_S = \frac{\sigma_в}{1-\psi_ш}\left(\frac{r_п}{2r_з\psi_ш}\right)^{\frac{\psi_ш}{1-\psi_ш}} \qquad (4.42)$$

Якщо підставити (4.42) в (4.39) то буде враховане зміцнення при холодній пластичній деформації.

Далі визначимо потужності, які входять в рівняння (4.1). Тягнучу силу за бурт заготовки визначаємо по розтягувальному напруженню σ^p:

$$P_T = \sigma^p \pi\left(r_б^2 - r_3^2\right) \qquad (4.43)$$

Тоді потужність N_{PT} від тягнучої сили P_T за бурт заготовки дорівнює:

$$N_{PT} = P_T \vartheta_{ст} = \sigma^p \pi\left(r_б^2 - r_3^2\right)\vartheta_o \frac{\pi r_п^2}{\sin\alpha\pi\left(r_з^2 - r_п^2\right)} = \sigma^p \pi \vartheta_o \frac{\left(r_б^2 - r_з^2\right)r_п^2}{\sin\alpha\left(r_з^2 - r_п^2\right)} \qquad (4.44)$$

В виразі (4.44) швидкість стінки $\vartheta_{ст}$ визначена через швидкість пуансона ϑ_o.

В (4.31) замінимо швидкість $\vartheta_{ст}$ на ϑ_o. Тоді отримуємо:

$$N_{M3} = \mu_2 \sigma_{0,2} \vartheta_o \frac{r_п^2 2\pi r_з\left(h_з - R\right)}{\sin\alpha\left(r_з^2 - r_п^2\right)} \qquad (4.45)$$

В свою чергу потужність на пуансоні можемо виразити так:

$$N\sigma_\theta = P_{ДП}\vartheta_o \qquad (4.46)$$

Якщо потужність зовнішніх сил в (4.1) виразити через повне зусилля видавлювання $P_{ПВ}$,то отримуємо:

$$P_{ПВ} = \frac{1}{\vartheta_o}\left(N_{PT} + N_{M3} + N\sigma_{\theta}\right) \tag{4.47}$$

З урахуванням (4.43)-(4.47) знаходимо:

$$P_{ПВ} = \sigma_s \left\{ \frac{\sigma^p}{\sigma_s} \pi \frac{\left(r_б^2 - r_з^2\right) r_п^2}{\sin\alpha \left(r_з^2 - r_п^2\right)} + \mu_2 \frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_s} \frac{r_П^2 2\pi r_з \left(h_з - R\right)}{\sin\alpha\left(r_з^2 - r_п^2\right)} \right\} + P_{ДП} \tag{4.48}$$

Для порівняння силових режимів видавлювання з розтягом і традиційним видавлюванням необхідно отримати формулу для визначення зусилля на пуансоні для традиційного видавлювання. Для цього в виразі (4.38) необхідно виключити вплив розтягувального напруження σ^p, а також переміщення матриці при видавлюванні. В результаті для однакових коефіцієнтів тертя отримуємо:

$$P_{ДП} = \frac{\pi r_п^2 \cdot \sigma_s}{\sin\alpha} \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \ln\frac{R}{r} + \frac{\mu}{\alpha}\left[\left(\ln\frac{R}{r} \right)^2 + 2\ln\frac{R}{r} + \alpha\cos\alpha \frac{R}{\left(R-r\right)} \ln\frac{R}{r} \right] \right.$$

$$\left. + \mu l_к \left(\frac{1}{r\sin\alpha} + \frac{1}{R-r} \right) + \frac{1}{2\alpha} \ln\left|\cos\alpha\right| \right\} \tag{4.49}$$

4.5. Аналіз вісесиметричного зворотного видавлювання з роздачою порожнистих виробів

Схема зворотного видавлювання з роздачою в рухомій матриці вісесиметричних порожнистих виробів конусним пуансоном приведена на рис. 4.5. Ліворуч від вісі симетрії наведене положення на початку видавлювання, праворуч – в кінці видавлювання. Вихідна заготовка 1, діаметр якої менший за зовнішній діаметр виробу, встановлена в матриці 2 на виштовхувачі 3. Зусилля видавлювання $P_д$ прикладається за допомогою пуансона 4. При опусканні пуансона 4 із швидкістю V_o виконується формоутворення виробу 5. При

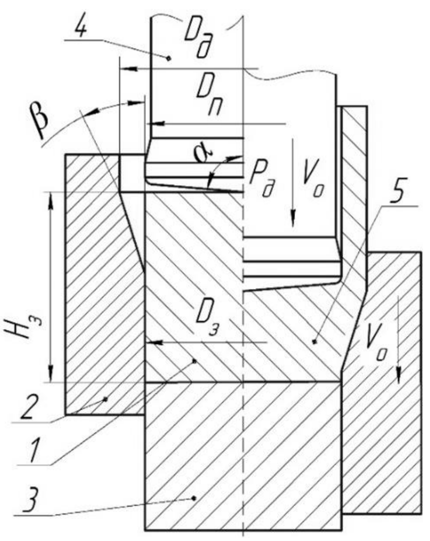


Рис. 4.5. Схема видавлювання з роздачою в рухомій матриці порожнистих виробів

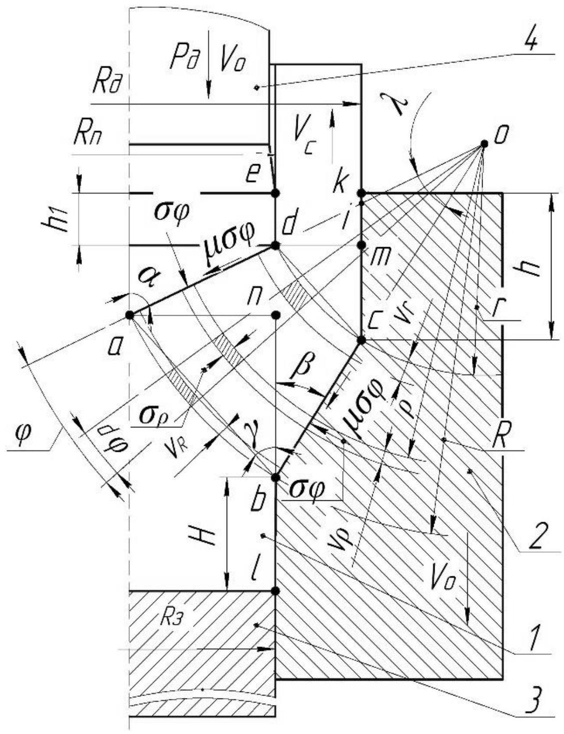


Рис. 4.6. Розрахункова схема для аналізу методом балансу потужностей і інженерним методом

видавлюванні матриця 2 також зміщується вниз із швидкістю V_O. Процес зворотного видавлювання з роздачою в рухомій матриці спочатку має неусталену стадію, на якій зусилля видавлювання зростає і досягає максимального значення, та усталену стадію з практично постійною величиною зусилля видавлювання. Усталена стадія виникає, коли метал заповнює зазор між калібруючим пояском торця пуансона діаметром $D_п$ і циліндричною поверхнею матриці діаметром $D_з$.

Розрахункова схема для аналізу усталеної стадії методом балансу потужностей і інженерним методом зображена на рис. 4.6. Використання двох методів обумовлене наступним. Врахування впливу тертя на зусилля видавлювання при зміщенні об'ємів заготовки, які не деформуються, забезпечує метод балансу потужностей. Інженерний метод дозволяє виявити напруження в осередку деформації, встановити нормальні напруження на контактуючих поверхнях та точніше врахувати вплив тертя по Кулону при визначенні потужностей на подолання сил тертя. У здеформованій заготовці виділяємо осередок деформації між пуансоном і матрицею, який обмежений радіусами R і r та кутом λ. Стінка заготовки та частина її, яка знаходиться нижче дуги радіусом R не деформуються. В сферичній системі координат в осередку деформації виникають напруження σ_φ, σ_ρ та σ_θ. На контактуючих поверхнях в осередку деформації діють дотичні напруження $\tau_\kappa = \mu\sigma_\varphi$ (μ-коефіцієнт тертя). Для знаходження радіусів R і r необхідно визначити кути λ і γ. З трикутника *oic* можемо знайти кут $\lambda = \pi - (\pi - \alpha + \beta) = \alpha - \beta$. Кут γ знаходимо із рівнобедреного трикутника *oab*: $\gamma = (\pi - \alpha - \beta)/2$. Із подібності трикутників *oab* і *odc* маємо:

$$Rdc = rab \tag{4.50}$$

Величину *ab* находимо через радіус заготовки $R_з$ із трикутника *anb*, а величину *dc* – через зовнішній радіус деталі R_∂ та радіус пуансона R_n із трикутника *dmc*: $ab = R_з / sin\gamma$ та $dc = (R_\partial - R_n)/sin\gamma$. З іншої сторони:

$$R = r + da = r + R_n / sin\alpha \tag{4.51}$$

Підставляємо величини *ab*, *dc* і R в (4.50) та отримуємо вираз для знаходження радіусу r:

$$r = R_n (R_\partial - R_n)/(R_з - R_\partial + R_n) sin\alpha \tag{4.52}$$

Із формули (4.51) з урахуванням (4.52) маємо:

$$R = R_n R_з / (R_з - R_\partial + R_n) sin\alpha \tag{4.53}$$

Таким чином, розміри осередку деформації визначені по розмірах деформуючого інструменту і заготовки.

Рівняння балансу потужностей для наведеної схеми має вигляд:

$$N_{зс} = N_d + N_m^{ad} + N_m^{bc} + N_m^{ed} + N_m^{ck} + N_m^{bl} + N_з^{dc} + N_з^{ab}, \tag{4.54}$$

де: $N_{зс}$ - потужність зовнішніх сил; N_d - потужність, яка витрачається на подолання опору деформування; N_m^{ad}- потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій конусній поверхні заготовки з пуансоном; N_m^{bc} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій конусній поверхні матриці; N_m^{ed} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій циліндричній поверхні пуансона і заготовки; N_m^{ck} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій циліндричній поверхні матриці вище осередку деформації; N_m^{bl} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій циліндричній поверхні матриці нижче осередку деформації; $N_з^{dc}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на границі осередку деформації радіусом r; $N_з^{ab}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на границі осередку деформації радіусом R.

Визначимо величини окремих складових рівняння (4.54). Для цього вважаємо, що на усталеній стадії видавлювання деформація відбувається за рахунок стискання металу між конусними поверхнями пуансона і матриці (деформація ε_φ) та течії в радіальному напрямку (деформація ε_ρ). При визначенні потужностей приймаємо, що розмір осередку деформації в окружному напрямку дорівнює одиниці. Потужність на подолання опору деформування визначається по відомій формулі:

$$N_\partial = \iiint\limits_V \xi_i \sigma_s dV, \tag{4.55}$$

де: ξ_i - інтенсивність швидкостей деформацій, σ_s - напруження текучості, dV - елементарний об'єм.

Спочатку вважаємо, що зміцнення відсутнє і напруження σ_s постійне. Оскільки в осередку деформації течія металу проходить по радіусах то зсувні швидкості деформацій дорівнюють нулю, а швидкості деформацій ξ_φ і ξ_ρ є головними. Тоді для плоскої деформації ξ_ρ=-ξ_φ і $\xi_i = \left(2/\sqrt{3}\right)\varepsilon_\varphi$. Якщо швидкості частинок металу в радіальному напрямку біля нижньої границі осередку деформації позначити через ϑ_r, то на довільному радіусі ρ маємо

$\vartheta_r \lambda r = \vartheta_\rho \lambda \rho$. Звідки:

$$\vartheta_\rho = \vartheta_r r / \rho \tag{4.56}$$

На границі осередку деформації радіусом R швидкості частинок металу мають величину $\vartheta_R = \vartheta_r r / R$. По швидкості ϑ_ρ можна знайти швидкість деформацій $\xi_\varphi = \vartheta_\rho / \rho = \vartheta_r r / \rho^2$.

Елементарний об'єм елемента на довільному радіусі ρ з урахуванням, що розмір осередку деформації в окружному напрямку дорівнює одиниці, має вигляд: $dV = \rho \lambda d\rho$. Після підстановки отриманих величин в рівність (4.55) та проведення інтегрування получаємо:

$$N_\partial = \left(2/\sqrt{3}\right)\sigma_s r \lambda \vartheta_r \int_r^R d\rho / \rho = \left(2/\sqrt{3}\right)\sigma_s r \lambda \vartheta_r \ln\left(R/r\right) \tag{4.59}$$

Далі визначаємо потужності на подолання сил тертя. Для врахування тертя по Кулону напруження σ_φ отримаємо з рішення наближених диференційних рівнянь рівноваги в сферичних координатах (без врахування дотичних напружень та використанням умови, що $\sigma_\varphi = \sigma_\theta$) спільно з умовою пластичності. В таких координатах маємо рівняння рівноваги $r d\sigma_\rho / d\rho + 2(\sigma_\rho - \sigma_\varphi) = 0$ і умову пластичності $\sigma_\rho - \sigma_\varphi = \sigma_s$.

Після інтегрування та визначення довільної постійної із умови, що при $\rho = r$ напруження $\sigma_\rho = 0$, знаходимо $\sigma_\rho = -\sigma_s 2 \ln \frac{\rho}{r}$. З умови пластичності визначаємо напруження σ_φ:

$$\sigma_\varphi = \sigma_\rho - \sigma_s = -\sigma_s \left(1 + 2\ln \rho / r\right) \tag{4.60}$$

По виразу для σ_φ можна наближено оцінити розподіл питомих зусиль на пуансоні і матриці. Для подальшого спрощення рішення (без використання інтегрування) при визначенні потужностей на подолання сил тертя будемо знаходити середнє значення напруження σ_φ і швидкостей частинок металу на контактуючих поверхнях. Середнє значення напруження σ_φ:

$$\sigma_{\varphi}^{cp} = \left(\sigma_{\varphi}, при\, \rho = r + \sigma_{\varphi}, при\, \rho = R\right)/2 = -\sigma_s\left(1 + \ln R/r\right) \tag{4.61}$$

Середнє значення швидкості частинок металу по поверхні пуансона:

$$\vartheta_n^{cp} = \left(\vartheta_r + \vartheta_R\right)/2 = \left(1 + r/R\right)\vartheta_r/2$$

Пуансон зміщується зі швидкістю ϑ_o. Радіальна складова швидкості точок пуансона дорівнює $\vartheta_o cos\alpha$. Тоді для визначення потужності на подолання сил тертя на контактуючій поверхні пуансона необхідно використовувати наступну швидкість:

$$\vartheta_n^{cp} = 0{,}5\left(1 + r/R\right)\vartheta_r + \vartheta_o cos\alpha \tag{4.62}$$

З використанням виразів (4.61) і (4.62) та з урахуванням абсолютної величини σ_{φ}^{cp} та величини довжини контактуючої поверхні $R - r$ знаходимо:

$$N_m^{ad} = \mu\sigma_s\left(1 + \ln R/r\right)\left(R - r\right)[0{,}5\left(1 + r/R\right)\vartheta_r + \vartheta_o cos\alpha] \tag{4.63}$$

Середнє значення швидкості частинок металу на конусній поверхні матриці однакові із середнім значенням на пуансоні. Тоді потужність N_m^{bc} має вигляд:

$$N_m^{bc} = \mu\sigma_s\left(1 + \ln R/r\right)\left(R - r\right)\left(1 + r/R\right)0{,}5\vartheta_r \tag{4.64}$$

При визначенні потужності, яка витрачається на подолання сил тертя на контактуючій циліндричній поверхні матриці вище осередку деформації N_m^{ck}, крім швидкості переміщення стінки ϑ_c, необхідно також врахувати опускання матриці зі швидкістю ϑ_o. Дотичне напруження на цій поверхні беремо по Зібелю у вигляді $\tau_K = \mu\sigma_s$. Тоді знайдемо вказану потужність з урахуванням довжини контактуючої поверхні $h = h_1 + \left(R_\partial - R_n\right)/tg\gamma$:

$$N_m^{ck} = \mu\sigma_s\left[h_1 + \left(R_\partial - R_n\right)/tg\gamma\right]\left(\vartheta_c + \vartheta_o\right) \tag{4.65}$$

На контактуючій циліндричній поверхні пуансона висотою h_1 має місце зустріне переміщення стінки здеформованої заготовки із швидкістю ϑ_c та переміщення пуансона із швидкістю ϑ_o. Потужність, яка витрачається на подолання сил тертя на цій поверхні, має вигляд:

$$N_m^{ed} = \mu\sigma_s h_1\left(\vartheta_c + \vartheta_o\right) \tag{4.66}$$

На контактуючій циліндричній поверхні матриці висотою H сили тертя виникають від переміщення матриці зі швидкістю ϑ_o по недеформованій частині заготовки. На подолання цих сил потрібно витратити потужність:

$$N_m^{bl} = \mu\sigma_s H\vartheta_o \tag{4.67}$$

Далі переходимо до визначення потужностей на подолання сил зсуву на границях осередку деформації. Величину дотичного напруження зсуву $\tau_з$ візьмемо, як максимально можливу найбільшу величину при пластичній деформації у вигляді $\tau_з = \sigma_s / 2$. Оскільки в осередку деформації має місце радіальна течія металу, то на границях радіусом r і R змінюється траєкторія швидкостей ϑ_r і ϑ_R на кут φ та виникають дотичні складові відповідно $\vartheta_r^{\varphi} = \vartheta_r tg\varphi$ і $\vartheta_R^{\theta} = \vartheta_R tg\varphi$. При цьому кут φ змінюється від $\varphi = \alpha$ біля поверхні контакту з пуансоном до $\varphi = \beta$ біля поверхні контакту з матрицею. Середня величина дотичних швидкостей може бути визначена по величині середнього кута $\varphi_{cp} = \left(\alpha - \beta\right)/2$. З урахуванням раніше визначеної величини ϑ_R та кута λ визначаємо потужності $N_з^{dc}$ і $N_з^{ab}$:

$$\begin{aligned} &N_з^{dc} = 0{,}5\sigma_s r\lambda\vartheta_r tg0{,}5(\alpha-\beta) = 0{,}5\sigma_s r\left(\alpha-\beta\right)\vartheta_r tg0{,}5\left(\alpha-\beta\right) \\ &N_з^{ab} = 0{,}5\sigma_s R\lambda\vartheta_R tg0{,}5\left(\alpha-\beta\right) = 0{,}5\sigma_s R\left(\alpha-\beta\right)\vartheta_r \frac{r}{R} tg0{,}5\left(\alpha-\beta\right) = \\ &= 0{,}5\sigma_s r\left(\alpha-\beta\right)\vartheta_r tg0{,}5\left(\alpha-\beta\right) \end{aligned} \tag{4.68}$$

Потужність зовнішніх сил $N_{зc}$ виразимо через нормальне напруження на пуансоні σ_{φ}^{n}, напрям дії якого співпадає з напруженням σ_{φ}:

$$N_{зc} = \sigma_{\varphi}^{n}\left(R - r\right)\vartheta_o \sin\alpha \tag{4.69}$$

В формули для потужностей входять швидкості ϑ_r, ϑ_c і ϑ_o. Швидкості ϑ_r і ϑ_c визначимо через швидкість ϑ_o із умови постійності витрат металу. По схемі (див. рис. 4.6) витрати в стінці $\vartheta_c\left(R_\partial - R_n\right)$ дорівнюють витратам під пуансоном $\vartheta_o\left(R - r\right)$. Звідки знаходимо швидкість ϑ_c:

$$\vartheta_c = \vartheta_o\left(R - r\right) / \left(R_\partial - R_n\right) \tag{4.70}$$

Аналогічно знайдемо швидкість ϑ_r: $\vartheta_r r\lambda = \vartheta_c\left(R_\partial - R_n\right)$. З урахуванням (19) маємо:

$$\vartheta_r = \vartheta_o\left(R - r\right) / r\lambda \tag{4.71}$$

Підставляємо отримані вирази для потужностей в формулу (4.54) та після проведення відповідних перетворень знаходимо:

$$\begin{aligned}
\sigma_\varphi^n = \sigma_S \Bigg\{ & \frac{2}{sin\alpha\sqrt{3}} \ln R/r + \mu\left(1 + \ln R/r\right)\left(1 + R/r\right)\left[\frac{0,5(R-r)}{r\left(\alpha - \beta\right)sin\alpha} + ctg\alpha\right] \\
& + \mu\left(1 + \ln R/r\right)\left(1 + R/r\right)\frac{0,5(R-r)}{r\left(\alpha - \beta\right)sin\alpha} + \\
& + \mu\left[h_1 + \left(R_\partial - R_n\right)/tg\gamma\right]\left(\frac{1}{R_\partial - R_n} + \frac{1}{R - r}\right)\frac{1}{sin\alpha} + \\
& + \mu h_1\left(\frac{1}{R_\partial - R_n} + \frac{1}{R - r}\right)\frac{1}{sin\alpha} + \frac{\mu H}{\left(R - r\right)sin\alpha} + \frac{1}{sin\alpha} tg 0,5(\alpha - \beta)\Bigg\}
\end{aligned} \tag{4.72}$$

Тепер по напруженню σ_θ^n можна визначити зусилля видавлювання P_∂, яке співпадає з напрямком переміщення пуансона:

$$P_\partial = \sigma_\varphi^n \pi R_n (R - r)/sin\alpha \tag{4.73}$$

В приведеному аналізі не враховано зміцнення здеформованого металу. Для його врахування використовуємо відому апроксимацію діаграми істинних напружень другого роду у вигляді:

$$\sigma_S = \frac{\sigma_в}{1 - \psi_ш}\left(\frac{\psi}{\psi_ш}\right)^{\psi_ш/1-\psi_ш}, \tag{4.74}$$

де: $\sigma_в$ - межа міцності, $\psi_ш$ - відносне потоншення, яке відповідає моменту утворення шийки на зразку при стандартних випробуваннях, ψ - поточне значення відносного потоншення.

Якщо в якості поточного відносного потоншення взяти зменшення довжини дуги в осередку деформації радіусом R до дуги радіусом r, то маємо $\psi = (R\lambda - r\lambda)/R\lambda = (R-r)/R$. Тоді середня величина напруження σ_s в осередку деформації розраховується при $\psi_{cp} = \psi / 2$:

$$\sigma_s^{cp} = \frac{\sigma_в}{1-\psi_ш}\left(\frac{R-r}{2R\psi_ш}\right)^{\psi_ш/1-\psi_ш} \tag{4.75}$$

З використанням виразу (23) і формули (9) можна визначити розподіл напружень σ_φ на поверхнях пуансона і матриці, змінюючи величину ρ від радіуса r до радіуса R.

Для перевірки адекватності розрахунків по отриманих аналітичних залежностях з використанням метода скінченних елементів (МСЕ) в середовищі DEFORM-2D був проведений чисельний експеримент по холодному видавлюванню з роздачою в рухомій матриці вісесиметричних порожнистих виробів із сталі 10. Розміри деформуючого інструмента і заготовки були наступні (див. рис. 2): $R_п$=10 мм, α=83º, h_1=2 мм, $R_з$=10 мм, $R_д$=13,7 мм, β=21,5°. При наведених розмірах отримано R=16 мм, r=5,92 мм, λ=61,5°, γ=37,5°, h=6,8 мм.

Залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансона, яка отримана за допомогою МСЕ приведена на рис. 4.7. Зусилля спочатку зростає повільно до моменту виходу здеформованого металу в зазор між матрицею і пуансоном (переміщення пуансона 41 мм). Далі іде інтенсивне зростання зусилля до 515 кН і при переміщенні пуансона 13 мм процес переходить в усталену стадію, на якій зусилля залишається постійним. На графіку наведена величина зусилля 466 кН (МБМ і ІМ), яка отримана по формулах (4.72), (4.73), (4.74). Розбіжність у значеннях у значеннях зусиль на усталеній стадії складає 9,5%.

Розподіл інтенсивності напружень у здеформованій заготовці наведений на рис. 4.8. Тонкими лініями зображений деформуючий інструмент, а розміри по вісях показані в міліметрах. В осередку деформації в дужках відмічена величини середнього напруження σ_s^{cp}, яке визначено по формулі (4.75). Розбіжність результатів складає 5,6%. Розподіл осьових напружень σ_z у здеформованій заготовці показаний на рис. 4.9. На розподілі відмічені величини напружень σ_z на поверхні заготовки, яка контактує з пуансоном. В дужках приведені значення проекцій напруження σ_φ на вісь симетрії ($\sigma_\varphi / \cos\alpha$), які отримані по виразах (4.60) і (4.75). Як видно, формула (4.60) дозволяє достатньо точно розрахувати максимальну величину напруження σ_φ, яку можна використати в якості питомого зусилля на пуансоні.

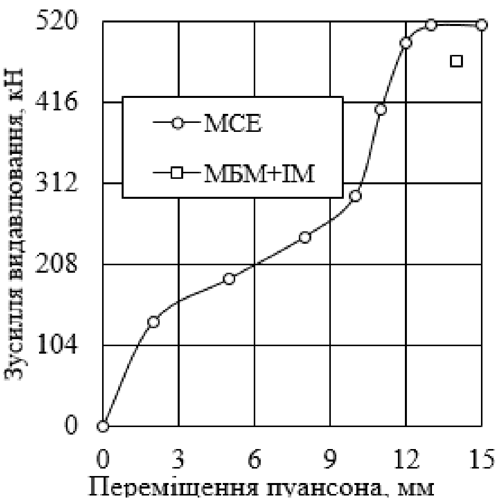


Рис. 4.7. Залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансона, яка отримана за допомогою МСЕ

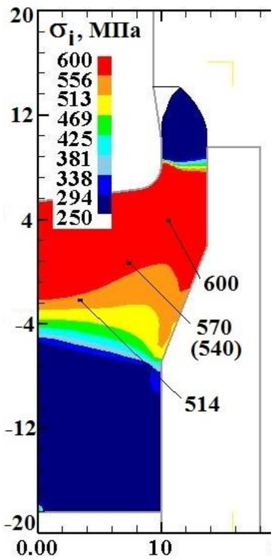


Рис. 4.8. Розподіл інтенсивності напружень σ_i

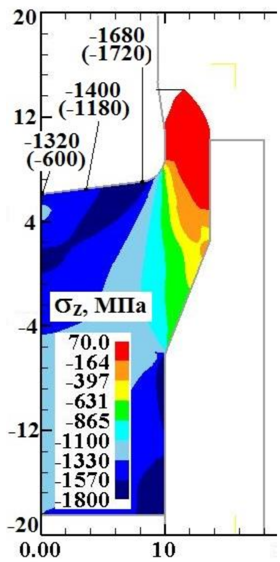


Рис. 4.9. Розподіл осьових напружень σ_z

РОЗДІЛ 5. МЕТОД ВЕРХНЬОЇ ОЦІНКИ

При використанні методу балансу потужностей виникають математичні складнощі в процесі визначення потужності, яка витрачається на подолання опору деформування. Для подолання таких складнощів був розроблений метод верхньої оцінки (МВО) з обґрунтуванням виключення знаходження цієї потужності [11]. Мето дозволяє знаходити зусилля деформування і виконувати оптимізацію геометричної форми інструменту.

5.1. Теоретичні основи методу

Сутність цього методу полягає в наступному. При аналізі процесів обробки тиском заготовку, що деформується, розподіляють на декілька жорстких, недеформуємих об’ємів різноманітної конфігурації. Деформування заготовки проходить за рахунок зміщення об’ємів по контактуючих поверхнях з інструментом та за рахунок зсуву між цими об’ємами.

Тоді баланс потужностей містить таких складові:

$$N = N_{\text{т}} + N_{\text{з}};$$

де: N – потужність зовнішніх сил, які прикладаються до заготовки, $N_{\text{т}}$ – потужність на подолання сил тертя жорстких об’ємів на контактуючих поверхнях, $N_{\text{з}}$ – потужність на подолання сил зсуву між об’ємами.

Потужність зовнішніх сил визначають наступним чином:

$$N = P_{\partial} V_0,$$

де: P_{∂} – зусилля деформування, V_0 – швидкість деформуючого інструменту.

Якщо підставити вираз для потужності N в рівняння балансу потужностей, то можна отримати формулу для визначення зусилля деформування:

$$P_{\partial} = \frac{1}{V_0}\left(N_{\text{т}} + N_{\text{з}}\right)$$

Потужність $N_{\text{т}}$ можна визначити наступним чином:

$$N_{\text{т}} = \tau_k \cdot V_k \cdot F_k,$$

де: $\tau_k = \mu \sigma_s$ – дотичне напруження, яке визначають по Зібелю , μ – коефіцієнт тертя, σ_s – межа текучості матеріалу заготовки; V_k – швидкість переміщення об'єму по контактуючій поверхні; F_k – площа контактуючої поверхні.

Потужність на подолання сил зсуву дорівнює:

$$N_з = \tau_з V_з F_з \ ,$$

де: $\tau_з = \sigma_s / \sqrt{3}$ – дотичне напруження зсуву; $V_з$ – швидкість переміщення об'єму по поверхні зсуву; $F_з$ – площа поверхні зсуву.

З урахуванням того, що заготовку розподіляють на певну кількість об'ємів, основне рівняння методу має вигляд:

$$P_\partial = \frac{1}{V_0}\left(\sum_{i=1}^{I} \tau_k V_k F_k + \sum_{h=1}^{H} \tau_з V_з F_з\right)$$

де: I – кількість контактуючих поверхонь; H – кількість поверхонь зсуву між об'ємами в заготовці.

По зусиллю $P_д$ в першому наближенні можна визначити питоме зусилля p на деформуючому інструменті:

$$p = P_\partial / F_\partial,$$

де: F - площа деформуючого інструменту.

4.2. Послідовність аналізу процесів обробки тиском

Покрокова послідовність аналізу наступна:

1. На основі схеми процесу обробки тиском складають розрахункову схему. Якщо задача вісесиметрична, то в силу симетрії розглядають половину, або четверту частину заготовки. Заготовку розподіляють на ряд об'ємів, які можуть бути у вигляді трикутника, прямокутника, трапеції або іншої форми.

2. Записують рівняння балансу потужностей. Тут необхідно перерахувати всі витрати на подолання сил тертя та сил зсуву. Знаходять вираз для зусилля деформування.

3. Для визначення швидкостей зміщення об'ємів по контактуючих поверхнях і швидкостей відносного зміщення між об'ємами будуть план швидкостей з використанням певного масштабу (збільшення чи зменшення).

Починати слід з об’єму, що безпосередньо контактує з деформуючим інструментом, який має відому швидкість V_0.

4. По знайдених із побудованого плану компонентах абсолютних швидкостей зміщення об’ємів по контактуючих поверхнях та відносного зміщення об’ємів між собою визначають компоненти потужностей із балансу потужностей. Отримують формулу для визначення зусилля деформування.

5. Підставляють знайдені вирази потужності у формулу для зусилля деформування:

6. Для заданих розмірів заготовки, величин σ_s та μ вираховують величину зусилля деформування.

7. Будують декілька можливих планів швидкостей, які відповідають граничним умовам. Знаходять нові величини зусиль. Мінімальна величина зусилля по закону найменшого опору (із всіх можливих напрямків переміщення частинок металу вони будуть зміщуватися в напрямку найменшого опору де зусилля деформування буде мінімальним) буде відповідати реальному процесу деформування. По мінімальній величині зусилля визначають питомі зусилля

4.3. Аналіз вісесиметричного прямого видавлювання з роздачою

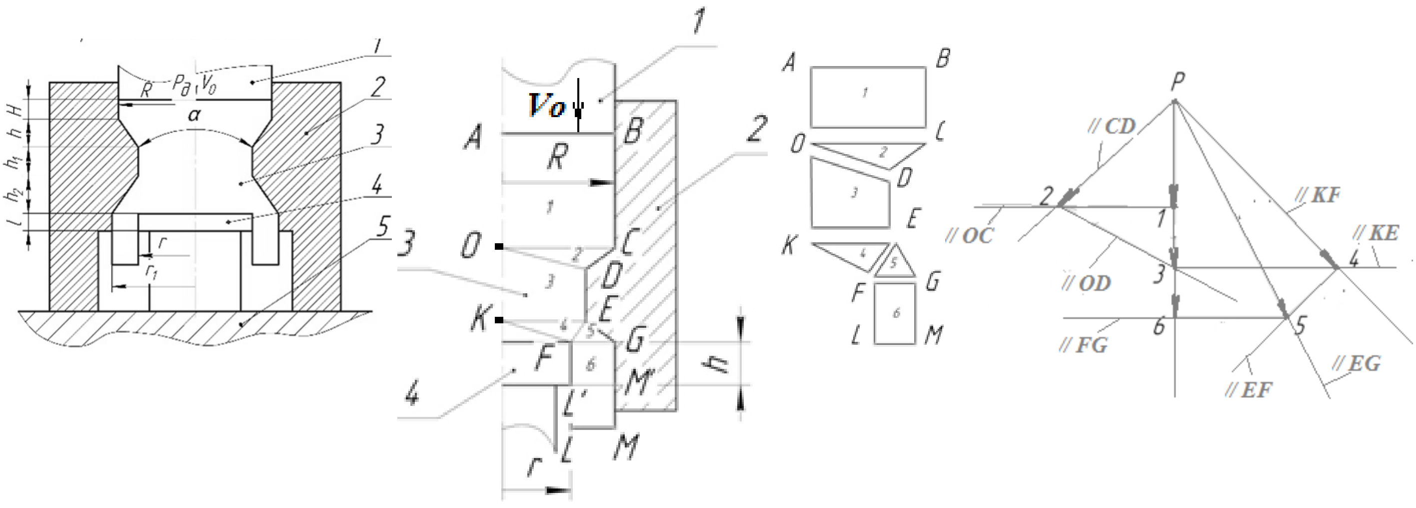
Схема видавлювання і розрахункова схема процесу зображена на рис 5.1. Штовхач 1, який зміщується із швидкістю V_0, деформує заготовку 3, що розміщена в матриці 2 на пуансоні 4 (рис. 5.1а). В силу симетрії розглядаємо половину схеми процесу рис. 5.1б. Довільно вибираємо положення точок O і K. Вигляди отриманих жорстких об’ємів представлені на рис. 5.1в.

Записуємо баланс потужностей для даного процесу:

$$N = P_\partial V_0 = N_\text{т}^{BC} + N_\text{т}^{CD} + N_\text{т}^{DE} + N_\text{т}^{EG} + N_\text{т}^{GM`} + N_\text{т}^{FL`} + N_\text{з}^{3-4} + N_\text{з}^{4-5} + N_\text{з}^{5-6} + N_\text{з}^{KF};$$

Звідки:

$$P_\partial = \frac{1}{V_0}(N_\text{т}^{BC} + N_\text{т}^{CD} + N_\text{т}^{DE} + N_\text{т}^{EG} + N_\text{т}^{GM`} + N_\text{т}^{FL`} + N_\text{з}^{3-4} + N_\text{з}^{4-5} + N_\text{з}^{5-6} + N_\text{з}^{KF});$$



а б в г

Рис. 5.1. Схема та розрахункова схема видавлювання з роздачою: а – схема видавлювання; б – розрахункова схема, в – вигляди жорстких об'ємів в розрізі; г – план швидкостей

Тут позначено (для прикладу): $N_{т}^{BC}$ – потужність на подолання сил тертя на поверхні матриці ВС; $N_{з}^{3-4}$ - потужність на подолання сил зсуву між 3 і 4 об'ємами.

Побудову плану швидкостей необхідно починати з першого об'єму, який контактує із штовхачем і має таку ж швидкість V_0(рис. 5.1г). Вибираємо полюс P та відкладаємо вертикально вниз у масштабі μ_v швидкість першого об'єму, що рухається між віссю симетрії і по поверхні матриці ВС. Величина $P_1 = V_0\mu_v = \vec{V}_1$. Другий об'єм спирається на матрицю та має направлення абсолютної швидкості, який співпадає з конусом матриці CD. З полюсу P провидимо лінію, яка паралельна CD. Одночасно другий об'єм рухається відносно першого об'єму по поверхні OC (відбувається зсув по цій поверхні). Тому з точки 1 проводимо лінію, яка паралельна OC. В перетині отримуємо точку 2: $\vec{P}_2 = \vec{V}_2$ – абсолютна швидкість другого об'єму, $\overrightarrow{12} = \vec{V}_{12}$ - швидкість руху другого об'єму відносно першого (швидкість зсуву).

Абсолютна швидкість третього об'єму направлена вертикально вниз. З полюсу P проводимо лінію вертикально вниз (він рухається між віссю симетрії і по поверхні матриці DE). При цьому по лінії OD відбувається зміщення другого об'єму відносно третього (відбувається зсув). Тому з точки 2 проводимо лінію, яка паралельна поверхні OD. В перетині отримуємо точку 3: $\vec{P}_3 = \vec{V}_3;\ \overrightarrow{23} \quad = \vec{V}_{23}$.

Абсолютна швидкість четвертого об'єму визначається поверхнею KF жорсткої зони над пуансоном 4. Тому з полюса проводимо лінію, що паралельна поверхні KF. По поверхні KE відбувається зсув між третім і четвертим об'ємами. З точки 3 проводимо лінію, яка паралельну KE. В перетині отримуємо точку 4: $\vec{P}_4 = \vec{V}_4; \overrightarrow{34} \quad = \vec{V}_{34}$.

Абсолютна швидкість п'ятого об'єму визначається поверхнею матриці EG. З полюса проводимо лінію, що паралельна поверхні EG. Зсув між четвертим і п'ятим об'ємами відбувається по поверхні FE. Тому з точки 4 проводимо Лінію паралельно FE та отримуємо в перетині точку 5: $\vec{P}_5 = \vec{V}_5; \overrightarrow{45} \quad = \vec{V}_{45}$.

Шостий об'єм рухається вертикально вниз. З полюсу P проводимо лінію вертикально вниз. При цьому між п'ятим і шостим об'ємами відбувається зсув по поверхні FG. Тому з точки 5 проводимо лінію, яка паралельна поверхні FG. В перетині отримуємо точку 6: $\vec{P}_6 = \vec{V}_6; \overrightarrow{56} \quad = \vec{V}_{56}$.

Далі визначаємо всі потужності згідно виразів $N_{\text{т}} = \tau_k \cdot V_k \cdot F_k$ та$N_{\text{з}} = \tau_{\text{з}} \cdot V_{\text{з}} \cdot F_{\text{з}}$:

$$N_{\text{т}}^{BC} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_1 \cdot F_{\text{б.п.ц.}}^{BC};$$

$$N_{\text{т}}^{CD} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_2 \cdot F_{\text{б.п.з.к.}}^{CD};$$

$$N_{\text{т}}^{DE} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_3 \cdot F_{\text{б.п.ц.}}^{DE};$$

$$N_{\text{т}}^{DE} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_3 \cdot F_{\text{б.п.ц.}}^{DE};$$

$$N_{\text{т}}^{EG} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_5 \cdot F_{\text{б.п.з.к.}}^{EG};$$

$$N_{\text{т}}^{GM`} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_6 \cdot F_{\text{б.п.ц.}}^{GM`};$$

$$N_{\text{т}}^{FL`} = \mu \cdot \sigma_s \cdot \mu_v P_6 \cdot F_{\text{б.п.ц.}}^{FL`}.$$

$$N_{\text{з}}^{1-2} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{12} \cdot F_{\text{к.}}^{AB};$$

$$N_{\text{з}}^{2-3} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{23} \cdot F_{\text{б.п.к}}^{OD};$$

$$N_{з}^{3-4} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{34} \cdot F_{\text{б.п.к}}^{KE}$$

$$N_{з}^{4-5} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{45} \cdot F_{\text{б.п.з.к}}^{EF};$$

$$N_{з}^{5-6} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{56} \cdot F_{\text{к.}}^{FG};$$

$$N_{з}^{KF} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \mu_v \overrightarrow{P4} \cdot F_{\text{б.п.к}}^{KF};$$

Тут: $F_{\text{б.п.ц.}}^{BC}$ – площа бокової поверхні циліндра з твірною ВС; інші позначення, б.п.ц. – бокова поверхня циліндра, б.п.з.к – бокова поверхня зрізаного конусу, б.п.к. – бокова поверхня конусу, к. – кільце.

Знайшовши всі потужності, можна визначити величину зусилля P_∂.

Далі поступаємо наступним чином. Фіксуємо вибране положення точки К. Змінюючи положення точки О будуємо нові плани швидкостей, знаходимо потужності та розраховуємо зусилля P_∂. Встановлюємо положення точки О, яке забезпечує мінімальне значення зусиллю $P_д$ (Наприклад, точку O_1 беремо вище від точки О на 3-5 мм. Визначаємо зусилля для нового плану швидкостей. Якщо зусилля в точці O_1 більше, чим в точці О, то наступну точку O_2 беремо нижче точки О на 3-5 мм. В противному випадку беремо точку O_2, яка вище від точки O_1 на 3-5 мм. Фіксуємо положення точки О з мінімальним зусиллям та в подальшому змінюємо положення точки К. Будуємо нові плани швидкостей, знаходимо потужності та знаходимо зусилля P_∂. При цьому встановлюємо другий мінімум зусилля. По вказаному зусиллю вибираємо ковальсько-пресове обладнання, а також визначаємо питомі зусилля на деформуючому інструменті.

5.4. Аналіз видавлювання через матрицю з двома конусами

На рис. 5.2 зображена схема видавлювання. Вісесиметрична деформована заготовка 1 розміщена в матриці 2. Зусилля формоутворення P_∂ прикладають до пуансону 3, який рухається зі швидкістю V_o .

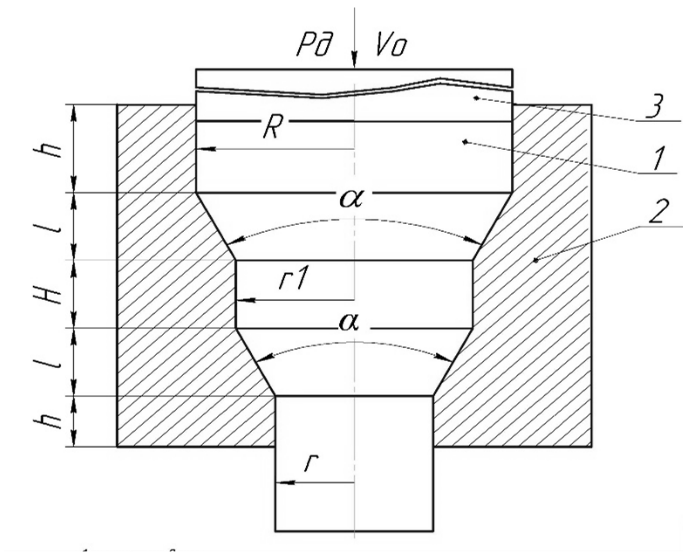


Рис. 5.2. Схема видавлювання: 1 - здеформована заготовка, 2 – матриця, 3 - пуансон

На основі схеми процесу деформування створюємо розрахункову схему (рис. 5.3). В силу симетрії розподіляємо половину заготовки. Спочатку положення точок О і O_1 беремо довільно. Маємо п'ять жорстких об'ємів. Виділяємо характерні точки. На схемі зображено об'єми, які мають місце при зміні положення точки О.

Записуємо рівняння балансу потужностей.

$$N = P_\partial V_o = N_T^{BC} + N_T^{CD} + N_T^{DE} + N_T^{EF} + N_T^{FM} + N_З^{OC} + N_З^{OD} + N_З^{O_1E} + N_З^{O_1F} ,$$

де:

N - потужність зовнішніх сил;

P_∂ - зусилля деформування;

V_o - швидкість пуансону;

N_T^{BC} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки BC 1 об'єму та матрицею;

N_T^{CD} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки CD 2 об'єму та матрицею;

N_T^{DE} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки DE 3 об'єму та матрицею;

N_T^{EF} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки EF 4 об'єму та матрицею;

N_T^{FM} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки FM 5 об'єму та матрицею;

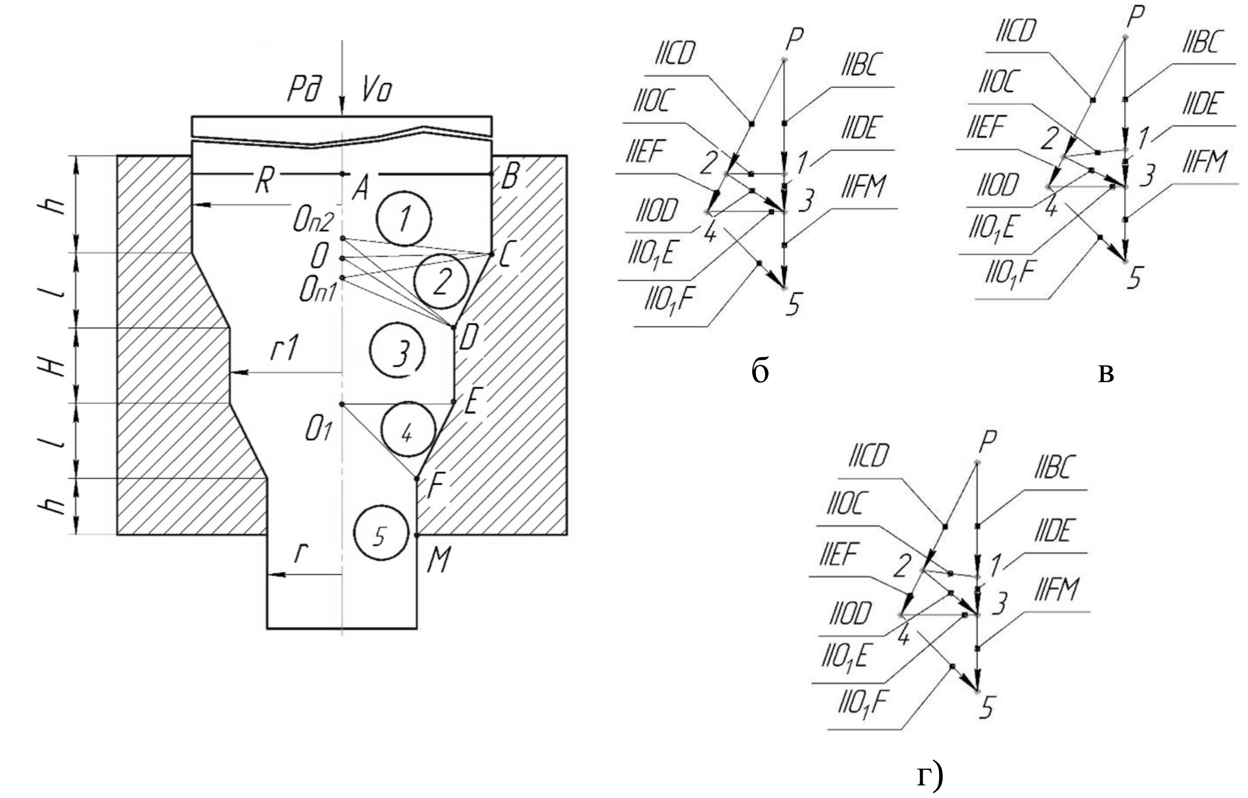


Рис. 5.3. Розрахункова схема і плани швидкостей: а – розрахункова схема, б – план швидкостей для точки О, в - план швидкостей для точки $О_{п1}$, г – план швидкостей для точки $О_{п2}$

N_3^{OC} - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні ОС між 2 та 1 об’ємами;

N_3^{OD} - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні OD між 2 та 3 об’ємами;

$N_3^{O_1E}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні O_1E між 3 та 4 об’ємами;

$N_3^{O_1F}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні O_1F між 4 та 5 об’ємами.

Звідки:

$$P_{\partial} = \frac{1}{V_o}\left(N_T^{BC} + N_T^{CD} + N_T^{DE} + N_T^{EF} + N_T^{FM} + N_3^{OC} + N_3^{OD} + N_3^{O_1E} + N_3^{O_1F}\right)$$

Будуємо плани швидкостей. На рис. 5.3б зображений план швидкостей для точок О і К. Починаємо з першого об’єму оскільки на нього прикладається зусилля видавлювання із відомою швидкістю V_0. Вибираємо полюс P, проводимо лінію вертикально вниз і відкладаємо в масштабі величину V_0 і отримуємо точку

1. Знаходимо швидкість першого об’єму: $\overrightarrow{P1} = \vec{V}_1 = \vec{V}_0$. Другий об’єм буде зміщуватися по поверхні CD з одночасним зсувом з 1 об’ємом по поверхні OC. Тому з полюса проводимо лінію, яка паралельна CD, а з точки 1 - лінію паралельно OC. В перетині отримуємо точку 2: $\overrightarrow{P2} = \overrightarrow{V_2}; \overrightarrow{21} = \overrightarrow{V_{21}}$. Об’єм 3 зміщується вниз по поверхні по DE з одночасним зсувом з 2 об’ємом по поверхні OD. З полюса проводимо лінію паралельно DE, а з точи 2 - лінію паралельно поверхні OD. В перетині знаходять точку 3: $\overrightarrow{P3} = \overrightarrow{V_3}; \overrightarrow{32} = \overrightarrow{V_{32}}$. 4 об’єм зміщується по поверхні матриці EF. З полюса проводимо лінію паралельно EF, а з точки 3 – лінію, яка паралельна O_1E : $\overrightarrow{P4} = \vec{V}_4; \overrightarrow{43} = \overrightarrow{V_{43}}$. П’ятий об’єм зміщується вертикально вниз з одночасним зсувом з 4 об’ємом по поверхні O_1F. Тому з полюса продовжуємо лінію вертикаль вниз, а з точки 4 проводимо лінію, яка паралельна O_1F. В перетині отримуємо точку 5: $\overrightarrow{P5} = \vec{V}_5; \overrightarrow{54} = \overrightarrow{V_{54}}$.

Записуємо рівняння для визначення потужностей, які витрачаються на подолання сил тертя:

$$
\begin{aligned}
N_T^{BC} &= \tau_k \cdot P1 \cdot F_{BC} = \mu \cdot \sigma_s \cdot P1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h \\
N_T^{CD} &= \tau_k \cdot P2 \cdot F_{CD} = \mu \cdot \sigma_s \cdot P2 \cdot \pi \cdot (R + r_1) \cdot L_{CD} \\
N_T^{DE} &= \tau_k \cdot P3 \cdot F_{DE} = \mu \cdot \sigma_s \cdot P3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot H \\
N_T^{EF} &= \tau_k \cdot P4 \cdot F_{EF} = \mu \cdot \sigma_s \cdot P4 \cdot \pi \cdot (r_1 + r) \cdot L_{EF} \\
N_T^{FM} &= \tau_k \cdot P5 \cdot F_{FM} = \mu \cdot \sigma_s \cdot P5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h
\end{aligned}
.
$$

де:

τ_K- контактне дотичне напруження, μ- коефіцієнт тертя, σ_S- межа текучості металу, що деформується;

P1-величина швидкості зміщення 1-го жорсткого об’єму по поверхні матриці BC;

P2-величина швидкості зміщення 2-го жорсткого об’єму по поверхні матриці CD;

P3- величина швидкості зміщення 3-го жорсткого об’єму по поверхні матриці DE;

P4- величина швидкості зміщення 4-го жорсткого об’єму по поверхні матриці EF;

Р5- величина швидкості зміщення 5-го жорсткого об’єму по поверхні матриці FM;

F_{BC} - площа контактуючої поверхні між 1-м об’ємом та матрицею;

F_{CD} - площа контактуючої поверхні між 2-м об’ємом та матрицею;

F_{DE} - площа контактуючої поверхні між 3-м об’ємом та матрицею;

F_{EF} - площа контактуючої поверхні між 4-м об’ємом та матрицею;

F_{FM} - площа контактуючої поверхні між 5-м об’ємом та матрицею;

L - довжина твірної.

Потужності, які витрачаються на подолання сил зсуву між жорсткими об’ємами :

$$\begin{aligned}
N_3^{OC} &= \tau_3 \cdot 12 \cdot F_{OC} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 12 \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{2} \\
N_3^{OD} &= \tau_3 \cdot 23 \cdot F_{OD} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 23 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L_{OD} \\
N_3^{O_1E} &= \tau_3 \cdot 34 \cdot F_{O_1E} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 34 \cdot \frac{\pi \cdot r_1^2}{2} \\
N_3^{O_1F} &= \tau_3 \cdot 45 \cdot F_{O_1F} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot 45 \cdot \pi \cdot r \ \cdot L_{O_1F}
\end{aligned},$$

де: 12- величина швидкості зміщення між 1 та 2 жорсткими об’ємами по поверхні ОС;

23- величина швидкості зміщення між 2 та 3 жорсткими об’ємами по поверхні OD;

34- величина швидкості зміщення між 3 та 4 жорсткими об’ємами по поверхні O_1E;

45- величина швидкості зміщення між 4 та 5 жорсткими об’ємами по поверхні O_1F;

F_{OC} - площа контактуючої поверхні між 1 та 2 жорсткими об’ємами;

F_{OD} - площа контактуючої поверхні між 2 та 3 жорсткими об’ємами;

F_{O_1E} - площа контактуючої поверхні між 3 та 4 жорсткими об’ємами;

F_{O_1F} - площа контактуючої поверхні між 4 та 5 жорсткими об’ємами;

$\tau_з = \sigma / \sqrt{3}$ - дотичне напруження зсуву;

L - довжина твірної.

Підставляємо отримані потужності в формулу для зусилля деформування.

Положення точок О і $О_1$ були вибрані довільно. Для кожного нового положення точки О ($О_{п1}$ і $О_{п2}$) при фіксованому положенні точки К необхідно побудувати плани швидкостей (відповідно рис. 5.3в і 5.3г), визначити потужності і розрахувати $P_д$ та визначити варіант плану швидкостей, який забезпечує перше мінімальне значення зусиллю деформування $P_{д1}^{мін}$. Далі для фіксованого положення точки О, при якому отримане $P_{д1}^{мін}$, змінюють положення точки К, будують плани швидкостей, визначають потужності та знаходять друге мінімальне значення зусилля деформування $P_{д2}^{мін}$, що буде відповідати реальному процесу деформування.

Отримуємо формули для визначення питомих зусиль на деформуючому інструменті. Питомі зусилля на пуансоні (поверхня ВС, див. рис. 2а):

$$p = \frac{P_{д2}^{мін}}{\pi R^2}$$

5.5. Аналіз радіального видавлювання фланця

Схема видавлювання зображена на рис. 5.4. Зусилля видавлювання прикладають за допомогою пуансону 1, який діє на верхній торець здеформованої заготовки 2, що розміщена в матриці 3. Матриця 3 встановлена на плиті 4.

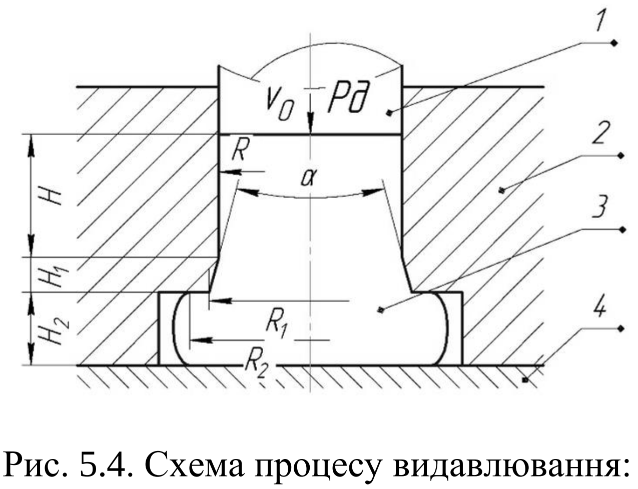


Рис. 5.4. Схема процесу видавлювання: 1- пуансон; 2- матриця; 3-заготовка; 4-плита

На основі схеми процесу деформування

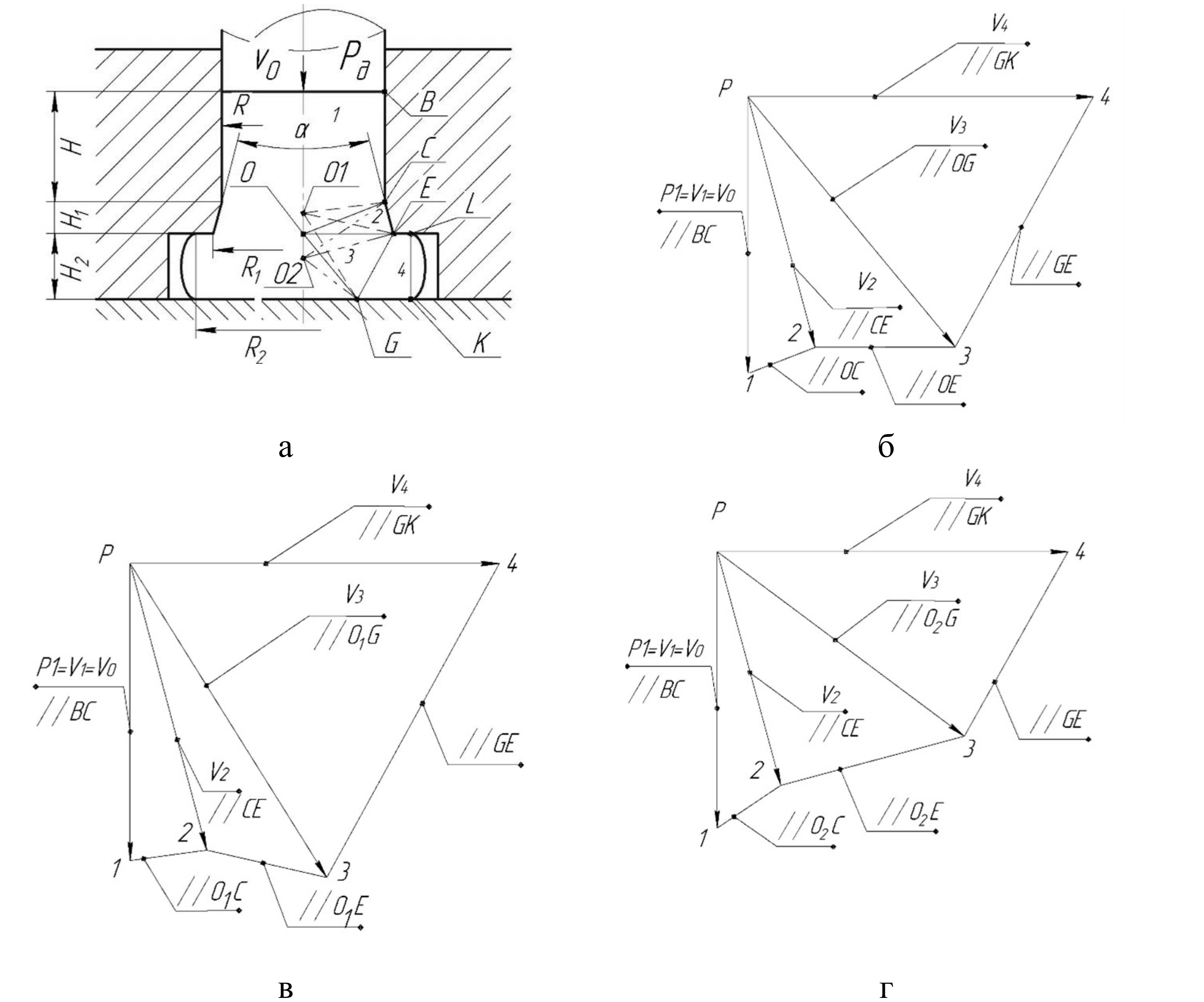


Рис. 5.5. Розрахункова схема і плани швидкостей: а – розрахункова схема, б – план швидкостей для точки О, в - план швидкостей для точки O_1, г – план швидкостей для точки O_2

створюємо розрахункову схему (рис. 5.5). В силу симетрії розподіляємо половину заготовки та розділяємо її на 4 жорсткі об’єми. Виділяємо характерні точки.

Записуємо рівняння балансу потужностей.

$$N = P_{\partial} V_o = N_T^{BC} + N_T^{CE} + N_T^{EL} + N_T^{GK} + N_З^{OC} + N_З^{OE} + N_З^{OG} + N_З^{GE},$$

де:

N - потужність зовнішніх сил;

$P_{ä}$ - зусилля деформування;

V_o - швидкість деформуючого інструменту;

N_T^{BC} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки ВС 1 об’єму та матрицею;

N_T^{CE} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки ВС 2 об’єму та матрицею;

N_T^{EL} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки CD 4 об’єму та матрицею;

N_T^{GK} - потужність, яка витрачається на подолання сил тертя між поверхнею заготовки CD 4 об’єму та плитою;

$N_З^{OC}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні ОС між 2 та 1 об’ємами;

$N_З^{OE}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні ОЕ між 2 і 3 об'ємами;

$N_З^{OG}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні OG при зміщенні 3 об'єму;

$N_З^{GE}$ - потужність, яка витрачається на подолання сил зсуву на поверхні GE між 3 і 4 об'ємами.

Звідки:

$$P_д = \frac{1}{V_o}\left(N_T^{BC} + N_T^{CE} + N_T^{EL} + N_T^{GK} + N_З^{OC} + N_З^{OE} + N_З^{OG} + N_З^{GE}\right)$$

Будуємо план швидкостей. Спочатку положення точки О і точки G беремо довільно. Будуємо перший варіант плану швидкостей (рис. 5.4б). Починаємо з першого об’єму оскільки на нього прикладається зусилля видавлювання із відомою швидкістю V_0. Вибираємо полюс P, проводимо лінію вертикально вниз і відкладаємо в масштабі величину V_0 і отримуємо точку 1. Знаходимо швидкість першого об’єму: $\overrightarrow{P1} = \vec{V}_1 = \vec{V}_0$. Другий об’єм буде зміщується по поверхні СЕ з одночасним зсувом з 1 об’ємом по поверхні ОС. Тому з полюса проводимо лінію, яка паралельна СЕ, а з точки 1 - лінію паралельно ОС. В перетині отримуємо точку 2: $\overrightarrow{P2} = \overrightarrow{V_2}; \overrightarrow{21} = \overrightarrow{V_{21}}$. Об’єм 3 зміщується по поверхні OG з одночасним зсувом з 2 об’ємом по поверхні ОЕ. З полюса проводять лінію паралельно OG, а з точи 2 - лінію паралельно поверхні ОЕ. В перетині знаходять точку 3: $\overrightarrow{P3} = \overrightarrow{V_3}$;

$\overrightarrow{32} = \overrightarrow{V_{32}}$. Об’єм 4зміщується по плиті (поверхня GK). З полюса проводимо лінію паралельно GK, а з точки 3 –лінію, яка паралельна EG: $\overrightarrow{P4} = \overrightarrow{V}_4$; $\overrightarrow{43} = \overrightarrow{V_{43}}$.

Отримуємо формули для визначення кожної із наведених потужностей. Записуємо рівняння для визначення потужностей, які витрачаються на подолання сил тертя:

$$N_T^{BC} = \tau_k \overrightarrow{P1} F_{BC} = \mu \sigma_s \overrightarrow{P1} 2\pi RH$$

$$N_T^{CE} = \tau_k \overrightarrow{P2} F_{CE} = \mu \sigma_s \overrightarrow{P2} \pi \left(R_1 + R\right) \frac{H_1}{\cos\left(\alpha / 2\right)}$$

$$N_T^{EL} = \tau_k \overrightarrow{P4} F_{EL} = \mu \sigma_s \overrightarrow{P4} \cdot \pi \left(R_2^2 - R_1^2\right)$$

$$N_T^{GK} = \tau_k \overrightarrow{P4} F_{GK} = \mu \sigma_s \overrightarrow{P4} \cdot \pi \left(R_2^2 - R_G^2\right)$$

В наведених формулах вирази типу F_{BC}, F_{CE}, F_{EL} *і* F_{GK} - це є площі контактуючих поверхонь між об’ємами та деформуючим інструментом.

Знаходимо вирази для потужностей, які витрачаються на подолання сил зсуву між жорсткими об’ємами :

$$N_З^{OC} = \tau_з \overrightarrow{12} F_{OC} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \overrightarrow{12} \pi R L_{OC}$$

$$N_З^{OE} = \tau_з \overrightarrow{23} F_{OE} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \overrightarrow{23} \pi R_1^2$$

$$N_З^{OG} = \tau_з \overrightarrow{P3} F_{OG} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \overrightarrow{P3} \pi R_G^2$$

$$N_З^{GE} = \tau_з \overrightarrow{34} F_{GE} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \overrightarrow{34} \pi \left(R_G + R_1\right) L_{GE}$$

Тут позначення типу R_G – радіус точки G; L_{CE} – довжина твірної CE.

Підставляємо отримані вирази для потужностей в формулу для зусилля деформування. Для заданих розмірів заготовки і інструменту, межі текучості та коефіцієнту тертя визначаємо величини зусилля деформування.

Далі ще будуємо мінімум 2 варіанти кінематично можливих планів швидкостей для положення точки O_1 (рис. 5.4в) та точки O_2 (рис. 5.4г) при фіксованому положенні точки G та визначаємо величини зусиль для цих варіантів. Отримуємо перший мінімум зусилля.

Далі фіксуємо положення цієї точки, при якій отриманий мінімум зусилля, та аналогічно виконуємо розрахунки при зміні положення точки G. Знаходимо другий мінімум зусилля, що буде відповідати реальному процесу деформування.

РОЗДІЛ 6. МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Метод скінченних елементів (МСЕ) для визначення переміщень, деформацій та напружень заснований на тому, що суцільне середовище заміняють сіткою скінчених елементів, які зв’язані між собою у вузлових точках і зусилля не може передаватися через бокові поверхні елементів. Спочатку МСЕ знайшов використання для пружного аналізу конструкцій. Зараз його використовують для вирішення багатьох задач: механіки, біомеханіки, вібрації, течії рідини, медицині та інших. Для аналізу процесів обробки тиском метод знайшов використання з середини 70-х років. Метод дозволяє отримати інформацію про метал, що деформується, яку можна отримати експериментальним дослідженням. В деяких випадках (наприклад для визначення питомих зусиль на деформуючому інструменті) метод дозволяє це вирішити, а експериментально – ні. Певні труднощі при використанні МСЕ виникають при визначенні великих деформацій.

6.1. Теоретичні основи методу для малих і великих деформацій

6.1.1. Скінченні елементи

Розглянемо задачу деформування (осаджування) в умовах плоского деформованого стану (рис. 6.1). В силу симетрії наведена половина заготовки, яка деформується між двома плитами. Завжди аналіз процесів обробки тиском починається з вихідного стану заготовки.

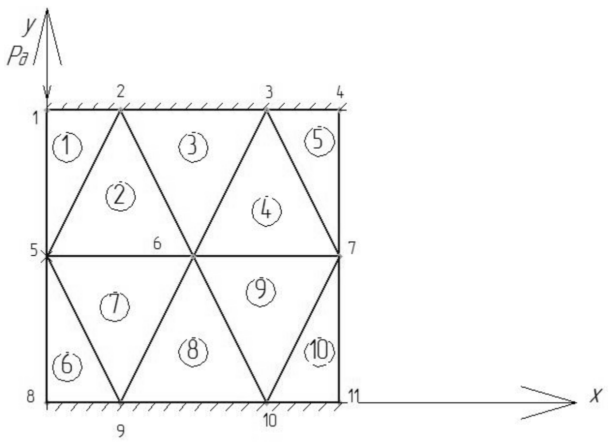


Рис. 6.1. Заготовка, яка розділена на скінченні елементи

Заготовку розділено на трикутні скінченні елементи, які зв’язані між собою у вузлових точках і навантаження не може передаватися через бокові поверхні скінчених елементів. Чим менші розміри скінченного елементу, тим точніше відбувається вирішення задачі деформування. Вузли і елементи нумерують. При цьому сусідні вузли повинні мати мінімальну різницю в нумерації, від якої залежить час розрахунку.

Знаючи координати вузлів та нумерацію елементів і номери вузлів кожного елементу, ми представляємо суцільне середовище, що апроксимоване сіткою скінчених елементів. При зміщенні верхньої плити вузли переміщуються в нові положення. Переміщення вузлів являється основними невідомими, які знаходять з відповідних рівнянь при заданих граничних умовах. Для плоскої задачі невідомих величин в два рази більше від кількості вузлів В кожному вузлі маємо два переміщення U_x і U_y. Нелінійність, яка має місце зі зміною геометричної форми і властивостей металу, потребує розділення процесу деформування на певну кількість кроків. На кожному кроці визначають прирощення переміщень. По переміщеннях знаходять деформації, а по деформаціях - напруження. Результуючі значення цих величин отримують шляхом підсумуванням величин, що отримані на кроках навантаження.

В даному випадку скінчений елемент у вигляді трикутника. Для вісесиметричної задачі скінченний елемент має форму у вигляді трикутника, який обертається навколо вісі симетрії. Для об’ємних задач скінченний елемент має вигляд куба, паралелепіпеда, тетраедра.

6.1.2. Компоненти переміщень для плоскої задачі в декартових координатах

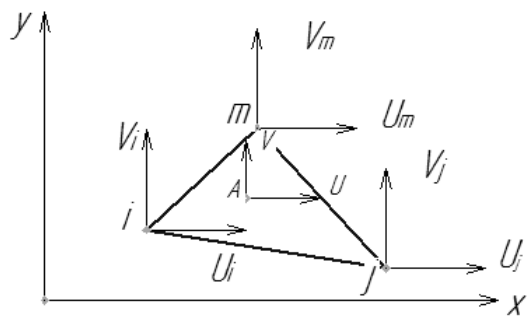


Рис. 6.2. Трикутний скінченний елемент

Розглянемо плоско-деформований стан в напрямку z для трикутного скінченного елементу, який має вузли i, j, m (рис. 6.1). Переміщення в напрямку вісі x

позначаємо через *U*, а напрямку вісі *y* - *V*. Всього маємо 6 переміщень. Їх можна представити у матричному вигляді:

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \\ U_m \\ V_m \end{Bmatrix}$$

Переміщення точки А в середині елементу з координатами *(x,y)* позначимо *U, V*. Для переміщення елементу використовують лінійні поліноми у вигляді:

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y;$$

$$V = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y\ , \qquad (6.1)$$

де : α_1, α_2 та α_3- коефіцієнти, які визначають через переміщення і координати вузлів.

Вважаємо, що переміщення вузлів i, j, m та координати їх відомі. Для переміщення *U* маємо:

$$\begin{cases} U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ U_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ U_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \end{cases}; \qquad (6.2)$$

Для переміщення *V* маємо:

$$\begin{cases} V_i = \alpha_4 + \alpha_5 x_i + \alpha_6 y_i \\ V_j = \alpha_4 + \alpha_5 x_j + \alpha_6 y_j \\ V_m = \alpha_4 + \alpha_5 x_m + \alpha_6 y_m \end{cases}; \qquad (6.3)$$

Із системи (6.2) можна визначити коефіцієнти

$$\alpha_1 = \frac{\left(a_i U_i + a_j U_j + a_m U_m\right)}{2A};$$

$$\alpha_2 = \frac{\left(b_i U_i + b_j U_j + b_m U_m\right)}{2A};$$

$$\alpha_3 = \frac{\left(c_i U_i + c_j U_j + c_m U_m\right)}{2A};$$

Тут:

$$A = \frac{1x_j y_m + x_j y_j 1 + 1x_m y_i - y_i x_j 1 - 1y_j x_m - x_i 1 y_m}{2}.$$

$$a_i = x_j y_m - x_m y_j$$

$$b_i = y_j - y_m$$

$$c_i = x_m - x_j$$

Інші коефіцієнти *a,* b, *c* визначають циклічною перестановкою індексів. Для прикладу:

$$a_j = x_i y_m - x_m y_i . b_{ij} = y_i - y_m$$

$$c_j = x_m - x_i$$

Аналогічно можна знайти коефіцієнти α_4, α_5 та α_6.

Підставляємо знайдені коефіцієнти α в рівняння (6.2) і (6.3):

$$U = \frac{\left[(a_i + b_i x + c_i y)U_i + \left(a_j + b_j x + c_j y\right)U_j + (a_m + b_m x + c_m y)U_m\right]}{2A};$$
$$V = \frac{\left[(a_i + b_i x + c_i y)V_i + \left(a_j + b_j x + c_j y\right)V_j + (a_m + b_m x + c_m y)V_m\right]}{2A}. \quad (6.4)$$

6.1.3. Компоненти деформацій для плоского деформованого стану в декартових координатах

По переміщеннях із (6.4) можна визначити компоненти деформацій:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y}; \qquad \varepsilon_z = 0; \quad \gamma_{zx} = \gamma_{yz} = 0; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}.$$

Тоді використовуємо рівняння (г):

$$\varepsilon_x = \left(b_i U_i + b_j U_j + b_m U_m\right)/2A;$$

$$\varepsilon_y = \left(c_i V_i + c_j V_j + c_m V_m\right)/2A;$$

$$\gamma_{xy} = \left(c_i V_i + c_j V_j + c_m V_m + b_i U_i + b_j U_j + b_m U_m\right)/2A.$$

Рівняння для деформацій представляємо у матричному вигляді. В матричному вигляді маємо:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}$$

Або:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ b_i & c_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \\ U_m \\ V_m \end{Bmatrix}, \qquad (6.5)$$

де: $[B]$ −Матриця диференціювання переміщень.

6.1.4. Компоненти переміщень в циліндричних координатах

На рис. 6.3 представлений скінчений елемент в циліндричних координатах.

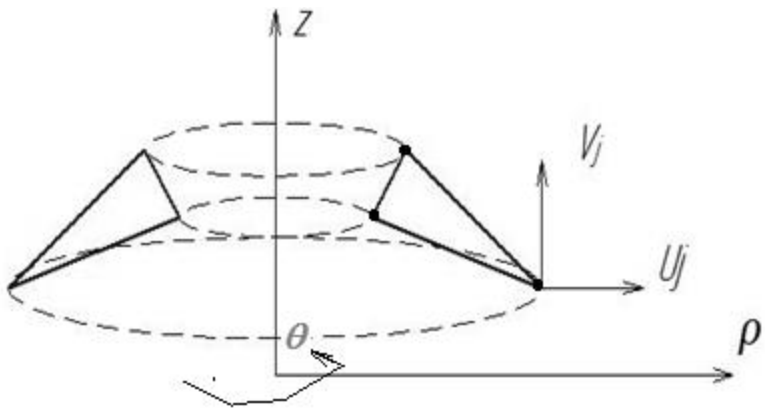


Рис. 6.3. Трикутний скінченний елемент в циліндричних координатах

В цих координатах у кожному вузлі також маємо 2 переміщення U і V .

Лінійні поліноми мають вигляд:

$$U = \alpha_1 + \alpha_2\rho + \alpha_3 z;$$

$$V = \alpha_4 + \alpha_5\rho + \alpha_6 z$$

Аналогічно попередньому випадку через переміщення вузлів і координати вузлів можна отримати коефіцієнти $\alpha_1 - \alpha_6$. Для переміщення U маємо:

$$\begin{cases} U_i = \alpha_1 + \alpha_2\rho_i + \alpha_3 z_i \\ U_j = \alpha_1 + \alpha_2\rho_j + \alpha_3 z_j \\ U_m = \alpha_1 + \alpha_2\rho_m + \alpha_3 z_m \end{cases}; \qquad (6.6)$$

Для переміщення V:

$$\begin{cases} V_i = \alpha_4 + \alpha_5 \rho c \quad _i + \alpha_6 z_i \\ V_j = \alpha_4 + \alpha_5 \rho_j + \alpha_6 z_j \quad ; \\ V_m = \alpha_4 + \alpha_5 \rho_m + \alpha_6 z_m \end{cases} \tag{6.7}$$

Із системи (6.6) можна визначити коефіцієнти

$$\alpha_1 = \frac{\left(a_i U_i + a_j U_j + a_m U_m\right)}{2A};$$

$$\alpha_2 = \frac{\left(b_i U_i + b_j U_j + b_m U_m\right)}{2A};$$

$$\alpha_3 = \frac{\left(c_i U_i + c_j U_j + c_m U_m\right)}{2A};$$

Тут:

$$A = \frac{1\rho_j z + \rho_j z_j 1 + 1\rho_m z_i - z_i \rho_j 1 - 1 z_j x \rho_m - \rho_i 1 z_m}{2}.$$

$$a_i = \rho_j z_m - \rho_m z_j$$

$$b_i = z_j - z_m$$

$$c_i = \rho_m - \rho_j$$

Аналогічно із системи (6.7) знаходимо коефіцієнти $\alpha_4 - \alpha_6$

Тоді кінцеві вирази для переміщень *U* та *V* мають вигляди:

$$U = \frac{\left[(a_i + b_i \rho + c_i z) U_i + \left(a_j + b_j \rho + c_j z\right) U_j + (a_m + b_m \rho + c_m z) U_m\right]}{2A}$$

$$V = \frac{\left[(a_i + b_i \rho + c_i z) V_i + \left(a_j + b_j \rho + c_j z\right) V_j + (a_m + b_m \rho + c_m z) V_m\right]}{2A} \tag{6.8}$$

6.1.5. Компоненти деформацій в циліндричних координатах

Через переміщення u і ϑ знаходимо компоненти деформацій

$$\varepsilon_\rho = \frac{\partial u}{\partial \rho} = (b_i u_i + b_j u_j + b_m u_m)/2\mathrm{A};$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{\rho} = \left(\frac{K}{\rho} u_i + \frac{M}{\rho} u_j + \frac{N}{\rho} u_m\right)/2\mathrm{A};$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} = (c_i \vartheta_i + c_j \vartheta_j + c_m \vartheta_m)/2\mathrm{A};$$

$$\gamma_{\rho z}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial \vartheta}{\partial \rho}=(c_i u_i+c_j u_j+c_m u_m+b_i\vartheta_i+b_j\vartheta_j+b_m\vartheta_m)/2\text{A}.$$

Позначимо:

$$a_i+b_{i\rho}+c_i z=K;$$

$$a_j+b_{j\rho}+c_j z=M;$$

$$a_m+b_{m\rho}+c_m z=N.$$

В матричному вигляді маємо:

$$\{\varepsilon\}=[\text{B}]\{\delta\}$$

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_\rho\\ \varepsilon_\theta\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{\rho z}\end{Bmatrix}=\frac{1}{2A}\begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0\\ \frac{K}{\rho} & 0 & \frac{M}{\rho} & 0 & \frac{N}{\rho} & 0\\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m\\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_i\\ \vartheta_i\\ u_j\\ \vartheta_j\\ u_m\\ \vartheta_m\end{Bmatrix}$$

6.1.6. Компоненти напружень для плоско-деформованого стану в декартових координатах

Розглянемо ПДС в напрямку вісі *z*:

$$\sigma_x\neq 0,\sigma_y\neq 0,\sigma_z=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2};$$

$$\tau_{xy}\neq 0,\tau_{yz}=\tau_{zx}=0;$$

$$\varepsilon_z=0,\varepsilon_x\neq 0,\varepsilon_y\neq 0;$$

$$\gamma_{xy}\neq 0,\gamma_{yz}=\gamma_{zx}=0;$$

Розглянемо пружний стан скінченного елементу. Маємо наступні рівняння зв’язку між деформаціями та напруженнями:

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\nu\left(\sigma_y+\sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\left[\sigma_y-\nu(\sigma_x+\sigma_z)\right]$$

$$\gamma_{xy}=\frac{1}{2G}\tau_{xy}$$

Запишемо ці рівняння в матричному вигляді

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E}\begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

З останнього виразу можемо визначити напруження через деформації. В математичному вигляді маємо:

$$\{\sigma\} = [D^{\mathrm{e}}]\{\varepsilon\}$$

де: D^{e} - матриця пружності, яка в даному випадку має вигляд:

$$[D^{\mathrm{e}}] = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-\nu)}\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \dfrac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

Тут: $\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \{\sigma\}$ – матриця напружень. Напруження σ_z немає у вказаній матриці, тому що його можна знайти через напруження σ_x і σ_y:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

Для скінченного елементу в пружно-пластичному стані для цього випадку напруження через деформацію визначимо в матричному вигляді так:

$$\{\sigma\} = [D^{\mathrm{ep}}]\{\varepsilon\}$$

де: D^{ep} –пружно-пластична матриця, цю матрицю можна визначити використовуючи рівняння Прандтля-Рейса [14]:

$$[D^{\mathrm{ep}}] = [D^{\mathrm{e}}] - [D^{\mathrm{p}}]$$

D^{e} – визначена вище, а D^{p} має наступний вигляд:

$$D^{\mathrm{p}} = \frac{(2G)^2}{\frac{4}{9}\sigma_i^2(3G+H)}\begin{bmatrix} \sigma_x'^2 & \sigma_x'\sigma_y' & \sigma_x'\tau_{xy} \\ \sigma_y'\sigma_x' & \sigma_y'^2 & \sigma_y'\tau_{xy} \\ \tau_{xy}\sigma_x' & \tau_{xy}\sigma_y' & \tau_{xy}^2 \end{bmatrix}$$

де: σ_i - інтенсивність напружень, G - модуль пружності другого роду, $H = \frac{d\sigma_s}{d\varepsilon}$ - модуль зміцнення, який визначається з діаграми істинних напружень (рис. 6.4); σ'_x, $\sigma'_{y,}$ τ_{xy} - компоненти тензора-девіатора напружень.

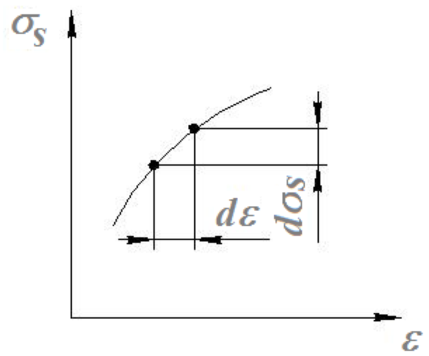


Рис. 6.4. Фрагмент діаграми істинних напружень.

6.1.7. Пружно-пластичний перехід

Скінченний елемент переходить з пружного в пластичний стан, коли σ_i досягає напруження текучості σ_s. Якщо $\sigma_i < \sigma_s$ елементи знаходяться в пружному стані. Такого стану, коли $\sigma_i > \sigma_s$ не буває. Щоб перевести із пружного стану в пластичний кожний скінченний елемент, необхідно затратити великий час при розрахунках. Тому поступають наступним чином: вважають, що елемент переходить із пружного в пластичний стан, коли напруження $\sigma_i = (0{,}95 \div 1)\sigma_s$.

В деяких процесах обробки тиском після пластичної деформації може наступити пружний стан (проходить «розвантаження» металу). Для визначення початку «розвантаження» визначають дисипацію енергії пластичної деформації. Для ПДС маємо:

$$W = \sigma_x d\varepsilon_x^p + \sigma_y d\varepsilon_y^p + \tau_{xy} d\gamma_{xy}^p$$

де: $d\varepsilon_x^p, d\varepsilon_y^p, d\gamma_{xy}^p$- прирощення пластичної деформації.

Якщо $W < 0$, то метал із пластичного стану повернувся в пружний стан, і тоді матриця D^{ep} замінюється на матрицю D^{e}.

6.1.8. Компоненти напружень в декартових координатах для плоско-напруженого стану

Розглянемо випадок ПНС в напрямку вісі z:

$$\sigma_z = 0, \sigma_x \neq 0,\ \sigma_y \neq 0$$

$$\tau_{xy} \neq 0, \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0;$$

$$\varepsilon_z \neq 0, \varepsilon_x \neq 0, \varepsilon_y \neq 0;$$

В матричному вигляді маємо:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

Для пружного стану скінченного елементу в матричному вигляді напруження через деформації визначають так:

$$\{\sigma\} = [D^{\mathrm{e}}]\{\varepsilon\}$$

Тут $[D^{\mathrm{e}}]$ – матриця пружності, яку можна знайти із закону Гука:

$$[D^{\mathrm{e}}] = \frac{\mathrm{E}}{1-\nu}\begin{bmatrix} \frac{1}{1+\nu} & \frac{\nu}{1+\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1+\nu} & \frac{1}{1+\nu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

Для пружного пластичного стану скінченного елементу в даному випадку матрицю $[D^{\mathrm{e}}]$ замінюють на матрицю $[D^{\mathrm{ep}}]$:

$$[D^{\mathrm{ep}}] = [D^{\mathrm{e}}] - [D^{\mathrm{p}}]$$

Матриця $[D^{\mathrm{p}}]$ має вигляд:

$$[D^{\mathrm{p}}] = \frac{(2G)^2}{\frac{4}{9}\sigma_i^2(3G+H)}\begin{bmatrix} \sigma_x'^2 & \sigma_x'\sigma_y' & \tau_{xy}\sigma_x' \\ \sigma_x'\sigma_y' & \sigma_y'^2 & \tau_{xy}\sigma_y' \\ \tau_{xy}\sigma_x' & \tau_{xy}\sigma_y' & \tau_{xy}^2 \end{bmatrix}$$

6.1.9. Компоненти напружень для вісесиметричної задачі в циліндричних координатах

В даному випадку матриця напружень та матриця деформацій мають вигляди:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_\rho \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{\rho z} \end{Bmatrix}; \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_\rho \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{\rho z} \end{Bmatrix}$$

В матричному вигляді, для пружного стану металу маємо:

$$\{\sigma\} = [D^{\mathrm{e}}]\{\varepsilon\};$$

Тут:

$$[D^{\mathrm{e}}] = \frac{\mathrm{E}}{1-\nu}\begin{bmatrix} \frac{1}{1+\nu} & \frac{\nu}{1+\nu} & \frac{\nu}{1+\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1+\nu} & \frac{1}{1+\nu} & \frac{\nu}{1+\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1+\nu} & \frac{\nu}{1+\nu} & \frac{1}{1+\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

Для скінченного елементу в пружно-пластичному стані маємо:

$$\{\sigma\} = [D^{\mathrm{e}p}]\{\varepsilon\}$$

Тут:

$$[D^{\mathrm{ep}}] = [D^{\mathrm{e}}] - [D^{\mathrm{p}}]$$

Матриця $[D^{\mathrm{p}}]$ має вигляд:

$$[D^{\mathrm{p}}] = \frac{(2G)^2}{\frac{4}{9}\sigma_i^2(3G+H)}\begin{bmatrix} \sigma_r'^2 & \sigma_r'\sigma_\theta' & \sigma_r'\sigma_z' & \sigma_r'\tau_{rz} \\ \sigma_\theta'\sigma_r' & \sigma_\theta'^2 & \sigma_\theta'\sigma_z' & \sigma_\theta'\tau_{rz} \\ \sigma_z'\sigma_r' & \sigma_z'\sigma_\theta' & \sigma_z'^2 & \sigma_z'\tau_{rz} \\ \tau_{rz}\,\sigma_r' & \tau_{rz}\,\sigma_\theta' & \tau_{rz}\,\sigma_z' & \tau_{rz}^2 \end{bmatrix}$$

6.1.10. Основне рівняння методу

Довільне поле переміщень, яке задовольняє граничним умовам в переміщеннях, та рівнянням сумісності деформацій, називається кінематично можливим. Для прикладу наведемо одне із рівнянь сумісності деформацій в декартових координатах:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

Нехай деформується тіло (заготовка) об'ємом V . На частині поверхні заготовки S_u відомі переміщення, а на іншій частині поверхні S_q відоме розподілене навантаження q. Якщо взяти кінематично можливе поле переміщень та розрахувати по ньому деформації: $\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}$, а по деформаціях визначити напруження $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$, то може бути такий випадок, що визначені напруження не задовольняють диференційним рівнянням рівноваги і граничним умовам в напруженнях.

З першого варіаційного принципу слідує - серед кінематично можливих переміщень дійсні переміщення задовольняють мінімум наступному функціоналу:

$$\Pi = 0{,}5\int_V \{\sigma\}^T\{\varepsilon\}dV - \int_{S_q}\{q\}^T\{\delta\}\,dS$$

де: $\{\sigma\}^T$ - транспонована матриця напружень;

dV - елементарний об'єм;

$\{q\}^T$- матриця вектор розподіленого навантаження q , яке діє на поверхні заготовки;

$\{\delta\}$ - матриця вектор переміщення;

dS- елементарна площа заготовки.

Приклад транспонованої матриці напружень:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix}\sigma_\rho\\ \sigma_\theta\\ \sigma_z\\ \tau_{\rho z}\end{Bmatrix};\ \{\sigma\}^T = \{\sigma_\rho, \sigma_\vartheta, \sigma_z, \tau_{\rho z}\}$$

Раніше було отримано:

$$\{\varepsilon\} = [\mathrm{B}]\{\delta\}$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{\delta\}$$
$$\{\sigma\}^T = [D][B]^T\{\delta\}^T$$

Підставимо ці вирази у функціонал:

$$\Pi = 0{,}5\int_V [D][B]^T\{\delta\}^T[B]\{\delta\}dV - \int_S \{q\}^T\{\delta\}\,dS \qquad (6.10)$$

Якщо заготовка, що здеформується, розділена на скінченні елементи, то функціонал (6.10) можна записати таким чином:

$$\Pi = \sum_{\substack{\text{по}\\ \text{елементах}}} 0{,}5\int_V [B]^T[D][B]dV\{\delta\}^T\{\delta\} - \sum\int_S \{q\}^T\{\delta\}\,dS, \qquad (6.11)$$

де: $\int_V [B]^T[D][B]dV = [K]$ – матриця жорсткості системи елементів;

$\int_S \{q\}^T\,dS = \{F\}^T$ зусилля у вузлах

Щоб знайти мінімум функціоналу (6.11) треба продиференціювати його по переміщеннях і прирівняти до нуля:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\delta} = 0.$$

Тоді після диференціювання отримуємо наступне основне рівняння методу:

$$[\text{К}]\{\delta\} - \{F\} = 0$$
$$[\text{К}]\{\delta\} = \{F\}, \qquad (6.12)$$

де: $[\text{К}] = \sum[k]$ - матриця жорсткості всієї системи скінченних елементів; $\{F\}$ - матриця вектор вузлових сил.

Звідки:

$$\{\delta\} = [K]^{-1}\{F\} \qquad (6.13)$$

Рівняння ((6.13)) представляє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь. В результаті вирішення цієї системи отримують переміщення в вузлах скінченного елементу.

6.1.11. Основне рівняння методу в прирощеннях та умови рівноваги заготовки, що деформується

Будемо записувати рівняння для окремого скінченного елемента маючи на увазі, що з використанням стандартних правил, складання можна перейти від одного елемента до всієї системи скінченних елементів.

Основне рівняння в прирощеннях має вигляд (на кожному кроці навантаження):

$$[k^{\mathrm{ep}}]\{d\delta\} = \{dF\}$$

$[k^{\mathrm{ep}}]$-матриця жорсткості скінченного елементу, який знаходиться в пластичному стані

$\{d\delta\}$- матриця прирощення переміщення;

$\{dF\}$- матриця прирощення зусиль в вузлових точках.

Матриця жорсткості окремого скінченного елементу має вигляд:

$$[k^{\mathrm{ep}}] = \int_{v} [B]^T\,[D^{\mathrm{ep}}][B]dv$$

Прирощення деформації має вигляд:

$$\{d\varepsilon\} = [B]\{d\delta\}$$

Прирощення напружень можна визначити так:

$$\{d\sigma\} = [D^{\mathrm{e}p}]\{d\varepsilon\} = [D^{\mathrm{e}p}][B]\{d\delta\}$$

Тоді основне рівняння методу в прирощеннях має вигляд:

$$\int_{V} [B]^T\,\{d\sigma\}dV = \{dF\}$$

Останнє рівняння представляє собою рівняння рівноваги окремого скінченного елементу.

Тоді рівняння рівноваги заготовки, що деформується, має вигляд:

$$\int_V\ [B]^T\,\{\sigma\}dV = \{F\} \tag{6.14}$$

Тут:

$$\{\sigma\} = \sum_{\substack{\text{за кроком}\\ \text{навантаження}}} \{d\sigma\}$$

$$\{F\} = \sum_{\substack{\text{за кроком}\\ \text{навантаження}}} \{dF\}$$

В результаті розрахунків може бути похибка, що виникає в результаті розрахунку напружень. Похибка або нев'язка $\{\varphi\}$ визначається наступним чином:

$$\{\varphi\} = \{F\} - \int_V [B]^T \{\sigma\} dV \tag{6.15}$$

6.1.12. Підходи в методі для вирішення задач пружно-пластичного деформування

Для вирішення задач ОМТ використовують 3 ітераційних підходи, в яких шляхом послідовних наближень задовольняється умова:

$$\int_V [B]^T [\sigma] dV = \{F\}$$

Розглянемо ці підходи:

1. Підхід Ньютона-Рафсона (спосіб змінних параметрів пружності).

При цьому способі на кожній ітерації для скінченних елементів, які перейшли в пластичний стан по умові Губера-Мізеса, визначаються нові матриці $[D^{ep}]$ і розраховуються нові матриці $[k^{ep}] = \int_V [B]^T [D^{ep}][B] dV.$ Далі вираховують нев'язку $[\varphi]$:

$$\{\varphi\} = \{F\} - \int_V [B]^T [\sigma] dV$$

В зв'язку з цим необхідне повне переформування глобальної матриці жорсткості $[K]$ та повного формування і вирішення системи рівнянь рівноваго. Це займає багато часу при розрахунках.

2. Спосіб початкових деформацій або пружних рішень.

Відмінність даного підходу полягає у тому, що глобальна матриця жорсткості $[K]$ залишається постійною, а на кожній ітерації при досягнутому рівню напружень корегуються деформації. Похибка (нев'язка) в рішенні $\{\varphi\}$ використовується в якості нової правої частини замість матриці $\{F\}$в основному рівнянні МСЕ.

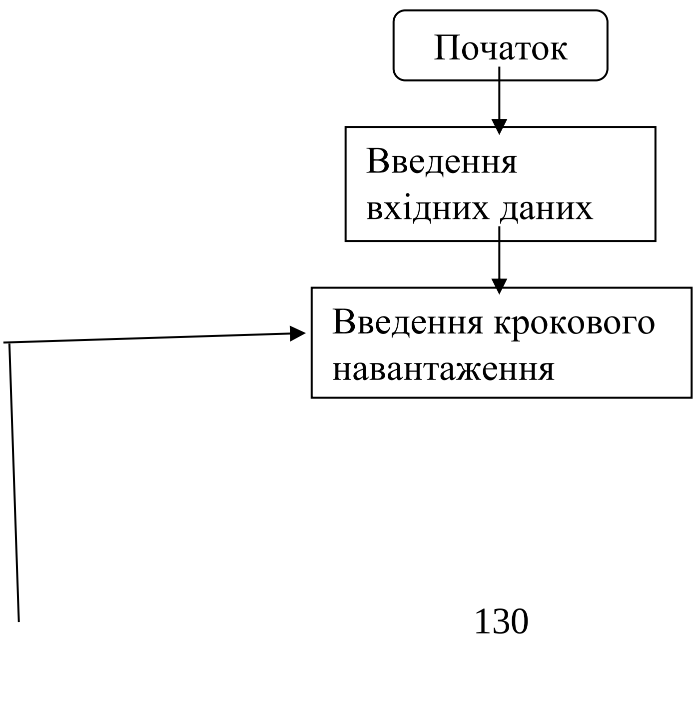
3. Спосіб початкових напружень.

Він аналогічний попередньому за виключенням того, що в ньому використовують замість початкових деформацій - початкові напруження для того, щоб привести пружне рішення у відповідність з реальними напруженнями при досягнутих деформаціях.

Переваги способу початкових напружень:

- спосіб справедливий для будь-якої залежності між напруженнями і деформаціями. Розбіжність в рішенні означає, що тіло вичерпало можливість до деформування;
- спосіб справедливий для ідеально пластичного матеріалу;
- спосіб автоматично враховує розвантаження металу, тому він дозволяє встановити кінцеві форму та розміри виробів при моделюванні процесів ОМТ.

6.1.13. Послідовність вирішення задачі з використанням пружно-пластичної матриці $[\boldsymbol{D}^{ep}]$



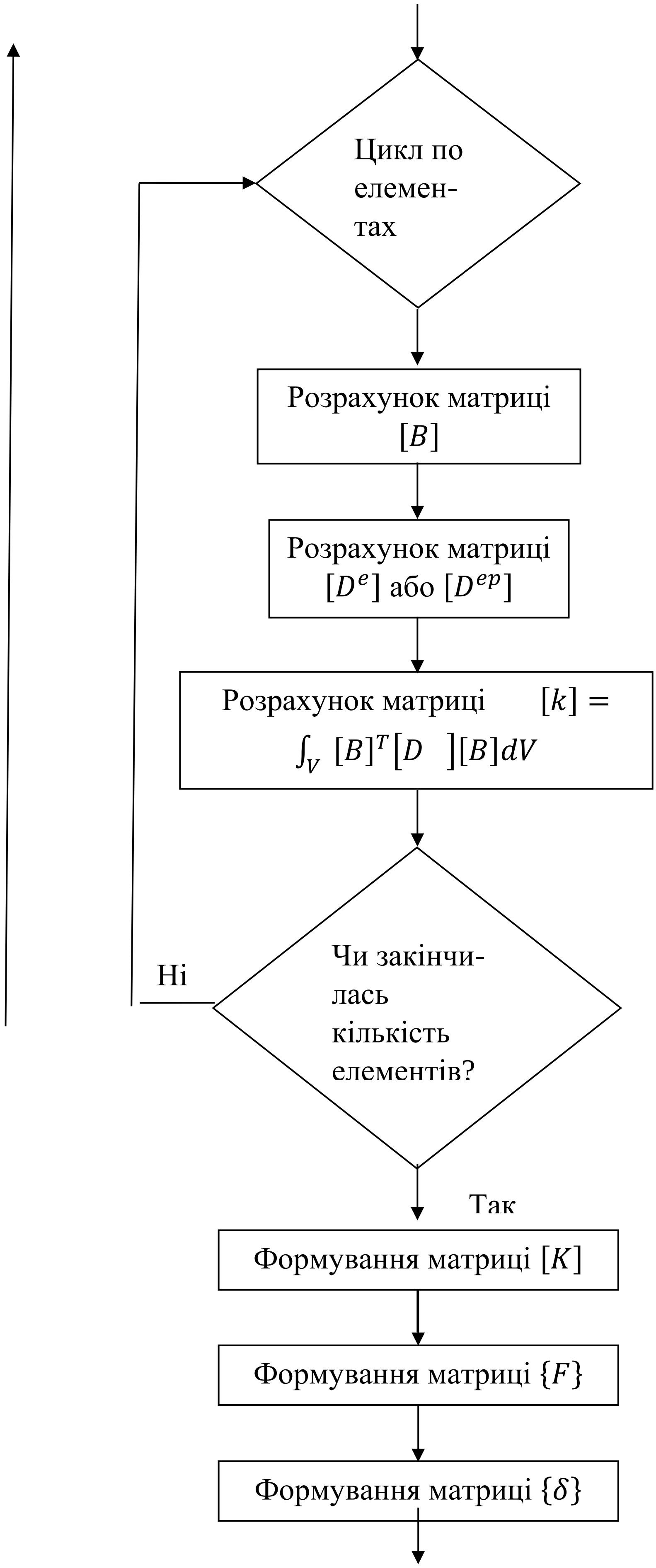

Цикл по елементах
Розрахунок матриці $[B]$
Розрахунок матриці $[D^e]$ або $[D^{ep}]$
Розрахунок матриці $[k] = \int_V [B]^T[D][B]dV$
Чи закінчилась кількість елементів?
Ні
Так
Формування матриці $[K]$
Формування матриці $\{F\}$
Формування матриці $\{\delta\}$

Рис. 6.5. Послідовність рішення з використанням матриці $[D^{ep}]$

Під введенням вихідних даних розуміється задання механічних властивостей матеріалу заготовки ($\varepsilon, \eta, \sigma_i$ – діаграма істинних напружень, діаграма руйнування), статичних та кінематичних граничних умов, а також величину переміщення на кроці навантаження.

Далі для кожного скінченного елементу розраховують матрицю $[D]$, матрицю $[B]$, а також знаходять матрицю жорсткості $[k]$. З матриці $[k]$ формують глобальну матрицю жорсткості $[K]$. Далі формують матрицю вузлових сил $\{F\}$, та матрицю вузлових переміщень $\{\delta\}$. Далі складають систему рівнянь:

$$[K]\{\delta\} = \{F\}.$$

В результаті вирішення цієї системи знаходять компоненти переміщень в вузлах. По переміщенням розраховують деформації ε, а по деформаціям напруження σ.

Розраховують інтенсивність напружень σ_i. Шукають елементи з максимальним значенням σ_i і переводять їх з пружного в пластичний стан за допомогою коефіцієнтів масштабування.

Далі виконують масштабування величин переміщень, деформацій та напружень за допомогою коефіцієнту масштабування. Також збільшують вузлові сили F. Потім переходять на наступний крок навантаження. Все повторюється аналогічно вищенаведеному, за виключенням того, що для скінченних елементів які перейшли в пластичний стан вираховують нові матриці жорсткості $[k]$, де замість $[D^e]$ використовують $[D^{ep}]$.

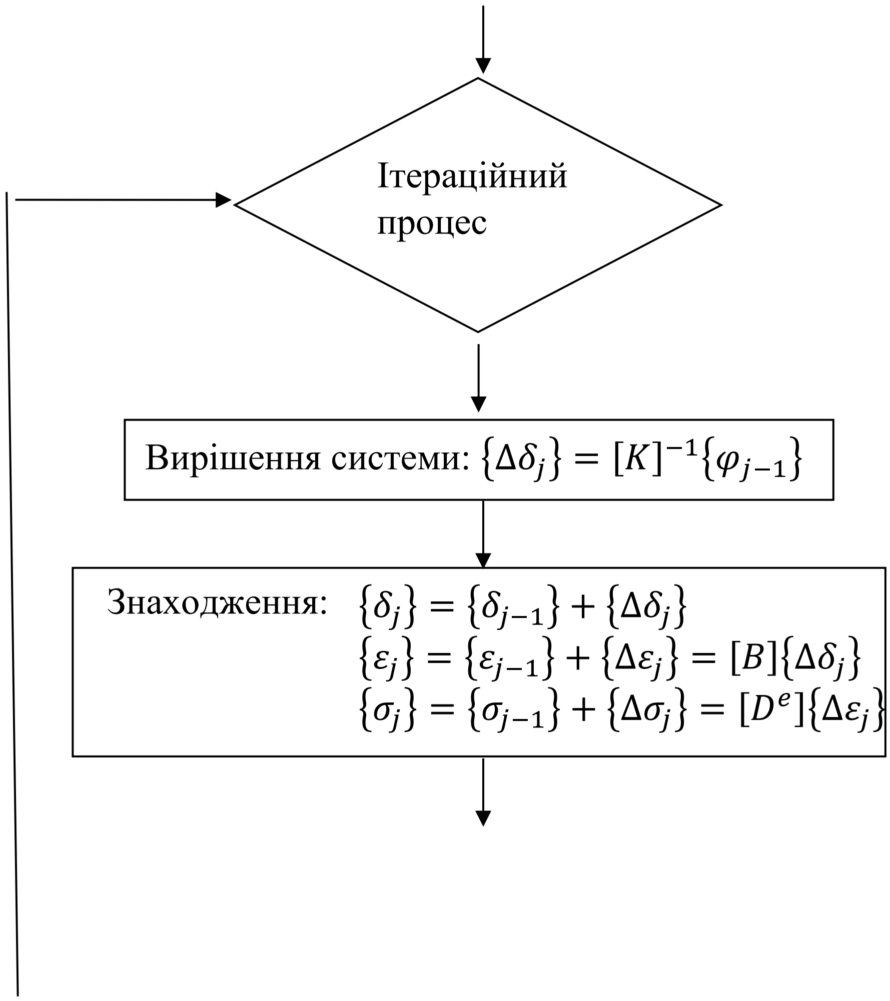
$$[k] = \int_V [B]^T [D^{ep}][B] dV$$

6.1.14. Послідовність вирішення задачі обробки тиском способом початкових напружень

Як було вказано вище, спосіб початкових напружень (пружних рішень) полягає в тому, що глобальна матриця жорсткості $[K]$ залишаються незмінною.

За допомогою ітераційної процедури пружне рішення приводиться у відповідність з реальними напруженнями при досягнутих деформаціях.

Відобразимо ітераційний процес на рис. 6.6. На першій ітерації використовуються накопичені переміщення деформації і напруження, а права частина дорівнює сумі прирощень силового навантаження. Після того, як в результаті вирішення системи рівнянь знайшли переміщення $\{\delta\}$ на кроці навантаження та вирахували по ним компоненти $\{\varepsilon\}$, а по $\{\varepsilon\}$ знайшли напруження $\{\sigma\}$ розраховують нев’язку рішення $\{\varphi\}$. Далі починається ітераційний процес. Нев’язку $\{\varphi\}$ використовують в якості правої частини (замість $\{F\}$). В результаті вирішення системи знаходять прирощення переміщень $\{\Delta\delta_j\}$. Далі додають це прирощення переміщення до знайденого вище переміщення $\{\delta\}$ та отримують матрицю $\{\delta_j\}$.



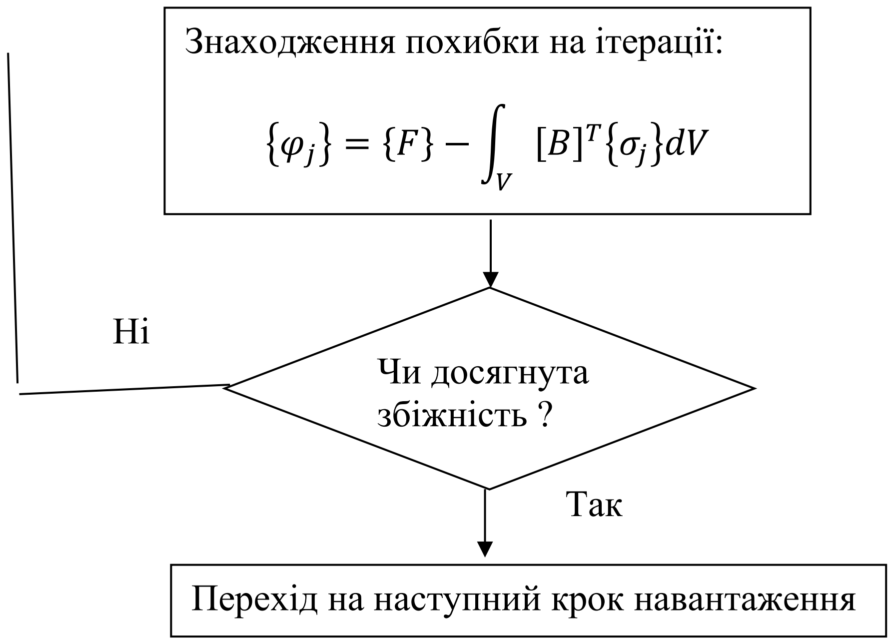


Рис. 6.6. Послідовність рішення способом початкових напружень

По цьому переміщенню вираховують деформацію $\{\varepsilon_j\}$ та напруження $\{\sigma_j\}$. По знайденому напруженню $\{\sigma_j\}$ знаходять нову нев'язку рішення $\{\varphi_j\}$. Ця нев'язка буде меншою за нев'язку $\{\varphi\}$. Далі йде перевірка збіжності рішення по критерію λ. Якщо збіжність не досягнута повертаються на початок ітераційного процесу, при цьому нев'язку $\{\varphi_{j-1}\}$ замінюють на $\{\varphi_j\}$.

Критерій збіжності: $\lambda = \frac{\{\Delta\delta_j\}^T\{\Delta\delta_j\}}{\{\delta_j\}^T\{\delta_j\}}$; $\lambda < 10^{-4} \dots 10^{-5}$.

Таким чином вирішення нелінійної задачі деформування зводиться до послідовності рішення пружних задач з постійною матрицею жорсткості $[K]$.

6.1.15. Співвідношення методу для великих деформацій

При необхідності вирішення задач за допомогою МСЕ з великими поворотами скінчених елементів, переміщеннями та пружно-пластичними деформаціями по залежностях, які наведені в вище, можливо наштовхнутися на неправильність отриманих результатів, якщо при великих геометричних нелінійностях мають місце великі пластичні деформації. Крім неправильних результатів, рішення буде розходитися при ітераційному процесі при певній кількості кроків навантаження.

При кінцевих деформаціях принцип віртуальності робіт має вигляд:

$$\int\limits_V S_{ij}\delta\ E_{ij}dV = \int\limits_S q_i\delta\delta_i\ dS\,, \tag{6.16}$$

де S_{ij} – 2-й тензор напружень Піоли–Кірхгофа, E_{ij} – тензор деформації Гріна–Лагранжа, q_i – зовнішнє навантаження, δ_i компоненти переміщень, а V і S - об'єм і площа тіла, δ є символ варіації. Наведемо підхід [2] представлення цього рівняння в скінчено-елементному формулюванні.

Якщо розглядати деформування тіла за час $t+\Delta t$ то (6.16) має вигляд:

$$\int\limits_V {}^{t+\Delta t}S_{ij}\delta^{t+\Delta t}E_{ij}dV = \int\limits_S {}^{t+\Delta t}q_i\delta^{t+\Delta t}\delta_i\ dS \tag{6.17}$$

Далі запишемо вирази для наступного кроку навантаження

$$^{t+\Delta t}S_{ij} = {}^tS_{ij} + S_{ij}(t) \tag{6.18}$$

$$^{t+\Delta t}\delta_i = {}^t\delta_i + \delta_i(t)$$

$$^{t+\Delta t}q_i = {}^tq_i + q_i(t) \tag{6.19}$$

де ${}^tS_{ij}$, ${}^t\delta_i$, ${}^tq_i$, є відповідно: 2-й тензор напружень Піоли–Кірхгофа, переміщення точок тіла, зовнішні сили за час t. Величини S_{ij}, δ_i, q_i є приріст вказаних величин на наступному кроці навантаження (або за час Δt).

Тензор деформації Гріна–Лагранжа за час $t+\Delta t$ має вигляд:

$$^{t+\Delta t}E_{ij} = \frac{1}{2}\left({}^{t+\Delta t}\delta_{i,j} + {}^{t+\Delta t}\delta_{j,i} + {}^{t+\Delta t}\delta_{l,i}\cdot{}^{t+\Delta t}\delta_{l,j}\right) \tag{6.20}$$

Запишемо:

$$^{t+\Delta t}E_{ij} = {}^tE_{ij} + E_{ij}(\Delta t) \tag{6.21}$$

де: $\quad {}^tE_{ij}=\frac{1}{2}\left({}^t\delta_{i,j}+{}^t\delta_{j,i}+{}^t\delta_{t,i}{}^t\delta_{t,j}\right)$

Приріст деформацій за час Δt:

$$E_{ij}(\Delta t)=e_{ij}+\eta_{ij} \tag{6.22}$$

Тут $\quad e_{ij}=\frac{1}{2}\left(\delta_{i,j}+\delta_{j,i}+{}^t\delta_{l,j}\cdot\delta_{l,i}+{}^t\delta_{l,i}\cdot\delta_{l,j}\right)$

це його лінійна частина тензора деформацій, а складова

$$\eta_{ij}=\frac{1}{2}\left(\delta_{l,i}\cdot\delta_{l,j}\right) \tag{6.23}$$

є його нелінійна частина. В формулах (6.20)-(6.22) і (6.23) кома означає часткову похідну: тобто наприклад, ${}^t\delta_{i.j}=\frac{\partial^t\delta_i}{\partial x_j}$, де $\quad {}^t\delta_i$ є переміщення частинок тіла за кроки навантаження за час t.

З урахуванням, що:

$$\delta^{t+\Delta t}E_{ij}=\delta^tE_{ij}+\delta E_{ij}=\delta^tE_{ij}+\delta e_{ij}+\delta\eta_{ij}$$

перепишемо (6.17):

$$\int\limits_V {}^tS_{ij}\delta^tE_{ij}dV+\int\limits_V {}^tS_{ij}\delta e_{ij}dV+\int\limits_V {}^tS_{ij}\delta\ \eta_{ij}dV+\int\limits_V S_{ij}\delta^tE_{ij}dV+$$

$$+\int\limits_V S_{ij}\delta\ e_{ij}dV+\int\limits_V S_{ij}\delta\eta_{ij}dV=\int\limits_S {}^tq_i\delta^t\delta_i dS+\int\limits_S {}^tq_i\delta\delta_i dS+$$

$$+\int\limits_S q_i\delta^t\delta_i dS+\int\limits_S q_i\delta\delta_i dS \tag{6.24}$$

У рівнянні (6.24) одержуємо рівність першого члена лівої сторони і правого члена правої сторони, тобто:

$$\int_V {}^tS_{ij}\,\delta\,{}^tE_{ij}\,dV = \int_S {}^tq_i\,\delta\,{}^t\delta_i\,dS \tag{6.25}$$

що властиво принципу віртуальних робіт у конфігурації ${}^tC$. Далі другий і четвертий член правої частини можемо скласти:

$$\int_S {}^tq_i\,\delta\,{}^t\delta_i\,dS^t + \int_S q_i\,\delta\delta_i\,dS = \int_S {}^{t+\Delta t}q_i\,\delta\delta_i\,dS \tag{6.26}$$

Аналогічно можемо сполучити п'ятий і шостий доданки лівої сторони рівняння (6.24), приймаючи в увагу, що $\delta e_{ij} + \delta\eta_{ij} = \delta E_{ij}$, а узяті в увагу останні члени цього рівняння упорядкуємо:

$$\int_V S_{ij}\,\delta E_{ij}\,dV + \int_V {}^tS_{ij}\,\delta\eta_{ij}\,dV = \int_S {}^{t+\Delta t}q_i\,\delta\delta_i\,dS - \int_V {}^tS_{ij}\,\delta e_{ij}\,dV \tag{6.27}$$

З урахуванням, що $\delta\,{}^{t+\Delta t}E_{ij} = \delta E_{ij}$ і $\delta\,{}^{t+\Delta t}\delta_i = \delta\delta_i$ та вирази (6.26) і (6.27) з'єднати нам ще в рівнянні (6.24) член 4 лівої сторони і член 3 - правої сторони, тобто:

$$\int_V S_{ij}\,\delta\,{}^tE_{ij}\,dV = \int_S q_i\,\delta\,{}^t\delta_i\,dS \tag{6.28}$$

Рівняння (6.27) і (6.28) це нелінійні рівняння, що виражають залежність невідомих прирощень напружень і деформації за час Δt по відомим статичним і кінематичним величинах за час t.З урахуванням закону Гука рівняння (6.27) можливо лінеаризувати:

$$S_{ij} = C_{ijrs}\,e_{rs} \tag{6.29}$$

Враховано, що $E_{rs} = e_{rs}$ або $\delta E_{rs} = \delta e_{rs}$

Для скінчено-елементної постановки можливо представити в матричному вигляді для рішення нелінійних задач:

$$\left[{}^tK_L + {}^tK_N\right]\{\Delta\delta\} = \left\{{}^{t+\Delta t}\Delta F\right\} \tag{6.30}$$

де: K_L – лінійна частина, а K_N – нелінійна частинна матриці жорсткості, $\Delta\delta$ матриця – вектор невідомих переміщень, ${}^{t+\Delta t}F$ – матриця-вектор зовнішніх сил.

Рівняння (6.28) з урахуванням (6.29) і лінеаризації має вигляд:

$$\int_V C_{ijrs} e_{rs} \delta^t E_{ij} dV = \int_S q_i \delta^t \delta_i dS \tag{6.31}$$

В формулюванні МСЕ і в матричній формі:

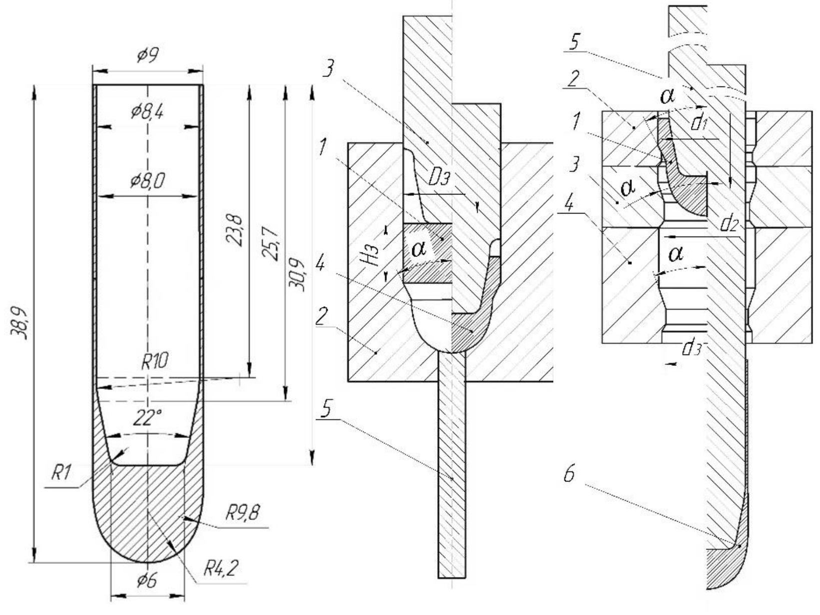
$$\left[K_{NEL}\right]\{\Delta\delta\} = \{\Delta F\}$$

де $[K_{NEL}]$– нелінійна матриця жорсткості, $\Delta\delta$ - приріст переміщень за час Δt, ΔF - приріст зовнішніх сил за крок навантаження.

6.2. Аналіз отримання порожнистого виробу з необхідними властивостями здеформованого металу

Розрахунковим шляхом, з використанням (МСЕ), виконане встановлення параметрів холодного комбінованого видавлювання та подальшого витягування з потоншення для отримання порожнистого виробу заданої форми та необхідними властивостями здеформованого металу [14].

Ескіз порожнистого виробу та можливі переходи його штампування показані на рис. 6.7. На рис. 6.7а зображений ескіз виробу із сталі 45, який по існуючій технології виготовляється обробкою різанням. Необхідно було встановити можливість заміни сталі 45 на сталь 10 без зміни механічних властивостей виробу. Сталь 10 має більшу пластичність, тому є можливість використати операції холодного об’ємного та листового штампування з високими ступенями деформації. На першому переході напівфабрикат можна отримати комбінованим видавлюванням (рис. 6.7б). Ліворуч від вісі симетрії показане вихідне положення, праворуч – в процесі видавлювання. Вихідну циліндричну заготовку 1 діаметром $D_з$ і висотою $H_з$ встановлюють в матриці 2 з кутом нахилу α, який необхідний для подальшого витягування з потоншенням.



а б в

Рис. 6.7. Ескіз виробу та можливі переходи його штампування: а – ескіз виробу, б – перший перехід комбіноване видавлювання, в – другий перехід витягування з потоншенням

Видавлювання виконують за допомогою пуансону 3, а виштовхування напівфабрикату 4 з матриці проводять штовхачем 5. Кінцеву форму та розміри виробу отримують на другому переході витягуванням з потоншенням (рис. 6.7в).

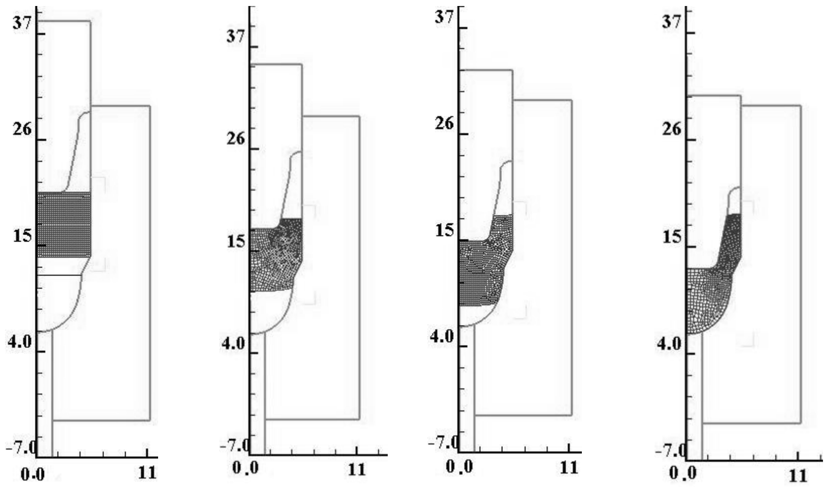
Напівфабрикат 1 після першого переходу встановлюють в деформуючий інструмент, який складається з трьох послідовно розташованих матриць 2, 3 і 4. Деформування напівфабрикату 1 виконують пуансоном 3. Матриці мають однаковий кут нахилу α та різний внутрішній діаметр d. Найбільший ступінь деформації при такій формі напівфабрикату можна реалізувати в матриці 2 з діаметром d_1, а найменший - в матриці 3 з діаметром d_3. Діаметр d_3 відповідає зовнішньому діаметру виробу.

Розрахунковий аналіз проведений шляхом моделювання за допомогою МСЕ в програмному комплексі DEFORM. Для отримання кінцевих розмірів напівфабрикату та виробу вирішували вісесиметричні задачі у пружно-пластичній постановці. Деформуючий інструмент вважався абсолютно жорстким. Враховано зміцнення металу по ступеневій апроксимації діаграми істинних напружень, тертя на контактуючих поверхнях по Кулону з коефіцієнтом тертя μ=0,08 та вірогідність руйнування металу при холодному формоутворенні. Використання програми DEFORM також дозволяє враховувати накопичені деформації та напруження при багатоперехідному холодному штампуванні виробів.

Моделювання першого переходу комбінованого видавлювання для отримання напівфабрикату. Було проведено багато розрахунків для наступних змінних параметрів: вихідних заготовок з різними розмірами $D_з$ і $H_з$, кута матриці α та різною висотою місця переходу донної частини напівфабрикату в конусну частину та стінку (див. рис. 6.7б), При цьому, форма і розміри донної чистини та порожнини відповідали кресленню виробу. Оскільки при комбінованому видавлюванні має місце течія металу з двома ступенями свободи, то необхідно було встановити такі параметри формоутворення, які забезпечують одночасну течію металу в двох напрямках, що приводить до мінімального зусилля видавлювання і найменших питомих зусиль на деформуючому інструменті. Крім цього, треба було забезпечити відповідне пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією донної частини виробу для отримання необхідних величин інтенсивності деформацій та напружень. Це дозволить провести заміну марки сталі виробу на сталь 10. Розрахунком було встановлено, що діаметр заготовки $D_з$=10,8 міліметрів (мм), висота $H_з$=7 мм та кут матриці α=27^o забезпечують вищевказані вимоги до процесу отримання напівфабрикату.

На рис. 6.8 показані форма та розміри напівфабрикату для різних значень переміщення пуансону при формоутворенні комбінованим видавлюванням. Тонкими лініями зображений деформуючий інструмент. На початку процесу (рис. 6.8а) заготовка нижнім торцем торкається конусної поверхні матриці, циліндрична поверхня якої відповідає діаметру заготовки. В процесі видавлювання (рис. 6.8б і 6.8в) має місце одночасна течія металу в прямому та зворотному напрямках відносно переміщення пуансону. Метал заповнює нижню частину матриці та витікає в стінку в зазор між матрицею та пуансоном. В кінці процесу видавлювання (рис. 6.8г) у напівфабрикаті сформовані кінцеві форма та розміри донної частини та конусної частини порожнини, які відповідають кресленню деталі. Загальний вигляд напівфабрикату в розрізі показаний на рис. 6.9.

Для вибору пресового обладнання, проектування штампового оснащення та прогнозування стійкості деформуючого інструменту відповідно необхідно знати зусилля видавлювання та розподіл питомих зусиль на деформуючому



а б в г

Рис. 6.8. Форма та розміри в міліметрах напівфабрикату в процесі комбінованого видавлювання при різних значеннях переміщення пуансону: а – 0 мм, б – 3 мм, в – 6 мм, г – 8 мм

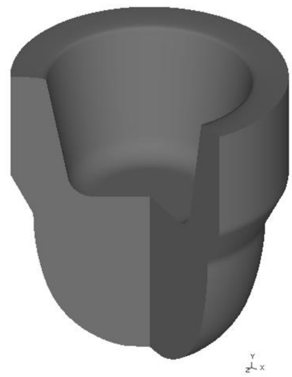


Рис. 6.9. Загальний вигляд напівфабрикату в розрізі

інструменті. Питомі зусилля можна оцінити по нормальних напруженнях σ_n на контактуючих поверхнях заготовки та деформуючого інструменту. На рис. 6.10 наведені зусилля видавлювання та розподіл нормальних напружень на поверхнях інструменту. Залежність засилля видавлювання від переміщення пуансону показана на рис. 6.10а. Зусилля постійно зростає та досягає максимального значення 98 кН в кінці процесу видавлювання. На поверхні плоскої частини пуансону (рис. 6.10б) величина нормальних напружень складає 2400 МПа. На конусній поверхні пуансону (рис. 6.10в) найбільші нормальні напруження 2200 МПа виникають на радіусі заокруглення з подальшим зменшенням до величини 1000 МПа в місці переходу конусної поверхні в циліндричну поверхню. На поверхні матриці найбільше значення нормального напруження склало 1570

МПа (рис. 6.10г).

Розподіли напружень та деформацій у напівфабрикаті при максимальному значенні зусилля видавлювання зображені на рис. 6.11. Тонкими лініями показаний деформуючий інструмент. По всьому об'єму напівфабрикату виникають стискаючі радіальні напруження σ_ρ (рис. 6.11а). В осередку

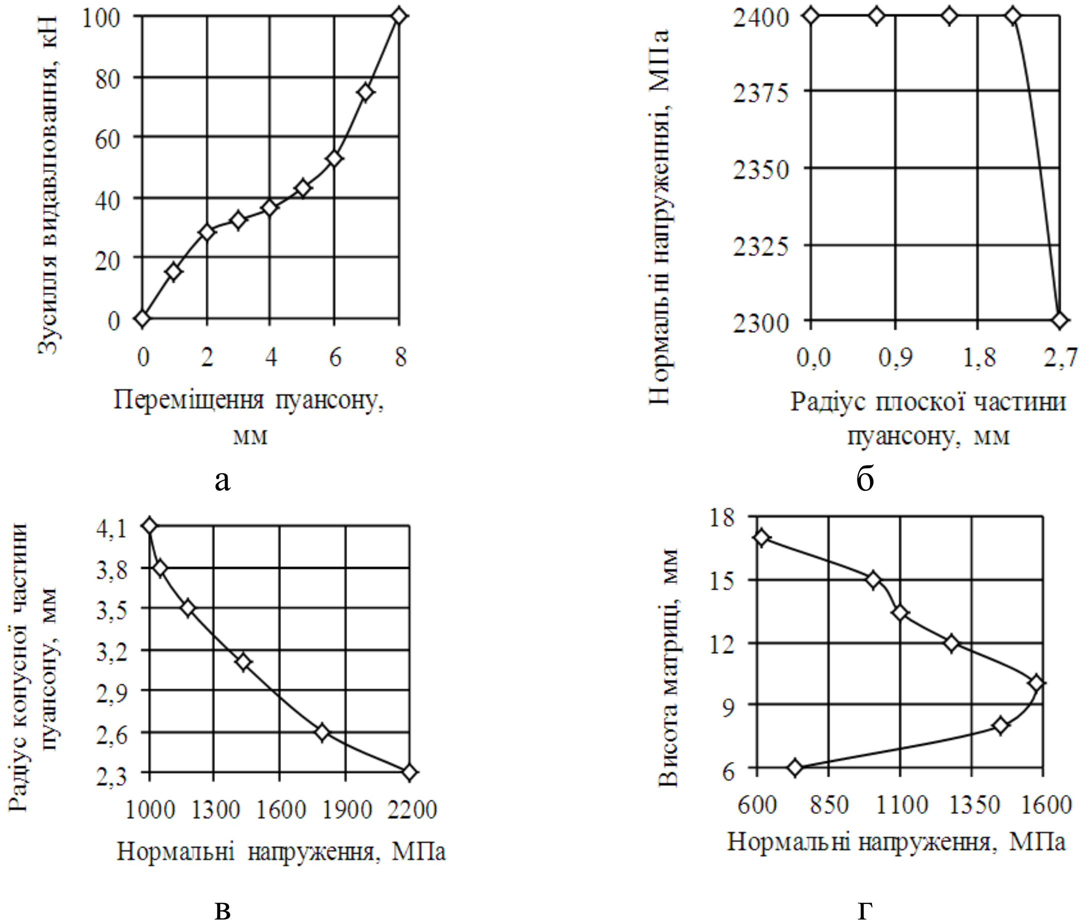


Рис. 6.10. Зусилля видавлювання та розподіл нормальних напружень σ_n на деформуючому інструменті: а - залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансону, б і в – розподіли напружень σ_n на плоскій та конусній частині пуансону, г – розподіл напружень σ_n на поверхні матриці

деформації під пуансоном величина цих напружень знаходиться в межах -1300÷-1700 МПа з подальшим зменшенням по абсолютній величині до -530÷730 МПа в зоні торця стінки. Стискаючі осьові напруження σ_z величиною -1500÷-2000 МПа виникають у напівфабрикаті під пуансоном (рис. 6.11б). В місці переходу донної частини у стінку величина σ_z знаходиться в межах -600÷-840 МПа. Розподіл тангенціальних напружень σ_θ в осередку деформації напівфабрикату аналогічний розподілу радіальних напружень σ_ρ (рис. 6.11в). Інтенсивність напружень σ_i (рис. 6.11г) у стінці напівфабрикату знаходиться в межах 510÷680 МПа. У донній частині напівфабрикату отримано σ_i =340÷680 МПа, що дозволяє

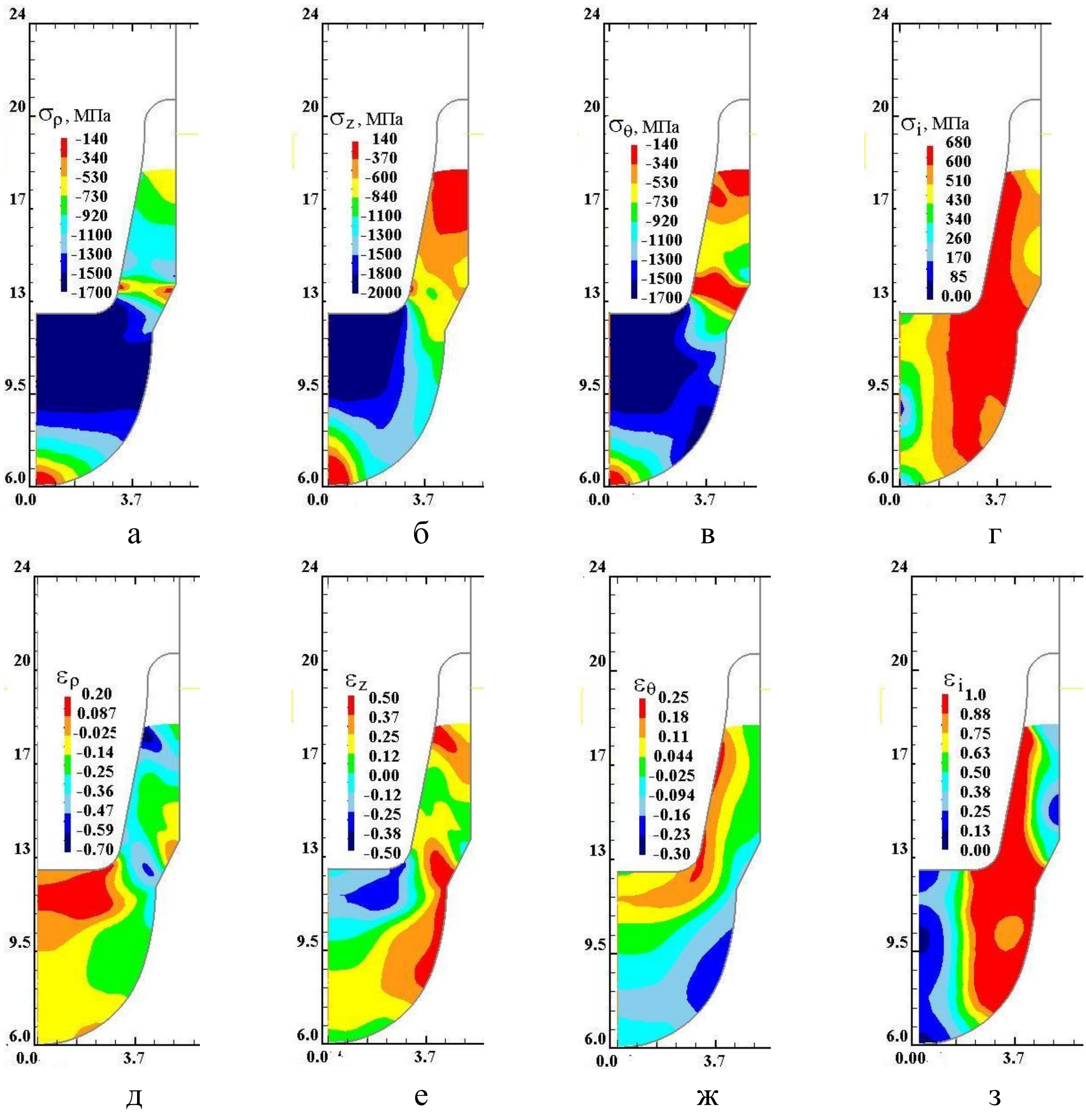


Рис. 6.11. Розподіли компонент напружень σ та деформацій ε у напівфабрикаті: а –σ_ρ, б - σ_z, в - σ_θ, г - σ_i, д - ε_ρ, е - ε_z, ж - ε_θ, з - ε_i. Розміри по вісях в міліметрах.

прогнозувати величину умовної межі текучості $\sigma_{0,2}$ здеформованого металу не менше величини 340 МПа. Таким чином, заміна марки сталі виробу із сталі 45 на сталь 10 можлива. У напівфабрикаті під пуансоном виникають розтягувальні радіальні деформації в межах ε_ρ=0,08÷0,2 (рис. 6.11д) та стискаючі осьові деформації ε_z=-0,25÷-0,5 (рис. 6.11е). Максимальні тангенціальні розтягувальні деформації ε_θ=0,18÷0,25 виникають у внутрішніх шарах металу стінки напівфабрикату (рис. 6.11ж). В осередку деформації під пуансоном ці деформації складають ε_θ=0,11÷0,18. Найбільш інтенсивне пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією відбувається в місці переходу донної частини напівфабрикату в стінку, а також у внутрішніх шарах металу стінки. У вказаних місцях інтенсивність деформацій знаходиться в межах ε_i=0,88÷1 (рис. 6.11з).

На рис. 6.12 показана залежність зусилля виштовхування напівфабрикату з матриці від переміщення штовхача. Максимальне значення зусилля виштовхування склало 1,73 кН. Послідовність виштовхування напівфабрикату з матриці зображена на рис. 6.13. Форма та розміри в міліметрах половини

Рис. 6.12. Залежність зусилля виштовхування від переміщення штовхача

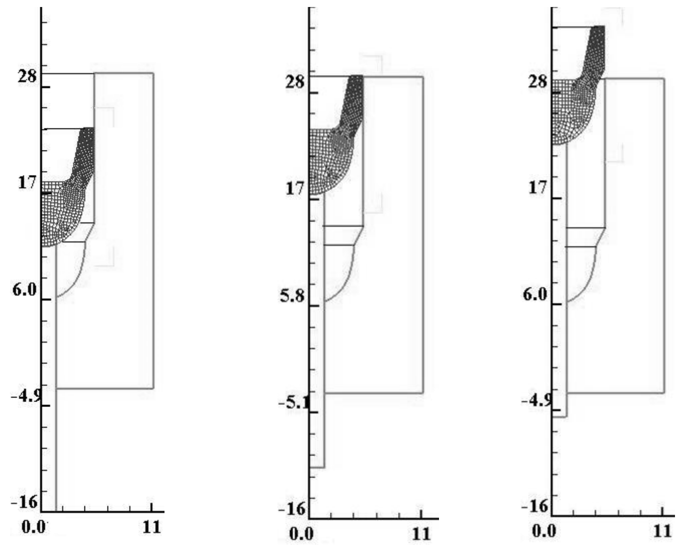


Рис. 6.13. Послідовність виштовхування напівфабрикату з матриці. Розміри по вісях в міліметрах

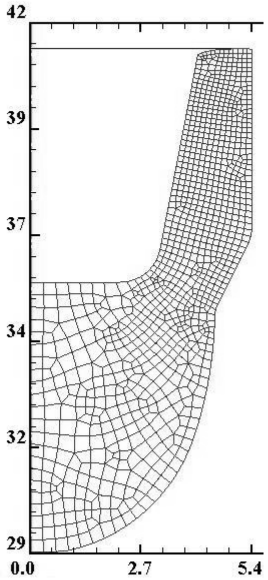


Рис. 6.14. Форма та розміри в міліметрах половини напівфабрикату

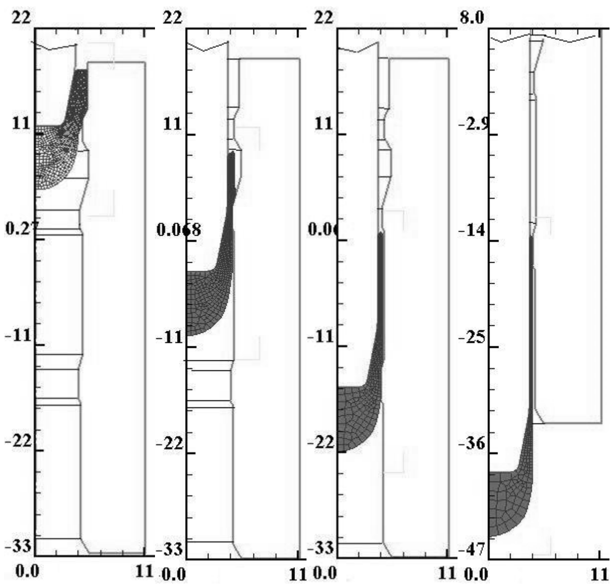
Рис. 6.15. Залежність зусилля витягування від переміщення пуансону

напівфабрикату, який отриманий комбінованим видавлюванням, наведені на рис. 6.14. На торці стінки має місце утворення утяжини. На першому переході отримані необхідні розміри донної частини та конусної порожнини.

Наступний перехід – витягування з потоншенням. При моделюванні витягування були враховані накопичені деформації та напруження, які виникли на стадії отримання напівфабрикату на попередній операції.

Витягування виконували пуансоном з циліндричною частиною діаметром 8,6 мм, а конусна частина відповідала розмірам порожнини напівфабрикату. Розрахункова залежність зусилля витягування з від переміщення пуансону приведена на рис. 6.15. На графіку видно три стадії формоутворення кінцевого виробу. Найбільша величини зусилля 25 кН отримана при потоншенні стінки в першій із трьох послідовно розташованих матриць. В цій матриці отриманий найбільший ступінь деформації: зовнішній діаметр зменшився з 10,8 мм до 9,8 мм. Максимальна величина зусилля в другій матриці склала 14,3 кН. Відбулося подальше зменшення зовнішнього діаметру з 9,8 мм до 9,3 мм. В третій матриці при найбільшій величині зусилля 11 кН отримані кінцеві розміри виробу. Форма та розміри заготовки для різних величин переміщення пуансону при витягуванні з потоншенням приведені на рис. 6.16. Загальний вигляд виробу в розрізі зображений на рис. 6.17.

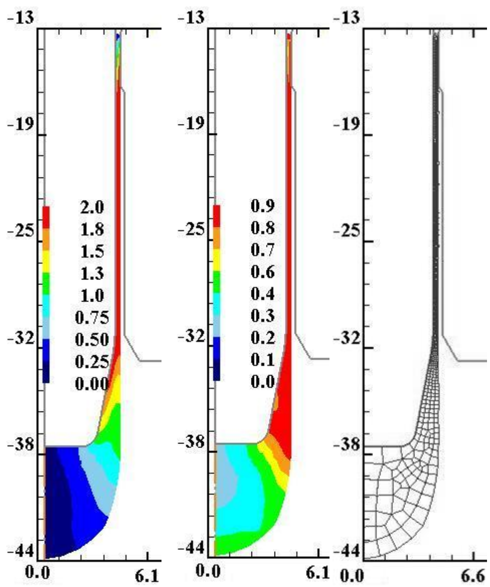
На рис. 6.18 показані розподіли інтенсивності деформацій ε_i, ступеню використання ресурсу пластичності ψ у здеформованому металі та форма і



а б в г

Рис. 6.16. Форма та розміри в міліметрах здеформованих заготовок при витягуванні при різних величинах переміщення пуансону: а – 1 мм, б – 40 мм, в – 56 мм, г – 74 мм

Рис. 6.17. Загальний вигляд виробу в розрізі



а б в

Рис. 6.18. Розподіл інтенсивності деформацій ε_i (а), ступеню використання ресурсу пластичності ψ (б) та форма і розміри виробу (в)

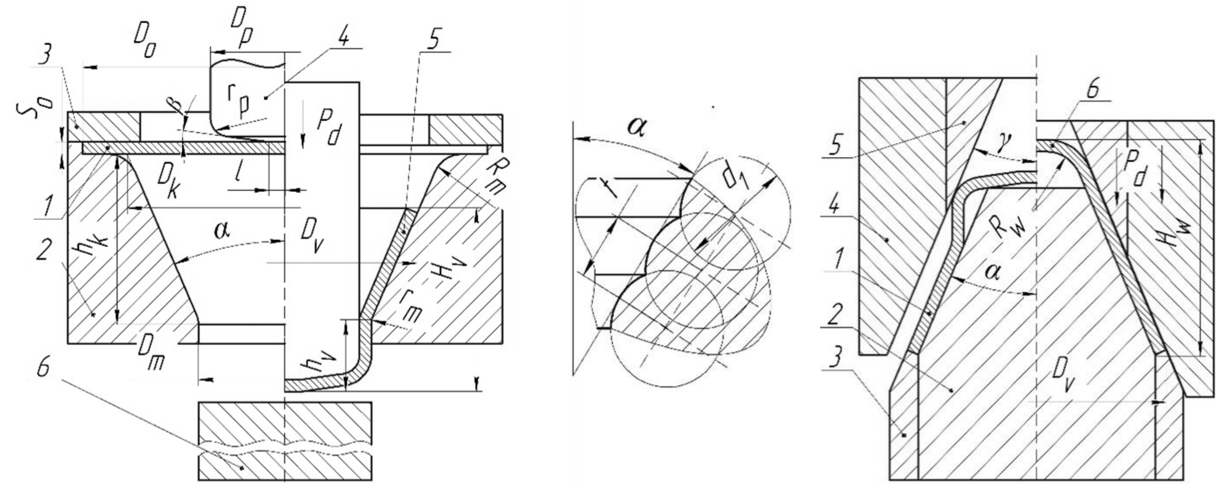
розміри половини виробу. Найбільше пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією відбувається у стінці виробу де отримані найбільші величини інтенсивності деформацій (рис. 6.18а). При цьому ступінь використання ресурсу пластичності досягає значення ψ=0,9 (рис. 6.18б). Тому формоутворення виробу відбувається без руйнування. Кінцева форма та розміри половини виробу зображені на рис. 6.18в. Товщина стінки циліндричної частини виробу склала 0,3 мм.

Таким чином, в результаті проведених розрахунків отримані всі необхідні дані для розроблення технології та штампового оснащення для комбінованого витягування та подальшого витягування з потоншенням: зусилля деформування - для вибору пресового обладнання, розподіл питомих зусиль – для проектування штампового оснащення, форма і розміри напівфабрикату та кінцевого виробу – для прогнозування механічних властивостей здеформованого металу.

6.3. Аналіз двохперехідного штампування високих конусних виробів з листової заготовки із пластичної міді

Формоутворення конусного виробу з використанням витягування із притискачем в одноконусній матриці спеціального профіля та обтиску зображена на рис. 6.19. На рис. 6.19а показана схема витягування напівфабрикату в одноконусній матриці. Ліворуч від вісі симетрії наведений вихідний стан перед витягуванням, а праворуч - після витягування. Вихідну листову заготовку 1 діаметром D_o і товщиною s_o встановлюють між матрицею 2 та притискачем 3. Зусилля деформування P_d прикладають за допомогою пуансона 4. В результаті витягування отримують напівфабрикат 5 із зовнішнім діаметром D_v, висотою H_v та кутом α конусної частини. При цьому висота h_v та діаметр D_m циліндричної частини повинні бути такими, щоб забезпечити виконання подальшого обтиску за один перехід та отримання необхідної висоти конусного виробу. Для видалення напівфабрикату із матриці 2 використовують виштовхувач 6. Форма деформуючої поверхні матриці утворена перетином торів з діаметром перерізу d_1 та з кроком розташування t (рис. 6.19б). Дотична до поверхонь торів утворює кут α з віссю симетрії матриці, який необхідний з креслення виробу. Крок t розташування торів повинен бути таким, щоб не було прогинання стінки

заготовки між виступами деформуючої поверхні матриці. Такий профіль забезпечує суттєве зниження сил тертя між здеформованою заготовкою і матрицею та зменшення величини розтягувальних напружень в стінці циліндричної частини. Отриманий напівфабрикат підлягає подальшому обтиску



а б в

Рис. 6.19. Формоутворення конусного виробу з використанням витягування із притискачем в одноконусній матриці спеціального профіля та подальшого обтиску: а – схема витягування в одноконусній матриці, б – профіль деформуючої поверхні матриці, в – схема обтиску напівфабрикату з отриманням конусного виробу

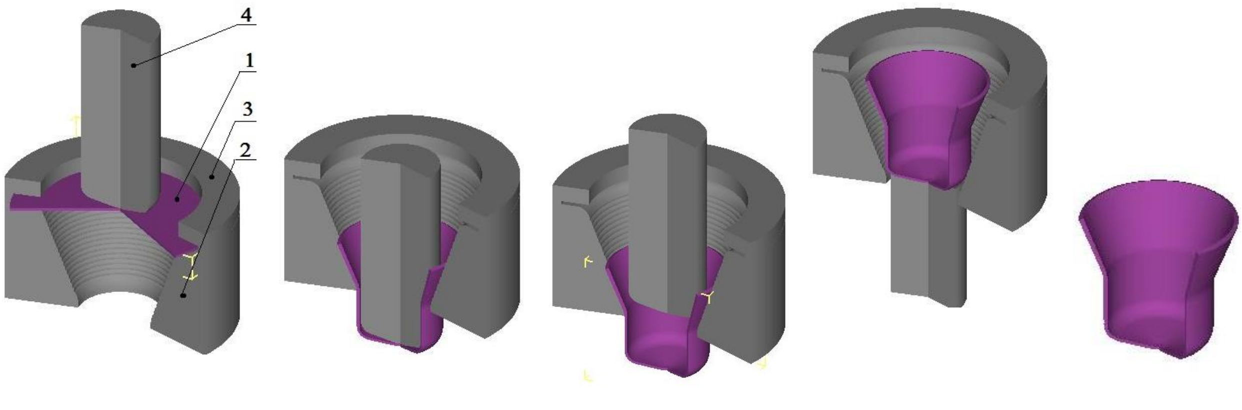
(рис. 6.19в). Напівфабрикат 1 встановлюють на пуансон 2 до упору на виштовхувач 3. Зусилля деформування P_d прикладають за допомогою одночасного переміщення матриці 4 і штовхача 5. В результаті отримують конусний виріб 6 діаметром D_v, висотою H_w та кутами α і γ, які можуть бути однакової або різної величини. Радіус R_w донної частини виробу при обтиску може утворюватися довільно або за допомогою виштовхувача 5.

Встановлення параметрів проведене шляхом створення математичних моделей з використанням МСЕ та проведенням чисельних експериментів із застосуванням програми DEFORM. Використана пружно-пластична модель ізотропного металу, що деформується. Деформуючий інструмент вважався абсолютно жорстким. Тертя на контактуючих поверхнях враховане по Кулону з коефіцієнтом тертя μ=0,08. Швидкість деформування складала 2 мм/сек. При моделюванні операції обтиску враховані накопичені деформації та вичерпаний ресурс пластичності здеформованого металу, які отримані на першому переході витягування напівфабрикату в одноконусній матриці спеціального профіля.

Витягуванню підлягала листова заготовка діаметром D_o=128 мм і товщиною s_o=3,5 мм із відпаленої міді М2 з умовною межею текучості $\sigma_{0,2}$ =100 МПа. Розміри пуансона (див. рис. 6.19а): D_p=46,8 мм, r_p=15 мм, β=15°, l=5 мм. Наведені розміри пуансона встановлені розрахунком і забезпечували необхідну форму напівфабрикату з мінімальним потоншенням стінки на радіусі заокруглення r_p та в донній частині. Кут конусної поверхні матриці α визначався формою конусного виробу та складав α=21°. Інші розміри матриці: D_m=90 мм, D_k=198 мм, R_m=16 мм, r_m=30 мм, h_k=133 мм, d_m=100 мм.

Моделюванням встановлено, що деформуюча поверхня матриці, яка утворена перетином торів із d_1=6 мм з кроком розташуванням t=6 мм забезпечує формоутворення напівфабрикату при витягуванні без прогинання стінок здеформованої заготовки між виступами деформуючої поверхні.

Моделюванням за допомогою МСЕ виявлені всі етапи отримання напівфабрикату. На рис. 6.20 зображена послідовність формоутворення напівфабрикату витягуванням в одноконусній матриці спеціального профіля. Положення штампу перед витягуванням показане на рис. 6.20а. Вихідна



а б в г д

Рис. 6.20. Послідовність формоутворення напівфабрикату витягуванням в одноконусній матриці спеціального профіля: а – вихідне положення, положення в кінці витягування, в – положення після виймання пуансона, г – положення після виштовхування напівфабрикату із матриці, д – загальний вигляд напівфабрикату заготовка 1 встановлена між матрицею 2 і притискачем 3. Зусилля прикладається за допомогою пуансона 4. На рис. 6.20б наведене положення в кінці витягування. Витягування завершували при переміщенні пуансона 205 мм, при якому не починається інтенсивне потоншення стінки здеформованої заготовки на радіусі заокруглення пуансона. Розрахунок показав, що при зворотному ході пуансона напівфабрикат залишається в матриці (рис. 6.20в). Положення після виштовхуванні напівфабрикату зображене на рис. 6.20г. Загальний вигляд напівфабрикату наведений на рис. 6.20д.

Силові режими витягування. Розрахунковим шляхом встановлені силові режими при формоутворенні витягуванням: зусилля витягування, зусилля виймання пуансона із напівфабрикат та зусилля видалення його із матриці (рис. 6.21). На рис. 6.21а зображена залежність зусилля витягування, яке отримане на пуансоні від його переміщення. Зусилля постійно зростає, невелике зменшення спостерігається на стадії виходу фланця із притискача. На кінцевій стадії витягування зусилля досягає величини 285 кН. З наведеного графіка можна визначити роботу деформації. Для проектування штампового оснащення необхідно знати величину зусилля на притискачі при витягуванні. Найбільше значення такого зусилля (87 кН) виникає при переміщенні пуансона 67 мм (рис. 6.21б). Використання пружно-пластичної моделі металу дозволило виявити

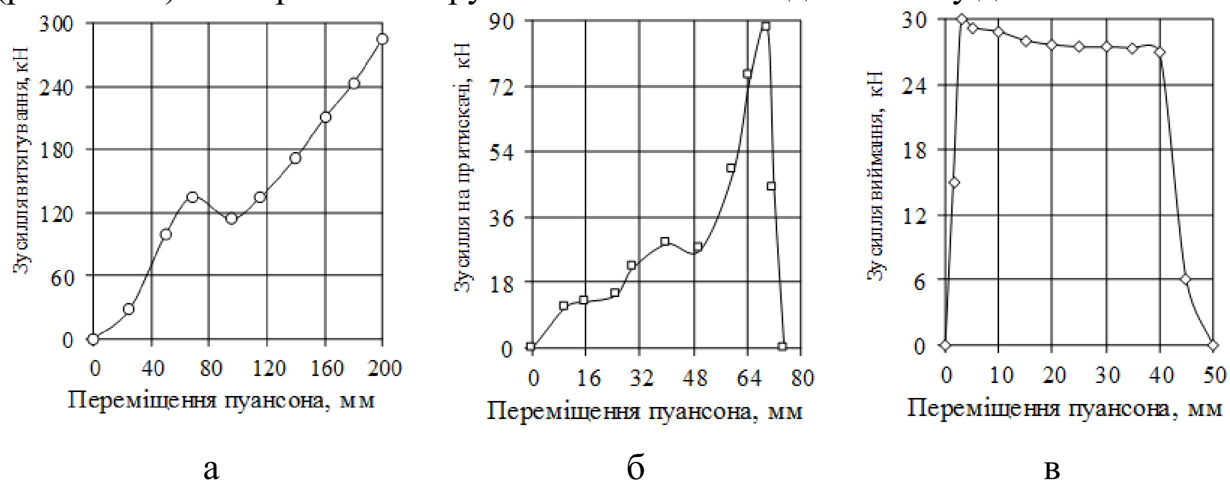


Рис. 6.21. Силові режими витягування: а – залежність зусилля витягування від переміщення пуансона, б – залежність зусилля на притискачі від переміщення пуансона, в – залежність зусилля виймання пуансона із напівфабрикату при зворотному ході

зусилля виймання пуансона при зворотному ході пуансона та зусилля видалення напівфабрикату із матриці. Залежність зусилля виймання від переміщення пуансона приведена на рис. 6.21в. Максимальне значення зусилля виймання виникає на початку зворотного ходу і досягає 30 кН з невеликим зменшенням до величини 27 кН на кінцевій стадії виймання. Зусилля виймання напівфабрикату із матриці складає 3 кН.

Напружено-деформований стан та температура при витягуванні. Для виявлення можливості подальшого обтиску напівфабрикат, який отриманий витягуванням, без виконання проміжного відпалу встановлений напружено-деформований стан та ступінь використання ресурсу пластичності здеформованого металу. На рис. 6.22 зображені форма і розміри половини напівфабрикату, розподіли осьових σ_z і тангенціальних σ_θ напружень, інтенсивності деформацій ε_i в ньому, вичерпаного ресурсу пластичності ψ та температури T у здеформованому металі. Тут і в подальшому тонкими лініями зображений деформуючий інструмент. При витягуванні відбувається потовщення стінки конусної частини напівфабрикату (рис. 6.22а). На торці напівфабрикату діаметром 142 мм товщина складає 4,5 мм, посередині цієї частини отримано 4,2 мм, а в місці переходу конусної частини в циліндричну – 3,85 мм. Стінка циліндричної частини напівфабрикату має постійну товщину 3,2 мм, яка відповідає величині односторонньому зазору між пуансоном і матрицею. У донній частині напівфабрикату стінка потоншується з вихідної товщини 3,5 мм до 2,94 мм на радіусі заокруглення пуансона та до 2,85 мм на конусній поверхні пуансона. На рис. 6.22б зображений розподіл осьових напружень σ_z у напівфабрикаті, які є основним фактором, що визначає можливість формоутворення без руйнування. Всі напруження σ_z розтягувальні. Найбільше значення 325 МПа виникає у стінці циліндричної частини напівфабрикату. Зона з такими напруження займає не всю товщину стінки. Ще одне небезпечне місце здеформованої заготовки, що виникає при витягуванні –

це на радіусі заокруглення пуансона, в якому отримано σ_z=145 МПа. При витягуванні в одноконусній матриці тангенціальні напруження σ_θ також суттєво впливають на формоутворення по конусній поверхні матриці і можуть привести

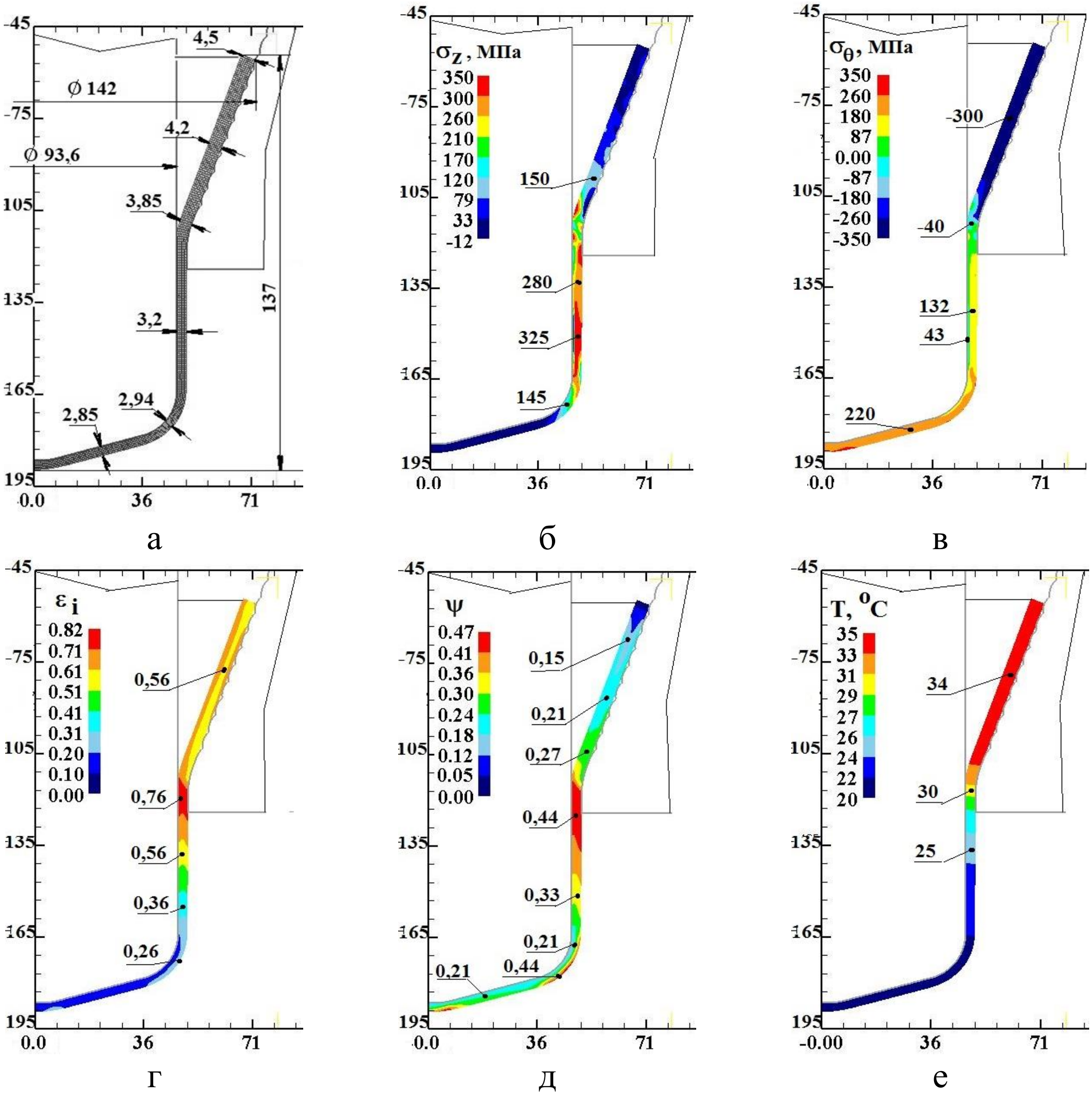
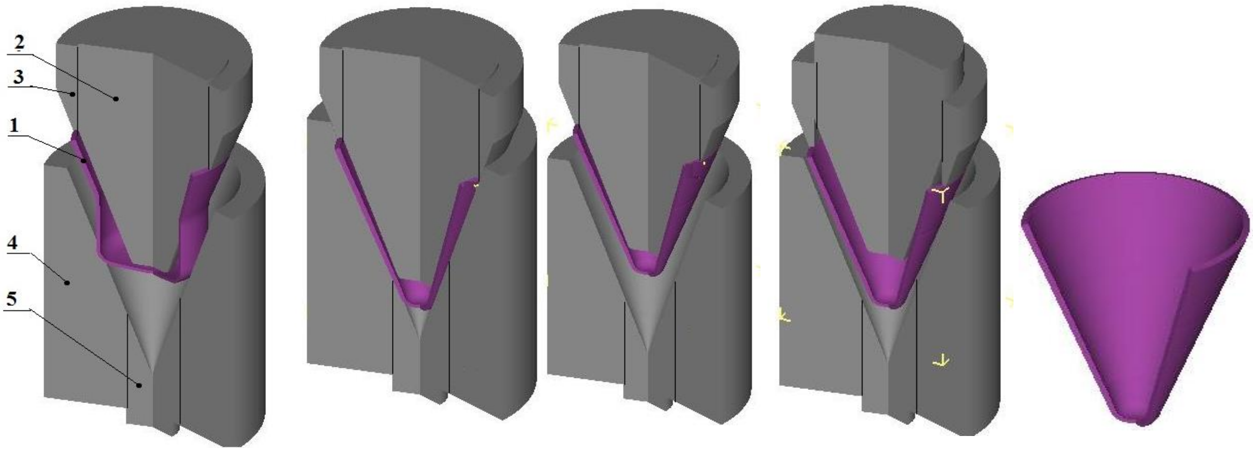


Рис. 6.22. Форма і розміри половини напівфабрикат та розподіли у здеформованому металі осьових σ_z і тангенціальних σ_θ напружень, інтенсивності деформацій ε_i, вичерпаного ресурсу пластичності ψ, температури T : а - форма і розміри, б – розподіл σ_z, в - розподіл σ_θ, г – розподіл ε_i, д - розподіл ψ, е – розподіл T. Розміри по вісях координат в міліметрах

до складкоутворення у здеформованій заготовці. Розподіл напружень σ_θ показаний на рис. 6.22в. У конусній частині напівфабрикату ці напруження стискаючі і досягають значення σ_θ=- 300 МПа. При цьому складкоутворення не спостерігається. Пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією можна оцінити по розподілу інтенсивності деформацій ε_i у напівфабрикаті (рис. 6.22г). По середині конусної частини отримано ε_i=0,56. У стінці, яка знаходиться в зазорі між калібруючим пояском матриці і пуансоном, досягається максимальне значення $\varepsilon_i = 0,76$ завдяки потоншенню стінки. Далі величина інтенсивності деформацій зменшується по довжині циліндричної частини в напрямку донної частини напівфабрикату. Виявлений напружено-деформований стан дозволив встановити ступінь використання ресурсу пластичності ψ у здеформованому металі, розподіл якого приведений на рис. 6.22д. Найбільші величини вичерпаного ресурсу у межах ψ=0,44÷0,47 отримані в стінках напівфабрикату в зазорі між калібруючим пояском матриці і пуансоном та на радіусі заокруглення пуансона. При даних розмірах заготовки і деформуючого інструмента та стадії витягування ресурс пластичності вичерпується на половину. При комбінованому витягуванні в матриці спеціального профіля змінюється температура здеформованого металу. Розподіл температури зображений на рис. 6.22е. У конусній частині напівфабрикату температура досягає 35° С. Виявлення температури дозволяє уточнити вимоги до змащення для витягування.

Послідовність формоутворення конусного в виробу обтиском. Вище було відмічено, що при розрахунку обтиску (див. рис. 6.19в) враховані накопичені деформації та вичерпаний ресурс пластичності у здеформованому металі напівфабрикату після витягування. Розглянуте моделювання безпосередньо процесу обтиску, зворотного переміщення матриці після обтиску та знімання отриманого виробу із пуансона за допомогою виштовхача.

На рис. 6.23 зображена послідовність формоутворення конусного виробу обтиском в конусній матриці. Положення перед початком обтиску приведене на рис. 6.23 а. Напівфабрикат 1 встановлюють конусною частиною на пуансон 2 та торцем спирається на виштовхувач 3. Деформування виконують за допомогою одночасного переміщення матриці 4 із штовхачем 5. Положення в кінці обтиску при переміщенні матриці 4 із штовхачем 5 на 50 мм показане на рис. 6.23 б. При зворотному переміщенні матриці та штовхача отриманий виріб залишається на пуансоні 2 (рис. 6.23 в). На рис. 6.23г наведене положення після знімання виробу із пуансона 2 за допомогою виштовхувача 3. Отриманий конусний виріб зображений на рис. 6.23 д.



а б в г д

Рис. 6.23. Послідовність формоутворення конусного в виробу обтиском в конусній матриці: а – вихідне положення при обтиску, положення в кінці обтиску, в – положення після зворотного переміщення матриці із штовхачем, г – положення після знімання виробу, д – загальний вигляд виробу

Силовий режим обтиску, напружено-деформований стан здеформованої заготовки. На рис. 6.24 приведена залежність зусилля обтиску від переміщення матриці із штовхачем. Зусилля постійно зростає і досягає максимального значення 546 кН в кінці обтиску при переміщенні 54 мм. Форма та розміри половини конусного виробу зображені на рис. 6.25. По довжині виробу стінка має різну товщину. Найбільше значення товщини отримано на торці з подальшим зменшенням до донної частини. Висота виробу складає 157 мм, що на 20 мм більше в порівнянні з висотою с напівфабрикату. При необхідності отримання постійної товщини стінки по висоті напівфабрикату можна використати операцію калібрування або ротаційного витягування. На рис. 6.26 наведений розподіл результуючих значень інтенсивності деформацій ε_i за два переходи штампування.

Рис. 6.24. Залежність зусилля обтиску від переміщення матриці із штовхачем

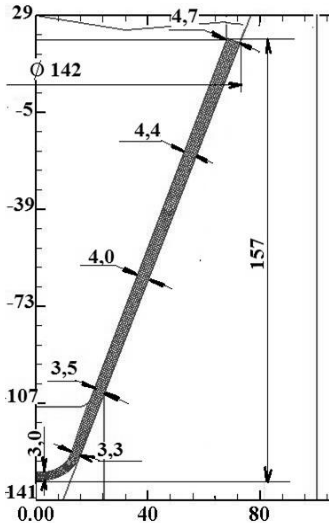


Рис. 6.25. Форма і розміри в міліметрах половини конусного виробу

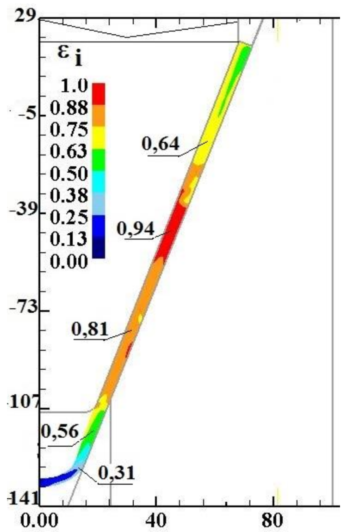
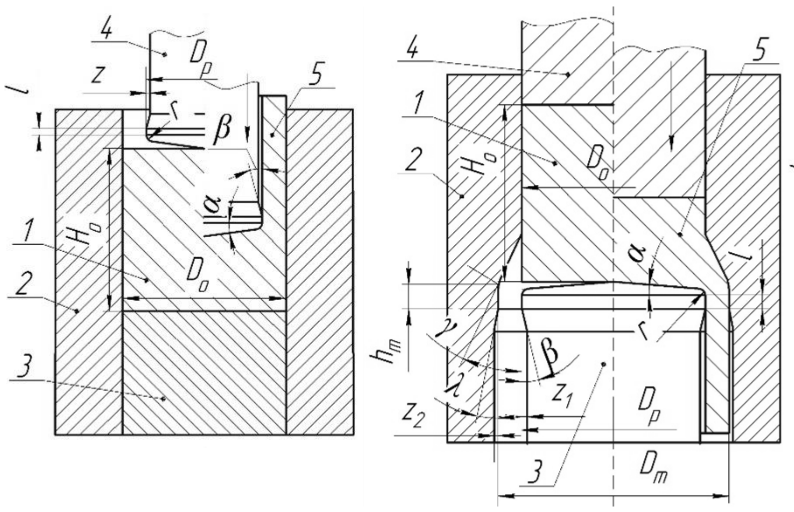


Рис. 6.26. Розподіл результуючих значень інтенсивності деформацій ε_i

У верхній частині виробу отримано ε_i =0,5÷0,75. Найбільше пропрацювання структури металу холодною пластичною деформацією має місце в середній частині, в якій інтенсивність деформацій знаходиться у межах ε_i =0,81÷0,94. Далі іде зменшення величини ε_i до значення ε_i =0,31 в місці переходу конусної частини виробу в радіус заокруглення. По даному розподілу та з використанням діаграми істинних напружень для міді М2 можна прогнозувати механічні властивості у здеформованому металі по довжині конусного виробу.

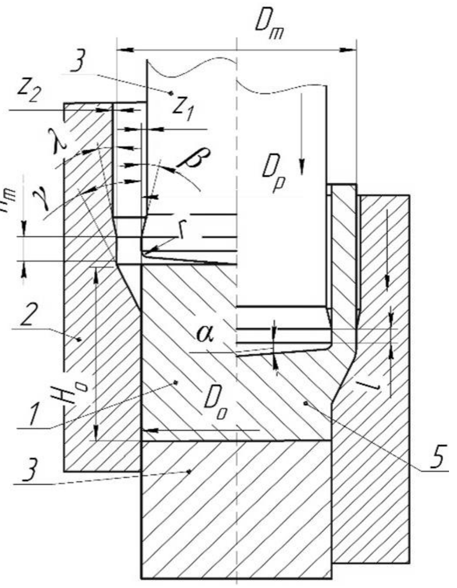
6.4. Аналіз схем холодного видавлювання вісесиметричних порожнистих виробів

Для високопродуктивного виготовлення точних порожнистих виробів із сталей і кольорових металів широко використовують холодне видавлювання. Схеми видавлювання таких виробів пуансоном з конусним робочим торцем із позначеннями приведені на рис. 6.27. Найбільш розповсюдженим способом виготовлення є зворотне видавлювання (рис. 6.27а). Ліворуч від вісі симетрії показане положення перед видавлюванням, праворуч – після видавлювання.



а б

Рис. 6.27. Схеми видавлювання порожнистих виробів: а –зворотне видавлювання, б – пряме видавлювання з роздачою



в

Рис. 6.28. Схема зворотного видавлювання з роздачою

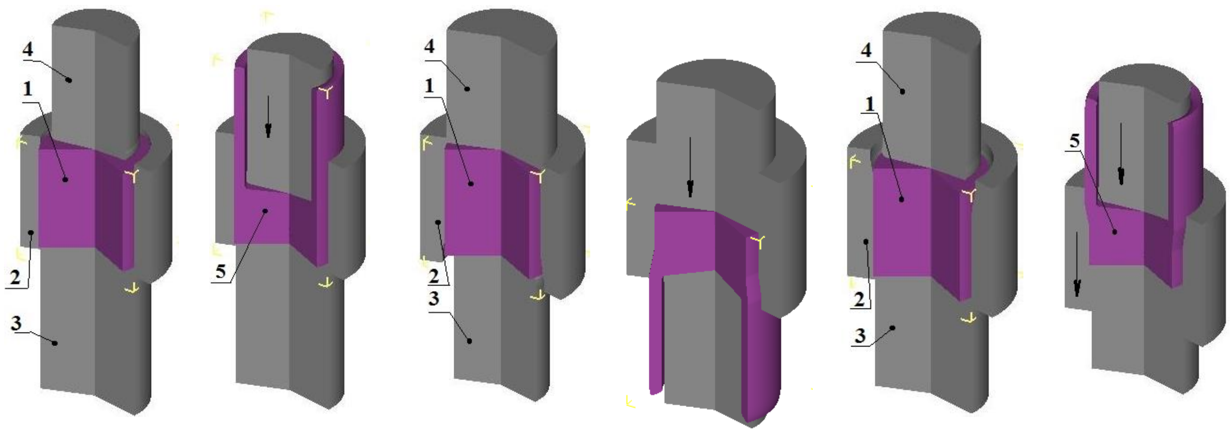
Вихідну заготовку 1 діаметром D_o і висотою H_o встановлюють в матриці 2 на виштовхувач 3. Формоутворення виконують за допомогою опускання пуансона 4 і отримують виріб 5. Технологія і штампове оснащення виготовлення виробів зворотним видавлюванням проектуються в основному на базі виробничого досвіду і експериментальних даних. При цьому практично відсутні дані по кінцевій формі і розмірах виробів з урахуванням пружної деформації, а також температурі, яка виникає у здеформованому металі. Схема виготовлення порожнистих виробів прямим видавлюванням з роздачою наведена на рис. 6.27б. Вихідну заготовку, діаметр D_o якої менший за зовнішній діаметр D_m виробу, розміщують в матриці 2 на пуансоні 3. Формоутворення виконують за допомогою зміщення штовхача 4 та отримують виріб 5. Проведені дослідження показали, що застосування такої схеми приводить до зниження зусилля деформування на пуансоні та підвищення його стійкості. Зниження зусилля, в порівнянні зі зворотним видавлюванням, досягається завдяки течії метала в одному напрямку та зменшенню величини по абсолютній величині гідростатичного тиску в осередку деформації Суттєвим недоліком прямого видавлювання з роздачою є низька продуктивність, яка обумовлена складністю видалення готового виробу із штампа. Тому ця схема не знайшла широкого розповсюдження в промисловості. Для усунення вказаного недоліка запропонована схема зворотного видавлювання з роздачою (рис. 6.28). Вихідну заготовку 1 встановлюють в рухомій матриці 2 на виштовхувач 3. Деформування заготовки 1 виконують за допомогою пуансона 4. При видавлюванні матрицю 2 опускають вниз із однаковою швидкістю з пуансоном 4. Якщо виріб 5 залишиться в матриці, то видалення виконують за допомогою виштовхувача 3 з одночасним поверненням матриці 2 у вихідне положення. А якщо деталь залишиться на пуансоні 4, то знімання виробу можна виконати за допомогою кільця, яке зв'язане з нижньою плитою штампа. В теперішній час відсутні дані по впливу конструктивних і технологічних факторів на формоутворення виробів по схемі зворотного видавлювання з роздачою.

Проведений порівняльний аналіз формоутворення порожнистих виробів з однаковими зовнішніми діаметрами і діаметрами порожнини по вищенаведених схемах холодного видавлювання [16].

Застосування МСЕ для теоретичного аналізу процесів холодного видавлювання дозволяє встановлювати дані для проектування технології і штампового оснащення, які не потребують доопрацювання експериментальними роботами. В роботі використана скінченно-елементна програма DEFORM. Метал заготовок вважався пружно-пластичним зі зміцненням, деформуючий інструмент – абсолютно жорстким. Використання такої моделі металу дозволяє визначити кінцеві форму і розміри виробів, а також виконати моделювання процесів виймання пуансона із здеформованої заготовки та виштовхування її із матриці після видавлювання. Враховано вплив тертя по Кулону з коефіцієнтом тертя μ=0,08. Швидкість деформування складала V_o=2 мм/сек.

Для зворотного видавлювання вихідна заготовка мала розміри D_o=52 мм, H_o=52 мм. Видавлюванню з роздачою підлягали заготовки із D_o=48 мм, H_o=52 мм. Розміри робочого торця конусного пуансона для всіх схем видавлювання: D_p=42 мм, $\alpha = 7^o$, $r = 2$ мм, $z = z_1$=0,15 мм, $\alpha = 5^o$, l=2 мм. Матриця для прямого і зворотного видавлювання з роздачою мала розміри: D_m=52 мм, h_m=8 мм, $\gamma = \lambda = 10^o$. При таких розмірах заготовки і деформуючого інструмента для розглянутих схем видавлювання зовнішній діаметр виробу і товщина стінки були однаковими.

Розрахункові схеми в розрізі на початку та в кінці видавлювання показані на рис. 6.29. На рис. 6.29а зображена схема на початку зворотного видавлювання. Заготовка 1 встановлена в матриці 2 на виштовхувачі 3. При зміщенні пуансона 4 виконується формоутворення виробу 5 (рис. 6.29б). На рис. 6.29в наведене положення на початку прямого видавлювання з роздачою. Заготовка 1 розміщена в матриці 2 на пуансоні 3. При опусканні штовхача 4 отримується виріб 5 (рис. 6.29г). Положення на початку зворотного видавлювання з роздачою показане на рис. 6.29д. Вихідна заготовка 1 розміщена в матриці 2 на виштовхувачі 3. При



а б в г д е

Рис. 6.29. Розрахункові схеми в розрізі на початку та в кінці видавлювання одночасному зміщенні пуансона 4 із матрицею 2 виконується формоутворення виробу 5 (рис. 6.29е).

Моделюванням для кожної схеми видавлювання встановлена послідовність видалення готових виробів із матриць після видавлювання. На рис. 6.30 зображені розрахункові схеми при вийманні пуансона із здеформованої заготовки та при виштовхуванні виробу із матриці. Після зворотного видавлювання спочатку пуансон 1 виходить із виробу 2 (рис. 6.30 а). При цьому виріб 2 залишається в матриці 3. Виштовхування виробу із матриці виконується зміщенням виштовхувача 4 (рис. 6.30б). Після прямого видавлювання з роздачою при переміщенні матриці 1 вона захоплює за

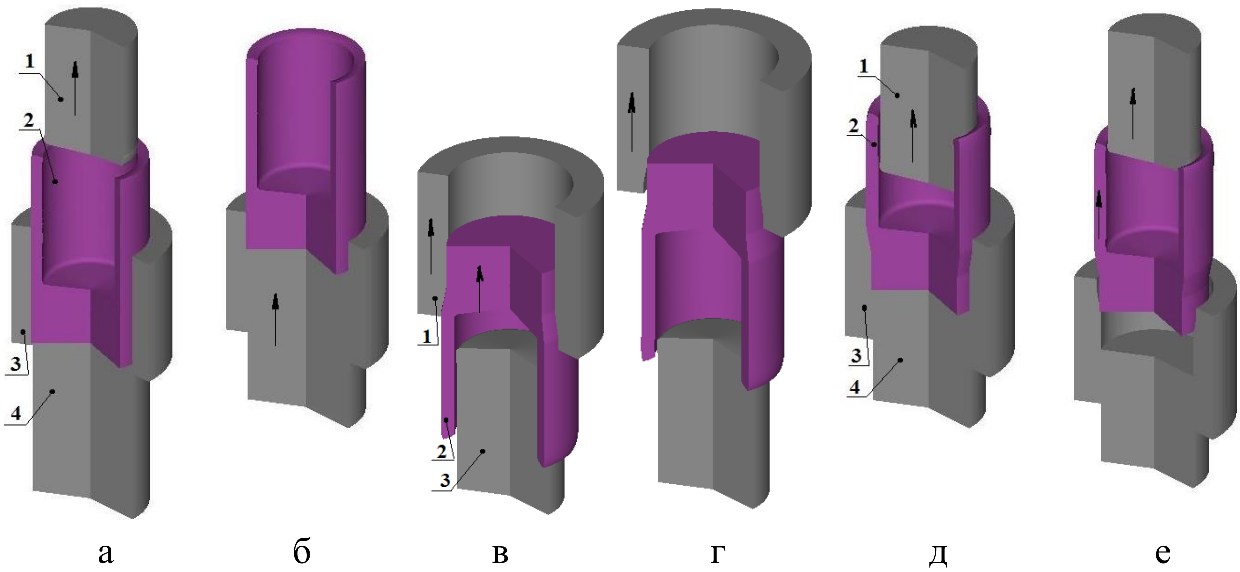
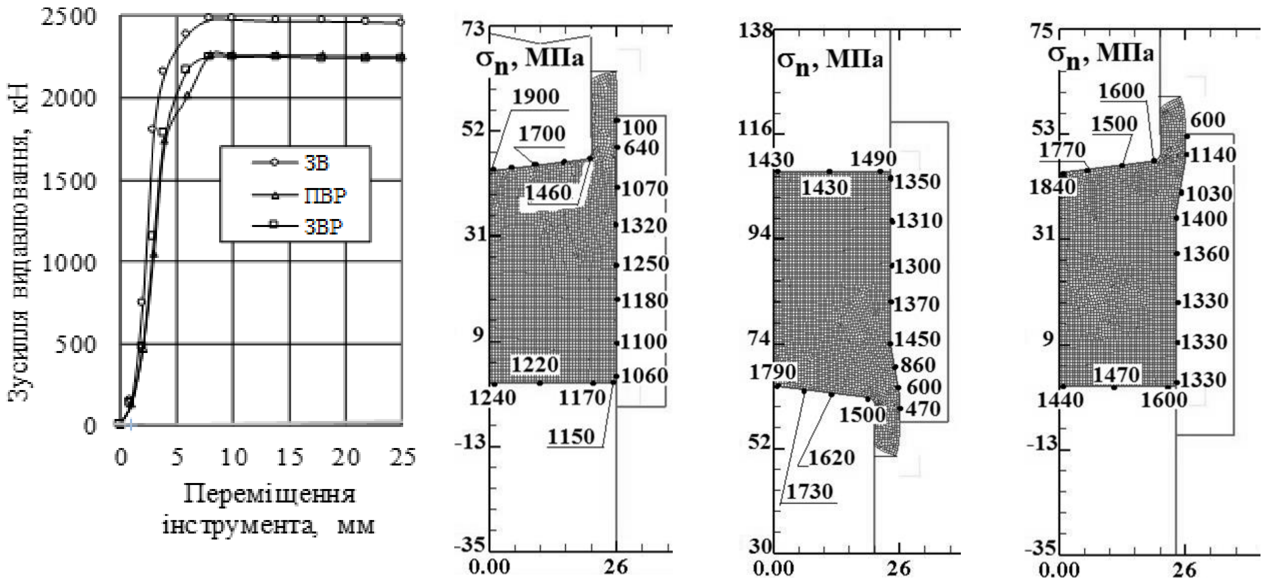


Рис. 6.30. Розрахункові схеми при вийманні пуансона із деформованої заготовки та при виштовхуванні виробів із матриць

собою виріб 2 до тих пір, поки торець виробу досягає калібруючого пояска торця пуансона 3 (рис. 6.30в). Після цього виріб залишається на пуансоні 3 при подальшому зміщенні матриці 1 (рис. 6.30г). Тому для такої схеми видавлювання необхідно передбачити у штампі пристрій для знімання виробу із пуансона. Після зворотного видавлювання з роздачою при русі пуансона 1 вгору виріб 2 спочатку залишається в матриці до тих пір поки калібруючий поясок торця пуансона торкнеться торця виробу (рис. 6.30д). При подальшому зміщенні пуансона 1 виріб 2 залишається на пуансоні і повністю виходить із матриці (рис. 6.30е). Тут також необхідний пристрій в штампі для знімання виробу із пуансона.

На рис. 6.31 зображені розрахункові залежності зусилля видавлювання від переміщення деформуючого інструмента та розподіли нормальних напружень на поверхнях контакту заготовки з деформуючим інструментом при максимальній величині зусилля видавлювання. Залежності зусилля видавлювання, які виникають на пуансонах, від переміщення деформуючого інструмента показані на рис. 6.31а. Вигляд залежностей практично однаковий для розглянутих схем видавлювання. Зусилля спочатку зростають до моменту виходу металу в зазор між матрицею і калібруючим пояском пуансона, а в подальшому залишаються постійними. Найбільше значення зусилля (2490 кН) отримане при зворотному видавлюванні (ЗВ). При прямому видавлюванні з роздачою (ПВР) і зворотному видавлюванні з роздачою (ЗВР) зусилля деформування однакові і досягають величини 2250 кН, що менше на 10% в порівнянні зі зворотним видавлюванням. Для проектування пуансонів, виштовхувачів і матриць необхідно знати точний



а б в г

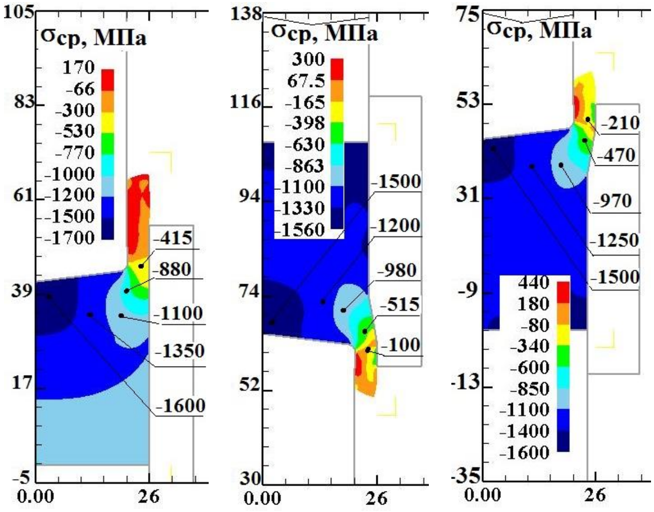
Рис. 6.31. Зусилля видавлювання та нормальні напруження на деформуючому інструменті при видавлюванні: а – залежності зусиль, які виникають на пуансонах, від переміщення деформуючого інструмента; б – г - розподіли нормальних напружень на деформуючому інструменті при максимальному зусиллі видавлювання розподіл питомих зусиль на вказаному інструменті. Питомі зусилля можна оцінити по розподілу нормальних напружень σ_n на контактуючих поверхнях здеформованої заготовки з інструментом. Розподіл таких напружень при зворотному видавлюванні (див. рис. 6.27а) зображений на рис. 6.31б. Наведена половина здеформованої заготовки, а тонкими лініями показаний деформуючий інструмент. На вісі пуансона, за допомогою якого прикладають зусилля видавлювання, отримано 1900 МПа з подальшим зменшенням до 1460 МПа на радіусі заокруглення торця пуансона. На виштовхувачі нормальні напруження досягають значень в межах σ_n =1150÷1240 МПа. Найбільша величина напруження σ_n =1320 МПа на поверхні матриці виникає напроти осередку деформації в заготовці під пуансоном. На рис. 6.31в зображені розподіли нормальних напружень при зворотному видавлюванні з роздачою (див. рис. 6.27б). Найбільші величини цих напружень отримано на вісі пуансона σ_n =1790 МПа та на торці штовхача – σ_n =1490 МПа. Значення σ_n =1450 виникає на матриці у місці переходу конусної поверхні в циліндричну. Аналогічні величини нормальних напружень на поверхнях деформуючого інструмента отримані при зворотному видавлюванні з роздачою (рис. 6.31д). Зменшення питомих зусиль на пуансонах і виштовхувачах при видавлюванні з роздачою приводить до підвищення їх стійкості та зниження собівартості виробів.

Розрахунковим шляхом встановлені залежності величин зусиль виймання пуансонів із здеформованих заготовок та зусиль виштовхування виробів із матриць від переміщення деформуючого інструмента. Такі дані необхідні для проектування штампового оснащення. Для зворотного видавлювання максимальне значення зусилля на початку виймання пуансона із виробу складає 30 кН (див рис. 6.30а), а найбільше зусилля виштовхування виробу із матриці – 32 кН (див. рис 6.30б). При підніманні матриці після прямого видавлювання з роздачою максимальна величина зусилля досягає 35 кН (див. рис. 6.30в), а при виштовхуванні виробу із матриці – 17 кН. Після зворотного видавлювання з роздачою на початку руху пуансона вгору найбільша величина зусилля складає 19 кН (див. рис. 6.30г). Максимальна величина зусилля виймання пуансона із виробу досягає 13 кН.

Моделюванням визначений напружено-деформований стан заготовок при формоутворенні порожнистих виробів для розглянутих схем видавлювання. На рис. 6.32 приведені розподіли напружень $\sigma_{cp} = (\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z)/3$ у здеформованих заготовках при максимальній величині зусилля видавлювання. Розподіл напружень σ_{cp} для зворотного видавлювання показаний на рис. 6.32а. В області виходу метала в стінку ці напруження находяться в межах σ_{cp}=-415÷-880 МПа. На вісі здеформованої заготовки отримано σ_{cp}=-1500÷-1600 МПа. Для схем видавлювання з роздачою в області виходу в стінку отримано σ_{cp}=-100÷-500 МПа (рис. 6.32б і 6.32в). Зменшення по абсолютній величині напружень σ_{cp} забезпечує зниження зусилля видавлювання.

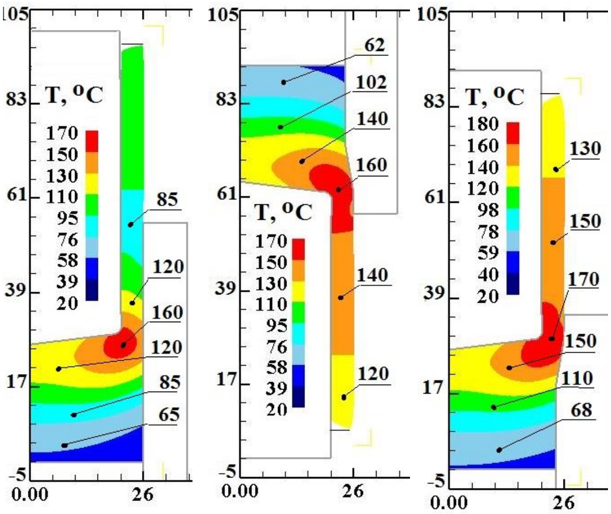
При холодному видавлюванні підвищується температура здеформованого металу. Розподіли температури здеформованого металу на кінцевих стадіях видавлювання наведені на рис. 6.33. При зворотному видавлюванні температура досягає значень в межах T=150°-170°С в області виходу металу в стінку (рис. 6.33а), а в самому осередку деформації отримано T=120°С. Аналогічних значень досягає температура здеформованого металу при прямому видавлюванні з роздачою (рис. 6.33б). При зворотному видавлюванні з роздачою в області виходу металу в стінку у здеформованому металі отримано T=160°-180°С (рис. 6.33в). Виявлені величини температур дозволяють уточнити вимоги до змащення для холодного видавлювання, а також необхідно перебачити охолодження пуансонів у серійному і масовому виробництвах.

Використання МСЕ для моделювання холодного видавлювання дозволяє прогнозувати якість порожнистих виробів після видавлювання. Якість виробів можна оцінити по кінцевій формі і розмірах виробів та по пропрацюванню структури метала холодною пластичною деформацією по ширині стінки та у донній частині виробу, яке визначається по розподілу інтенсивності деформацій ε_i. На рис. 6.34 наведені фрагменти торців стінок порожнистих виробів, які отримані розглянутими схемами холодного видавлювання. Найбільшу точність форми виробу забезпечує зворотне видавлювання (рис. 6.34а). Тут має місце



а б в

Рис. 6.32. Розподіли напружень $\sigma_{ср}$ у здеформованих заготовках при максимальній величині зусилля видавлювання: а – для зворотного видавлювання, б – для прямого видавлювання з роздачою, в – для зворотного видавлювання з роздачою. Розміри по вісях показані в міліметрах



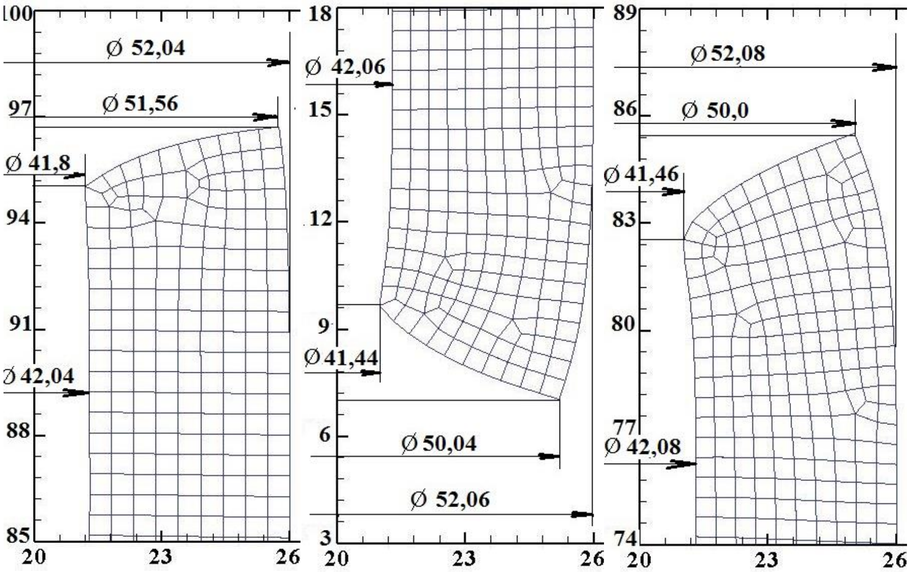
а б в

Рис. 6.33. Розподіли температури у здеформованих заготовках: а – для зворотного видавлювання, б – для прямого видавлювання з роздачою, в – для зворотного видавлювання з роздачою. Розміри по вісях показані в міліметрах

невелике викривлення торця і також незначна утяжина висотою 1,8 мм. Після видавлювання і виштовхування виробу з матриці отримані наступні розміри стінки з урахуванням пружної деформації: зовнішній діаметр 52,04 мм (при діаметрі матриці D_m=52 мм), діаметр порожнини - 42,04 мм (при діаметрі пуансона D_p=42 мм). Використання прямого видавлювання з роздачою приводить до збільшення викривлення торця стінки та зростання висоти утяжини до 2,1 мм (рис. 6.34б). При цьому пружна деформація діаметра порожнини та зовнішнього діаметра виробу складає 0,6 мм. На рис. 6.34в зображений фрагмент торця стінки після зворотного видавлювання з роздачою.

Має місце подальше збільшення викривлення торця, зростання величини утяжини і пружної деформації, яка складає 0,8 мм.

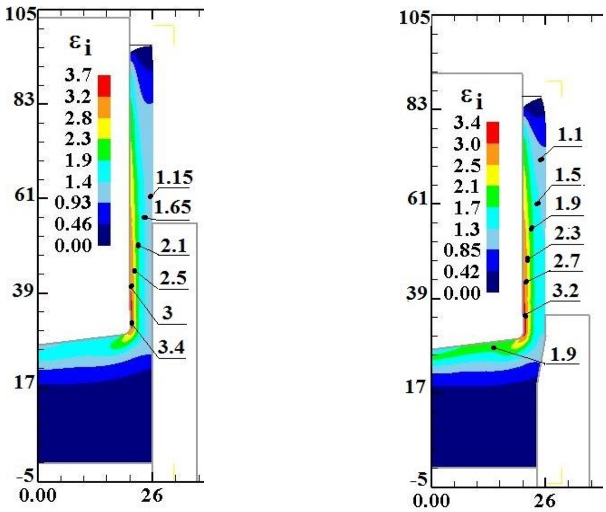
На рис. 6.35 показані розподіли інтенсивності деформацій ε_i у стінках та донних частинах виробів, які отримані зворотним видавлюванням та прямим



а б в

Рис. 6.34. Фрагменти торців стінок порожнистих виробів, які отримані різними схемами холодного видавлювання: а – після зворотного видавлювання, б – після прямого видавлювання з роздачою, в – після зворотного видавлювання з роздачою Розміри в міліметрах

видавлювання з роздачою. Розподіл ε_i після зворотного видавлювання з роздачою практично однаковий із прямим видавлюванням. Для обох випадків видавлювання має місце інтенсивне пропрацювання структури металу пластичною деформацією внутрішніх шарів металу стінок, а найменше пропрацювання отримане в області торців стінок. Після зворотного видавлювання (рис. 6.35а) у внутрішніх шарах металу стінки виробу величина інтенсивності деформацій досягає величин в межах ε_i =3,0÷3,4, а у зовнішніх шарах металу стінки - ε_i =0,93÷1,4. В зоні торця стінки отримано ε_i =0,23. У донній частині виробу величини інтенсивності деформації змінюються від ε_i =1,4÷1,9 безпосередньо під пуансоном до ε_i =0,46÷0,93 на глибині 6 мм цієї



а б

Рис. 6.35. Розподіли інтенсивності деформацій у стінках та донних частинах виробів: а – після зворотного видавлювання, б – після прямого видавлювання з роздачою

частини. Після прямого видавлювання з роздачою виріб має більш рівномірне пропрацювання структури металу пластичною деформацією по ширині стінки (рис. 6.35б). У внутрішніх шарах металу стінки отримано ε_i =3,2, а у зовнішніх шарах - ε_i =1,4. В зоні донної частини безпосередньо під пуансоном величина інтенсивності деформацій складає ε_i =1,9 з подальшим зменшенням до значення ε_i =0,21 на глибині 6 мм. В області торця стінки отримано ε_i =0,21.

6.5. Аналіз гарячого штампування вісесиметричного порожнистого виробу із маловуглецевої сталі

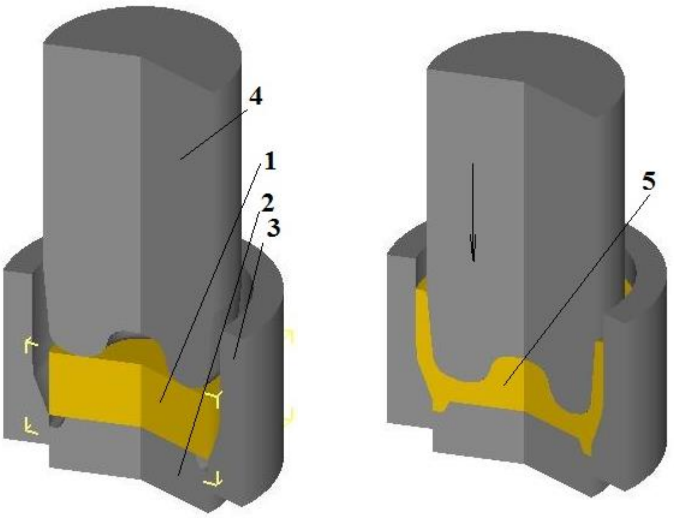
Для виробництва порожнистих виробів середніх розмірів з тонкою стінкою змінної товщини використовують процеси гарячого зворотного видавлювання та подальшого холодного витягування з потоншенням через одну або дві послідовно розташовані матриці за декілька переходів з проміжними відпалами напівфабрикатів між переходами. Застосування МСЕ для визначення параметрів гарячого штампування дозволяє суттєво зменшити час та витрати на підготовку виробництва різноманітних виробів. Особливо високу ефективність має використання МСЕ для встановлення параметрів гарячого штампування виробів з необхідним пропрацюванням структури металу пластичною деформацією по всьому об’єму або в окремих частинах виробів. Таке пропрацювання приводить до отримання заданих згідно робочого креслення деталі механічних властивостей у здеформованому металі.

Метою роботи було встановлення за допомогою МСЕ параметрів гарячого штампування вісесиметричного порожнистого виробу із маловуглецевої сталі, яке включає зворотне видавлювання напівфабрикату та подальше витягування з потоншенням стінок і доштамповуванням донної частини із забезпеченням інтенсивного пропрацювання структури металу пластичною деформацією у стінці та донній частині для досягнення відповідних механічних властивостей.

Розрахунковий аналіз гарячого штампування проводили за допомогою моделювання з використанням скінченно-елементної програми DEFORM та циліндричної системи координат. Температура вихідної циліндричної заготовки із сталі AISI 1015 діаметром 100 мм і висотою 38 мм становила 1000 ^{o}C. Для вказаної сталі рекомендують температурний інтервал штампування у межах 1100÷800^{o}C. Швидкість деформування (швидкість переміщення пуансонів) була 60 мм/сек. Тертя на контактуючих поверхнях враховували по Зібелю з коефіцієнтом тертя μ=0,2. Попередній розігрів деформуючого інструменту складав 200 ^{o}C.

Розрахункові положення деформуючого інструменту в розрізі для процесу зворотного видавлювання напівфабрикату в розрізі показані на рис. 6.36. Положення інструменту на початку видавлювання зображене на рис. 6.36а. Заготовка 1 розміщена на опорі 2 у матриці 3. Деформування заготовки здійснюється пуансоном 4. При опусканні пуансона 4 отримується напівфабрикат 5 (рис. 6.36б). Напівфабрикат має виступ на донній частині зі сторони порожнини та на нижньому торці цієї частини.

На рис. 6.37 приведена залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансону. Зусилля постійно зростає та досягає максимального значення в кінці видавлювання. Виступ зі сторони порожнини формується при зусиллі 3,18 МН, виступ на торці донної частини – при зусиллі 3,74 МН, а формоутворення стінки закінчується при зусиллі 6 МН. При цьому отримується конусна частина на



а б

Рис. 6.36. Розрахункові положення деформуючого інструменту: а – на початку штампування, б –в кінці штампування

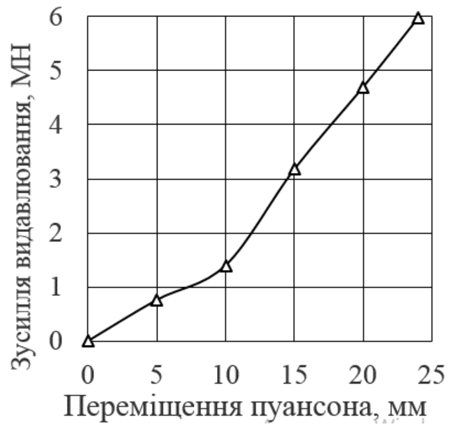
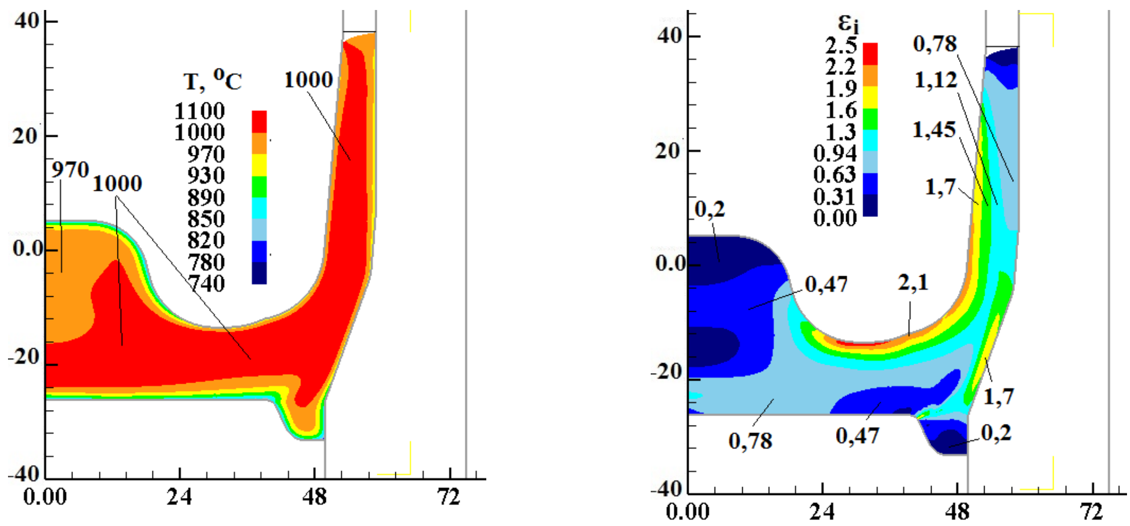


Рис. 6.37. Залежність зусилля видавлювання від переміщення пуансону

донній частині під кутом 20° від вісі для подальшого витягування з потоншенням та циліндрична зовнішня поверхня стінки діаметром 118 мм.



а б

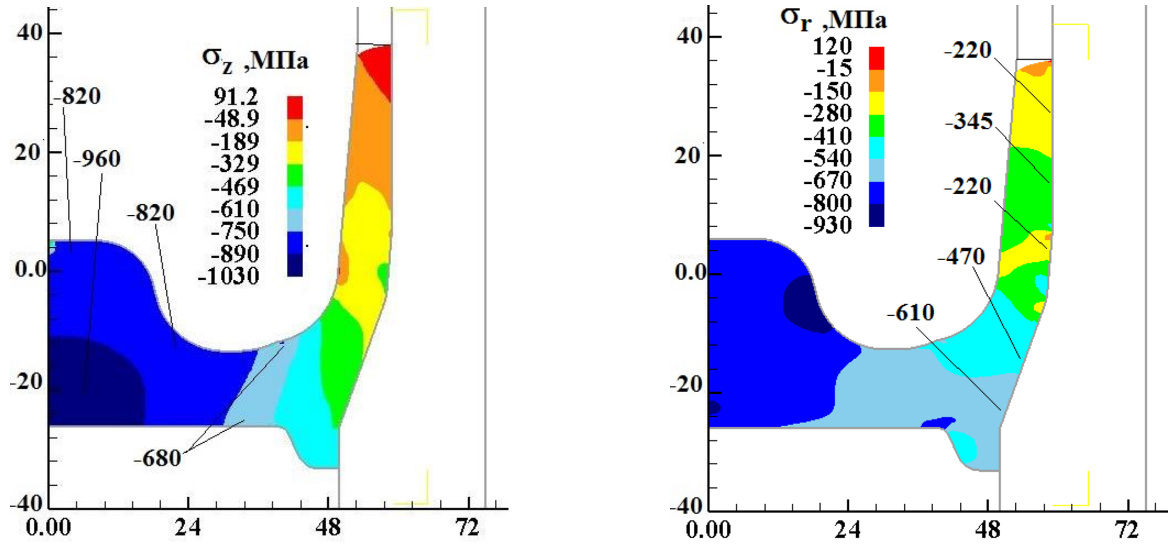
Рис. 6.38. Розподіли температури і інтенсивності деформацій у напівфабрикаті в кінці видавлювання: а – розподіл температури, б – розподіл інтенсивності деформацій

На рис. 6.38 зображені розподіл температури (Т,°С) та інтенсивності деформацій (ε_i) у напівфабрикаті в кінці видавлювання. Тут і в подальшому наведена половина здеформованої заготовки, тонкими лініями зображений деформуючий інструмент, а розміри по вісях приведені в міліметрах (мм). На рис. 6.38а показаний розподіл температури. Практично по всьому об'ємі напівфабрикату температура складає T=1000ºC. У стінці, в області контакту з пуансоном та в області контакту з матрицею, температура зменшилася до T=970ºC. Таку ж температуру має здеформований метал у виступі донної частини зі сторони порожнини. В області цього виступу, яка контактує з пуансоном, температура зменшилася до T=890ºC. До T=890ºC знизилася температура здеформованого металу в зоні напівфабрикату біля опори.

Пропрацювання структури металу пластичною деформацією після видавлювання та в подальшому можна оцінити по розподілу інтенсивності деформацій ε_i, який приведений на рис. 6.38б. У стінці по ширині отриманий нерівномірний розподіл. В шарах металу стінки зі сторони порожнини ε_i=1,7. Далі по ширині стінки пропрацювання зменшується і досягає величини ε_i=0,78 у зовнішніх шарах металу стінки. У виступі донної частини зі сторони порожнини отримані значення цих деформацій у межах ε_i=0,2÷0,47. По висоті донної частини напівфабрикату інтенсивність деформацій зменшується від ε_i=2,1 в зоні біля виступу пуансона до ε_i=0,78 в області над опорою. У виступі на торці донної частини отримані значення у межах ε_i=0,2÷0,47. Можна зробити висновок, що донна частина достатньо пропрацьовується пластичною деформацією при видавлюванні для досягнення потрібних механічних властивостей.

Для проектування деформуючого інструменту і штампу для видавлювання необхідно мати розподіли питомих зусиль на контактуючих поверхнях при максимальній величині зусилля видавлювання. Питомі зусилля на пуансоні та опорі можна оцінити по розподілу осьових напружень σ_z, а на матриці – по розподілу радіальних напружень σ_r (рис. 6.39). Розподіл осьових напружень σ_z показаний на рис. 6.39а. На поверхні пуансона виникають стискаючі осьові напруження зі значеннями у межах σ_z=-680÷-820 МПа. На поверхні опори ці напруження досягають величини у межах σ_z=-680÷-980 МПа. Розподіл радіальних напружень σ_r по об'єму напівфабрикату приведений на рис. 6.39б. На поверхні заготовки, яка контактує з матрицею, ці напруження отримані у межах σ_r=-220÷-610 МПа. Можна зробити висновок, що для виконання видавлювання при наведених розпираючих питомих зусиллях матриця може бути без бандажів.

Далі приведені результати моделювання витягування з потоншенням. При розрахунку витягування враховані досягнуті деформації і температура у здеформованому металі, які отримані при видавлюванні з допущенням, що такі дані не змінюються при переносі напівфабрикату з позиції видавлювання на позицію витягування. Виявлено, що для отримання кінцевих розмірів виробу

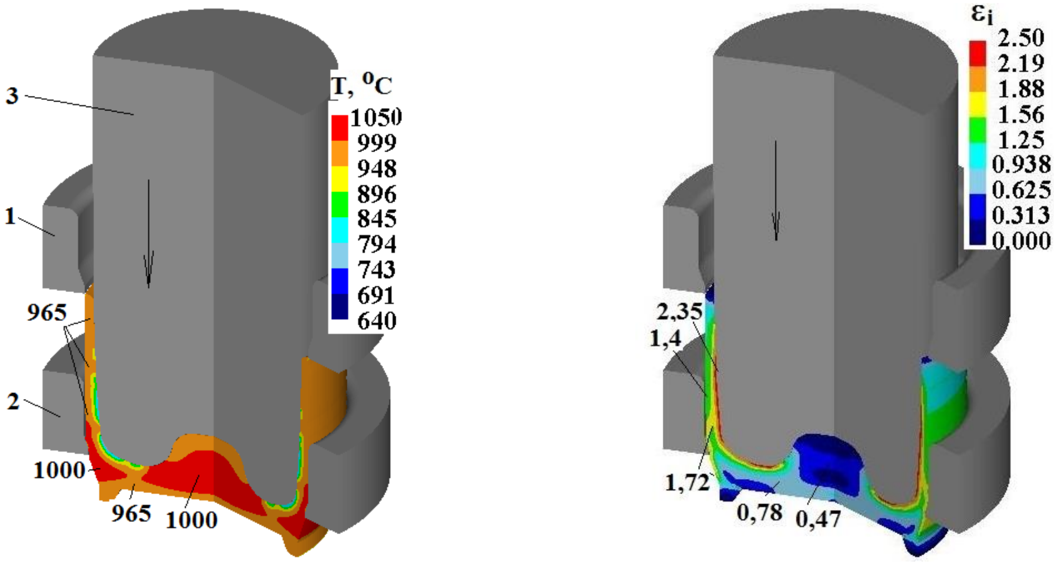


а б

Рис. 6.39. Розподіли осьових σ_z і радіальних σ_r напружень у напівфабрикаті після видавлювання: а – розподіл σ_z, б – розподіл σ_r

потрібне витягування через дві послідовно розташовані матриці із доштампуванням донної частини в кінці витягування через другу матрицю. При витягуванні використані вищенаведені швидкість деформування і підігрів деформуючого інструменту.

На рис. 6.40 приведені в розрізі розрахункові положення деформуючого інструменту та здеформованого напівфабрикату з розподілом температури і інтенсивності деформацій після витягування у першій матриці. Після витягування у першій матриці зовнішній діаметр здеформованого напівфабрикату зменшується із 118 до 113 мм. На рис. 6.40а показаний розподіл температури по об’єму здеформованого напівфабрикату після витягування у першій матриці (1 – перша матриця, 2 – друга матриця, 3 – пуансон). На цій стадії витягування ще зберігається температурний інтервал гарячого деформування. Тільки на внутрішніх шарах металу стінки температура зменшилася до величини T=820°C. Розподіл інтенсивності деформацій ε_i приведений на рис. 6.40б. Донна частина виробу зовсім не деформується. По ширині стінки збільшується пропрацювання структури металу пластичною деформацією. У шарах металу стінки зі сторони порожнини величина таких деформацій вже складає ε_i=2,35, а у зовнішніх шарах - ε_i=1,4, що в середньому



а б

Рис. 6.40. Розподіли температури і інтенсивності деформацій у здеформованому напівфабрикаті після витягування у першій матриці: а – розподіл температури, б – розподіл інтенсивності деформацій

більше на величину 0,6 в порівнянні з отриманими даними після процесу видавлювання напівфабрикату (див. рис. 6.37б).

Витягування у другій матриці починається після закінчення деформування у першій матриці. Після витягування у другій матриці зовнішній діаметр напівфабрикату зменшується із 113 до 110 мм, а донна частина також не деформується. На рис. 6.41 представлені в розрізі положення деформуючого інструменту і здеформованого напівфабрикату та розподіли по об’єму температури і інтенсивності деформацій в ньому після витягування у другій матриці. Розподіл температури показаний на рис. 6.41а. Температурний інтервал гарячого деформування стінки також зберігається. Температура у здеформованому металі стінки зменшилася до Т=810°С. У донній частині здеформованого напівфабрикату температура зменшилася до Т=975°С. Це повністю достатньо для гарячого доштампування цієї частини після витягування. На рис. 6.41б представлений розподіл інтенсивності деформацій у здеформованому напівфабрикаті після витягування у другій матриці. Спостерігається подальше збільшення пропрацювання структури металу

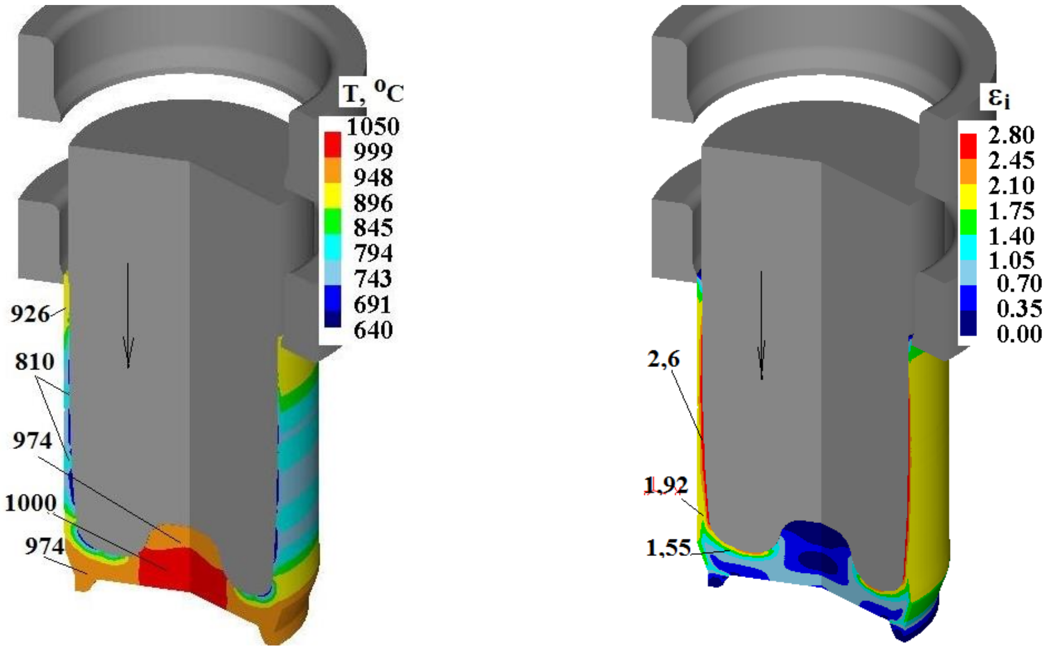


Рис. 6.41. Розподіли температури і інтенсивності деформацій у здеформованому напівфабрикаті після витягування у другій матриці: а – розподіл температури, б – розподіл інтенсивності деформацій

пластичною деформацією по ширині стінки. У шарах металу стінки зі сторони порожнини досягнута величина ε_i=2,6, а у зовнішніх шарах – ε_i=1,92. Необхідно відмітити, що має місце вирівнювання пропрацювання структури металу по ширині стінки.

Доштампування донної частини відбувається у двох роз'ємних напівматрицях після завершення витягування у другій матриці. Сутність доштампування полягає у вивертанні виступу на нижньому торці донної частини з утворенням горизонтального фланця. Положення в розрізі деформуючого інструменту і отриманого виробу з розподілом в ньому інтенсивності деформацій в кінці доштампування приведене на рис. 6.42. Тут наведені: 1 і 2 - матриці для витягування з потоншенням, 3 – напівматриця, 4 – плита, 5 – пуансон. При доштампуванні стінка практично не деформується, а збільшується пропрацювання структури металу у отриманому фланці. Залежність зусилля витягування та доштампування від переміщення пуансона зображена на рис. 6.43. При витягуванні у першій матриці максимальне значення зусилля складає 230 кН. Витягування у другій матриці починається при суттєвому зменшенні зусилля деформування у першій матриці. При цьому максимальна величина зусилля досягає 210 кН. Процес доштампування також починається при суттєвому зменшенні цього зусилля та завершується при зусиллі 1600 кН. Таким чином, для виконання двох переходів штампування потрібний гідравлічний прес зусиллям не менше 8 МН. Кінцеві форма і розміри половини виробу приведені на рис. 6.44.

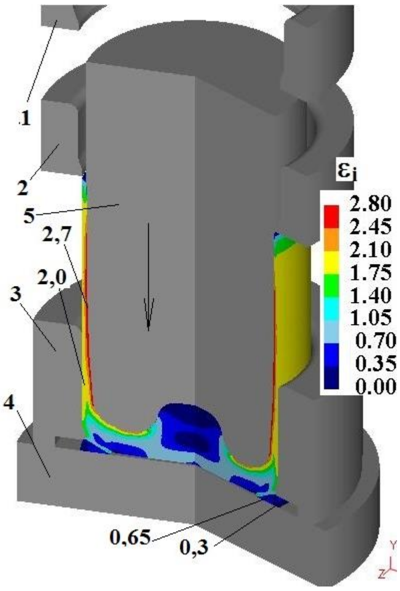


Рис. 6.42. Положення в розрізі деформуючого інструменту і виробу в кінці доштампування

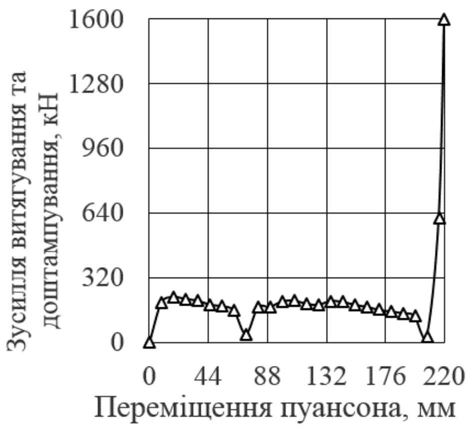


Рис. 6.43. Залежність зусилля витягування та доштампування від переміщення пуансона

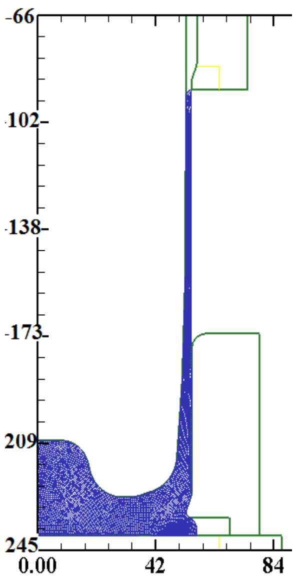


Рис. 6.44. Кінцеві форма і розміри виробу

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Унксов Е.П., Джонсон У., Колмогоров В.Л. и др. Теория пластических деформаций металлов / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др.; под ред. Е.П. Унксова // - М.: "Машиностроение", 1983. -598 с.

2. Евстратов В.А. Теория обработки металлов давлением / В.А. Евстратов // - Харків: "Вища школа", 1981. 248 с.

3. Джонсон У., Меллор П.Б. Теория пластичности для инженеров / У. Меллор, П.Б. Джонсон // – М: Машиностроение, 1979. 567 с.

4. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов // - М.: "Машиностроение" , 1977. 424 с.

5. Унксов Е.П. Инженерная теория пластичности / Е.П. Унксов, Изд 2-е, перераб. // - М.: Гос. науч.-техн. изд. машиностроительной лит-ры, 1959. 328 с.

6. Попов Е.А. Некоторые варианты приближенного анализа операций обработки давлением / Е.А. Попов // В сб. «Машины и технология обработки металлов давлением. – М: Машиностроение, 1973. С. 168-177.

7. Калюжний В.Л., Калюжний О.В. Інтенсифікація листового штампування. Формоутворюючі процеси / В.Л. Калюжний, О.В. Калюжний // Київ: НТУУ «КПІ» Вид-во «Політехніка», 2016. 300 с.

8. Попов Е.А. Основы теории листовой штамповки / Е.А. Попов Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е перераб. и доп. // - М: Машиностроение, 1977. 278 с.

9. Тарновский И.Я., Поздеев А.А., Ганаго О.А. и др.Теория обработки металлов давлением Под. ред. И.Я. Тарновского / И.Я.Тарновский, А.А Поздеев., О.А. Ганаго и др. // М: Металлургиздат, 1963. 672 с.

10. Калюжний В.Л., Сабол С.Ф., Калюжний О.В. Визначення силових режимів холодного видавлювання з розтягом сталевих порожнистих виробів / В.Л. Калюжний, С.Ф Сабол., О.В.Калюжний // - Технологические системы, 2009. №2, С. 70-77.

11. Джонсон В., Кудо Х. Механика поцесса выдавливания металла / В. Джонсон, Х. Кудо. Пер. с англ. Под ред. М.З. Ерманка // - М: Металлургия, 1965. 165 с.

12. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О.. Зенкевич Пер. с англ. Под. ред. Б.Е. Победри // – М: Мир, 1975. 541 с.

13. Yamada Y., Yoshimura N., Sakurai T. Plastic stress-strain matrix and its application the solution of elastic-plastic problems by the finite element method / Y. Yamada, N. Yoshimura, T. Sakurai // Int J. Mech. Sci., 1968, №10. Pp. 343-354.

14. Калюжний В.Л., Цибенко О.С., Чувільов Ю.О. Використання холодного штампування для отримання порожнистого виробу з необхідними властивостями здеформованого металу / В.Л. Калюжний, О.С. Цибенко, Ю.О. Чувільов // Вісник НТУУ „КПІ”: Машинобудування, 2015, №73. С. 124-130.

15. Алієв І.С., Калюжний В.Л. Визначення параметрів двохперехідного штампування високих конусних виробів із пластичної міді / І.С/ Алієв, В.Л. Калюжний // Вісник НТУ «ХПІ», Серія : Інноваційні технології та обладнання обробки матеріалів у машинобудування та металургії. 2016, № 30. С. 5-11.

16. Калюжний В.Л., Потятиник А.М. Аналіз схем холодного видавливания вісесиметричных порожнистих виробів / В.Л. Калюжний, А.М. Потятиник // Наукові нотатки Міжвузівський збірник. Луцький національний технічний університет, 2017, Вип. 59. С. 137-143.

17. Калюжний В.Л., Ярмоленко О.С., Малій Х.В. Гаряче штампування сталевих порожнистих виробів з інтенсивною пластичною деформацією стінки і донної частини / В.Л. Калюжний, О.С. Ярмоленко, Х.В. Малій // Обработка материалов давленим. Сборник научных трудов, - Краматорск, ДГМА, 2020, № 1(50). С. 98-104.

Калюжний Володимир Леонідович
доктор технічних наук, професор

КОМП'ЮТЕРНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВИГОТОВЛЕННЯ КОНСТРУКЦІЙ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Конспект лекцій

В авторській редакції