

С.В. Криворучко

**ОЦІНКА
РЕЗУЛЬТАТИВНОСТІ
ПЕРСОНАЛУ**

від звичайної до наукової

**Визначення та порівняльний
аналіз детермінованих
і стохастичних підходів**

Присвячується усім,
хто прагне до Істини



Криворучко Сергій. Кандидат технічних наук (PhD), доцент (associated professor), заслужений раціоналізатор України.

Спеціаліст у галузі системного аналізу, організації підприємницької діяльності, економіки підприємств і управління персоналом.

Освіта – технічна (радіотехніка), економічна (підприємницька діяльність) і дипломатична (дипломатична і консульська служба).

Досвід роботи – науково-викладацька сфера (заступник завідувача кафедри), державна експертна наукова рада (вчений секретар), державний військово-аналітичний центр зовнішніх зв'язків (начальник напрямку), дипломатична діяльність у складі посольств України в США і Канаді (1-й секретар).

20-річний досвід роботи в галузі підприємництва (генеральний директор, президент).

Засновник і власник групи компаній.

Автор книг «Успіх в бізнесі. Від нуля до мільйонів» та «Успіх в бізнесі. Основні аксіоми бізнесу, основні писані й неписані правила організації та ведення підприємницької діяльності». Автор низки статей, в тому числі з питань рекрутингу та оцінки персоналу.

С.В. Криворучко

ОЦІНКА РЕЗУЛЬТАТИВНОСТІ ПЕРСОНАЛУ

від звичайної до наукової

**Визначення та порівняльний аналіз
детермінованих і стохастичних
підходів**

КИЇВ



Lam&K
ВИДОВНИЦТВО

2020

Криворучко, Сергій

К82 Оцінка результативності персоналу від звичайної до наукової. Визначення та порівняльний аналіз детермінованих і стохастичних підходів – К.: ЛАТ & К, 2020. – 72 с.

ISBN 978-617-7824-15-1

В книзі проведено детальний порівняльний аналіз використання детермінованих і стохастичних підходів в оцінці результатів діяльності персоналу за індикаторами інформативності, точності, простоти, вартості та періоду оцінювання ступеня результативності (продуктивності) спеціалістів, які працюють, як в однакових, так і в різних умовах, як за одними, так і за різними напрямками діяльності.

В книзі проаналізовані, в тому числі, точності, часові та волатильні переваги щоденного вимірювання показників продуктивності персоналу, наведені результати практичного застосування об'єднаної сукупності стохастичних показників оцінки персоналу діючих компаній з різних сегментів ринку, обґрунтована доцільність використання стохастичних підходів при вимірюванні продуктивності персоналу та визначні рекомендації щодо практичного використання ймовірно-математичних підходів в оцінці діяльності персоналу.

Для керівників державних і комерційних установ і компаній, менеджерів з персоналу, науково-педагогічних працівників, аналітиків, студентів – усіх, хто цікавиться питаннями обґрунтованої оцінки результатів діяльності персоналу.

При повному або частковому відтворенні матеріалів монографії посилання на видання та автора є обов'язковим.

УДК 65.015(3)::[6+14]

Зміст

Вступ	6
Розділ 1. Формалізація визначень і понять вимірювання продуктивності персоналу.	9
Розділ 2. Аналіз детермінованого підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу.	15
Розділ 3. Аналіз стохастичного підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу.	24
Розділ 4. Взаємнопорівняльний аналіз детермінованого і стохастичного підходів при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу.	30
Розділ 5. Результати практичного застосування стохастичного підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу.	57
Висновки	61
Література	70

Вступ

Оцінка результативності діяльності (або вимірювання продуктивності) співробітників різних підприємств і організацій є у сучасному світі надзвичайно актуальною – як у повсякденній практичній діяльності, так і у теоретичних дослідженнях.

Сьогодні будь-яка державна, неприбуткова чи комерційна компанія (організація, підприємство тощо) має завдання вимірювати продуктивність людських ресурсів [1]. Невиконання цього завдання може бути надзвичайно витратним, а інколи – смертельно небезпечним для сучасних організацій. Зростання уваги до оцінювання (вимірювання) продуктивності людських ресурсів, яке ще значно відстає від інших функцій організацій, обумовлене трьома головними факторами: суттєвим впливом високопродуктивної системи управління персоналом, відчутними наслідками неефективного управління персоналом та зростанням витрат на управління персоналом [1].

Виходитимемо з того, що вимірювання продуктивності [2] – це процес збирання, аналізу та/або зведення і представлення інформації стосовно продуктивності особи, групи осіб, організації, системи чи її компонента або [3] це система, яка дає змогу прийняти обґрунтовані рішення та вжити потрібних заходів, які визначають продуктивність та ефективність попередньої діяльності об'єкта вимірювання шляхом отримання, збирання, сортування, аналізу та інтерпретації відповідних даних про цей об'єкт вимірювання. Виходячи із зазначеного, найважливішим стає вибір ефективних шляхів вимірювання певних параметрів (показників) продуктивності відповідних об'єктів вимірювання [1, 4], в тому числі з використанням ключових показників ефективності [5, 6], що, в свою чергу, має одночасно потребувати чіткої структуризації зазначених шляхів вимірювання параметрів продуктивності та формалізації відповідної сукупності показників продуктивності персоналу (як об'єкту вимірювання) за обов'язкового прагнення до максимальної ефективності використання можливих підходів оброблення виміряних значень результативності діяльності цього персоналу (співробітників, спеціалістів, фахівців, робітників, працівників тощо). У подальшому всі зазначені можливі підходи оцінки діяльності співробітників будемо поділяти на дві основні групи: детерміновані (обумовлені, передбачувані за результатами) і стохастичні (ймовірнісні, непередбачувані за результатами) підходи.

Досягнення зазначених цілей має потребувати ретельного вивчення існуючих обумовлених і ймовірнісних алгоритмів оброблення

послідовності виміряних значень продуктивності персоналу та здійснення глибинного взаємно порівняльного аналізу зазначених алгоритмів оцінки діяльності як окремих співробітників, так і груп фахівців, які працюють як в однакових, так і в різних умовах, як за одними, так і за різними напрямками діяльності персоналу. При цьому відповідний порівняльний аналіз має здійснюватися з використанням основних індикаторів взаємного порівняння, в тому числі порівняльних індикаторів інформативності, точності, простоти і вартості, а також часового індикатора (індикатора можливості використання алгоритмів оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулому та/або у майбутньому).

Результатами зазначених вивчень і взаємно-порівняльного аналізу детермінованих і стохастичних підходів в оцінці діяльності персоналу має стати обґрунтоване визначення найбільш ефективних алгоритмів вимірювання продуктивності персоналу, а також умов і параметрів їхнього практичного застосування.

Розділ 1.

Формалізація визначень і понять вимірювання продуктивності персоналу

Як вже зазначалося, вимірювання продуктивності [2] – це процес збирання, аналізу та/або зведення і представлення інформації стосовно продуктивності особи, групи осіб, організації, компонента системи чи системи в цілому. Одночасно вимірювання продуктивності було визначено [3] як систему, яка дає змогу прийняти обґрунтовані рішення та вжити потрібних заходів, які визначають продуктивність та ефективність попередньої діяльності об'єкта вимірювання шляхом отримання, збирання, сортування, аналізу та інтерпретації відповідних даних про цей об'єкт вимірювання.

Кількісне визначення ефективності (або вимірювання продуктивності) співробітників компанії відбувається, зокрема, шляхом вимірювання певних параметрів (показників) продуктивності відповідних об'єктів вимірювання [1, 4], в тому числі з використанням ключових показників ефективності [5, 6].

Кожна компанія (організація, підприємство) має власну індивідуальну систему показників вимірювання продуктивності спеціалістів як об'єктів вимірювання. Структура і зміст показників вимірювання продуктивності співробітників різних організацій можуть значно відрізнитись і, як правило, залежатимуть від рівня технологічності підприємств, від прийнятих корпоративних правил ведення діяльності компанії, від галузевої спеціалізації організації, від національних особливостей реалізації бізнесу тощо. Навіть в одній і тій самій компанії показники вимірювання продуктивності персоналу за структурою і змістом можуть відрізнитись для різних категорій (посад) співробітників, різних спеціалізацій працівників, різних структурних і регіональних підрозділів тощо. Втім, усі зазначені параметри продуктивності персоналу (стандарти ефективності) мають бути легко вимірюваними [7].

Разом з тим, незважаючи на всю зазначену можливу різноманітність систем показників вимірювання продуктивності персоналу, для більшості систем результати оцінки діяльності співробітників можуть бути представлені у вигляді певного формалізованого параметра $\alpha_{rj\tau\Delta T\lambda}$, який має характеризувати кількісне значення α відповідного вимірюваного r -го показника продуктивності відповідного оцінюваного i -го співробітника відповідного j -го підприємства у відповідний визначений час τ за відповідний визначений інтервал вимірювання ΔT у відповідній визначеній одиниці виміру λ .

При цьому під показником продуктивності r ($r = \overline{1, R}$) слід розуміти

будь-який показник з загальної кількості **R** показників, які використовуються відповідним **j**-им підприємством для вимірювання продуктивності **i**-го співробітника. Зрозуміло, що в залежності від змісту показника продуктивності його вимірювання може відбуватись в різних одиницях виміру **λ**: наприклад, в безмірній (в частках одиниць, в одиницях, в десятках одиниць тощо), в часовій (в частках секунд, секундах, хвилинах, годинах, днях, тижнях, місяцях, роках тощо), грошовій (у відповідних валютах), дистанційній (міліметрах, сантиметрах, метрах, кілометрах тощо), ваговій (грамах, кілограмах, тоннах тощо), швидкісній (метрах за секунду, кілометрах на годину тощо) і т. ін.

Під параметром $\tau (\tau = \overline{T_0, T_{\max}})$ слід розуміти конкретний фіксований час здійснення вимірювання (наприклад, дату, а в разі необхідності – більш точний час: години, хвилини, секунди тощо) в часовому інтервалі вимірювання ΔT від T_0 до $T_{\max}$ ($\Delta T = T_{\max} - T_0$), як правило, з однаковим кроком вимірювання $\Delta t = \text{constant}$. Одночасно параметру τ може бути поставлений у відповідність номер часового вимірювання на часовому інтервалі від T_0 до $T_{\max}$, наприклад, $\tau = \overline{1, \tau_{\max}}$, де $\tau_{\max} = \frac{\Delta T}{\Delta t} + 1$ за умови, що вимірювання в час T_0 приймається як вимірювання з номером $\tau=1$ і що $\Delta t = \text{constant}$.

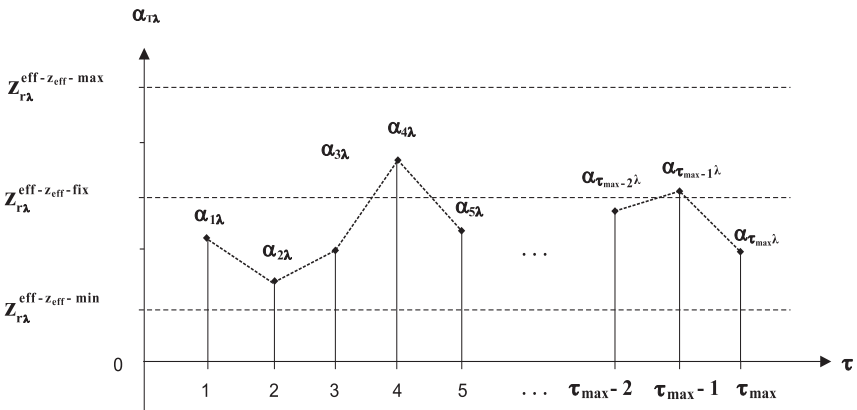
Одразу слід зазначити, що в певних ситуаціях вимірювання показника продуктивності може бути прив'язане не лише до параметра часу τ , але одночасно і до інших параметрів вимірювання, наприклад дистанційних $d (d = \overline{D_0, D_{\max}})$ з однаковим кроком вимірювання $\Delta d = \text{constant}$ або фінансових $\psi (\psi = \overline{\Psi_0, \Psi_{\max}})$ з однаковим кроком вимірювання $\Delta \psi = \text{constant}$ тощо. В таких випадках, як правило, оцінка показника продуктивності $\alpha_{rij\tau_d\Delta T\lambda}$ (з прив'язкою до дистанційного параметра d з однаковим кроком вимірювання $\Delta d = \text{constant}$) або показника продуктивності $\alpha_{rij\tau_\psi\Delta T\lambda}$ (з прив'язкою до фінансового параметра ψ з однаковим кроком вимірювання $\Delta \psi = \text{constant}$) буде відбуватись у відповідні визначені часи τ_d або τ_ψ не з однаковим, а з перемінним кроком вимірювання $\Delta t_d \neq \text{constant}$ або $\Delta t_\psi \neq \text{constant}$ відповідно.

Вочевидь, всі виміряні значення показника продуктивності **r** кожного **i**-го співробітника відповідного **j**-го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT можуть бути представлені у вигляді послідовності **A_r** значень: $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$. Відразу звернемо увагу, що послідовність **A_r** у подальшому будемо розглядати виключно як скінченну множину, тобто множину, яка не має нескінченної кількості членів. У переважній більшості випадків зазначена послідовність вимірюваного показника продуктивності для наочності може бути зведена до відповідної форми обліку результатів вимірювання, наприклад у вигляді наведених нижче таблиці 1 та/або графіка 1.

Таблиця 1

Таблиця обліку абсолютних вимірених показників продуктивності **r**
i-го співробітника **j**-го підприємства в часовому інтервалі
вимірювання ΔT

Найменування параметра	Фіксований час τ здійснення вимірювання з кроком вимірювання Δt				
	1	2	3	...	$\tau_{\max}$
Параметр r	$\alpha_{1\lambda}$	$\alpha_{2\lambda}$	$\alpha_{3\lambda}$	...	$\alpha_{\tau_{\max}\lambda}$



Графік 1.

Графік абсолютних вимірених значень показника продуктивності **r**
i-го співробітника **j**-го підприємства в часовому інтервалі
вимірювання ΔT

Отримана вихідна послідовність (initial sequence) $\mathbf{A}_r$ всіх вимірених значень $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$ складає основу для подальшого визначення (розрахунку, вимірювання, оцінки) ступеня продуктивності (або ефективності) діяльності відповідного персоналу за оцінюваним показником у певний період часу, тобто визначення рівня ефективності **i**-го співробітника **j**-го підприємства за показником продуктивності **r** в часовому інтервалі вимірювання ΔT .

Згідно з [8], під ефективністю (efficiency) слід розуміти якість (або ступінь досягнення цієї якості) чи властивість діяти безпосередньо на створення (принесення) ефекту (досягнення результату).

Згідно з [9], під ефективністю в загальному розумінні слід розуміти стан або якість досягнення максимальної продуктивності з мінімальними витратами чи зусиллями – при цьому під ефективним співробітником слід розуміти особу, що здатна діяти ефективно, компетентно та виконати задумане.

З використанням різного роду можливих підходів (алгоритмів) оброблення даних вихідна послідовність A_r виміряних значень $\alpha_{rij1\Delta T}, \alpha_{rij2\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{max}\Delta T}$ показника продуктивності r діяльності i -го співробітника може бути представлена певною сукупністю Z_{A_r} характеристик $z_{rij\Delta T}^{A_r-1}, z_{rij\Delta T}^{A_r-2}, \dots, z_{rij\Delta T}^{A_r-Z_{max}-A_r}$ наведеної вище вихідної послідовності. При цьому кожна z_{A_r} на $Z_{A_r} = \overline{1, Z_{max}-A_r}$ характеристика $z_{rij\Delta T}^{A_r-Z_{A_r}}$ зазначеної сукупності Z_{A_r} характеристик вихідної послідовності буде розраховуватись за окремим алгоритмом оброблення послідовності A_r виміряних значень $\alpha_{rij1\Delta T}, \alpha_{rij2\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{max}\Delta T}$, наприклад, за алгоритмом визначення середнього значення сукупності показників вихідної послідовності, або за алгоритмами максимального чи мінімального абсолютного чи відносного середнього відхилення показників вихідної послідовності від середнього значення їхньої сукупності, або за алгоритмами розрахунку математичного сподівання, середньоквадратичного відхилення тощо.

Виходячи з вищенаведеного, під ефективністю діяльності i -го співробітника j -го підприємства за оціненим показником продуктивності r в часовому інтервалі вимірювання ΔT слід розуміти ступінь досягнення сукупністю Z_{A_r} ($z_{rij\Delta T}^{A_r-1}, z_{rij\Delta T}^{A_r-2}, \dots, z_{rij\Delta T}^{A_r-Z_{max}-A_r}$) характеристик вихідної послідовності A_r виміряних значень відповідних очікуваних рівнів (контрольних значень, еталонних параметрів) $z_{rij\Delta T}^{eff-1}, z_{rij\Delta T}^{eff-2}, \dots, z_{rij\Delta T}^{eff-Z_{max}-eff}$ сукупності Z_{eff} еталонних значень.

При цьому під кожним Z_{eff} -им ($Z_{eff} = \overline{1, Z_{max}-eff}$) еталонним рівнем $z_{rij\Delta T}^{eff-Z_{eff}}$ з сукупності Z_{eff} слід розуміти таке еталонне значення, яке визначене відповідним j -им підприємством як показник очікуваної ефективності діяльності i -го співробітника за показником продуктивності r .

В свою чергу, кожне контрольне значення $z_{rij\Delta T}^{eff-Z_{eff}}$ може вважатись:
 - або максимально можливим еталонним значенням $z_{rij\Delta T}^{eff-Z_{eff}-max}$ показника продуктивності r (як приклад, дивись абсолютне контрольне значення $z_{ra}^{eff-Z_{eff}-max}$ на графіку 1), яке може бути досягнуто i -им співробітником j -го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT . Ілюстрацією максимально можливого абсолютного контрольного показника $z_{\Delta T}^{eff-Z_{eff}-100\%}$ може вважатись, скажімо, 100% безпомилкових фіксованих за часовий інтервал ΔT відповідей оператора інформаційного центру на вхідні запити клієнтів;

- або мінімально можливим значенням $z_{rij\Delta T}^{eff-Z_{eff}-min}$ показника продуктивності r (дивись, як приклад, абсолютне контрольне значен-

ня $z_{r\lambda}^{\text{eff}-z_{\text{eff}}-\min}$ на графіку 1), яке може бути досягнуте i -им співробітником j -го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT . Ілюстрацією мінімально можливого показника $z_{\Delta T\lambda}^{\text{eff}-z_{\text{eff}}-0\%}$ може вважатись, скажімо, 0% помилкових фіксованих за часовий інтервал ΔT відповідей оператора інформаційного центру на входні запити клієнтів;

- або певним фіксованим (очікуваним) значенням $z_{rij\Delta T\lambda}^{\text{eff}-z_{\text{eff}}-\text{fix}}$ показника продуктивності r (дивись, як приклад, абсолютне контрольне значення $\alpha_{r\lambda}^{\text{eff}-z_{\text{eff}}-\text{fix}}$ на графіку 1), яке може бути досягнуте i -им співробітником j -го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT . Ілюстрацією фіксованого можливого показника $\alpha_{\Delta T\lambda}^{\text{eff}-z_{\text{eff}}-\eta}$ може вважатись, скажімо, запланований у кількісному або грошовому вимірах об'єм η проданих прикрас за часовий інтервал ΔT консультантом з продажу ювелірного магазину.

Розрахунок значень складових сукупності $Z_{A_r} (z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}, z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}, \dots, z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{\max}-A_r})$ характеристик вихідної послідовності A_r виміряних значень $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rijz_{\max}\Delta T\lambda}$ з метою подальшого визначення ступеня досягнення цих розрахованих значень характеристик відповідних очікуваних рівнів (контрольних значень, еталонних параметрів) $z_{rij\Delta T\lambda}^{\text{eff}-1}, z_{rij\Delta T\lambda}^{\text{eff}-2}, \dots, z_{rij\Delta T\lambda}^{\text{eff}-Z_{\max}-\text{eff}}$ сукупності Z_{eff} еталонних значень потенційно може здійснюватися з використанням двох основних підходів: детермінованого підходу і його антоніма – стохастичного підходу.

Під детермінованим (deterministic) підходом слід розуміти такий процес, результат [10] якого можна передбачити точно (чи метод із цілком передбачуваним результатом) або результат [8] якого можна передбачити, оскільки всі причини його виникнення чи відомі, чи є такими самими, як і попередні, або такий опис [11] вихідних даних системи, які можна визначити з певністю.

Під стохастичним (stochastic) підходом слід розуміти такий підхід (процес) [10], кінцева вибірка якого представлена у вигляді пов'язаних випадкових змінних, як правило, упорядкованих у часі чи просторі, або такий підхід [11], який у своїх розрахунках спирається на те, що досліджувана величина виявляє випадковість, тобто визначеність значення, але з певною ймовірністю, або підхід [8], який побудований або характеризується гіпотезою чи припущенням і у своїх розрахунках використовує або містить випадкову величину або процес.

Виходячи з суті наведених визначень детермінованого і стохастичного підходів, будемо розглядати послідовність $A_r (\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rijz_{\max}\Delta T\lambda})$ виміряних значень та сукупність Z_{A_r} характеристик $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}, z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}, \dots, z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{A_r}}$ виміряних значень одночасно у двох вимірах:

а) як умовно детерміновану (обумовлену, передбачувану, фіксовану)

послідовність чітко визначених (оцінених) значень і характеристик цих оцінених значень показника продуктивності r (без врахування впливу на діяльність оціненого персоналу випадкових за своєю природою зовнішніх чи внутрішніх факторів) з подальшою обробкою цієї послідовності з використанням відповідних детермінованих підходів;

б) як реально стохастичну (ймовірнісну, непередбачувану) послідовність визначених (оцінених) значень і характеристик цих оцінених значень показника продуктивності r (з урахуванням впливу на діяльність оціненого персоналу випадкових за своєю природою зовнішніх чи внутрішніх факторів) з подальшою обробкою цієї послідовності з використанням відповідних стохастичних підходів.

В наступних розділах книги буде проведено більш детальний аналіз розрахунків певних складових $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}$, $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}$, ..., $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{\max}-A_r}$ сукупності Z_{A_r} характеристик результатів діяльності i -го співробітника j -го підприємства за оціненим показником продуктивності r в часовому інтервалі вимірювання ΔT , проведених шляхом детермінованої і стохастичної обробки вихідної послідовності A_r відповідних вимірних значень $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rijr_{\max\Delta T\lambda}}$, а також буде проведено детальний взаємно-порівняльний аналіз використання детермінованого і стохастичного підходів при оцінюванні характеристик продуктивності персоналу із залученням основних індикаторів взаємного порівняння.

При цьому, враховуючи те, що вихідна послідовність A_r відповідних вимірних значень $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rijr_{\max\Delta T\lambda}}$, є такою, яка має отримуватись емпірично, тобто на основі [12] результатів практичної діяльності (що базується на експериментах або досвіді більше, ніж на ідеях або теоріях тощо) відповідного співробітника, а не з абстрактних ідей чи теоретичних припущень, проведення зазначеного більш детального аналізу визначення ступеня продуктивності діяльності відповідних фахівців буде здійснюватися з використанням описової або дескриптивної статистики як розділу статистики, який займається обробкою основних статистичних характеристик з вибірки спостережень [13], тобто обробкою отриманих емпіричних даних, використовуючи прості численні описи, такі як визначення середніх показників (міра центральних тенденцій) вимірних значень послідовності A_r , діапазонів розкиду і відхилень (міра розкидань) вимірних значень послідовності A_r та форми або тенденції змін (міра властивостей) вимірних значень послідовності A_r , що разом з відповідними діаграмами і таблицями використовується для більш наочного уявлення отриманих емпіричних даних.

Розділ 2.

Аналіз детермінованого підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу

Більш детально розглянемо застосування детермінованого підходу при оцінюванні ефективності персоналу за результатами аналізу (оброблення) послідовності $\mathbf{A}_r$ вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda})$ показника продуктивності r діяльності i -го співробітника j -го підприємства у відповідний визначений час τ за відповідний визначений інтервал вимірювання ΔT у відповідній визначеній одиниці виміру λ .

Дотримуючись використання детермінованих підходів оброблення даних, вихідну послідовність $\mathbf{A}_r$ вимірних значень можна представити певною сукупністю (множиною) $\mathbf{Z}_{A_r/\det}$ детермінованих характеристик $\mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det-1}, \mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det-2}, \dots, \mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det-Z_{A_r/\det}}$, яку слід вважати підмножиною раніше розглянутої множини $\mathbf{Z}_{A_r}$ детермінованих і стохастичних характеристик $\mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}, \mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}, \dots, \mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{A_r}}$, тобто $\mathbf{Z}_{A_r/\det} \subset \mathbf{Z}_{A_r}$.

Зазначена множина $\mathbf{Z}_{A_r/\det}$ може включати велику різноманітність детермінованих характеристик, що можуть бути використані для фактичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу. Розглянемо окремі з цих детермінованих характеристик, розподіливши їх на три основні підгрупи: підгрупу середніх показників (підгрупу СЗ-Д), підгрупу діапазонів розкиду і відхилень (підгрупу ДРВ-Д) та підгрупу форм або тенденцій змін (підгруп ФТЗ-Д).

1. До підгрупи СЗ-Д середніх показників (мір центральних тенденцій) вимірних значень послідовності $\mathbf{A}_r$ будемо зараховувати наступні детерміновані характеристики:

1.1. Середнє арифметичне значення (arithmetic mean – «am») [10, 13, 14, 15], яке слід розглядати як суму всіх фіксованих вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda})$ послідовності $\mathbf{A}_r$, поділених на загальну кількість $\tau_{\max}$ цих вимірних значень, а саме:

$$\mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-1(am)} = \frac{1}{\tau_{\max}} \sum_{\tau=1}^{\tau_{\max}} \alpha_{rij\tau\Delta T\lambda}. \quad (1)$$

1.2. Середнє зважене значення (weighted mean – «wm») [13], яке слід розглядати як суму всіх зважених (тобто помножених на відповідні значення ваги або вагових коефіцієнтів $(\omega_{rij1\Delta T}, \omega_{rij2\Delta T}, \dots, \omega_{rij\tau_{\max}\Delta T})$ фіксованих вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda})$ поділених на суму всіх ваг цих вимірних значень, а саме:

$$\mathbf{Z}_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-2(wm)} = \frac{\omega_{rij1\Delta T} * \alpha_{rij1\Delta T\lambda} + \omega_{rij2\Delta T} * \alpha_{rij2\Delta T\lambda} + \dots + \omega_{rij\tau_{\max}\Delta T} * \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}}{\omega_{rij1\Delta T} + \omega_{rij2\Delta T} + \dots + \omega_{rij\tau_{\max}\Delta T}}. \quad (2)$$

1.3. Середнє геометричне значення (geometric mean – «gm») [13], яке слід розглядати як корінь ступеня загальної кількості $\tau_{\max}$ вимірних значень із добутоків всіх фіксованих вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) послідовності A_r , а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-3(gm)} = \sqrt[\tau_{\max}]{\alpha_{rij1\Delta T\lambda} * \alpha_{rij2\Delta T\lambda} * \dots * \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}}. \quad (3)$$

1.4. Середнє гармонійне значення (harmonic mean – «hm») [13], яке слід розглядати як загальну кількість $\tau_{\max}$ вимірних значень, поділених на суму всіх зворотних фіксованих вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) послідовності A_r , а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-4(hm)} = \frac{\tau_{\max}}{1/\alpha_{rij1\Delta T\lambda} + 1/\alpha_{rij2\Delta T\lambda} + \dots + 1/\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}}. \quad (4)$$

1.5. Медіана (median – «med») [13], яку слід розглядати як одне з (або як середнє арифметичне двох) вимірних значень скінченної послідовності A_r непарної (або парної) кількості вимірних значень, яке (або які) займає (або займають) середнє за номером (або за номерами) місце (або місця) в упорядкованій (що зростає від найменшого до найбільшого або, навпаки, спадає від найбільшого до найменшого) послідовності вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) а саме:

- для непарної кількості вимірних значень скінченної упорядкованої послідовності $A_r^{\text{med-odd}}$:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-5(\text{med-odd})} = \alpha_{rij(\tau_{\max}^{\text{med}}/2+0,5)\Delta T\lambda}, \quad (5)$$

де:
 $(\tau_{\max}^{\text{med}}/2+0,5)$ – середній номер члена упорядкованої послідовності $A_r^{\text{med-odd}}$ непарних за кількістю вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$);

- для парної кількості вимірних значень скінченної упорядкованої послідовності $A_r^{\text{med-even}}$:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-5(\text{med-even})} = \frac{\alpha_{rij(\tau_{\max}^{\text{med}}/2)\Delta T\lambda} + \alpha_{rij(\tau_{\max}^{\text{med}}/2+1)\Delta T\lambda}}{2}, \quad (6)$$

де:
 $(\tau_{\max}^{\text{med}}/2)$ і $(\tau_{\max}^{\text{med}}/2+1)$ – середні номери членів упорядкованої послідовності $A_r^{\text{med-even}}$ парних за кількістю вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$).

1.6. Мода (mode – «mod») [13], яку слід розглядати як таке (або такі) вимірне (або вимірні) значення скінченної послідовності A_r ,

яке (або які) серед сукупності всіх вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, $\dots$, $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) трапляється (або трапляються) найчастіше, а саме:

- для одномодальної скінченної послідовності $A_r^{\text{mod}-1}$:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-6(\text{mod}-1)} = \alpha_{rij(\tau_{k-1}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}, \quad (7)$$

де:

$\alpha_{rij(\tau_{k-1}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}$ – одне за величиною вимірне значення, яке серед всіх вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, $\dots$, $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) трапляється найчастіше (а саме – k разів);

- для мультимодальної (n -модальної) скінченної послідовності $A_r^{\text{mod}-n}$:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-6(\text{mod}-n)} = \alpha_{rij(\tau_{k-1}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij(\tau_{k-n}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}, \quad (8)$$

де: $\alpha_{rij(\tau_{k-1}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij(\tau_{k-n}^{\text{mod}})\Delta T\lambda}$ – n за величиною вимірних значень, які серед усіх вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, $\dots$, $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) трапляються найчастіше (а саме – k разів), при цьому $n \leq \tau_{max}$.

Звернемо особливу увагу, що наведені вище показники (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 і 8) підгрупи СЗ-Д в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називаються (розглядаються) не як середні показники, а як абсолютні показники або просто показники продуктивності діяльності відповідного персоналу (за минулі періоди) за відповідним параметром.

2. До підгрупи ДРВ-Д діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань) вимірних значень послідовності A_r будемо зараховувати наступні детерміновані характеристики:

2.1. Середнє абсолютне відхилення (mean absolute deviation – «mad») [13], яке слід розглядати як суму абсолютних значень різниць кожного фіксованого вимірного значення ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, $\dots$, $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) послідовності A_r і середнього арифметичного значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-1(\text{am})}$ (1), поділених на загальну кількість τ_{max} цих вимірних значень, а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 2-1(\text{mad})} = \frac{1}{\tau_{max}} \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} |\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda} - Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-1(\text{am})}|. \quad (9)$$

2.2. Середнє відносне відхилення (mean relative deviation – «mrd»), яке слід розглядати як частку від ділення середнього абсолютного відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 2-1(\text{mad})}$ (9) на середнє арифметичне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-1(\text{am})}$ (1), помножену на 100%, а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 2-2(\text{mrd})} = \frac{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 2-1(\text{mad})}}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/\det 1-1(\text{am})}} * 100\%. \quad (10)$$

2.3. Розмах відхилення (range – «ran») [13], який слід розглядати як різницю між максимальним (найбільшим) і мінімальним

(найменшим) вимірними значеннями серед сукупності всіх вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta\tau}, \alpha_{rij2\Delta\tau}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\tau})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$, а саме:

$$Z_{rij\Delta\tau}^{\text{Ar}/\det 2-3(\text{ran})} = \alpha_{rij\Delta\tau}^{\max} - \alpha_{rij\Delta\tau}^{\min}, \quad (11)$$

де:

$\alpha_{rij\Delta\tau}^{\max}$ і $\alpha_{rij\Delta\tau}^{\min}$ – відповідно максимальне і мінімальне вимірні значення серед сукупності всіх вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta\tau}, \alpha_{rij2\Delta\tau}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\tau})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$.

Важливо підкреслити, що наведені вище показники (9, 10 і 11) підгрупи ДРВ-Д у переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називаються (розглядаються) не як показники розкиду і відхилень, а як показники стабільності продуктивності діяльності відповідного персоналу (за минулі періоди) за відповідним параметром (як приклад – чим менше показник відхилення, тим вища стабільність діяльності персоналу за відповідним параметром продуктивності).

3. До підгрупи ФТЗ-Д форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірних значень послідовності $\mathbf{A}_r$ будемо зараховувати наступні детерміновані параметричні і непараметричні характеристики:

3.1. Параметричні характеристики – очікувані (майбутні, прогнотовані) значення $(\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta\tau}, \alpha_{rij\tau_{\max+2}\Delta\tau}, \dots)$ показника продуктивності r діяльності i -го співробітника j -го підприємства у відповідні майбутні часи $\tau_{\max+1}, \tau_{\max+2}, \dots$, що відповідно настануть за часом $\tau_{\max}$ у відповідній визначеній одиниці виміру λ , які визначаються за рахунок параметричної апроксимації лінії тренду вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta\tau}, \alpha_{rij2\Delta\tau}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\tau})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$ з використанням, зокрема, однієї з п'яти основних апроксимуючих функцій $F(\alpha_{rij\tau\Delta\tau})$: лінійної, поліноміальної, експоненціальної, степеневої або логарифмічної [16], за умови максимальної наближеності обраної апроксимуючої функції до вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta\tau}, \alpha_{rij2\Delta\tau}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\tau})$ за методом, наприклад, найменших квадратів, коли $\sum_{\tau=1}^{\tau_{\max}} [F(\alpha_{rij\tau\Delta\tau}) - \alpha_{rij\tau\Delta\tau}]^2 \rightarrow \min$, тобто за критерієм мінімізації суми квадратів різниці показників відповідної апроксимуючої функції і вимірних значень у відповідні визначені часові інтервали вимірювання τ [16, 17], а саме:

3.1.1. Функція лінійної $F_{\text{lin}}(\alpha_{rij\tau\Delta\tau})$ апроксимації (прогнозування) лінії тренду сукупності всіх вже вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta\tau}, \alpha_{rij2\Delta\tau}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\tau})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$:

$$F_{\text{lin}}(\alpha_{rij\tau\Delta\tau}) = a_{\text{lin}1} * \tau + a_{\text{lin}0}, \quad (12)$$

де:

$a_{\text{lin}0}$ і $a_{\text{lin}1}$ – постійні коефіцієнти лінійного тренду –

відповідно коефіцієнт перетинання лінії абсциси і коефіцієнт нахилу [16, 17], які вираховуються наступним чином [16, 17, 18]:

$$\begin{aligned} a_{\text{lin}0} &= F_{\text{linmean}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) - a_{\text{lin}1} * \tau_{\text{mean}}; \\ a_{\text{lin}1} &= \frac{\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} (\tau - \tau_{\text{mean}}) * [F_{\text{lin}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) - F_{\text{linmean}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})]}{\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} (\tau - \tau_{\text{mean}})^2} = \\ &= \frac{\tau_{\text{max}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau * F_{\text{lin}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) - [\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau] * [\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} F_{\text{lin}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})]}{\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^2 - [\sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} F_{\text{lin}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})]^2}; \\ F_{\text{linmean}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) &= \frac{1}{\tau_{\text{max}}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} F_{\text{lin}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}); \\ \tau_{\text{mean}} &= \frac{1}{\tau_{\text{max}}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau. \end{aligned}$$

3.1.2. Функція поліноміальної $F_{\text{pol}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації (прогнозування) лінії тренду сукупності всіх вже вимірених значень $(\alpha_{\text{rij}1\Delta T\lambda}, \alpha_{\text{rij}2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}}\Delta T\lambda})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$:

$$F_{\text{pol}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = a_{\text{poln}} * \tau^n + \dots + a_{\text{pol}1} * \tau + a_{\text{pol}0}, \quad (13)$$

де:

$a_{\text{pol}0}, a_{\text{pol}1}, \dots, a_{\text{poln}}$ – постійні коефіцієнти поліноміального тренду, які вираховуються шляхом розв'язання за допомогою, наприклад, моделей Крамера або методу Гауса-Зейделя системи наступних лінійних рівнянь [18, 19]:

$$\begin{cases} a_{\text{pol}0} * \tau_{\text{max}} + a_{\text{pol}1} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau + \dots + a_{\text{poln}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^n = \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} [F_{\text{pol}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})] \\ a_{\text{pol}0} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau + a_{\text{pol}1} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^2 + \dots + a_{\text{poln}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^{n+1} = \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} [F_{\text{pol}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) * \tau] \\ \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{\text{pol}0} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^n + a_{\text{pol}1} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^{n+1} + \dots + a_{\text{poln}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} \tau^{2n} = \sum_{\tau=1}^{\tau_{\text{max}}} [F_{\text{pol}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) * \tau^n] \end{cases}$$

3.1.3. Функція експоненціальної $F_e(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації (прогнозування) лінії тренду сукупності всіх вже вимірених значень $(\alpha_{\text{rij}1\Delta T\lambda}, \alpha_{\text{rij}2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}}\Delta T\lambda})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$ [16, 18]:

$$F_{e1}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = a_{e0-1} * e^{a_{e1-1} * \tau}, \text{ або} \quad (14)$$

$$F_{e2}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = a_{e0-2} * a_{e1-2} * \tau, \quad (15)$$

чи після відповідних математичних перетворень

$$F_{e1}^*(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = a_{e0-1}^* + a_{e1-1} * \tau, \text{ або} \quad (16)$$

$$F_{e2}^*(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = a_{e0-2}^* + a_{e1-2}^* * \tau, \quad (17)$$

де:

$F_{e1}^*(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = \ln[F_{e1}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})]$ – приведена (приведена до лінійної) функція експоненціальної апроксимації (14);

$F_{e2}^*(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda}) = \log[F_{e2}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta T\lambda})]$ – приведена (приведена до лінійної) функція експоненціальної апроксимації (15);

$a_{e0-1}^* = \ln[a_{e0-1}]$ – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного експоненціального тренду (14) – коефіцієнт перетинання лінії абсциси;

$a_{e0-2}^* = \log[a_{e0-2}]$ – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного експоненціального тренду (15) – коефіцієнт перетинання лінії абсциси;

a_{e1-1} – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного експоненціального тренду (14) – коефіцієнт нахилу;

$a_{e1-2}^* = \log(a_{e1-2})$ – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного експоненціального тренду (15) – коефіцієнт нахилу;

$$a_{e0-1}^* = F_{e1mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda}) - a_{e1-1}^* \tau_{mean};$$

$$a_{e0-2}^* = F_{e2mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda}) - a_{e1-2}^* \tau_{mean};$$

$$a_{e1-1} = \frac{\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} (\tau - \tau_{mean}) * [F_{e1}^*(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda}) - F_{e1mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda})]}{\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} (\tau - \tau_{mean})^2};$$

$$a_{e1-2} = \frac{\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} (\tau - \tau_{mean}) * [F_{e2}^*(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda}) - F_{e2mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda})]}{\sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} (\tau - \tau_{mean})^2};$$

$$F_{e1mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda}) = \frac{1}{\tau_{max}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} F_{e1}^*(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda});$$

$$F_{e2mean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda}) = \frac{1}{\tau_{max}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} F_{e2}^*(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda});$$

$$\tau_{mean} = \frac{1}{\tau_{max}} * \sum_{\tau=1}^{\tau_{max}} \tau.$$

3.1.4. Функція степеневі $F_{pow}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації (прогнозування) лінії тренду сукупності всіх вже вимірених значень $(\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda})$ скінченної послідовності A_r [18]:

$$F_{pow}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda}) = a_{pow0} * \tau^{apow1}, \quad (18)$$

або після відповідних математичних перетворень:

$$F_{pow}^*(\alpha_{rij\tau^*\Delta T\lambda}) = a_{pow0}^* + a_{pow1}^* \tau^*, \quad (19)$$

де:

$F_{pow}^*(\alpha_{rij\tau^*\Delta T\lambda}) = \log[F_{pow}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})]$ – приведена (приведена до лінійної) функція степеневі апроксимації;

$\tau^* = \log(\tau)$ – змінна функції приведенного до лінійного степеневому тренду;

$a_{pow0}^* = \log(a_{pow0})$ – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного степеневому тренду – коефіцієнт перетинання лінії абсциси;

a_{pow1} – постійний коефіцієнт приведенного до лінійного степеневому тренду – коефіцієнт нахилу;

$$a_{pow0}^* = F_{powmean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda}) - a_{pow1}^* \tau_{mean}^*;$$

$$a_{pow1} = \frac{\sum_{\tau^*=1}^{\tau_{max}^*} (\tau^* - \tau_{mean}^*) * [F_{pow}^*(\alpha_{rij\tau^*\Delta T\lambda}) - F_{powmean}^*(\alpha_{rij\Delta T\lambda})]}{\sum_{\tau^*=1}^{\tau_{max}^*} (\tau^* - \tau_{mean}^*)^2};$$

$$F_{\text{powmean}}^*(\alpha_{\text{rij}\Delta\tau\lambda}) = \frac{1}{\tau_{\text{max}}^*} * \sum_{\tau^*=\log(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} F_{\text{pow}}^*(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda});$$

$$\tau_{\text{mean}}^* = \frac{1}{\tau_{\text{max}}^*} * \sum_{\tau^*=\log(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} \tau.$$

3.1.5. Функція логарифмічної $F_{\text{ln}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta\tau\lambda})$ апроксимації (прогнозування) лінії тренду сукупності всіх вже вимірених значень $(\alpha_{\text{rij}1\Delta\tau\lambda}, \alpha_{\text{rij}2\Delta\tau\lambda}, \dots, \alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}}\Delta\tau\lambda})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$:

$$F_{\text{ln}}(\alpha_{\text{rij}\tau\Delta\tau\lambda}) = a_{\text{ln}0} + a_{\text{ln}1} * \ln(\tau), \quad (20)$$

або після відповідних математичних перетворень:

$$F_{\text{ln}}^*(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda}) = a_{\text{ln}0} + a_{\text{ln}1} * \tau^*, \quad (21)$$

де:

$F_{\text{ln}}^*(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda})$ – приведена (приведена до лінійної) функція логарифмічної апроксимації;

$\tau^* = \ln(\tau)$ – змінна функції приведенного до лінійного логарифмічного тренду;

$a_{\text{ln}0}$ – постійний коефіцієнт логарифмічного тренду – коефіцієнт перетинання лінії абсциси;

$a_{\text{ln}1}$ – постійний коефіцієнт логарифмічного тренду – коефіцієнт нахилу;

$$a_{\text{ln}0} = F_{\text{ln}}^*(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda}) - a_{\text{ln}1} * \tau_{\text{mean}}^* ;$$

$$a_{\text{ln}1} = \frac{\sum_{\tau^*=\ln(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} (\tau^* - \tau_{\text{mean}}^*) * [F_{\text{ln}}(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda}) - F_{\text{lnmean}}^*(\alpha_{\text{rij}\Delta\tau\lambda})]}{\sum_{\tau^*=\ln(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} (\tau^* - \tau_{\text{mean}}^*)^2} ;$$

$$F_{\text{lnmean}}^*(\alpha_{\text{rij}\Delta\tau\lambda}) = \frac{1}{\tau_{\text{max}}^*} * \sum_{\tau^*=\ln(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} F_{\text{ln}}^*(\alpha_{\text{rij}\tau^*\Delta\tau\lambda});$$

$$\tau_{\text{mean}}^* = \frac{1}{\tau_{\text{max}}^*} * \sum_{\tau^*=\ln(1)}^{\tau_{\text{max}}^*} \tau.$$

3.2. Непараметричні характеристики – очікувані (майбутні, прогнозовані) значення $(\alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}+1}\Delta\tau\lambda})$ показника продуктивності $\mathbf{r}$ діяльності $\mathbf{i}$ -го співробітника $\mathbf{j}$ -го підприємства у відповідний майбутній час $\tau_{\text{max}+1}$, що відповідно наступає за часом τ_{max} у відповідній визначеній одиниці виміру λ , які визначаються за рахунок непараметричної апроксимації шляхом згладжування вимірених значень $(\alpha_{\text{rij}1\Delta\tau\lambda}, \alpha_{\text{rij}2\Delta\tau\lambda}, \dots, \alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}}\Delta\tau\lambda})$ скінченної послідовності $\mathbf{A}_r$ з використанням, зокрема, методів рухомого середнього простого [17] або зваженого [20, 21] та експоненціального згладжування [17], за умови [22] мінімізації довірчого інтервалу $\Delta\alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}+1}\Delta\tau\lambda}$, тобто коли $\Delta\alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}+1}\Delta\tau\lambda} = v_{\tau,P} * s_{\tau,\alpha} \rightarrow \min$ [при відповідному значенні $v_{\tau,P}$ розподілу Стюдента з τ (а саме, $\tau_{\text{max}} - 1$) ступенями свободи та при обраному рівні довірчої імовірності P (а саме, $P_{\Delta\alpha_{\text{rij}\tau_{\text{max}+1}\Delta\tau\lambda}}$), а також при приведенному значенні $s_{\tau,\alpha}$ ($s_{\tau,\alpha} = \frac{s_{\tau,\alpha}}{\sqrt{\tau_{\text{sample}}}}$) середньоквадратичного відхилення $s_{\tau,\alpha}$

$$(S_{\tau, \alpha} = \sqrt{\frac{\sum_{\tau=\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1}^{\tau_{\max}} (\alpha_{rij\tau\Delta T} - \alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T})^2}{\tau_{\text{sample}} - 1}}) \text{ кожного з вибірки } \tau_{\text{sample}}$$

виміряних значень $(\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T}, \alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T})$ і прогнозованого значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$], а саме:

3.2.1. Метод простого рухомого середнього згладжування (апроксимації, прогнозування) всіх чи частини (вибірки τ_{sample}) з усіх вже виміряних значень $(\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T}, \alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T})$ скінченної послідовності A_r , що дозволяє визначити (спрогнозувати) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ в майбутній час $\tau_{\max+1}$, а саме:

$$\hat{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T} = \frac{\sum_{\tau=\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1}^{\tau_{\max}} \alpha_{rij\tau\Delta T}}{\tau_{\text{sample}}}, \quad (22)$$

де:

$\hat{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ – прогноз (оцінка) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ показника продуктивності r в майбутній час $\tau_{\max+1}$, побудований з використанням методу простого рухомого середнього;

τ_{sample} – розмір вибірки вже виміряних найбільш нещодавніх значень $(\alpha_{rij1\Delta T}, \alpha_{rij2\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\text{sample}}\Delta T})$, які використовуються для прогнозування (отримання оцінки) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ при цьому $\tau_{\text{sample}} \leq \tau_{\max}$.

3.2.2. Метод зваженого рухомого середнього згладжування (апроксимації, прогнозування) всіх чи частини (вибірки τ_{sample}) зі всіх зважених (тобто помножених на відповідні значення ваги або вагових коефіцієнтів $\omega_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T}, \omega_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T}, \dots, \omega_{rij\tau_{\max}\Delta T}$) фіксованих значень $(\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T}, \alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T})$ скінченної послідовності A_r , що дозволяє визначити (спрогнозувати) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ в майбутній час $\tau_{\max+1}$, а саме:

$$\hat{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T} = \frac{\sum_{\tau=\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1}^{\tau_{\max}} \omega_{rij\tau\Delta T} * \alpha_{rij\tau\Delta T}}{\tau_{\text{sample}}}, \quad (23)$$

де:

$\hat{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ – прогноз (оцінка) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ показника продуктивності r в майбутній час $\tau_{\max+1}$, побудований з використанням методу зваженого рухомого середнього.

3.2.3. Метод експоненціального згладжування (апроксимації, прогнозування) фіксованих значень $(\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T}, \alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T}, \dots, \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T})$ скінченної послідовності A_r , що дозволяє визначити (спрогнозувати) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ в майбутній час $\tau_{\max+1}$, а саме:

$$\tilde{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T} = \theta * \alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T} + (1 - \theta) * \tilde{z}_{rij\tau_{\max}\Delta T}, \quad (24)$$

де:

$\tilde{z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ – прогноз (оцінка) значення $\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T}$ показника продуктивності r в майбутній час $\tau_{\max+1}$, побудований з використанням методу експоненціального згладжування;

$\tilde{z}_{rij\tau_{\max}\Delta t\lambda}$ – прогноз (оцінка) значення $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta t\lambda}$ показника продуктивності r в минулий час $\tau_{\max}$, побудований з використанням методу експоненціального згладжування;

θ – константа згладжування ($0 \leq \theta \leq 1$).

Важливо підкреслити, що наведені вище показники (12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 і 24) підгрупи ФТЗ-Д у переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називаються (розглядаються) не як показники форм або тенденцій змін, а як абсолютні очікувані показники або просто очікувані показники продуктивності діяльності відповідного персоналу (в майбутні періоди) за відповідним параметром.

Розділ 3.

Аналіз стохастичного підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу

Більш детально розглянемо застосування стохастичного підходу при оцінюванні ефективності персоналу за результатами аналізу (оброблення) послідовності A_r вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) показника продуктивності r діяльності i -го співробітника j -го підприємства у відповідний визначений час τ за відповідний визначений інтервал вимірювання ΔT у відповідній визначеній одиниці виміру λ .

Дотримуючись використання стохастичних підходів оброблення даних, вихідну послідовність A_r вимірних значень можна представити певною сукупністю (множиною) $Z_{A_r/stoch}$ стохастичних характеристик $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch-1}$, $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch-2}$, ..., $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch-Z_{A_r/stoch}}$, яку слід вважати підмножиною раніше розглянутої множини Z_{A_r} детермінованих і стохастичних характеристик $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}$, $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}$, ..., $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{A_r}}$, тобто $Z_{A_r/stoch} \subset Z_{A_r}$.

Зазначена множина $Z_{A_r/stoch}$ може включати певну різноманітність стохастичних характеристик, що можуть бути використані для фактичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу. Розглянемо окремі з цих стохастичних характеристик, розподіливши їх також на три основні підгрупи: підгрупу середніх показників (підгрупу СЗ-С абсолютних показників), підгрупу діапазонів розкиду і відхилень (підгрупу ДРВ-С показників стабільності) та підгрупу форм або тенденцій змін (підгрупу ФТЗ-С очікуваних показників).

1. До підгрупи СЗ-С середніх показників (мір центральних тенденцій) вимірних значень послідовності A_r будемо зараховувати наступну стохастичну характеристику:

1.1. Математичне сподівання (expected value or mathematical expectation – «me») [23, 24], яке слід розглядати як суму добутоків усіх можливих ($\alpha_{1-rij\Delta T\lambda}$, $\alpha_{2-rij\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{\alpha_{max}^*-rij\Delta T\lambda}$) значень множини A_r^* відповідного вимірюваного показника продуктивності r серед усіх його фіксованих вимірних значень ($\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{max}\Delta T\lambda}$) послідовності A_r на ймовірність настання цих можливих значень, а саме:

$$z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)} = \sum_{\alpha^*=1}^{\alpha_{max}^*} \alpha_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^* P_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}, \quad (25)$$

де:

α^* – α^* -ий номер відмінного значення відповідного показника продуктивності серед усіх його можливих вимірних значень, $\alpha^*=1, \alpha_{max}^*$, $\alpha_{max}^* \leq \tau_{max}$;

$\alpha_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^*$ – α^* -е відмінне значення відповідного показника

продуктивності серед усіх його можливих вимірних значень,
 $\alpha_{1-r_{ij}\Delta T\lambda} < \alpha_{2-r_{ij}\Delta T\lambda} < \dots < \alpha_{\alpha_{\max}^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$;

A_r^* – послідовність (множина) всіх можливих значень відповідного показника продуктивності, $A_r^* = \{\alpha_{1-r_{ij}\Delta T\lambda}, \alpha_{2-r_{ij}\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\alpha_{\max}^*-r_{ij}\Delta T\lambda}\}$, послідовність A_r є підмножиною множини A_r^* , $A_r^* \supset A_r$;

$P_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$ – ймовірність набуття відповідним показником продуктивності можливого значення $\alpha_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$, $P_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda} = \frac{k_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}}{\tau_{\max}}$;

$k_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$ – кількість вимірних значень з послідовності A_r , які дорівнюють значенню $\alpha_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$ множини A_r^* , $\sum_{\alpha^*=1}^{\alpha_{\max}^*} k_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda} = \tau_{\max}$.

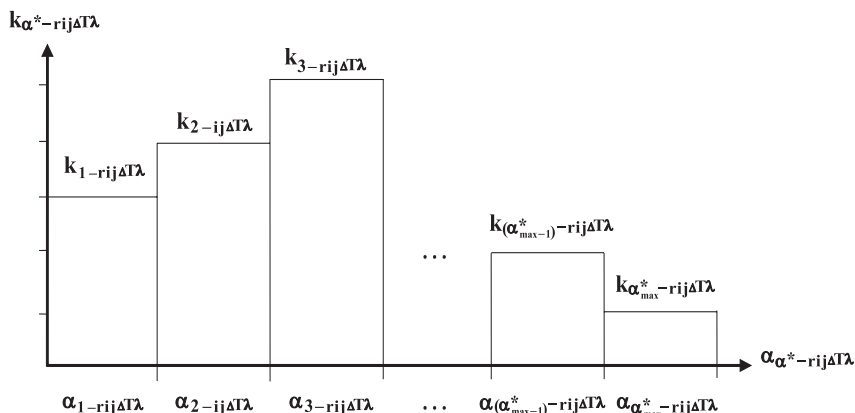
Підкреслимо, що наведене вище математичне сподівання (25) підгрупи СЗ-С в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називається (розглядається) не як середній показник, а як абсолютний показник або просто показник продуктивності діяльності відповідного персоналу (як за минулі, так і в майбутні періоди) за відповідним параметром.

Звернемо увагу, що послідовність A_r^* можливих значень вимірюваного показника продуктивності r , як і послідовність A_r вимірних значень даного показника, у подальшому будемо розглядати виключно як скінчену множину, тобто множину, яка не має нескінченної кількості членів. У переважній більшості випадків множина A_r вимірних значень, як і кількість $k_{\alpha^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$ її відповідних вимірних значень, які дорівнюють значенням множини A_r^* , для наочності може бути зведена у відповідну форму обліку результатів вимірювання, наприклад у вигляді наведених нижче таблиці 2 та/або графіка (гістограми) 2.

Таблиця 2

Таблиця обліку кількості вимірних показників продуктивності r
 i -го співробітника j -го підприємства відповідно до можливих
значень цього показника продуктивності

Найменування параметра	Значення параметра				
Значення показників r	$\alpha_{1-r_{ij}\Delta T\lambda}$	$\alpha_{2-r_{ij}\Delta T\lambda}$	$\alpha_{3-r_{ij}\Delta T\lambda}$	...	$\alpha_{\alpha_{\max}^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$
Кількість показників r	$k_{1-r_{ij}\Delta T\lambda}$	$k_{2-r_{ij}\Delta T\lambda}$	$k_{3-r_{ij}\Delta T\lambda}$	...	$k_{\alpha_{\max}^*-r_{ij}\Delta T\lambda}$



Графік 2.

Графік (гістограма) обліку кількості вимірних показників продуктивності r i -го співробітника j -го підприємства відповідно до можливих значень цього показника продуктивності

Під гістограмою (histogram) будемо розуміти [9, 13, 25, 26] діаграму (графік), що складається з прямокутників (стовпців), висота (значення по вертикальній осі) яких дорівнює кількості виникнення можливих значень вимірюваного показника r (тобто значенню $k_{\alpha^* - rij\Delta T\lambda}$), а ширина (значення по горизонтальній осі) яких дорівнює інтервалу можливих значень вимірюваного показника r (тобто значенню $\alpha_{\alpha^* - rij\Delta T\lambda}$).

2. До підгрупи ДРВ-С діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидів) вимірних значень послідовності A_r будемо зараховувати наступні стохастичні характеристики:

2.1. Стандартне відхилення (standard deviation – «sd») [23], яке слід розглядати як корінь квадратний з суми квадратів різниці всіх можливих $(\alpha_{1-rij\Delta T\lambda}, \alpha_{2-rij\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\alpha_{max}^* - rij\Delta T\lambda})$ значень множини A_r відповідного вимірюваного показника продуктивності r серед всіх його фіксованих вимірних значень $(\alpha_{rij1\Delta T\lambda}, \alpha_{rij2\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{rij\alpha_{max}^* \Delta T\lambda})$ послідовності A_r та відповідного математичного сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$ (25), помноженої на ймовірність настання зазначених можливих значень, а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)} = \sqrt{\sum_{\alpha^*=1}^{\alpha_{max}^*} [(\alpha_{\alpha^* - rij\Delta T\lambda} - Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)})^2 P_{\alpha^* - rij\Delta T\lambda}]}. \quad (26)$$

2.2. Коефіцієнт варіації (coefficient of variation – «cv») [23], який слід розглядати як частку від ділення стандартного відхилення

$z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$ (26) на середнє арифметичне значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-1(am)}$ (1) або на математичне сподівання $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$ (25), помножену на 100%, а саме:

$$z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-2(cv)} = \frac{z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}}{z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-1(am)}} * 100\% = \frac{z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}}{z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}} * 100\%. \quad (27)$$

Ще раз підкреслимо, що наведені вище показники (26 і 27) підгрупи ДРВ-С в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називаються (розглядаються) не як показники розкиду і відхилень, а як показники стабільності продуктивності діяльності відповідного персоналу (як за минулі, так і в майбутні періоди) за відповідним параметром (як приклад – чим менше показник відхилення, тим вище стабільність діяльності персоналу за відповідним параметром продуктивності).

3. До підгрупи ФТЗ-С форм або тенденцій змін (мір властивостей) виміряних значень послідовності A_r будемо зараховувати наступні стохастичні характеристики:

3.1. Коефіцієнт асиметрії (Karl Pearson's coefficient of skewness – «cs») [23], який слід розглядати як частку від ділення центрального моменту 3-го порядку $\mu_{3\alpha-rij\Delta T\lambda}$ послідовності всіх можливих $(\alpha_{1-rij\Delta T\lambda}, \alpha_{2-rij\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\alpha_{max}^*-rij\Delta T\lambda})$ значень множини A_r^* відповідного вимірюваного показника продуктивності та кубу стандартного відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$ (26), а саме:

$$z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-1(cs)} = \frac{\mu_{3\alpha-rij\Delta T\lambda}}{[z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}]^3}, \quad (28)$$

де:

$$\mu_{3\alpha-rij\Delta T\lambda} = \sum_{\alpha^*=1}^{\alpha_{max}^*} [\alpha_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda} - z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}]^3 * p_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}.$$

Звернемо особливу увагу, що наведений вище коефіцієнт асиметрії (28) підгрупи ФТЗ-С в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називається (розглядається) не як показник форм або тенденцій змін, а як показник перспективності на покращення або погіршення продуктивності діяльності відповідного персоналу (як за минулі, так і в майбутні періоди) за відповідним параметром (як приклад – від'ємне значення коефіцієнта асиметрії показує на перспективу збільшення абсолютного показника продуктивності діяльності персоналу за відповідним параметром продуктивності – і навпаки).

3.2. Коефіцієнт ексцесу (Karl Pearson's coefficient of kurtosis – «ck») [23], який слід розглядати як частку від ділення центрального моменту 4-го порядку $\mu_{4\alpha-rij\Delta T\lambda}$ послідовності всіх можливих $(\alpha_{1-rij\Delta T\lambda}, \alpha_{2-rij\Delta T\lambda}, \dots, \alpha_{\alpha_{max}^*-rij\Delta T\lambda})$ значень множини A_r^* відповідного вимірюваного показника продуктивності та стандартного відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$ (26) у четвертому ступені зменшену на 3 одиниці, а саме:

$$Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-2(ck)} = \frac{\mu_{4\alpha-rij\Delta T\lambda}}{[Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}]^4} - 3, \quad (29)$$

де:

$$\mu_{4\alpha-rij\Delta T\lambda} = \sum_{\alpha^*=1}^{\alpha^*_{max}} [(\alpha\alpha^*-rij\Delta T\lambda - Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)})^4 * p_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}].$$

Звернемо особливу увагу, що наведений вище коефіцієнт ексцесу (29) підгрупи ФТЗ-С в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називається (розглядається) не як показник форм або тенденцій змін, а як показник стрімкості покращення або погіршення продуктивності діяльності відповідного персоналу (як за минулі, так і в майбутні періоди) за відповідним параметром [як приклад – чим менше коефіцієнт ексцесу, тим вище стрімкість покращення або погіршення (в залежності від значення коефіцієнту асиметрії) продуктивності діяльності персоналу за відповідним параметром продуктивності].

3.3. Ймовірність (фактична) (probability density – «pd») [23] неперевикнення показником продуктивності, що вимірюється, можливого значення $\alpha\alpha^*-rij\Delta T\lambda$, а саме:

$$Z_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(pd)} = p(\alpha_{rij\Delta T\lambda} \leq \alpha\alpha^*-rij\Delta T\lambda) = \sum_{i=1}^{\alpha^*} \frac{k_i-rij\Delta T\lambda}{\tau_{max}}. \quad (30)$$

Зазначена ймовірність (фактична) $Z_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(pd)}$ (30) може бути представлена як ймовірність у приведеному вигляді (relative probability density – «rpd») – приведену до значення математичного сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$ (25), тобто як ймовірність неперевикнення частки від ділення [показника продуктивності, що вимірюється, на математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$] іншої частки від ділення [можливого значення $\alpha\alpha^*-rij\Delta T\lambda$ на математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$], а саме:

$$Z_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(rpd)} = p\left(\frac{\alpha_{rij\Delta T\lambda}}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}} \leq \frac{\alpha\alpha^*-rij\Delta T\lambda}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}}\right) = \sum_{i=1}^{\alpha^*} \frac{k_i-rij\Delta T\lambda}{\tau_{max}}. \quad (31)$$

Звернемо особливу увагу, що наведені вище фактична і приведена ймовірності (30 і 31) підгрупи ФТЗ-С при практичному застосуванні так і розглядаються, як фактична і приведена ймовірності досягнення відповідним персоналом у майбутні періоди певних значень продуктивності діяльності за відповідним параметром.

3.4. Довірчий інтервал (абсолютний) оцінювання (confidence interval – «ci») [23], в межах якого із заданою довірчою ймовірністю (confidence probability – «cp») $p_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{cp}$ а відповідно – із заданим довірчим рівнем (confidence level – «cl») $p_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{cl}$ за минулі часи $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{max}$ оцінювалось значення математичного сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$ (або в майбутній час $\tau_{max+next\ times}$ слід очікувати значення $\alpha_{rij\tau_{max+next\ times}\Delta T\lambda}$ вимірювального показника продуктивності r), а саме:

$$Z_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(ci)} = \frac{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}}{\sqrt{\tau_{max}}} * p_{\alpha^*-rij\Delta T\lambda}^{cl}. \quad (32)$$

Зазначений довірчий інтервал (абсолютний) оцінювання $Z_{\alpha^k - rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(ci)}$ (32) може бути представлений як довірчий інтервал у відносному вигляді (relative confidence interval – «rci») – відносному до значення математичного сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}$ (25), тобто як частка від ділення довірчого інтервалу оцінювання $Z_{\alpha^k - rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(ci)}$ на математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}$, помножена на 100%, а саме:

$$Z_{\alpha^k - rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(rci)} = \frac{Z_{\alpha^k - rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}} * 100\%. \quad (33)$$

Звернемо особливу увагу, що наведені вище абсолютний і відносний довірчі інтервали (32 і 33) підгрупи ФТЗ-С в переважній більшості випадків при практичному застосуванні спрощено називаються (розглядаються) не як показник форм або тенденцій змін, а як показник точності оцінки значення математичного сподівання відповідного параметра продуктивності діяльності відповідного персоналу (як за минулі, так і в майбутні періоди) [як приклад – чим менше довірчий інтервал, тим вище точність оцінки показника продуктивності діяльності персоналу за відповідно заданої довірчої ймовірності].

Розділ 4.

Взаємно порівняльний аналіз детермінованого і стохастичного підходів при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу

Для здійснення порівняльного аналізу детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу перш за все мають бути визначені основні індикатори (показники, параметри) взаємного порівняння, використання яких дозволить серед усіх показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу відібрати ті показники, які максимально повно і точно характеризуватимуть ефективність попередньої діяльності персоналу чи прогнозуватимуть ефективність його діяльності у майбутньому.

В якості зазначених показників можуть бути, зокрема, використані наступні основні індикатори взаємного порівняння показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу:

1. Індикатор **PF** (past-future) можливості використання показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулому (**in the past**) та/або у майбутньому (**in the future**). Правомірно вважати показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулому показниками **оцінки результатів** діяльності персоналу, а показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу у майбутньому – показниками **прогнозування результатів** діяльності персоналу.

2. Індикатор **IC** (informational content) інформативності показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Зазначений індикатор **IC** має характеризувати можливості показника оцінювання у визначенні середнього рівня (**IC-mean**), та/або рівня розкиду (**IC-dispersion**), та/або рівня тенденцій змін (**IC-change**) показників продуктивності персоналу, а також має характеризувати можливості показника оцінювання у порівняльному визначенні рівня продуктивності різних оцінюваних співробітників, які працюють в однакових (**IC-e-condition**) та/або різних (**IC-d-condition**) умовах за одними (**IC-e-direction**) та/або різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності.

3. Індикатор **AC** (accuracy) точності показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Зазначений індикатор **AC** має характеризувати точність розрахунку показника оцінювання (за обов'язкового умовного припущен-

ня, що інструментальні/приборні і суб'єктивні/особисті похибки є відсутніми) як абсолютну точність **AC-A**, та/або як відносну параметричну точність **AC-RC**, що залежить від точності складових розрахунку показника оцінювання, та/або як відносну методологічну точність **AC-RM**, що залежить від точності методики розрахунку показника оцінювання).

4. Індикатор **SM** (simplicity) простоти отримання показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

При цьому зазначимо, що безпосередні математичні розрахунки того чи іншого показника оцінювання ступеня продуктивності персоналу хоча, з одного боку, і будуть мати різні ступені складнощів, з іншого боку, будуть здійснюватися (тобто всі зазначені складнощі будуть долатися) апаратними засобами, а тому згадані складнощі не мають бути відчутними для представників підприємств, відповідальних за розрахунок відповідних показників. На підставі зазначеного ступінь складнощів математичних розрахунків показника оцінювання ступеня продуктивності персоналу не має враховуватись індикатором **SM**.

Індикатор **SM** фактично має характеризувати ступінь складнощів (простоти) збирання (фіксації) вимірних значень показника продуктивності **r** кожного **i**-го співробітника відповідного **j**-го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT , а саме, як 1-й ступінь складнощів (найпростіший) **SM-month** фіксації вимірних значень 1 раз на місяць, та/або як 2-й ступінь складнощів (складніший) **SM-week** фіксації вимірних значень 1 раз на тиждень, та/або як 3-й ступінь складнощів (більш складніший) **SM-day** фіксації вимірних значень 1 раз на день, та/або як 4-й ступінь складнощів (ще більш складніший) **SM-hour** фіксації вимірних значень 1 раз на годину тощо.

5. Індикатор **CS** (cost) вартості показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Зазначений індикатор **CS** має характеризувати витрати на розрахунок показника оцінювання одного оцінюваного співробітника як витрат **CS-staff** від загальних місячних витрат з утримання цього оцінюваного робітника, пропорційно часу його залучення до визначення і фіксації ним вимірних значень показника власної продуктивності **r**, як витрат **CS-specialists** від загальних місячних витрат спеціалістів-оцінщиків, пропорційно часу їхнього залучення до визначення, фіксації і оброблення вимірних значень та розрахунку показника продуктивності **r** оцінюваного співробітника, та як ринкових витрат **CS-hard&soft** на

придбання і користування апаратним обладнанням і програмним забезпеченням визначення, фіксації і оброблення виміряних значень та розрахунку показника продуктивності r оцінюваного співробітника.

При цьому місячні витрати **CS-staff** (**CS-staff** – місячні витрати $Q_{rij-month}^{CS-staff}$ на оцінювання показника продуктивності r для i -го співробітника j -го підприємства) можуть бути представлені як добуток $Q_{rij-month}^{CS-staff}$ множення загальних місячних витрат $Q_{ij-month}^{Total}$ з утримання i -го оцінюваного спеціаліста на частку від ділення часу залучення цього i -го оцінюваного робітника до визначення і фіксації ним виміряних значень показника власної продуктивності r на загальну тривалість $T_{ij-month}^{Total}$ роботи цього i -го оцінюваного працівника на місяць, а саме:

$$CS-staff = Q_{rij-month}^{CS-staff} = Q_{ij-month}^{Total} * \frac{T_{rij-month}^{CS-staff}}{T_{ij-month}^{Total}}.$$

В свою чергу, місячні витрати **CS-specialists** (**CS-specialists** – місячні витрати $Q_{rij-month}^{CS-specialists}$ на оцінювання показника продуктивності r для i -го співробітника j -го підприємства) можуть бути представлені як добуток $Q_{rij-month}^{CS-specialists}$ множення загальних місячних витрат $Q_{Specialistsj-month}^{Total}$ з утримання спеціалістів-оцінщиків на частку від ділення часу $T_{rij-month}^{CS-specialists}$ залучення спеціалістів-оцінщиків до визначення, фіксації і оброблення виміряних значень та розрахунку показника продуктивності r для i -го оцінюваного співробітника на загальну тривалість $T_{Specialistsj-month}^{Total}$ роботи цих спеціалістів-оцінщиків на місяць, а саме:

$$CS-specialists = Q_{rij-month}^{CS-specialists} = Q_{Specialistsj-month}^{Total} * \frac{T_{rij-month}^{CS-specialists}}{T_{Specialistsj-month}^{Total}}.$$

Безумовно, наведений перелік основних індикаторів **PF**, **IC**, **AC**, **SM** та **CS** не може претендувати на абсолютну повноту – будь-яке дослідження персоналу може використовувати, крім вищенаведених показників, також інші додаткові індикатори взаємного порівняння показників оцінювання ступеня продуктивності різного роду персоналу.

Для більшої наочності взаємного порівняння всі проаналізовані детерміновані і стохастичні показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу (дивись розділ 2 і розділ 3 відповідно) і притаманні їм значення наведених вище порівняльних індикаторів **PF**, **IC**, **AC**, **SM** та **CS** зведені до таблиці 3.

Таблиця 3

Таблиця взаємного порівняння
детермінованих і стохастичних показників оцінювання ступеня
продуктивності персоналу з використанням порівняльних
індикаторів PF, IC, AC, SM та CS

Найменування показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу	Найменування індикаторів порівняння				
	PF (індикатор «past-future»)	IC (індикатор інформативності)	AC (індикатор точності)	SM (індикатор простоти)	CS (індикатор вартості)
1. Детерміновані показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу					
1.1. Підгрупа СЗ-Д середніх показників (мір центральних тенденцій) вимірних значень					
Середнє арифметичне значення $A_{r/det1-1(am)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Середнє зважене значення $A_{r/det1-2(wm)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction	AC-RC (точність, що залежить від точності визначення застосованих вагових коефіцієнтів ω)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Середнє геометричне значення $A_{r/det1-3(gm)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Середнє гармонійне значення $A_{r/det1-4(hm)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Медіана $A_{r/det1-5(med-odd)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$ $A_{r/det1-5(med-even)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Мода $A_{r/det1-6(mod-1)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$ $A_{r/det1-6(mod-n)}$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

1.2. Підгрупа ДРВ-Д діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань) вимірюваних значень

Середнє абсолютне відхилення $A_r/det2-1(mad)$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-dispersion, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Середнє відносне відхилення $A_r/det2-2(mrd)$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-dispersion, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Розмах відхилення $A_r/det2-3(ran)$ $Z_{rij\Delta T\lambda}$	Оцінка ступеня продуктивності персоналу у минулому (in the past)	IC-dispersion, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

1.3. Підгрупа ФТЗ-Д форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірюваних значень

Функція лінійної $F_{lin}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом найменших квадратів)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Функція поліноміальної $F_{pol}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом найменших квадратів)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Функція експоненціальної $F_e(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом найменших квадратів)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Функція степеневі $F_{pow}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом найменших квадратів)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

Функція логарифмічної $F_{\ln}(\alpha_{rijt\Delta t\lambda})$ апроксимації лінії тренду	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом найменших квадратів)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Метод простого середнього $\hat{Z}_{rijt_{\max+1}\Delta t\lambda}$	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Метод зваженого рухомого середнього $\hat{\hat{Z}}_{rijt_{\max+1}\Delta t\lambda}$	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction	AC-RC (точність, що залежить від точності визначення застосованих вагових коефіцієнтів ω) AC-RM (за методом оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Метод експоненціальної апроксимації $\hat{\tilde{Z}}_{rijt_{\max+1}\Delta t\lambda}$	Прогнозування ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RC (точність, що залежить від точності визначення константи згладжування θ) AC-RM (за методом оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

2. Стохастичні показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу					
2.1. Підгрупа СЗ-С середніх показників (мір центральних тенденцій) вимірних значень					
Математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-mean, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-RM (за методом оцінки довірчих інтервалів із заданим довірчим рівнем з використанням функції стандартного нормального розподілу)	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
2.2. Підгрупа ДРВ-С діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань) вимірних значень					
Стандартне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-dispersion, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Коефіцієнт варіації $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-2(cv)}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-dispersion, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
2.3. Підгрупа ФТЗ-С форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірних значень					
Коефіцієнт асиметрії $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-1(cs)}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

Коефіцієнт експесу $Z_{\Lambda_T/\text{stoch3}-2(\text{ck})}$ $Z_{r_{ij}\Delta T\Lambda}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Ймовірність (фактична) $Z_{\Lambda_T/\text{stoch3}-3(\text{pd})}$ $Z_{\alpha^k - r_{ij}\Delta T\Lambda}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Ймовірність (приведена) $Z_{\Lambda_T/\text{stoch3}-3(\text{rpd})}$ $Z_{\alpha^k - r_{ij}\Delta T\Lambda}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Довірчий інтервал (абсолютний) оцінювання $Z_{\Lambda_T/\text{stoch3}-4(\text{ci})}$ $Z_{\alpha^k - r_{ij}\Delta T\Lambda}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-e-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft
Довірчий інтервал (відносний) оцінювання $Z_{\Lambda_T/\text{stoch3}-4(\text{rci})}$ $Z_{\alpha^k - r_{ij}\Delta T\Lambda}$	Оцінка і прогнозування ступеня продуктивності персоналу у минулому і у майбутньому (in the past and in the future)	IC-change, IC-e-condition, IC-d-condition, IC-e-direction, IC-d-direction	AC-A	SM-month або SM-week або SM-day або SM-hour тощо	CS-staff + +CS-specialists+ +CS-hard&soft

Як впливає з аналізу даних таблиці 3, всі наведені детерміновані і стохастичні показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу є майже ідентичними за індикаторами простоти **SM** і вартості

CS, адже ступінь складнощів збирання виміряних значень показника продуктивності буде визначатись виключно кількістю фіксацій виміряних значень незалежно від показника оцінювання ступеня продуктивності персоналу, також як витрати на розрахунок показників оцінювання буде визначатись виключно пропорційно часткам місячних витрат з утримання оцінюваного робітника та спеціаліста-оцінщика (які, в свою чергу, пропорційні кількості фіксацій виміряних значень) та ринковими витратами на відповідні апаратні та програмні засоби визначення, фіксації і оброблення виміряних значень (які майже незалежні від показника оцінювання ступеня продуктивності персоналу). Зазначена ідентичність по індикаторах простоти і вартості базується на тому, що, по-перше, загальна кількість вхідних даних (тобто кількість фіксацій виміряних значень) є однаковою для різних показників оцінювання персоналу, а тому, по-друге, майже однаковими є і ринкові витрати на відповідні апаратні та програмні засоби визначення, фіксації і оброблення виміряних значень, незважаючи на певні відносно незначні математичні відмінності розрахунків показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

На підставі зазначеного критичними індикаторами при порівнянні наведених детермінованих і стохастичних показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу, в першу чергу, мають залишатись три індикатори:

- індикатор **PF** можливості використання показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулому та/або у майбутньому (індикатор «минулого-майбутнього»);
- індикатор **IC** інформативності показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу;
- індикатор **AC** точності показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Проведемо більш детальне порівняння детермінованих і стохастичних показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу з використанням порівняльних індикаторів **PF**, **IC** і **AC**.

Згідно з аналізом даних в таблиці 3, всі наведені детерміновані і стохастичні показники продуктивності персоналу за індикатором **PF** «минулого-майбутнього» можуть бути чітко розділені на три наступні групи:

- Групу **PST** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулому (оцінка результатів діяльності персоналу), до якої належать усі детерміновані показники підгрупи **СЗ-Д** середніх показників та підгрупи **ДРВ-Д** діапазонів розкиду і відхилень виміряних значень, а саме:

- середнє арифметичне значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-1(am)}$ – показник підгрупи **СЗ-Д**;
- середнє зважене значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-2(wm)}$ – показник підгрупи **СЗ-Д**;
- середнє геометричне значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-3(gm)}$ – показник підгрупи **СЗ-Д**;
- середнє гармонійне значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-4(hm)}$ – показник підгрупи **СЗ-Д**;
- медіана $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(mod-odd)}$ (для непарної кількості виміряних значень) та $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(mod-even)}$ (для парної кількості виміряних значень) – показники підгрупи **СЗ-Д**;
- мода $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-1)}$ (для одномодальної послідовності виміряних значень) та $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-n)}$ (для мультимодальної послідовності виміряних значень) – показники підгрупи **СЗ-Д**;
- середнє абсолютне відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-1(mad)}$ – показник підгрупи **ДРВ-Д**;
- середнє відносне відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-2(mrd)}$ – показник підгрупи **ДРВ-Д**;
- розмах відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-3(ran)}$ – показник підгрупи **ДРВ-Д**.
- Групу **FTR** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу у майбутньому (прогнозування результатів діяльності персоналу), до якої належать усі параметричні і непараметричні детерміновані показники підгрупи **ФТЗ-Д** форм або тенденцій змін виміряних значень, які вираховуються з використанням наступних функцій і методів, а саме:
 - параметрична функція лінійної $F_{lin}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду – визначення параметричного показника підгрупи **ФТЗ-Д** у відповідні майбутні часи $\tau_{max+1}, \tau_{max+2}, \dots$;
 - параметрична функція поліноміальної $F_{pol}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду – визначення параметричного показника підгрупи **ФТЗ-Д** у відповідні майбутні часи $\tau_{max+1}, \tau_{max+2}, \dots$;
 - параметрична функція експоненціальної $F_e(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду – визначення параметричного показника підгрупи **ФТЗ-Д** у відповідні майбутні часи $\tau_{max+1}, \tau_{max+2}, \dots$;
 - параметрична функція степеневі $F_{pow}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду – визначення параметричного показника підгрупи **ФТЗ-Д** у відповідні майбутні часи $\tau_{max+1}, \tau_{max+2}, \dots$;
 - параметрична функція логарифмічної $F_{ln}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду – визначення параметричного показника підгрупи **ФТЗ-Д** у відповідні майбутні часи $\tau_{max+1}, \tau_{max+2}, \dots$;
 - непараметричний метод простого рухомого середнього

згладжування – визначення непараметричного показника $\hat{z}_{rijt_{\max+i}\Delta T\lambda}$ підгрупи **ФТЗ-Д**;

- непараметричний метод зваженого рухомого середнього згладжування – визначення непараметричного показника $\hat{\hat{z}}_{rijt_{\max+i}\Delta T\lambda}$ підгрупи **ФТЗ-Д**;

- непараметричний метод експоненціального згладжування – визначення непараметричного показника $\tilde{z}_{rijt_{\max+i}\Delta T\lambda}$ підгрупи **ФТЗ-Д**.

- Групу **PST&FTR** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу одночасно, як у минулому (оцінка результатів діяльності персоналу), так і у майбутньому (прогнозування результатів діяльності персоналу), до якої належать усі стохастичні показники підгрупи **СЗ-С** середніх показників, підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень та підгрупи **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін вимірних значень, а саме:

- математичне сподівання $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$ – показник підгрупи **СЗ-С**;

- стандартне відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$ – показник підгрупи **ДРВ-С**;

- коефіцієнт варіації $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-2(cv)}$ – показник підгрупи **ДРВ-С**;

- коефіцієнт асиметрії $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-1(cs)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**;

- коефіцієнт ексцесу $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-2(ck)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**;

- ймовірність (фактична) $z_{\alpha^r-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(pd)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**;

- ймовірність (приведена) $z_{\alpha^r-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(rpd)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**;

- довірчий інтервал (абсолютний) $z_{\alpha^r-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(ci)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**;

- довірчий інтервал (відносний) $z_{\alpha^r-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(rei)}$ – показник підгрупи **ФТЗ-С**.

В свою чергу, згідно з аналізом даних в таблиці 3, всі наведені детерміновані і стохастичні показники продуктивності персоналу за індикатором **ІС** інформативності можуть бути умовно розділені на підгрупи у складі кожної з трьох наведених вище груп (**PST**, **FTR** та **PST&FTR**) згідно з індикатором **РФ** «минулого-майбутнього», а саме:

По-перше, всі детерміновані показники продуктивності персоналу групи **PST** за індикатором **ІС** інформативності оцінки можуть бути чітко розділені на чотири наступні підгрупи:

- Базисна підгрупа **ІС-ВЕ** групи **PST** мінімального рівня інформативності оцінки результатів діяльності персоналу – підгрупа середніх (незважених) показників вимірних значень, до якої належать усі (крім зважених) детерміновані показники підгрупи **СЗ-Д**, а саме:

- середнє арифметичне значення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-1(am)}$;

- середнє геометричне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-3(gm)}$;
- середнє гармонійне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-4(hm)}$;
- медіана $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(med-odd)}$ (для непарної кількості виміряних значень);
- медіана $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(med-even)}$ (для парної кількості виміряних значень);
- мода $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-1)}$ (для одномодальної послідовності виміряних значень);
- мода $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-n)}$ (для мультимодальної послідовності виміряних значень).

Підгрупу **IC-BE** групи **PST** слід розглядати як підгрупу саме базисного рівня інформативності оцінки тому, що показники цієї групи складають базисну складову для інших груп оцінки показників виміряних значень за індикатором **IC** інформативності оцінки. Одночасно підгрупу **IC-BE** потрібно розглядати як підгрупу з мінімальними за рівнем інформативності показниками оцінки через те, що, по-перше, цією підгрупою можуть бути оцінені лише середні показники виміряних значень, а по-друге, з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки продуктивності лише тих співробітників, які працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**).

• Підгрупа **IC-WE** групи **PST** зваженого рівня інформативності оцінки результатів діяльності персоналу – підгрупа середнього зваженого показника виміряних значень, до якої належить зважений детермінований показник підгрупи **C3-D**, а саме:

- середнє зважене значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-2(wm)}$.

Підгрупу **IC-WE** групи **PST** слід розглядати як підгрупу потенційно (при точному визначенні застосованих вагових коефіцієнтів ω) з вищим рівнем інформативності оцінки, ніж підгрупа **IC-BE** групи **PST** тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки продуктивності тих співробітників, які працюють за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**) як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах.

• Сукупна підгрупа **IC-DAE** групи **PST** абсолютного діапазонного рівня інформативності оцінки результатів діяльності персоналу – підгрупа, що сукупно об'єднує раніше розглянуту базисну підгрупу **IS-BE** групи **PST** та додатково окремі складові підгрупи діапазонів розкиду і відхилень показників виміряних значень, до якої належать абсолютні детерміновані показники підгрупи **ДРВ-D**, а саме:

- середнє абсолютне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-1(mad)}$;
- розмах відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-3(ran)}$.

Підгрупу **IC-DAE** групи **PST** слід розглядати як підгрупу з вищим, ніж підгрупа **IC-BE** групи **PST**, рівнем інформативності оцінки тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки продуктивності співробітників не лише за середніми показниками, а й за рівнем абсолютних відхилень (тобто за рівнем абсолютної стабільності діяльності співробітників), які працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**).

• Сукупна підгрупа **IC-DRE** групи **PST** відносного діапазонного рівня інформативності оцінки результатів діяльності персоналу – підгрупа, що сукупно об'єднує раніше розглянуту сукупну підгрупу **IC-DAE** групи **PST** та додатково окрему складову підгрупи діапазонів розкиду і відхилень показників виміряних значень, до якої належить відносний детермінований показник підгрупи **ДРВ-Д**, а саме:

- середнє відносне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-2(mrd)}$.

Підгрупу **IC-DRE** групи **PST** слід розглядати як підгрупу з ще вищим, ніж підгрупа **IC-DAE** групи **PST**, рівнем інформативності оцінки тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки продуктивності співробітників не лише за середніми показниками і рівнем абсолютних відхилень, а й за рівнем відносних відхилень (тобто за рівнем відносної стабільності діяльності співробітників), які працюють як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності.

По-друге, всі детерміновані показники продуктивності персоналу групи **FTR** за індикатором **IC** інформативності прогнозування можуть бути чітко розділені на наступні дві підгрупи:

• Підгрупа **IC-SF** групи **FTR** стандартного рівня інформативності прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа параметричних і непараметричних (крім зважених) детермінованих показників форм або тенденцій змін виміряних значень, до якої належать всі (крім зважених) детерміновані показники підгрупи **ФТЗ-Д**, які вираховуються з використанням наступних функцій і методів, а саме:

- параметрична функція лінійної $F_{lin}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметрична функція поліноміальної $F_{pol}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;

- параметрична функція експоненціальної $F_e(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметрична функція степеневої $F_{pow}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметрична функція логарифмічної $F_{ln}(\alpha_{rij\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- непараметричний метод простого рухомого середнього згладжування;
- непараметричний метод експоненціального згладжування.

Підгрупу **IC-SF** групи **FTR** потрібно розглядати як підгрупу з мінімальними за рівнем інформативності показниками прогнозування через те, що за використанням цієї підгрупи може бути взаємно проведений порівняльний аналіз прогнозування продуктивності лише тих співробітників, які працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**).

- Підгрупа **IC-WF** групи **FTR** зваженого рівня інформативності прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа параметричного зваженого детермінованого показника форм або тенденцій змін вимірних значень, до якої належить зважений детермінований показник підгрупи **ФТЗ-Д**, який вираховується з використанням наступного методу, а саме:

- непараметричний метод зваженого рухомого середнього згладжування.

Підгрупу **IC-WF** групи **FTR** слід розглядати як підгрупу потенційно (при точному визначенні застосованих вагових коефіцієнтів ω) з вищим рівнем інформативності прогнозування, ніж підгрупа **IC-SF** групи **FTR**, тому що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз прогнозування продуктивності тих співробітників, які працюють за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**) як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах.

По-третє, всі стохастичні показники продуктивності персоналу групи **PST&FTR** за індикатором **IC** інформативності оцінки і прогнозування можуть бути чітко розділені на наступні чотири підгрупи:

- Базисна підгрупа **IC-BEF** групи **PST&FTR** мінімального рівня інформативності оцінки і прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа середнього показника вимірних значень, до якої належить стохастичний показник підгрупи **СЗ-С**, а саме:

- математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch1-1(me)}$.

Підгрупу **IC-BEF** групи **PST&FTR** слід розглядати як підгрупу саме базисного рівня інформативності оцінки і прогнозування

тому, що показники цієї підгрупи складають базисну складову для інших підгруп показників виміряних значень за індикатором **IC** інформативності оцінки і прогнозування. Одночасно підгрупу **IC-BEF** потрібно також розглядати як підгрупу з мінімальними за рівнем інформативності показниками оцінки і прогнозування через те, що, по-перше, цією підгрупою можуть бути оцінені і прогнозовані лише середні показники виміряних значень, а по-друге, з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки і прогнозування продуктивності лише тих співробітників, які працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**).

- Сукупна підгрупа **IC-DAEF** групи **PST&FTR** абсолютного діапазонного рівня інформативності оцінки і прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа, що сукупно об'єднує раніше розглянуту базисну підгрупу **IC-BEF** групи **PST&FTR** та додатково окрему складову підгрупи діапазонів розкиду і відхилень показників виміряних значень, до якої належить абсолютний стохастичний показник підгрупи **ДРВ-С**, а саме:

- стандартне відхилення $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$.

Підгрупу **IC-DAEF** групи **PST&FTR** слід розглядати як підгрупу з вищим, ніж підгрупа **IC-BEF** групи **PST&FTR**, рівнем інформативності оцінки і прогнозування тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки і прогнозування продуктивності співробітників не лише за середніми показниками, а й за рівнем абсолютних відхилень (тобто за рівнем абсолютної стабільності діяльності співробітників), які працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**).

- Сукупна підгрупа **IC-DREF** групи **PST&FTR** відносного діапазонного рівня інформативності оцінки і прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа, що сукупно об'єднує раніше розглянуту сукупну підгрупу **IC-DAEF** групи **PST&FTR** та додатково окрему складову підгрупи діапазонів розкиду і відхилень показників виміряних значень, до якої належить відносний стохастичний показник підгрупи **ДРВ-С**, а саме:

- коефіцієнт варіації $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-2(cv)}$.

Підгрупу **IC-DREF** групи **PST&FTR** слід розглядати як підгрупу з ще вищим, ніж у підгрупи **IC-DAEF** групи **PST&FTR**, рівнем інформативності оцінки і прогнозування тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений взаємно порівняльний аналіз оцінки і прогнозування продуктивності співробітників не лише за

середніми показниками і рівнем абсолютних відхилень, а й за рівнем відносних відхилень (тобто за рівнем відносної стабільності діяльності співробітників), які працюють як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності.

• Сукупна підгрупа **IC-MAREF** групи **PST&FTR** максимального абсолютного і відносного рівня інформативності оцінки і прогнозування результатів діяльності персоналу – підгрупа, що сукупно об'єднує раніше розглянуту сукупну підгрупу **IC-DREF** групи **PST&FTR** та додатково підгрупу стохастичних показників форм або тенденцій змін вимірюваних значень, до якої належать усі стохастичні показники підгрупи **ФТЗ-С**, а саме:

- коефіцієнт асиметрії $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-1(cs)}$;
- коефіцієнт експесу $z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-2(ck)}$;
- ймовірність (фактична) $z_{\alpha^2-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(pd)}$;
- ймовірність (приведена) $z_{\alpha^2-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(rpd)}$;
- довірчий інтервал (абсолютний) $z_{\alpha^2-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(ci)}$;
- довірчий інтервал (відносний) $z_{\alpha^2-rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(rci)}$.

Підгрупу **IC-MAREF** групи **PST&FTR** слід розглядати як підгрупу з максимальним стосовно всіх розглянутих раніше підгруп оцінки, прогнозування та оцінки і прогнозування рівнем інформативності оцінки і прогнозування тому, що з використанням цієї підгрупи може бути проведений порівняльний аналіз оцінки і прогнозування продуктивності співробітників не лише за середніми показниками, рівнем абсолютних і відносних відхилень (рівнем стабільності), а й за рівнями абсолютних і відносних показників форм або тенденцій змін (тобто за тенденціями і рівнями абсолютної і відносної перспективності діяльності співробітників, рівнями ймовірності досягнення певних показників та рівнями точності оцінки і прогнозування у досягненні середніх показників), які працюють як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності.

Далі згідно з аналізом даних в таблиці 3 всі наведені детерміновані і стохастичні показники продуктивності персоналу за індикатором **АС** точності можуть бути чітко розділені на чотири наступні групи:

• Група **АС-А** максимальної точності розрахунку показників оцінювання і прогнозування ступеня продуктивності персоналу, до якої належать усі (крім зважених) детерміновані показники підгрупи

СЗ-Д середніх показників та підгрупи **ДРВ-Д** діапазонів розкиду і відхилень виміряних значень, а також усі стохастичні показники підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень та підгрупи **ФТЗ-С** форм та тенденцій змін виміряних значень, а саме:

- середнє арифметичне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-1(am)}$;
- середнє геометричне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-3(gm)}$;
- середнє гармонійне значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-4(hm)}$;
- медіана $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(med-odd)}$ (для непарної кількості виміряних значень);
- медіана $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-5(med-even)}$ (для парної кількості виміряних значень);
- мода $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-1)}$ (для одномодальної послідовності виміряних значень);
- мода $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-6(mod-n)}$ (для мультимодальної послідовності виміряних значень);
- середнє абсолютне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-1(mad)}$;
- середнє відносне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-2(mrd)}$;
- розмах відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det2-3(ran)}$;
- стандартне відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-1(sd)}$;
- коефіцієнт варіації $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch2-2(cv)}$;
- коефіцієнт асиметрії $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-1(es)}$;
- коефіцієнт ексцесу $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-2(ck)}$;
- ймовірність (фактична) $Z_{\alpha^*rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(pd)}$;
- ймовірність (приведена) $Z_{\alpha^*rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-3(rpd)}$;
- довірчий інтервал (абсолютний) $Z_{\alpha^*rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(cj)}$;
- довірчий інтервал (відносний) $Z_{\alpha^*rij\Delta T\lambda}^{A_r/stoch3-4(rci)}$.

Групу **АС-А** слід розглядати як підгрупу з абсолютною (тобто максимальною) точністю розрахунку показників оцінки і прогнозування продуктивності персоналу (за обов'язковим умовним припущенням, що інструментальні/приборні та суб'єктивні/особисті похибки відсутні).

• Група **АС-РС** відносної параметричної точності розрахунку показника оцінювання ступеня продуктивності персоналу, до якої належить зважений детермінований показник підгрупи **СЗ-Д** середніх показників виміряних значень, а саме:

- середнє зважене значення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r/det1-2(wm)}$.

Групу **АС-РС** слід розглядати як підгрупу з відносною точністю розрахунку показників оцінки продуктивності персоналу, яка залежить від точності складових розрахунку показника оцінювання.

• Група **АС-РМ** відносної методологічної точності розрахунку

показника прогнозування ступеня продуктивності персоналу, до якої належать усі (крім тих, що отримані непараметричним методом зваженого рухомого середнього та непараметричним методом експоненціальної апроксимації) детерміновані показники підгрупи **ФТЗ-Д** форм та тенденцій змін і стохастичний показник підгрупи **СЗ-С** середніх показників виміряних значень, а саме:

- параметр, що вираховується з використанням параметричної функції лінійної $F_{lin}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметр, що вираховується з використанням параметричної функції поліноміальної $F_{pol}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметр, що вираховується з використанням параметричної функції експоненціальної $F_e(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметр, що вираховується з використанням параметричної функції степеневої $F_{pow}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметр, що вираховується з використанням параметричної функції логарифмічної $F_{ln}(\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda})$ апроксимації лінії тренду;
- параметр, що вираховується з використанням непараметричного методу простого рухомого середнього згладжування;
- математичне сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_p/stoch1-1(me)}$.

Групу **АС-RM** слід розглядати як підгрупу з відносною точністю розрахунку показників прогнозування (показники підгрупи **ФТЗ-Д**) та оцінки і прогнозування (показники підгрупи **СЗ-С**) продуктивності персоналу, яка залежить від точності методики розрахунку показника оцінювання і прогнозування.

• Група **АС-RC/RM** відносної параметричної і методологічної точності розрахунку показника прогнозування ступеня продуктивності персоналу, до якої належать певні детерміновані показники підгрупи **ФТЗ-Д** форм та тенденцій змін показників виміряних значень, а саме:

- непараметричний метод зваженого рухомого середнього згладжування;
- непараметричний метод експоненціального згладжування.

Групу **АС-RC/RM** слід розглядати як підгрупу з відносною точністю розрахунку показників прогнозування продуктивності персоналу, яка одночасно залежить як від точності складових розрахунку показника прогнозування, так і від точності методики розрахунку показника прогнозування.

Зрозуміло, що єдиною умовою максимізації параметричної точності розрахунку показників прогнозування ступеня продуктивності персоналу (для груп **АС-RC** і **АС-RC/RM**) є максимізація точності визначення відповідних складових [коефіцієнтів зважування

$\omega_{rij1\Delta T}$, $\omega_{rij2\Delta T}$, ..., $\omega_{rijt_{\max}\Delta T}$ (2), коефіцієнта зважування $\omega_{rijt\Delta T}$ (23) та константи згладжування θ (24)] показників оцінки і прогнозування.

Розглянемо умови максимізації методологічної точності розрахунку показників прогнозування ступеня продуктивності персоналу (для груп **AC-RM** і **AC-RC/RM**).

Як впливає з даних, що наведені в таблиці 3, методологічна точність розрахунку показників прогнозування буде визначатися за наступними критеріями (методами):

- за методом найменших квадратів – для детермінованих параметрів, що вираховуються з використанням параметричних функцій лінійної, поліноміальної, експоненціальної, степеневі і логарифмічної апроксимацій лінії тренду – визначення параметричних показників підгрупи **ФТЗ-Д**;

- за методом оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента – для детермінованих параметрів, що вираховуються з використанням непараметричних методів (простого рухомого середнього згладжування, зваженого рухомого середнього згладжування, експоненціального згладжування) – визначення непараметричних показників підгрупи **ФТЗ-Д**;

- за методом оцінки довірчих інтервалів із заданим довірчим рівнем з використанням функції стандартного нормального розподілу – для стохастичного математичного сподівання – показник підгрупи **СЗ-С**.

Проаналізуємо кожен із зазначених критеріїв.

За методом найменших квадратів [16] детермінований показник прогнозування, що вираховується, приймається максимально точним за умови максимальної наближеності обраної апроксимуючої функції виміряним значенням ($\alpha_{rij1\Delta T}$, $\alpha_{rij2\Delta T}$, ..., $\alpha_{rijt_{\max}\Delta T}$), що має відповідати мінімізації суми квадратів різниці показників відповідної апроксимуючої функції і виміряних значень у відповідні визначені часові інтервали вимірювання τ , тобто коли $\sum_{\tau=1}^{\tau_{\max}} [F(\alpha_{rij\tau\Delta T}) - \alpha_{rij\tau\Delta T}]^2 \rightarrow \min$. В свою чергу, максимальна наближеність обраної апроксимуючої функції виміряним значенням ($\alpha_{rij1\Delta T}$, $\alpha_{rij2\Delta T}$, ..., $\alpha_{rijt_{\max}\Delta T}$) має відбутись за умови найбільшої (максимальної) точності визначення параметрів відповідних апроксимуючих функцій, а саме: постійних коефіцієнтів a_{lin0} і a_{lin1} (12) лінійної апроксимації, постійних коефіцієнтів a_{pol0} , a_{pol1} , ..., a_{poln} (13) поліноміального тренду, постійних коефіцієнтів a_{e0-1} і a_{e1-1} (14) або a_{e0-2} і a_{e1-2} (15) експоненціальних функцій апроксимації, постійних коефіцієнтів a_{pow0} і a_{pow1} (18) степеневого тренду та постій-

них коефіцієнтів $a_{\ln 0}$ і $a_{\ln 1}$ (20) логарифмічної апроксимації лінії тренду. Разом з тим, як впливає з аналізу методу найменших квадратів, точність прогнозування тієї чи іншої апроксимуючої функції безпосередньо не залежить від кількості $\tau_{\max}$ (розміру вибірки) виміряних значень.

За методом оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента [22] детермінований показник прогнозування приймається максимально точним за умови мінімізації довірчого інтервалу $\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$, тобто коли $\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda} = V_{\tau,P} * S_{\tau,\alpha} \rightarrow \min$ при відповідному значенні $V_{\tau,P}$ розподілу Стюдента з τ (а саме, $\tau_{\max} - 1$) ступенями свободи та при обраному рівні довірчої ймовірності P (а саме, $P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}$), а також при приведеному значенні $S_{\tau,\alpha}$ ($S_{\tau,\alpha} = \frac{S_{\tau,\alpha}}{\sqrt{\tau_{\text{sample}}}}$) середньоквадратичного від-

хилення $S_{\tau,\alpha}$ ($S_{\tau,\alpha} = \sqrt{\frac{\sum_{\tau=\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1}^{\tau_{\max}} (\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda} - Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda})^2}{\tau_{\text{sample}} - 1}}$) кожного з вибірки

τ_{sample} виміряних значень ($\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) і прогнозованого значення $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$, тобто або $\hat{Z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ (22), або $\hat{\tilde{Z}}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ (23), або $\tilde{Z}_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ (24). Досягнення умови, що $\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda} = V_{\tau,P} * S_{\tau,\alpha} \rightarrow \min$, вочевидь можливе за рахунок мінімізації множників добутку $V_{\tau,P} * S_{\tau,\alpha}$, тобто за умови, що $V_{\tau,P} \rightarrow \min$ і $S_{\tau,\alpha} \rightarrow \min$.

В свою чергу, як впливає з аналізу таблиці розподілу Стюдента [18], досягти умови, що $V_{\tau,P} \rightarrow \min$ при визначеному рівні довірчої ймовірності P (а саме, $P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}$), можливо за рахунок максимізації τ_{sample} , тобто за рахунок максимізації кількості (розміру вибірки) виміряних значень.

Одночасно досягти умови, що $S_{\tau,\alpha} \rightarrow \min$, можливо за рахунок:

- максимізації τ_{sample} , тобто за рахунок максимізації кількості (розміру вибірки) виміряних значень;

- мінімізації $\sum_{\tau=\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1}^{\tau_{\max}} (\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda} - Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda})^2$, тобто мінімізації абсолютного розміру різниць між кожним з виміряних значень ($\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) і прогнозованим значенням $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$.

Виходячи з наведеного, після здійснення певних математичних операцій можливо стверджувати, що для досягнення необхідної точності вимірювання відповідних детермінованих показників прогнозування, яка відповідає рівню максимально наближеному до β (при двосторонній гіпотезі) відносного співвідношення значення довірчого інтервалу $\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ до прогнозованого в час $\tau_{\max+1}$ значення показника продуктивності $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ (тобто коли $\frac{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}{Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} = \beta$) при визначеному рівні довірчої ймовірності $P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} = \eta$ при умовному

припущенні, що кожне з виміряних значень ($\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) буде відрізнятися від прогнозованого значення $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ в μ разів, розмір мінімально необхідної вибірки (кількість τ_{sample}) виміряних значень може бути визначено наступною формулою:

$$\tau_{\text{sample}} = \frac{\mu^2}{\beta^2} * v_{\tau, P_{\eta}} + 1, \quad (34)$$

де:

$v_{\tau, P_{\eta}}$ – значення розподілу Стьюдента з τ (а саме, $\tau_{\max} - 1$) ступенями свободи та при обраному рівні довірчої ймовірності P_{η} (а саме, $P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} = \eta$).

Приклади розрахунку розмірів τ_{sample} за умовами різних значень умовної точності β ($\frac{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}{Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} * 100\% = 5\%$ і $\frac{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}{Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} * 100\% = 2,5\%$), різних значень рівнів довірчої ймовірності η ($P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} = 90\%$ і $P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} = 95\%$) та різних умовних співвідношень μ виміряних значень ($\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) та прогнозованого значення $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ (10%, 15% і 20%) наведені нижче в таблиці 4.

Таблиця 4

Таблиця прикладів розмірів τ_{sample} вибірки виміряних значень при різних значеннях умовної точності $\beta = \frac{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}{Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}$, різних значеннях рівнів довірчої ймовірності η ($P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}$) та різних умовних співвідношеннях виміряних μ значень ($\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$) та прогнозованого значення $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$

№ III	$\frac{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}{Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}} \sim$	$P_{\Delta\alpha_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}}$	Рівні співвідношення $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+1)\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij(\tau_{\max}-\tau_{\text{sample}}+2)\Delta T\lambda}$, ..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta T\lambda}$ та $Z_{rij\tau_{\max+1}\Delta T\lambda}$ μ , %	$\tau_{\text{sample}} \geq$
	β , %	η , %		
1	5,0%	90%	10%	9
2	5,0%	90%	15%	17
3	5,0%	90%	20%	29
4	5,0%	95%	10%	14
5	5,0%	95%	15%	27
6	5,0%	95%	20%	46
7	2,5%	90%	10%	29
8	2,5%	90%	15%	61
9	2,5%	90%	20%	107
10	2,5%	95%	10%	46
11	2,5%	95%	15%	100
12	2,5%	95%	20%	177

За методом оцінки довірчих інтервалів із заданим довірчим рівнем з використанням функції стандартного нормального розподілу [23] математичне сподівання як стохастичний показник прогнозування приймається максимально точним за умови мінімізації довірчого інтервалу $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}$, тобто коли $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)} = \frac{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)}}{cl\sqrt{\tau_{max}}} * P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cl} \rightarrow \min$ (32) при відповідному довірчому рівні $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cl}$, що відповідає заданій довірчій ймовірності $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp}$, а також при відповідному рівні стандартного відхилення $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{\alpha_{max}} [(\alpha_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}} - Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)})^2 * P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp}]} \rightarrow \min$ (26). Досягнення умови, що $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)} \rightarrow \min$, вочевидь можливе виключно за рахунок максимізації розміру вибірки (кількість τ_{max}) вимірюваних значень. Інші складові розрахунку довірчого інтервалу $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}$ (32), а саме $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)}$ і $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp}$, які визначаються або результатами вимірювання відповідних значень показника продуктивності ($Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)}$), або вимогами до довірчої ймовірності ($P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp}$), є вихідними даними (або умовами) розрахунку точності вимірювання для вимірювання і тому не можуть бути об'єктом змін для максимізації точності.

Виходячи з наведеного, після здійснення нескладних математичних операцій можливо стверджувати, що для досягнення необхідної точності відповідного стохастичного показника прогнозування, яка відповідає рівню максимально наближеному до γ відносного співвідношення значення довірчого інтервалу $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}$ до прогнозованого значення математичного сподівання $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}$ (тобто коли $\frac{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}} = \gamma$) при визначеному довірчому рівні Ψ (тобто коли $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cl} = \Psi$, що відповідає заданій довірчій ймовірності $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp} = \Psi$) при умовному припущенні, що значення стандартного відхилення $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)}$ буде відрізнятися від прогнозованого значення математичного сподівання $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}$ в χ разів, розмір мінімально необхідної вибірки (кількість τ_{max}) вимірюваних значень може бути визначено наступною формулою:

$$\tau_{max} = \frac{\chi^2}{\gamma^2} * \Psi^2, \quad (35)$$

Приклади розрахунку розмірів τ_{max} за умовами різних значень умовної точності γ ($\frac{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}} * 100\% = 5\%$ і $\frac{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}} * 100\% = 2,5\%$), різних значень рівнів довірчої ймовірності Ψ_P ($P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp} = 90\%$ і $P_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{cp} = 95\%$) і різних умовних співвідношень χ стандартного відхилення $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch2-1(sd)}$ та математичного сподівання $Z_{\alpha^* - r_{ij\Delta T\lambda}}^{A_P/stoch1-1(me)}$ (10%, 15% і 20%) наведені нижче в таблиці 5.

Таблиця 5

Таблиця прикладів розмірів $\tau_{\max}$ вибірки
виміряних значень при різних значеннях

$$\text{умовної точності } \gamma = \frac{Z_{\alpha^*/rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}},$$

різних значеннях рівнів довірчої ймовірності Ψ_P ($P_{\alpha-rij\Delta T\lambda}^{cp}$)

і різних умовних співвідношеннях χ

стандартного відхилення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch2-1(sd)}$

та математичного сподівання $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}$

№ пп	$\frac{Z_{\alpha^*/rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch3-4(ci)}}{Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}} \sim$	$P_{\alpha-rij\Delta T\lambda}^{cp}$	$P_{\alpha-rij\Delta T\lambda}^{cl}$	Рівні співвідношення $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch2-1(sd)}$ та $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_P/stoch1-1(me)}$ χ , %	$\tau_{\max} \geq$
	γ , %	Ψ_P , %	Ψ , %		
1	5,0%	90,1%	1,65	10%	11
2	5,0%	90,1%	1,65	15%	25
3	5,0%	90,1%	1,65	20%	43
4	5,0%	95,0%	1,96	10%	16
5	5,0%	95,0%	1,96	15%	35
6	5,0%	95,0%	1,96	20%	62
7	2,5%	90,1%	1,65	10%	44
8	2,5%	90,1%	1,65	15%	98
9	2,5%	90,1%	1,65	20%	175
10	2,5%	95,0%	1,96	10%	62
11	2,5%	95,0%	1,96	15%	139
12	2,5%	95,0%	1,96	20%	246

На підставі вищенаведеного взаємно порівняльного аналізу детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу можна зробити наступні загальні висновки стосовно доцільності їхнього практичного використання:

1. При оцінці одночасно середнього рівня (**IC-mean**) і рівня розкиду (**IC-dispersion**) ступеня продуктивності в минулому різних співробітників, що працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**), варто використовувати наведені в таблиці 3 детерміновані або стохастичні характеристики відповідних середніх значень підгрупи **СЗ-Д** або математичного сподівання підгрупи **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій), а також середніх абсолютних та/або відносних відхилень та розмаху відхилень підгрупи **ДРВ-Д** або стандартних відхилень та коефіцієнтів варіацій підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (мір розкиданих) виміряних значень.

2. При оцінці одночасно середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) і рівня тенденцій змін (**IC-change**) ступеня продуктивності в майбутньому різних співробітників, що працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**), варто використовувати наведені в таблиці 3 стохастичні характеристики відповідного математичного сподівання підгрупи **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій), стандартних відхилень та коефіцієнтів варіацій підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань), а також коефіцієнтів асиметрії і ексцесу, фактичної і приведеної ймовірностей та абсолютного і відносного довірчих інтервалів підгрупи **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірюваних значень.

3. При оцінці середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) в минулому і одночасно середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) та рівня тенденцій змін (**IC-change**) ступеня продуктивності в майбутньому різних співробітників, що працюють в однакових умовах (**IC-e-condition**) за одними напрямками діяльності (**IC-e-direction**), варто використовувати наведені в таблиці 3 стохастичні характеристики відповідного математичного сподівання підгрупи **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій), стандартних відхилень та коефіцієнтів варіацій підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань), а також коефіцієнтів асиметрії і ексцесу, фактичної і приведеної ймовірностей та абсолютного і відносного довірчих інтервалів підгрупи **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірюваних значень.

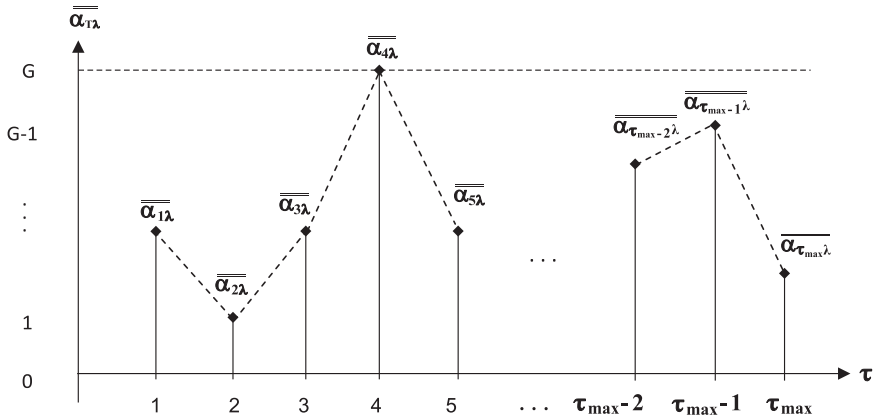
4. При оцінці середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) в минулому і одночасно середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) та рівня тенденцій змін (**IC-change**) ступеня продуктивності в майбутньому різних співробітників, що працюють в різних умовах (**IC-d-condition**) за різними напрямками діяльності (**IC-d-direction**), варто здійснити для подальшого їхнього використання математичне перетворення (приведення, масштабування тощо) всіх наведених в таблиці 3 детермінованих і стохастичних характеристик підгруп **СЗ-Д** і **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій), підгруп **ДРВ-Д** і **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань), а також підгруп **ФТЗ-Д** і **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірюваних значень. Зазначене математичне масштабування може бути здійснено завдяки перетворенню всієї вихідної послідовності всіх абсолютних вимірюваних показників продуктивності всіх співробітників j -го підприємства у часовому інтервалі вимірювання ΔT у відповідну приведену послідовність всіх вимірюваних відносних показників продуктивності всіх співробітників j -го підприємства у зазначеному часовому

інтервалі вимірювання ΔT шляхом групування (формування у групи) всіх вимірних абсолютних показників у однакову для всіх показників продуктивності кількість G груп для всіх оцінюваних співробітників j -го підприємства. При цьому кількість G груп визначається кожним підприємством окремо. Так, наприклад, згідно з [22], кількість таких груп може бути 10. Зазначена приведена до G груп послідовність усіх відносних вимірюваних показників продуктивності, як і відповідна вихідна послідовність абсолютних вимірних показників продуктивності, що наведена в таблиці 1, для наочності також може бути зведена у відповідну форму обліку відносних результатів вимірювання, наприклад у вигляді наведеної нижче таблиці 6 та/або графіка 3.

Таблиця 6

Таблиця обліку відносних вимірних показників продуктивності r i -го співробітника j -го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT

Найменування параметра	Фіксований час τ здійснення вимірювання з кроком вимірювання Δt				
	1	2	3	...	$\tau_{\max}$
Параметр r	$\overline{\alpha_{1\lambda}}$	$\overline{\alpha_{2\lambda}}$	$\overline{\alpha_{3\lambda}}$	...	$\overline{\alpha_{\tau_{\max}\lambda}}$



Графік 3.

Графік відносних вимірних значень показника продуктивності r i -го співробітника j -го підприємства в часовому інтервалі вимірювання ΔT

Використання приведеної послідовності всіх вимірних відносних показників продуктивності всіх співробітників j -го підприємства у

зазначеному часовому інтервалі вимірювання ΔT лягає в основу розрахунку всіх масштабованих (приведених) детермінованих і стохастичних характеристик підгруп **СЗ-Д** і **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій), підгруп **ДРВ-Д** і **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (мір розкидань), а також підгруп **ФТЗ-Д** і **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін (мір властивостей) вимірних значень, подібних за порядком розрахунку немасштабованим характеристикам, наведеним в таблиці 3. Відповідні масштабовані характеристики можуть бути використані для оцінки середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) в минулому і одночасно середнього рівня (**IC-mean**), рівня розкиду (**IC-dispersion**) та рівня тенденцій змін (**IC-change**) ступеня продуктивності в майбутньому різних співробітників, що працюють у різних умовах (**IC-d-condition**) за різними напрямками діяльності (**IC-d-direction**), згідно з наведеними вище в пп. 1-3 загальними висновками стосовно доцільності практичного використання детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Одночасно використання зазначеного масштабування відкриває також перспективу визначати продуктивність не лише окремих співробітників, а й груп співробітників, що працюють у різних умовах (**IC-d-condition**) за різними напрямками діяльності (**IC-d-direction**).

5. Для досягнення прийнятної точності (як правило, при умовній точності $\frac{Z_{\alpha^*/stoch3-4(ci)}}{Z_{rij\Delta T\lambda}} * 100\% \leq 5\%$, рівні довірчої ймовірності $P_{\alpha^*-rij\Delta T}^{cp} \leq 95\%$ та умовному співвідношенні стандартного відхилення та математичного сподівання $\frac{Z_{\alpha^*/stoch2-1(sd)}}{Z_{rij\Delta T\lambda}} * 100\% \leq 10\%$) оцінки математичного сподівання стохастичної підгрупи **СЗ-С** середніх показників (мір центральних тенденцій) вимірних значень у минулому та одночасно в майбутньому різних співробітників, що працюють в однакових або в різних умовах (**IC-e-condition** та **IC-d-condition**) за однаковими або за різними напрямками діяльності (**IC-e-direction** та **IC-d-direction**), необхідно, щоби розмір вибірки вимірних значень складав $\tau_{max} \geq 16$ (дивись таблицю 5).

Виходячи з наведеного, досягнення зазначеної мінімально необхідної точності є можливим за 1 рік і 4 місяці (при вимірюванні показників результативності персоналу 1 раз на місяць), або – приблизно за майже 4 місяці (при вимірюванні показників результативності персоналу 1 раз на тиждень), або – приблизно за 3 тижні (при вимірюванні показників результативності персоналу 1 раз на день). Зазначений аналіз переконливо ілюструє необхідність саме щоденного вимірювання результативності персоналу. При цьому звернемо

увагу, що важливість щоденного вимірювання продуктивності також зазначена, зокрема, в [7].

При цьому важливо підкреслити, що, крім досягнення потрібної точності при стохастичній оцінці вимірюваних значень, вкрай важливо прагнути до досягнення ще одного значення характеристики якості стохастичної оцінки вимірюваних значень – до зменшення волатильності (мінливості) [27, 28, 29, 30] вибірки вимірюваних значень, яка в середньорічному вимірі може бути визначена, як

$$\sigma_Y = \frac{Z_{rijY\lambda}^{A_P/stoch2-1(sd)}}{\sqrt{\frac{N_C}{N_Y}}}, \quad (36)$$

де:

$Z_{rijY\lambda}^{A_P/stoch2-1(sd)}$ – середньорічне стандартне відхилення послідовності вимірюваних значень;

N_C – кількість днів на рік, коли відбувалось вимірювання показників продуктивності персоналу;

N_Y – кількість робочих днів на рік.

Виходячи з аналізу наведеної формули (36), середньорічна волатильність вибірки вимірюваних значень тим менша, чим більша кількість днів на рік, коли відбувалось вимірювання показників продуктивності персоналу. Таким чином, справедливо стверджувати, що за умови приблизно 250 робочих днів на рік та однаковості середньорічного стандартного відхилення $Z_{rijY\lambda}^{A_P/stoch2-1(sd)}$, волатильність вибірки вимірюваних значень показників продуктивності персоналу при щоденному вимірюванні показників продуктивності буде приблизно в 4,8 рази менша, ніж при одноразовому щотижневому вимірюванні, та приблизно в 20,8 разів менша, ніж при одноразовому щомісячному вимірюванні.

Розділ 5.

Результати практичного застосування стохастичного підходу при оцінюванні ступеня продуктивності персоналу

Можливість практичного використання об'єднаної сукупності стохастичних показників **ОССП** було перевірено на оцінці персоналу чотирьох компаній різних сегментів ринку (страхової, FMCG, телекомунікаційної і рекрутингової компаній) за різними показниками продуктивності, за різними об'ємами вибірок показників результативності персоналу та за різними частотами вимірювання значень показників продуктивності.

Не прив'язуючись до конкретної сегментної спеціалізації компаній та до їхніх назв, а також до назв показників результативності персоналу, що були обрані для вимірювання відповідними сегментними компаніями, проаналізуємо результати використання **ОССП** при різних об'ємах вибірок та при різних частотах вимірювання значень показників результативності персоналу для кожної з чотирьох компаній.

За результатами проведеного аналізу було встановлено наступне:

- Для компанії №1 (страхова компанія): при вибірці розміром в 36 показників з частотою вимірювання показників результативності один раз за підсумками календарного місяця (тобто при вибірці в 36 місячних показників по одному показнику результативності діяльності персоналу на місяць протягом 3 років) було визначено всі показники **ОССП** для кожного з 11 аналізованих спеціалістів.

За результатами аналізу показників **ОССП** персоналу компанії №1 визначена досить низька стабільність виміряних показників продуктивності персоналу, а саме: значення коефіцієнтів варіації замість прийнятних (допустимих) значень стабільності $10 \div 15\%$ коливались від $45,64\%$ до $591,61\%$ при середньому значенні коефіцієнту варіації $192,29\%$ для всіх 11 оцінених співробітників. Серед 11 виміряних значень коефіцієнтів варіації жоден показник (жоден співробітник) не мав рівнів у межах допустимих границь стабільності ($10 \div 15\%$).

Одночасно додатково визначена досить низька точність оцінки виміряних показників продуктивності персоналу компанії №1 (в тому числі як наслідок уже зазначеної низької стабільності), а

саме: значення відносних довірчих інтервалів замість прийятних (допустимих) значень точності $5 \div 10\%$ (при довірчому рівні 95%) коливались від 14,91% до 193,26% при середньому значенні довірчого інтервалу 62,81% для всіх 11 оцінених співробітників. Серед 11 виміряних значень довірчих інтервалів жоден показник не мав рівнів у межах допустимих границь точності ($5 \div 10\%$).

При цьому досягнення мінімально допустимого (10%) рівня точності (на прикладі середнього значення довірчого інтервалу) оцінки продуктивності співробітників компанії №1 можливо або (при збереженні розміру вибірки в 36 показників) за рахунок збільшення середньої стабільності (коефіцієнта варіації) діяльності персоналу до $\sim 30,6\%$, тобто в $\sim 6,284$ разів, або (за поточної стабільності) за рахунок збільшення розміру вибірки до ~ 1420 вимірів, тобто в $\sim 39,444$ разів, що на практиці (при застосованому порядку вимірювання показників результативності діяльності персоналу один раз на місяць) є нездійсненним, оскільки потребує вимірювання показників результативності співробітників понад 118 років.

- Для компанії №2 (компанія FMCG): при вибірці розміром в 36 показників з частотою вимірювання показників результативності один раз за підсумками календарного місяця (тобто при вибірці в 36 місячних показників по одному показнику результативності діяльності персоналу на місяць протягом 3 років) було визначено всі показники **ОССП** для кожного з 38 аналізованих спеціалістів.

За результатами аналізу показників **ОССП** персоналу компанії №2 визначена досить низька загальна стабільність виміряних показників продуктивності персоналу, а саме: значення коефіцієнтів варіації замість прийятних (допустимих) значень стабільності $10 \div 15\%$ коливались від 12,34% до 412,31% при середньому значенні коефіцієнту варіації 88,70% для всіх 38 оцінених співробітників. Серед 38 виміряних значень коефіцієнта варіації лише одне значення (один співробітник) мало рівень у межах допустимих границь стабільності ($10 \div 15\%$), а саме – 12,34%.

Одночасно додатково визначена досить низька точність оцінки виміряних показників продуктивності персоналу компанії №2 (в тому числі як наслідок вже зазначеної низької стабільності), а саме: значення відносних довірчих інтервалів замість прийятних (допустимих) значень точності $5 \div 10\%$ (при довірчому рівні 95%) коливались від 4,03% до 134,69% при середньому значенні

довірчого інтервалу 28,98% для всіх 38 оцінених співробітників. Серед 38 виміряних значень довірчих інтервалів лише шість значень (шість оцінених співробітників) мали рівні в межах допустимих границь точності ($5 \div 10\%$), а саме: 4,03%; 5,05%; 7,70%; 8,08%; 8,99% і 9,65%.

При цьому досягнення мінімально допустимого (10%) рівня точності (на прикладі середнього значення довірчого інтервалу) оцінки продуктивності співробітників компанії №2 можливо або (при збереженні розміру вибірки в 36 показників) за рахунок збільшення середньої стабільності (коефіцієнта варіації) діяльності персоналу до $\sim 30,6\%$, тобто в $\sim 2,899$ разів, або (за поточної стабільності) за рахунок збільшення розміру вибірки до ~ 302 вимірів, тобто в 8,39 разів, що на практиці (при застосованому порядку вимірювання показників результативності діяльності персоналу один раз на місяць) є складно здійсненним, оскільки потребує вимірювання показників результативності співробітників понад 25 років.

- Для компанії №3 (телекомунікаційна компанія): при вибірках розміром від 55 до 80 показників з частотою вимірювання показників результативності один раз за підсумками робочого дня (тобто при вибірці від 55 до 80 денних показників по одному показнику результативності діяльності персоналу на день протягом до 4 календарних місяців по приблизно 20 робочих днів в одному місяці) було визначено всі показники **ОССП** для кожного з 12 аналізованих спеціалістів.

За результатами аналізу показників **ОССП** персоналу компанії №3 визначена відносно прийнятна загальна стабільність виміряних показників продуктивності персоналу, а саме: значення коефіцієнтів варіації при прийнятних (допустимих) значеннях стабільності $10 \div 15\%$ коливались від 8,65% до 24,46% при середньому значенні коефіцієнту варіації 14,51% для всіх 12 оцінених співробітників. Серед 12 виміряних значень коефіцієнта варіації лише чотири значення (чотири співробітники) мали рівні за межами допустимих границь стабільності ($10 \div 15\%$), а саме: 17,09%, 21,92%, 22,19% та 24,46%.

Одночасно додатково визначена досить висока точність оцінки виміряних показників продуктивності персоналу компанії №3 (в тому числі як наслідок вже зазначеної відносно прийнятної стабільності), а саме: значення відносних довірчих інтервалів при прийнятних (допустимих) значеннях точності $5 \div 10\%$ (при довірчому рівні 95%) коливалась від 1,91% до 5,36% при середньому

значенні довірчого інтервалу 3,36% для всіх 12 оцінених співробітників.

- Для компанії №4 (рекрутингова компанія): при вибірках розміром 93, 219 і 228 показників з частотою вимірювання показників результативності один раз за підсумками робочого дня (тобто при вибірці 93, 219 і 228 денних показників по одному показнику результативності діяльності персоналу на день протягом приблизно 5, 11 і 12 календарних місяців по приблизно 20 робочих днів в одному місяці) було визначено всі показники **ОССП** для кожного з 3 аналізованих спеціалістів.

За результатами аналізу показників **ОССП** персоналу компанії №4 визначена низька загальна стабільність вимірних показників продуктивності кожного з 3 аналізованих спеціалістів, а саме: значення коефіцієнтів варіації при прийнятних (допустимих) значеннях стабільності $10 \div 15\%$ складали 32,56%, 42,35% і 46,93% при середньому значенні коефіцієнту варіації 40,61% для всіх 3 оцінених співробітників.

Одночасно додатково визначена відносно прийнятна точність оцінки вимірних показників продуктивності кожного з 3 аналізованих спеціалістів, а саме – значення відносних довірчих інтервалів при прийнятних (допустимих) значеннях точності $5 \div 10\%$ (при довірчому рівні 95%) – складали 4,72%, 5,31% і 5,57% при середньому значенні довірчого інтервалу 5,14% для всіх 3 оцінених співробітників.

Висновки

В книзі проведено детальний порівняльний аналіз використання детермінованих і стохастичних підходів в оцінці результатів діяльності персоналу.

В наведеному аналізі формалізовані дуже важливі визначення і поняття, в тому числі поняття вимірювання продуктивності персоналу, поняття ефективності діяльності співробітників, визначення суті детермінованого і стохастичного підходів та характеристик при оцінюванні ефективності персоналу, сукупність понять стабільності, перспективності покращення або погіршення продуктивності діяльності персоналу, стрімкості перспективності покращення або погіршення продуктивності діяльності персоналу, ймовірності досягнення певних значень продуктивності діяльності персоналу та точності оцінки відповідних параметрів продуктивності діяльності персоналу за минулі та в майбутні періоди, а також поняття індикаторів взаємно-порівняльного аналізу детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу, розуміння параметричної і методологічної точності розрахунку показників оцінювання і прогнозування результативності діяльності персоналу, визначення мінімально необхідних розмірів виміряних значень для досягнення потрібної точності оцінки результативності діяльності персоналу, визначення переваги щоденної оцінки результатів діяльності співробітників, в тому числі на підставі зменшення середньорічної волатильності вибірки виміряних значень результатів діяльності персоналу.

В якості формалізованих результатів вимірювання продуктивності персоналу запропоновано використання послідовності A_r параметра $\alpha_{rij\tau\Delta T\lambda}$, який має характеризувати кількісне значення α відповідного виміряного r -го показника продуктивності відповідного оцінюваного i -го співробітника відповідного j -го підприємства у відповідний визначений час τ за відповідний визначений інтервал вимірювання ΔT у відповідній визначеній одиниці виміру λ .

В свою чергу, ефективністю діяльності i -го співробітника j -го підприємства за оціненим показником продуктивності r в часовому інтервалі вимірювання ΔT запропоновано вважати ступінь досягнення сукупністю Z_{A_r} ($Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-1}$, $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-2}$, ..., $Z_{rij\Delta T\lambda}^{A_r-Z_{A_r}}$) характеристик вихідної послідовності A_r виміряних значень $\alpha_{rij1\Delta T\lambda}$, $\alpha_{rij2\Delta T\lambda}$,

..., $\alpha_{rij\tau_{\max}\Delta\Gamma\lambda}$ відповідних очікуваних рівнів $z_{rij\Delta\Gamma\lambda}^{\text{eff-1}}$, $z_{rij\Delta\Gamma\lambda}^{\text{eff-2}}$, ..., $z_{rij\Delta\Gamma\lambda}^{\text{eff-Z}_{\max-\text{eff}}}$ сукупності Z_{eff} еталонних значень.

При цьому безпосередній розрахунок зазначеної сукупності Z_{A_r} характеристик вихідної послідовності A_r потенційно може здійснюватися з використанням двох основних підходів: детермінованого підходу і його антоніма – стохастичного підходу.

Детермінованим (deterministic) підходом запропоновано вважати такий процес, з використанням якого шляхом розрахунку чи дослідження відбувається точне передбачення або визначення з певністю розглянутих кількісних середніх показників підгрупи **СЗ-Д**, кількісних показників діапазонів розкиду і відхилень підгрупи **ДРВ-Д** та кількісних показників форм або тенденцій змін підгрупи **ФТЗ-Д** результатів діяльності персоналу.

Стохастичним (stochastic) підходом запропоновано вважати такий підхід, який у своїх розрахунках спирається на випадковий розподіл імовірності досліджуваної величини або послідовності, яка може бути проаналізована статистично, але не може бути передбачена точно, тобто підхід, який характеризується гіпотезою і у своїх розрахунках використовує випадкові величини розглянутих ймовірнісних середніх показників підгрупи **СЗ-С**, ймовірнісних показників діапазонів розкиду і відхилень підгрупи **ДРВ-С** та ймовірнісних показників форм або тенденцій змін підгруп **ФТЗ-С** результатів діяльності персоналу.

При цьому кількісні та ймовірнісні середні показники підгруп **СЗ-Д** і **СЗ-С** на практиці запропоновано розглядати як абсолютні показники продуктивності персоналу за минулі та минулі і майбутні періоди відповідно, а кількісні та ймовірнісні показники діапазонів розкиду і відхилень підгруп **ДВР-Д** і **ДВР-С** – як показник стабільності продуктивності персоналу за минулі та минулі і майбутні періоди відповідно. Одночасно кількісні показники форм або тенденцій змін (підгруп **ФТЗ-Д**) на практиці запропоновано розглядати як абсолютні очікувані показники продуктивності персоналу в майбутні періоди. Крім того, ймовірнісні показники форм або тенденцій змін (підгруп **ФТЗ-С**) на практиці запропоновано розглядати як: коефіцієнт асиметрії – в якості показника перспективності на покращення або погіршення продуктивності діяльності відповідного персоналу за минулі і в майбутні періоди; коефіцієнт ексцесу – в якості показника стрімкості перспективності покращення або погіршення продуктивності діяльності відповідного персоналу за минулі і в майбутні періоди; ймовірність – в якості ймовірності досягнення відпо-

відним персоналом у майбутні періоди певних значень продуктивності діяльності; довірчий інтервал оцінювання – в якості точності оцінки значення математичного сподівання відповідного параметра продуктивності діяльності персоналу за минулі і в майбутні періоди.

Взаємно-порівняльний аналіз детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу запропоновано здійснювати з використанням п'яти основних індикаторів взаємного порівняння, а саме: індикатора **PF** (past-future) можливості використання показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу у минулих та/або у майбутніх періодах та індикаторів **ІС** інформативності, **АС** точності, **SM** простоти та **CS** вартості показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

При цьому визначено, що за індикаторами простоти **SM** і вартості **CS** всі детерміновані і стохастичні показники оцінювання ступеня продуктивності персоналу є в певному розумінні майже ідентичними.

Крім того, визначено, що за індикатором **PF** всі детерміновані показники підгрупи **СЗ-Д** середніх показників та підгрупи **ДРВ-Д** діапазонів розкиду і відхилень виміряних значень можуть бути використані для оцінювання ступеня продуктивності персоналу виключно у минулому. В свою чергу, за зазначеним індикатором **PF** всі детерміновані показники підгрупи **ФТЗ-Д** форм або тенденцій змін виміряних значень можуть бути використані для оцінювання ступеня продуктивності персоналу виключно у майбутньому, а всі стохастичні показники підгрупи **СЗ-С** середніх показників, підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень та підгрупи **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін виміряних значень – для оцінювання ступеня продуктивності персоналу як у минулому, так і у майбутньому. Визначена можливість використання стохастичних показників підгруп **СЗ-С**, **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** для оцінки ступеня продуктивності персоналу одночасно як у минулому, так і у майбутньому однозначно демонструє їхню відповідну універсальність і тим самим – перевагу використання стохастичних підгруп у порівнянні з відповідними детермінованими підгрупами **СЗ-Д**, **ДРВ-Д** і **ФТЗ-Д** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Одночасно визначено, що за індикатором **ІС** інформативності сукупність детермінованих показників підгруп **СЗ-Д**, **ДРВ-Д** і **ФТЗ-Д** може бути використана для оцінювання попередніх (у минулому) і очікуваних (у майбутньому) абсолютних показників

продуктивності співробітників та для оцінювання минулих показників стабільності продуктивності персоналу, який працює як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності. Разом з тим, за зазначеним індикатором **IC** інформативності сукупність стохастичних показників підгруп **СЗ-С**, **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** може бути використана для оцінювання попередніх (у минулому) і очікуваних (у майбутньому) абсолютних показників продуктивності співробітників, для оцінювання минулих і майбутніх показників стабільності продуктивності персоналу, а також для оцінювання минулих і майбутніх показників перспективності на покращення або погіршення продуктивності діяльності персоналу, показників стрімкості перспективності покращення або погіршення продуктивності діяльності персоналу, показників ймовірності досягнення персоналом певних значень продуктивності діяльності, показників точності оцінки значення математичного сподівання відповідного параметра продуктивності діяльності співробітників, які працюють як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності. Визначена можливість використання стохастичних показників підгруп **СЗ-С**, **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** для оцінки більшої кількості показників ступеня продуктивності персоналу (а саме – показників перспективності, стрімкості перспективності змін, ймовірності і точності) теж однозначно демонструє їхню відповідну універсальність і тим самим також – визначену перевагу використання стохастичних підгруп у порівнянні з відповідними детермінованими підгрупами **СЗ-Д**, **ДРВ-Д** і **ФТЗ-Д** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Додатково визначено, що завдяки можливому перетворенню всієї вихідної послідовності всіх абсолютних вимірних показників продуктивності всіх співробітників підприємства у визначеному часовому інтервалі вимірювання у відповідну приведену послідовність шляхом групування (формування у групи) всіх вимірних абсолютних показників у однакову для всіх показників продуктивності кількість груп для всіх оцінюваних співробітників підприємства детерміновані і стохастичні показники підгруп **СЗ-Д**, **ДРВ-Д**, **ФТЗ-Д**, **СЗ-С**, **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** приведених вимірних показників продуктивності можуть бути використані для оцінки продуктивності діяльності як окремих співробітників, так

і груп співробітників, які працюють як в однакових (**IC-e-condition**), так і в різних (**IC-d-condition**) умовах, як за одними (**IC-e-direction**), так і за різними (**IC-d-direction**) напрямками діяльності персоналу.

В свою чергу, визначено, що за індикатором **АС** точності всі детерміновані показники (крім зважених показників) підгруп **СЗ-Д** і **ДРВ-Д** та всі стохастичні показники підгруп **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** слід розглядати як показники з абсолютною (тобто максимальною) точністю. В свою чергу, всі детерміновані зважені показники підгруп **СЗ-Д** потрібно розглядати як показники з відносною точністю, що залежить від точності параметричних складових розрахунку показника оцінювання. Одночасно всі детерміновані показники (крім показників, що отримані методом зваженого рухомого середнього та методом експоненціальної апроксимації) підгрупи **ФТЗ-Д** та стохастичний показник підгрупи **СЗ-С** також слід розглядати як показники з відносною точністю, яка залежить від методологічної точності розрахунку показника оцінювання і прогнозування. Крім того, детерміновані показники, що отримані методом зваженого рухомого середнього та методом експоненціальної апроксимації, підгрупи **ФТЗ-Д** слід теж розглядати як показники з відносною точністю, яка залежить як від параметричної точності складових розрахунку показників оцінювання, так і від методологічної точності розрахунку показника оцінювання і прогнозування. При цьому враховуючи, що математичне сподівання $z_{rij\Delta t\lambda}^{A_p/stoch1-1(me)}$ (показник підгрупи **СЗ-С**) можливо розглядати як середнє арифметичне значення $z_{rij\Delta t\lambda}^{A_p/det1-1(am)}$ (показник підгрупи **СЗ-Д**), тобто враховуючи, що $z_{rij\Delta t\lambda}^{A_p/det1-1(am)} = z_{rij\Delta t\lambda}^{A_p/stoch1-1(me)}$, варто зазначити, що точність розрахунку стохастичного показника підгрупи **СЗ-С** можна також розглядати як абсолютну (тобто максимальну), як і точності всіх інших стохастичних показників підгруп **ДРВ-С** і **ФТЗ-С**.

На підставі вищезазначеного, а також з урахуванням раніше визначених універсальності за індикатором **РФ** та універсальності за індикатором **ІС**, використання стохастичних показників підгруп **СЗ-С**, **ДРВ-С** і **ФТЗ-С** має сукупну (з урахуванням всіх п'яти індикаторів) перевагу над відповідними детермінованими підгрупами **СЗ-Д**, **ДРВ-Д** і **ФТЗ-Д** показників оцінювання ступеня продуктивності персоналу.

Додатково запропоновано для визначення ступеня досягнення потрібної методологічної точності розрахунку детермінованих показників підгрупи **ФТЗ-Д** та стохастичного показника підгрупи

СЗ-С використовувати критерій найменших квадратів, метод оцінки погрішності і довірчих інтервалів з використанням розподілу Стюдента та оцінки довірчих інтервалів із заданим довірчим рівнем.

При цьому відповідною формулою (34) визначений мінімально необхідний розмір τ_{sample} вибірки виміряних значень, за якого має бути забезпечено досягнення необхідної точності вимірювання відповідних детермінованих показників прогнозування підгрупи **ФТЗ-Д**, а саме: $\tau_{\text{sample}} = \frac{\mu^2}{\beta^2} * \nu_{\tau, P_\eta} + 1$ при заданих значеннях μ (показників співвідношення виміряних показників і прогнозованих значень показника продуктивності), β (показників співвідношення значення довірчого інтервалу і прогнозованого значення показника продуктивності), η (визначеного рівня довірчої ймовірності) та ν_{τ, P_η} (значення розподілу Стюдента з τ ступенями свободи при обраному рівні довірчої ймовірності η).

Крім того, за відповідною формулою (35) визначений мінімально необхідний розмір τ_{max} вибірки виміряних значень, за якого має бути забезпечено досягнення необхідної точності вимірювання відповідного стохастичного показника прогнозування підгрупи **СЗ-С**, а саме: $\tau_{\text{max}} = \frac{\chi^2}{\gamma^2} * \Psi^2$ при заданих значеннях χ (співвідношення стандартного відхилення і прогнозованого значення математичного сподівання показника продуктивності), γ (співвідношення значення довірчого інтервалу і прогнозованого значення математичного сподівання показника продуктивності) та Ψ (визначеного довірчого рівня).

Також визначено, що, в свою чергу, точність вимірювання детермінованих і стохастичних показників прогнозування залежить, зокрема, від розміру вибірки, від рівня стабільності виміряних значень та від довірчого рівня, але безпосередньо не залежить від терміну (на щоденній основі, на щотижневій основі або на щомісячній основі) отримання виміряних значень. Виходячи з цього, при зрозумілому прагненні отримати оцінки результатів діяльності персоналу в більш стислі терміни, використання щоденного вимірювання результатів діяльності персоналу має беззаперечну перевагу над вимірюваннями на щотижневій і на щомісячній основах.

Перевага щоденного вимірювання результатів діяльності персоналу додатково посилюється необхідністю зменшення середньорічної волатильності (36) вибірки виміряних значень результатів діяльності персоналу, що досягається шляхом збільшення

на рік кількості вимірювань показників продуктивності персоналу (волатильність вибірки виміряних значень показників продуктивності персоналу при щоденному вимірюванні показників продуктивності буде приблизно в 4,8 рази менше, ніж при одноразовому щотижневому вимірюванні, та приблизно в 20,8 разів менше, ніж при одноразовому щомісячному вимірюванні).

Оцінюючи результати здійсненого порівняльного аналізу детермінованого і стохастичного оцінювання ступеня продуктивності персоналу за відповідними індикаторами **PF**, **IC**, **AC**, **SM** і **CS**, а також враховуючи наведені вимоги щодо досягнення необхідного рівня точності оцінки продуктивності персоналу та волатильності вибірки виміряних значень продуктивності персоналу, можна говорити про переважну практичну доцільність щоденного оцінювання продуктивності спеціалістів з використанням саме об'єднаної сукупності стохастичних показників (**ОССП**) усіх трьох підгруп: підгрупи **СЗ-С** середніх показників (математичне сподівання), підгрупи **ДРВ-С** діапазонів розкиду і відхилень (стандартне відхилення і коефіцієнт варіації) та підгрупи **ФТЗ-С** форм або тенденцій змін (коефіцієнти асиметрії і ексцесу, ймовірність досягнення певних ступенів продуктивності та довірчий інтервал). Таке твердження на користь стохастичних (а не детермінованих) показників є тим більш закономірним за умови того, що результати діяльності персоналу за своєю природою є стохастичними, а не детермінованими, що залежать від сукупності великої кількості випадкових (ймовірнісних) за своєю суттю зовнішніх та внутрішніх чинників.

Об'єднану сукупність стохастичних показників (**ОССП**) результативності діяльності окремого співробітника, групи співробітників чи компанії в цілому в певному розумінні варто розглядати як «професійний портрет» відповідних співробітника, групи співробітників та компанії.

Зрозуміло, що практичне використання об'єднаної сукупності стохастичних показників **ОССП** на щоденній основі має передбачати обов'язкове одночасне дотримання вимог щодо точності стохастичної оцінки та вимог стосовно волатильності вибірки виміряних значень продуктивності персоналу.

Зазначені висновки отримали підтвердження під час практичного застосування об'єднаної сукупності стохастичних показників **ОССП** з оцінки персоналу чотирьох компаній різних сегментів ринку (страхової, FMCG, телекомунікаційної і рекрутингової компаній) за різними показниками продуктивності, за різними

об'ємами вибірок показників результативності персоналу та за різними частотами вимірювання значень показників продуктивності.

Отримані результати щодо детермінованого і стохастичного оцінювання фахівців можуть бути застосовані на практиці відповідними менеджерами з управління персоналом для визначення і прогнозування результативності діяльності широкого кола спеціалістів у широкому колі галузей. Зазначені підходи є в певному розумінні простими в реалізації і не вимагають значної спеціальної підготовки для застосування.

Додатково використання проаналізованих підходів дозволить оперативно (на щоденній основі) оцінювати необхідність, тематику та періодичність проведення тренінгів з персоналом за визначеними параметрами досягнення потрібних рівнів оцінювання, їхньої стабільності, перспективності, ймовірності настання і точності, а також оперативно оцінювати результативність зазначених тренінгів, що, в свою чергу, дасть змогу ефективно і оперативно підвищити професійний рівень співробітників компанії.

Література

1. Burkholder Nicholas C., Golas Scott, Shapiro Jeremy P. Ultimate performance: Measuring Human Resources at Work. 2007. ISBN-10: 0-471-74121-3. 288 pages.
2. Ozlem Olgu, Hasan Dincer, Umit Hacio Glu. Handbook of Research on Strategic Developments and Regulatory Practice in Global Finance. 2015. ISBN 978-1-4666-7289-5. 432 pages.
3. Andy Neely, Chris Adams, Mike Kennerley. The Performance Prism: The Scorecard for Measuring and Managing Business Success. 2002 ISBN: 0273653342. 377 pages.
4. Jac Fitz-enz. The ROI of Human Capital: Measuring the Economic Value of Employee Performance. 2000. ISBN-10: 0-8144-0574-6. 301 pages.
5. David Parmenter. Key performance indicators: developing, implementing, and using winning KPIs. Third edition. 2015. ISBN-13: 978-1-119-01983-1. 448 pages.
6. Bernard Marr. Key Performance Indicators: the 75 Measures Every Manager Needs to Know. 2012. ISBN-13: 978-0-273-75011-6. 376 pages.
7. Stewart Liff. Managing government employees: how to motivate your people, deal with difficult issues, and achieve tangible results. 2007. ISBN-13: 978-0-8144-0887-2. 223 pages.
8. The American Heritage Dictionary of the English Language. Fifth edition. 2018. ISBN 10: 1328841693. 2084 pages.
9. Student's Oxford Canadian Dictionary. Second edition. 2007. ISBN 978-0-19-542715-8. 1286 pages.
10. Graham Upton, Ian Cook. Oxford Dictionary of Statistics. Third edition. 2014. ISBN 978-0-19-967918-8. 488 pages.
11. David L Scott. The American Heritage Dictionary of business terms. 2009. ISBN 13: 978-0-618-75525-7. 595 pages.
12. Oxford Advanced Learner's Dictionary of Current English. Ninth edition. 2015. ISBN 978-0-19-4798792. 1820 pages.
13. Christopher Clapham, James Nicholson. The Concise Oxford Dictionary of Mathematics. Fifth edition. 2014. ISBN 978-0-19-967959. 537 pages.
14. David Promislow. Fundamentals of Actuarial Mathematics. Third edition. 2015. ISBN 9781118782460. 552 pages.

15. Yadolah Dodge. The Oxford Dictionary of Statistical Terms. 2003. ISBN 0-19-850994-4. 498 pages.
16. Verschuuren Gerard. Excel 2013 for Scientists. Revised & expanded third edition. 2014. ISBN 978-1-61-547-025-9. 321 pages.
17. Jeffrey Camm. Essentials of business analytics. Second edition. 2017. ISBN 978-1-305-62773-4. 870 pages.
18. Murray Spiegel, Seymour Lipschutz, John Liu. Schaum's outlines. Mathematical handbook of formulas and tables. Fifth edition, 2017, ISBN 978-1-260-01053-1. 309 pages.
19. Dennis Zill. Advanced Engineering Mathematics. Sixth edition. 2016. ISBN-13: 978-1-284-10597-1. 1024 pages.
20. Charles Kirkpatrick, Julie Dahlquist. Technical Analysis: The Complete Resource for Financial Market Technicians. 2006. ISBN-10: 0-13-153113-1. 704 pages.
21. Charles Kirkpatrick II, Julie Dahlquist. Study guide for the second edition of Technical analysis: the complete resource for financial market technicians. 2013. ISBN-10: 0-13-309260-7. 256 pages.
22. Vladimir Efimov. Statistical methods in quality management. 2003. ISBN 5-89146-350-0. 138 pages.
23. J. K. Sharma. Business Statistics. Second edition. 2006. ISBN-13: 978-81-7758-654-1. 744 pages.
24. Sheldon Ross. Introduction to probability model. Ninth edition. 2007. ISBN-13: 978-0-12-598062-3. 782 pages.
25. Robert Donnelly. Fatma Abdel-Raouf. Statistics. 2016. ISBN-13: 978-1-4654-5166-8. 336 pages.
26. Prabhanjan Narayanachar Tattar. Statistical Application Development with R and Python. Second edition. 2017. ISBN-13: 978-1-78862-226-4. 432 pages.
27. Sheldon Natenberg. Option Volatility and Pricing: Advanced Trading Strategies and Techniques. Second edition. 2014. ISBN-13: 978-0-07-181877-3. 512 pages.
28. Steven Place. Timing Volatility: Measure Fear and Greed to Get an Edge in the Market. 2011. ISBN-10: 0-13-294289-5. 30 pages.
29. Sheldon Natenberg. Option Volatility & Pricing Workbook: Practicing Advanced Trading Strategies and Techniques. 2017. ISBN-13: 978-1-260-11693-9. 304 pages.
30. Adam Iqbal. Volatility: practical options theory. 2018. ISBN: 978-1-1195-0168-8. 208 pages.

Наукове видання

Криворучко Сергій Васильович

Оцінка результативності персоналу
від звичайної до наукової.
Визначення та порівняльний аналіз
детермінованих і стохастичних підходів

Коректор В. Кірікова

Технічний редактор В. Бихун

Художнє оформлення та верстання А. Брем

Підп. до друку 20.02.2020 р. Формат 64х90/16.
Папір офсетн. Друк офсетн.
Ум. друк. арк. 4,82. Тираж 300 прим. Зам. № 24/2

ФОП Бихун В.Ю.
Видавництво «ЛАТ & К»
вул.Леонтовича, 9, к. 18, м. Київ, 01601
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 181 від 15.09.2000 р.
тел./ факс: +38 044 235 000 9
моб.: +38 050 310 22 04
e-mail: lk@ukr.net



З питань придбання звертатися за тел.: +38 044 235 75 28