

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

А. О. РАДЧЕНКО

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА ТА ТЕОРІЯ ТІНЕЙ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної форми навчання зі спеціальності 022 – Дизайн)*

Харків
ХНУМГ ім. О. М. Бекетова
2023

Радченко А. О. Нарисна геометрія, інженерна графіка та теорія тіней: конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної форми навчання зі спеціальності 022 – Дизайн / А. О. Радченко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова . – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова , 2023. – 163 с.

Автор
ст. викл. А. О. Радченко

Рецензент
М. А. Любченко, кандидат технічних наук, доцент кафедри основ архітектурного проєктування (Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова)

*Рекомендовано кафедрою основ архітектурного проєктування,
протокол № 1 від 28.08.2021*

© А. О. Радченко, 2023
© ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2023

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	6
ВСТУП	7
ЛЕКЦІЯ 1 ОСНОВИ ПРОЄКЦІЮВАННЯ. МЕТОД ПРОЄКЦІЙ.	
ПРОЄКЦІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ	8
1.1 Метод проєкцій. Види проєкціювання. Основні властивості	8
1.1.1 Центральне проєкціювання.....	9
1.1.2 Паралельне проєкціювання.....	10
1.1.3 Ортогональне проєкціювання. Властивості	11
1.2 Прямокутне проєкціювання. Епюр Монжа.....	12
1.3 Комплексне креслення точки	16
1.3.1 Точка у чвертях простору	17
1.3.2 Точка в площинах проєкцій	18
1.3.3 Конкуруючі точки	19
1.4 Комплексне креслення прямої лінії.....	20
1.4.1 Пряма загального положення	20
1.4.2 Прямі окремого положення.....	22
1.4.3 Взаємне положення прямих	24
1.5 Питання для самоперевірки.....	26
ЛЕКЦІЯ 2 ПРОЄКЦІЇ ПЛОЩИНИ. ПОЗИЦІЙНІ ТА МЕТРИЧНІ	
ЗАДАЧІ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ.....	27
2.1 Проєкції площини.....	27
2.1.1 Задання площини на комплексному кресленні.....	27
2.1.2 Положення площини відносно площин проєкцій	28
2.1.3 Належність точки і прямої площині.....	32
2.2 Взаємне положення двох площин.....	34
2.2.1 Паралельні площини.....	34
2.2.2 Площини, які перетинаються.....	35
2.3 Взаємне положення прямої та площини	36
2.3.1 Пряма, паралельна площині.....	36
2.3.2 Пряма лінія, яка перетинає площину	37
2.3.3 Пряма лінія, перпендикулярна площині.....	39
2.3.4 Взаємно перпендикулярні площини	39
2.4 Питання для самоперевірки.....	40
ЛЕКЦІЯ 3 ПРОЄКЦІЇ БАГАТОГРАННИХ ТА КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ.	41
3.1 Проєкції багатогранних поверхонь.....	41
3.1.1 Види багатогранників	41
3.1.2 Точки і лінії на поверхні багатогранника.....	44
3.1.3 Переріз багатогранника площиною	47
3.1.4 Перетин прямої лінії з багатогранником	48
3.1.5 Взаємний перетин багатогранників	49

3.2	Проекції кривих поверхонь	50
3.2.1	Загальні відомості	50
3.2.2	Поверхні обертання	52
3.2.3	Побудова перерізів поверхонь.....	58
3.2.4	Перетин прямої лінії з кривою поверхнею.....	61
3.2.5	Перетин кривих поверхонь	65
3.3	Питання для самоперевірки.....	70
ЛЕКЦІЯ 4 ЗАГАЛЬНІ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНЬ. ПРОЄКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ.....		71
4.1	Основні правила виконання креслень	71
4.1.1	Формат, рамка, основний напис	71
4.1.2	Лінії креслення	73
4.1.3	Застосування масштабу в кресленні	75
4.1.4	Шрифти	76
4.1.5	Нанесення розмірів на кресленнях.....	80
4.2	Проекційне креслення	84
4.2.1	Види	84
4.2.2	Розрізи	87
4.2.3	Перерізи.....	91
4.2.4	Аксонетричні зображення	93
4.3	Питання для самоперевірки.....	102
ЛЕКЦІЯ 5 ОСНОВИ БУДІВЕЛЬНОГО КРЕСЛЕННЯ.....		104
5.1	Загальні відомості.....	104
5.1.1	Масштаби, типи ліній	104
5.1.2	Розміри на будівельних кресленнях.....	105
5.1.3	Координатні осі	107
5.2	Архітектурно-будівельні робочі креслення.....	108
5.2.1	Деякі конструктивні елементи.....	109
5.2.2	Умовні зображення елементів будинків і деяких санітарно-технічних пристроїв	110
5.3	Креслення планів будинків.....	113
5.4	Креслення сходів	118
5.5	Креслення розрізів будинків	120
5.6	Креслення фасадів будинків.....	124
5.7	Питання для самоперевірки.....	126
ЛЕКЦІЯ 6 ТІНІ В ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЄКЦІЯХ.....		127
6.1	Теоретичні основи побудови тіней.....	127
6.2	Тіні основних геометричних фігур	129
6.2.1	Тінь точки	129
6.2.2	Тінь прямої лінії	130
6.2.3	Тіні плоских фігур.....	132

6.2.4	Тіні геометричних тіл	135
6.3	Способи побудови тіней	139
6.3.1	Спосіб променевих перерізів	139
6.3.2	Спосіб допоміжних дотичних поверхонь	141
6.3.3	Спосіб зворотних променів	143
6.3.4	Спосіб «виносу»	144
6.4	Тіні архітектурних деталей	146
6.4.1	Тіні багатограних поверхонь	146
6.4.2	Тіні в нішах	147
6.4.3	Тіні кронштейнів	150
6.4.4	Тіні карнизів	151
6.5	Питання для самоперевірки	153
ЛЕКЦІЯ 7 ТІНІ В АКСОНОМЕТРІЇ		154
7.1	Загальні відомості	154
7.2	Тіні архітектурних елементів	154
7.2.1	Тіні на сходах	154
7.2.2	Тінь від квадратної плити на стовп колони	155
7.2.3	Власні й падаючі тіні сфери	156
7.2.4	Тіні порожнистого циліндра	158
7.2.5	Тіні параболічного циліндра й вертикальної жердини	159
7.3	Тіні умовної архітектурної споруди	159
7.4	Питання для самоперевірки	161
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ		162

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

$A, B, C, D, \dots 1, 2, 3, 4, \dots$ – точки

$a, b, c, d \dots$ – прямі та криві лінії

h – горизонталь

f – фронталь

p – профільна пряма

$\theta, \Lambda, \Sigma, \Gamma, \Phi$ – поверхні (площини)

$\alpha, \beta, \gamma \dots$ – кути

Π_1 – горизонтальна площина проєкцій

Π_2 – фронтальна площина проєкцій

Π_3 – профільна площина проєкцій

$A \in \Phi$ – точка A належить фігурі Φ

$A \notin \Phi$ – точка A не належить фігурі Φ

$\Phi_k \equiv \Phi_l$ – фігури Φ_k та Φ_l - збігаються

$\Phi_k \cup \Phi_l$ – об'єднання фігур Φ_k та Φ_l

$\Phi_k \cap \Phi_l$ – перетин фігур Φ_k та Φ_l

$\supset$ – проходить через ...

$\subset$ – лежить на ...

$\Rightarrow$ – логічний наслідок

$\parallel$ – паралельно

$\perp$ – перпендикулярно

$\angle$ – плоский або двогранний кут

x, y, z – осі проєкцій. Індеси при x, y, z означають відповідно площини проєкцій. Наприклад, вісь x_{12} означає, що вісь x поділяє поле горизонтальних проєкцій (індекс 1) і поле фронтальних проєкцій (індекс 2). Позначення проєкцій фігур таке саме, як і написання відповідного індексу.

ВСТУП

Конспект лекцій з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна графіка та теорія тіней» розроблено для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти зі спеціальності 022 – Дизайн. У конспекті викладено теоретичний матеріал з усіх розділів курсу, що вивчається.

Навчальна дисципліна «Нарисна геометрія, інженерна графіка та теорія тіней» є основою графічної грамотності. Вона формує базові знання, необхідні здобувачам вищої освіти для засвоєння спеціальних дисциплін, виконання курсових та дипломних проєктів і для подальшої професійної діяльності.

Виконання зображень є необхідною складовою творчого процесу проєктування. Зображення слугує найважливішим засобом, за допомогою якого конкретизується творчий задум об'єкта, який проєктується. Вивчення даної дисципліни сприяє розвитку просторової уяви та вмінню подумки створювати уявлення про форму та розміри об'єкта за його зображенням на площині.

У першому розділі «Нарисна геометрія» розглядається сутність методу проєкцій, аналізуються основні способи побудови зображень. На основі теорії методу двох зображень показується утворення і властивості комплексного креслення та методи вирішення конкретних задач на ньому.

У другому розділі «Інженерна графіка» наведені відомості щодо конструкторських документів і правил їх оформлення. Це необхідно під час виконання графічних завдань і для технічної підготовки здобувачів вищої освіти до вивчення спеціальних дисциплін.

В даному розділі вивчаються основи проєкційного креслення, даються поняття про види, розрізи та аксонометричні зображення об'єктів, правила нанесення розмірів на цих кресленнях відповідно до вимог державних стандартів.

Також в цьому розділі вивчаються основи будівельного креслення, правила координації розмірів на основі Єдиної модульної системи. Даються поняття щодо планів, розрізів та фасадів будівлі. Розглядається послідовність побудови плану та звертається увага на відмітні особливості оформлення будівельних креслень у порівнянні з іншими видами конструкторських документів.

У третьому розділі курсу «Теорія тіней» даються поняття щодо світлотіньового моделювання об'єктів. Проєкційні зображення, які виконуються в процесі проєктування, крім метричної визначеності, також мають бути наочними. Це досягається, зокрема, зображенням на ортогонально-проєкційному та наочному кресленні світлотіні за допомогою побудови тіней. Світлотінь виявляє об'ємну форму просторових об'єктів і дає повніше уявлення про їх складові елементи. В даному розділі вивчаються основи побудови тіней в ортогональних та аксонометричних проєкціях.

ЛЕКЦІЯ 1 ОСНОВИ ПРОЄКЦІЮВАННЯ. МЕТОД ПРОЄКЦІЙ. ПРОЄКЦІЇ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

1.1 Метод проєкцій. Види проєкціювання. Основні властивості.

1.1.1 Центральне проєкціювання.

1.1.2 Паралельне проєкціювання.

1.1.3 Ортогональне проєкціювання. Властивості.

1.2 Прямокутне проєкціювання. Епюр Монжа.

1.3 Комплексне креслення точки.

1.3.1 Точка в чвертях простору.

1.3.2 Точка в площинах проєкцій.

1.3.3 Конкуруючи точки.

1.4 Комплексне креслення прямої лінії.

1.4.1 Пряма загального положення.

1.4.2 Прямі окремого положення.

1.4.3 Взаємне розташування прямих.

1.5 Питання для самоперевірки.

Для побудови зображення необхідно мати об'єкт (оригінал), картинну площину та алгоритм (правило) побудови зображення. Під об'єктом (оригіналом) розуміють будь-який реальний або уявний об'єкт (виріб, деталь). У процесі побудови зображення становлять інтерес тільки його геометричні властивості, тобто характер і ступінь складності поверхонь, що його обмежують, а також належні цим поверхням окремі лінії та точки. Для зручності цю сукупність геометричних особливостей оригіналу називають геометричним образом.

Геометричний образ може бути досить складним. Тому для зручності вивчення його умовно поділяють на більш прості геометричні образи: точки, лінії, поверхні.

Для побудови зображення об'єкта його геометричний образ необхідно спочатку задати, тобто описати таким чином, щоб можна було побудувати будь-яку його точку, а також зафіксувати його положення в просторі. Це двоєдине завдання вирішується за допомогою визначника геометричного образу. Під визначником розуміють мінімальну сукупність незалежних умов, що однозначно задають геометричний образ.

1.1 Метод проєкцій. Види проєкціювання. Основні властивості

В основі побудови зображень, які розглядаються в нарисній геометрії та застосовуються в технічному кресленні, лежить метод проєкціювання.

Проекціюванням називається процес отримання зображення предмета на площині. Отримане при цьому зображення називають проєкцією. Проекція – у перекладі з латинської – «кидати (відкидати) вперед».

Зображення отримують за так званим методом проєкцій.

Щоб побудувати зображення об'єкта за методом проєкцій, потрібно через точки на об'єкті провести уявні промені до зустрічі їх із площиною. Ці промені називаються *проєкціюючими*. Площина, на якій виходить зображення об'єкта, називається *площиною проєкцій*, або *картиною*.

1.1.1 Центральне проєкціювання

Якщо проєкціюючі промені розходяться з однієї точки, проєкціювання називається *центральним* (рис. 1.1). Точка, з якої виходять промені, називається *центром проєкціювання*. Отримане при цьому зображення називається *центральною проєкцією*. Приклад: тіні від предмета, створені променями електричної лампочки.

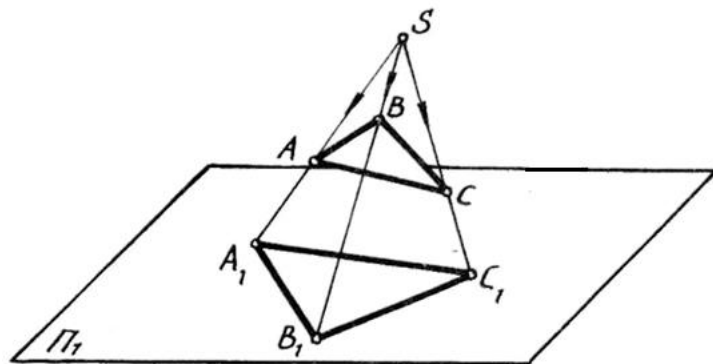


Рисунок 1.1 – Центральне проєкціювання

При цьому об'єкт може знаходитись як за площиною проєкцій (рис. 1.2, а), так і перед нею (рис. 1.2, б). Від цього принцип утворення зображення не залежить.

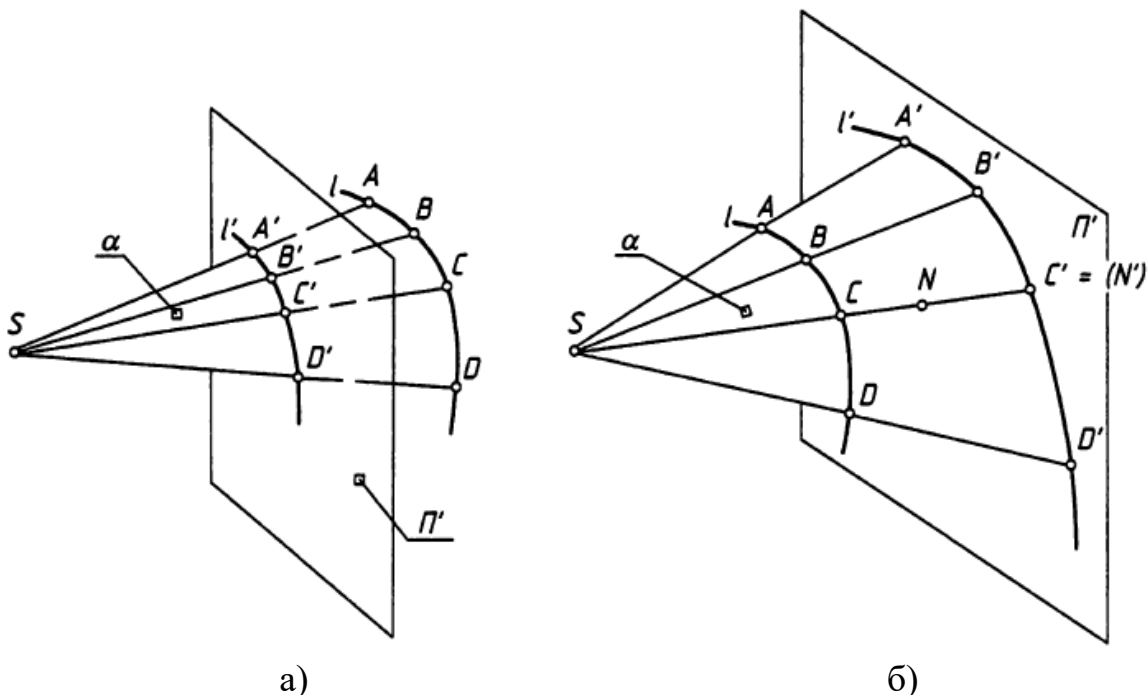


Рисунок 1.2 – Розташування об'єкта відносно площини проєкцій

Пучок променів, що виходять із центра S , утворює конічну поверхню, а зображення, або проєкція, є результат перетину цієї поверхні з площиною проєкцій. Тому центральні проєкції називають *перспективою*, а проєкціювання іноді називають *конічним*.

Центральні проєкції мають гарну наочність, але порівняно складні в побудові і рішенні геометричних задач.

1.1.2 Паралельне проєкціювання

Якщо видалити центр проєкцій у нескінченність в обраному напрямку s , то проєкціюючі промені стануть паралельними один одному. Таке проєкціювання називається *паралельним* (рис. 1.3, а), а отримане зображення – *паралельною проєкцією*. Приклад: сонячні тіні.

Оскільки проєкціюючі прямі паралельні, то під час проєкціювання лінії вони утворюють циліндричну проєкціюючу поверхню, яка в перетині з площиною проєкцій дає паралельну проєкцію лінії (рис. 1.3, б).

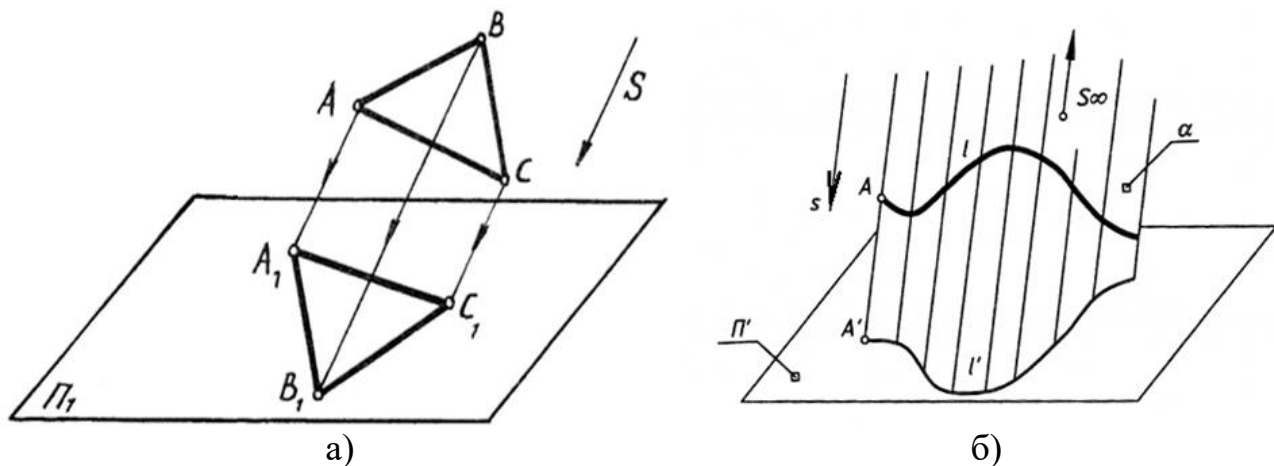


Рисунок 1.3 – Паралельне проєкціювання

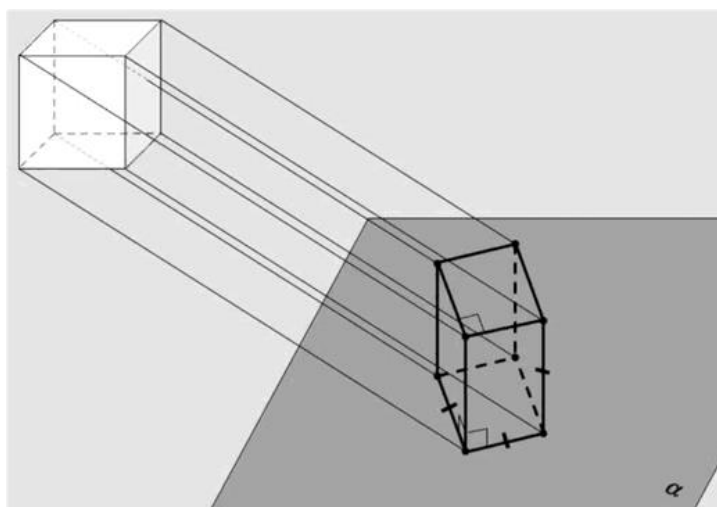


Рисунок 1.4 – Спотворення розмірів предмета при паралельному проєкціюванні

У разі паралельного проєкціювання всі промені падають на площину проєкцій під одним кутом. Якщо це будь-який гострий кут, то проєкціювання називається *косокутним*. У косокутній проєкції, як і у центральній, форма й розмір предмета спотворюються (рис. 1.4).

Порівнюючи з перспективою паралельні проєкції простіші у побудові зображень, зберігають досить добру наочність, але вирішувати геометричні задачі у них все ж таки важко.

1.1.3 Ортогональне проєкціювання. Властивості

Якщо напрямок паралельного проєкціювання перпендикулярний до площини проєкцій, проєкціювання називають *ортогональним*, або *прямокутним*, а отримане зображення – *прямокутною проєкцією* (рис. 1.5).

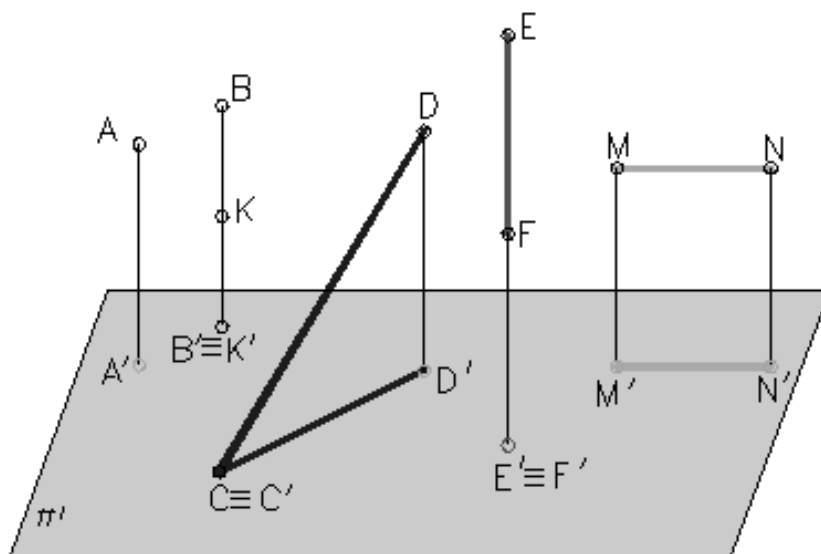


Рисунок 1.5 – Ортогональне проєкціювання

Паралельне прямокутне (ортогональне) проєкціювання має такі властивості (рис. 1.6):

- а) точка проєкціюється в точку;
- б) пряма проєкціюється в пряму;
- в) якщо точка належить прямій, то і проєкції точки належать проєкціям цієї прямої;
- г) якщо прямі перетинаються в якійсь точці, то проєкція цієї точки визначається перетином проєкцій цих прямих;
- д) якщо прямі паралельні, то їх однойменні проєкції паралельні;
- е) відношення відрізків прямої дорівнює відношенню проєкцій цих відрізків;
- ж) відношення відрізків паралельних прямих дорівнює відношенню проєкцій цих відрізків;
- и) якщо фігура належить площині, паралельній площині проєкцій, то вона проєкціюється на цю площину проєкцій у натуральному розмірі.

Ортогональні проєкції простіші у побудові й вимірюванні. Але для забезпечення зворотності зображень при їх використанні необхідні додаткові умови.

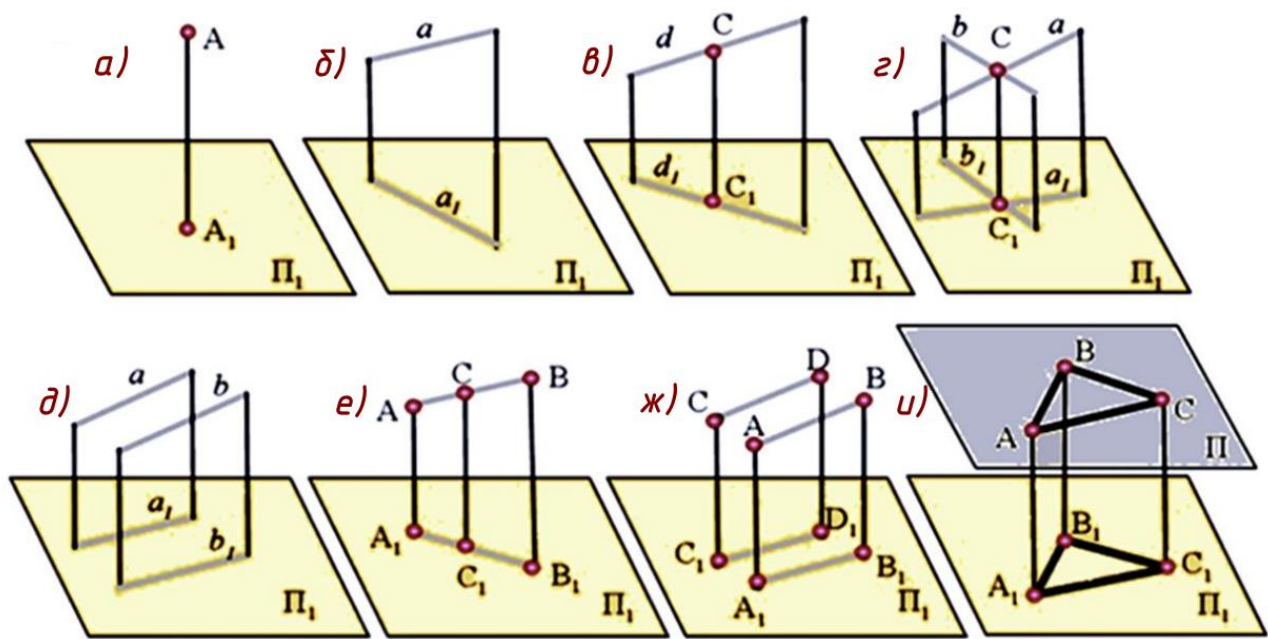


Рисунок 1.6 – Властивості ортогонального проєкціювання

1.2 Прямокутне проєкціювання. Елюр Монжа

Розташуємо предмет перед площиною проєкцій так, щоб на зображенні було видно тільки одну його сторону, і побудуємо його прямокутну проєкцію (рис. 1.7).

На цьому зображенні проєкції ребер предмета, які паралельні двом його вимірам (наприклад довжина і ширина), дорівнюють дійсним розмірам. Але тут немає третього виміру предмета (висоти), тому воно не є наочним.

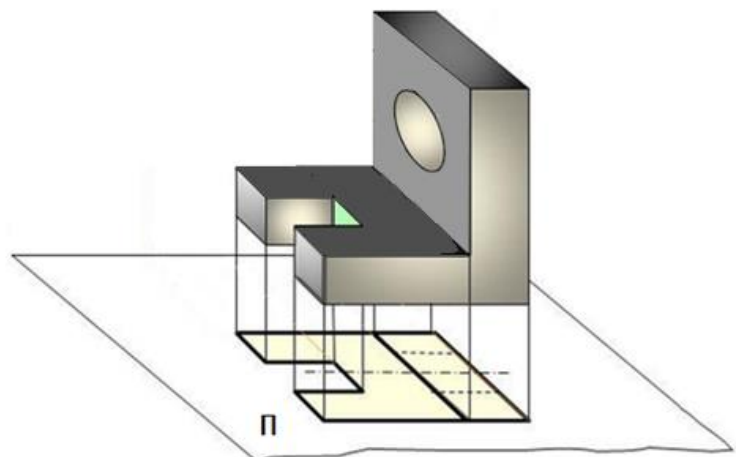


Рисунок 1.7 – Розташування предмета перпендикулярно до площини проєкцій

Такі зображення використовують у випадках, коли висота (товщина) предмета однакова в усіх його точках (рис. 1.8). Тоді на кресленні роблять запис, що означає товщину (висоту).

Іноді на одній площині зображують предмети, що не мають однакої висоти в усіх його точках. Тоді поруч із зображенням точки числом зазначають її висоту. Такі зображення називають *проєкціями з числовими позначками* (рис. 1.9).

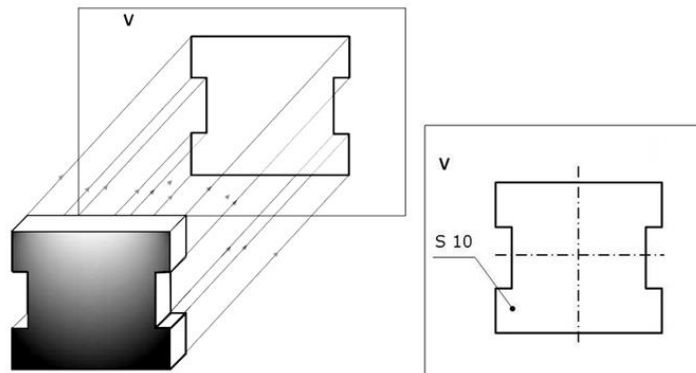


Рисунок 1.8 – Зображення предмета з однаковою товщиною

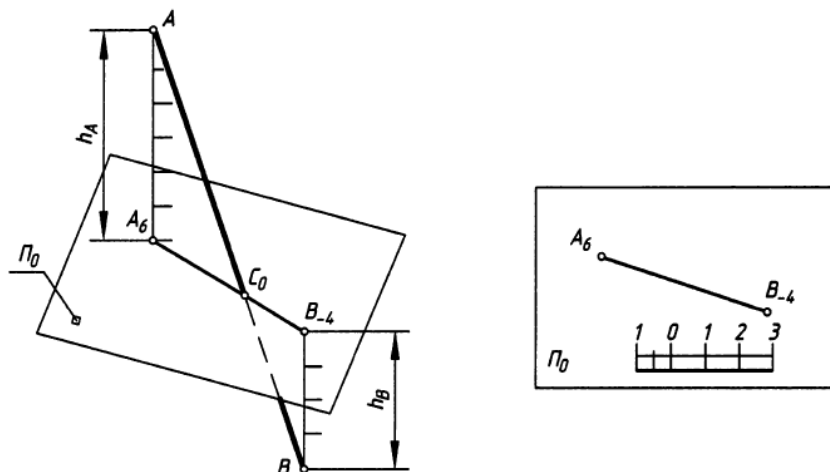


Рисунок 1.9 – Проекції з числовими позначками

Щоб судити про три виміри предмета, його необхідно спроектувати ще на одну площину проєкцій (Π_2), яка паралельна іншій парі вимірів предмета. Тоді друга площина буде розташована перпендикулярно до першої площини проєкцій (рис. 1.10).

Тепер за двома прямокутними проєкціями можна судити про розміри й форму предмета.

Проте форма не завжди зрозуміло передається двома проєкціями. Тому, зображуючи предмети складної форми, необхідно будувати три (а іноді й більше) прямокутних проєкцій.

Візьмемо три взаємно перпендикулярні площини проєкцій (рис. 1.11).

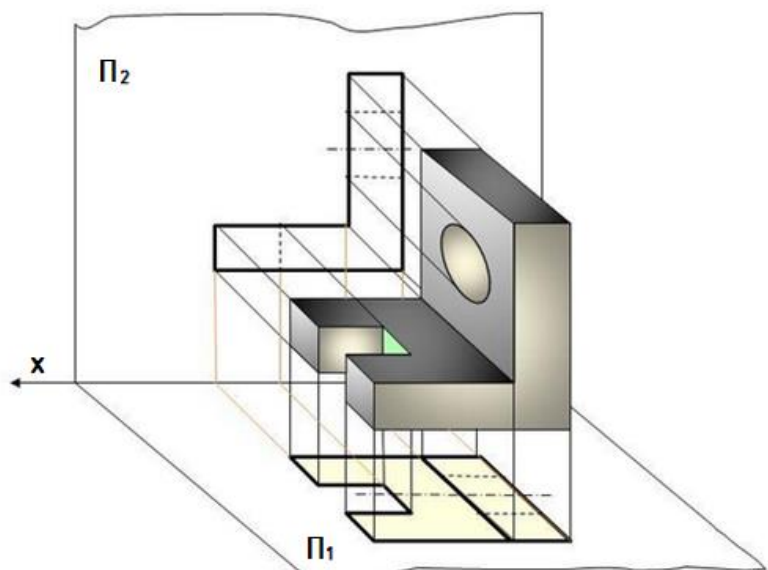


Рисунок 1.10 – Проекціювання на дві взаємно перпендикулярні площини проєкцій

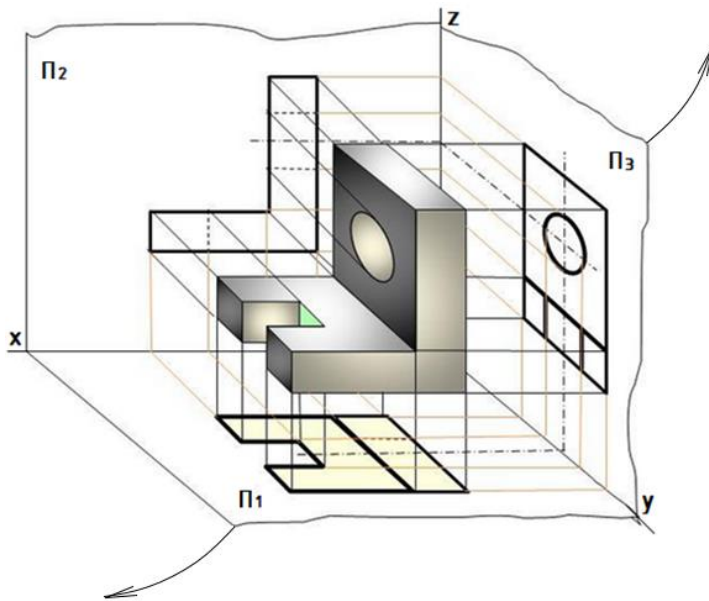


Рисунок 1.11 – Проекціювання на три взаємно перпендикулярні площини проєкцій

Одна з них займає горизонтальне положення, її називають горизонтальною площиною проєкцій і позначають P_1 . Дві інші площини – вертикальні. Одну називають фронтальною площиною проєкцій (від французького слова «фронт» – «обличчям до глядача»), іншу – профільною площиною проєкцій (від французького слова «профіль» – «вид збоку») і позначають відповідно P_2 і P_3 .

Лінії перетину площин проєкцій називають осями проєкцій і позначають літерами x , y , z . Точку перетину осей проєкцій позначають літерою O .

У тригранний кут, утворений площинами проєкцій, помістимо предмет і, провівши проєкціюючі промені перпендикулярно до площин проєкцій, отримаємо його проєкції. Зображення на площині P_1 – *горизонтальна проєкція*, на площинах P_2 і P_3 – відповідно *фронтальна* і *профільна проєкції*.

Щоб отримати плоске креслення, тригранний кут «розрізають» за віссю y , а площини P_1 і P_3 повертають відповідно навколо осей x і z у напрямку, зазначеному на рисунку 1.11 стрілками, до суміщення з площиною P_2 .

Суміщені площини з побудованими на них зображеннями предмета наведено на рисунку 1.12.

Лінії, що з'єднують між собою проєкції, називають *лініями проєкційного зв'язку*. Лінії зв'язку завжди перпендикулярні осям проєкцій.

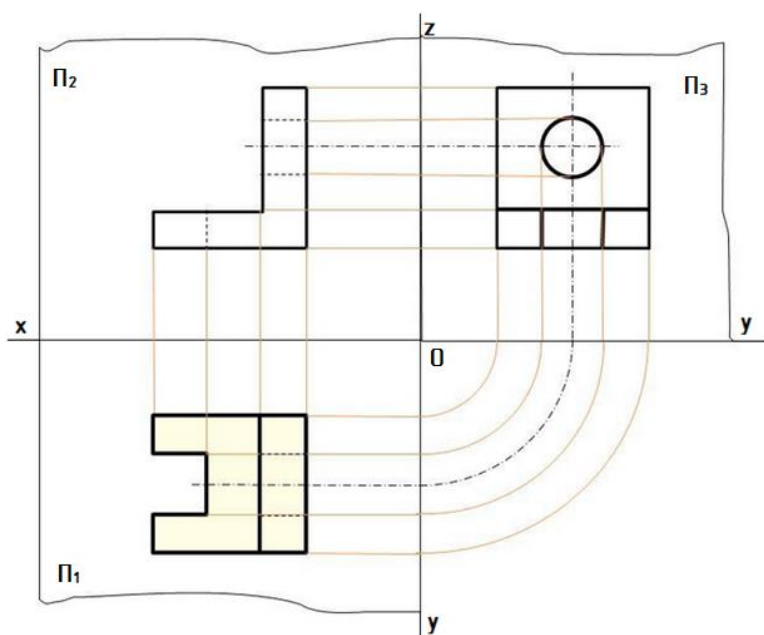


Рисунок 1.12 – Суміщені площини з побудованими на них зображеннями

На кресленнях площини проєкцій не обмежують і не позначають. Крім того, на кресленні при зображенні предмета можна не задавати й осі проєкцій, оскільки у разі паралельного проєкціювання відстань від площини проєкцій до зображеного предмета не впливає на обрис його проєкцій.

Це дає можливість встановлювати довільну відстань між проєкціями, зберігаючи між ними проєкційний зв'язок навіть у разі відсутності ліній зв'язку. Таке креслення називається *безвісним* (рис. 1.13). Під час побудови проєкцій тут використовують осі симетрії предмета, центрові лінії або характерні його площини.

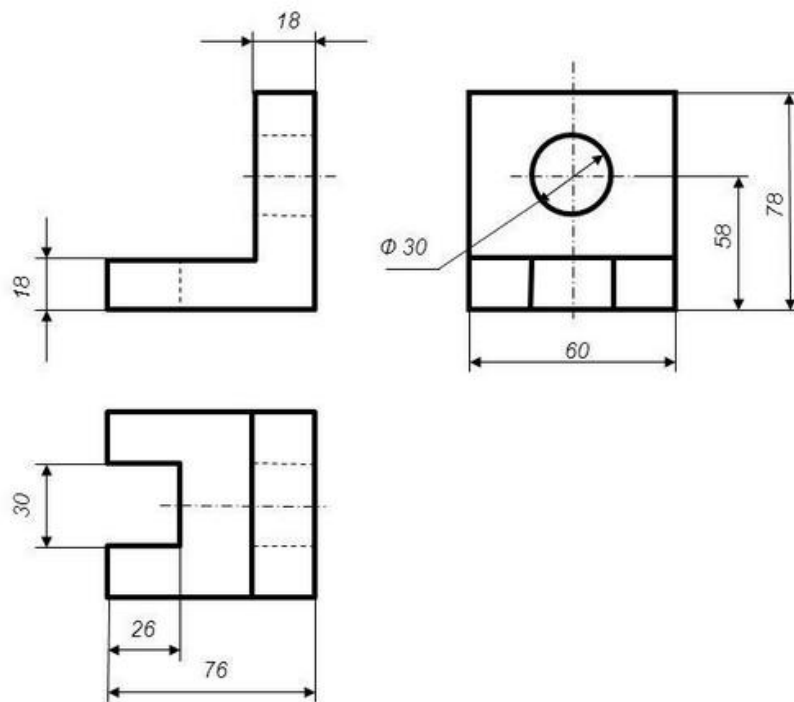


Рисунок 1.13 – Безвісне креслення

Епюр Монжа

Метод прямокутного проєкціювання на дві й три взаємно перпендикулярні площини був розроблений французьким ученим-геометром Гаспаром Монжем наприкінці XVIII століття. Тому його називають також методом Монжа. Г. Монж започаткував розвиток нової науки про зображення предметів – *нарисної геометрії*.

Креслення, що складається з декількох взаємопов'язаних проєкцій, називають *комплексним кресленням*, або *епюром Монжа*.

Площини проєкцій Π_1 , Π_2 і Π_3 розділяють простір на вісім тригранних кутів, які називаються *октантами* та нумеруються у порядку, зазначеному на рисунку 1.14, а.

Якщо профільна площина проєкцій Π_3 не використовується, площини Π_1 і Π_2 розділяють простір на чотири двогранні кути – *чверті* (рис. 1.14, б). Вісь проєкцій розділяє площини проєкцій на дві півплощини.

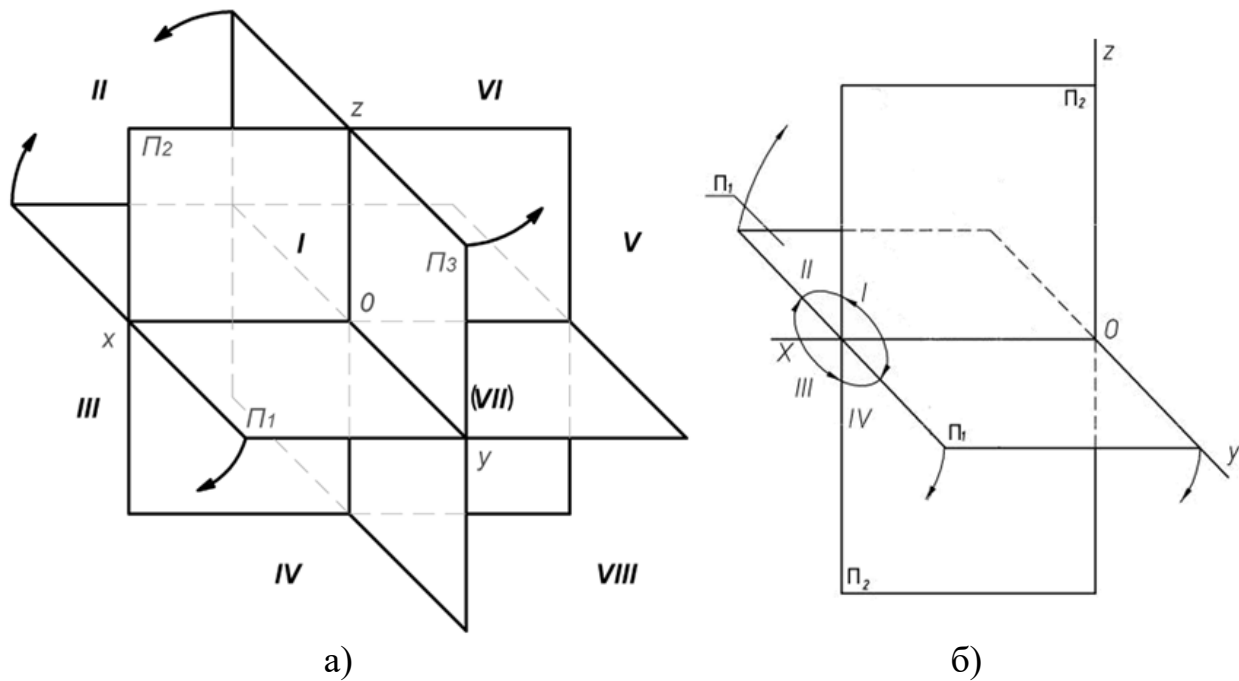


Рисунок 1.14 – Утворення октантів та чвертей простору

1.3 Комплексне креслення точки

Розглянемо побудову проєкцій точки на прикладі проєкціювання точки A , яка знаходиться у просторі. Зображення точки будуюмо на площинах xOy (Π_1), xOz (Π_2), yOz (Π_3) (рис. 1.15, а). Щоб отримати плоску картину, повернемо площину Π_1 навколо осі x до суміщення з площиною Π_2 , а площину Π_3 сумістимо з площиною Π_2 поворотом навколо осі z . Отримаємо трикартинне комплексне креслення точки A ($A_1A_2A_3$) з осями (рис. 1.15, б). Вісь y «роздвоїлася» і належить площині Π_1 і площині Π_3 . На кресленні будемо мати тільки проєкції точки A .

У тривимірному просторі положення точки визначають за допомогою прямокутних (декартових) координат x, y, z . Координату x називають абсцисою, y – ординатою, z – аплікатою.

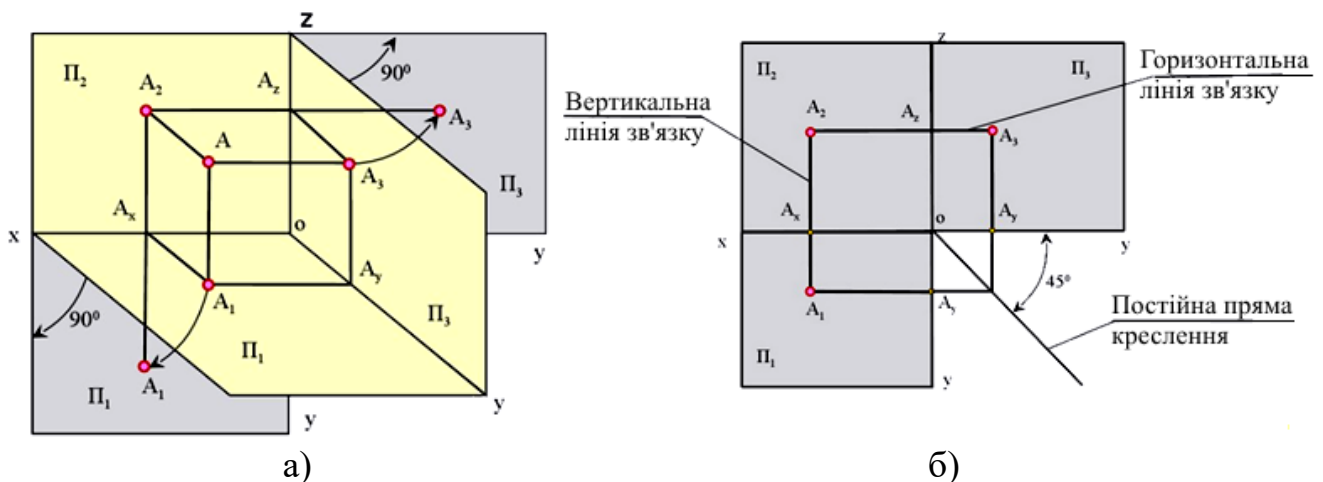


Рисунок 1.15 – Наочне зображення та комплексне креслення точки

Горизонтальна проєкція точки A визначається на епюрі її координатами x і y , а фронтальна – координатами x і z . Отже, двома проєкціями точки, що рівнозначно її заданню трьома координатами, положення точки у просторі визначається однозначно.

Оскільки дві проєкції точки визначають її положення у просторі, то за двома проєкціями можна побудувати третю її проєкцію – профільну.

1.3.1 Точка у чвертях простору

Так як позитивний напрямок осей умовно приймається в першому октанті, в інших октантах координати точки будуть мати знак мінус. Знаки координат в чвертях простору представлені в таблиці на рисунку 1.16.

На епюрі проєкції точок, розташованих в різних чвертях, виглядають наступним чином (таблиця 1.1).

Чверті	Координати		
	X	Y	Z
1	+	+	+
2	+	-	+
3	+	-	-
4	+	+	-

Рисунок 1.16 – Знаки координат в чвертях простору

Таблиця 1.1 – Проєкції точок, розташованих в різних чвертях простору

Положення	Зображення
1	2
I чверть – горизонтальна проєкція нижче осі x , фронтальна вище	I чверть
II чверть – обидві проєкції вище осі x	II чверть

Продовження таблиці 1.1

1	2
III чверть – горизонтальна проєкція вище осі x , фронтальна нижче	III чверть
IV чверть – обидві проєкції нижче осі x	IV чверть

1.3.2 Точка в площинах проєкцій

Якщо точка належить площині проєкцій, то одна з її координат буде відсутня, тобто дорівнюватиме нулю.

Якщо точка розташована в горизонтальній площині проєкцій, її горизонтальна проєкція й сама точка будуть співпадати. Фронтальна проєкція такої точки буде знаходитися на осі перетину площин, координата z дорівнює нулю (рис. 1.17).

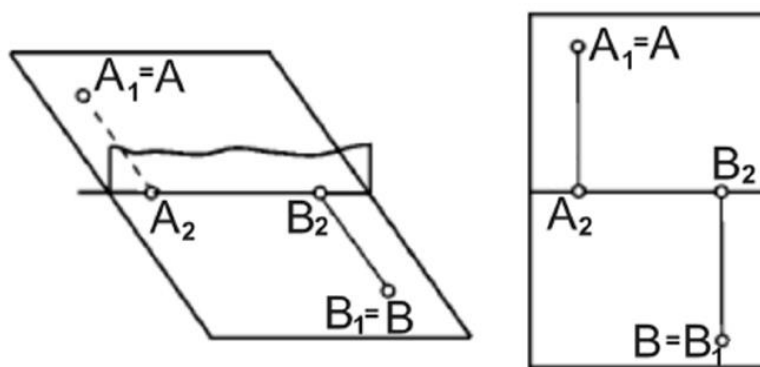


Рисунок 1.17 – Належність точки площині Π_1

Якщо точка розташована в фронтальній площині проєкцій, її фронтальна проєкція й сама точка будуть співпадати. Горизонтальна проєкція цієї точки буде знаходитися на осі x , координата у дорівнює нулю (рис. 1.18).

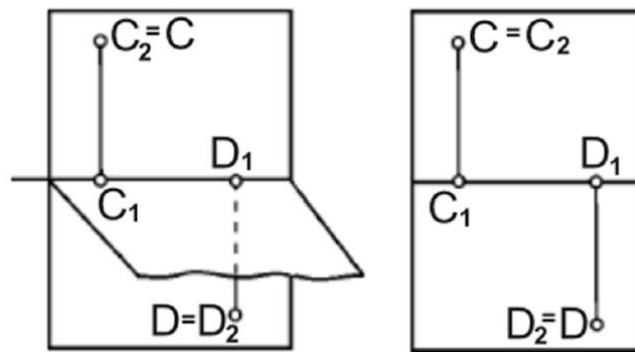


Рисунок 1.18 – Належність точки площині Π_2

1.3.3 Конкуруючі точки

Точки, що належать різним геометричним фігурам і лежать на одному проєкціювальному промені, називаються конкуруючими у видимості відносно тієї площини проєкцій, до якої проєкціювальний промінь є перпендикуляром.

На рисунку 1.19 наведено наочне зображення конкуруючих точок відносно площин Π_1 та Π_2 . Точки A і B є конкуруючими відносно горизонтальної площини проєкцій Π_1 , а точки C і D – відносно фронтальної площини проєкцій Π_2 .

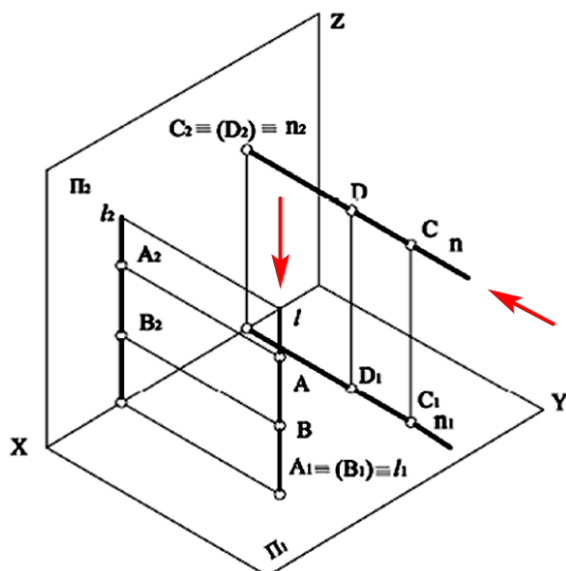


Рисунок 1.19 – Конкуруючі точки

На рисунку 1.20 наведено приклад зображення конкуруючих точок на комплексному кресленні.

На комплексному кресленні з двох конкуруючих точок видимою буде та, відповідна координата якої є більшою.

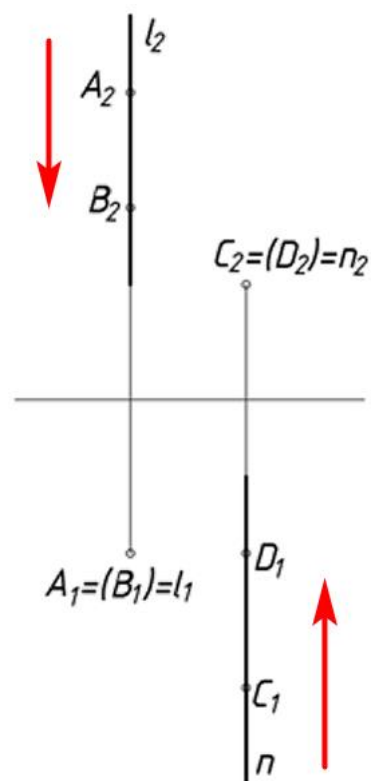


Рисунок 1.20 – Комплексне креслення конкуруючих точок A , B та C , D

Точки A і B лежать на одному проєкціювальному промені $l \perp \Pi_1$, ці точки називають конкуруючими у видимості відносно площини Π_1 . Точка A видима, вона має більшу координату z , ніж точка B , яка невидима і яку беруть у дужки.

Точки C і D також лежать на одному проєкціювальному промені $n \perp \Pi_2$, ці точки називають конкуруючими у видимості відносно площини Π_2 . Точка C має більшу координату y , тому вона видима, а точка D – невидима.

Розгляд на епюрі взаємного положення конкуруючих точок дає можливість визначити видимість на даній площині проєкції.

1.4 Комплексне креслення прямої лінії

Положення прямої у просторі визначається двома її точками. Пряма лінія на епюрі задається двома проєкціями.

1.4.1 Пряма загального положення

Пряма, що не паралельна жодній з площин проєкцій, називається *прямою загального положення* (рис. 1.21, а). На епюрі (рис. 1.21, б) ця пряма задана проєкціями двох її точок A і B . Поєднуючи прямими однойменні проєкції цих точок, отримаємо проєкції відрізка прямої.

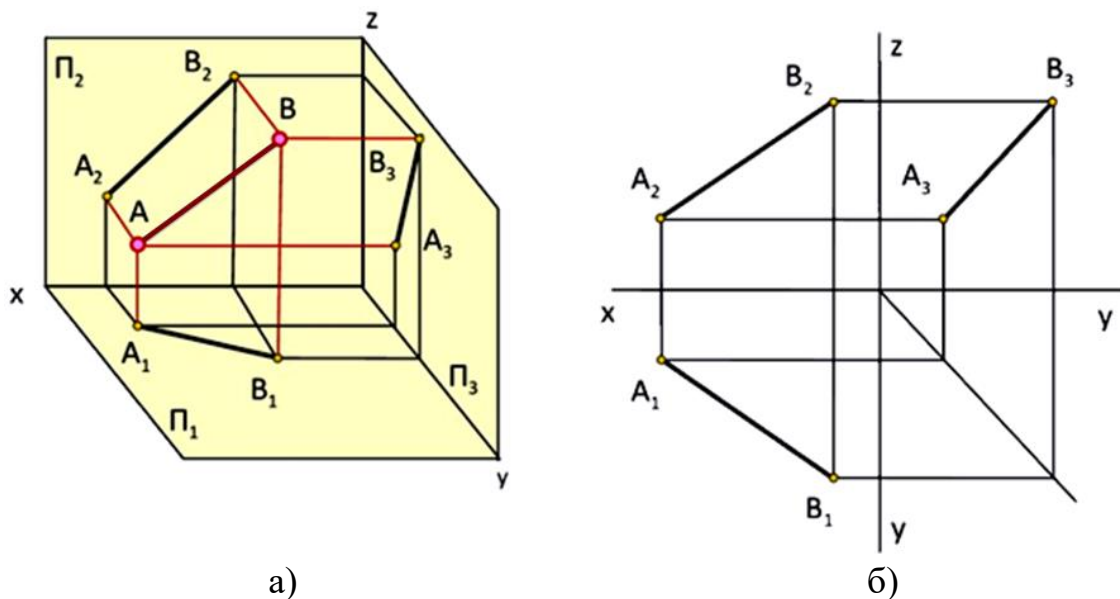


Рисунок 1.21 – Наочне зображення та комплексне креслення прямої загального положення

Визначення довжини відрізка прямої

Ортогональні проєкції відрізка прямої загального положення завжди менше довжини самого відрізка. Довжину відрізка прямої можна визначити за двома його проєкціями з прямокутного трикутника (рис. 1.22), в якому одним катетом є горизонтальна проєкція відрізка AB (A_1B_1), а іншим – різниця координат його кінців, взята з фронтальної проєкції ($Z_B - Z_A = \Delta Z$).

Гіпотенузою прямокутного трикутника B_1B_0 є довжина відрізка. Кут α у цьому трикутнику визначає кут нахилу прямої до площини Π_1 .

Довжину відрізка прямої можна визначити аналогічним способом, побудувавши прямокутний трикутник на фронтальній проекції відрізка (A_2B_2). Кут β у цьому трикутнику визначає кут нахилу прямої AB до площини Π_2 .

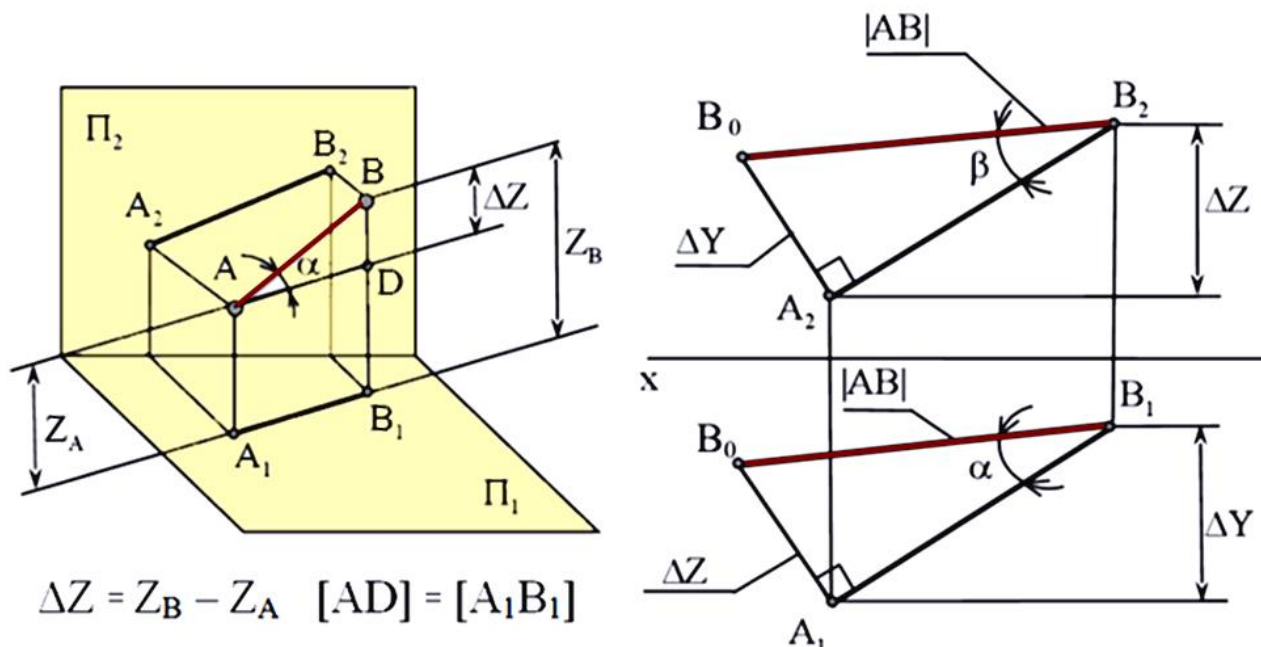


Рисунок 1.22 – Визначення довжини відрізка прямої загального положення

Сліди прямої лінії

Слідами прямої називаються точки перетину прямої з площинами проекції. Для визначення на епюрі горизонтального сліду прямої необхідно продовжити її фронтальну проекцію до перетину з віссю x і у цій точці відновити перпендикуляр до перетину з горизонтальною проекцією прямої (рис. 1.23). Фронтальний слід прямої визначають аналогічним способом.

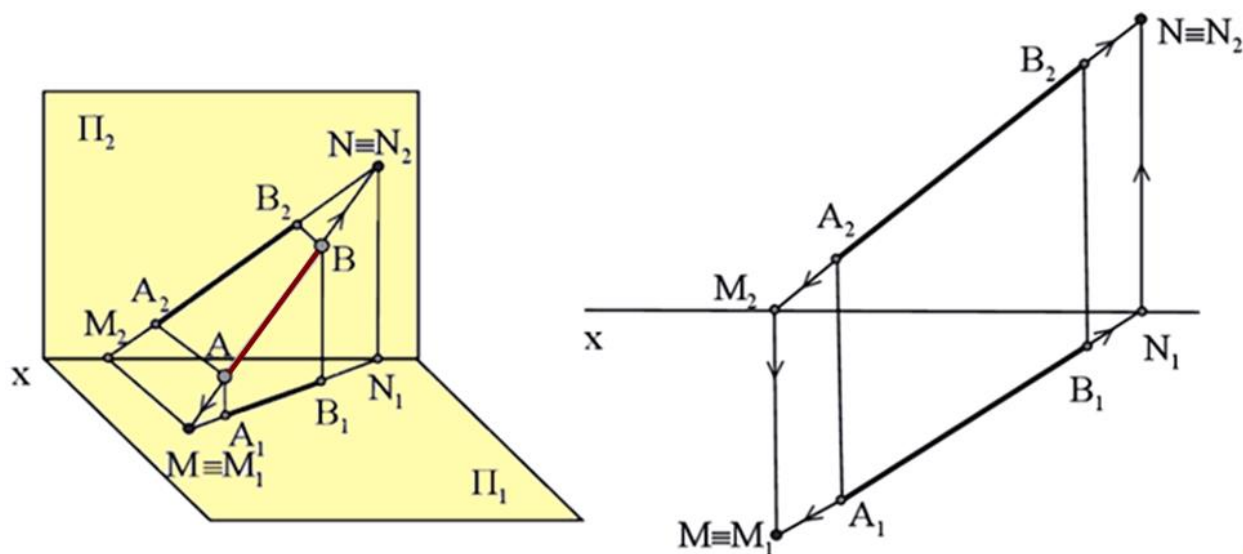


Рисунок 1.23 – Визначення слідів прямої

Сліди прямої будуються як точки перетину прямої зі своїми проєкціями, тому кожен слід збігається зі своєю однойменною проєкцією. Сліди прямої є точками, в яких пряма переходить з однієї чверті в іншу.

1.4.2 Прямі окремого положення

Прямі, паралельні або перпендикулярні площинам проєкцій, називаються *прямими окремого положення*.

Прямі, паралельні площинам проєкцій

Такі прямі називають *лініями рівня*.

Пряма АВ, паралельна горизонтальній площині проєкцій, називається *горизонталлю* (рис. 1.24). Вона проєкціюється на цю площину проєкцій у натуральному розмірі. Аплікати її точок (висоти) однакові, тому фронтальна проєкція паралельна осі x .

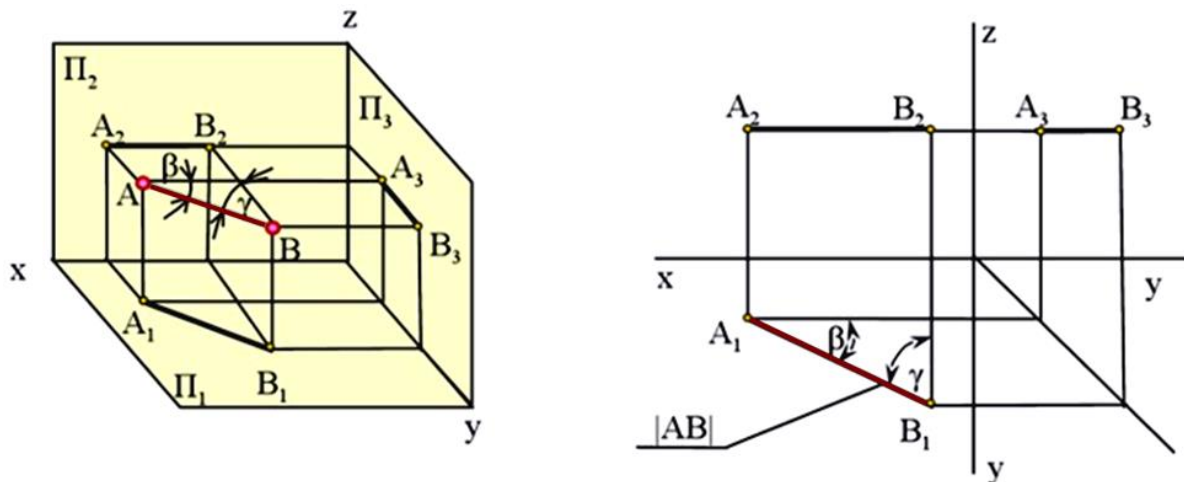


Рисунок 1.24 – Проекції горизонталі

Пряма, паралельна фронтальній площині, називається *фронталлю* (ординати її точок однакові) (рис. 1.25).

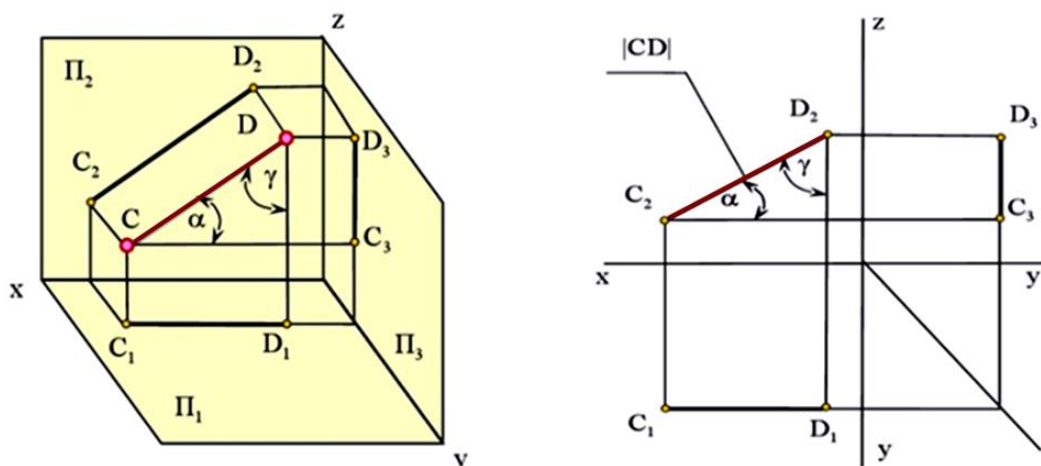


Рисунок 1.25 – Проекції фронталі

Пряма, паралельна профільній площині проєкції, називається *профільною прямою* (рис. 1.26). У профільній прямій проєкції збігаються з напрямком ліній зв'язку, тому завжди будується її профільна проєкція.

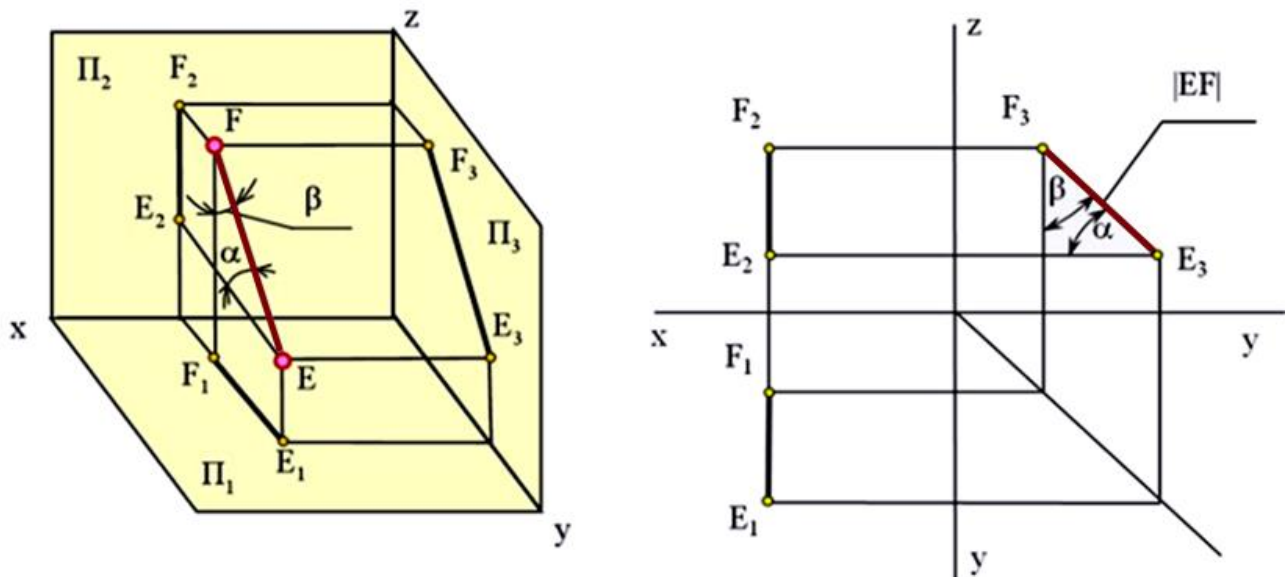


Рисунок 1.26 – Проєкції профільної прямої

Прямі, перпендикулярні до однієї з площин проєкцій

Такі прямі називають *проєкціюючими*. Вони водночас паралельні до двох інших площин проєкцій, тому на ці площини проєкціюються у дійсному розмірі.

Пряму, перпендикулярну до площини Π_1 , називають *горизонтально-проєкціюючою*. Вона на цю площину проєкціюється у точку (рис. 1.27). Пряму, перпендикулярну до площини Π_2 , називають *фронтально-проєкціюючою* (рис. 1.28). Пряму, перпендикулярну до площини Π_3 , – *профільно-проєкціюючою* (рис. 1.29).

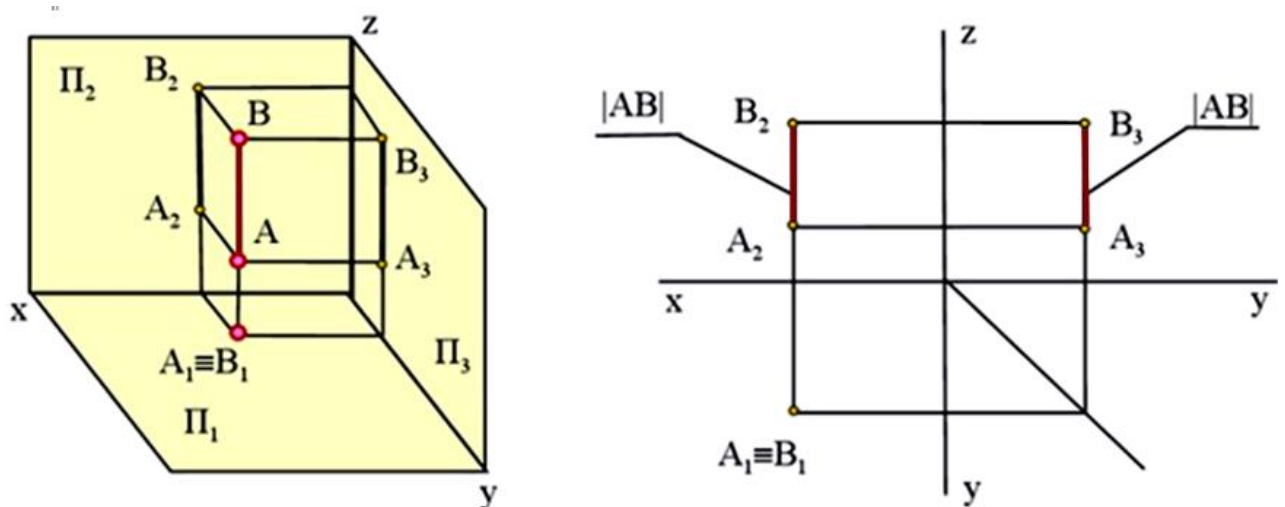


Рисунок 1.27 – Проєкції горизонтально-проєкціюючої прямої

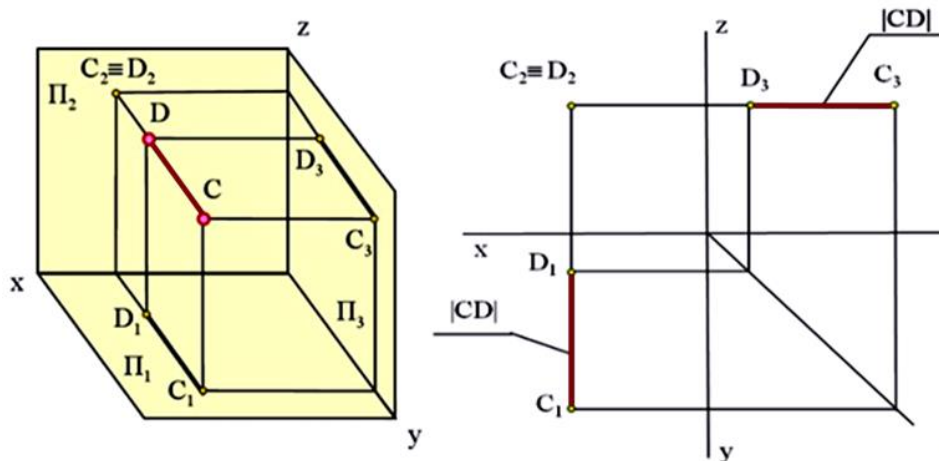


Рисунок 1.28 – Проекції фронтально-проекціюючої прямої

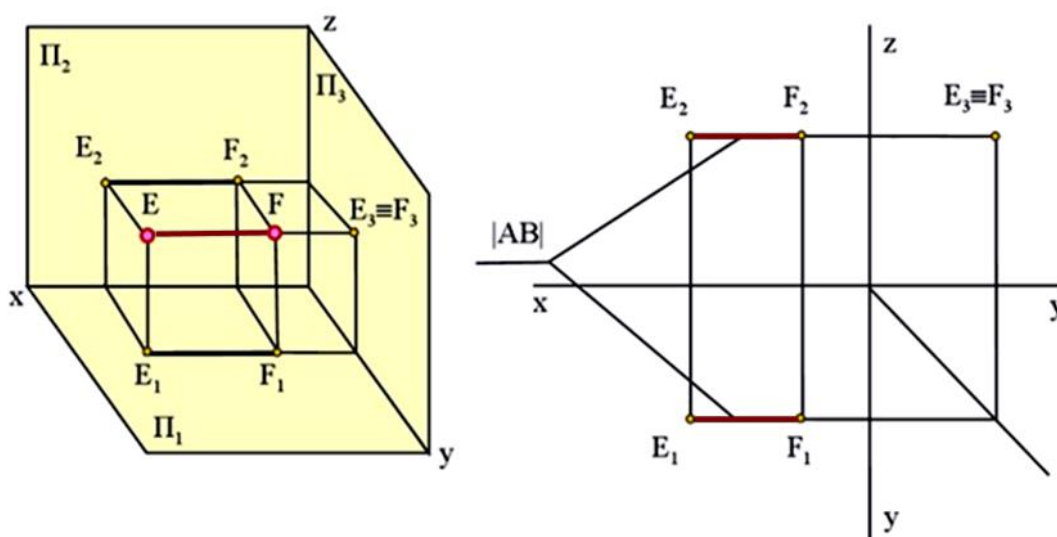


Рисунок 1.29 – Проекції профільно-проекціюючої прямої

1.4.3 Взаємне положення прямих

Прямі лінії у просторі можуть бути паралельними, можуть перетинатися і бути мимобіжними. Вони зображуються на епюрі так.

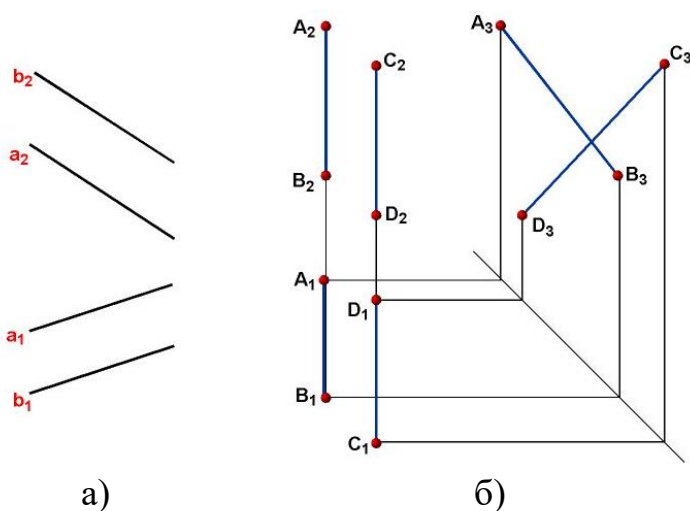


Рисунок 1.30 – Проекції паралельних прямих

Паралельні прямі

Однйменні проєкції паралельних прямих паралельні (рис. 1.30, а). Винятком є випадок, коли однйменні горизонтальні й фронтальні проєкції профільних прямих паралельні. Для оцінки їх взаємного положення необхідно звернутися до третьої, профільної проєкції (рис. 1.30, б).

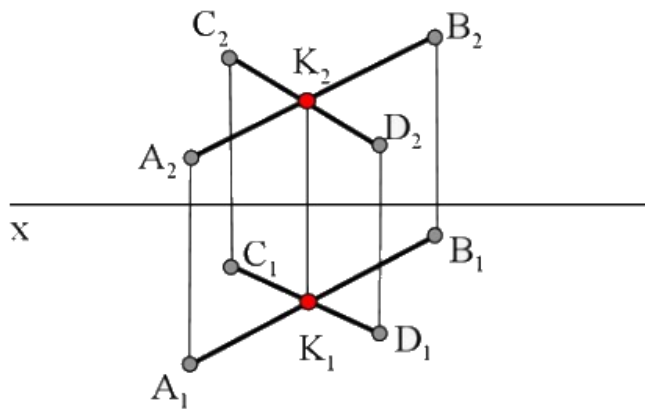


Рисунок 1.31 – Проекції прямих, що перетинаються

Прямі, що перетинаються

Однйменні проєкції таких прямих перетинаються, і точки їх перетину знаходяться на одній лінії зв'язку (рис. 1.31). Якщо дві прямі перетинаються під прямим кутом, то переважно їхні проєкції утворюють кут, який не дорівнює 90° .

Проекціювання прямого кута

Прямий кут проєкціюється в дійсному розмірі, якщо одна з його сторін паралельна площині проєкцій, а друга є прямою загального положення. На рисунку 1.32, а пряма ВС є горизонталлю, прямий кут проєкціюється в дійсному розмірі на горизонтальній площині проєкцій. На рисунку 1.32, б пряма ВС – фронталь, дійсний розмір кута – на фронтальній площині.

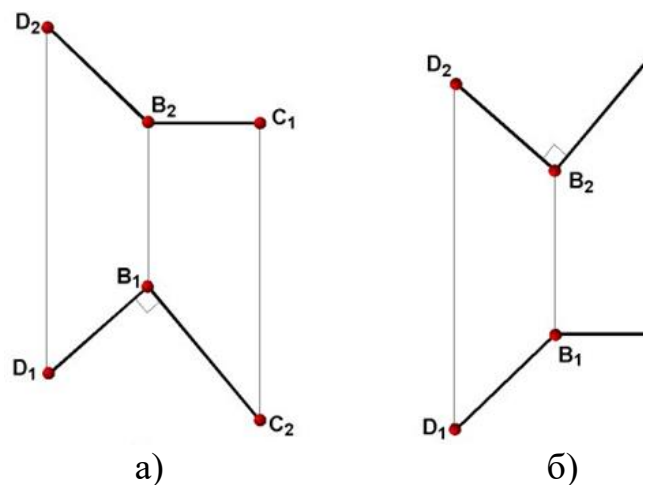


Рисунок 1.32 – Проекціювання прямого кута

Мимобіжні прямі

Однйменні проєкції мимобіжних прямих можуть перетинатися, але точки їх перетину не лежать на одній лінії зв'язку (рис. 1.33, а).

Точкам перетину однйменних проєкцій мимобіжних прямих відповідають у просторі дві точки: в одному випадку – 1 і 2, а в іншому – 3 і 4, розташовані на прямих. Точці перетину горизонтальних проєкцій прямих відповідають дві фронтальні проєкції точок 1 і 2. Апліката (висота) точки 1 більше, отже, пряма 1 у цьому місці проходить над прямою 2 і буде видимою, якщо дивитися зверху (рис. 1.33, б). Дві інші точки 3 і 4, що збігаються на фронтальній проєкції, мають різні ординати. Ордината точки 4 більше, отже, пряма 1 у цьому місці розташована ближче до глядача і буде видимою, якщо дивитися спереду (рис. 1.33, в).

Точки, що лежать на мимобіжних прямих, однйменні проєкції яких збігаються, є *конкуруючими*. Розгляд на епюрі взаємного положення конкуруючих точок дає можливість визначити видимість мимобіжних прямих.

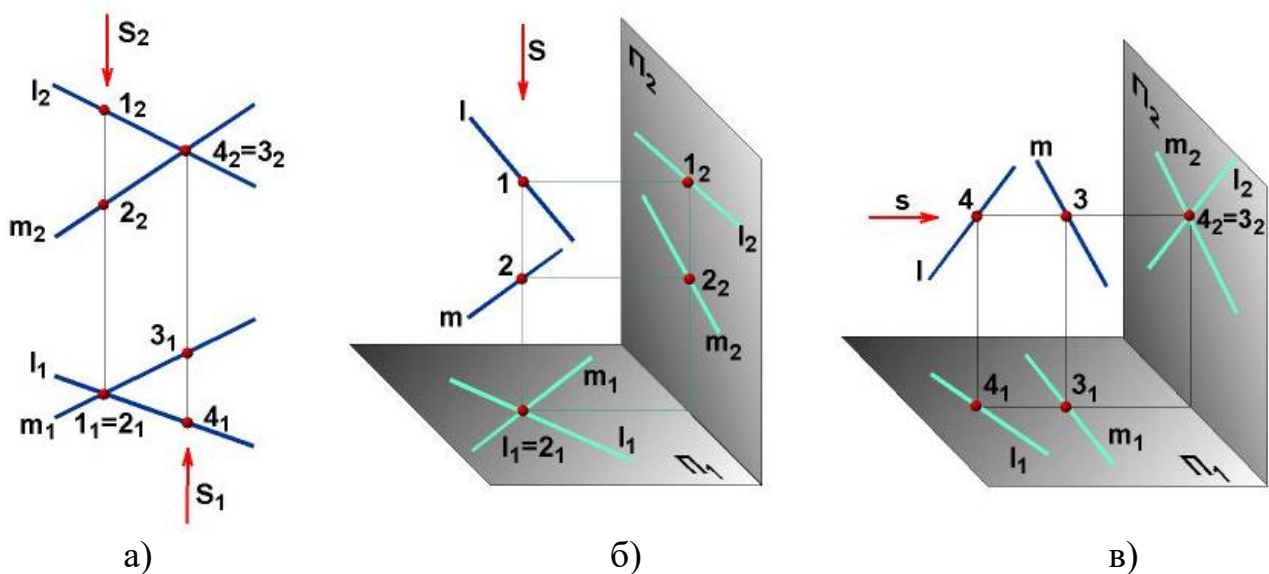


Рисунок 1.33 – Проекціювання мимобіжних прямих

1.5 Питання для самоперевірки

1. Як називається процес отримання зображення предмета на площині?
2. Опишіть сутність метода проєкцій.
3. Що таке проєкціюючі промені?
4. Яке зображення називають паралельною проєкцією?
5. Яке проєкціювання називають ортогональним, або прямокутним?
6. Назвіть властивості прямокутного проєкціювання.
7. Що називають прямокутними координатами точки?
8. Що таке трикартинне комплексне креслення точки?
9. Яке положення займає точка в просторі, якщо її фронтальна проєкція розташована на осі проєкцій OZ?
10. Якій площині проєкцій належить точка, якщо її координата Y дорівнює нулю?
11. Яка пряма називається прямою загального положення?
12. Які необхідні і достатні умови для побудови на комплексному кресленні точки, що належить заданій прямій?
13. Якою координатою визначається відстань до площини проєкцій Π_1 ?
14. Назвіть, яка з двох конкуруючих точок буде видимою.
15. Як розташована фронтальна проєкція горизонталі?
16. Що таке сліди прямої лінії?
17. Що таке горизонтально-проєкціююча пряма?
18. Як визначається кут нахилу та довжина відрізка за його ортогональною проєкцією?

ЛЕКЦІЯ 2 ПРОЄКЦІЇ ПЛОЩИНИ. ПОЗИЦІЙНІ ТА МЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

2.1 Проекції площини.

2.1.1 Задання площини на комплексному кресленні.

2.1.2 Положення площини відносно площин проєкцій.

2.1.3 Належність точки і прямої площині.

2.2 Взаємне положення двох площин.

2.2.1 Паралельність площин.

2.2.2 Перетин площин.

2.2.3 Перпендикулярність площин.

2.3 Взаємне положення прямої та площини.

2.3.1 Пряма, паралельна площині.

2.3.2 Пряма лінія, яка перетинає площину.

2.3.3 Пряма лінія, перпендикулярна площині.

2.3.4 Взаємно перпендикулярні площини.

2.4 Питання для самоперевірки.

2.1 Проекції площини

2.1.1 Задання площини на комплексному кресленні

Площина є найпростішою поверхнею. *Площиною* називається поверхня, яка має таку властивість: якщо будь-яка пряма має з нею спільні точки, вона цілком їй належить.

Положення площини в просторі можна визначити: трьома точками, що не лежать на одній прямій (рис. 2.1, а); прямою й точкою поза нею (рис. 2.1, б); прямими, що перетинаються (рис. 2.1, в), або двома паралельними прямими (рис. 2.1, г); будь-якою плоскою фігурою (рис. 2.1, д).

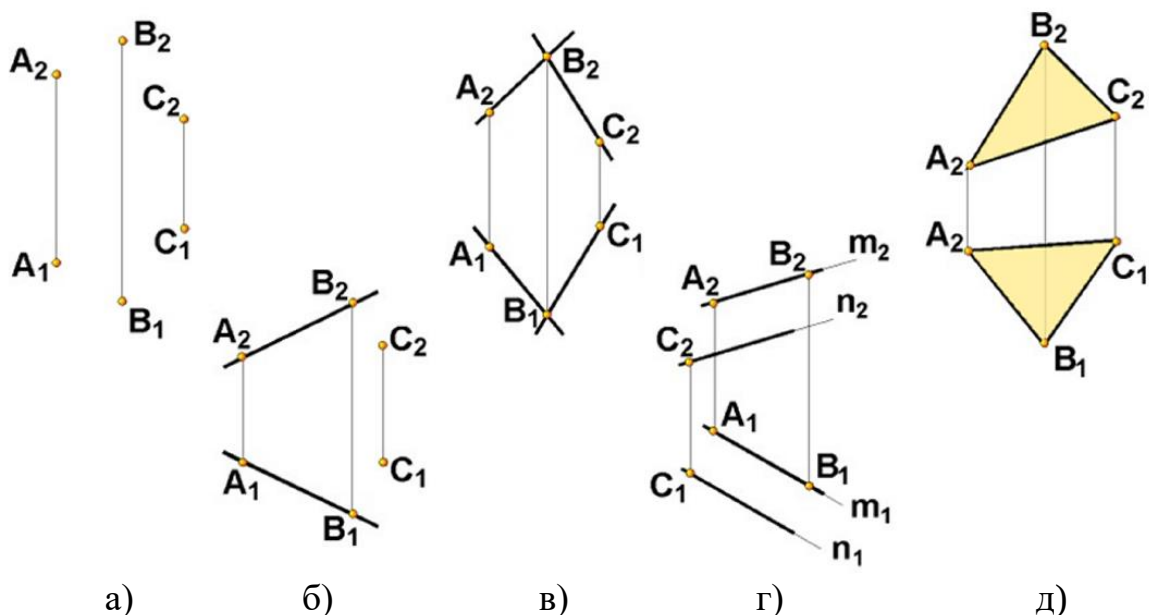


Рисунок 2.1 – Способи задання площини в просторі

Площина також може бути задана слідами, що зручно у процесі побудові тіней і перспективи (рис. 2.2). *Слідами площини* називаються лінії перетину площини з площинами проєкцій. Назва сліду відповідає назві площини проєкцій.

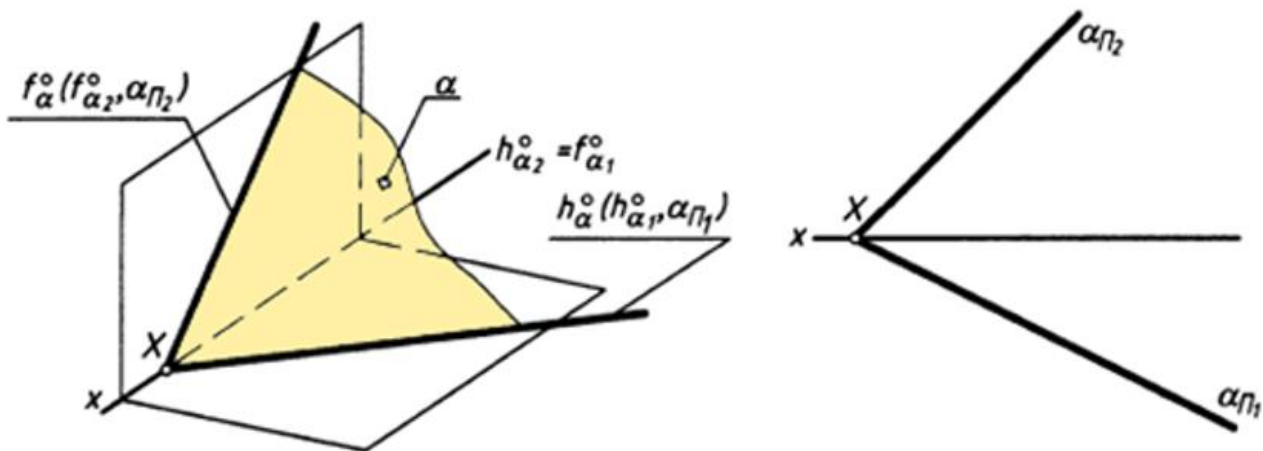


Рисунок 2.2 – Задання площини слідами

2.1.2 Положення площини відносно площин проєкцій

Залежно від того, яке положення займають площини щодо площин проєкцій, можна виділити:

- 1) *площини загального положення* – неперпендикулярні і непаралельні площинам проєкцій (рис. 2.3);
- 2) *площини проєкціюючі* – перпендикулярні до площин проєкцій;
- 3) *площини рівня* – проєкціюючі площини, паралельні площинам проєкцій.

Площини рівня і проєкціюючі площини, на відміну від площин загального положення, називаються *площинами окремого положення*.

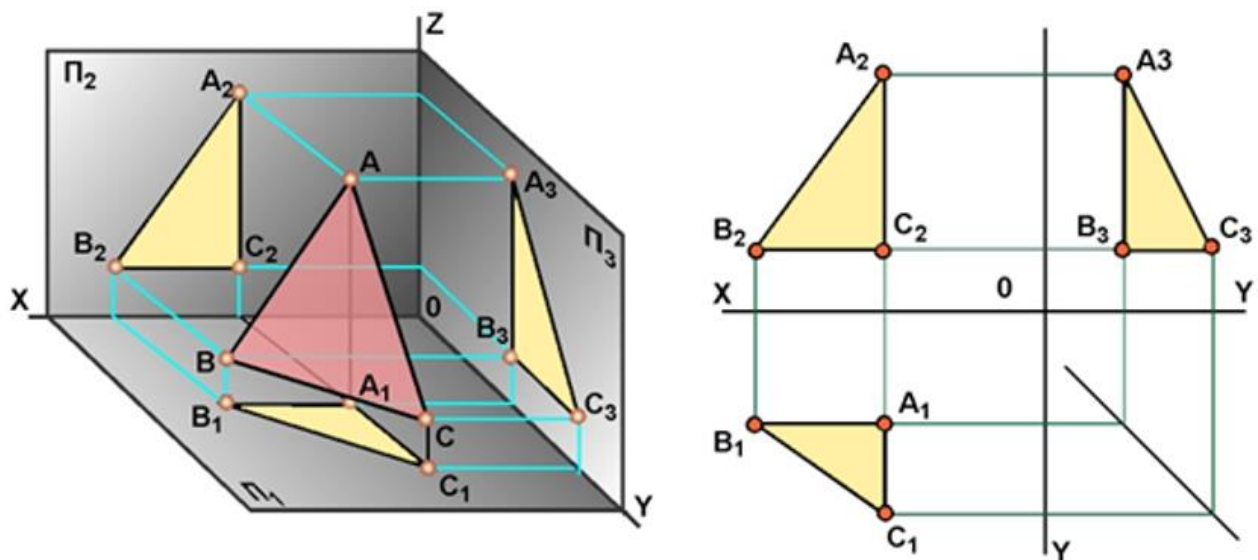


Рисунок 2.3 – Проекції площини загального положення

Площини окремого положення

Горизонтально-проекціююча площина – перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій (рис. 2.4). Горизонтальна проєкція площини становить пряму, що збігається з горизонтальним слідом площини. Горизонтальні проєкції точок і фігур, що лежать у цій площині, збігаються з її горизонтальним слідом.

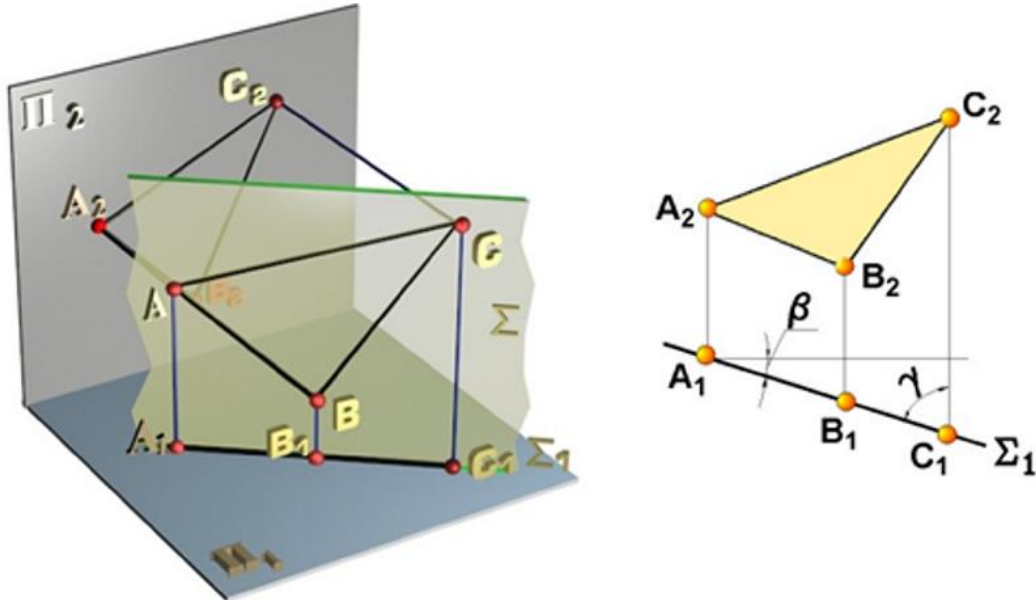


Рисунок 2.4 – Проекції горизонтально-проекціюючої площини

Фронтально-проекціююча площина – перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій. Фронтальна проєкція трикутника ABC, що належить площині, збігається з фронтальним слідом. Кут α між площинами Δ і Π_1 проєкціюється без спотворення (рис. 2.5).

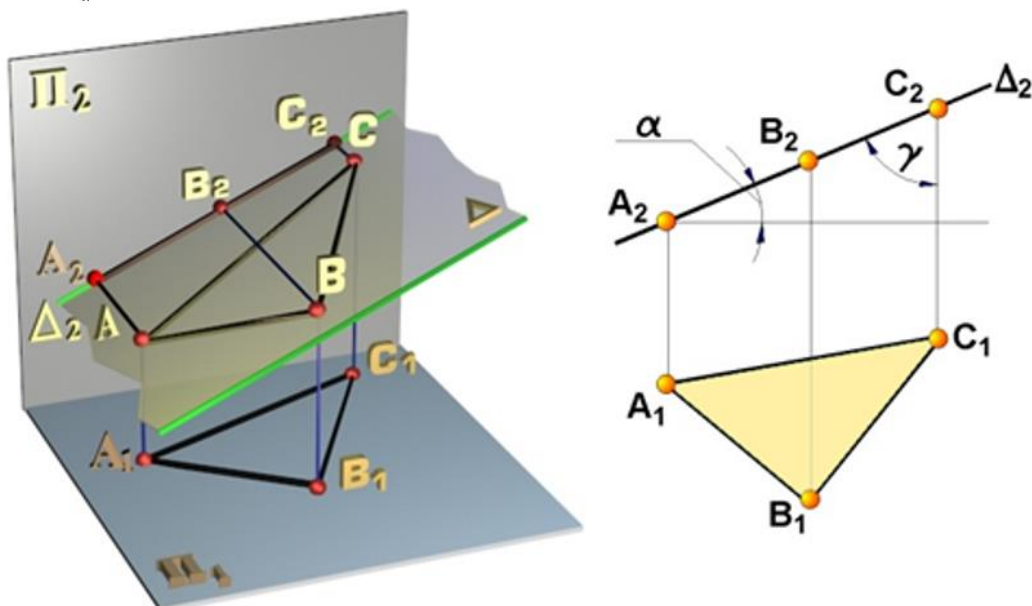


Рисунок 2.5 – Проекції фронтально-проекціюючої площини

Профільно-проекціююча площина – перпендикулярна до профільної площини проєкцій (рис. 2.6). Щоб побачити проєкціюючий слід площини, необхідно побудувати профільну проєкцію, оскільки горизонтальна і фронтальна проєкції такої площини не відрізняються від проєкцій площини загального положення.

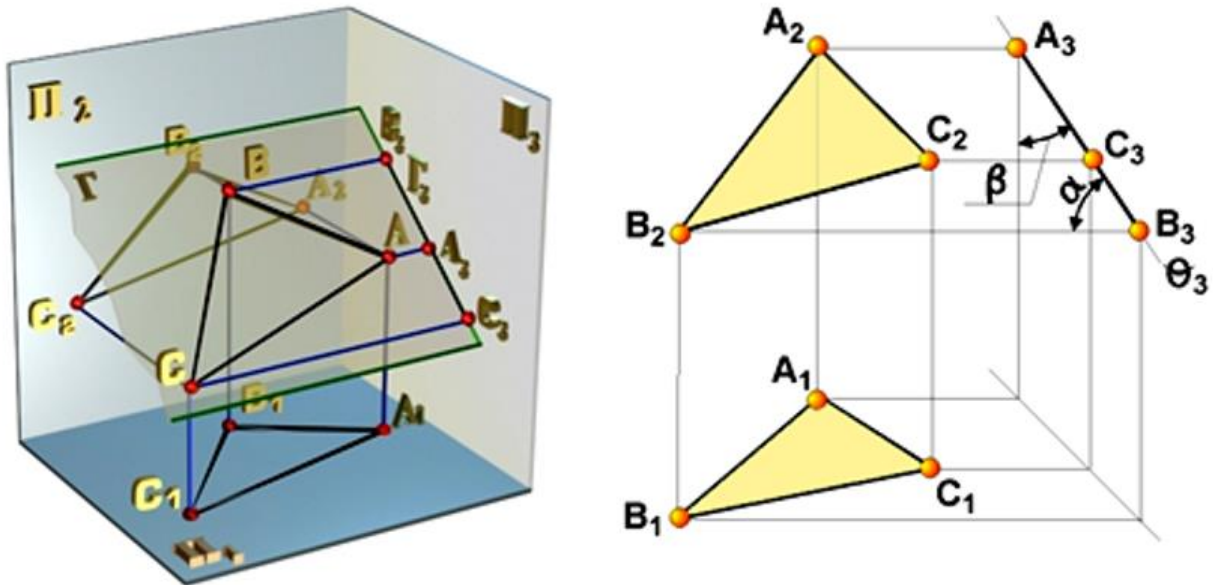


Рисунок 2.6 – Проєкції профільно-проекціюючої площини

Горизонтальна площина рівня – паралельна горизонтальній площині проєкцій (рис. 2.7). Її горизонтальна проєкція є дійсним розміром.

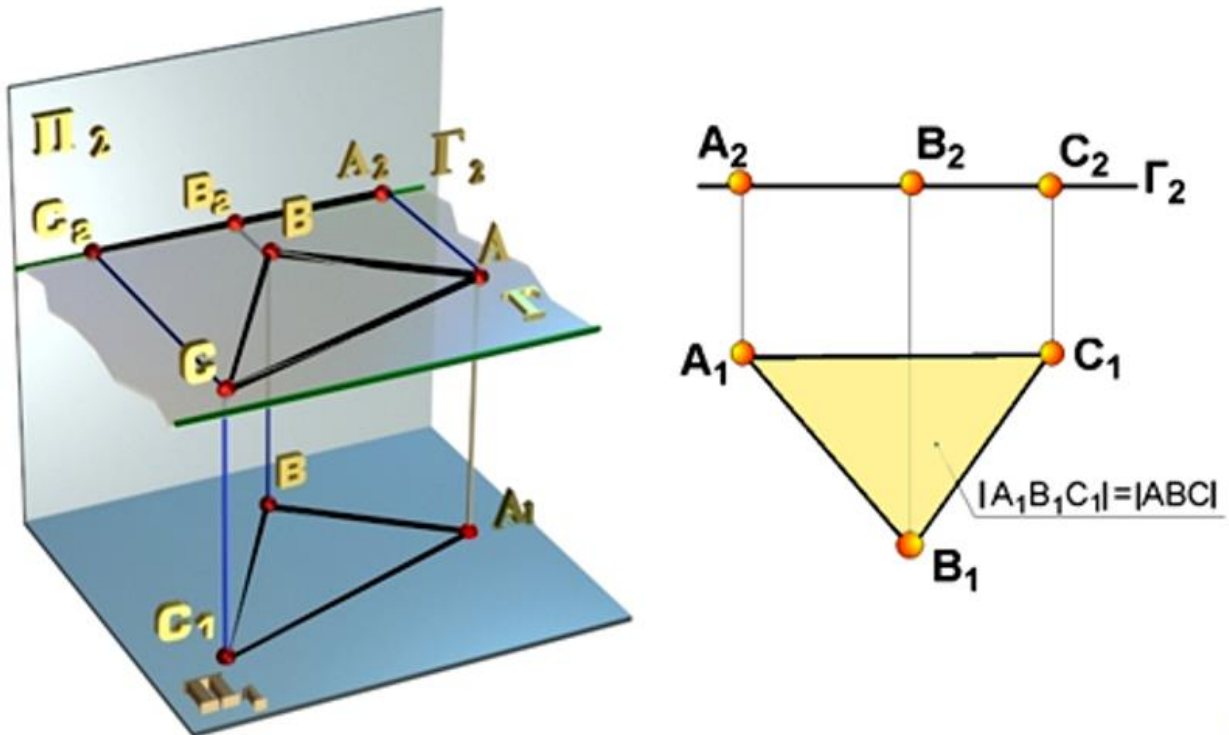


Рисунок 2.7 – Проєкції горизонтальної площини

Фронтальна площина рівня – паралельна фронтальній площині проєкцій (рис. 2.8).

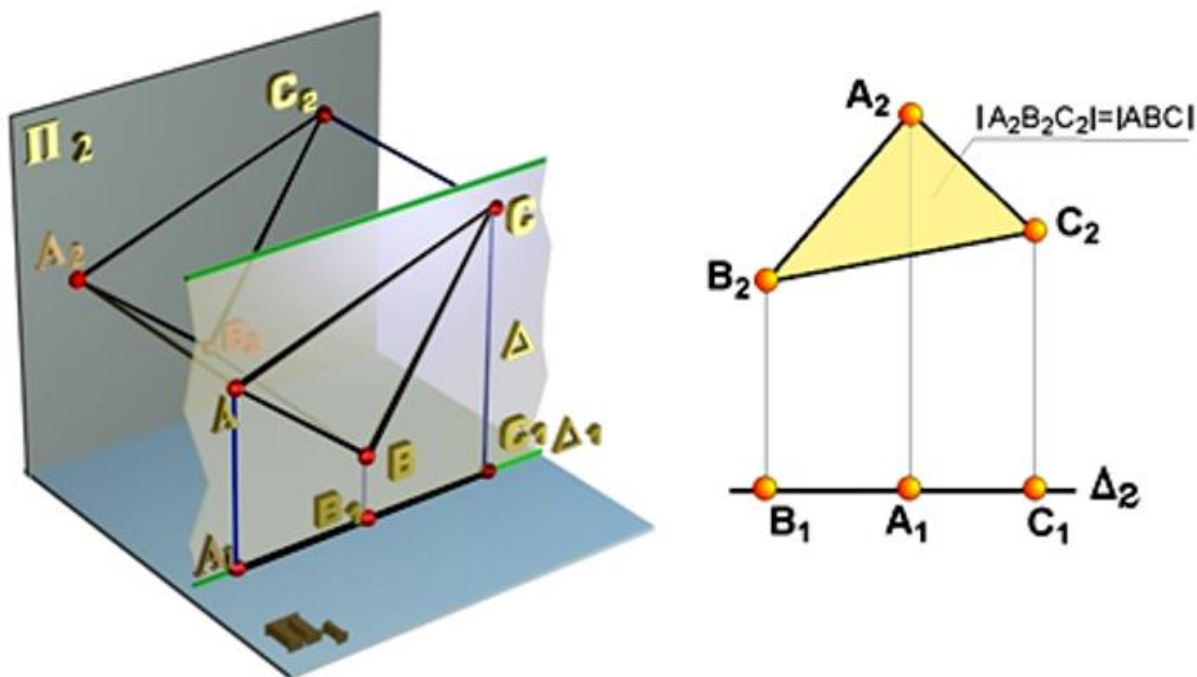


Рисунок 2.8 – Проєкції фронтальної площини

Профільна площина рівня – паралельна профільній площині проєкцій (рис. 2.9). Її горизонтальна і фронтальна проєкції співпадають із лініями проєкційного зв'язку.

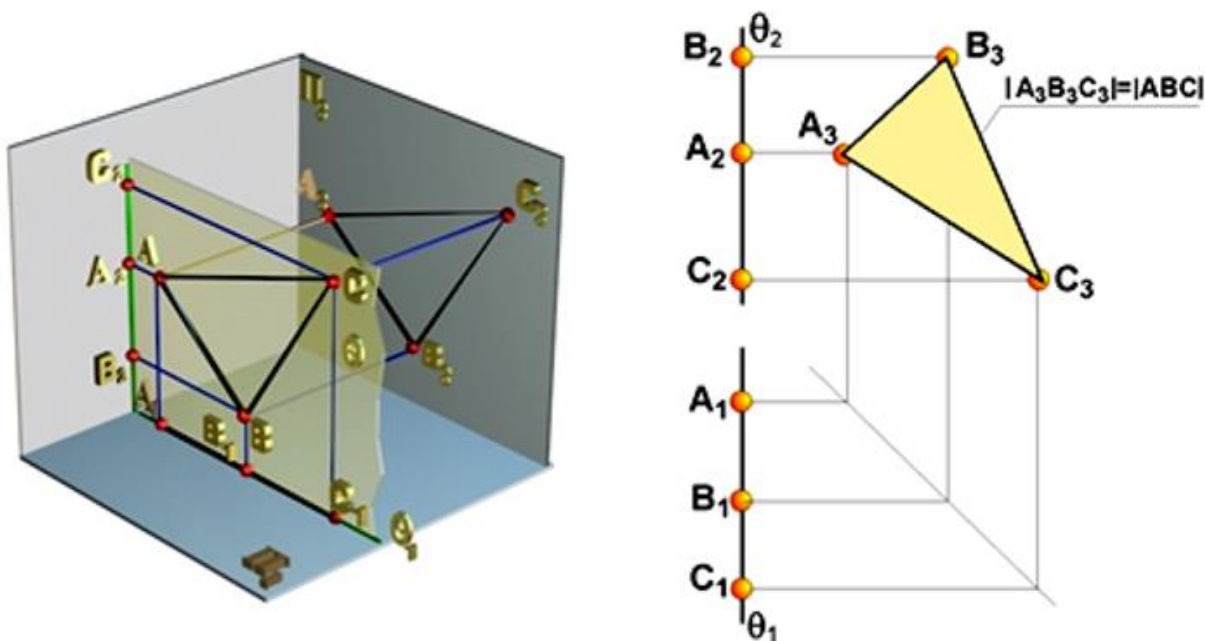


Рисунок 2.9 – Проєкції профільної площини

2.1.3 Належність точки і прямої площині

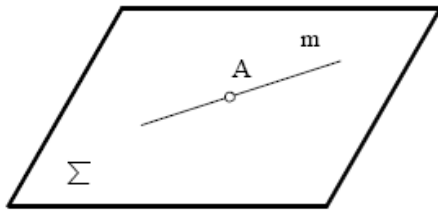


Рисунок 2.10 – Точка в площині

Пряма лінія належить площині, якщо вона проходить через дві точки цієї площини (рис. 2.11).

Точка належить площині, якщо вона належить якійсь прямій лінії, яка належить цій площині (рис. 2.10).

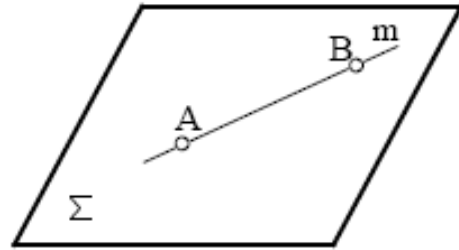


Рисунок 2.11 – Пряма в площині

Пряма лінія належить площині, якщо вона проходить через одну точку цієї площини і паралельна до будь-якої прямої, розташованої у цій площині (рис. 2.12).

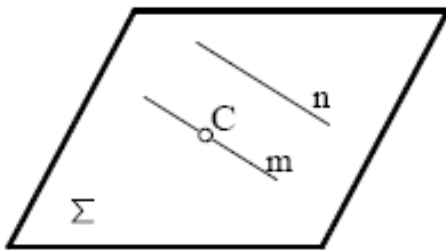


Рисунок 2.12 – Пряма в площині

Якщо пряма лінія належить площині, її відповідні сліди належать відповідним слідам площини. Тобто через два горизонтальні або фронтальні сліди двох прямих площини можна провести горизонтальний або фронтальний слід цієї площини.

Головні лінії площини

Лініями рівня площини називають лінії, що належать даній площині та паралельні до одної з площин проєкцій, – це горизонтальні h , фронтальні f і профільні прямі p (рис 2.13).

Лінії перетину площини з площинами проєкцій – сліди площини – також є горизонтальною h , фронтальною f та профільною p прямими. Їх у цьому випадку називають нульовими лініями рівня та позначають: h^0 , f^0 , p^0 .

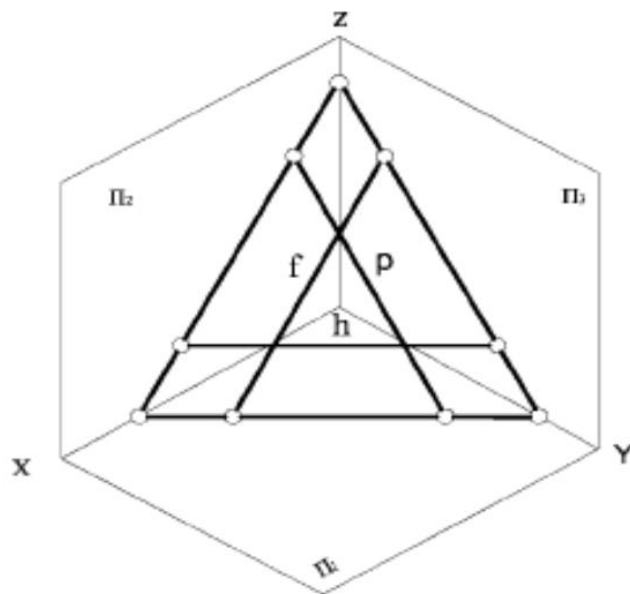


Рисунок 2.13 – Лінії рівня площини: h , f та p

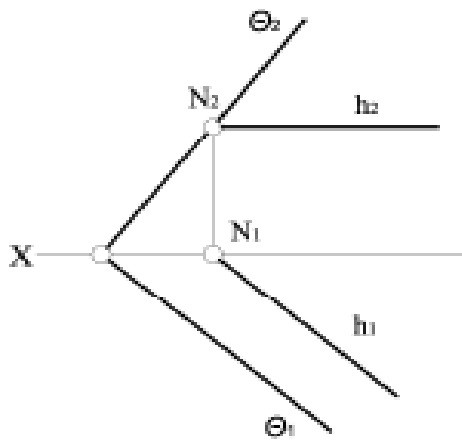


Рисунок 2.14 – Комплексне креслення горизонтальної прямої площини θ

На рисунку 2.15 наведено приклад комплексного креслення горизонтальної прямої площини Σ (ABC), яка задана відсіком площини.

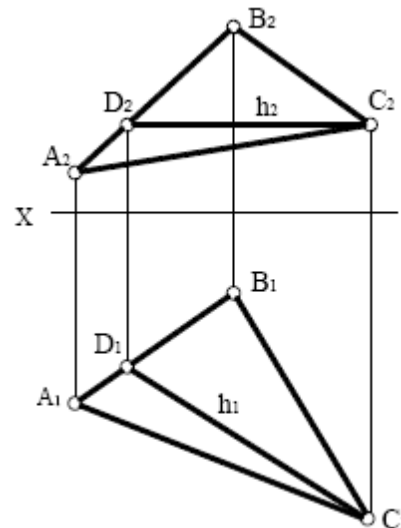


Рисунок 2.15 – Комплексне креслення горизонтальної прямої площини Δ (ABC)

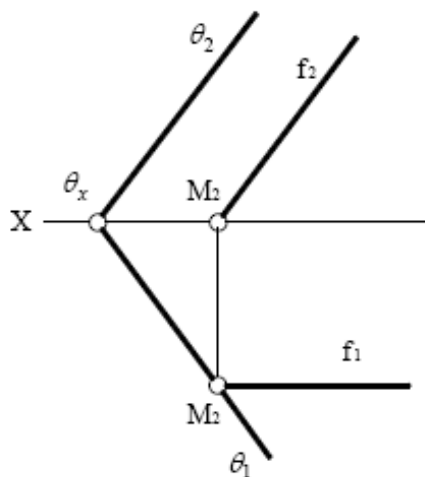


Рисунок 2.16 – Комплексне креслення фронтальної прямої площини θ

На рисунку 2.17 наведено приклад комплексного креслення фронтальної прямої площини Σ (ABC), яка задана відсіком площини.

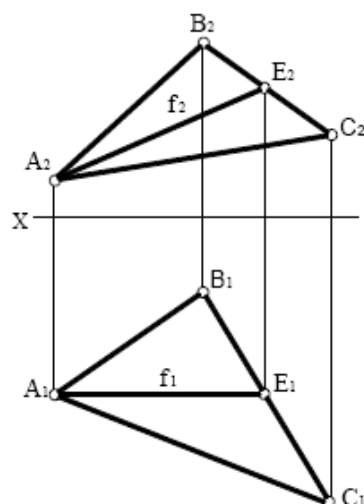


Рисунок 2.17 – Комплексне креслення фронтальної прямої площини Δ (ABC)

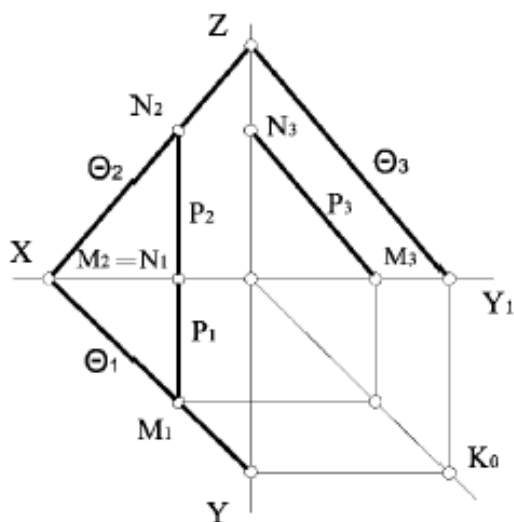


Рисунок 2.18 – Комплексне креслення профільної прямої площини θ

На рисунку 2.19 наведено приклад комплексного креслення профільної прямої площини, яка задана Δ (ABC).

Профільна пряма – це лінія, що належить площині та паралельна до профільної площини проєкцій P_3 . На рисунку 2.18 наведено приклад комплексного креслення профільної прямої площини θ , яка задана слідами.

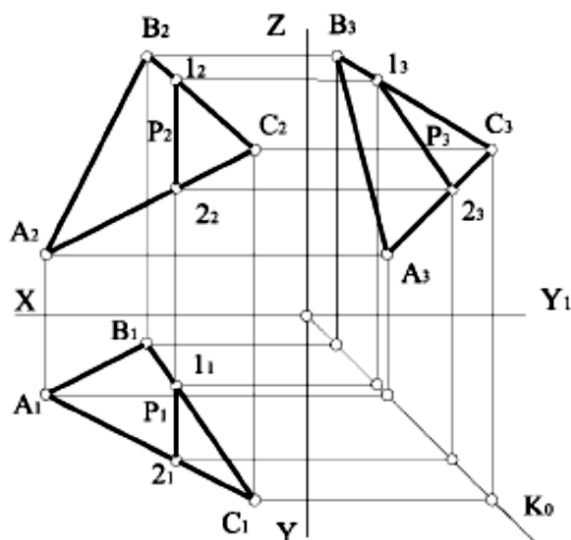


Рисунок 2.19 – Комплексне креслення профільної прямої площини Δ (ABC)

2.2 Взаємне положення двох площин

Дві площини у просторі можуть бути паралельними або перетинатися. Окремим випадком площин, що перетинаються, є взаємно перпендикулярні площини.

2.2.1 Паралельні площини

Площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини (рис. 2.20). Якщо паралельні площини задаються на епюрі слідами, то однойменні сліди цих площин мають бути паралельними.

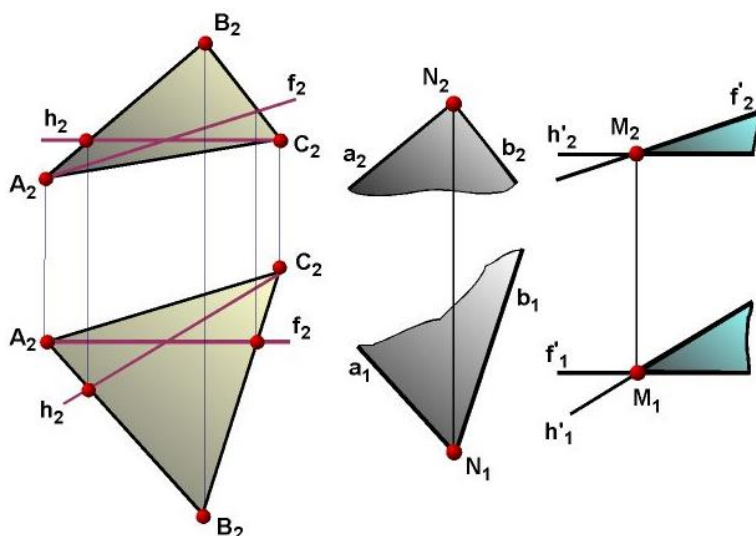


Рисунок 2.20 – Проєкції трьох паралельних площин

2.2.2 Площини, які перетинаються

Дві площини перетинаються по прямій лінії. Тому для побудови лінії перетину площин необхідно визначити дві точки цієї прямої.

Окремий випадок перетину площин, коли одна з них проєкціююча

Якщо одна з площин проєкціююча, то одна з проєкцій лінії перетину збігається з її проєкціюючим слідом, а друга будується за допомогою ліній проєкційного зв'язку (рис. 2.21). На рисунку 2.21, а наведено випадок, коли перетинаються площина загального положення, задана трикутником ABC , та горизонтально-проєкціююча площина Γ .

На рисунку 2.21, б наведені площина загального положення P і горизонтально-проєкціююча площина Γ , задані слідами. Двома загальними точками, які належать обом площинам, є точки перетину M і N однойменних слідів цих площин, які й визначають лінію перетину.

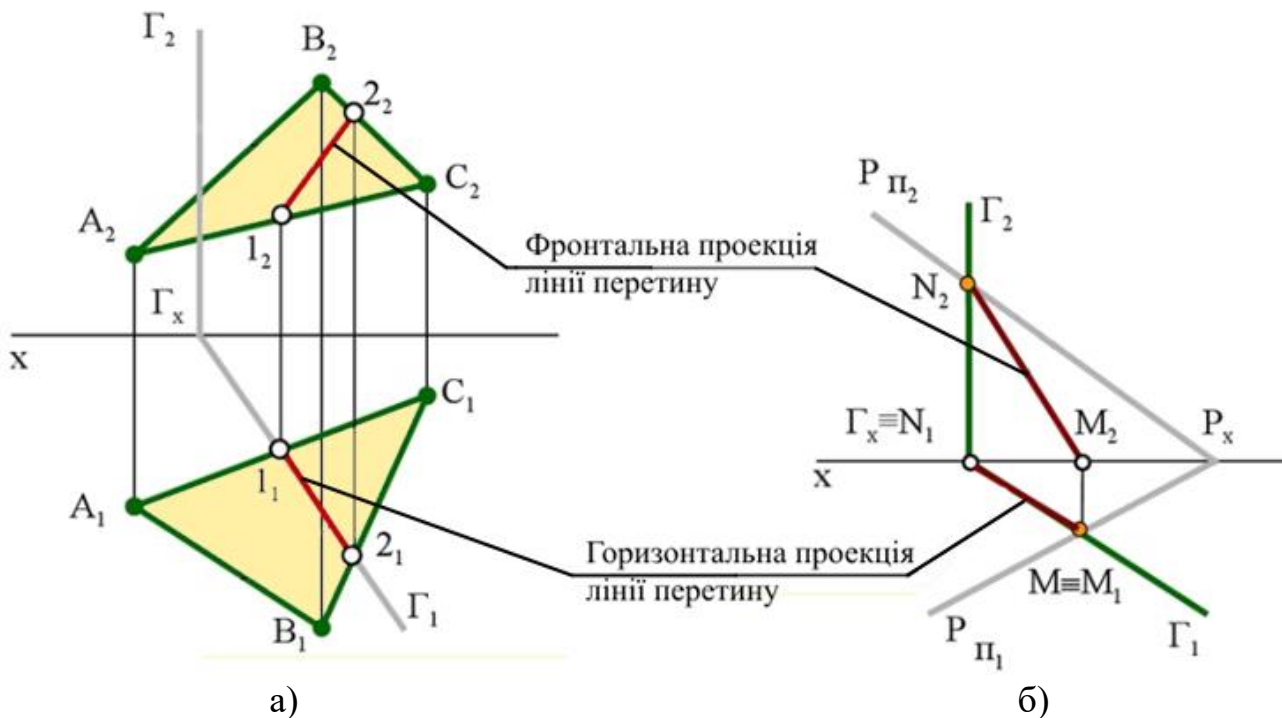


Рисунок 2.21 – Перетин площини загального положення з проєкціюючою площиною

Загальний випадок перетину, коли обидві площини загального положення

На рисунку 2.22 наведено дві площини, задані слідами. Як і в попередньому прикладі, загальними точками площин є точки перетину M і N однойменних слідів. Поєднуючи однойменні проєкції цих точок прямою лінією, отримаємо проєкції лінії перетину площин.

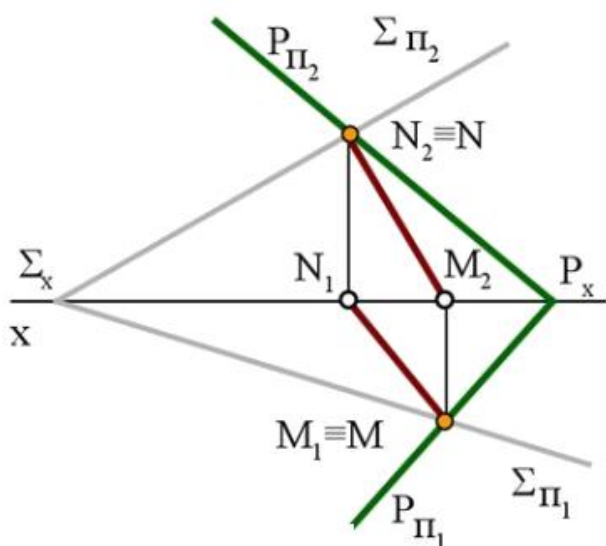


Рисунок 2.22 – Перетин двох площин загального положення, заданих слідами

Коли площини задані не слідами, а іншими геометричними елементами, то для визначення лінії перетину площин потрібно використовувати допоміжні площини окремого положення. На рисунку 2.23 такими площинами є горизонтальні площини рівня Γ та Γ' . Допоміжні площини перетинають задані по прямим лініям, які зі свого боку перетинаються в точці, що є точкою перетину заданих площин. Таких точок дві – M та N .

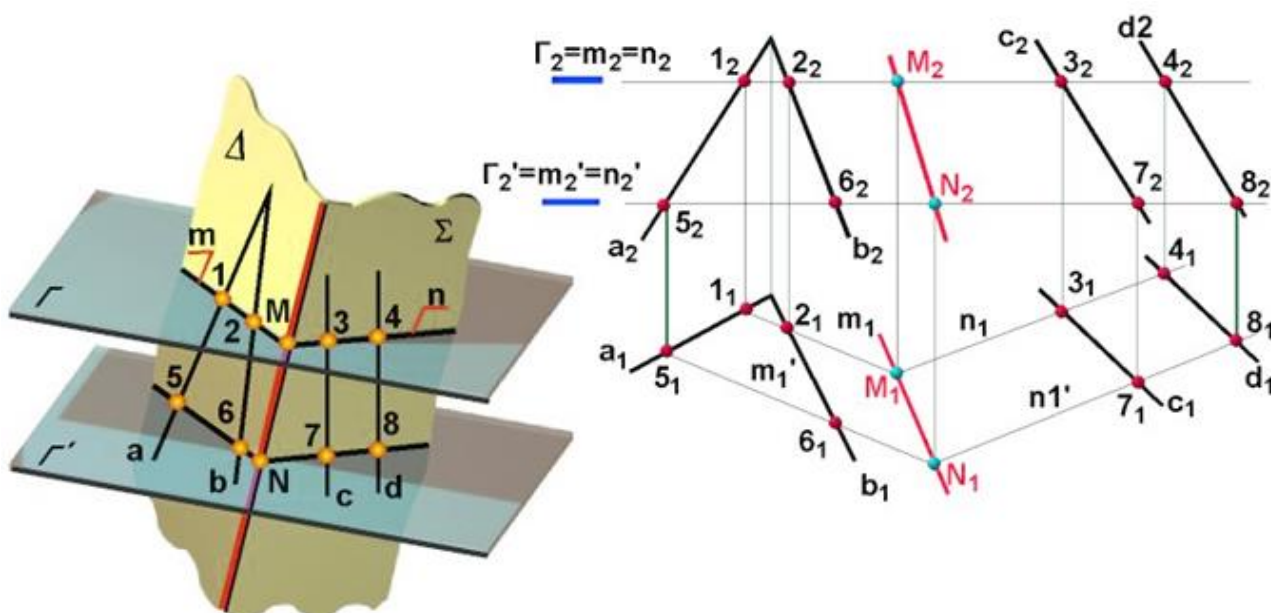


Рисунок 2.23 – Перетин двох площин загального положення, заданих іншими геометричними елементами

2.3 Взаємне положення прямої та площини

Пряма лінія відносно площини може займати такі положення: належати площині, бути паралельною площині й перетинатися з нею.

Випадки, коли пряма належить площині, були розглянуті раніше.

2.3.1 Пряма, паралельна площині

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна будь-якій прямій цієї площини.

Якщо через точку M (рис. 2.24) необхідно провести пряму, паралельну площині (у цьому випадку трикутника ABC), то потрібно через цю точку провести пряму паралельно будь-якій прямій заданої площини або необхідно спочатку провести в площині довільну пряму, а потім провести через точку шукану пряму, паралельну прямій, що належить площині.

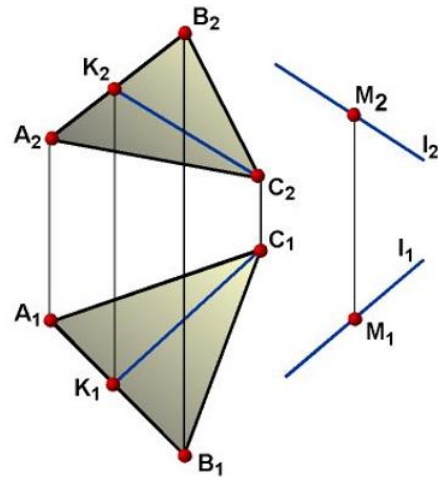


Рисунок 2.24 – Проекції прямої, паралельної площині

2.3.2 Пряма лінія, яка перетинає площину

Якщо пряма не належить площині й не паралельна їй, то вона перетинає цю площину. Задача на перетин прямої лінії з площиною є однією з основних задач нарисної геометрії. Вона є складовою частиною найрізноманітніших геометричних побудов у всіх розділах курсу. Побудова тіней в ортогональних проєкціях, аксонометрії та перспективі практично зводиться до визначення точки перетину прямої з площиною або поверхнею.

Серед задач на перетин прямої з площиною варто виділити окремий випадок.

Якщо площина займає проєкціуюче положення

Одна проєкція точки перетину визначається у перетині проєкції прямої з проєкціуючим слідом площини, а інша проєкція будується за допомогою лінії зв'язку (рис. 2.25).

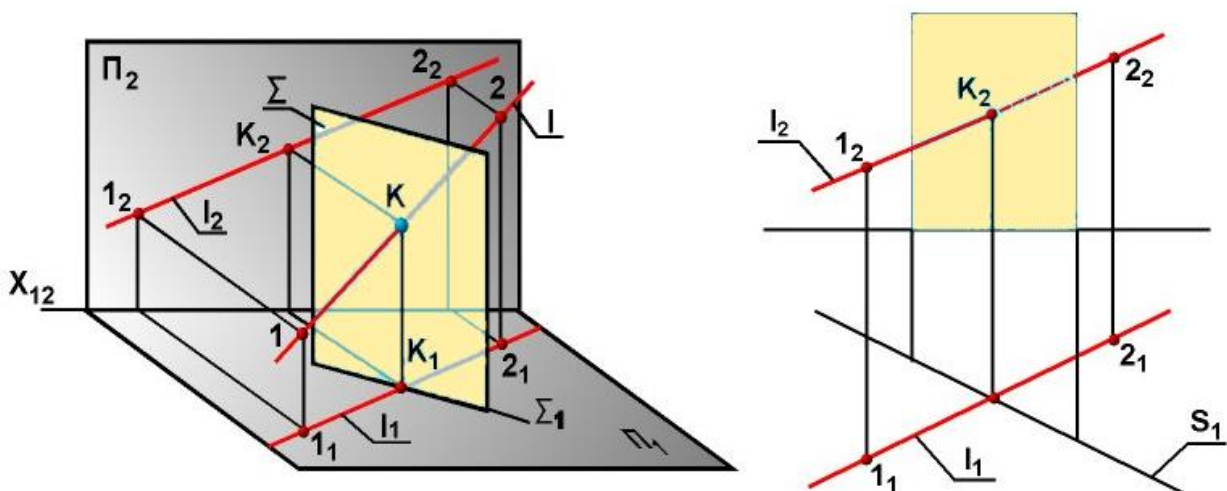


Рисунок 2.25 – Побудова точки перетину прямої з горизонтально-проєкціуючою площиною

Якщо площина загального положення

Для побудови точки перетину прямої лінії з площиною необхідно виконати наступні дії (рис. 2.26):

- 1) провести через пряму l допоміжну проєкціюючу площину Σ ;
- 2) побудувати лінію 1–2 перетину заданої площини і допоміжної;
- 3) визначити шукану точку K перетину прямої l із лінією перетину площин 1–2.

Побудова завершується визначенням видимих ділянок прямої. Видимість прямої щодо площини трикутника визначають шляхом розбору взаємного положення точок заданої прямої та сторін площини трикутника, що збігаються на проєкціях, як було розглянуто на рисунку 1.33.

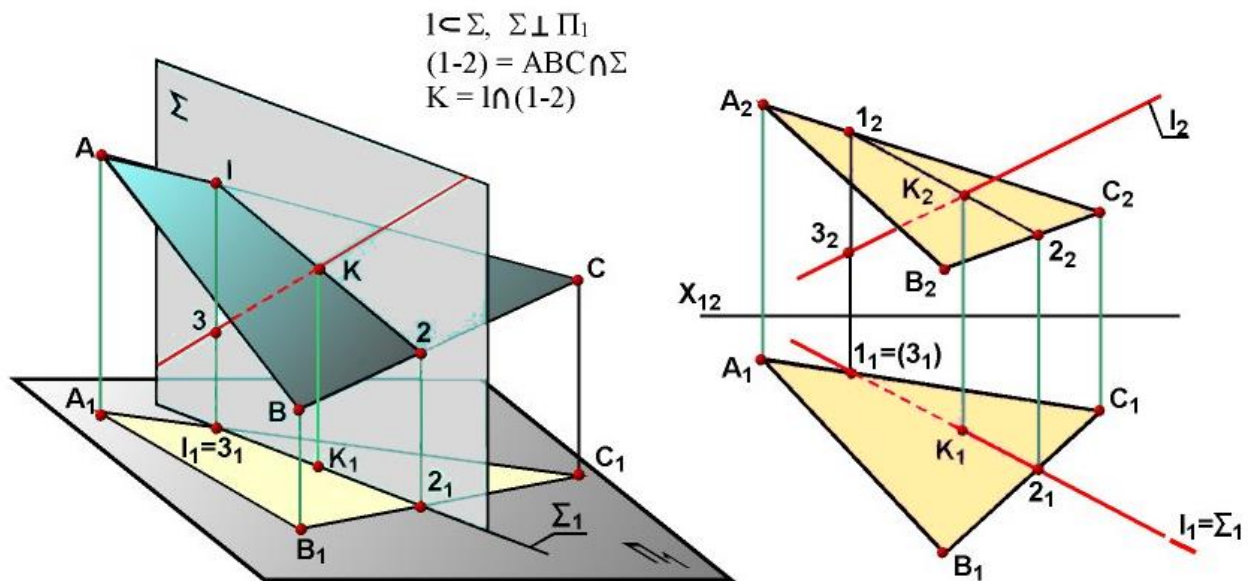


Рисунок 2.26 – Побудова точки перетину прямої з площиною загального положення

Задача на визначення точки перетину прямої з площиною використовується при побудові лінії перетину площин, коли вони задані плоскими фігурами. Дві точки лінії перетину знаходять як точки перетину сторін однієї фігури з площиною іншої (рис. 2.27).

У наведеному прикладі сторона AB трикутника перетинає в точці M паралелограм $DEFK$, а сторона AC – в точці N . Побудови зрозумілі з креслення.

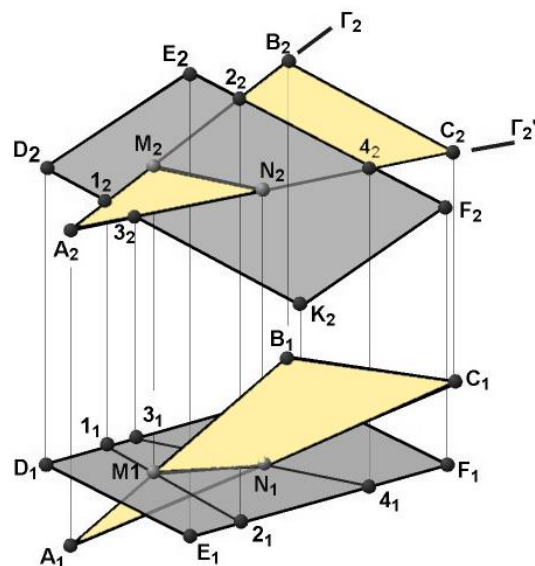


Рисунок 2.27 – Побудова лінії перетину площин, заданих плоскими фігурами

2.3.3 Пряма лінія, перпендикулярна площині

Якщо пряма перпендикулярна площині у просторі, то на комплексному кресленні горизонтальна проєкція прямої перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі, а фронтальна проєкція перпендикулярна до фронтальної проєкції фронталі, що належать цій площині.

Наприклад, для того щоб через точку A побудувати пряму, перпендикулярну площині, заданій двома прямими a і b , що перетинаються (рис. 2.28), необхідно спочатку побудувати у площині горизонталь і фронталь, а потім провести проєкції перпендикуляра під прямим кутом до однойменних проєкцій горизонталі та фронталі.

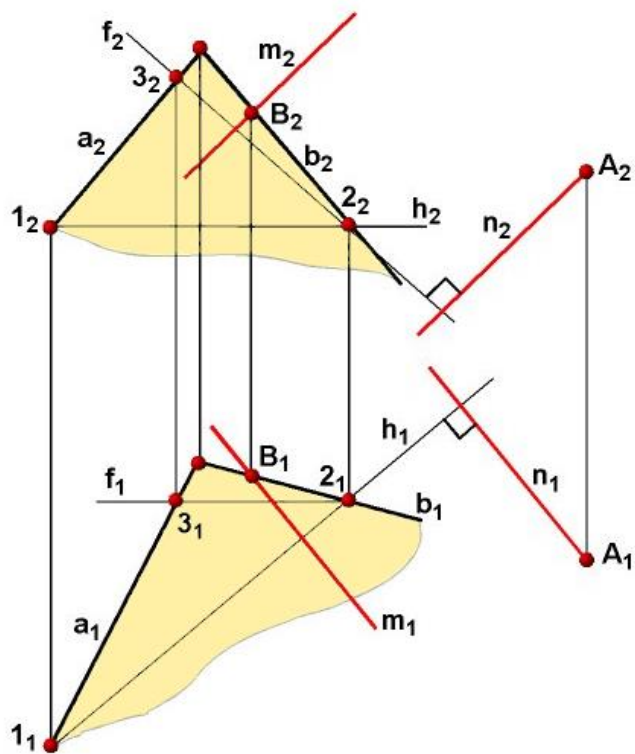


Рисунок 2.28 – Побудова прямої, перпендикулярної площині

2.3.4 Взаємно перпендикулярні площини

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через пряму, перпендикулярну до іншої.

На рисунку 2.29 подано три випадки побудови площини, перпендикулярної заданій.

На рисунку 2.29, а через точку A проведено пряму b , перпендикулярну площині, заданій слідами. Горизонтально-проєціююча площина Γ містить дану пряму b , тому перпендикулярна площині P .

На рисунку 2.29, б площина задана трикутником DEF . У площині трикутника проводять горизонталь і фронталь, потім через точку A будують пряму n , перпендикулярну горизонталі й фронталі площини та довільну пряму l . Прямі n і l задають площину, перпендикулярну до площини трикутника.

На рисунку 2.29, в через точку C простору будують площину, перпендикулярну площині, заданій двома прямими загального положення. Цю площину задають горизонталлю й фронталлю, які перпендикулярні прямій b заданої площини.

Через перпендикуляр до площини можна провести безліч площин, перпендикулярних цій площині.

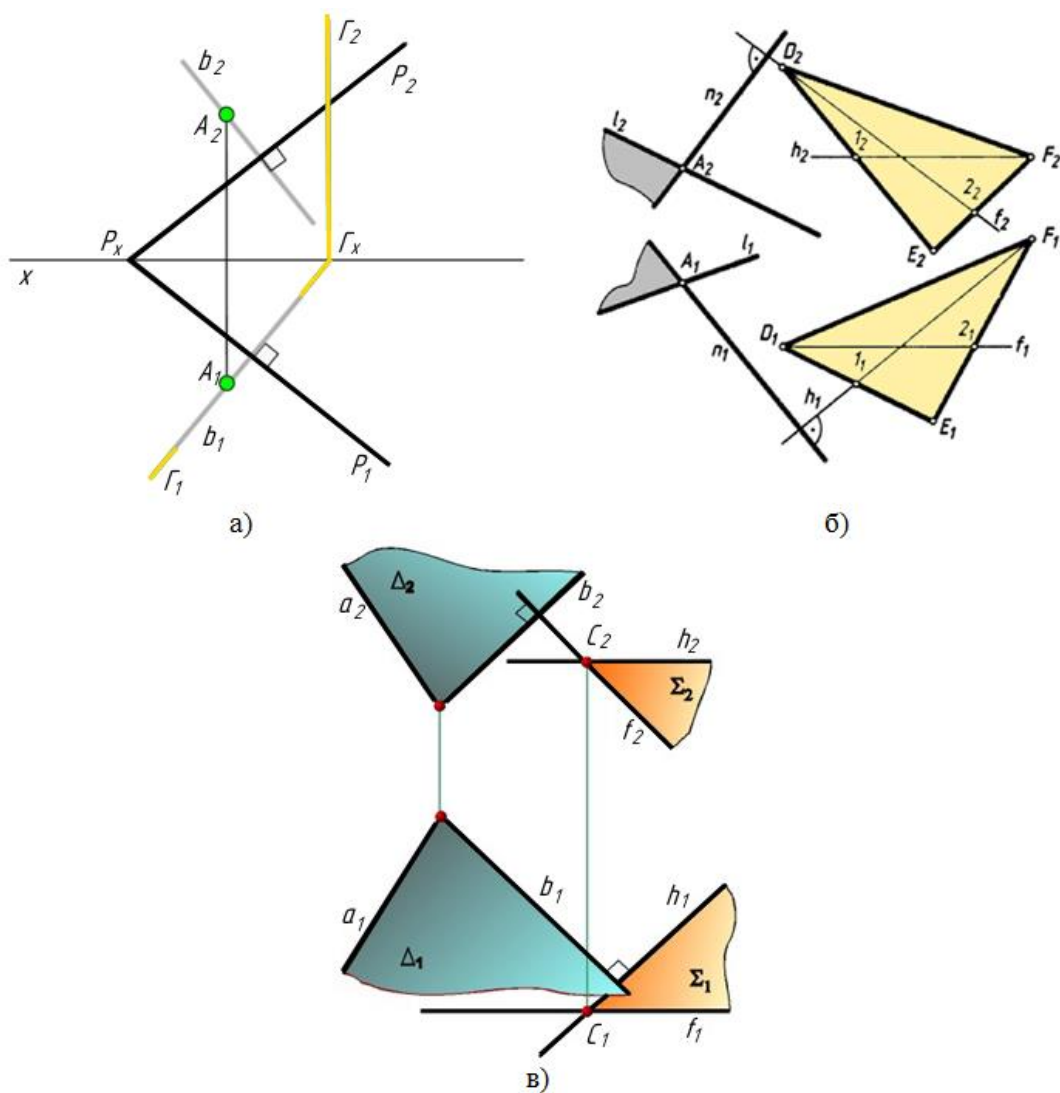


Рисунок 2.29 – Випадки побудови площин, перпендикулярних заданій площині

2.4 Питання для самоперевірки

1. Як можна визначити положення площини в просторі?
2. Що таке сліди площини?
3. Яку властивість має слід проєктуючої площини?
4. Як розташований проєктуючий слід площини рівня?
5. Назвіть ознаку паралельності двох площин.
6. Як розв'язується задача на побудову лінії перетину двох площин, якщо одна з них проєктуюча?
7. Сформулюйте алгоритм розв'язання задачі на побудову лінії перетину двох площин загального положення
8. У якому випадку пряма буде паралельна площині?
9. Який алгоритм розв'язання задачі на визначення точки перетину прямої з площиною загального положення?
10. У якому випадку пряма буде перпендикулярна до площини?
11. Як будується перпендикуляр до площини на комплексному кресленні?

ЛЕКЦІЯ 3 ПРОЄКЦІЇ БАГАТОГРАННИХ ТА КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ.

3.1 Проекції багатогранних поверхонь.

3.1.1 Види багатогранників.

3.1.2 Точки і лінії на поверхні багатогранника.

3.1.3 Переріз багатогранника площиною.

3.1.4 Перетин прямої лінії з багатогранником.

3.1.5 Взаємний перетин багатогранників.

3.2 Проекції кривих поверхонь.

3.2.1 Загальні відомості.

3.2.2 Поверхні обертання.

3.2.3 Побудова перерізів поверхонь.

3.2.4 Перетин прямої лінії з кривою поверхнею.

3.2.5 Перетин кривих поверхонь.

3.3 Питання для самоперевірки.

3.1 Проекції багатогранних поверхонь

3.1.1 Види багатогранників

Поверхня, обмежена відсіками площин, називається *багатогранною*, а сама фігура в цьому випадку називається *багатогранником*. Кожен відсік площини називається *гранню*. Межами грані служить багатокутник, сторони якого називаються *ребрами* і є прямими перетину граней.

Найбільше застосовуються багатогранники, які називають *пірамідами* і *призмами*.

Пірамідою називають багатогранник, основою якого є багатокутник, а бічними гранями – трикутники із загальною вершиною, яка називається *вершиною піраміди* (рис. 3.1).

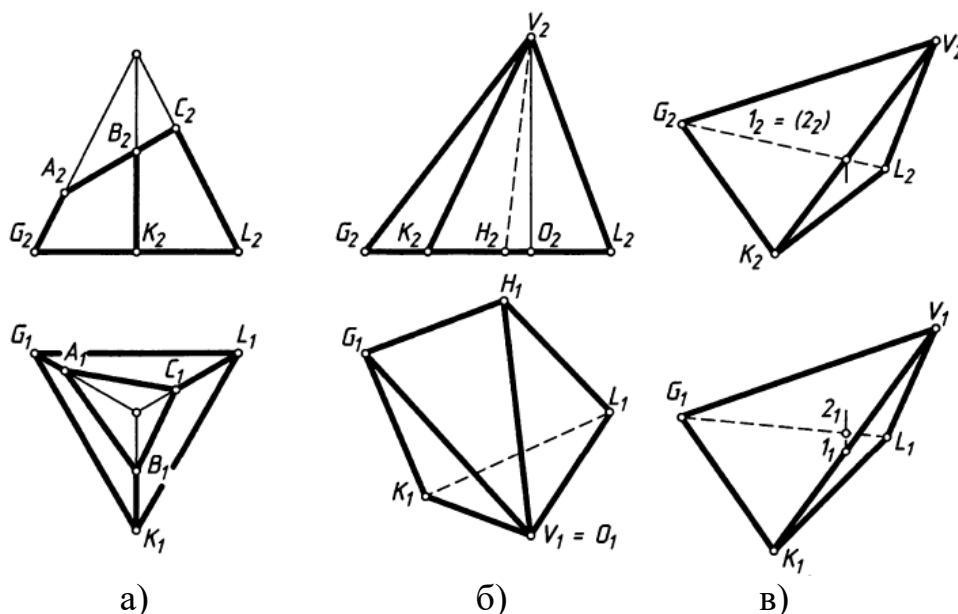


Рисунок 3.1 – Різновиди пірамід

Прямі перетину бічних граней називають *бічними ребрами*. Прямі перетину бічних граней з основою називають *ребрами основи*. Точки перетину ребер називають *вершинами багатогранника*. У позначенні піраміди вказують вершину піраміди й вершини основи.

Ребра багатогранної поверхні утворюють її *каркас* (або сітку). Побудова проєкцій багатогранної поверхні зводиться до побудови проєкцій її каркаса, тобто вершин, з'єднаних ребрами.

Багатогранник називають *опуклим*, якщо він увесь лежить по один бік від будь-якої з його граней. У цьому разі межі й фігури перетину багатогранника також є опуклими багатокутниками. Відрізок, вимірюваний перпендикуляром, опущеним із вершини піраміди на його основу, називають *висотою піраміди* (відрізок VO на рис. 3.1, б).

Піраміду називають *правильною*, якщо її основою слугує правильний багатокутник, а висота піраміди проходить через центр цього багатокутника (рис. 3.1, а).

Якщо вершина відсічена площиною, то піраміда називається *зрізаною* (рис. 3.1, а).

У назву багатогранної поверхні вводять кількість її бічних граней. Наприклад, на рисунку 3.1, а, в зображено тригранну піраміду, а на рисунку 3.1, б – чотиригранну.

Правильні багатогранники

Правильними багатогранниками, або «тілами Платона», називаються багатогранники, у яких усі грані – правильні й рівні багатокутники, а кути при вершинах рівні. Правильні багатогранники та деякі їхні властивості були описані більше двох тисяч років тому давньогрецьким філософом Платоном. У правильних багатогранників довжина ребер однакова, лінійні кути рівні, у вершинах сходиться однакова кількість ребер.

Біля кожного правильного багатогранника можна описати сферу і, навпаки, у кожен багатогранник можна вписати сферу.

Існує п'ять правильних багатогранників (рис. 3.2):

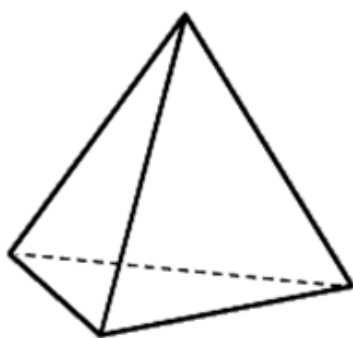
1) *тетраедр* (чотиригранник) обмежений чотирма рівносторонніми й рівними трикутниками. У тетраедра будь-яка грань може бути основою;

2) *гексаедр* (шестигранник, або куб) обмежений шістьма рівними квадратами;

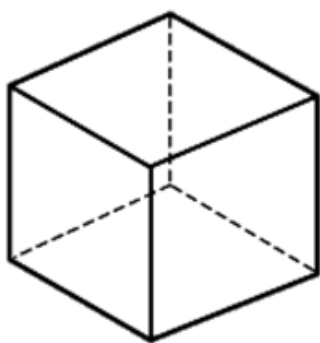
3) *октаедр* (восьмигранник) обмежений вісьмома рівносторонніми й рівними трикутниками;

4) *додekaедр* (дванадцятигранник) обмежений дванадцятьма рівносторонніми й рівними п'ятикутниками;

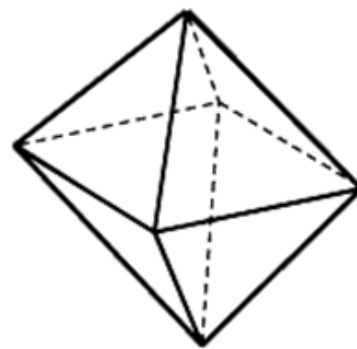
5) *ікосаедр* (двадцятигранник) обмежений двадцятьма рівносторонніми й рівними трикутниками.



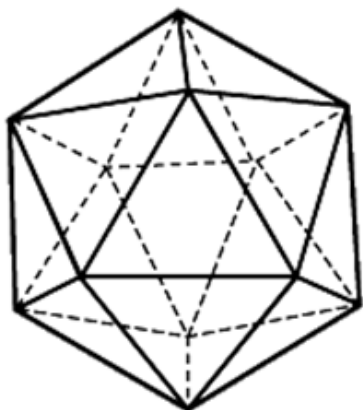
Тетраедр



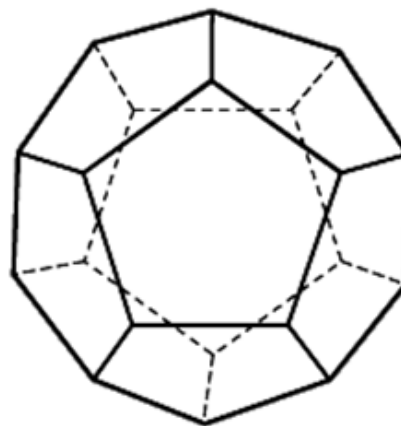
Куб (гексаедр)



Октаедр



Ікосаедр

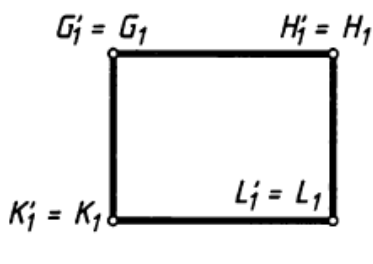
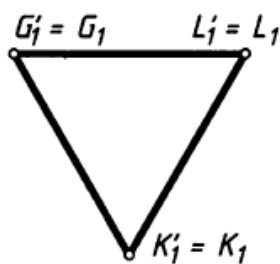
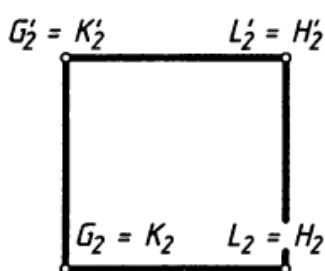
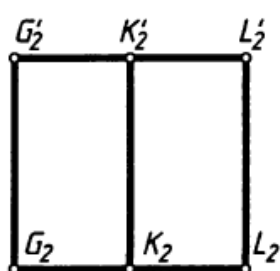


Додекаедр

Рисунок 3.2 – Правильні багатогранники

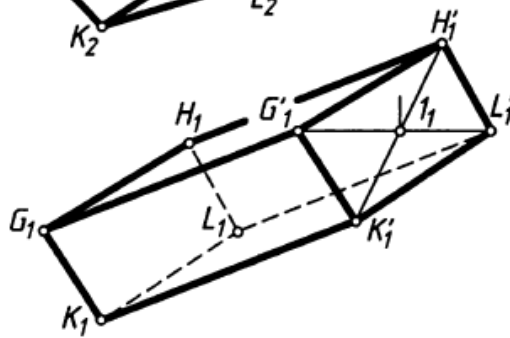
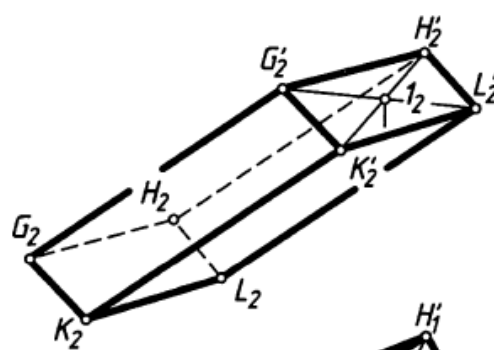
Якщо вершину піраміди видалити в нескінченність, то її бічні ребра стануть паралельними прямими, а фігура – *призмою* (рис. 3.3).

Багатогранник, основами якого є багатокутники, а бічними гранями – паралелограми, називається *призмою*.



а)

б)



в)

Рисунок 3.3 – Різновиди призм

Якщо бічні ребра перпендикулярні основі, призма називається *прямою* (рис. 3.3, а), інакше її називають *похилою* (рис. 3.3, в).

Якщо в основі призми лежить правильний багатокутник, призма називається *правильною* (рис. 3.3, а).

При опуклій основі призма називається *опуклою*. Перерізи опуклої призми площиною будуть опуклими багатокутниками.

Пряма призма, основою якої є прямокутник, називається *паралелепіпедом* (рис. 3.3, б).

Багатогранна поверхня, що складається з двох багатокутників-основ, розташованих у паралельних площинах, і бічних граней у формі трикутників або трапецій, називається *призматом* (рис. 3.4).

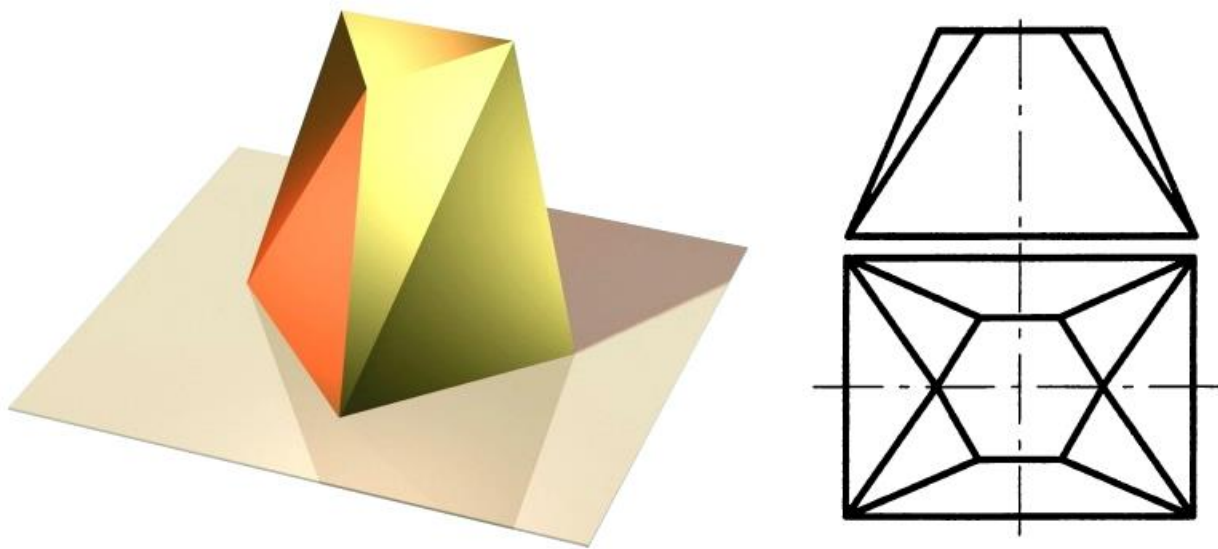


Рисунок 3.4 – Призматом

3.1.2 Точки і лінії на поверхні багатогранника

Для того щоб побудувати проєкції точок, що лежать на поверхні багатогранника, необхідно проаналізувати, якій саме частині поверхні належить точка, як ця частина проєкціюється на площини проєкцій, і потім будувати зображення точки.

Точки, розташовані на ребрах і гранях прямої призми, знаходять за їх приналежністю до цих елементів (рис. 3.5). Побудови зрозумілі з креслення.

Коли точки розташовані на гранях, нахилених до усіх площин проєкцій, їх будують, ґрунтуючись на такому: точка належить площині, якщо вона розташована на прямій, що лежить у цій площині. Отже, через точку потрібно провести допоміжну пряму, побудувати проєкції цієї прямої і на ній знайти проєкції точки (рис. 3.6, а, б).

На рисунку 3.6, а точка А знайдена за допомогою лінії у грані $KK'G'G$, паралельній основі похилої призми. На обох проєкціях ця грань видима і точка А на ній також.

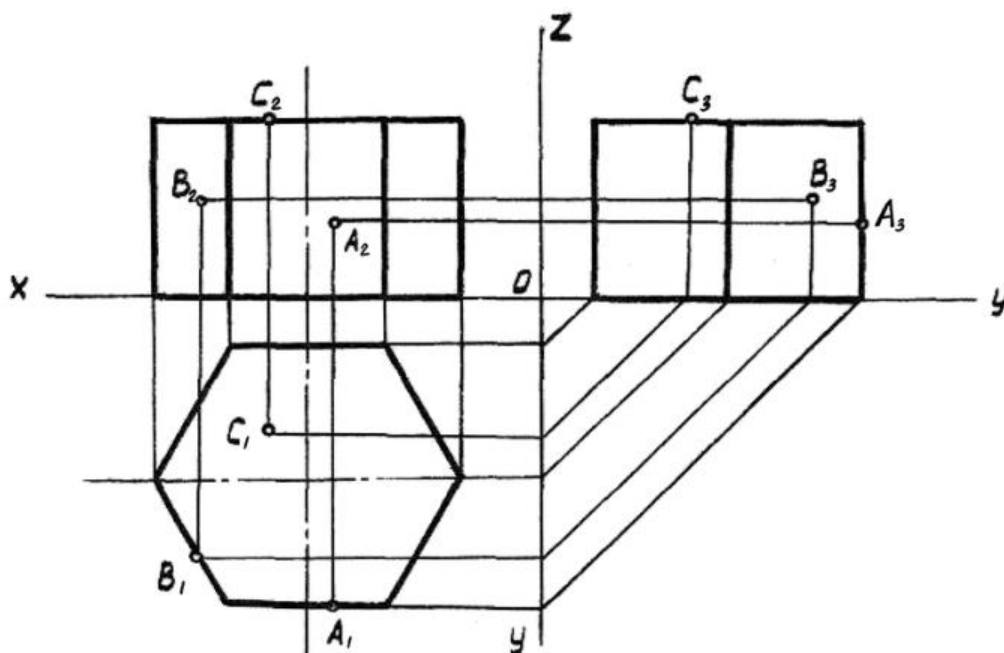
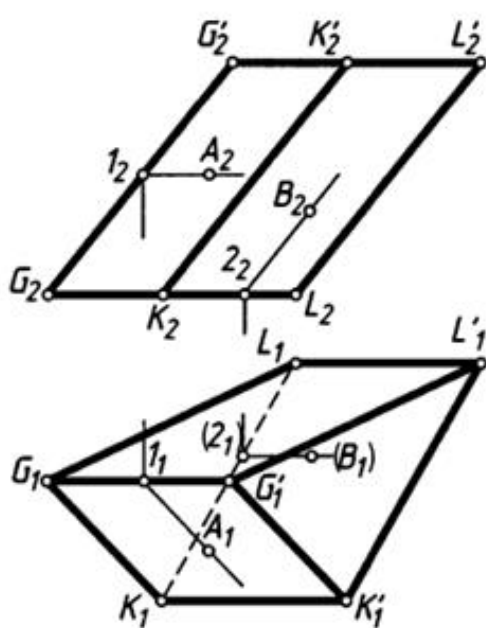
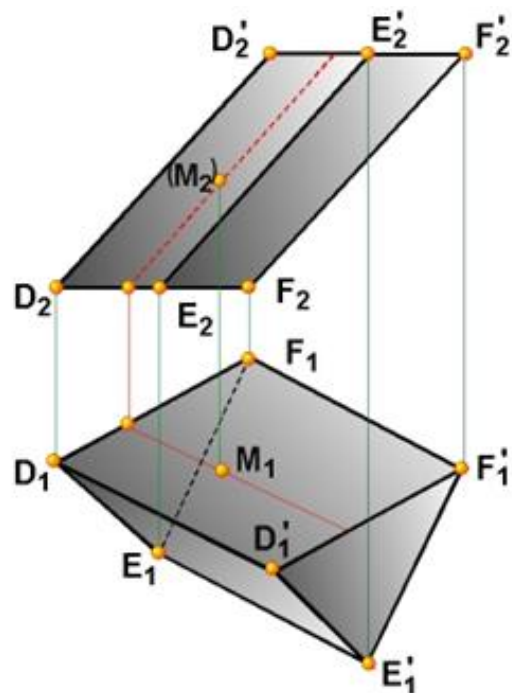


Рисунок 3.5 – Точки, розташовані на поверхні прямої призми



а)



б)

Рисунок 3.6 – Точки, розташовані на поверхні похилої призми

На рисунку 3.6, б точку М знайдено за допомогою лінії у грані $DD'F'F$, паралельній бічним ребрам похилої призми. Спереду ця грань невидима і лінія з точкою М на ній також невидима.

Точки, розташовані на гранях піраміди, будують аналогічно точкам, розташованим на похилих гранях призми. Через точку потрібно провести допоміжну пряму, побудувати проєкції цієї прямої і на ній знайти проєкції точки. Пряму можна проводити будь-яку, але зручніше в усіх випадках використовувати пряму, яка паралельна основі фігури (рис. 3.7).

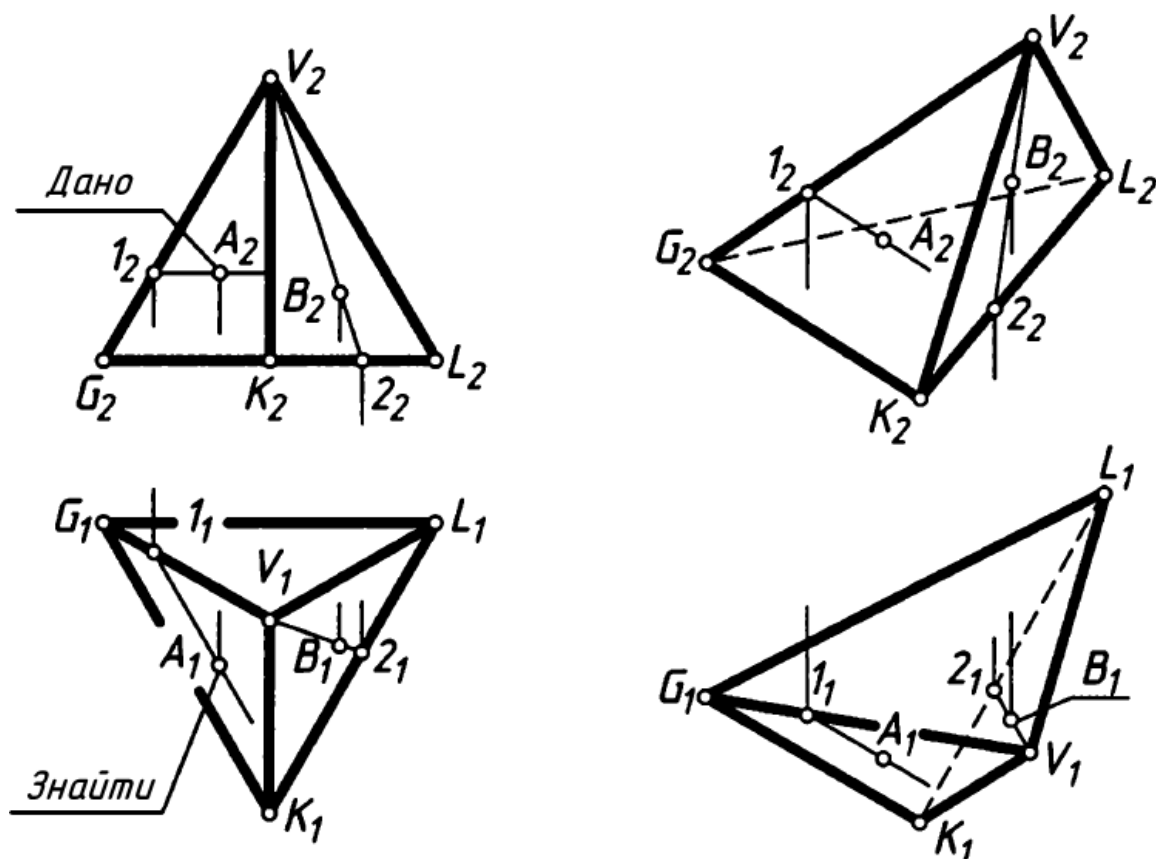


Рисунок 3.7 – Точки, розташовані на гранях піраміди

Видимість ребер багатогранника

Необхідність визначити на епюрі видимість проєкцій ребер багатогранника виникає постійно. Іноді це завдання вирішується просто. Однак у складніших випадках доцільно застосовувати спосіб конкуруючих точок (див. лекц. 1, рис. 1.33), що дає безпомилкове рішення.

Зовнішній контур проєкцій багатогранника завжди видимий. Видимість ребер усередині контуру потрібно визначати на кожній проєкції окремо, розглядаючи взаємне розташування ребер (рис. 3.8).

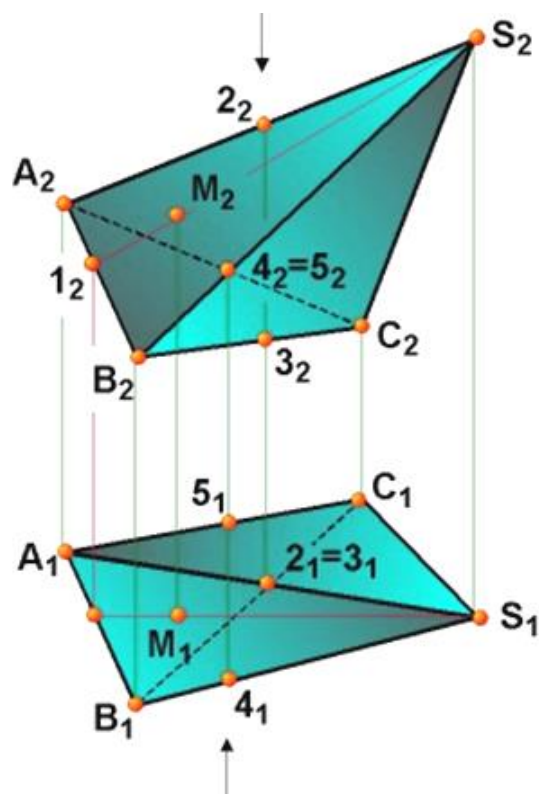


Рисунок 3.8 – Визначення видимості ребер багатогранника

3.1.3 Переріз багатогранника площиною

Лінією перетину поверхні багатогранника площиною є плоский багатокутник. Його вершини є точками перетину ребер із заданою площиною, а сторони – лініями перетину граней із площиною (рис. 3.9). Отже, побудова лінії перетину багатогранника площиною зводиться до визначення точок перетину прямої із площиною або до визначення лінії перетину площин.

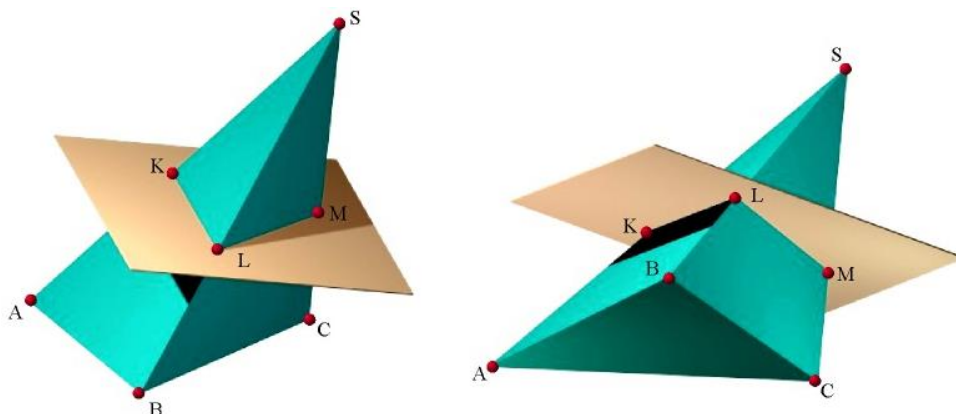


Рисунок 3.9 – Переріз багатогранника площиною

Плоска фігура, яка виходить при перетині багатогранника площиною, називається *перерізом*.

Побудова перерізів значно спрощується, якщо січна площина є проєкціуючою. У цьому разі одна проєкція перерізу збігається з проєкціуючим слідом площини (рис. 3.10). Друга проєкція будується за приналежністю точок до відповідних ребер багатогранника.

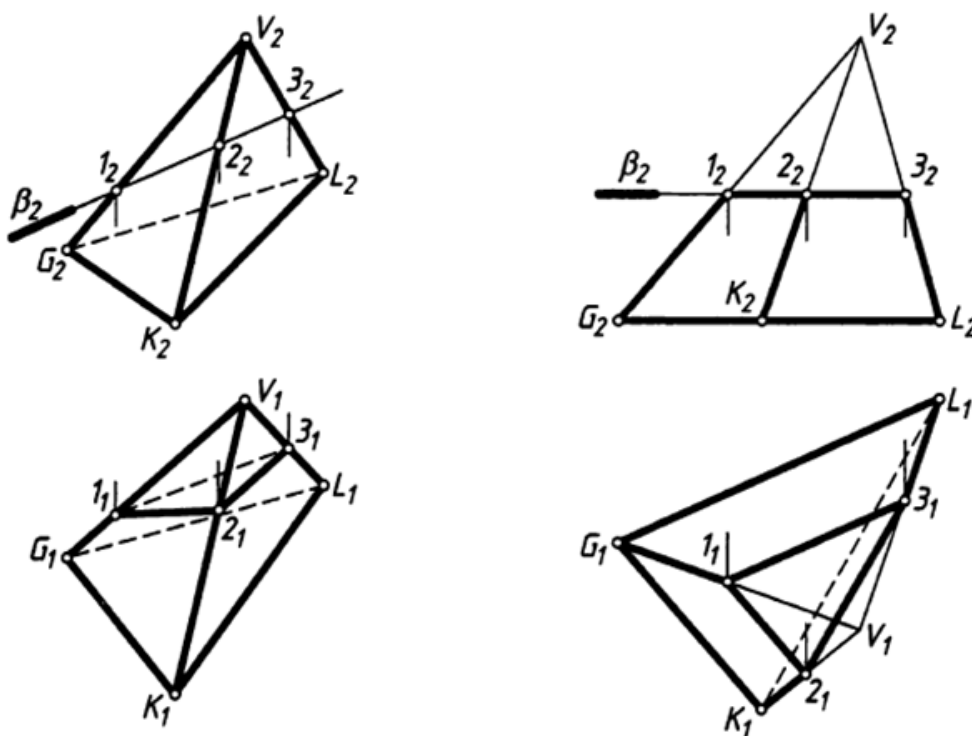


Рисунок 3.10 – Побудова перерізів пірамід проєкціуючою площиною

Графічне рішення задачі на побудову лінії перерізу піраміди $SABC$ площиною загального положення Δ ($a \parallel b$) наведено на рисунку 3.11.

Побудову вершин K , L і M ламаної лінії перерізу виконано за алгоритмом задачі на перетин прямої з площиною. Наприклад, алгоритм для визначення точки K має такий вигляд:

- 1) $\Sigma \in (SA)$, $\Sigma \perp P_1$;
- 2) $(1-2) = \Sigma \cap \Delta$;
- 3) $K = (1-2) \cap (SA) = \Delta \cap (SA)$.

Точки L і M визначені аналогічно. Отримані проєкції вершин з'єднані прямими з урахуванням їхньої видимості щодо P_1 і P_2 .

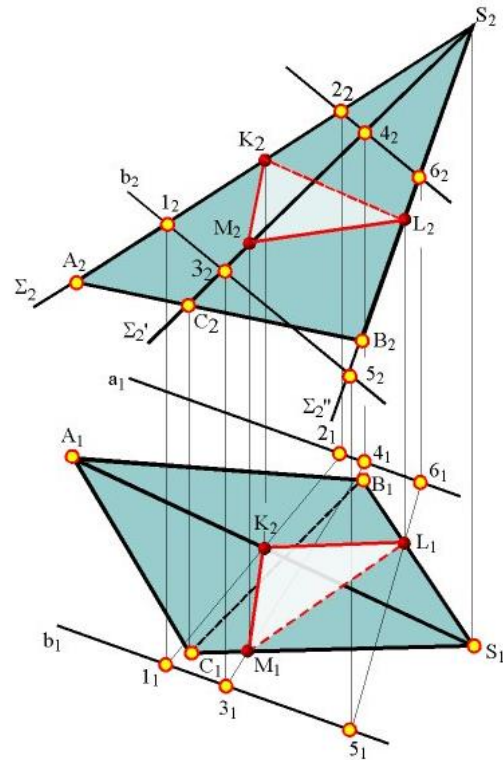


Рисунок 3.11 – Побудова лінії перерізу піраміди площиною загального положення

3.1.4 Перетин прямої лінії з багатогранником

Завдання визначення точок перетину прямої з поверхнею багатогранника вирішується аналогічно перетину прямої з площиною. Якщо багатогранник опуклий, точок перетину дві.

Це завдання вирішується в три етапи (рис. 3.12):

- 1) через задану пряму проводять допоміжну січну площину;
- 2) будують лінію перерізу багатогранника січною площиною;
- 3) визначають точки перетину даної прямої з контуром перерізу.

Отримані точки проєкціюють на іншу площину проєкцій, визначають видимість точок перетину й ділянок прямої. Точки перетину прямої з поверхнею багатогранника називаються *точками зустрічі*.

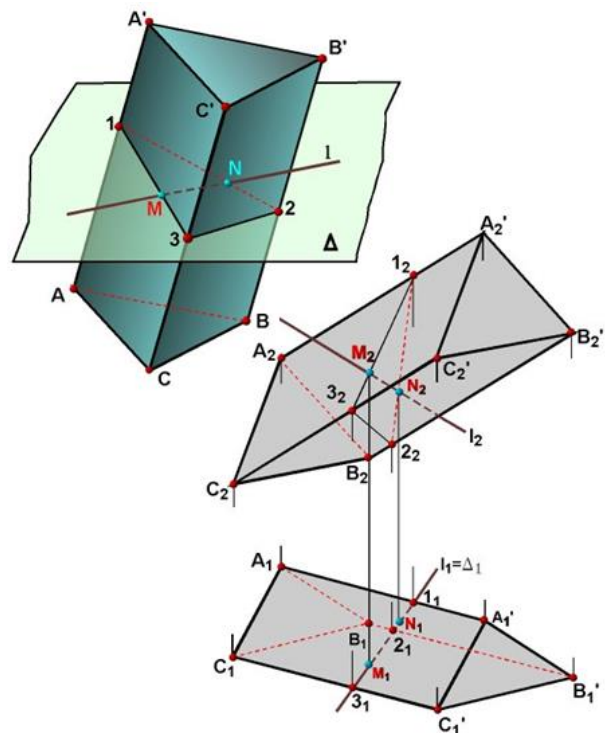


Рисунок 3.12 – Побудова точок перетину прямої лінії з поверхнею призми

3.1.5 Взаємний перетин багатогранників

Лінія перетину двох багатогранників становить одну або дві замкнуті ламані лінії. Відрізки ламаної лінії є лініями перетину граней, а точки зламів – точками перетину ребер одного багатогранника з гранями іншого й ребер другого з гранями першого. Якщо один багатогранник частково перетинається іншим, то лінія перетину становитиме одну замкнуту ламану лінію. Такий перетин називають *неповним*. Якщо один багатогранник повністю перетинається іншим, то перетин називають *повним*, при цьому лінія перетину складається з двох замкнутих ламаних ліній.

Окремий випадок перетину, коли одна проєкція лінії перетину багатогранників відома

Точки перетину ребер піраміди з призмою (рис. 3.13) легко визначаються на горизонтальній проєкції. За допомогою ліній зв'язку будуємо фронтальні проєкції цих точок. З вертикальних ребер призми тільки одне ребро перетинає піраміду. Точки перетину цього ребра з гранями піраміди визначаємо, проводячи допоміжну горизонтально-проєкціюючу площину Δ через ребро та вершину піраміди. Вона перетинає грані піраміди за прямими, які перетинають ребро призми в точках T_2 і Q_2 . З'єднуємо побудовані проєкції точок відрізками прямих у межах кожної грані, керуючись горизонтальною проєкцією. Лінія перетину становить дві замкнуті ламані лінії. Перетин повний. Видимими є ті ділянки лінії перетину, які належать видимим граням багатогранників.

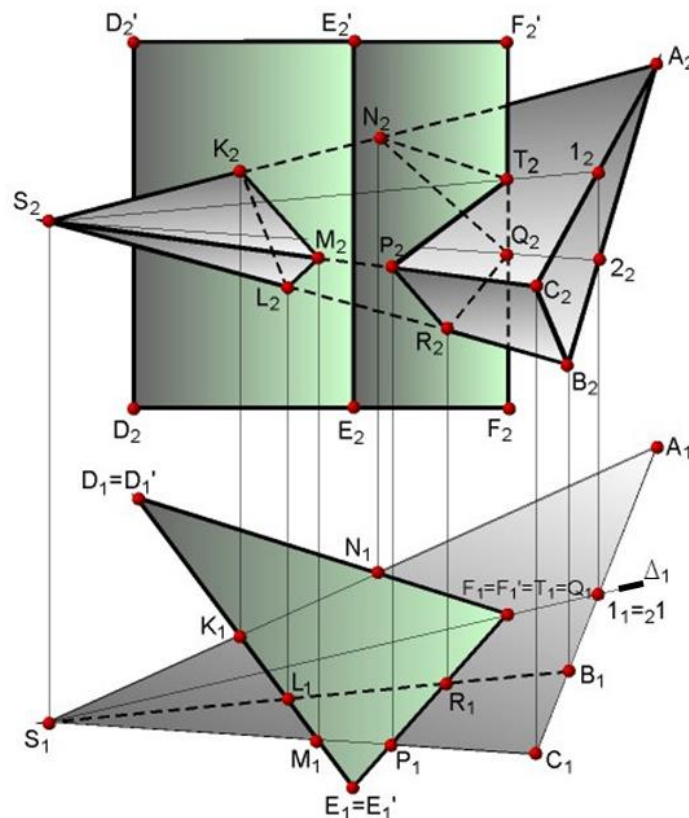


Рисунок 3.13 – Побудова лінії перетину поверхонь прямої призми й піраміди

Проекції лінії перетину можуть бути розташовані тільки в межах накладання обрисів однойменних проєкцій поверхонь, які перетинаються. Тому, приступаючи до вирішення завдання, бажано виявити в обох багатогранників такі ребра, які свідомо не беруть участь у перетині.

3.2 Проєкції кривих поверхонь

3.2.1 Загальні відомості

Криві поверхні відрізняються великою різноманітністю форм і відкривають широкі можливості для оригінальних і виразних архітектурних рішень. Щоб вибрати при проєктуванні ту чи іншу поверхню, треба не тільки уявити її геометричну форму на кресленні, але й виявити за допомогою спеціальних графічних побудов і перспективних зображень світлотіньові властивості поверхні, а також форму її граничного та видимого контуру для найбільш характерних точок спостереження.

Однак геометрична форма визначає не тільки естетичні якості поверхні, але й її міцність. Сучасні оболонки здатні перекривати прогони до 300 м.

Утворення і задання поверхонь

У нарисній геометрії поверхня розглядається як безперервна множина послідовних положень лінії, що переміщається у просторі за певним законом (рис. 3.14). Такий спосіб утворення поверхонь називають кінематичним.

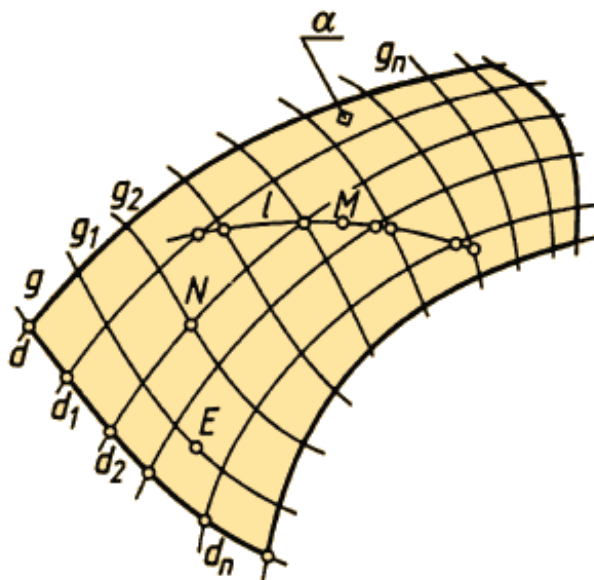


Рисунок 3.14 – Принцип утворення поверхонь

Лінію g , яка при своєму русі утворює поверхню, називають *твірною*. Твірна може переміщуватися по будь-якій іншій нерухомій лінії d , яка називається *напрямною*. Оскільки твірна й напрямна можуть мати будь-яку форму, то і поверхню може бути утворено безліч. Водночас форма і закон переміщення твірної однозначно визначають вигляд кривої поверхні.

Кожна лінія сімейства твірних перетинає всі лінії сімейства напрямних. Ці сімейства утворюють сітку, яка називається *каркасом поверхні*.

Поверхня вважається заданою, якщо на її кресленні можна побудувати будь-яку лінію або точку, які належать цій поверхні.

При цьому точка належить поверхні, якщо вона лежить на лінії цієї поверхні. На рисунку 3.14 точка М належить лінії І поверхні.

Сукупність умов (параметрів), що однозначно визначають цю поверхню, називають її *визначником*. У визначнику виділяють геометричну й алгоритмічну частини. Геометрична частина визначника містить форму твірної і напрямних, а алгоритмічна частина задає закон руху і зміни у формі твірної у процесі руху.

Обрис поверхні

Щоб надати кресленню поверхні наочності, будують її обрис – проєкцію лінії контуру поверхні (рис. 3.15).

Контуром, або *контуром видимості*, поверхні називається лінія, точки якої є точками дотику проєкціюючих прямих. Проєкція контуру на площині проєкцій називається *обрисом поверхні*.

При зображенні поверхні на кресленні проєкцію контурної лінії називають *лінією видимості*, яка є межею, що відокремлює видиму частину поверхні від прихованої, невидимої частини, на цій площині проєкцій.

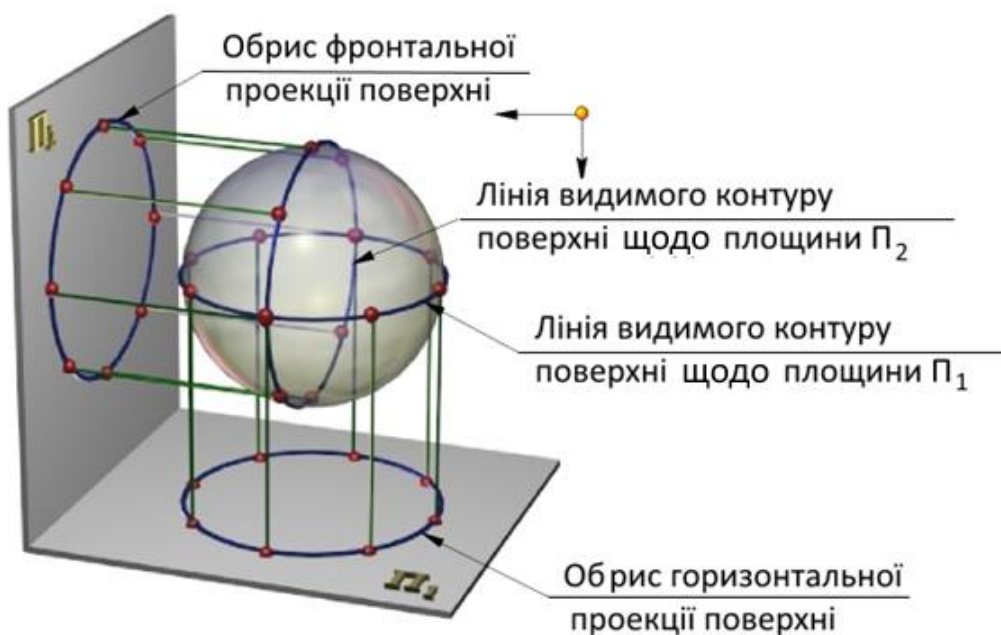


Рисунок 3.15 – Обриси поверхні на площинах проєкцій

Класифікація поверхонь

Форми поверхонь настільки різноманітні, що їх загальної класифікації не існує. Однак у практичній діяльності людини широко використовуються поверхні, які необхідно будувати, обробляти, розраховувати, створювати, досліджувати й вивчати. Тому виділення поверхонь із певними геометричними властивостями, умовна класифікація необхідні для того, щоб спростити вивчення поверхонь, об'єднавши їх у певні групи за заданими ознаками. Одним з критеріїв класифікації поверхонь можуть бути складові частини їхнього визначника.

Поверхні класифікують за такими критеріями:

- 1) *за законом руху твірної* – поверхні з поступальним рухом, з обертальним і гвинтовим рухом твірної;
- 2) *за видом твірної* розрізняють поверхні з прямолінійною твірною – лінійчаті й поверхні з криволінійною твірною – нелінійчаті;
- 3) *за законом зміни форми твірної* – постійного або змінного виду;
- 4) *за ознакою розгортання* поверхні на площину – які розгортаються і ті, які ні;
- 5) *за способом задання* поверхні – аналітичним або графічним;
- 6) *за диференціальними властивостями* – гладкі або негладкі поверхні;
- 7) *за ознакою кривизни* поверхні.

Необхідно відзначити, що одні й ті самі поверхні можуть бути класифіковані за різними ознаками. Тому як головну ознаку виділимо вид твірної і особливості її переміщення, тобто *кінематичну* ознаку утворення поверхонь.

3.2.2 Поверхні обертання

Поверхнею обертання називається поверхня, утворена обертанням лінії – прямої або кривої твірної – навколо нерухомої прямої осі обертання (рис. 3.16, а). На проєкційному кресленні вісь обертання розташовують перпендикулярно до площини проєкцій.

Лінії перетину поверхні площиною, перпендикулярною осі обертання, або кола, за якими переміщаються всі точки твірної, називаються *паралелями* (рис. 3.16, б). Найбільшу паралель називають *екватором*, найменшу – *горловиною*, або *горлом*. Якщо вісь поверхні вертикальна, то всі паралелі проєкціюються на горизонтальну площину без спотворення (рис. 3.16, в).

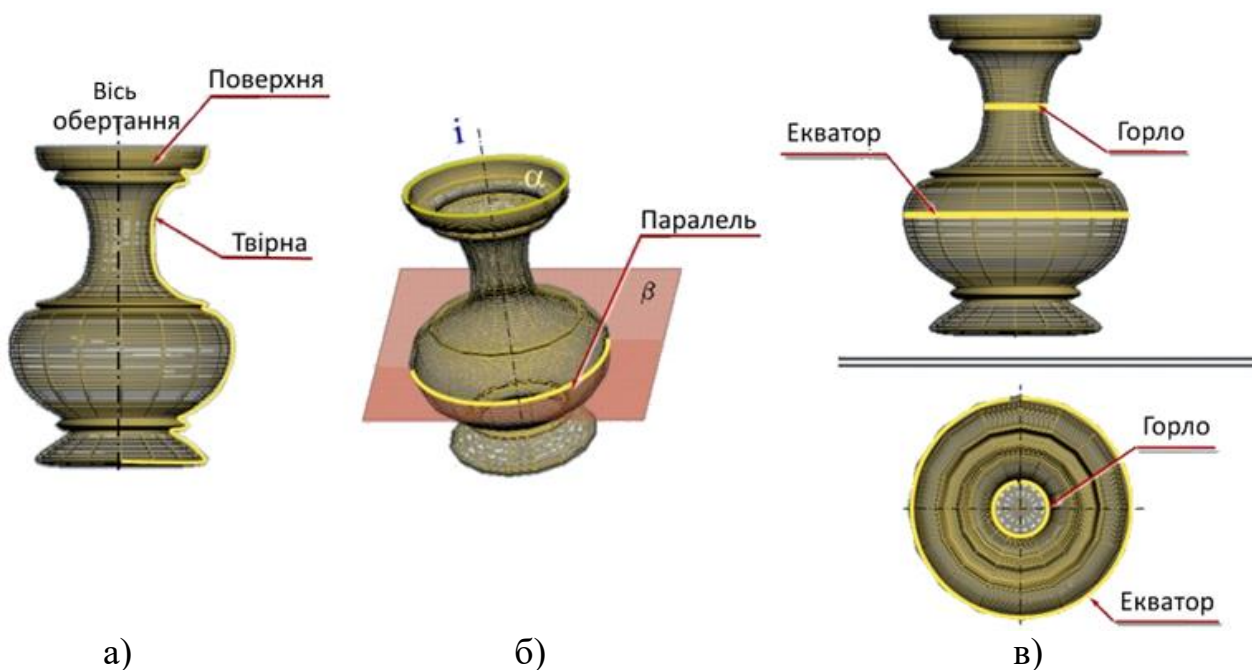


Рисунок 3.16 – Основні елементи поверхонь обертання

Площини, що проходять через вісь обертання, перетинають поверхню по лініях, які називаються *меридіанами*. Меридіан, розташований у площині, паралельній площині проєкції, називається *головним* і проєкціюється на цю площину обрисом поверхні (рис. 3.17).

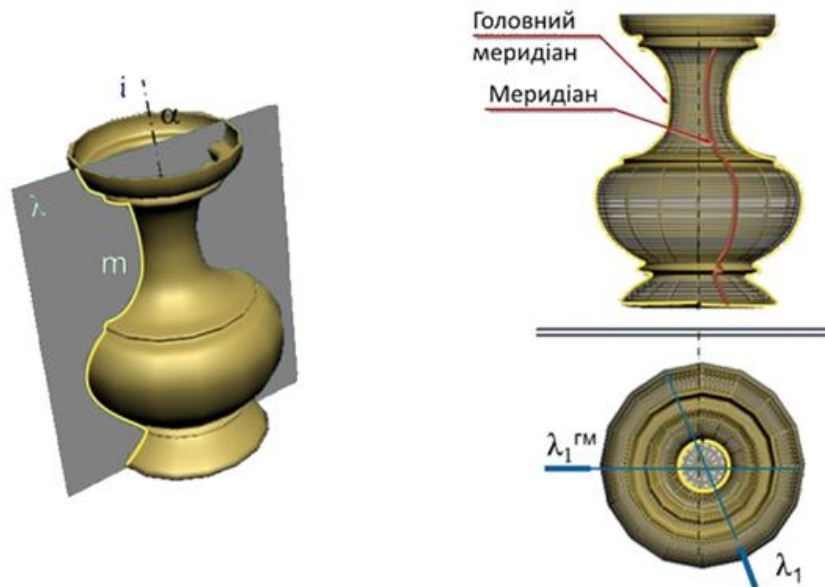


Рисунок 3.17 – Утворення меридіанів поверхонь обертання

Поверхні обертання, утворені обертанням кривої лінії

Вид поверхні обертання залежить від форми твірної і її положення щодо осі обертання. Розглянемо поверхні обертання, утворені обертанням кривої лінії.

Сфера та еліпсоїд обертання

Поверхня *сфери* утворюється обертанням кола навколо діаметра (рис. 3.18, а).

Якщо сферу стиснути або розтягнути вздовж одного з діаметрів, то утворюються *еліпсоїди обертання*, меридіаном яких є еліпс.

Якщо еліпс обертається навколо великої осі, еліпсоїд називають витягнутим (рис. 3.18, б); якщо обертання відбувається навколо малої осі, еліпсоїд називають стисненим, або *сфероїдом* (рис. 3.18, в).

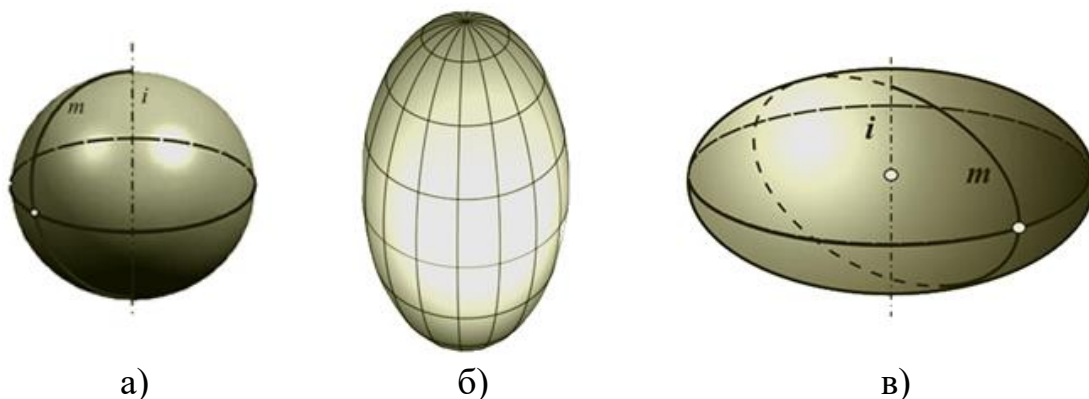


Рисунок 3.18 – Сфера та еліпсоїди обертання

Побудова проєкцій точок, розташованих на головних лініях сфери (екватор та головний меридіан), заснована на принципі приналежності та здійснюється тільки за допомогою ліній проєкційного зв'язку (точки A і B на рис. 3.19).

Проекції будь-якої проміжної точки можна побудувати, провівши через цю точку лінію, паралельну будь-якій площині проєкцій. Тоді на ту площину, якій вона паралельна, ця лінія спроекціюється у вигляді кола, а на дві інші – у вигляді прямих ліній, перпендикулярних осі симетрії. На рисунку 3.19 це проілюстровано на прикладі побудови проєкцій точок M і N.

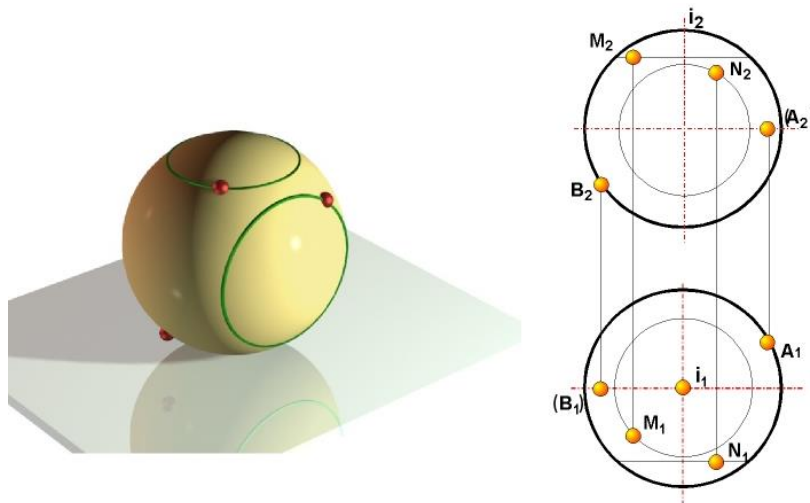


Рисунок 3.19 – Побудова проєкцій точок на поверхні сфери

Тор

Поверхня тора утворюється обертанням кола навколо осі, що не проходить через його центр, але розташована в площині кола (рис. 3.20).

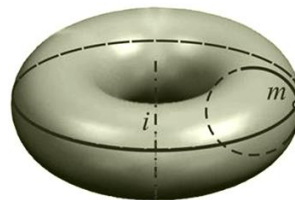


Рисунок 3.20 – Поверхня тора

Якщо коло не перетинає вісь обертання, поверхню називають *відкритим тором*, або *кільцем* (рис. 3.21, а). Якщо вісь торкається кола, то поверхню називають *закритим тором* (рис. 3.21, б), а якщо вісь перетинає коло, тор називають *таким, що самоперетинається* (рис. 3.21, в).

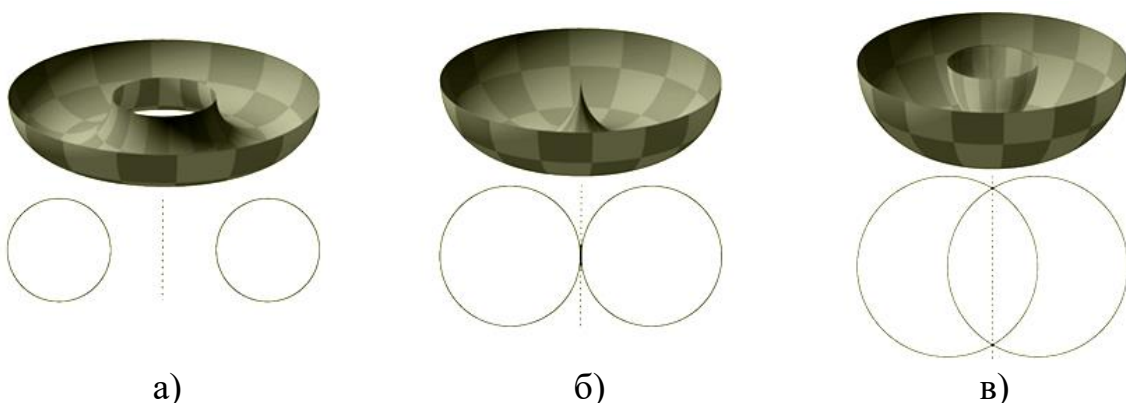


Рисунок 3.21 – Різновиди торів

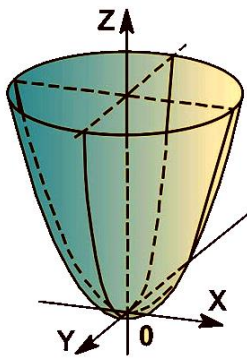


Рисунок 3.22 – Параболоїд обертання

Параболоїд обертання

Меридіаном поверхні є парабола, вісь якої слугує віссю поверхні (рис. 3.22).

Гіперболоїд обертання

Меридіаном поверхні є гіпербола. Якщо вісь обертання співпадає з дійсною віссю гіперболи, утворюється **двopожнинний гіперболоїд обертання** (рис. 3.23, а); якщо віссю обертання є уявна вісь, то – **однопорожнинний** (рис. 3.23, б).

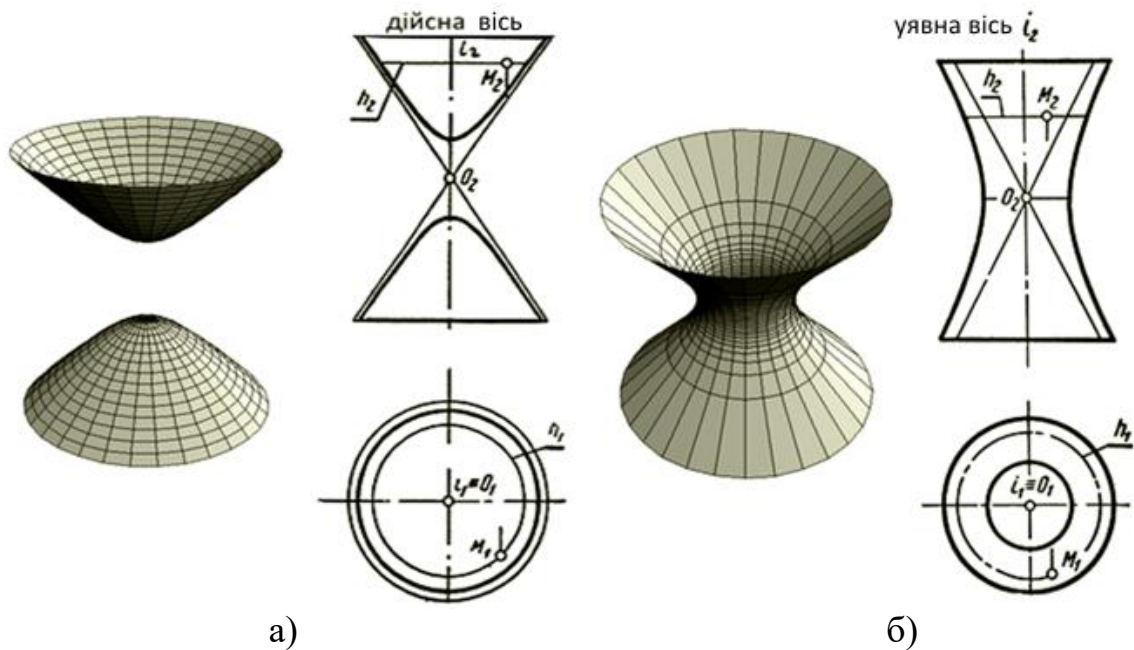


Рисунок 3.23 – Різновиди гіперболоїдів обертання

Точки, розташовані на поверхнях обертання, знаходять за допомогою проміжної паралелі, яку проводять через задану точку. На площині, перпендикулярній осі обертання, ці паралелі проєкціюються в кола, а на іншій площині проєкцій – у прямі лінії, перпендикулярні осі обертання.

Поверхні обертання, утворені обертанням прямої лінії

Розглянемо поверхні, утворені обертанням прямої лінії, так звані **лінійчаті** поверхні.

Прямий круговий циліндр і прямий круговий конус

У першому випадку (рис. 3.24, а) пряма твірна паралельна осі обертання, а у другому – перетинає її (рис. 3.24, б). Оскільки ці поверхні обертання нескінченно простягаються у напрямку своїх твірних, то на зображеннях їх обмежують слідами цих поверхонь на площинах проєкцій або обмежують паралеллю поверхні.

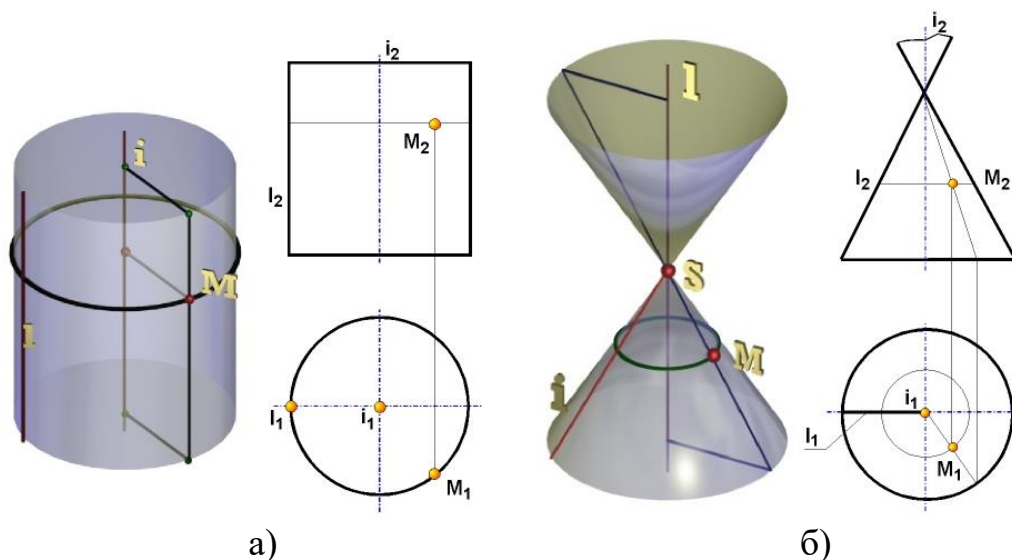


Рисунок 3.24 – Поверхні прямого кругового циліндра і прямого кругового конуса та розташування точок на них

Будь-яка точка, що належить бічній поверхні циліндра, проєкціюється на коло основи в площині проєкцій, перпендикулярній осі циліндра (точка M на рис. 3.24, а).

Прийоми побудови проєкцій точок, що належать бічній поверхні конуса

Як і на піраміді, на поверхні конуса через задану точку можна проводити лінію, паралельну основі конуса (паралель). На горизонтальній проєкції – це коло, а на фронтальній та профільній проєкціях – горизонтально розташовані прямі лінії (рис. 3.24, б).

Можна проводити пряму лінію (твірну), що проходить через вершину й основу конуса. Проєкції точки M у всіх площинах будуть належати проєкціям твірної (рис. 3.24, б).

Але, користуючись цим прийомом побудови, необхідно враховувати таке. Допоміжну твірну на проєкційному кресленні не можна розташовувати близько до осі обертання, оскільки при проведенні ліній проєкційного зв'язку, щоб знайти проєкції точки, виникає велика погрешність.

Однопорожнинний гіперболоїд обертання

Раніше (див. рис. 3.23) зазначався спосіб утворення цієї поверхні, меридіаном якої була гіпербола. Однопорожнинний гіперболоїд обертання також може бути утворений обертанням прямої лінії, яка схрещується з нерухомою віссю обертання (рис. 3.25).

У разі обертання прямої твірної BC навколо осі кожна точка твірної переміщується по колу. Одна з паралелей – це коло з мінімальним радіусом OA , що дорівнює найкоротшій відстані між мимобіжними прямими (горловина поверхні). Очевидно, що та сама поверхня може бути утворена прямою твірною, нахилоною в протилежний бік (твірна $B'C'$).

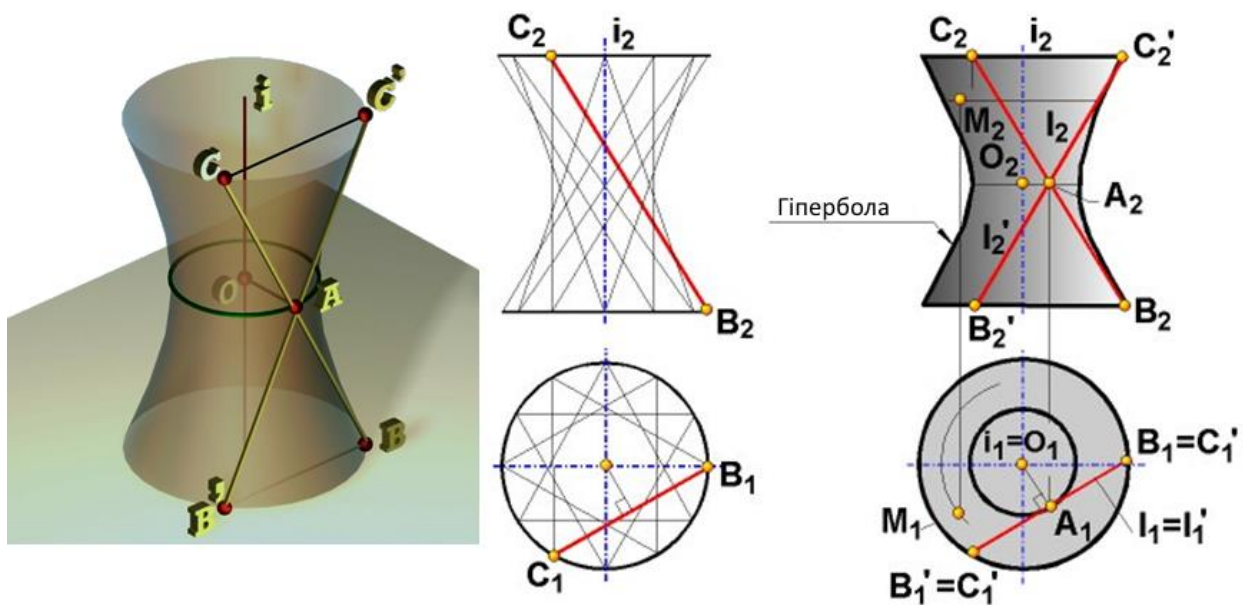


Рисунок 3.25 – Утворення однопорожнинного гіперboloїда обертання рухом прямої лінії

Отже, однопорожнинний гіперboloїд обертання має дві твірні прямі лінії, а на його поверхні є два сімейства прямолінійних твірних.

Якщо змінювати нахил твірної і привести її в положення, паралельне осі обертання, гіперboloїд обертання вироджується у циліндр обертання. Якщо, не змінюючи нахилу твірної, наблизити її до осі так, щоб вони перетнулися, гіперboloїд обертання вироджується у конус обертання.

Конструкції на основі гіперboloїда широко застосовуються в архітектурі. Вони мають високу міцність, тому часто використовуються у будівництві телевізійних веж великої висоти. На рисунку 3.26 наведено приклади таких конструкцій.

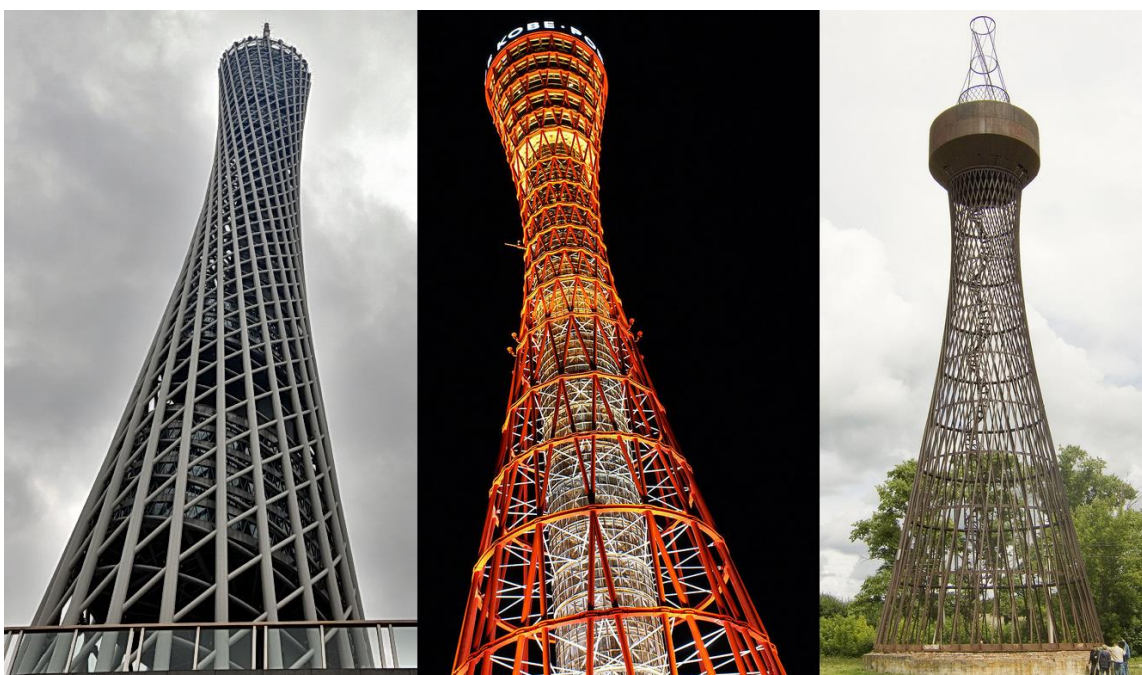


Рисунок 3.26 – Приклади гіперboloїдних конструкцій

3.2.3 Побудова перерізів поверхонь

Побудова лінії перетину поверхні площиною знаходить застосування в процесі архітектурного проектування та розроблення креслень, у процесі креслення розрізів і планів споруд, деталей і вузлів конструкцій, а також у побудові тіней на кресленнях фасадів будівель.

Розглянемо використання перерізів в утворенні певних форм виробів на прикладі часто застосованих поверхонь обертання, але зауважимо, що ці самі поняття і прийоми використовуються і у роботі з іншими поверхнями.

Циліндричні перерізи

На рисунку 3.27 зображено перерізи циліндра проєкціючими площинами.

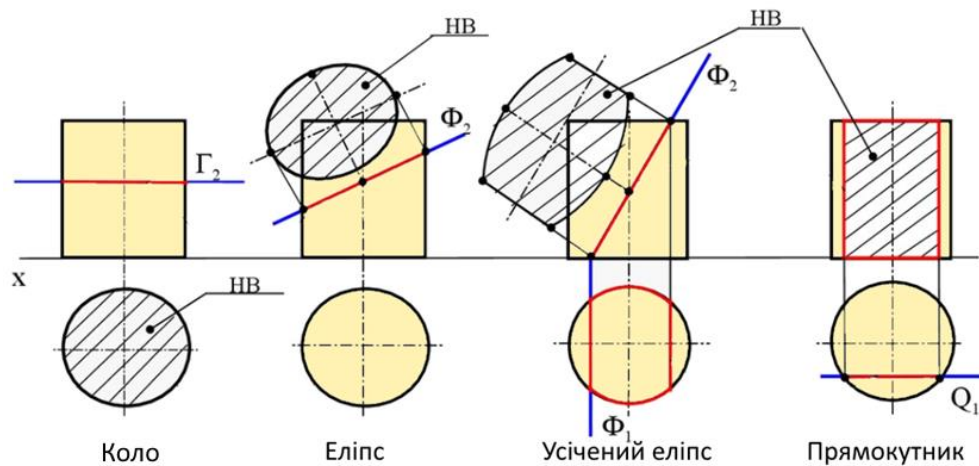


Рисунок 3.27 – Перерізи циліндра проєкціючими площинами

Конічні перерізи

При перетині конуса обертання площиною можуть утворитися: прямі, які перетинаються, коло, еліпс, парабола і гіпербола (рис. 3.28).

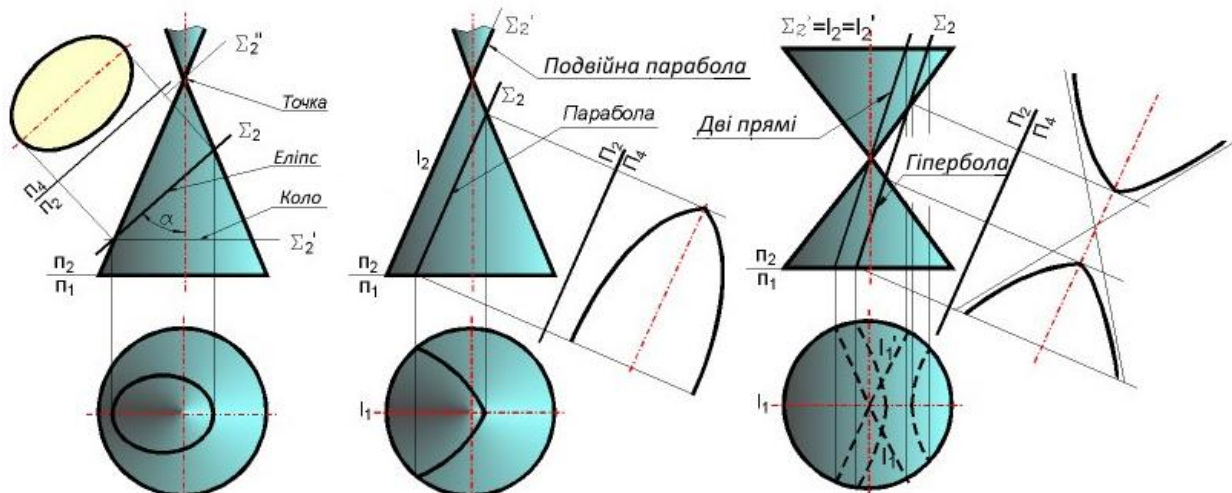


Рисунок 3.28 – Перерізи конуса проєкціючими площинами

Фігурою перерізу конуса площиною, що перетинає всі його твірні й не перпендикулярна його осі, буде *еліпс* (рис. 3.29). Центр еліпса знаходиться у точці О, яка ділить відрізок АВ навпіл. Побудова проєкцій еліпса зрозуміла з креслення.

1 – вершина параболи; 2 – на профільному меридіані; 3 – на основі. Випадкові точки визначають за допомогою паралелей або твірних.

59

Якщо січна площина перетинає обидві поли поверхні конуса й паралельна двом його твірним, то в перерізі вийде крива, що складається з двох симетричних гілок, – *гіпербола* (рис. 3.31). Особливими точками є такі точки: 1 – вершина гіперболи; 3 – на профільному меридіані; 4 – на паралелі основи. У прикладі розглядається випадок, коли частина конуса видалена і площина зрізу є складовою частиною поверхні деталі.

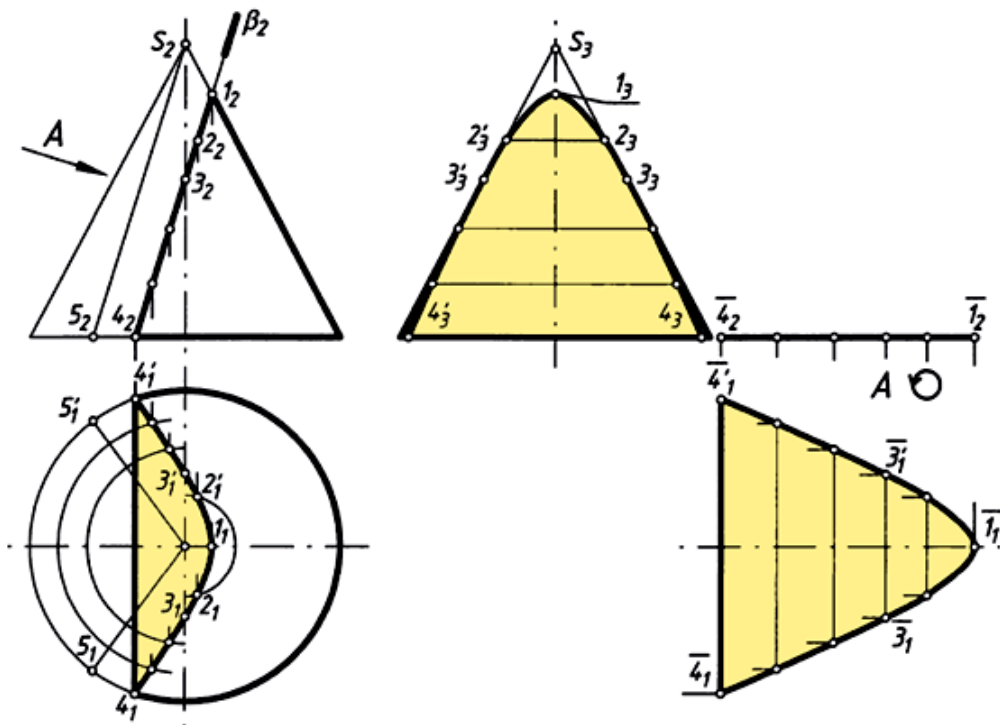


Рисунок 3.31 – Утворення гіперболи в перерізі конуса

Для побудови дійсного розміру перерізу площину зрізу β_2 перемістили відносно фронтальної площини до положення 4_1-1_2 . При цьому горизонтальні проєкції точок 4_1-1_1 перемістяться паралельно осі x до положення 4_1-1_1 .

Переріз сфери

Переріз сфери площиною завжди обмежений колом (рис. 3.32), центром якого є основа перпендикуляра, опущеного з центра сфери на січну площину (точка 7).

Фронтальна проєкція зрізу сфери площиною $\gamma \perp \Pi_2$ відображається відрізком 1–6 – хордою головного меридіана, а горизонтальна і профільна проєкції – еліпсом зі сполученими діаметрами 1–6 та 7–7. Центр еліпса – точка перетину нормалі $O7$ із площиною γ . При побудові проєкцій спочатку знаходять такі опорні точки лінії зрізу:

1, 6, 7 – кінці сполучених діаметрів. Точки 1, 6 будують за приналежністю їх головному меридіану сфери, а точки 7, 7 – за допомогою паралелі січної площини ω ;

3 – точки на екваторі сфери;

4 – точки перетину профільного меридіана сфери з площиною γ . Для цього через точку 4_2 проводять горизонтальну лінію зв'язку, будують її профільну проекцію, відзначають точки 4_3 , а по вертикальній лінії зв'язку відзначають точки $4_1 = 4_3$.

Випадкові точки 2, 5 будують за допомогою паралелей січних площин α і β із радіусами кіл відповідно R_2 і R_1 .

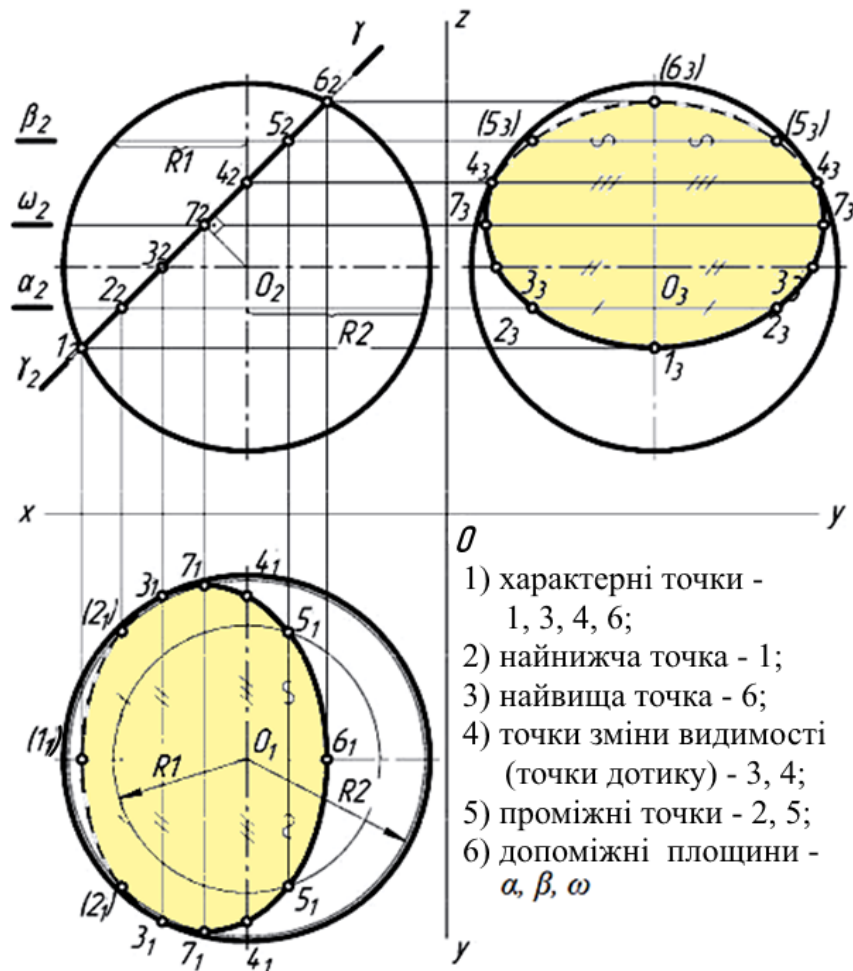


Рисунок 3.32 – Переріз сфери фронтально-проекціуючою площиною

3.2.4 Перетин прямої лінії з кривою поверхнею

Визначення точок перетину прямої лінії з кривою поверхнею застосовується при побудові лінії перетину поверхонь, а також при побудові падаючих тіней. Пряма лінія може перетинати поверхню в двох і більше точках, може торкатися її.

Щоб знайти точки перетину прямої лінії з кривою поверхнею (рис. 3.33), необхідно провести через цю пряму допоміжну січну площину та побудувати лінію перетину допоміжної площини із цією поверхнею. Точки перетину прямої з побудованою лінією перерізу поверхні й будуть шуканими точками.

Зазвичай як допоміжну обирають проекціуючу площину. Однак в окремих випадках потрібно брати площину загального положення, з тим щоб проекції перерізу мали графічно просту форму – прямі лінії або кола.

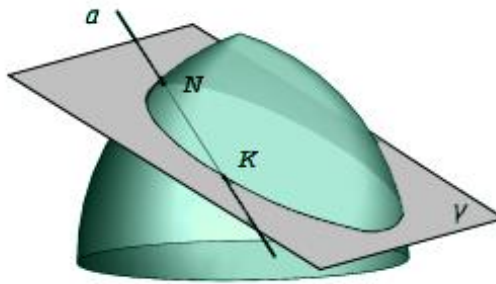


Рисунок 3.33 – Визначення точок перетину прямої лінії з кривою поверхнею

Приклад 1. Побудувати точки перетину прямої a з нелінійчатою поверхнею обертання Φ (рис. 3.34).

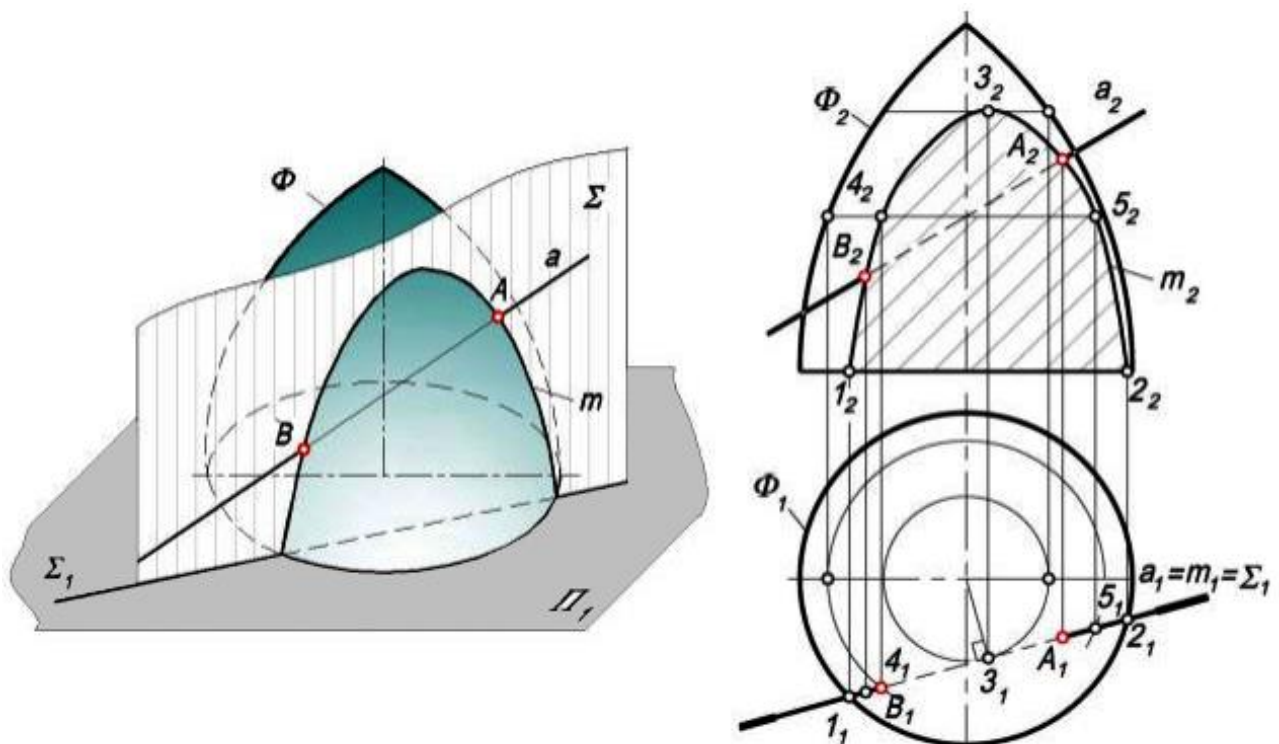


Рисунок 3.34 – Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею обертання

Отримати простий за формою переріз у цьому завданні неможливо, тому необхідно провести через пряму допоміжну проєкціюючу площину й побудувати переріз за допомогою декількох паралелей.

Горизонтальна проєкція лінії перерізу суміщена з проєкціюючим слідом площини Σ . Отже, завдання зводиться до побудови фронтальних проєкцій точок, що відзначаються на горизонтальній проєкції лінії перерізу.

Фронтальні проєкції точок 1 і 2 знаходять за допомогою ліній проєкційного зв'язку. Щоб знайти найвищу точку 3 лінії перерізу, потрібно на плані визначити паралель, яка торкнулася б січної площини, але не перетинала б її. Точки A і B перетину прямої з побудованою лінією m перерізу будуть шуканими. Відрізок прямої між цими точками буде невидимим.

Приклад 2. Побудувати точки перетину прямої l з конічною поверхнею (рис. 3.35).

Якщо обрати як допоміжні проєкціюючі площини, то перерізами поверхні будуть криві лінії – гіпербола або еліпс. Тому для визначення точок перетину прямої з поверхнею конуса через цю пряму необхідно провести допоміжну площину загального положення, яка перетнула б поверхню конуса за твірними. Така площина має бути проведена через дану пряму l і вершину конуса S .

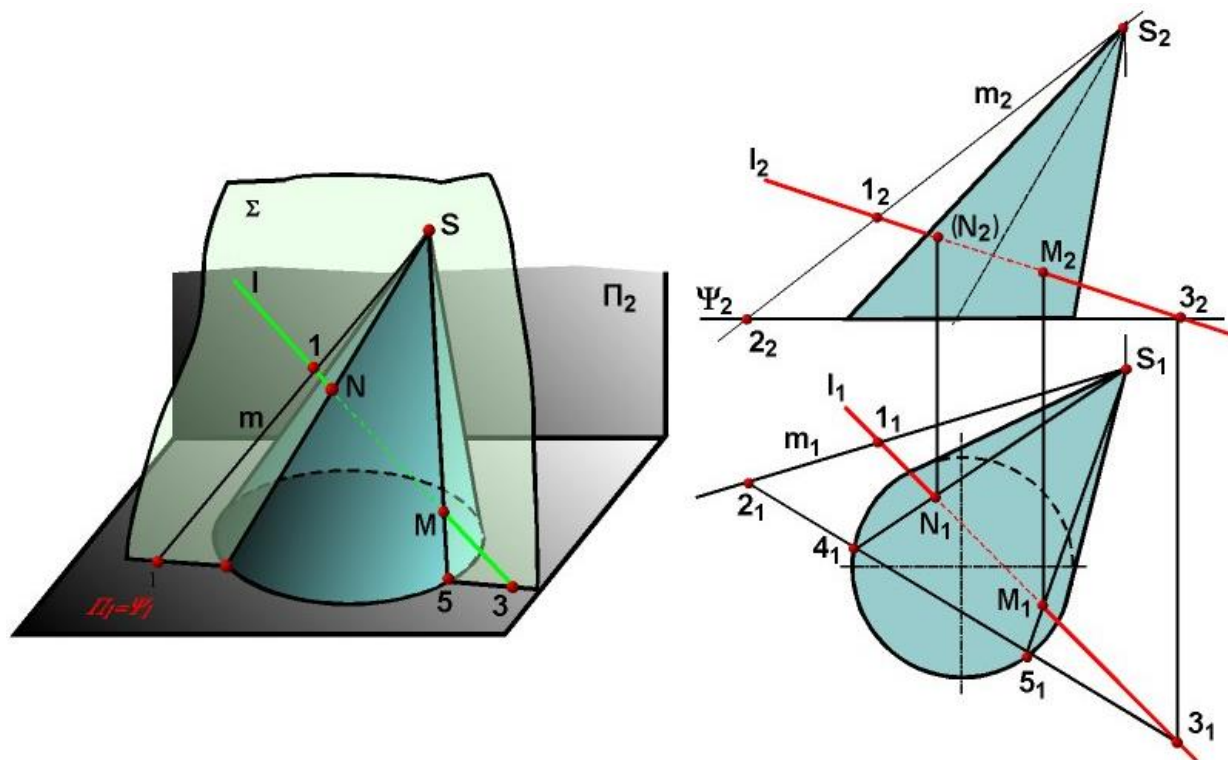


Рисунок 3.35 – Приклад побудови точок перетину прямої лінії з конічною поверхнею

Площина Σ визначається допоміжною прямою m і перетинає конус по твірним. Для знаходження цих твірних побудуємо лінію перетину допоміжної площини з площиною основи конуса. Для цього знайдемо сліди прямих m і l . Це відповідно точки 2 і 3. З'єднавши ці точки, отримаємо горизонтальний слід площини Σ .

Слід (2_1-3_1) перетинає коло основи конуса в точках 4 і 5. Шукані твірні – лінії $(S-4)$ і $(S-5)$. У перетині цих ліній і прямої l знаходимо точки M і N – точки перетину прямої l із поверхнею конуса.

Приклад 3. Побудувати точки перетину прямої l із поверхнею еліптичного циліндра (рис. 3.36).

Як і в попередньому прикладі, через пряму потрібно провести допоміжну площину, яка перетне бокову поверхню циліндра по твірним. Такою площиною буде площина загального положення, проведена через задану пряму й допоміжну пряму m , яка паралельна твірним циліндра. Подальші побудови аналогічні попередньому прикладу.

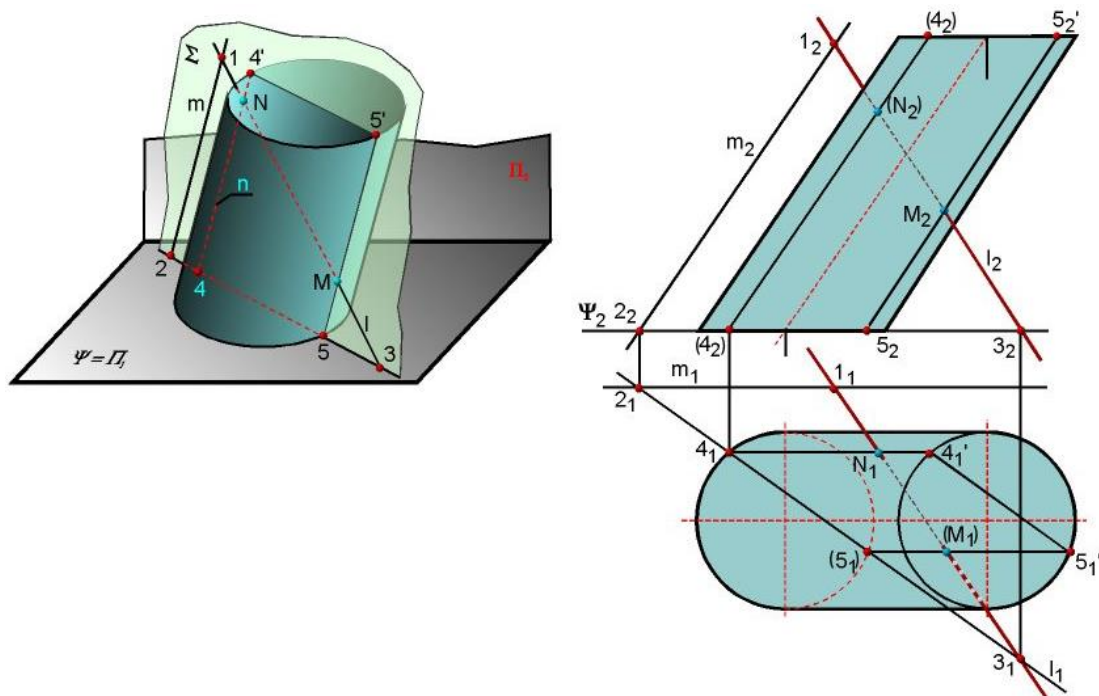


Рисунок 3.36 – Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею еліптичного циліндра

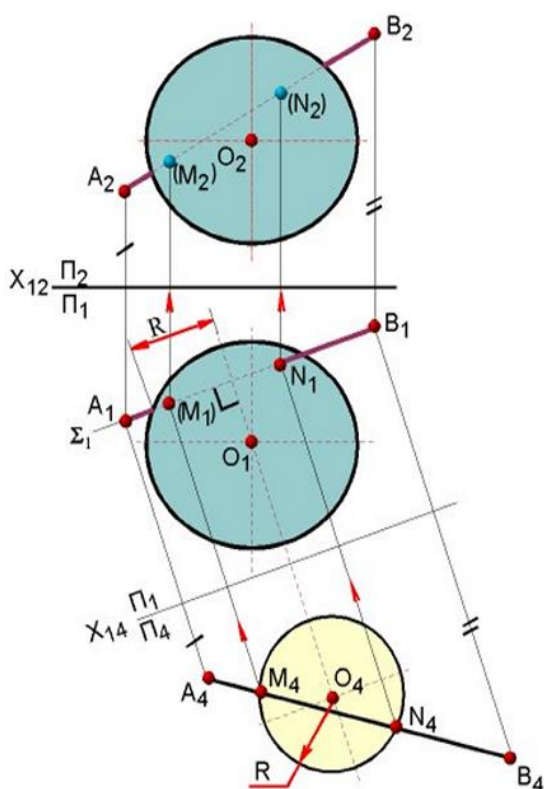


Рисунок 3.37 – Приклад побудови точок перетину прямої лінії з поверхнею сфери

Приклад 4. Побудувати точки перетину прямої АВ із поверхнею сфери (рис. 3.37).

Через пряму проведена горизонтально-проекціююча площина Σ . Вона перетинає сферу по колу, що на фасаді зображується еліпсом.

Щоб уникнути побудови еліпса, застосуємо спосіб заміни площин проєкцій і візьмемо за нову фронтальну площину проєкцій площину Π_4 , паралельну січній площині. Побудуємо на новій площині Π_4 проєкцію заданої прямої АВ і коло перерізу сфери, відклавши висоту його центра – аплікату точки О. Отримані точки M_4 і N_4 перетину проєкції прямої з контуром перерізу переносяться потім на початкові проєкції. На плані будуть видимими точки, розташовані вище екватора сфери (точка N), а на фасаді – точки, що розміщуються на передній половині сфери (точки M і N невидимі).

3.2.5 Перетин кривих поверхонь

Архітектурні споруди та будівлі, різні фрагменти й деталі є поєднанням багатьох геометричних форм: призм, паралелепіпедів, поверхонь обертання і складніших кривих поверхонь, що перетинаються між собою. У процесі проектування й виконання зображень на проєкційних кресленнях необхідно будувати лінії перетину поверхонь.

Основний спосіб побудови лінії перетину поверхонь – спосіб допоміжних січних поверхонь (посередників).

Для побудови лінії перетину необхідно побудувати ряд точок, що належать обом поверхням, які перетинаються. Положення допоміжних поверхонь вибирають так, щоб вони перетинали задані поверхні по графічно простих лініях – прямих або колах. Побудови виконують у такій послідовності (рис. 3.38):

- 1) проводять допоміжну поверхню Σ , що перетинає задані поверхні;
- 2) будують лінії m і n перетину допоміжної поверхні Σ із заданими поверхнями Ψ і Φ ;
- 3) визначають точки A і B перетину допоміжних ліній m і n .

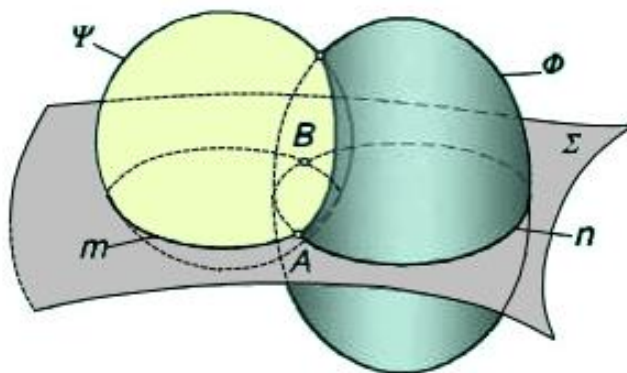


Рисунок 3.38 – Алгоритм побудови лінії перетину поверхонь

Оскільки точки A і B одночасно належать обом допоміжним лініям і, отже, поверхням, що перетинаються, то вони є точками, що належать шуканій лінії перетину. Провівши декілька допоміжних січних поверхонь, отримаємо ряд точок лінії перетину. Їх необхідно з'єднати плавною кривою в певній послідовності. Проєкції лінії перетину мають знаходитися в межах обрисів як однієї, так і іншої поверхні одночасно.

Як допоміжні січні поверхні зазвичай вибирають площини або сфери. У першому випадку побудова здійснюється *способом допоміжних січних площин*, а в другому – *способом допоміжних січних сфер*.

Перш ніж вирішити питання, яку допоміжну січну поверхню вибрати для побудови лінії перетину поверхонь, необхідно з'ясувати, чи не займає одна з поверхонь проєкціююче положення. У цьому разі рішення поставленої задачі спрощується через те, що одна з проєкцій лінії перетину буде співпадати зі слідом проєкціюючої поверхні, яка входить до умови задачі. Рішення зводиться до визначення іншої проєкції лінії, що належить поверхням, які перетинаються.

Спосіб допоміжних січних площин

Він аналогічний побудові лінії перетину двох площин загального положення, розглянутій раніше (див. лекц. 2, рис. 2.23).

Побудову лінії перетину поверхонь починають із визначення характерних її точок – екстремальних (вищої та нижчої) і точок видимості, що відокремлюють видиму частину лінії перетину від невидимої.

Приклад 1. Побудувати лінію перетину поверхонь прямої тригранної призми і прямого кругового конуса (рис. 3.39).

Опорні точки в задачі позначені буквами, а випадкові – цифрами. Зазначимо, що площини граней призми горизонтально-проекціюючі, і, отже, горизонтальні проекції ліній їх перетину з конусом вже відомі.

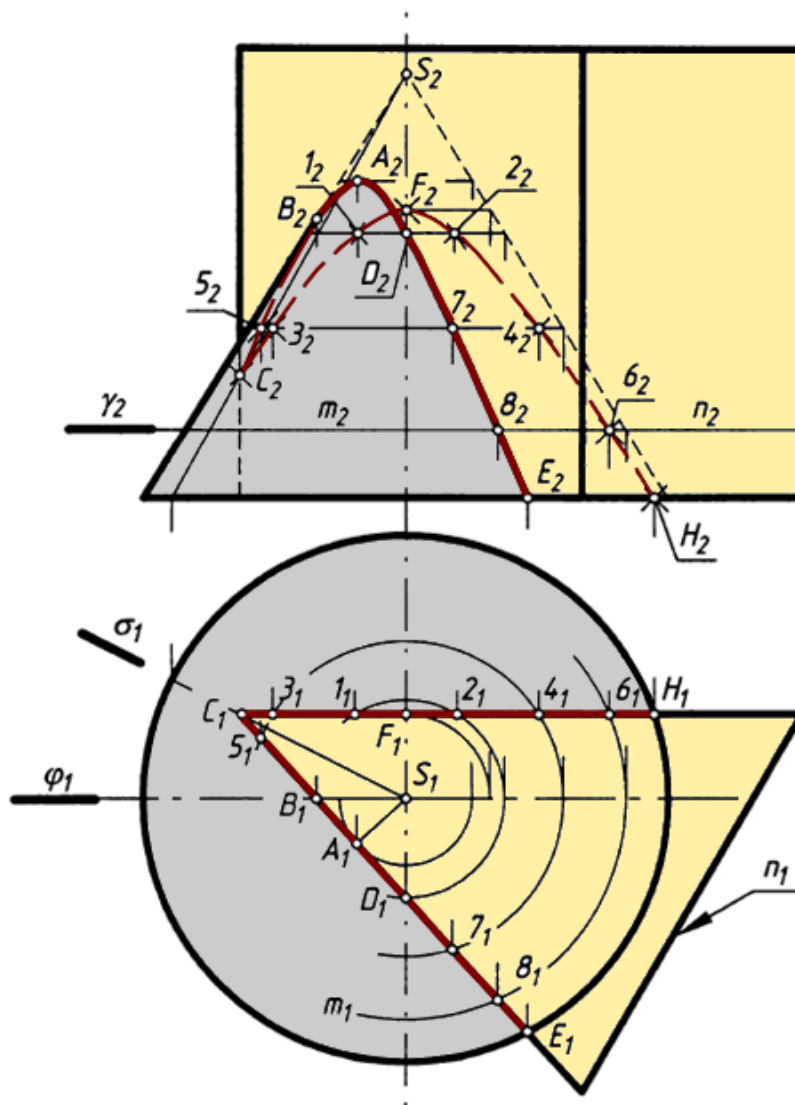


Рисунок 3.39 – Побудова лінії перетину поверхонь призми й конуса

Побудову фронтальних проєкцій почнемо з точок Е і Н перетину основи конуса з основою призми, оскільки вони лежать в одній площині та їхні горизонтальні проєкції перетинаються.

На горизонтальній проєкції видно, що з конусом перетинається одне бічне ребро. Проведемо через вершину S конуса і це ребро площину-посередник $\sigma \perp P_1$, яка перетне конус по твірній із горизонтальною проєкцією (S_1C_1). Будуємо фронтальну проєкцію цієї твірної та в перетині з фронтальною проєкцією ребра відзначаємо точку C_2 хрестиком, оскільки точка C лежить за площиною головного меридіана ϕ і на фронтальній проєкції буде невидимою, так само як і точка H .

Фронтальну проєкцію точки B перетину головного меридіана з гранню призми відзначаємо по лінії зв'язку. Ця точка є межею видимості на фронтальній проєкції. Відомо, що в перерізі конуса площиною, паралельною його осі, утворюється гіпербола. Отже, у нашому випадку грані з конусом перетинаються по гіперболах. З точки S_1 опустимо перпендикуляри на грані й відзначимо точки A_1 і F_1 – горизонтальні проєкції вершин гіпербол. Побудуємо паралелі, радіуси яких дорівнюють відрізкам (S_1A_1) і (S_1F_1) відповідно, зазначимо їхні фронтальні проєкції та по лініях зв'язку відзначимо на цих паралелях фронтальні проєкції A_2 і F_2 вершин з урахуванням видимості.

Для побудови інших точок використовуються паралелі конуса, які перетинають грані призми. Знаходимо положення цих паралелей на фронтальній проєкції та відповідні точки на них.

Отримані точки однієї грані послідовно з'єднуємо плавною кривою з урахуванням видимості. Після побудови кривих ліній перетину обводимо видимі ділянки обрисів поверхонь.

Приклад 2. Побудувати лінію перетину циліндричної і $\frac{1}{4}$ частини сферичної поверхонь (рис. 3.40).

Циліндрична поверхня є горизонтально-проєкціуючою, тобто горизонтальна проєкція лінії перетину вже відома.

Точки 1 і 2 розташовані на основах поверхонь, точка 3 – крайня праворуч на лінії перетину. Вона є також точкою межі видимості. Знаючи горизонтальну проєкцію точки 3_1 на поверхні сфери, знайдемо її фронтальну проєкцію 3_2 за допомогою кола з радіусом R .

Точка 4 є найвищою точкою лінії перетину, вона найближча до вертикальної осі поверхні сфери, й знаходиться аналогічним способом.

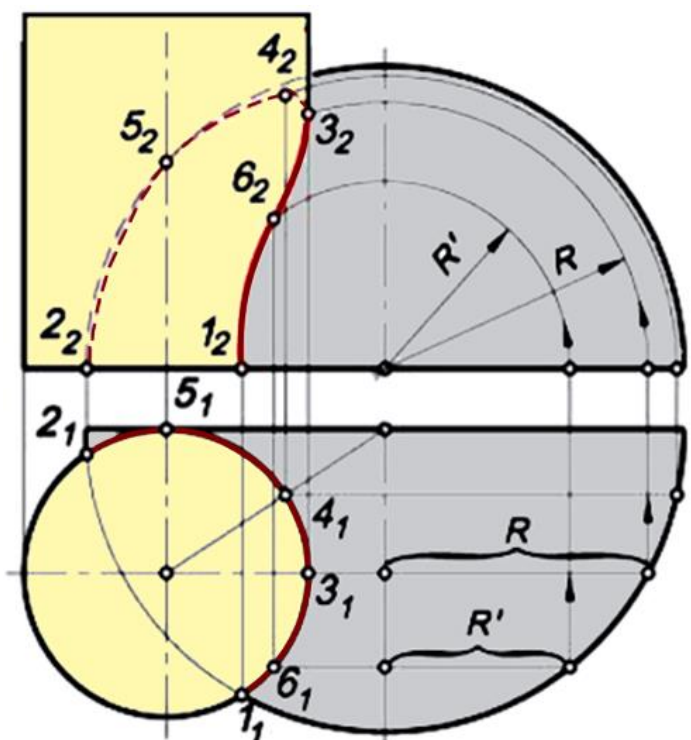


Рисунок 3.40 – Побудова лінії перетину поверхонь циліндра і $\frac{1}{4}$ частини сфери

Точка 5 належить головному меридіану сфери. Точки 1, 2, 3, 4, 5 є опорними (характерними) точками лінії перетину поверхонь. Для точнішої побудови шуканої лінії знайдемо проміжну точку 6 аналогічно побудові попередніх точок.

Приклад 3. Побудувати лінію перетину конуса і сфери (рис. 3.41).

Аналіз умови доводить, що жодна з поверхонь не є проєкціюючою, отже, на жодній із проєкцій немає лінії перетину.

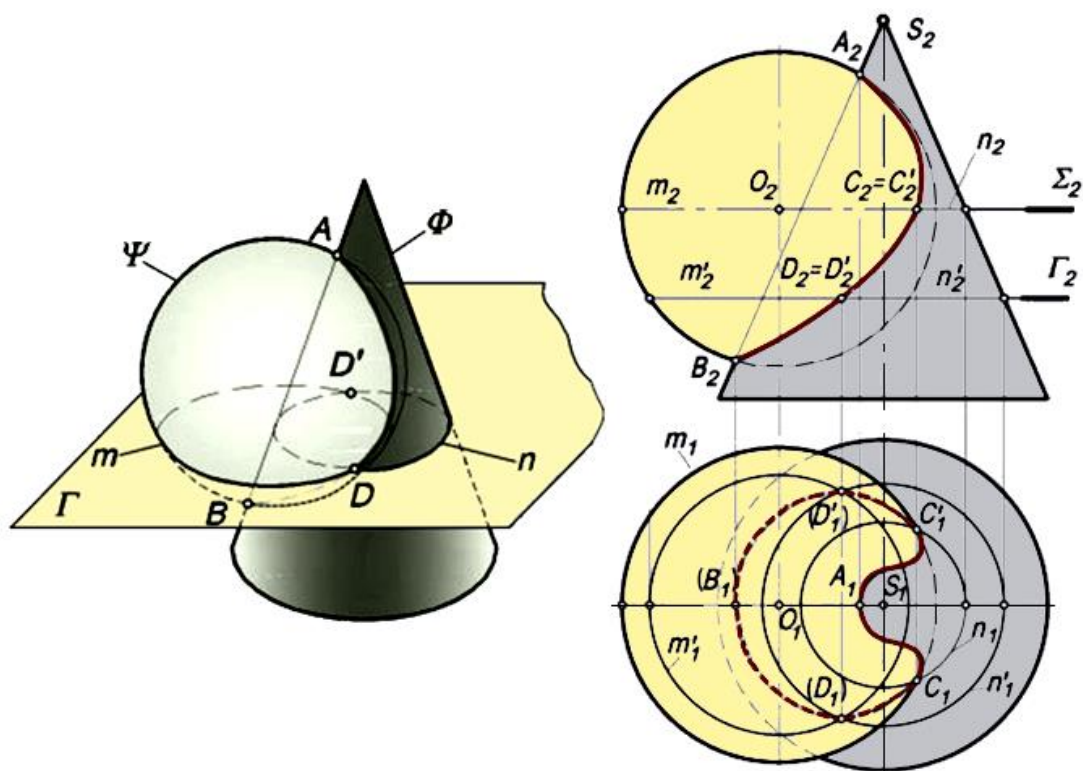


Рисунок 3.41 – Побудова лінії перетину поверхонь сфери і конуса

Для вирішення можуть бути використані горизонтальні площини рівня, що перетинають обидві поверхні по колах. За допомогою таких площин можна побудувати будь-яку кількість довільних точок.

Визначаємо верхню А і нижню В опорні точки (на перетині головних меридіанів поверхонь). Ці точки встановлюють межі, в яких необхідно проводити допоміжні січні площини. Знайдемо точки С і С' – точки перетину екватора сфери з поверхнею конуса, які є точками видимості на плані. Для цього проведемо площину Σ , яка перетинає сферу по екватору m , конус – по паралелі n . Кола m і n , які перетинаються, визначають горизонтальні проєкції точок C_1 і C'_1 . Фронтальні проєкції цих точок знаходяться на фронтальному сліді січної площини Σ_2 .

Проміжні точки визначимо за допомогою площини Γ , яка перетинає сферу по колу m' , конус – по колу n' . Перетинаючись, ці кола дають пару точок D і D' , що належать лінії перетину поверхонь. Знайдені точки з'єднуємо плавною кривою лінією. Точки, розташовані нижче екватора сфери, на виді зверху будуть невидимими.

Окремі випадки перетину поверхонь другого порядку

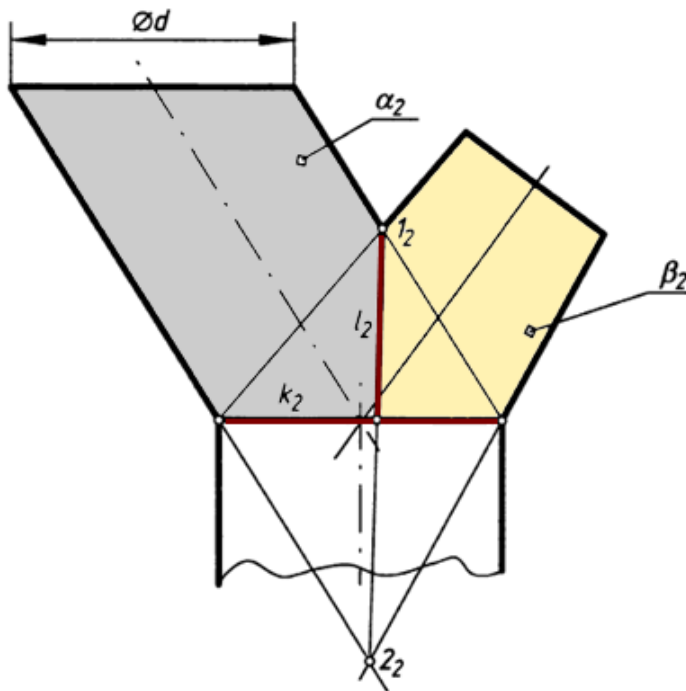


Рисунок 3.42 – Ілюстрація теореми 1

Теорема 1. Якщо дві поверхні α і β другого порядку (рис. 3.42) мають одну спільну криву ($k = \alpha \cap \beta$) другого порядку, то вони перетинаються ще по одній кривій ($l = \alpha \cap \beta$) другого порядку.

Загальна площина симетрії поверхонь є площиною рівня, а площина кола k – проєкціююча. Її можна взяти за напрямну поверхонь α і β , і водночас вона є лінією другого порядку їх перетину. Площина іншої лінії перетину l також буде проєкціюючою, і для її побудови достатньо з'єднати прямою лінією опорні точки 1_2 і 2_2 перетину обрисів.

Теорема 2. Якщо дві поверхні другого порядку (рис. 3.43) мають дві точки (E і F) дотику, то лінія їх перетину розпадається на дві криві другого порядку, які перетинаються у зазначених точках.

Лінії перетину поверхонь визначаються точками A , B і C , D перетину їхніх обрисів і фронтально конкуруючими точками E і F дотику поверхонь.

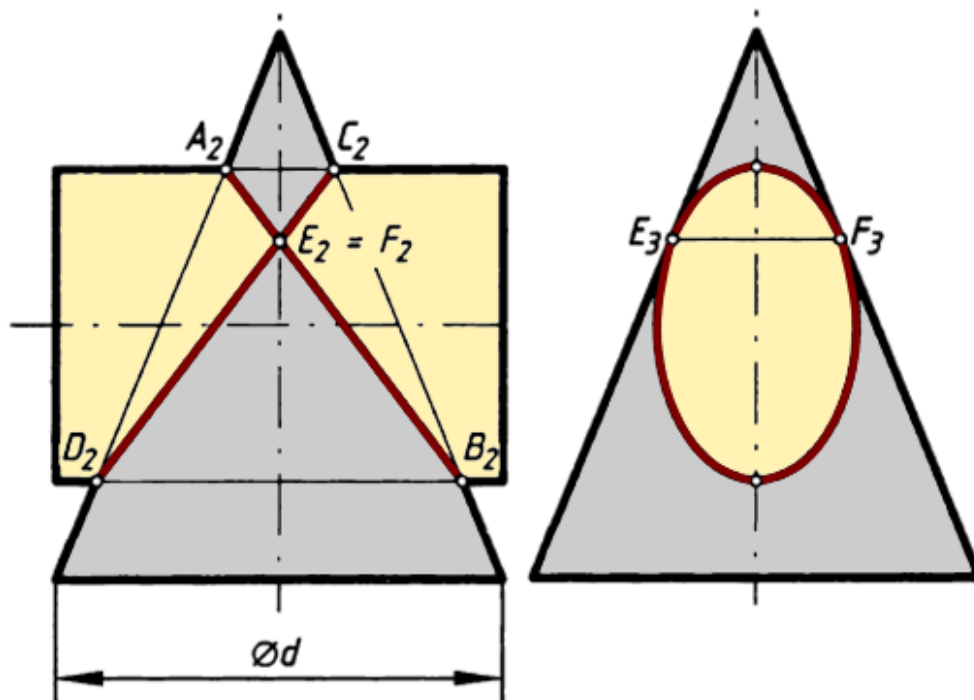


Рисунок 3.43 – Ілюстрація теореми 2

Теорема 3. (теорема Г. Монжа). Якщо дві поверхні другого порядку описані біля третьої поверхні другого порядку або вписані у неї, то вони перетинаються по двом кривим другого порядку. Площини цих кривих перетинаються по прямій, що з'єднує точки перетину ліній дотику (рис. 3.44).

Поверхні α і β торкаються сфери по колах t і m , площини яких проєкціюючі. Лінія їх перетину буде проєкціюючою прямою. Отже, площини ліній перетину k і l будуть проєкціюючими. Тому для побудови цих ліній досить провести прямі через опорні точки (точки перетину обрисів).

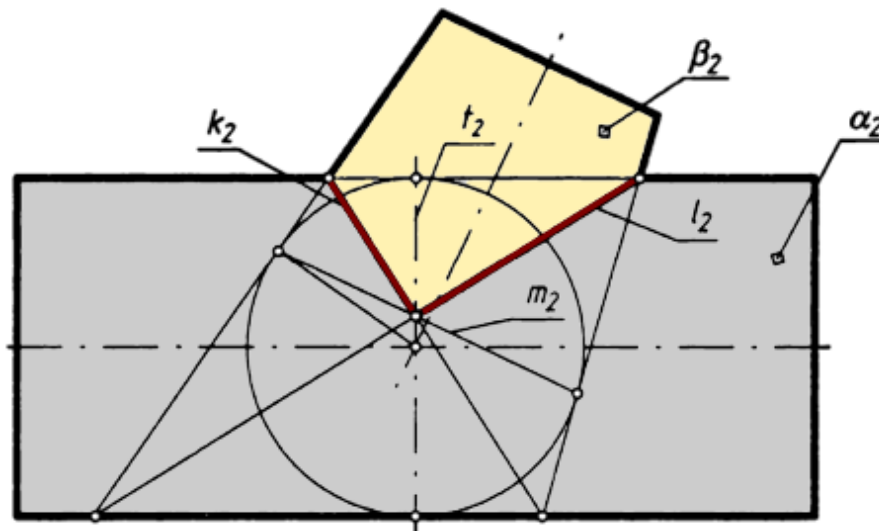


Рисунок 3.44 – Ілюстрація теореми 3

3.3 Питання для самоперевірки

1. Які поверхні називають багатограними?
2. Що називають гранню, ребром?
3. Чим відрізняється призма від піраміди?
4. Як відображається багатогранна поверхня?
5. Як визначається видимість ребер та граней?
6. Які точки називають конкуруючими та для чого їх використовують?
7. Назвіть алгоритм вирішення задачі на побудову точок перетину прямої лінії з поверхнею призми
8. Що являє собою лінія перетину двох багатограних поверхонь?
9. Як виглядає лінія перетину, якщо перетин неповний?
10. Що називають кривою поверхнею? Як задають поверхні на кресленні?
11. Що називають контуром та нарисом поверхні?
12. Як розв'язується задача належності точки заданої поверхні?
13. Що називають поверхнею обертання? Чим утворюється її каркас?
14. Що називають паралеллю, меридіаном, головним меридіаном, горлом, екватором поверхні?
15. Назвіть основний спосіб побудови лінії перетину поверхонь

ЛЕКЦІЯ 4 ЗАГАЛЬНІ ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КРЕСЛЕНЬ. ПРОЄКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ

- 4.1 Основні правила виконання креслень.
 - 4.1.1 Формат, рамка, основний напис.
 - 4.1.2 Лінії креслення.
 - 4.1.3 Застосування масштабу в кресленні.
 - 4.1.4 Шрифти.
 - 4.1.5 Нанесення розмірів на кресленнях.
- 4.2 Проекційне креслення.
 - 4.2.1 Види.
 - 4.2.2 Розрізи.
 - 4.2.3 Перерізи.
 - 4.2.4 Аксонометричні зображення.
- 4.3 Питання для самоперевірки.

4.1 Основні правила виконання креслень

4.1.1 Формат, рамка, основний напис

Документ, який встановлює єдині правила виконання та оформлення конструкторських документів, називається стандартом. У нашій країні діють стандарти «Єдиної системи конструкторської документації» (ЕСКД).

Креслення виконують на стандартних аркушах креслярського паперу – форматах. Формат аркуша визначають розмірами зовнішньої рамки. Формат А0 має площу 1 м². Шляхом послідовного поділу його на дві рівні частини паралельно меншій стороні утворюють інші формати. ДСТУ (ГОСТ) 2.301-68 ЕСКД встановлює такі основні формати А1, А2, А3, А4 (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 – Основні формати

Позначення формату	А0	А1	А2	А3	А4
Розміри сторін, мм	841×1189	594×841	420×594	297×420	210×297

Креслення розташовують на форматі горизонтально або вертикально, крім формату А4, на якому креслення рекомендується розташовувати вертикально (рис. 4.1).

У середині формату креслять рамку, що обмежує поле креслення. Рамку проводять зверху, праворуч і знизу на відстані 5 мм від зовнішньої сторони формату й ліворуч на відстані 20 мм, утворене поле використовується для брошурування креслень в альбом.

У правому нижньому куті формату поміщають основний напис креслення. Після креслення рамки й основного напису всередині формату залишається площа, що становить робоче поле креслення. Саме в полі креслення komponують потрібні побудови.

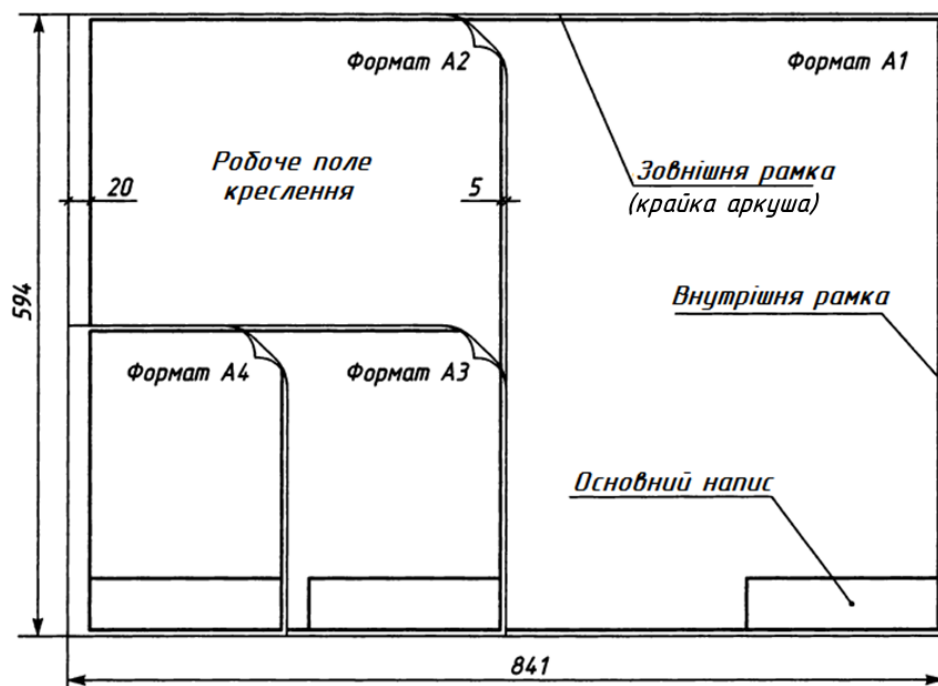


Рисунок 4.1 – Формати аркушів креслярського паперу

Основний напис – це характеристика креслення, що включає основні відомості про зміст креслення та його виконавця. ДСТУ ГОСТ 2.104: 2006 ЄСКД. Основні написи (ГОСТ 2.104-2006, IDT) встановлює форму, розміри та порядок заповнення основного напису (рис. 4.2).

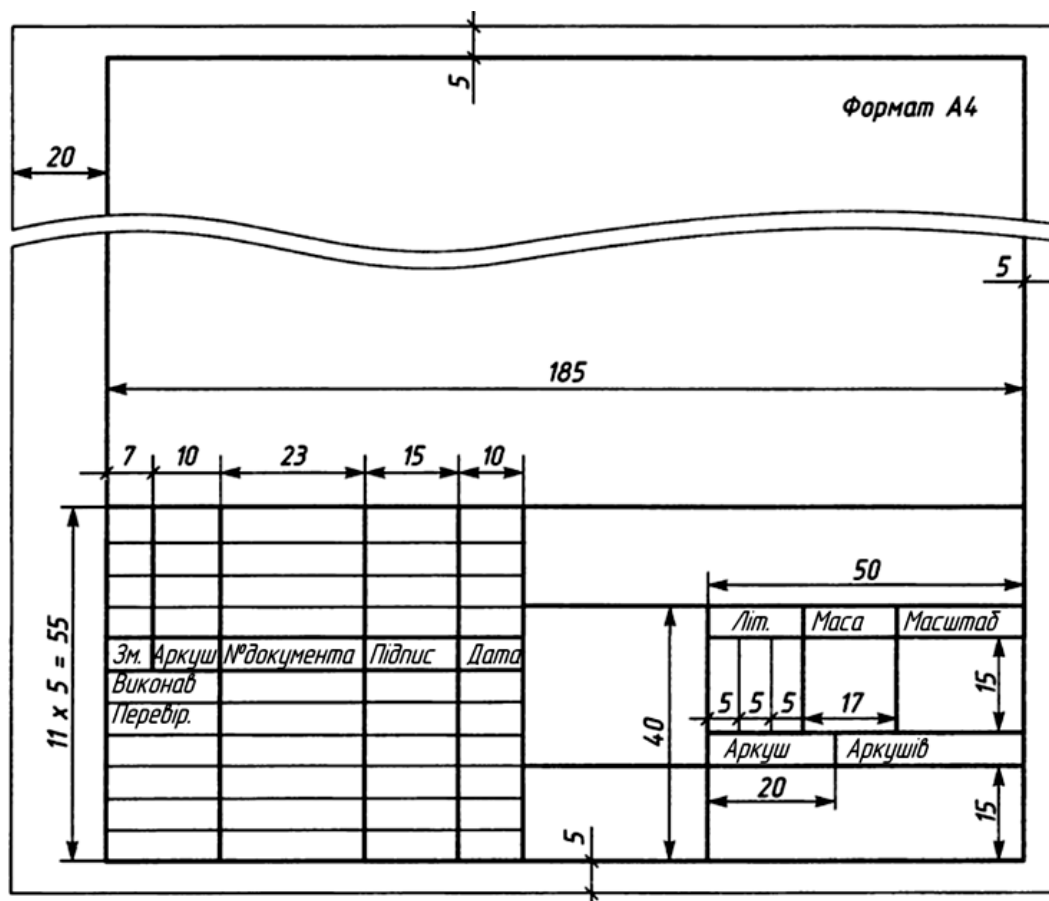


Рисунок 4.2 – Основний напис

Компонуванням креслення називають розташування графічного матеріалу всередині формату. Графічний матеріал розташовують так, щоб повністю використати робоче поле креслення, не переобтяжувати окремих його місць. Для цього перед роботою визначають габарити зображень і у вигляді прямокутників намічають їх на кресленні (рис. 4.3, а).

Прямокутники розміщують так, щоб відстані від рамки до них і між ними були приблизно рівні за всіма напрямками (рис. 4.3, б).

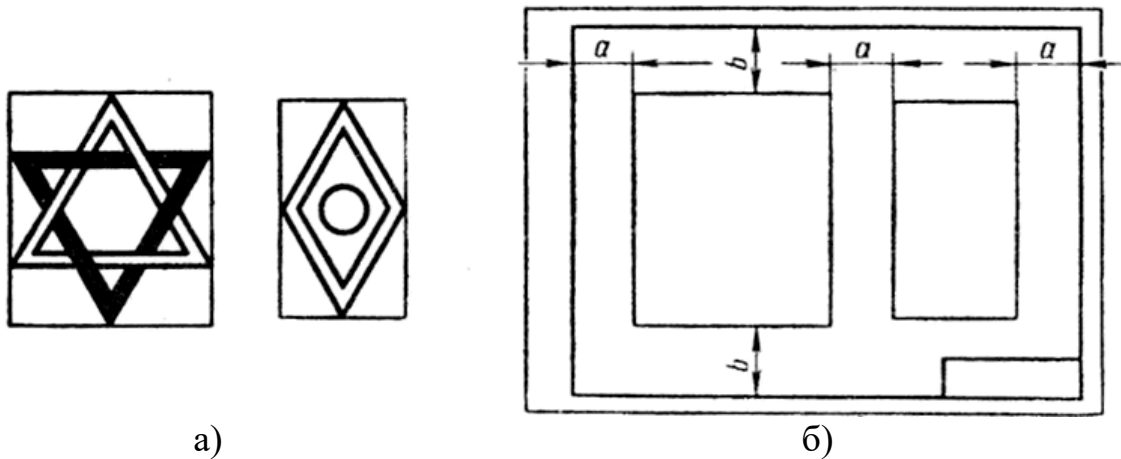


Рисунок 4.3 – Компонування креслення

4.1.2 Лінії креслення

Щоб креслення було всім зрозумілим, стандарт встановлює лінії, які застосовують на кресленнях. Дев'ять стандартних типів ліній визначені ГОСТ 2.303-68 ЄСКД Лінії. Виокремлюють чотири основні типи ліній: суцільна основна, суцільна тонка, штрихова і штрихпунктирна.

Назви ліній, що використовуються для виконання креслень, їх призначення, зображення і товщину відповідно до стандарту наведено у таблиці 4.2.

Застосування ліній креслення зображено на рисунку 4.4.

Товщина ліній залежить від їх призначення. Головним на кресленні є обрис зображеного предмета, тому лінії видимого контуру вважають основними. Товщину основної лінії позначають буквою s і беруть залежно від розміру креслення і його насиченості в межах від 0,5 до 1,4 мм. Товщина інших ліній залежить від прийнятої товщини основної.

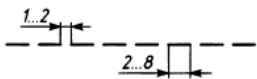
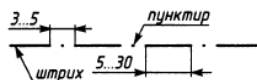
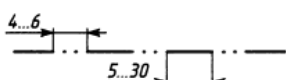
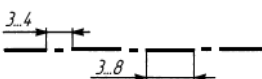
Основна лінія використовується також для ліній рамки та граф основного напису.

У межах одного формату обрана товщина однотипних ліній має бути однаковою.

Важливо знати, що штрихові лінії у місцях їх перетину з іншими лініями й між собою не повинні мати розривів.

При нанесенні центрових ліній у всіх випадках центр кола визначається перетином штрихів. Осьові й центрові лінії мають виходити за межі контурних на 3–5 мм.

Таблиця 4.2 – Стандартні лінії креслення

№	Назва	Зображення	Товщина	Призначення
1	Суцільна товста основна		s	Лінії видимого контуру, видимого переходу, контуру перерізу
2	Суцільна тонка		$s/3 \div s/2$	Лінії розмірні, виносні, лінії побудови, штрихування, контуру накладеного перерізу
3	Штрихова		$s/3 \div s/2$	Лінії невидимого контуру, лінії переходу невидимі
4	Штрихпунктирна		$s/3 \div s/2$	Лінії осьові, центрові
5	Суцільна хвиляста		$s/3 \div s/2$	Лінії обриву, розмежування вигляду і розрізу
6	Суцільна тонка зі зламом		$s/3 \div s/2$	Лінії обриву, виконання довгих ліній обриву
7	Розімкнена		$s \div 1,5s$	Лінії перерізів
8	Штрихпунктирна з двома точками		$s/3 \div s/2$	Лінії згину на розгортках, лінії для зображення частин виробу в крайніх або проміжних положеннях
9	Штрихпунктирна потовщена		$s/2 \div 2s/3$	Лінії для позначення поверхонь, які піддаються термообробці або мають покриття

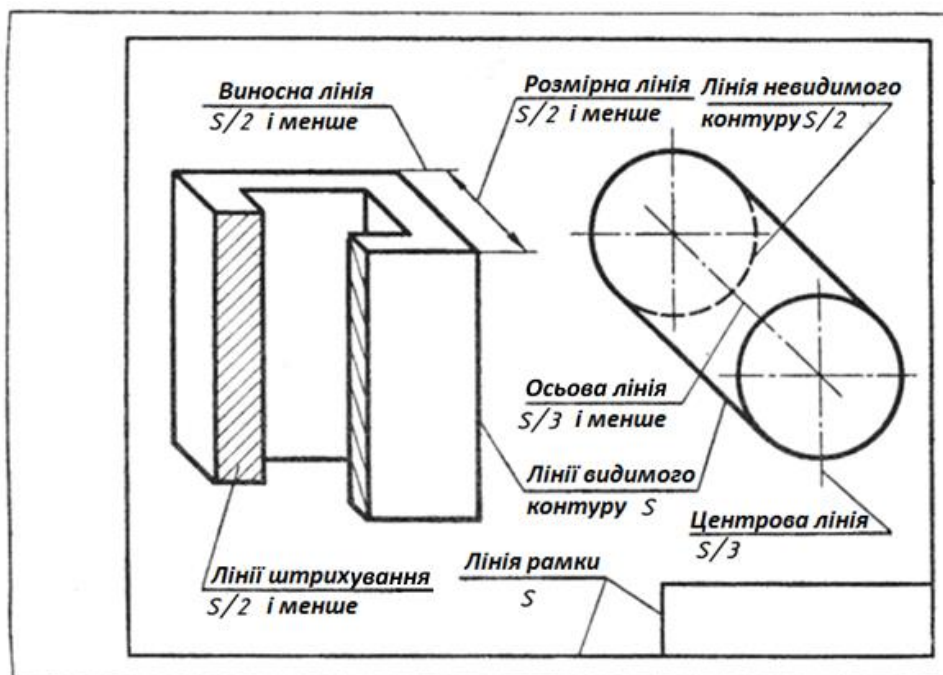


Рисунок 4.4 – Застосування ліній креслення

4.1.3 Застосування масштабу в кресленні

Предмет на кресленні бажано зображувати в натуральну величину. Однак великі предмети доводиться зменшувати, а дрібні – збільшувати. Для цього користуються масштабом креслення.

Масштабом називають відношення лінійних розмірів зображення предмета до його дійсних розмірів.

Масштаб позначається відношенням двох чисел, наприклад (2:1). Масштаби зображень на кресленику (табл. 4.3) вибирають за ДСТУ ISO 5455:2005. Кресленики технічні. Масштаби (ISO 5455:1979, IDT).

Таблиця 4.3 – Стандартні масштаби

Назва	Величина
Масштаби зменшення	1:2; 1:2.5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20...
Дійсний розмір	1 : 1
Масштаби збільшення	2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1...

При позначенні масштабу в спеціальній графі основного напису букву М не ставлять, а пишуть тільки відношення, наприклад: 1:1, 1:2 тощо. Якщо окреме зображення на кресленику виконано в масштабі, що не відповідає зазначеному в основному написі, то масштаб позначається безпосередньо біля напису, що стосується цього зображення, наприклад, А (1:4), В–В (1:10).

При будь-якому масштабі на кресленні проставляють дійсні розміри предмета.

4.1.4 Шрифти

Для виконання текстових написів і цифрових позначень у кресленні використовують стандартні шрифти.

На архітектурних кресленнях використовують архітектурний шрифт, усі параметри якого кратні його висоті.

Архітектурний вузький прямий шрифт складається тільки з великих літер і цифр. Співвідношення висоти h та інших розмірів рекомендуються такі: ширина g літер і цифр, крім широких літер Ж, М, Ф, Ш, Щ, Ю, дорівнює $1/5h$. Для широких літер ширина g_1 дорівнює $3/10h$. Ширина g_2 цифри 1 дорівнює $2/3g$. Товщину d ліній літер і цифр приймають від $1/5$ до $1/7g$. Відстань між літерами рекомендується брати в 3–4 рази, а відстань між словами – у 8–10 разів більше за ширину літери.

Зображення архітектурного шрифту та залежності його параметрів наведено на рисунку 4.5.

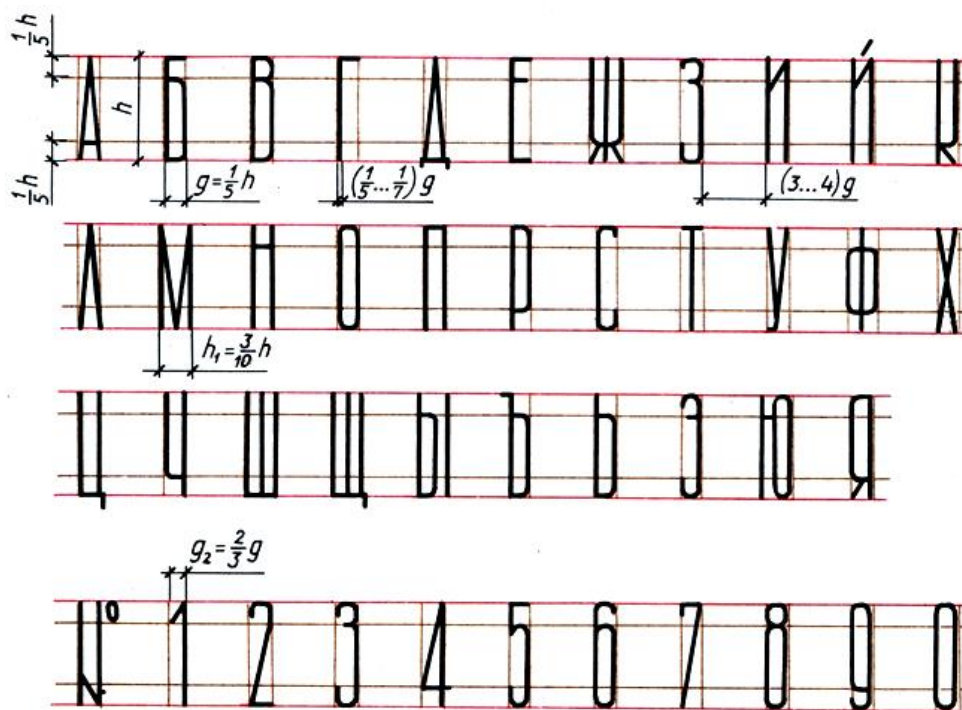


Рисунок 4.5 – Архітектурний шрифт

Креслярський шрифт застосовують для виконання написів і нанесення розмірних чисел на машинобудівних та інших кресленнях, а також на учбових кресленнях. Крім креслярського, є безліч інших шрифтів, таких як плакатний, академічний, капітальний тощо.

Креслярський шрифт максимально простий за зображенням, відрізняється великою чіткістю форм і дуже зручний для написання від руки.

Форма й розміри креслярського шрифту встановлені ГОСТ 2.304-81 ЄСКД. Розмір шрифту визначається висотою h великих літер і цифр і виражається в міліметрах (рис. 4.6).

Стандарт встановлює такі розміри шрифтів: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 40.

Крім висоти великих літер і цифр, стандартом визначається:

- висота малих літер – c ;
- ширина літер – g ;
- товщина лінії шрифту (крок допоміжної сітки) – d ;
- відстань між літерами – a ;
- відстань між словами – e ;
- відстань між основами рядків – b .

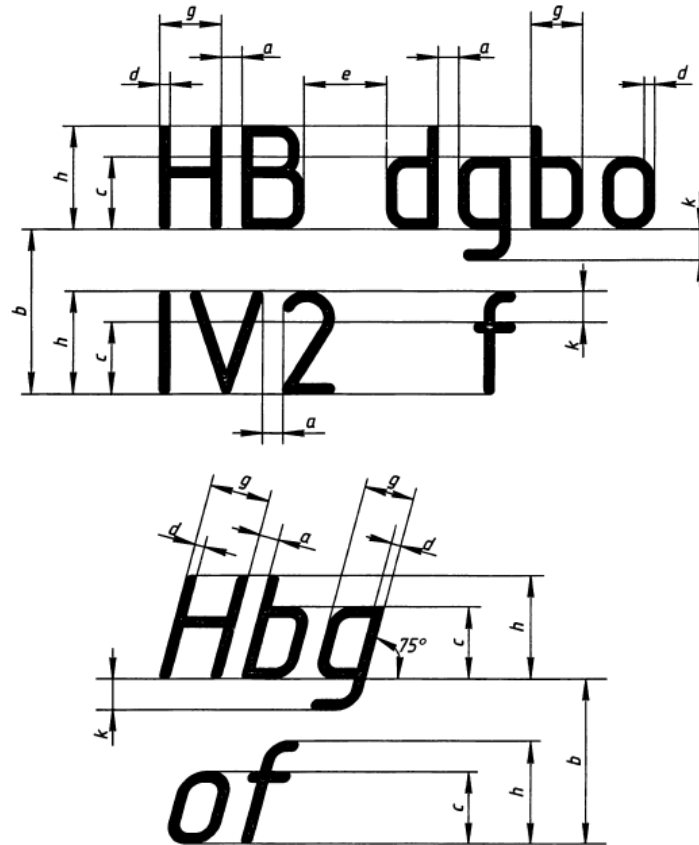


Рисунок 4.6 – Основні параметри шрифту

Розрізняють стандартні шрифти з нахилом 75° до горизонтальної лінії та прямий без нахилу, із товщиною ліній шрифту 1:14 (тип А) і 1:10 (тип Б) від розміру шрифту.

Стандартний шрифт пишуть по сітці. Сітка утворена перетином допоміжних ліній, в які вписують літери (рис. 4.7).

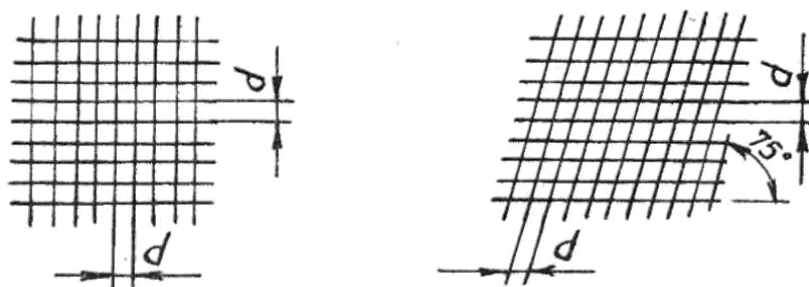


Рисунок 4.7 – Допоміжна сітка

Виконуючи учбові креслення, використовують шрифт типу Б із нахилом. Ширина більшості великих літер дорівнює $6/10$ висоти. Виняток становлять літери Ж, Ф, Ш, Щ, И, Ю, ширина яких дорівнює $8/10h$, і літери А і М, ширина яких дорівнює $7/10h$.

Нижні і бокові засічки літер Д, Ц, Щ, цифри 4 і верхній елемент літери Й входять у проміжок між рядками і літерами.

Висота малих літер дорівнює $7/10h$, що приблизно відповідає висоті попереднього розміру шрифту. Наприклад, висота малих літер для шрифту 14 дорівнює 10 мм. Виняток становлять літери б, в, д, р, у (їх загальна висота дорівнює h) і літери ф, ц, щ.

Ширина малих літер дорівнює $5/10h$, крім літер ж, т, ф, ш, щ, ширина яких дорівнює їх висоті, літер м, ю, ширина яких $6/10h$, і літери с, ширина якої $4/10h$. Так само, як і у великих літер, засічки малих літер входять у проміжок між літерами та рядками.

Стандартний шрифт типу Б із нахилом наведено на рисунках 4.8, 4.9.



Рисунок 4.8 – Літери шрифту типу Б із нахилом



Рисунок 4.9 – Цифри шрифту типу Б із нахилом

При уявному збільшенні інтервалів між деякими великими літерами (наприклад, поєднання ГА, ТА) літери пишуть щільно одна до одної без інтервалів або проміжок зменшують удвічі (рис. 4.10).



Рисунок 4.10 – Зменшення проміжку між літерами

Для вироблення навичок рекомендується робити розмітку рядка, розміщення літер, наведення шрифту, як зображено на рисунку 4.11.



Рисунок 4.11 – Попередня розмітка рядка

4.1.5 Нанесення розмірів на кресленнях

Розміри на кресленнях ставлять відповідно до ДСТУ ГОСТ 2.307:2013 Єдина система конструкторської документації. Нанесення розмірів і граничних відхилів (ГОСТ 2.307-2011, IDT). Розміри мають бути правильно й чітко написані, щоб за ними можна було судити про величину зображеного предмета і його частин. Розміри завжди мають відображати справжню величину предмета незалежно від масштабу зображення. Кількість розмірів має бути такою, щоб за ними можна було виготовити виріб, до того ж кожен розмір на кресленні потрібно проставляти один раз.

Порядок нанесення розмірів:

- 1) проводять виносні лінії перпендикулярно тому відрізку, розмір якого зазначають;
- 2) на відстані не менше 10 мм від контуру деталі паралельно йому між виносними лініями проводять розмірну лінію, яка з двох боків обмежується стрілками;
- 3) над розмірною лінією (на 1,5–2 мм вище), ближче до її середини, наносять розмірне число.

Приклад нанесення розмірів наведено на рисунку 4.12, а. Форму стрілки показано на рисунку 4.12, б.

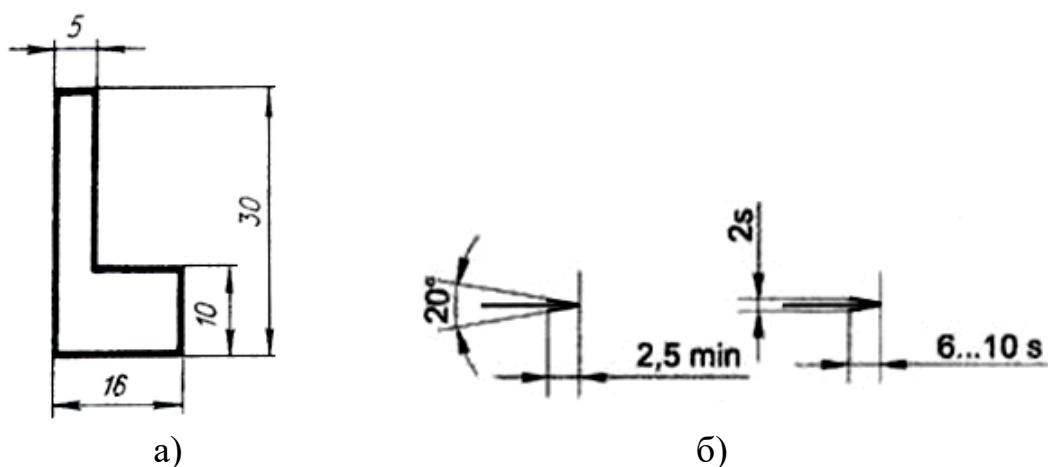


Рисунок 4.12 – Нанесення розмірів та форма стрілки

Стрілка може упиратися не тільки у виносну, але й у контурну, і в осьову лінії. Якщо стрілка упирається у виносну лінію, то остання має виходити за кінець стрілки на 2–3 мм.

При проведенні розмірних ліній потрібно враховувати, що лінії контуру, осьові, центрові й виносні не мають використовуватися як розмірні.

Розмірні, а по можливості й виносні лінії, не мають перетинатися. Тому на кресленні спочатку проставляють менші розміри, а потім великі. Відстань між паралельними розмірними лініями має бути на всьому форматі однаковою та дорівнювати 7–10 мм (рис. 4.13). Щоб не заважати читанню креслення, розмірні лінії поміщають по можливості поза контуром зображення.

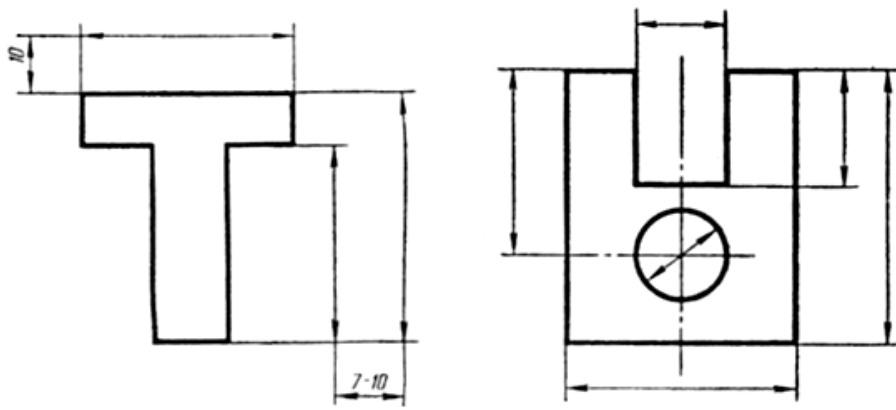


Рисунок 4.13 – Розташування розмірних ліній

Якщо довжина розмірної лінії дорівнює або менше 10 мм, стрілки креслять із зовнішнього боку виносних ліній (рис. 4.14, а). Якщо на розмірній лінії мало місця для нанесення стрілок, то їх замінюють точками або штрихами (рис. 4.14, б, в).

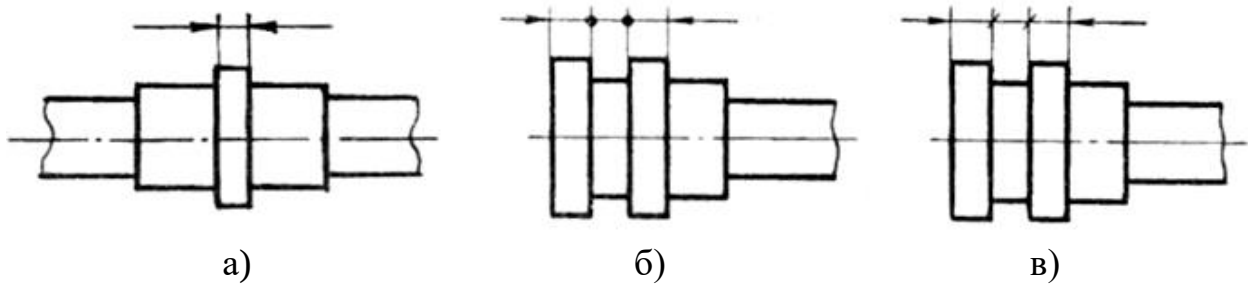


Рисунок 4.14 – Приклади розміщення стрілок

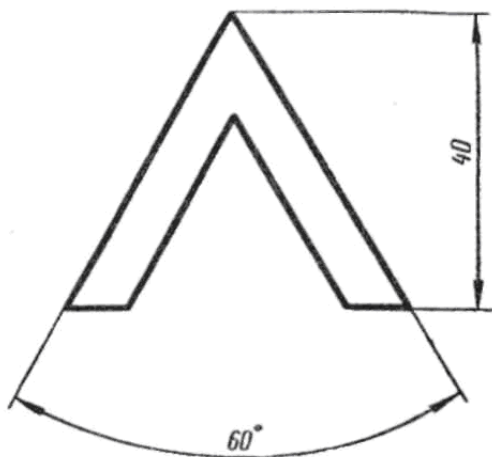


Рисунок 4.15 – Нанесення кутових розмірів

Розмірні числа застосовують для нанесення лінійних і кутових розмірів на кресленнях. Значення лінійних розмірів проставляють у міліметрах, не зазначаючи при цьому одиниць вимірювання. Величину кутів зазначають у градусах із позначенням одиниці вимірювання ($^{\circ}$). Розмірну лінію при цьому проводять у вигляді дуги кола з центром у вершині кута (рис. 4.15).

Усі розмірні числа повинні мати однакову висоту в межах одного формату (найчастіше 3,5 або 5 мм).

Розмірні числа ставлять над розмірною лінією ближче до її середини, але за наявності декількох паралельних розмірних ліній цифри розміщують у шаховому порядку (рис. 4.16, а).

Цифри зміщують і тоді, коли вони попадають на осьову лінію. Якщо зміщення неможливе, то осьову лінію необхідно перервати (рис. 4.16, б).

У випадках, коли розмірна лінія виявляється на заштрихованій поверхні, для розмірного числа переривають штрихування (рис. 4.16, в).

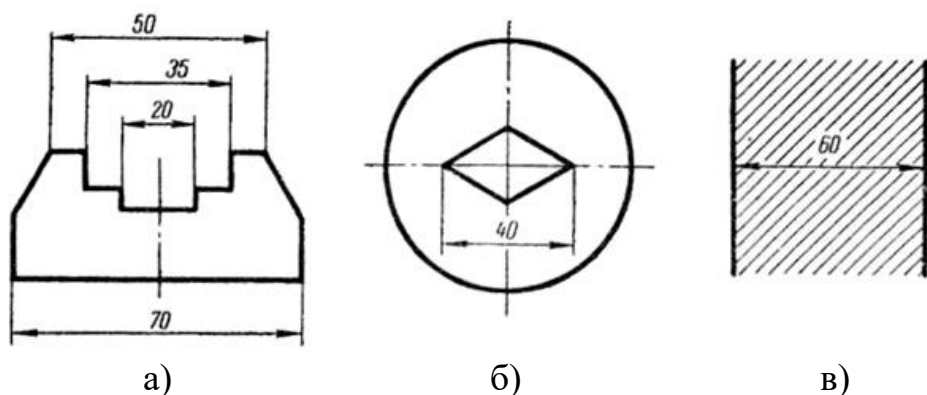


Рисунок 4.16 – Приклади нанесення розмірів

Наносячи лінійні й кутові розміри з різними нахилами розмірних ліній, необхідно керуватися кресленням на рисунку 4.17. Штрихуванням на ньому виділені зони, де розміри рекомендовано наносити на полицях-виносках.

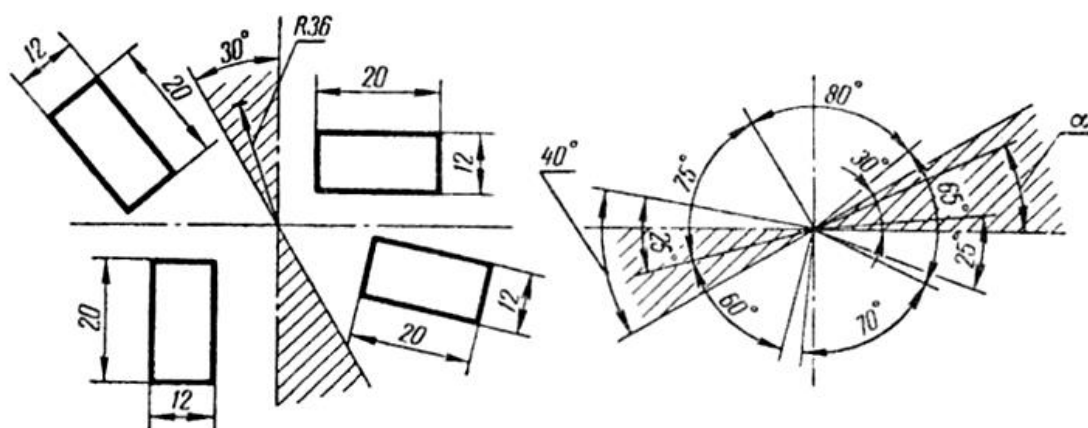


Рисунок 4.17 – Нанесення розмірів із різними нахилами розмірних ліній

Коли, під час нанесення розмірів, на невеликих ділянках між розмірними стрілками або точками (штрихами) немає місця для розмірного числа, цифри пишуть на полицях або над розмірною лінією за межами відрізка, що вимірюється, але бажано завжди праворуч (рис. 4.18).

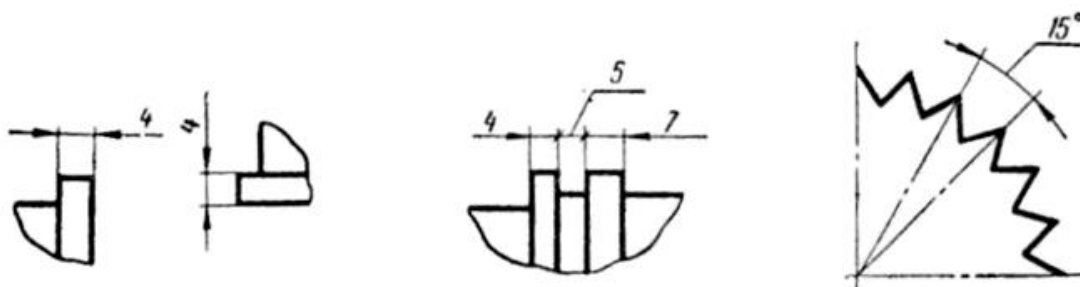


Рисунок 4.18 – Приклади нанесення розмірів на невеликих ділянках

Якщо на деталі є декілька однакових елементів, то на кресленні рекомендовано наносити розмір тільки одного з них із зазначенням кількості (рис. 4.19).

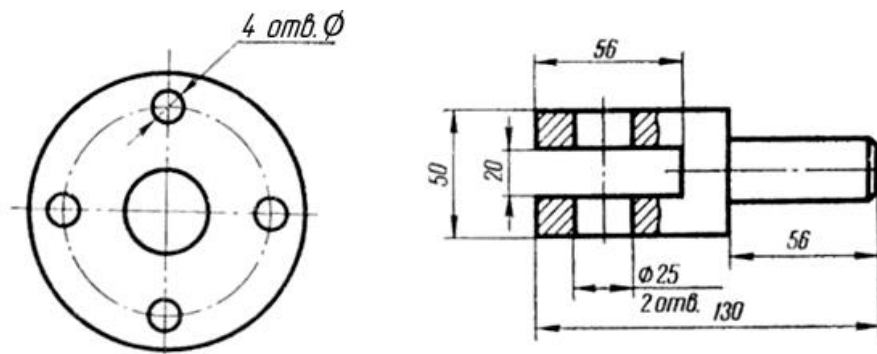


Рисунок 4.19 – Приклади нанесення розмірів однакових елементів

Перед розмірними числами часто ставлять такі умовні знаки:

- $\varnothing$ – діаметр кола (рис. 4.20, а);
- R – радіус дуги кола (рис. 4.20, б);
- □ – квадратний елемент (рис. 4.20, в);
- S – товщина деталі (рис. 4.20, г).

Перед розмірним числом радіуса або діаметра сфери необхідно додавати слово «Сфера» (рис. 4.20, д).

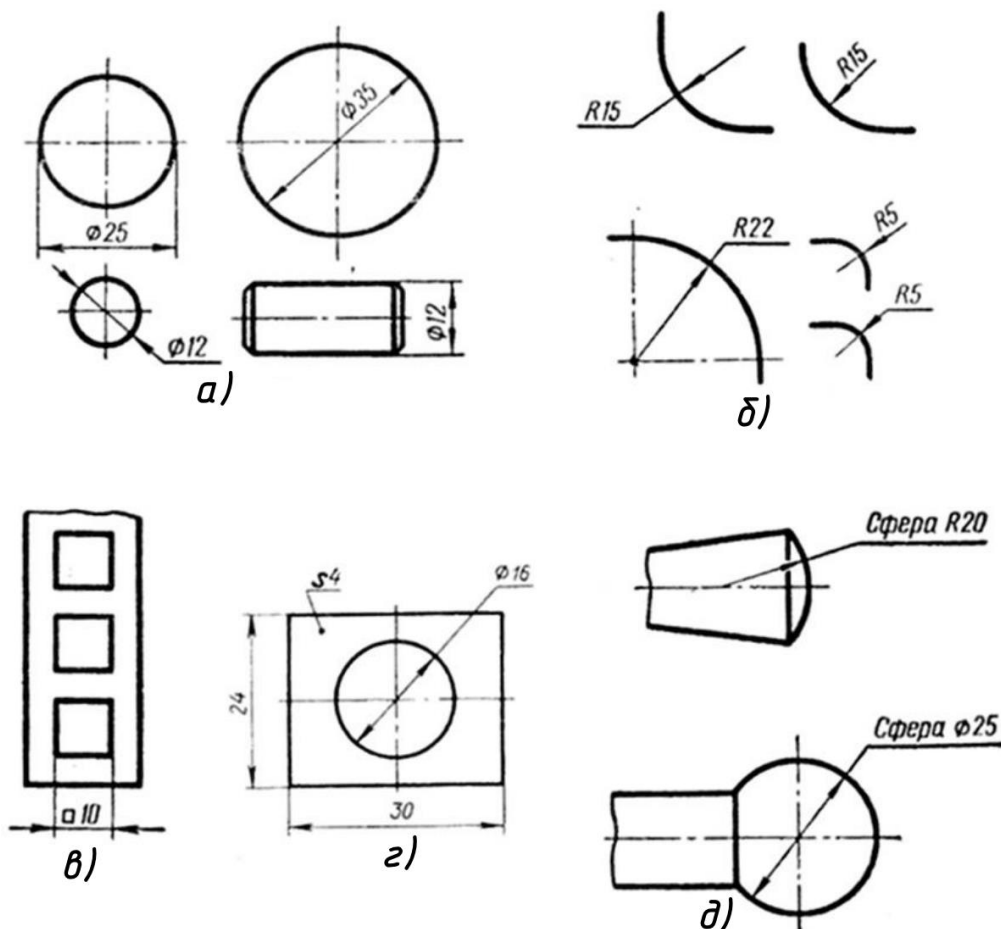


Рисунок 4.20 – Умовні знаки перед розмірними числами

4.2 Проекційне креслення

Проекційним кресленням називають розділ інженерної графіки, у якому здійснюється перехід від проєктування геометричних форм до створення технічних креслень в ортогональних й аксонометричних проєкціях

Проекційне креслення дає змогу практично відобразити на кресленні різного виду деталі, які в свою чергу складаються з вивчених раніше просторових тіл. Для правильного відтворення і розуміння всіх зображень, вони повинні бути виконані згідно відповідних стандартів.

Згідно з ГОСТ 2.305-2008 «Зображення – види, розрізи, перерізи» залежно від змісту, зображення об'єктів поділяють на види, розрізи та перерізи. Кількість їх на кресленні має бути мінімальною, але достатньою для повного уявлення про зображуваний предмет.

Для побудови зображень користуються методом прямокутного проєкціювання на площини проєкцій.

4.2.1 Види

Видом називають зображення повернутої до спостерігача видимої частини поверхні предмета. При ортогональному проєкціюванні основні види утворюються проєкціюванням предмета на три основні взаємно перпендикулярні площини проєкцій (рис. 4.21, 4.22). Зображення на Π_2 називають *видом спереду* або *головним видом*; зображення на Π_1 називають *видом зверху*, а зображення на Π_3 називають *видом зліва*. Предмет слід розташовувати так, щоб його головне зображення давало найповніше уявлення про складові поверхні. На виді допускається зображувати невидимі частини штриховою лінією.

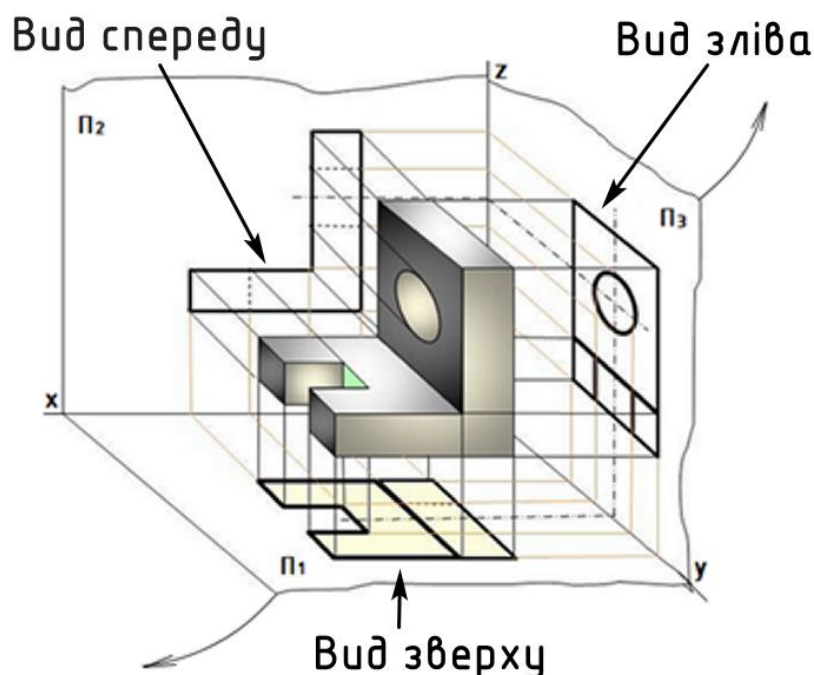


Рисунок 4.21 – Утворення видів

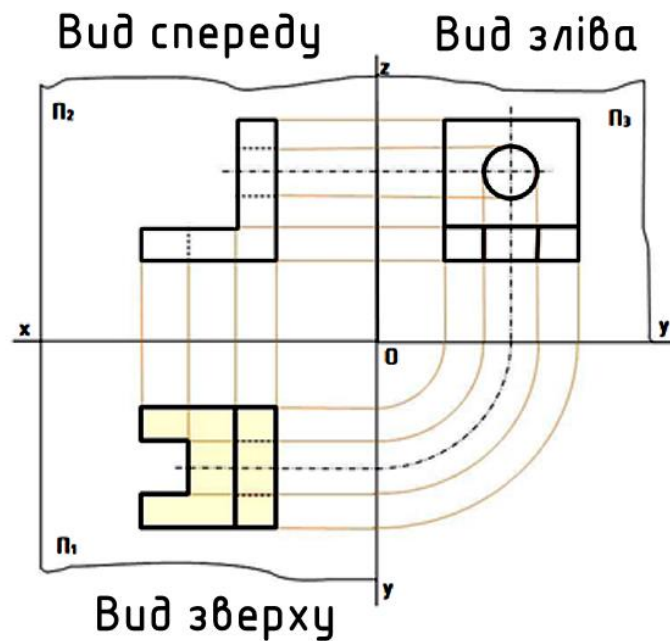


Рисунок 4.22 – Розташування видів на кресленні

Якщо всі види розміщені на одному аркуші в безпосередньому проекційному зв'язку і не поділені іншими зображеннями, то їх не позначають і не надписують.

На кресленнях площини проєкцій не обмежують і не позначають. Крім того, на кресленні при зображенні предмета можна не задавати й осі проєкцій, оскільки у разі паралельного проєціювання відстань від площини проєкцій до зображеного предмета не впливає на обрис його проєкцій (рис. 4.23).

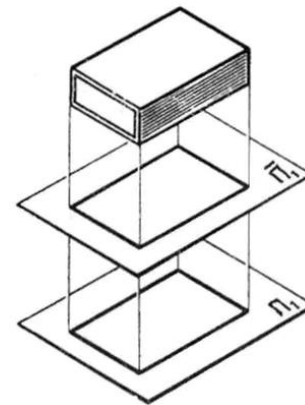


Рисунок 4.23 – Проекціювання на дві паралельні площини

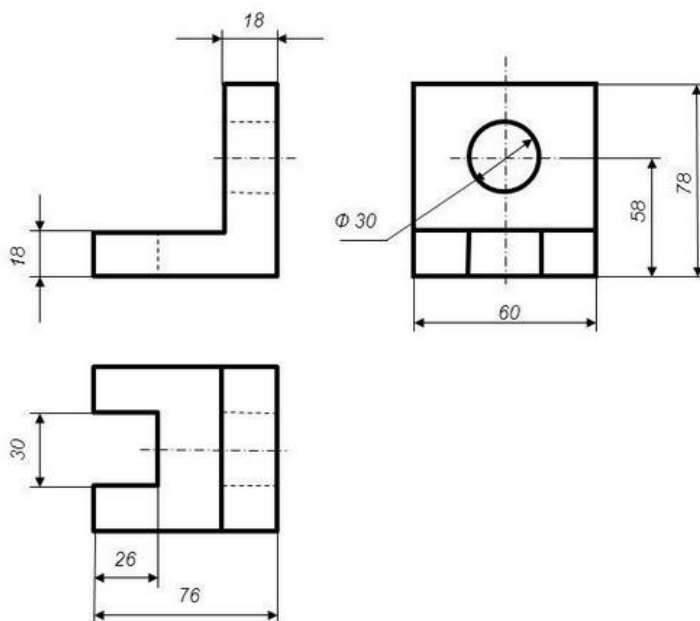


Рисунок 4.24 – Безвісне креслення

Це дає можливість встановлювати довільну відстань між проєкціями, зберігаючи між ними проекційний зв'язок навіть у разі відсутності ліній зв'язку (рис. 4.24). Таке креслення називається *безвісним*. Під час побудови проєкцій тут використовують осі симетрії предмета, центрові лінії або характерні його площини.

Крім основних, розрізняють *додаткові види* (рис. 4.25). Якщо деяку частину предмета не можна показати без спотворення форми та розмірів на жодному з основних видів, то застосовують додаткові види. Додатковий вид позначають стрілкою та літерою.

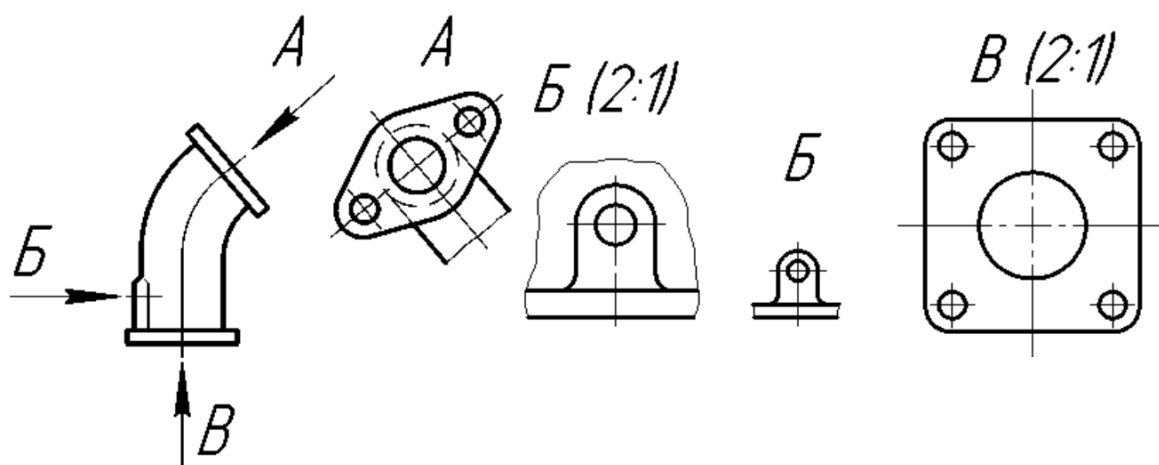


Рисунок 4.25 – Додаткові види

Якщо додатковий вид розміщено в безпосередньому зв'язку з відповідним зображенням, то стрілку й надпис над видом не наносять (рис. 4.26).

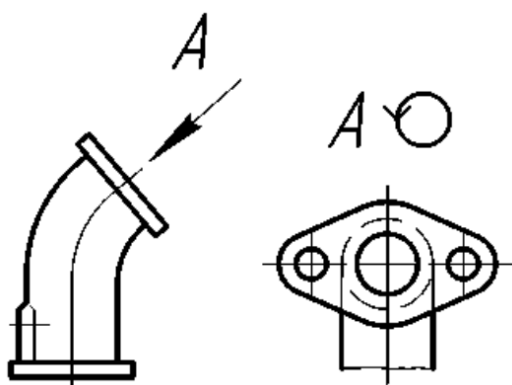


Рисунок 4.27 – Розміщення додаткового виду з поворотом

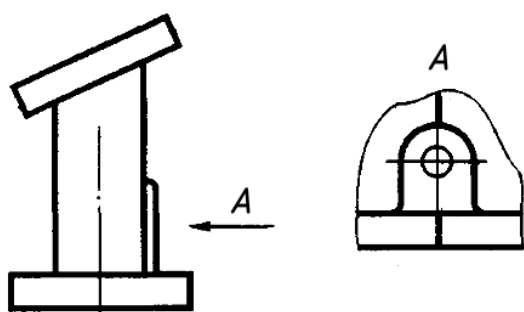


Рисунок 4.28 – Місцевий вид

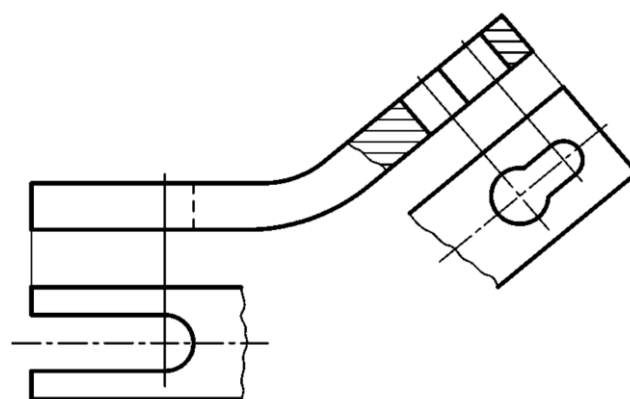


Рисунок 4.26 – Розміщення додаткового виду в проєкційному зв'язку

Додатковий вид допускається повернути, але зі збереженням, як правило, положення, прийнятого для даного предмета на головному зображенні; при цьому до напису має бути доданий відповідний знак (рис. 4.27).

Зображення окремої обмеженої частини поверхні предмета називають *місцевим видом*. Він може обмежуватися хвилястою лінією обриву (рис. 4.28). Місцевий вид позначають на рисунку так само, як і додаткові види.

Місцевий вид можна розташовувати на будь-якому вільному місці креслення

4.2.2 Розрізи

Розріз – це зображення предмета, який подумки розсічений однією площиною або кількома. При цьому на розрізі зображують те, що розміщено в січних площинах та за ними (рис. 4.29).

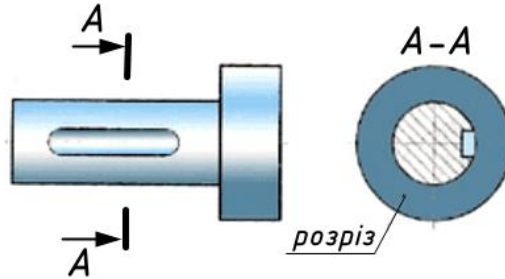


Рисунок 4.29 – Зображення розрізу

Залежно від положення січної площини відносно горизонтальної площини проєкцій розрізи поділяють на:

- 1) горизонтальні – січна площина горизонтальна (рис. 4.30, а);
- 2) вертикальні – січна площина вертикальна: фронтальні (рис. 4.30, б) та профільні (рис. 4.30, в);
- 3) похилі – січна площина утворює з горизонтальною кут, що відрізняється від прямого (рис. 4.30, г).

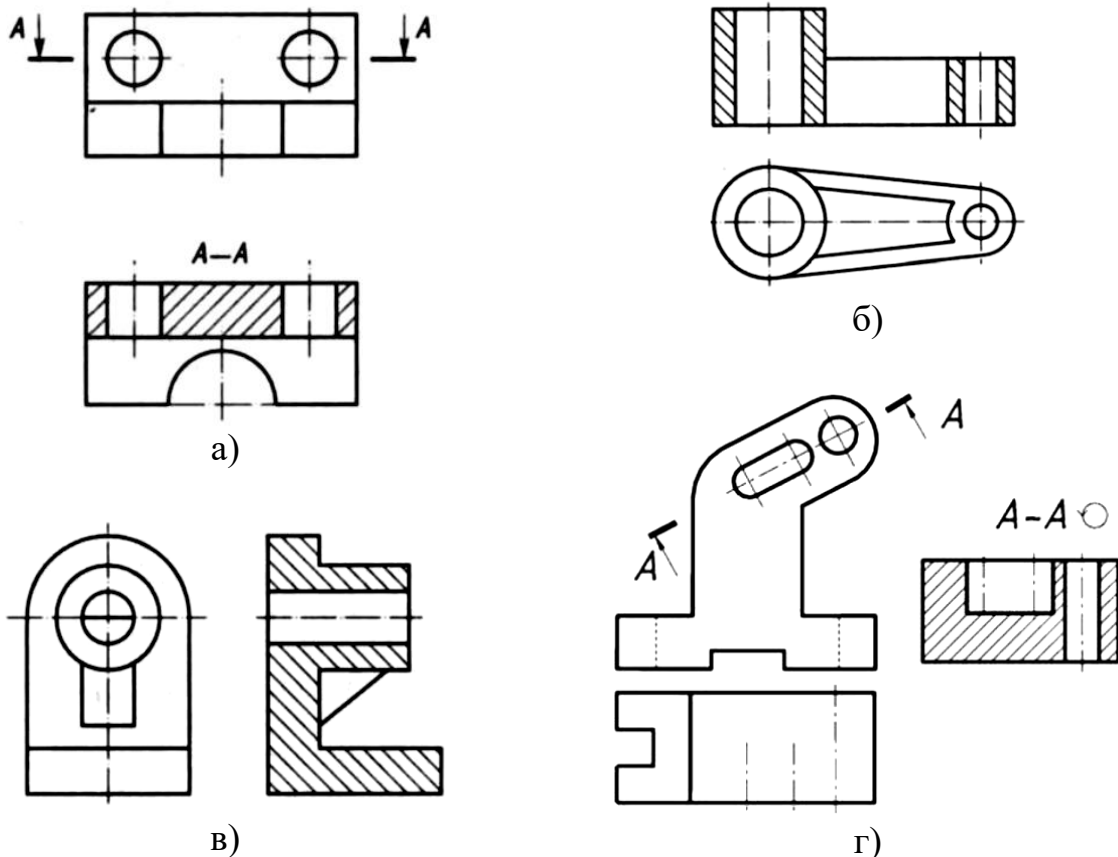


Рисунок 4.30 – Види розрізів: а) горизонтальний; б) фронтальний; в) профільний; г) похилий

Залежно від положення січної площини відносно предмета розрізи поділяються на:

- 1) повздовжні – січна площина розміщена вздовж предмета;
- 2) поперечні – січна площина розміщена уперек предмета.

Залежно від кількості січних площин розрізи бувають:

- 1) прості – при одній січній площині;
- 2) складні – при двох і більше січних площинах.

Простий розріз на кресленні не позначається, якщо виконуються одночасно дві наступні умови:

- 1) січна площина співпадає з площиною симетрії деталі;
- 2) розріз розташований у проєкційному зв'язку на місці основного виду: горизонтальний розріз – на місці виду зверху, фронтальний – виду спереду, профільний – виду зліва.

Якщо не виконується хоча б одна з цих умов, то розріз позначається як показано на рисунку 4.30, а, г.

Складні розрізи бувають: східчасті (рис. 4.31) та ламані (рис. 4.32).

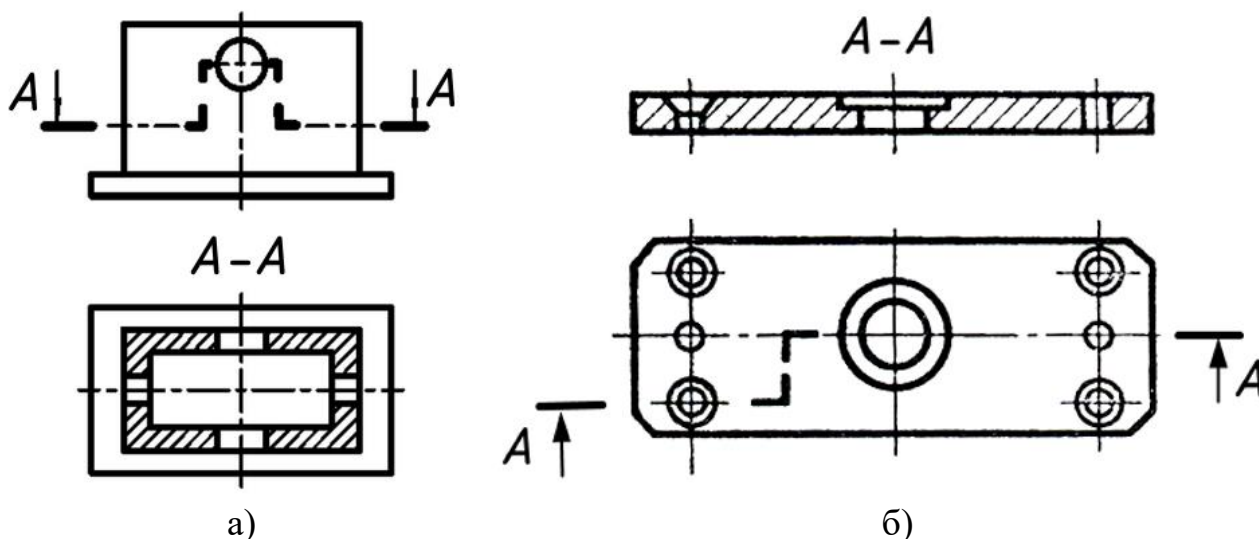


Рисунок 4.31 – Приклади складних східчастих розрізів:
а) горизонтальний, б) фронтальний

Складний розріз називають ламаним, якщо січні площини перетинаються.

При ламаних розрізах січні площини умовно розвертають до суміщення в одну площину. Якщо суміщені площини виявляться паралельними однієї з основних площин проєкцій, то ламаний розріз допускається поміщати на місці відповідного виду, як на рисунку 4.32.

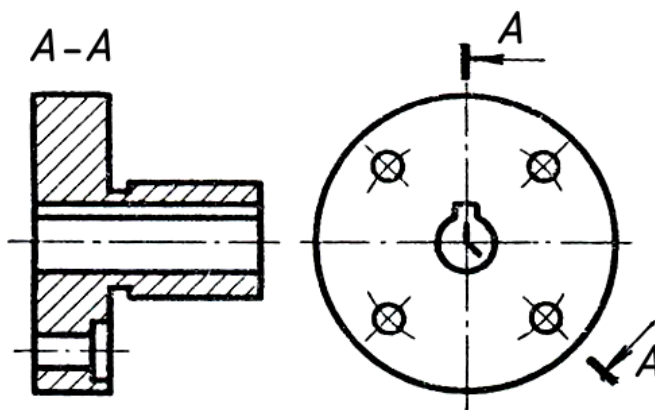


Рисунок 4.32 – Складний ламаний розріз

Позначення розрізу містить три елементи:

1) позначення положення січної площини розімкненою лінією (лінія перетину), початковий і кінцевий штрихи якої не повинні перетинати контур відповідного зображення (рис. 4.33). При складних розрізах штрихи проводять також у місцях перетину січних площин;

2) позначення стрілкою напрямку зору на початковому та кінцевому штрихах на відстані 2–3 мм від кінця штриха. На початку та в кінці лінії перетину, а якщо треба, то й у місцях перетину січних площин, ставлять вертикально одну й ту саму літеру українського алфавіту з боку зовнішнього кута;

3) надпис розрізу безпосередньо над його зображенням за типом А–А без підкреслення. Якщо січна площина співпадає з площиною симетрії предмета в цілому, а відповідні зображення розміщені на місці основного виду на одному й тому самому аркуші в безпосередньому проєкційному зв'язку та не відокремлені іншими зображеннями, то для горизонтальних, фронтальних та профільних розрізів не показують положення січної площини, а сам розріз написом не супроводжують.



Рисунок 4.33 – Елементи позначення розрізу

Якщо предмет симетричний, допускається поєднання виду та розрізу (рис.4.34). При цьому вид завжди розташовують зверху або ліворуч, а розріз – знизу або праворуч від осі симетрії. Межею між половиною виду і половиною розрізу має бути вісь симетрії, тонка штрихпунктирна лінія, крім випадку, коли вісь збігається з лінією видимого контуру.

На половині виду штрихові лінії, що зображують контур внутрішніх елементів, не проводять.

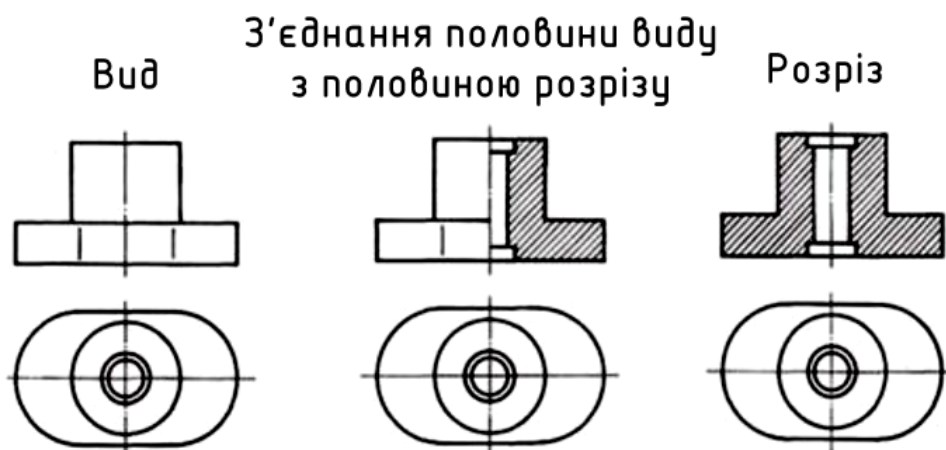


Рисунок 4.34 – З'єднання половини виду з половиною розрізу

При суміщенні виду з розрізом розміри зовнішніх форм деталі наносять з боку виду, а внутрішніх – з боку розрізу (рис. 4.35).

Розмірні лінії, що відносяться до елемента деталі, показаного тільки до осі симетрії (наприклад, отвори), проводять трохи далі осі та обмежують стрілкою з одного боку. Розмір указують повний (рис. 4.35).

Якщо з віссю симетрії збігається лінія контуру, то з'єднують частину виду й частину розрізу, розділяючи їх суцільною тонкою хвилястою лінією так, щоб контурна лінія, про яку йдеться, не зникла з креслення (рис. 4.36).

Якщо лінія контуру, що збігається з віссю симетрії, розташована в отворі, на кресленні показують більше половини розрізу (рис. 4.36, а). Якщо лінія контуру розташована на зовнішній поверхні деталі, показують більшу частину виду (рис. 4.36, б).

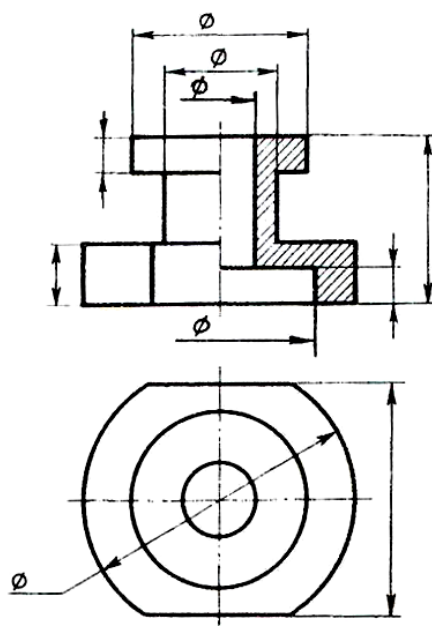


Рисунок 4.35 – Правила нанесення розмірів при з'єднанні виду та розрізу

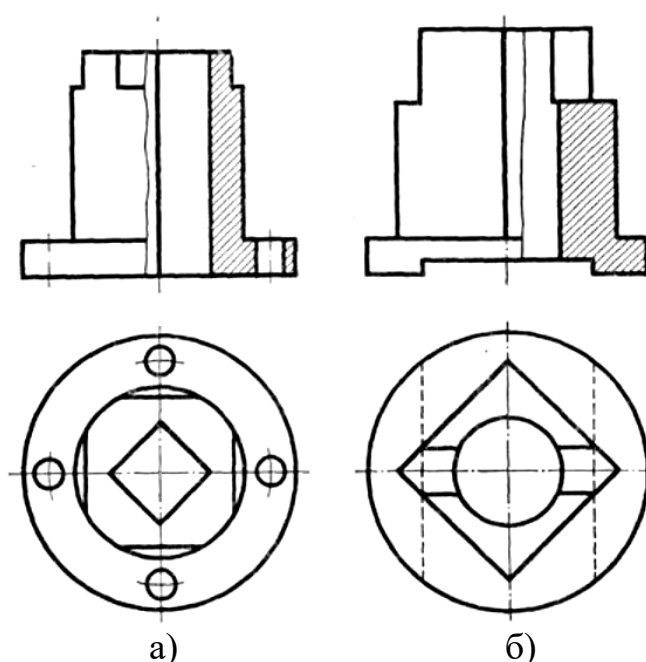


Рисунок 4.36 – Приклади з'єднання виду й розрізу

При зображенні в одній проєкції квадратного стрижня (рис. 4.37, а) або отвору (рис. 4.37, б) рекомендується для позначення площини проводити на ній діагоналі тонкими суцільними лініями.

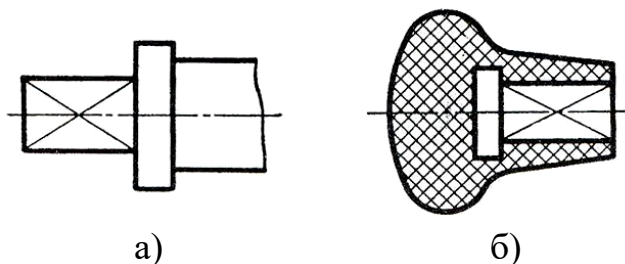


Рисунок 4.37 – Зображенні квадратного стрижня та отвору

4.2.3 Перерізи

Переріз – це зображення плоскої фігури, що утворюється при умовному перетині предмета однією площиною або кількома. При цьому зображується тільки те, що розміщено в січних площинах (рис. 4.38).

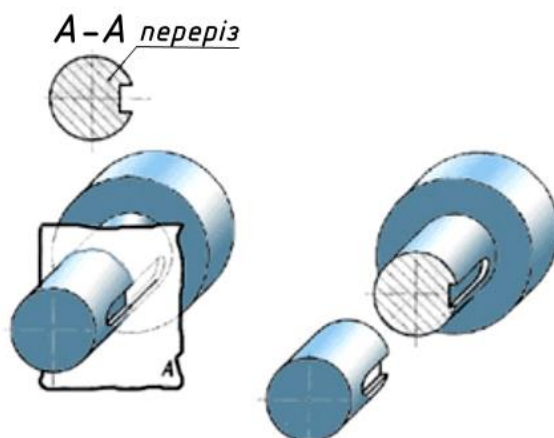


Рисунок 4.38 – Зображення перерізу

Перерізи поділяють на:

- 1) винесені, тобто такі, що виконані окремо від основного зображення (рис. 4.39);
- 2) накладені, тобто такі, що розміщені на самому зображенні предмета (рис. 4.40).

Винесені перерізи є переважними, їх розташовують поза зображенням деталі наступним чином:

- 1) у розриві між частинами одного й того самого зображення (рис. 4.39, а);
- 2) на продовженні сліду січної площини (рис. 4.39, б);
- 3) на вільному місці поля креслення (рис. 4.39, в).

У розриві між частинами зображення та на продовженні сліду січної площини рекомендується розташовувати симетричні перерізи, тоді вони не позначаються (рис. 4.39, а, б). Якщо переріз розташовується на вільному полі креслення, то він позначається так само, як позначаються розрізи (рис. 4.39, в).

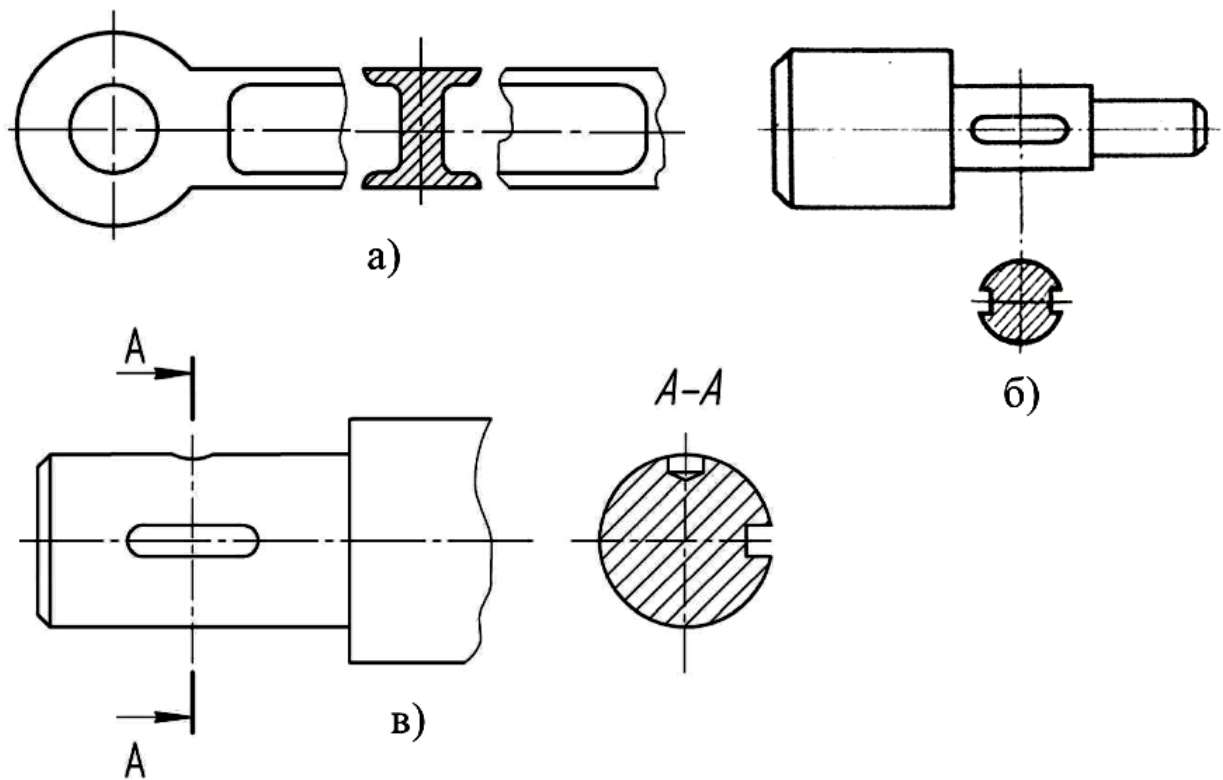


Рисунок 4.39 – Винесені перерізи

Контур винесеного перерізу завжди обводиться суцільною товстою лінією. Накладені перерізи креслять безпосередньо на зображенні деталі.

Контур перерізу обводиться суцільною тонкою лінією ($S/2 - S/3$). У місці розташування накладеного перерізу лінії контуру зображення деталі не перериваються (рис. 4.40).

Накладений переріз не позначається, якщо він симетричний (рис. 4.40, а).

Для несиметричних накладених перерізів вказують положення січної площини та напрямок погляду (рис. 4.40, б).

Накладені перерізи рекомендується застосовувати у випадках, коли контур перерізу не перетинається жодними лініями видимого контуру деталі.

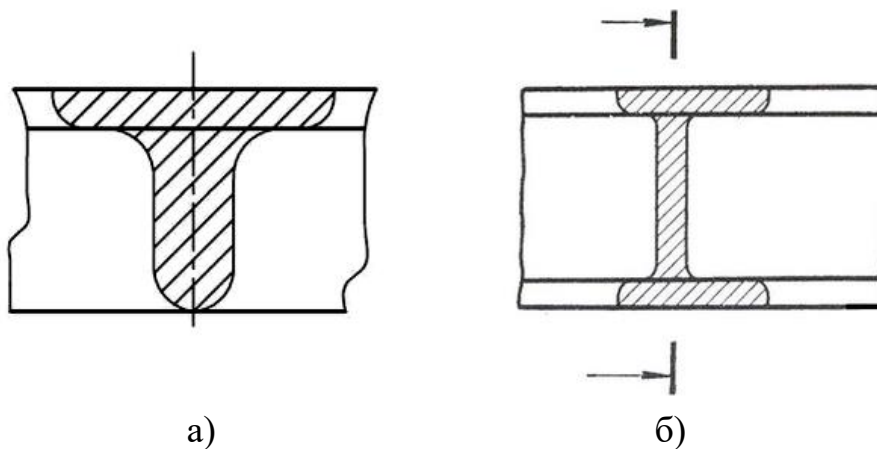


Рисунок 4.40 – Накладені перерізи

4.2.4 Аксонометричні зображення

Якщо креслення не дає достатньо повного уявлення про форму і структуру об'єкта, виконують його аксонометричне зображення, проєкціюючи об'єкт на одну площину проєкцій і розташовуючи його так, щоб зобразити всі головні сторони об'єкта.

Аксонометричними називають проєкції об'єкта (A) разом з натуральною системою координат ($Oxyz$) на одну площину (Π') проєкцій (рис. 4.41).

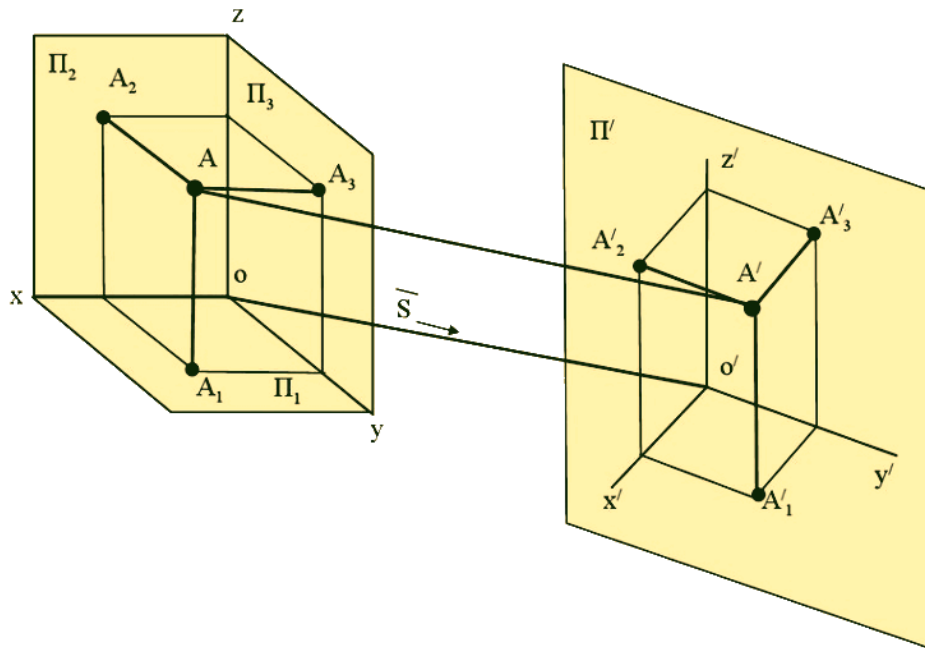


Рисунок 4.41 – Утворення аксонометричного зображення

Щоб побудувати аксонометричну проєкцію точки A на площину Π' необхідно спроекціювати не тільки точку A , але й одну з її ортогональних проєкцій. Аксонометричну проєкцію A'_1 горизонтальної проєкції точки A називають *вторинною проєкцією*. Вторинних проєкцій може бути три, як і площин проєкцій. Порядок побудови точки в аксонометрії за її вторинними проєкціями показано на рисунку 4.42.

Залежно від положення об'єкта й осей координат відносно площини проєкцій, одиниці виміру проєкціюються загальною зі спотворенням. Відношення довжини аксонометричної одиниці до її дійсної довжини називається *показником спотворення* для даної осі.

Аксонометричні проєкції називаються *ізометричними*, якщо показники спотворення за всіма осями рівні; *диметричними*, якщо показники рівні за двома осями, і *триметричними*, якщо всі показники спотворення різні.

Залежно від напрямку проєкціювання, аксонометрична проєкція називається *прямокутною*, якщо напрям проєкціювання S перпендикулярний до площини проєкцій, і *косокутною*, якщо напрям проєкціювання неперпендикулярний до площини проєкцій.

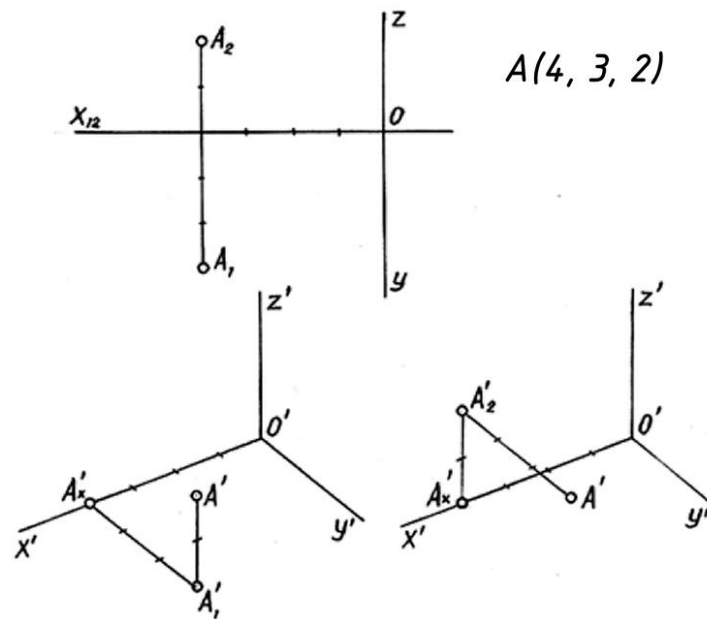


Рисунок 4.42 – Побудова аксонометрії точки за її вторинними проєкціями

Від вдалого вибору параметрів аксонометрії залежить кінцевий результат роботи – наочність зображення. Тому встановлюють стандарти на аксонометричні проєкції.

Стандартні аксонометричні проєкції

У процесі побудови аксонометричних зображень відповідно до показників спотворення доводиться обчислювати зменшені розміри параметрів об'єкта. Процес побудов спрощується, якщо їх виконувати у так званих *приведених* показниках спотворення.

Для виконання аксонометричних зображень ДСТУ ГОСТ 2.317:2014 Єдина система конструкторської документації. Аксонометричні проєкції (ГОСТ 2.317-2011, IDT) рекомендує застосовувати п'ять різновидів аксонометричних проєкцій. Ми в роботах курсу будемо використовувати лише два з них.

Прямокутна ізометрія

Цей різновид аксонометричної проєкції широко розповсюджений завдяки гарній наочності зображень і простоті побудов. У прямокутній ізометрії координатні осі розташовані під рівними кутами до площини проєкції, а отже, аксонометричні осі також розташовані під рівними кутами (120°) одна до одної, вісь z – вертикальна (рис. 4.43, а).

Показники спотворення за всіма осями дорівнюють 0,82. У приведеній ізометрії вони умовно взяті рівними одиниці. У цьому разі при побудові аксонометричних зображень розміри об'єктів, паралельні напрямкам аксонометричних осей, відкладають без скорочення у дійсному розмірі. Зображення при цьому виходить збільшеним, але вигляд його не змінюється, оскільки зберігається пропорційність усіх його розмірів.

Кола, розташовані у координатній площині або у площині, паралельній їй, проєкціюються еліпсами. Велика вісь еліпсів завжди перпендикулярна до тієї аксонометричної осі, яка відсутня у площині кола, а мала співпадає з цією віссю або паралельна їй.

Для побудови аксонометричної проєкції кола – еліпса – спочатку потрібно побудувати паралелограм – аксонометричну проєкцію описаного квадрата, а потім вписати у нього еліпс за вісьма точками (рис. 4.43, б).

При побудові ізометрії кола еліпс зазвичай замінюють близьким до нього за формою овалом, оскільки побудова овала значно простіша.

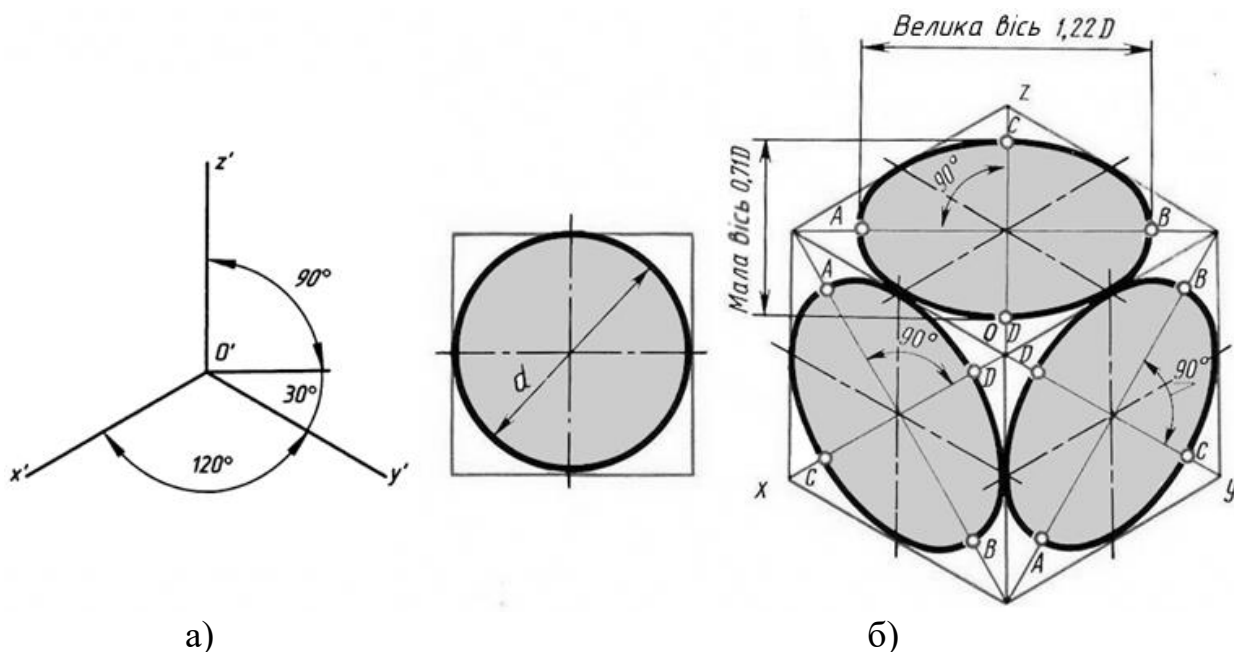


Рисунок 4.43 – Осі та кола в прямокутній ізометрії

Спосіб побудови овала в ізометрії

Існує декілька способів побудови овала в ізометрії. Розглянемо один із них.

Овал – фігура двоякосиметрична відносно своїх осей. Мала вісь овала співпадає з віссю ізометрії, що не лежить у площині побудови, а велика їй перпендикулярна.

Так як овал будується за допомогою дуг кіл, які спрягаються в точках А, В, С і D, побудови вимагають максимальної точності та акуратності, щоб кінцевий результат був коректним. Тому необхідно користуватися гостро заточеним олівцем та грифелем у циркулі.

Побудова овала у площині X, Y (рис. 4.44).

Креслимо осі ізометрії. Мала вісь овала збігається з віссю Z, а велика їй перпендикулярна. Креслимо коло тим самим радіусом, що у проєкціях. У перетині з осями X, Y одержуємо точки А, В, С і D.

З точки 1 на осі Z креслимо дугу кола радіусом R_1 між точками А і В. З точки 2 – їй симетричну.

У перетині радіусів R_1 з великою віссю овала отримуємо точки 3 і 4. З цих точок проводимо дуги кіл радіусом R_2 між точками А, D і В, С.

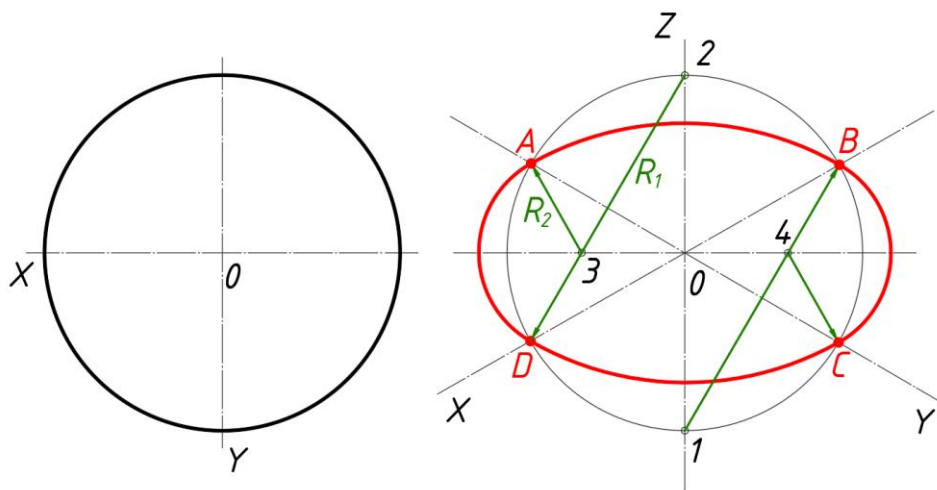


Рисунок 4.44 – Побудова овала у площині X, Y

Побудова овала у площині Z, Y (рис. 4.45).

Креслимо осі ізометрії. Мала вісь овала збігається з віссю X, а велика їй перпендикулярна. Креслимо коло тим самим радіусом, що у проєкціях. У перетині з осями Z, Y одержуємо точки A, B, C і D.

З точки 1 на осі X креслимо дугу кола радіусом R_1 між точками A і B. З точки 2 – їй симетричну.

У перетині радіусів R_1 з великою віссю овала отримуємо точки 3 і 4. З цих точок проводимо дуги кіл радіусом R_2 між точками A, D і B, C.

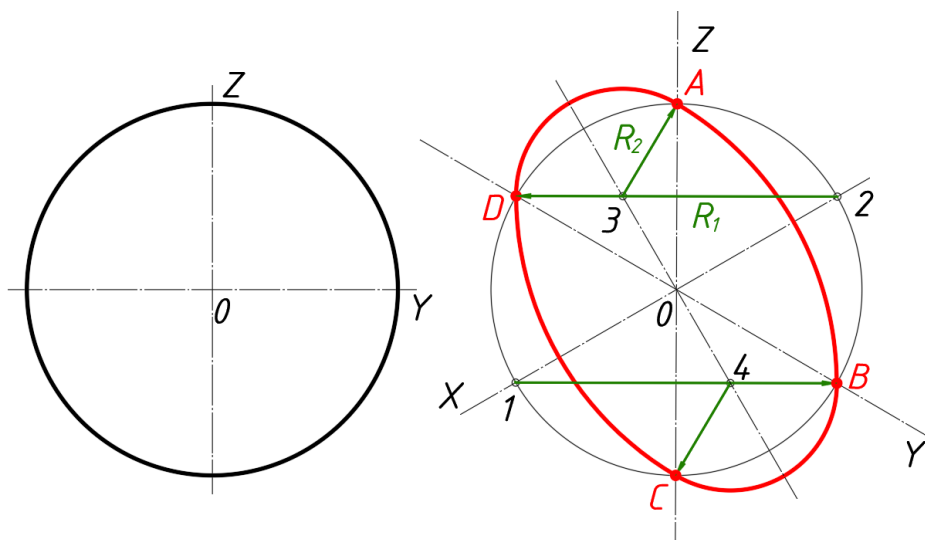


Рисунок 4.45 – Побудова овала у площині Z, Y

Побудова овала у площині Z, X (рис. 4.46).

Креслимо осі ізометрії. Мала вісь овала збігається з віссю Y, а велика їй перпендикулярна. Креслимо коло тим самим радіусом, що у проєкціях. У перетині з осями Z, X одержуємо точки A, B, C і D.

З точки 1 на осі Y креслимо дугу кола радіусом R_1 між точками A і B. З точки 2 – їй симетричну.

У перетині радіусів R_1 з великою віссю овала отримуємо точки 3 і 4. З цих точок проводимо дуги кіл радіусом R_2 між точками A, D і B, C.

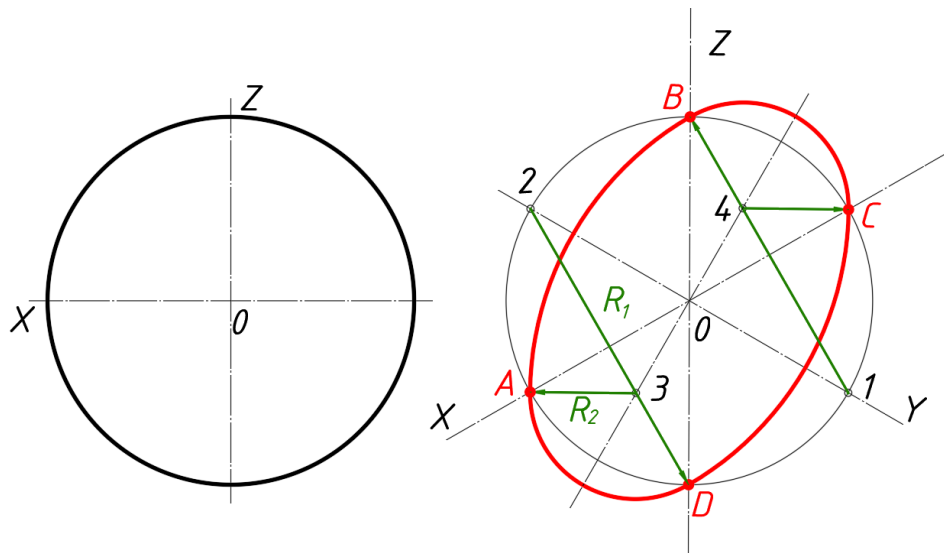


Рисунок 4.46 – Побудова овала у площині Z, X

Прямокутна диметрія

АксонOMETричні зображення, побудовані у прямокутній диметричній проєкції, мають найкращу наочність, проте побудова зображень складніша, ніж у прямокутній ізометрії.

При побудові осей прямокутної диметрії користуються ухилами осей (рис. 4.47), що дорівнюють 1:8 (вісь x') і 7:8 (вісь y'). Показники спотворення за осями x' і z' дорівнюють 0,94, а за віссю y' – 0,47. Для практичних цілей застосовують приведену диметрію, в якій показники спотворення дорівнюють 1 і 0,5. Тоді зображення виходить збільшеним у 1,06 рази ($1/0,94 = 0,5/0,47 = 1,06$), тобто аксонометричний масштаб для прямокутної диметрії буде $M^A = 1,06:1$.

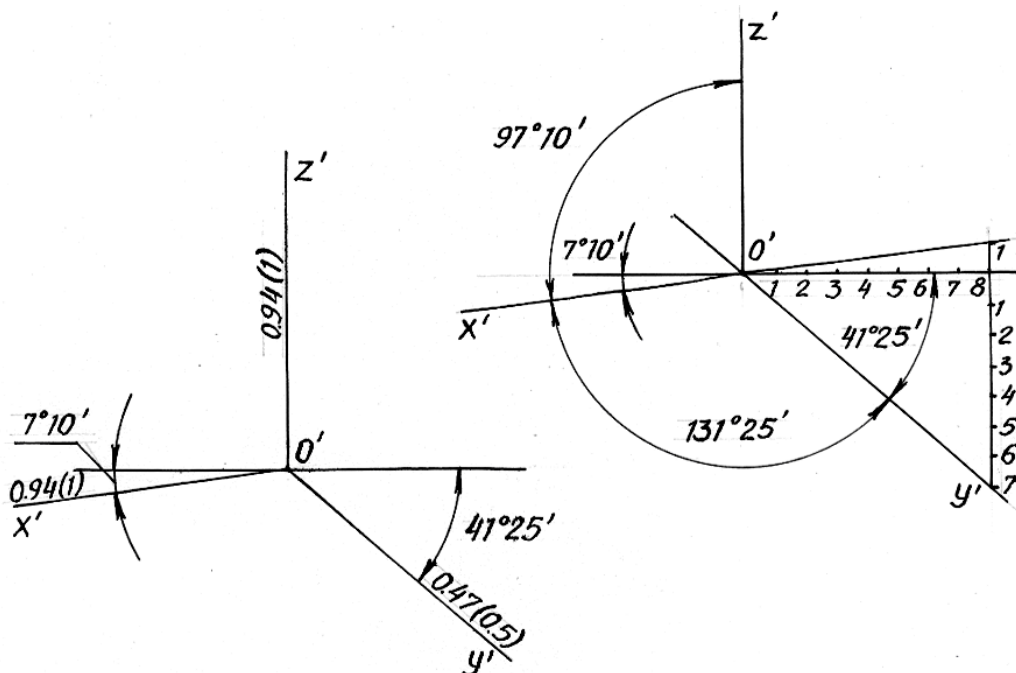


Рисунок 4.47 – Розташування осей у прямокутній диметрії

Кола, паралельні координатним площинам, у прямокутній диметрії являють собою еліпси двох різновидів (рис. 4.48). Великі осі еліпсів перпендикулярні до відповідних аксонометричних осей, а малі осі співпадають із цими осями.

Диметрії кіл (еліпси) зазвичай заміняють овалами, розміри осей яких дорівнюють розмірам відповідних осей еліпсів. Побудову цих овалів зображено на рисунку 4.49. На рисунку 4.49, а побудови зрозумілі з креслення.

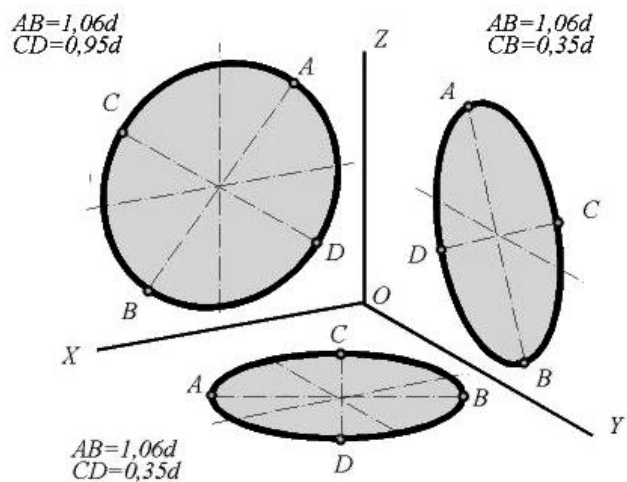


Рисунок 4.48 – Кола, паралельні координатним площинам, у прямокутній диметрії

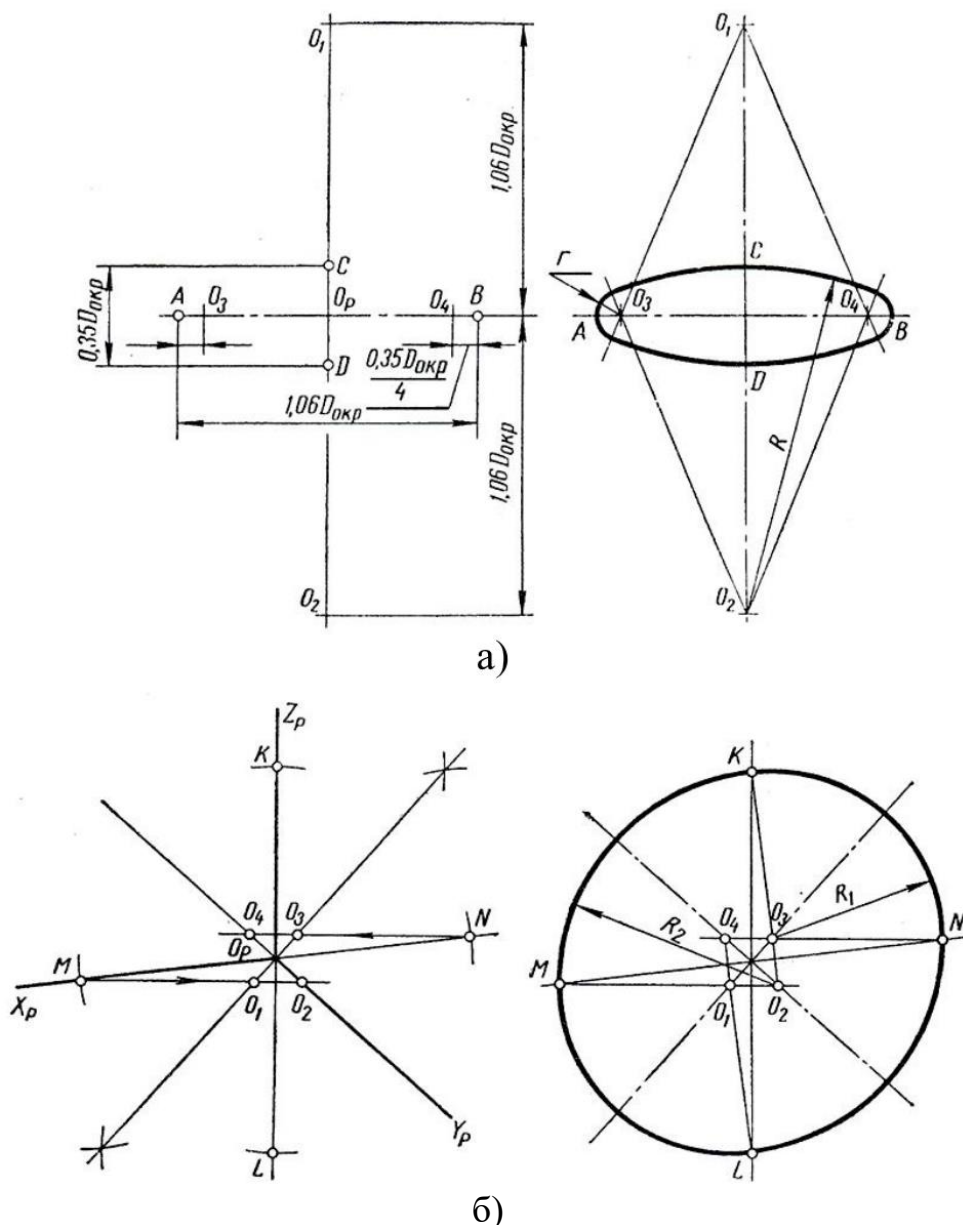


Рисунок 4.49 – Побудова овалів у прямокутній диметрії

Аксометричні зображення об'єктів

Приступаючи до побудови аксонометричної проєкції об'єкта, слід вибрати вид аксонометрії, який би забезпечив найбільшу наочність зображення. Потім об'єкт пов'язують із системою прямокутних координат, осі якої зазвичай поєднують з осями симетрії об'єкта. Тільки після цього можна розпочати побудову аксонометрії.

Побудову аксонометрії починають із побудови аксонометрії однієї з проєкцій тіла (вторинної проєкції). Потім отримане зображення доповнюють побудовою третього виміру всіх точок даного тіла.

Вибираючи той чи інший різновид прямокутної аксонометричної проєкції, потрібно пам'ятати, що в прямокутній ізометрії ракурс бічних сторін об'єкта виходить однаковим і тому зображення іноді виявляється не наочним. Крім цього, часто діагональні в плані ребра об'єкта на зображенні зливаються в одну лінію (рис 4.50).

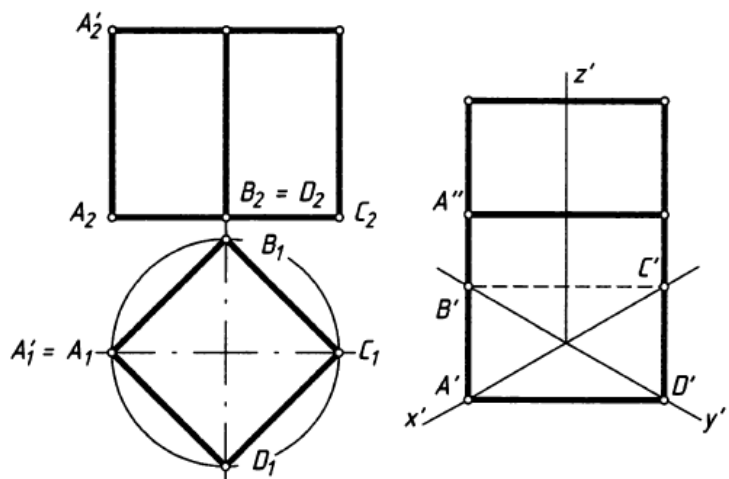


Рисунок 4.50 – Зображення діагональних ребер об'єкта в прямокутній ізометрії

На рисунку 4.51 зображена побудова диметрії піраміди по вторинній фронтальній проєкції в приведених коефіцієнтах спотворення. Для побудови будь-якої точки на поверхні піраміди проводимо через неї допоміжну пряму (подальші побудови зрозуміли з креслення).

На рисунку 4.52 зображено конус, перерізаний площиною Σ , що є фронтально проєктуючою, яку можна розглядати як грань поверхні будь-якого багатогранника. У перетині виходить еліпс з великою (1–2) та малою (3–4) осями.

Для побудови горизонтальної проєкції цього еліпса використовуємо допоміжні площини Δ і Γ . Побудову аксонометрії зробимо в приведених коефіцієнтах спотворення по вторинній горизонтальній проєкції. Будуємо аксонометричну проєкцію основи конуса і його вершини, і з точки S' проводимо дотичні до еліпса в точках K' і L' – це твірні нарису конуса в аксонометрії, а $S'_1L'_1$ і $K'_1S'_1$ – їхні вторинні горизонтальні проєкції. Далі, будуємо вторинну горизонтальну проєкцію лінії перетину. Точки перетину вторинних проєкцій нарисових твірних і лінії перетину – точки N'_1 і M'_1 – дають можливість побудувати точки N' і M' , що є точками перехідної видимості для лінії перетину в ізометрії.

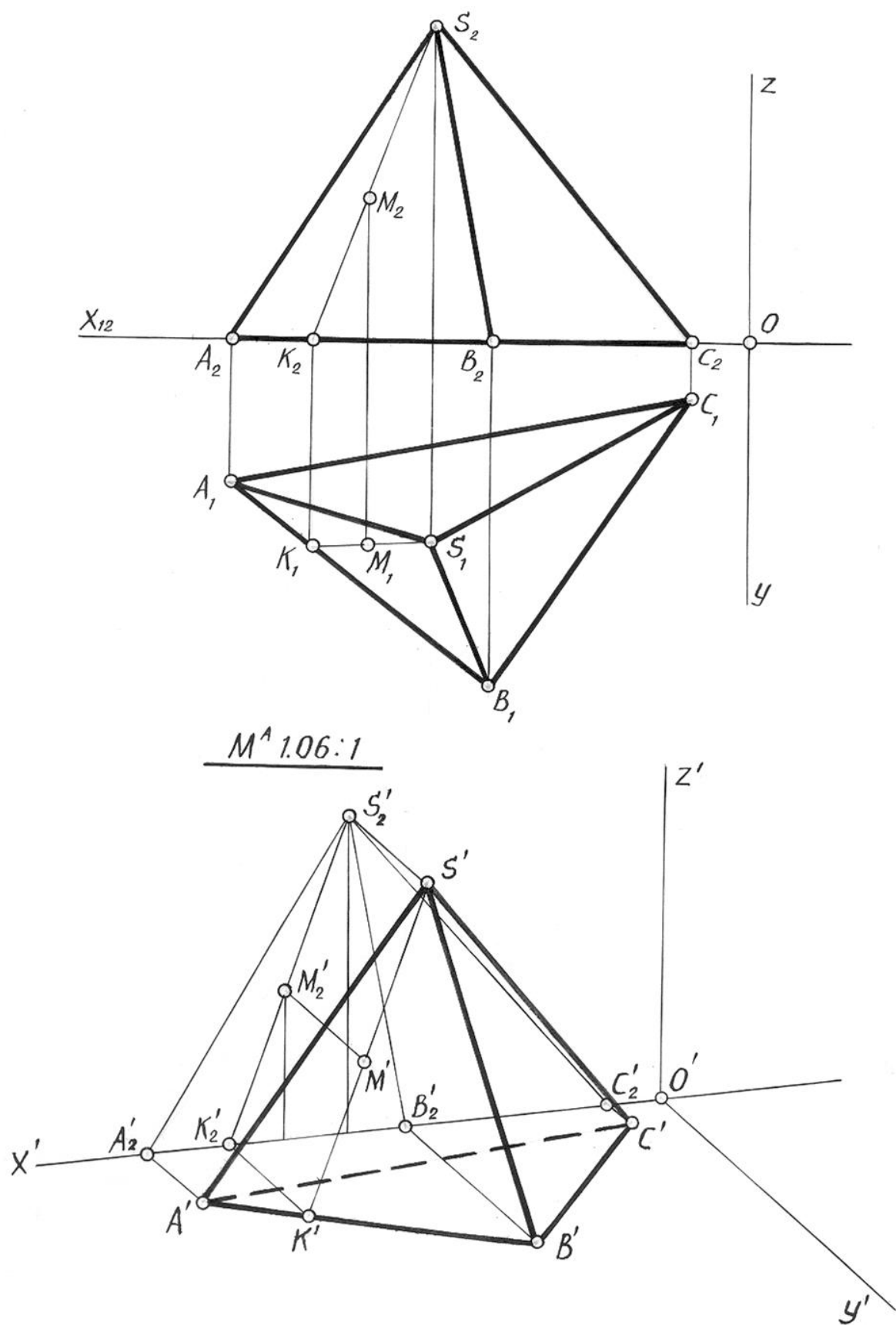


Рисунок 4.51 – Диметрія піраміди

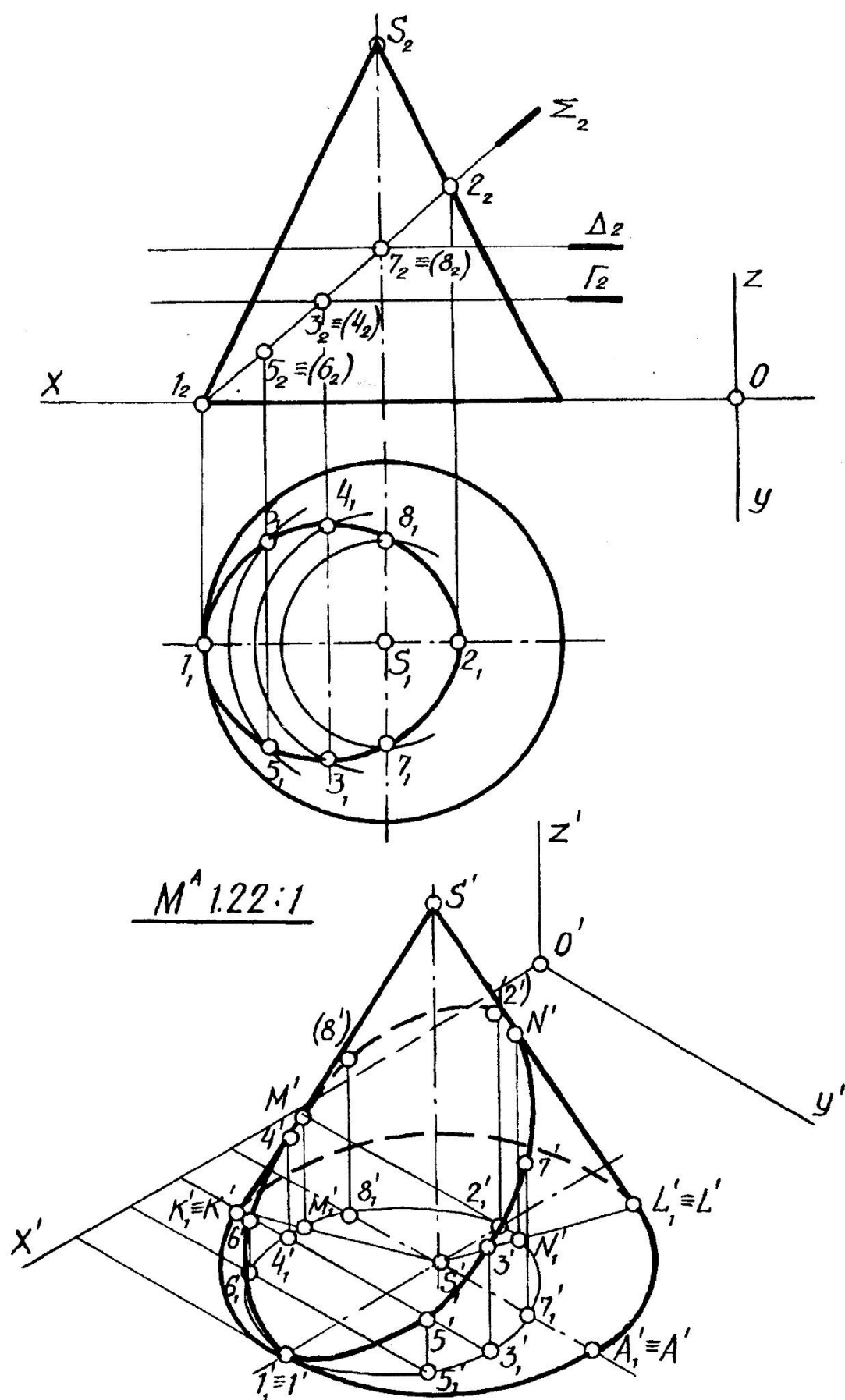


Рисунок 4.52 – Ізометрія конуса

Аксонетрична проєкція будь-якої точки лінії перетину може бути побудована двома способами : чи за допомогою вторинної проєкції самої точки (з якої на вертикальній прямій відкладаємо висоти з фронтальної проєкції) чи за допомогою вторинної проєкції твірної, що проходить через точку (див. на рисунку 4.52 побудова точки 7' за допомогою твірної SA). Другий спосіб є більш точним.

Для виявлення внутрішньої форми об'єкта, зображеного в аксонетрії, у деяких випадках застосовують розрізи, які умовно називають вирізами. При цьому використовуються дві січні площини, які зазвичай збігаються з площинами симетрії об'єкта.

Лінії штрихування розрізів та перерізів в аксонетричних проєкціях наносять паралельно однієї з діагоналей квадратів, що лежать у відповідних координатних площинах, сторони яких паралельні аксонетричним осям (рис. 4.53). На рисунку 4.53, а показано напрямки штрихування в ізометрії, а на рисунку 4.53, б – у диметрії.

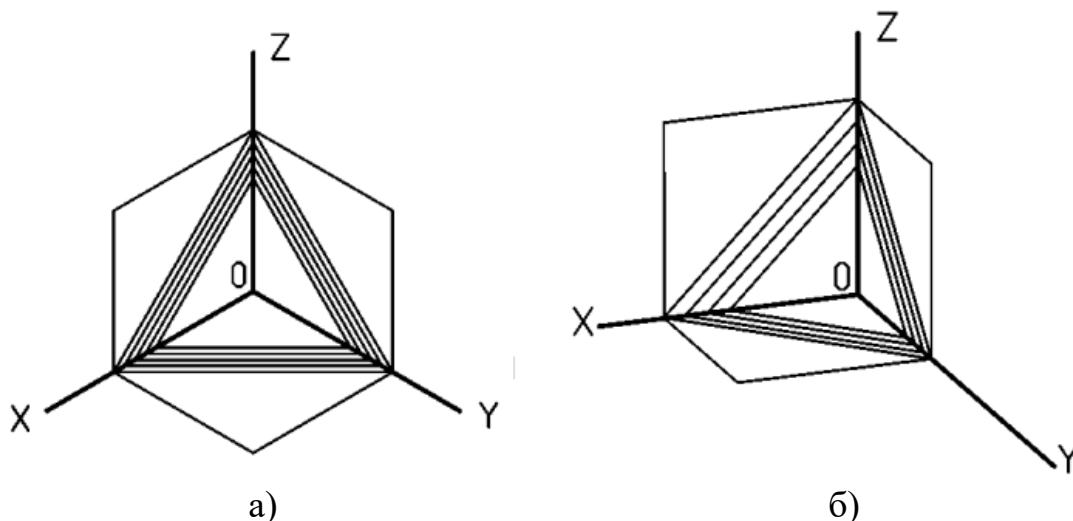


Рисунок 4.53 – Напрямки штрихування в аксонетрії

4.3 Питання для самоперевірки

1. Який документ називають кресленням та які вимоги до нього пред'являються?
2. Назвіть типи ліній, які використовуються для оформлення зображень, та їх призначення
3. Що називають масштабом і як він указується на кресленні?
4. Яким відрізком буде зображено лінійку довжиною 500 мм на кресленні в масштабі: 1:1; 2,5:1; 1:4; 1:2?
5. Що називають форматом, його зовнішньою та внутрішньою рамкою?
6. Як оформлюється внутрішня рамка креслення (тип лінії, розміри, де розташовується основний напис)?
7. Що таке основний напис креслення і для чого він застосовується?

8. Як позначаються та які мають розміри дрібніші формати, виготовлені з формату А1, що має розміри сторін 841 x 594 мм?
9. Яку товщину має штрихпунктирна лінія та де вона застосовується?
10. Які типи шрифту встановлюються стандартом та що називають розміром шрифту?
11. У яких одиницях виміру проставляють розміри на кресленні та чи вказують одиниці виміру?
12. Чим відрізняється виносна та розмірна лінії?
13. Якщо креслення виконано у масштабі, які значення розмірних чисел на ньому вказують?
14. Якщо рахувати від контуру деталі, який розмір вказують першим, більший чи менший?
15. Що називається видом деталі?
16. Чим відрізняється розріз деталі від перерізу?
17. Як позначається на виді положення січної площини для розрізу?
18. За якою ознакою розрізи поділяють на вертикальні, горизонтальні й похилі?
19. Чим відрізняються між собою фронтальний, профільний і горизонтальний розрізи?
20. Який розріз називають простим?
21. Коли застосовують місцевий розріз?
22. Які існують правила суміщення виду та розрізу деталі на кресленні?
23. Які креслення називають аксонометричними?
24. Що називають показниками спотворення в аксонометрії?
25. Як встановлюється зв'язок аксонометричної та натуральної систем координат?
26. Що таке координатна ламана лінія?
27. Що таке вторинна проєкція точки?
28. Назвіть коефіцієнти спотворення по осях у прямокутній ізометрії
29. Як побудувати аксонометричну проєкцію поверхні?
30. Назвіть правило штрихування розрізів та перерізів в аксонометричних проєкціях.

ЛЕКЦІЯ 5 ОСНОВИ БУДІВЕЛЬНОГО КРЕСЛЕННЯ

5.1 Загальні відомості.

5.1.1 Масштаби, типи ліній.

5.1.2 Розміри на будівельних кресленнях.

5.1.3 Координаційні осі.

5.2 Архітектурно-будівельні робочі креслення.

5.2.1. Деякі конструктивні елементи.

5.2.2 Умовні зображення елементів будинків і деяких санітарно-технічних пристроїв.

5.3 Креслення планів будинків.

5.4 Креслення сходів.

5.5 Креслення розрізів будинків.

5.6 Креслення фасадів будинків.

5.7 Питання для самоперевірки.

5.1 Загальні відомості

Зміст і оформлення будівельних креслень, масштаби, що застосовуються, і умовні позначення на кресленнях значною мірою залежать від вигляду будівельних об'єктів, а також від призначення самих креслень.

За призначенням будівельні об'єкти поділяють на *будинки* та *інженерні споруди*.

Наземні будівлі, що складаються з приміщень, призначених для житла, культурно-побутових, виробничих та інших цілей, називаються *будинками*.

Наземні будівлі, в яких зовсім немає приміщень для перебування людей або наявні окремі приміщення не визначають головного призначення цих будівель, називаються *інженерними спорудами*. До таких споруд належать маяки, мости, дамби, шлюзи, тунелі, естакади, набережні тощо.

Будинки за призначенням ділять на три групи:

- житлові та громадські (цивільні);
- промислові;
- сільськогосподарські.

Будівельними називаються креслення, які містять проєкційні зображення будівельних об'єктів або їхніх частин та інші дані, необхідні для їх зведення.

Будівельні креслення будинків і споруд складаються за загальними правилами прямокутного проєкціювання на основні площини проєкцій. Зображення будинків мають окремі назви. До оформлення будівельних креслень висувають такі вимоги.

5.1.1 Масштаби, типи ліній

Масштаби креслень для житлових і громадських будинків вибирають такі:

- плани поверхів, підвалу, фундаментів, розрізи, фасади, монтажні плани перекриттів – М 1:100, 1:200, 1:500;

- плани секцій, фрагменти планів, розрізів і фасадів – М 1:50, 1:100;
- вироби й вузли – М 1:5, 1:10, 1:20.

На будівельних кресленнях використовують стандартні типи ліній. Товщина ліній для всіх типів зображень, виконаних в одному масштабі, має бути однаковою. Однак у будівельних кресленнях є деякі особливості в застосуванні окремих типів ліній. На планах і розрізах будинку видимі контури обводять лініями різної товщини. Товстішою лінією обводять контури ділянок стін, що потрапили в січну площину. Контури ділянок стін, що не потрапили в площину перерізу, обводять тонкою лінією.

5.1.2 Розміри на будівельних кресленнях

Розміри проставляють у міліметрах без зазначення одиниць вимірювання. Наносять у вигляді замкнутого ланцюга (рис. 5.1, а). Розміри дозволяється повторювати. Замість стрілок застосовують засічки у вигляді короткої суцільної основної лінії завдовжки 2–4 мм під кутом 45° до розмірної лінії (рис. 5.1, б). При цьому розмірні лінії мають виступати за крайні виносні на 1–3 мм. Розмірне число розташовують над розмірною лінією приблизно на відстані від 0,5 до 1 мм. При нестачі місця для засічок на розмірних лініях, які становлять замкнутий ланцюжок, засічки допускається замінювати точками (рис. 5.1, в).

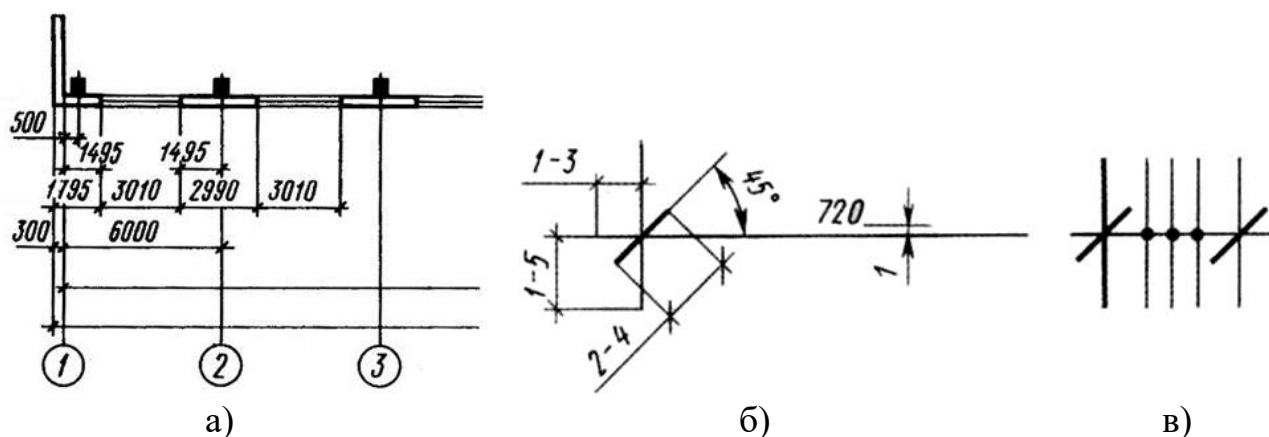


Рисунок 5.1 – Приклади проставлення розмірів на будівельних кресленнях

Розмірну і виносну лінії проводять суцільною тонкою лінією завтовшки від $s/3$ до $s/2$. Розмірні лінії переважно наносити поза контуром зображення.

Відстань від контуру креслення до першої розмірної лінії рекомендується брати не менше 10 мм. Однак у практиці проектної роботи цю відстань збільшують. Для креслень загальних видів (плани, розрізи, фасади тощо) розмірні лінії мають бути розташовані, залежно від розміру зображення, з відривом від 15 до 25 мм від лінії зовнішнього контуру. Відстань між паралельними розмірними лініями має бути не менше 7 мм, а від розмірної лінії до кола координаційної осі – 4 мм (рис. 5.2).

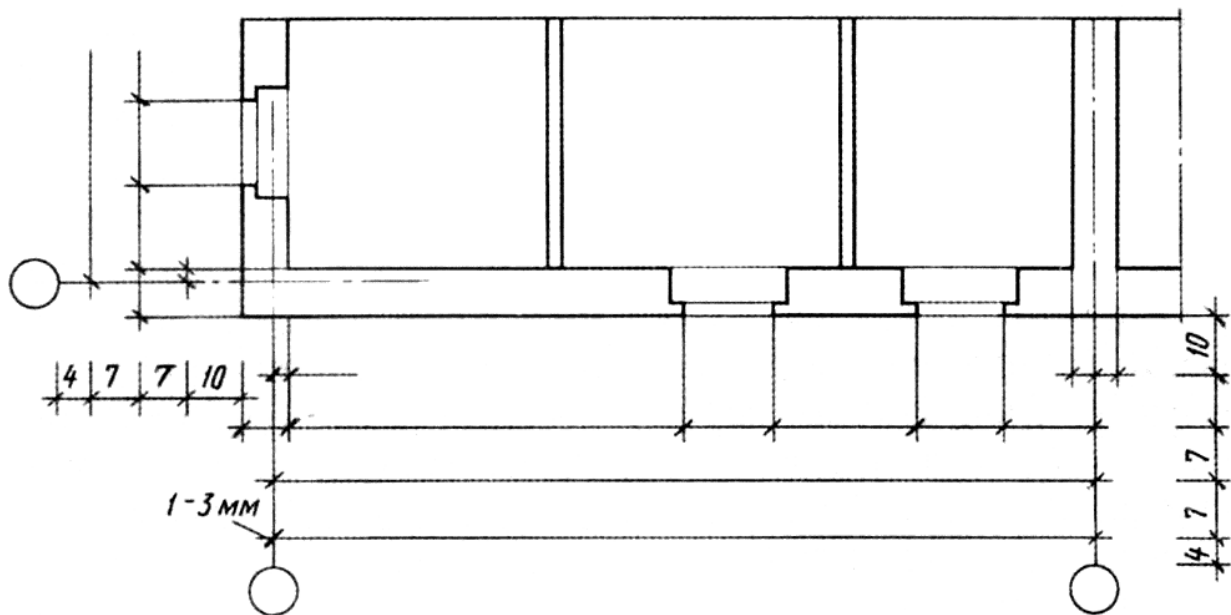


Рисунок 5.2 – Відстані розмірних ліній

Позначки рівнів (висоти, глибини) елемента будинку або конструкції від якогось відлікового рівня, узятото за нульовий, розташовують на виносних лініях або лініях контуру й позначають так (рис. 5.3, а):

Позначки вказують у метрах із трьома десятковими знаками. Умовну нульову позначку позначають 0.000. Позначки нижче умовної нульової записують зі знаком мінус, вище нульової – без знака (рис. 5.3, б). За нульову позначку для будинків зазвичай беруть рівень підлоги першого поверху. Позначки, якщо необхідно, супроводжують пояснювальними написами – Р.ч.п. (рівень чистої підлоги), Р.з. (рівень землі).

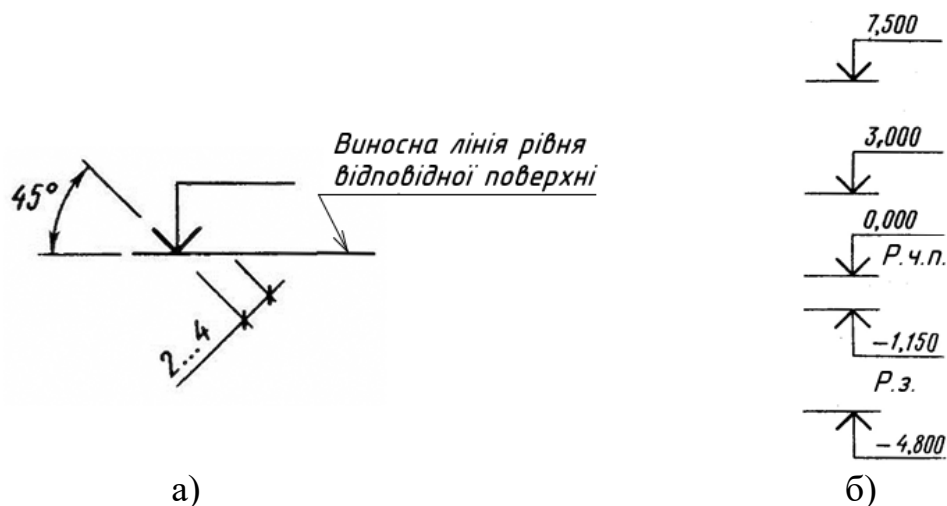


Рисунок 5.3 – Вигляд і правила нанесення позначок рівнів

На планах розмірне число позначки наносять у прямокутнику, контур якого обведений тонкою суцільною лінією (рис. 5.4, а), або на полиці лінії-виноски. У цьому випадку перед розмірним числом позначки ставлять знак плюс або мінус (рис. 5.4, б).

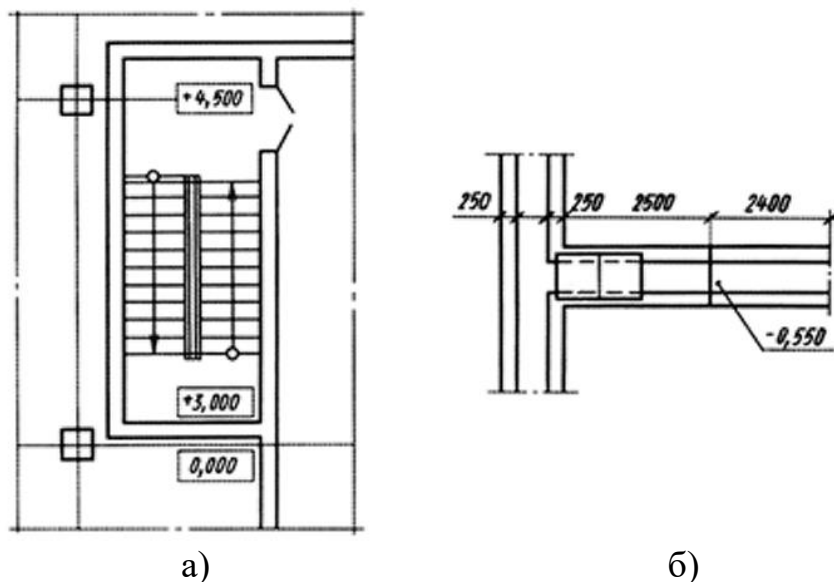


Рисунок 5.4 – Нанесення позначок рівнів на планах

5.1.3 Координаційні осі

Основою для стандартизації та уніфікації у проектуванні, виготовленні виробів і будівництві є Єдина модульна система (ЄМС), яка являє правила координації розмірів на базі модуля. За розмір основного модуля (М) беруть розмір 100 мм. На базі основного утворюються укрупнені та дробові модулі, які отримують множенням М на цілі й дробові числа, наприклад: 6000, 3000, 1500 позначають 60М, 30М, 15М (укрупнені модулі), а 50, 20, 10, 5, 2 і 1 – 1/2М, 1/5М, 1/10М, 1/20М, 1/50М, 1/100М (дробові модулі).

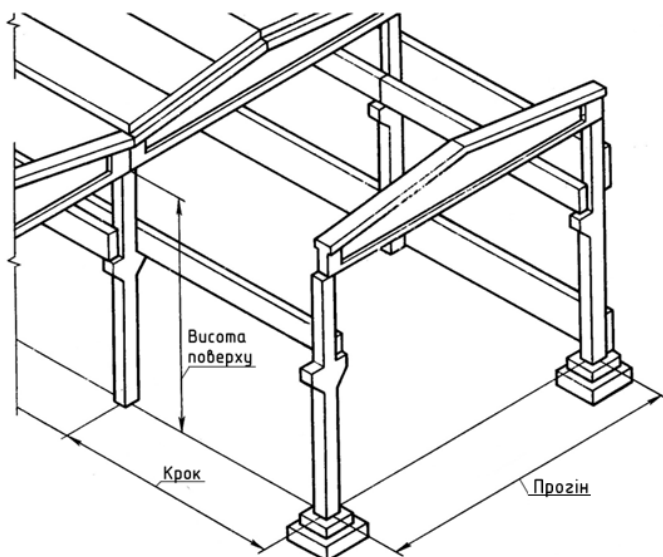


Рисунок 5.5 – Розташування координаційних осей

Будинок або споруда в плані розчленовується осевими лініями на елементи. Ці осі визначають розташування основних тримальних конструкцій і називаються *поздовжніми* й *поперечними* координаційними осями.

Відстань між осями в плані називається *кроком* (рис. 5.5). Крок може бути *поздовжнім* або *поперечним*. *Прогоном* називається відстань між осями в напрямку, який відповідає прогону основної тримальної конструкції перекриття або покриття.

За висоту поверху Нп. беруть відстань від рівня підлоги даного поверху до рівня підлоги розташованого вище поверху (рис. 5.6).

Координаційні осі наносять штрихпунктирними лініями й позначають марками в колах діаметром 8–12 мм. Цифрами маркують осі по стороні будинку з більшою кількістю осей. Для маркування осей на стороні будинку з їх меншою кількістю використовують великі літери українського алфавіту. Послідовність маркування – зліва направо, знизу вгору (рис. 5.7).

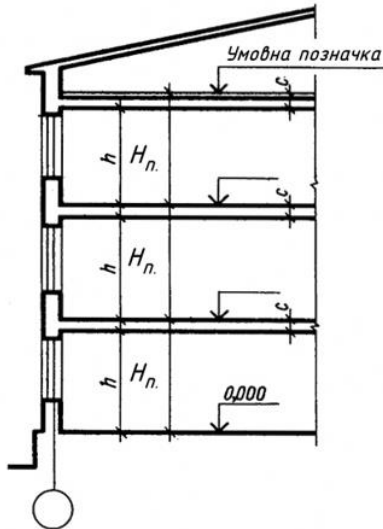


Рисунок 5.6 – Висота поверху у багатоповерхових будівлях

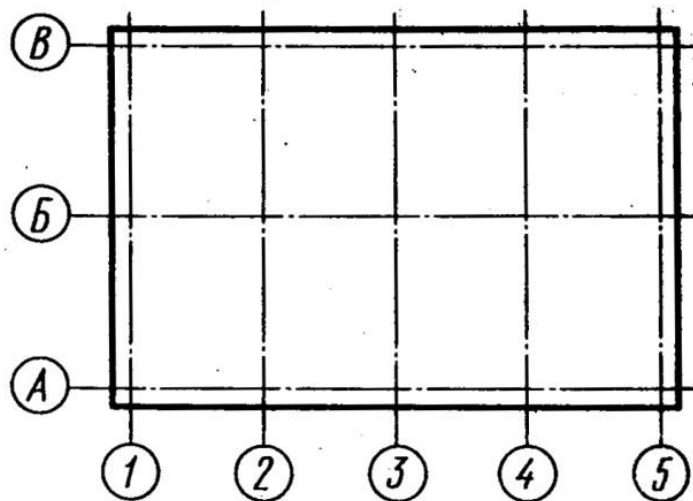


Рисунок 5.7 – Маркування координаційних осей

У будинках із тримальними поздовжніми й поперечними стінами *прив'язка* до координаційних осей зовнішніх і внутрішніх стін робиться в такий спосіб:

- внутрішню грань зовнішньої стіни розташовують від координаційної осі на відстані М або 2М, тобто 100 або 200 мм (*модульна прив'язка*);
- координаційна вісь співпадає із внутрішньою поверхнею стіни (*нульова прив'язка*);
- у внутрішніх стінах координаційна вісь має співпадати з віссю симетрії стіни, крім стін сходових кліток і стін із вентиляційними каналами (*центральна прив'язка*).

5.2 Архітектурно-будівельні робочі креслення

До складу комплексу креслень марки АР – «Архітектурні рішення» входять:

- загальні дані з робочих креслень;
- креслення підземних конструкцій будівлі;
- плани поверхів, розрізи, фасади, їхні фрагменти й вузли;
- план покрівлі (даху);
- план підлог;
- схеми розташування перегородок (крім залізобетонних);
- схеми заповнення віконних отворів (крім металевих).

5.2.1 Деякі конструктивні елементи

Будівельні об'єкти складаються з окремих частин – *конструкцій*. Конструкції бувають *збірні*, що складаються з окремих елементів, і *монолітні*, виготовлені на місці монтажу.

Фундаментом під стіну або окрему опору (колону) називають підземну частину будівлі, через яку передається навантаження на ґрунт. Фундаменти бувають *стрічкові* й *стовпчасті*.

Стіни в приміщенні поділяють на *зовнішні*, які захищають приміщення від зовнішніх температурних і атмосферних впливів, і *внутрішні*, які відділяють одне приміщення від іншого.

Стіни бувають *тримальні* (які передають навантаження на фундамент від власної ваги та ваги перекриття і даху), *самотримальні* (тільки від власної ваги) і *навісні* (навішуються на колони, складаються з окремих плит і навантаження від ваги передають на колони).

Ділянка стіни, розташована між отворами, називається *простінком*.

Каркас є основною тримальною конструкцією в каркасних будівлях. Він складається з системи пов'язаних між собою вертикальних колон і горизонтальних балок (*прогонів* і *ригелів*).

Перегородки – внутрішні огорожувальні конструкції.

Пілястри – вузькі вертикальні потовщення в стінах, що слугують для збільшення їх стійкості. Влаштовують їх у місцях спирання на стіни елементів перекриття або покриття.

Цоколь – нижня частина зовнішньої стіни, яка спирається на фундамент.

Перекриття – внутрішня горизонтальна конструкція, що розділяє будівлю на поверхи.

Покриття – верхня захисна конструкція, що відокремлює приміщення будівлі від зовнішнього середовища.

Покрівля – верхній водоізолювальний шар покриття або даху будівлі.

Карниз – горизонтальний профільований виступ стіни, що слугує для відводу від поверхонь стін атмосферних опадів. Відстань, на яку карниз виступає за поверхню стіни, називається *виносом карниза*.

Отвір – наскрізний отвір у стіні, призначений для встановлення вікна, двері, воріт тощо.

Чвертю називається виступ в отворі, що дорівнює приблизно одній четвертій частині цегли.

Віконний блок – віконне плетіння з коробкою.

Дверний блок – дверне полотно з коробкою.

Сходова клітка – огорожене капітальними (тримальними) стінами приміщення сходів.

Сходовий марш – похилий елемент сходів зі ступенями (не більше 18 сходин).

Сходовий майданчик – горизонтальний елемент сходів між маршами. *Основний* – на рівні поверхів, *проміжний* – для переходу з одного маршу на інший.

5.2.2 Умовні зображення елементів будинків і деяких санітарно-технічних пристроїв

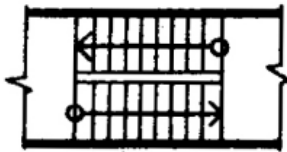
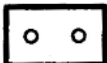
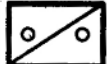
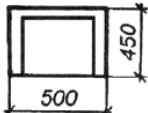
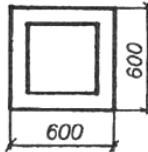
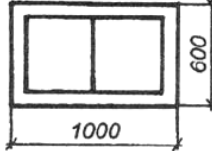
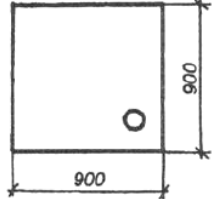
На будівельних кресленнях застосовуються умовні графічні позначення будівельних матеріалів, елементів будинків, конструкцій, санітарно-технічних пристроїв згідно ДСТУ Б А.2.4-7:2009. В таблиці 5.1 наведено основні умовні графічні зображення на будівельних кресленнях планів і розрізів, які необхідні для архітектурно-будівельних креслень плану, фасаду та розрізу.

При зображенні дверей у плані кут нахилу полотна дверей до площини стіни береться рівним 30°.

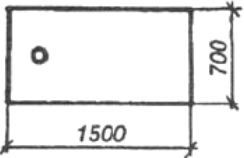
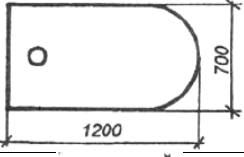
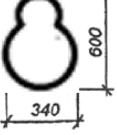
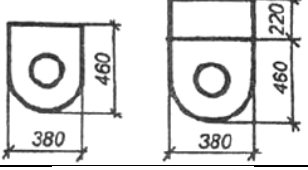
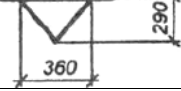
Таблиця 5.1 – Умовні графічні зображення на будівельних кресленнях

Назва 1	Зображення 2
1. Перегородка в плані й розрізі	
2. Отвір без чвертей у стіні або перегородці	
Вікна	
3. Отвір віконний без чвертей з одинарним заскленням	
4. Отвір віконний з чвертями з подвійним заскленням	
Двері (ворота)	
5. Двері однопільні в отворі без чвертей	
6. Двері двопільні в отворі без чвертей	
7. Двері однопільні в отворі з чвертями	
8. Двері двопільні в отворі з чвертями	
9. Двері однопільні з хитним полотном	
10. Двері відкатні однопільні	
11. Двері обертальні	

Продовження таблиці 5.1

1	2
Сходи	
12. Сходи в плані – верхній марш	
13. Сходи в плані – проміжні марші	
14. Сходи в плані – нижній марш	
Плити, холодильники	
15. Плита (загальне призначення)	
16. Плита стаціонарна електрична	
17. Плита стаціонарна на газі	
18. Холодильник	
Санітарно-технічні пристрої	
19. Раковина	
20. Мийка кухонна на одне відділення	
21. Мийка кухонна на два відділення	
22. Умивальник	
23. Піддон душовий	

Закінчення таблиці 5.1

1	2
24. Ванна	
25. Ванна сидяча	
26. Біде	
27. Підлоговий унітаз	
28. Пісуар настінний	

Розміри найбільш поширеного санітарно-технічного обладнання, а також кухонних плит подані на рисунку 5.8.

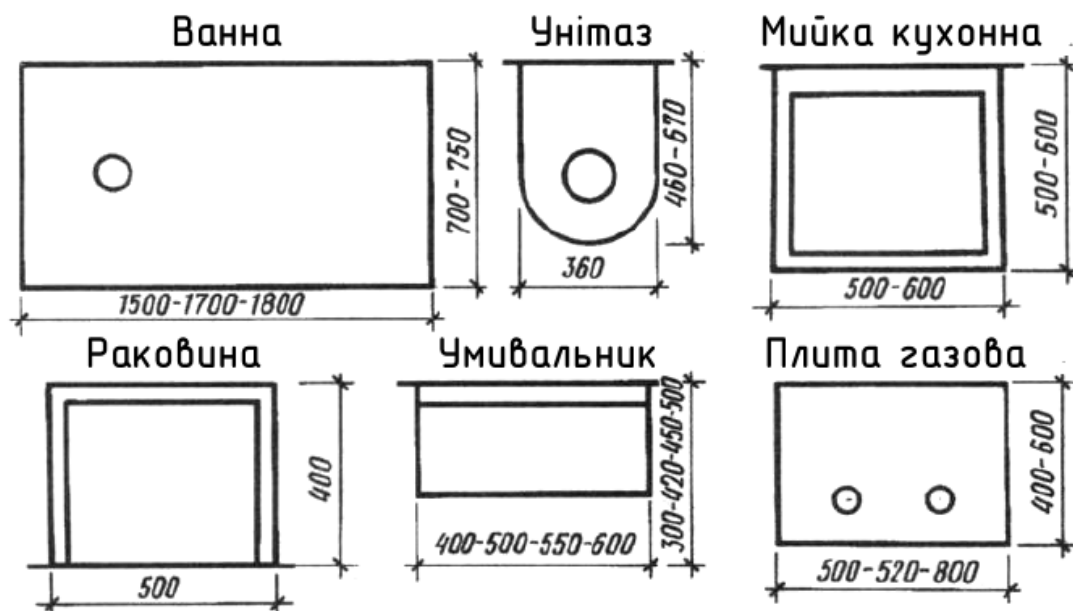


Рисунок 5.8 – Розміри санітарно-технічного обладнання й кухонних плит

5.3 Креслення планів будинків

Планом будинку називається зображення будинку, умовно розсіченого горизонтальною площиною на рівні віконних і дверних прорізів (~1м) і спроеційованого на горизонтальну площину проєкцій. (рис. 5.9).

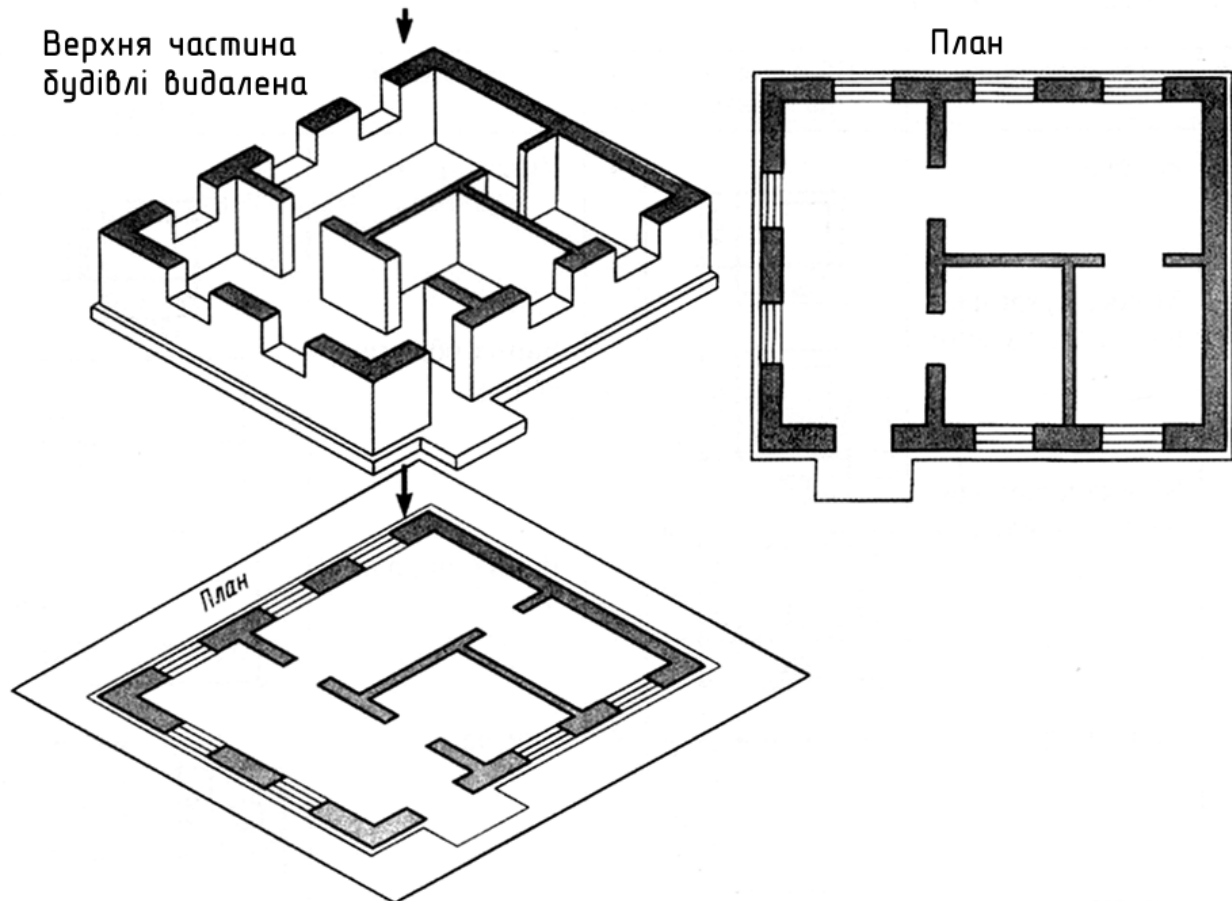


Рисунок 5.9 – Утворення плану будівлі

На плані показують те, що знаходиться в січній площині й те, що розташовано під нею. Тобто план – це горизонтальний розріз.

План будівлі дає уявлення про її конфігурацію та розміри, виявляє форму і розташування окремих приміщень, віконних і дверних отворів, капітальних стін, колон, сходів, перегородок.

План розташовують під фасадом у проєкційному зв'язку з ним.

Зазвичай невидимі конструктивні елементи на планах не показують. Але якщо на інших кресленнях неможливо показати цей елемент як видимий, на плані його зображують штрихами.

На планах будинків зазвичай показують санітарно-технічне обладнання. Його креслять у тому самому масштабі, що і план будівлі. Розміри санітарно-технічного обладнання зображують згідно з таблицею 5.1 і рисунком 5.8.

Пристапуючи до креслення плану, потрібно пам'ятати, що зображення плану будівлі необхідно розташовувати довгою стороною уздовж аркуша. Сторону плану, відповідну головному фасаді будівлі, рекомендується розвертати до нижнього краю аркуша.

Послідовність виконання плану

Після визначення місця розташування плану на аркуші приступають до креслення. План рекомендується виконувати в такій послідовності (рис. 5.10):

1. Наносять координаційні осі, спочатку поздовжні, потім поперечні (рис. 5.10, а). Маркування починають зліва направо і знизу вгору. Зазвичай маркувальні кола (їх діаметр 8–12 мм) розташовують із лівого і нижнього боку будівлі (див. рис. 5.7). Якщо ж розташування осей на правій і верхній стороні плану не співпадає з розбивкою осей лівої та нижньої його сторін, то координаційні осі маркують на всіх сторонах плану (рис. 5.11).

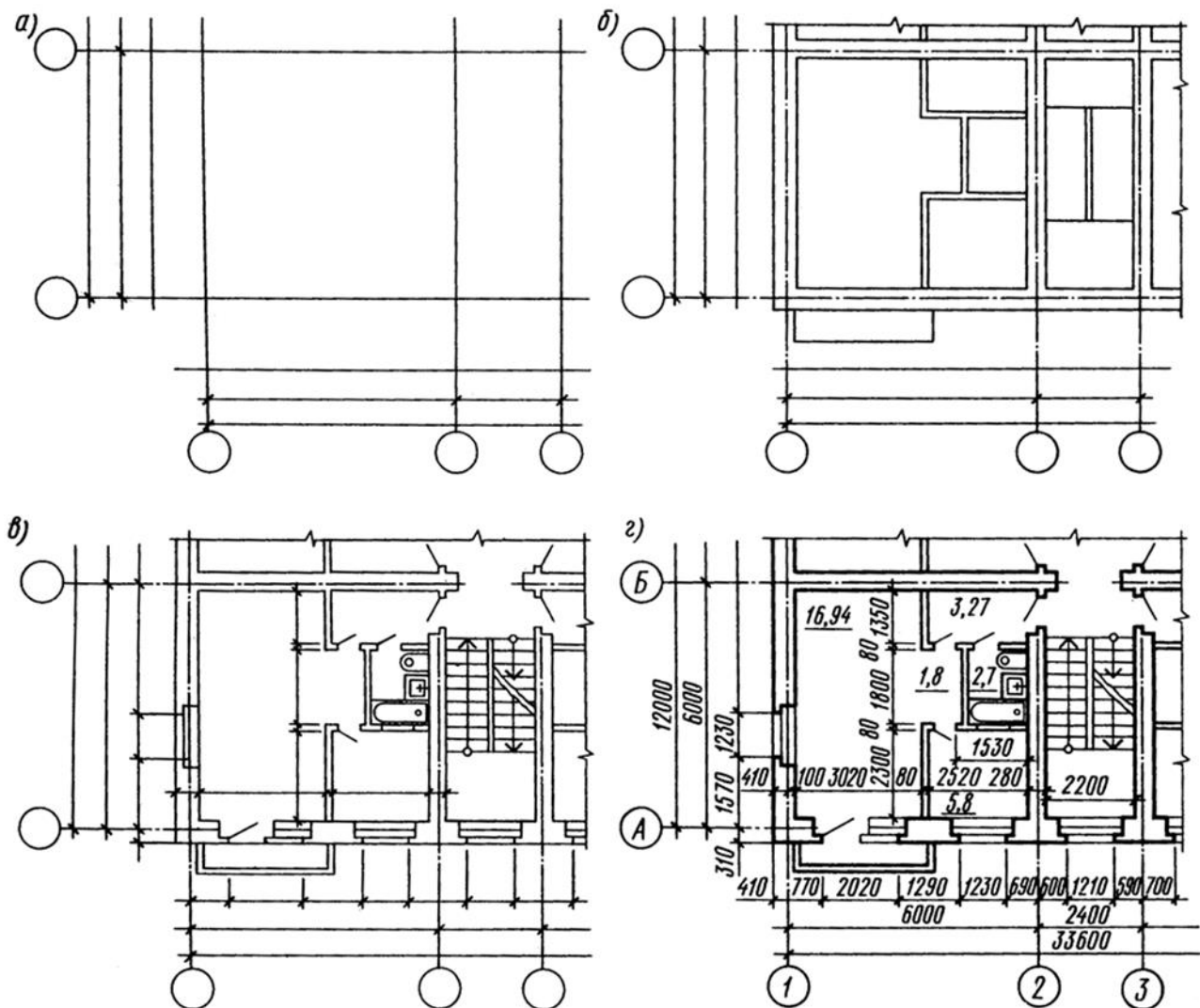


Рисунок 5.10 – Послідовність виконання плану будинку

2. Креслять тонкими лініями (завтовшки 0,3–0,4 мм) контури поздовжніх і поперечних зовнішніх і внутрішніх капітальних стін (рис. 5.10, б). Капітальні зовнішні та внутрішні стіни прив'язують до координаційних осей, тобто визначають відстані від внутрішньої або зовнішньої площини стіни або геометричної осі елемента до координаційної осі будівлі. Ці параметри вказані в варіанті завдання.

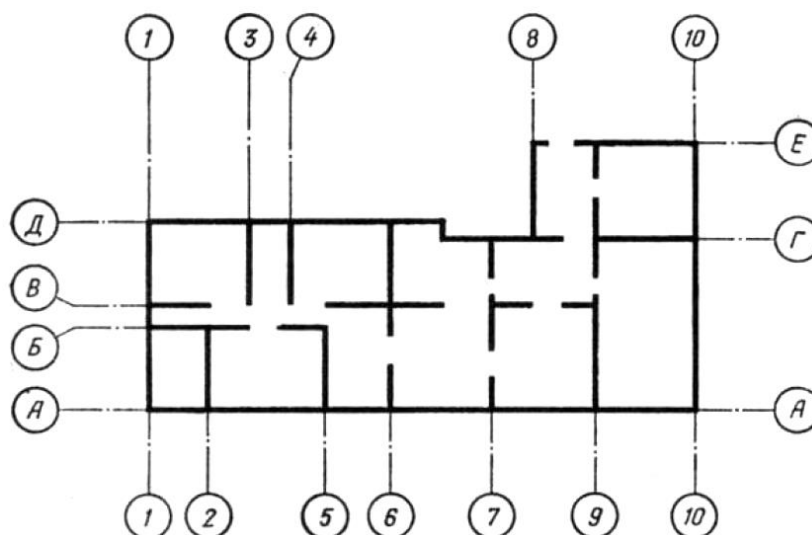


Рисунок 5.11 – Приклад маркування осей на всіх сторонах плану

У зовнішніх тримальних стінах координаційна вісь проходить від внутрішньої площини стін на відстані, кратній модулю (модульна прив'язка). У цегляних стінах цю відстань найчастіше беруть рівною 200 або 100 мм.

У внутрішніх стінах геометрична вісь симетрії поєднується з координаційною віссю (центральна прив'язка). Порушення цього правила допускається для стін сходових кліток і стін із вентиляційними каналами.

3. Креслять контури перегородок тонкими лініями (рис. 5.10, б). Потрібно звернути увагу на відмінність у приєднанні зовнішніх і внутрішніх капітальних стін і капітальних стін і перегородок (рис. 5.12).

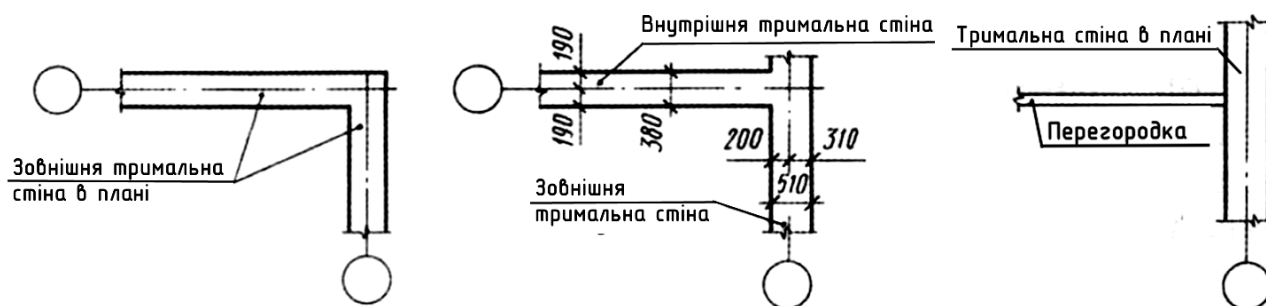


Рисунок 5.12 – Правила приєднання зовнішніх і внутрішніх капітальних стін і перегородок

4. Виконують розбивку віконних і дверних отворів (рис. 5.10, в). Умовні позначення віконних і дверних отворів з заповненням та без нього зображують згідно з таблицею 5.1.

Якщо план виконується в масштабі 1:100, за наявності в отворах чвертей, їхнє умовне зображення дають на кресленні.

Чверть – це виступ у верхніх і бічних частинах отворів цегляних стін, що зменшує продувність і полегшує кріплення коробок (рис. 5.13).

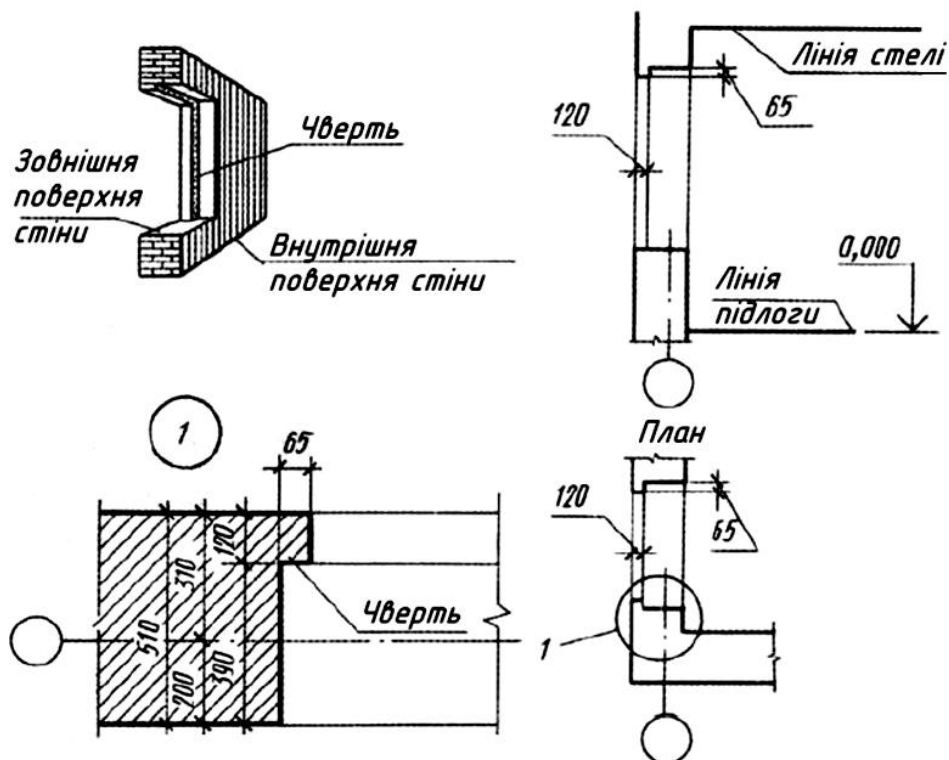


Рисунок 5.13 – Зображення та розміри чвертей в отворах

5. Креслять умовні позначення сходів, санітарно-технічного та іншого обладнання, а також зазначають напрямки відкривання дверей (рис. 5.10, в).

Зовнішні двері з вулиці в будинок мають відкриватися назовні. Відкривання інших дверей визначається зручністю планування та експлуатації.

Підйом з одного поверху на інший зазвичай здійснюється за двома маршами. Оскільки план поверху утворюють розсіченням умовною січною площиною на рівні ~ 1 м, то в сходовій клітці висхідний марш перетинається приблизно посередині. На плані в цьому місці проводять хвилясту лінію обриву під кутом 45° , довша сторона цієї частини маршу має прилягати до стіни сходової клітки. На планах першого поверху показують укорочений цокольний марш.

6. Наносять виносні, розмірні лінії та маркувальні кола.

Першу розмірну лінію, як усередині габариту плану, так і поза ним, необхідно розташовувати не ближче 10 мм від контуру креслення. Однак у зв'язку з тим, що перед першою розмірною лінією розміщують марки різних елементів будівлі, цю відстань збільшують до 14–21 мм і більше.

Наступні розмірні лінії розташовують на відстані мінімум 7 мм одна від одної. Розміри, що виходять за габарит плану, найчастіше наносять у вигляді трьох розмірних «ланцюжків». Маркувальні кола координаційних осей розташовують на відстані 4 мм від останньої розмірної лінії.

7. Проставляють необхідні розміри, марки осей та інших елементів (рис. 5.10, г).

Марки віконних отворів і зовнішніх дверей проставляють із зовнішнього боку стіни.

У габаритах плану зазначають розміри приміщень, товщину стін, перегородок, прив'язку внутрішніх стін до координаційних осей, перегородок до внутрішніх і зовнішніх стін або до координаційних осей. Внутрішні розміри проставляють на внутрішніх розмірних ланцюжках. Їх проводять на відстані не менш 10 мм від стіни або перегородки.

Площі приміщень проставляють у правому нижньому кутку плану приміщення в квадратних метрах без зазначення одиниць вимірювання з двома десятковими знаками та рискою внизу.

Поза контуром будівлі проставляють розміри віконних і дверних отворів «у світлі» і простінків між ними (перший розмірний ланцюжок), відстані між координаційними осями (другий розмірний ланцюжок) і в осях (третій розмірний ланцюжок).

У будинках із цегли товщини стін, розміри простінків мають бути кратні розмірам цегли: $250 \times 120 \times 65$ мм.

При однаковому розташуванні отворів на двох протилежних фасадах будівлі допускається наносити розміри тільки на лівій і нижній сторонах плану. У всіх інших випадках розміри ставлять з усіх сторін плану.

При оформленні креслення плану потрібно цифри і букви марок осей та цифри, що позначають площу приміщень або їхнє маркування, писати більшим шрифтом, ніж розмірні.

8. Виконують необхідні написи.

Над кресленням плану роблять напис по типу «План 1-го поверху».

9. На плані наносять горизонтальний слід уявної площини розрізу, за яким потім будують зображення розрізу будівлі. Цій слід креслять товстими розімкнутими штрихами зі стрілками (рис. 5.14). Товсті штрихи зі стрілками не мають проходити через контур плану або підходити до нього впритул. Січні площини розрізів зазвичай позначають цифрами.

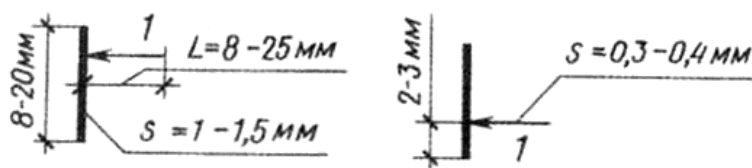


Рисунок 5.14 – Параметри сліду площини розрізу

10. Перевіряють креслення, виконане в тонких лініях; після виправлень і доопрацювання пропущених місць приступають до остаточного обведення плану олівцем марки ТМ або М (рис. 5.10, г).

Контури розрізів і перерізів на кресленнях планів будівель виконують суцільною основною лінією (завтовшки 0,6–1,5 мм). Усі інші лінії креслення, які не потрапляють у площину перерізу, виконують суцільними тонкими лініями. При виборі товщини ліній обведення потрібно врахувати, що нетримальні конструкції, зокрема контури перегородок, обводять лініями меншої товщини, ніж тримальні капітальні стіни й колони.

5.4 Креслення сходів

Сходи є важливою частиною багатоповерхового будинку, оскільки слугують не тільки для сполучення між поверхами, а й для евакуації у разі пожежі або іншої аварійної ситуації.

Кожні сходи складаються з маршів і майданчиків. Марш становить конструкцію, що складається з ряду сходин. Сходини спираються на балки – косоури, що розташовуються під сходами. До складу маршів входять огорожі – перила. Висота огорожі – 90–95 см. Тримальні елементи маршу своїми кінцями спираються на тримальні елементи майданчиків – балки.

У сучасних будівлях сходи монтують переважно з великорозмірних цільних сходових маршів і майданчиків. Ці елементи виготовляють із залізобетону.

Висота підйому одномаршових сходів дорівнює висоті поверху. У двомаршових сходах висота підйому одного маршу береться рівною половині висоти поверху.

Найчастіше використовують двомаршові сходи. Ширину маршів зазвичай беруть у межах 90–240 см, для допоміжних сходів – не менше 90 см, для головних – не менше 105 см.

Сходові марші встановлюють з такими ухилами: 1:2, 1:1,75; 1:1,5 тощо. У марші допускається не менше 3 і не більше 18 сходин.

Кожен марш для одного зі сходових майданчиків буде висхідним, тобто підніматися вгору, а для іншого – низхідним, тобто опускатися вниз. Висхідний марш починається з нижньої фризової сходини, яка слугує переходом до майданчика, а низхідний марш – з верхньої фризової сходини. Нижня і верхня фризові сходини маршу, які співпадають із підлогою майданчиків, мають особливі обриси. Усі інші сходини маршу однакові.

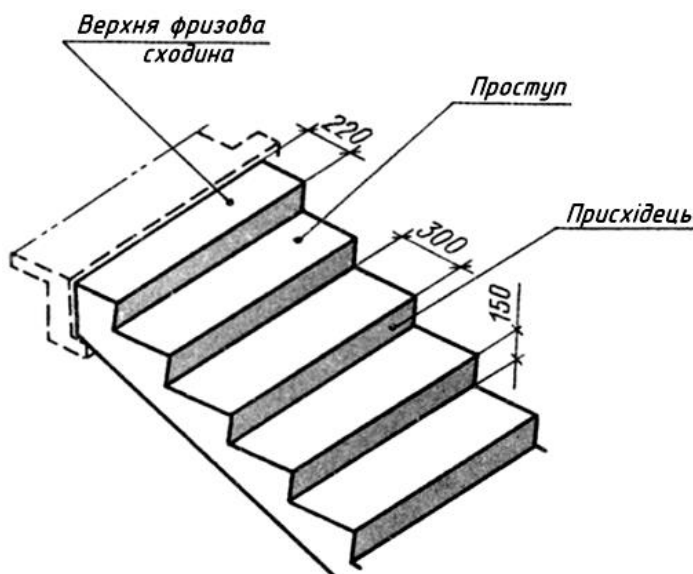


Рисунок 5.15 – Елементи сходів

Сходи характеризуються висотою присідця h і шириною проступа b (рис. 5.15). Для зручності користування сходами необхідно, щоб подвоєна висота присідця h і ширина проступа b у сумі дорівнювали середньому кроку людини, що береться від 570 до 640 мм. Найчастіше цю величину беруть рівною 600 мм. Отже, $b + 2h = 600$.

Висота присідця знаходиться в межах 135–180 мм (найчастіше 150 мм). Ширина проступа – 250–300 мм.

Припустімо, що висота поверху $H = 3000$ мм, ширина маршу $b = 1050$ мм, ухил сходів – 1:2. Для цього ухилу вибирають сходи́ну 150×300 мм. Ширина сходової клітки B дорівнює сумарній ширині обох маршів плюс проміжок між ними. Проміжок, який необхідний для пропускання пожежного шланга, має бути не менше 100 мм. Для цього розрахунку беремо проміжок 100 мм.

Висота одного маршу буде $H : 2 = 3000 : 2 = 1500$.

Кількість проступів в одному марші буде на одиницю менше кількості сходин, оскільки верхній проступ розташовується на рівні майданчика. Отже при кресленні сходів у плані потрібно підрахувати кількість сходин не за проміжками між лініями, а за самими лініями, що позначають межі сходин.

Після креслення стін сходової клітки горизонтальними лініями відзначаємо основні сходові майданчики завширшки 1650 мм і проміжні завширшки 1300 мм (рис. 5.17, а).

Щоб отримати точки 1, 3, 5, відкладемо від краю майданчика ширину сходини, тобто 300 мм (див. рис. 5.17, а). Точки 2, 4 і 6 беремо на краю лінії, яка позначає майданчик. З'єднаємо тонкою похилою лінією точки 1 і 2, 3 і 4, 5 і 6 (рис. 5.17, в). Вони перетинають вертикальні лінії розбивки в точках, через які проводимо горизонтальні лінії – проступи й вертикальні – присхідці (рис. 5.17, г).

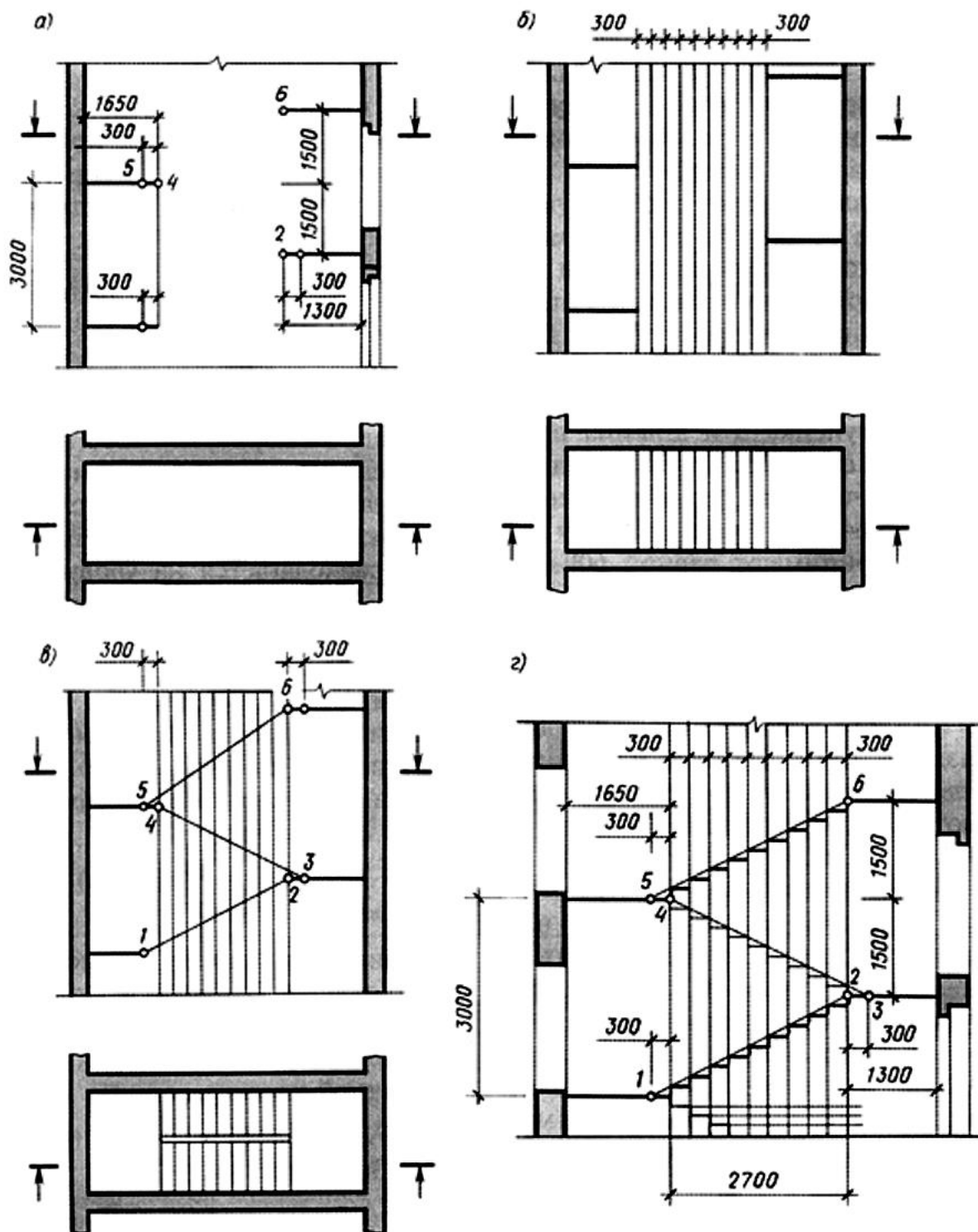


Рисунок 5.17 – Послідовність побудови двомаршових сходів

5.5 Креслення розрізів будинків

Розрізом називається зображення будівлі, подумки розсіченої вертикальною площиною. Розрізи на будівельних кресленнях слугують для виявлення об'ємного та конструктивного рішення будівлі, взаємного розташування окремих конструкцій, приміщень тощо. Розрізи бувають *архітектурні* та *конструктивні*.

Архітектурний розріз (рис. 5.18) слугує здебільшого для визначення композиційних сторін внутрішньої архітектури. На такому розрізі показують висоту приміщень, віконних, дверних отворів, цоколю та інших архітектурних елементів. Висота цих елементів, пов'язаних з архітектурним оздобленням приміщень, найчастіше визначається позначками.

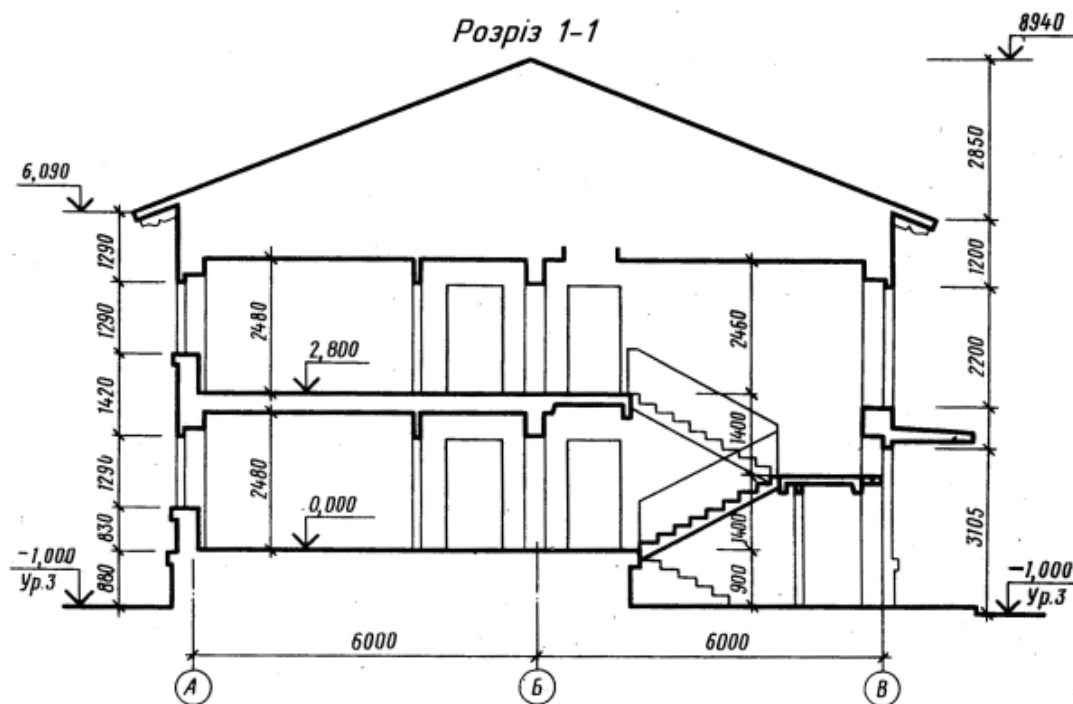


Рисунок 5.18 – Архітектурний розріз будинку

Архітектурні розрізи складають на початковій стадії проектування і на них не показують товщину горищного перекриття, конструкцію даху і фундаментів. Лінія нижнього контуру горищного приміщення при цьому має відповідати низу горищного перекриття, а лінія верхнього контуру – верху даху, тобто покрівлі.

Під час креслення віконних отворів відстань від підлоги до низу віконного отвору (підвіконня) має бути 750–800 мм, а від верху отвору до стелі – близько 400 мм.

Архітектурні розрізи використовують для пророблення фасаду будівлі, для будівництва такі розрізи не використовуються.

Конструктивні розрізи входять у робочі креслення проекту будівлі. На цьому типі розрізів показують конструктивні елементи будівлі, а також наносять необхідні розміри й позначки (рис. 5.19). Отвори, сходи зображують умовними позначеннями відповідно до таблиці 5.1.

У будівельних кресленнях використовують прості, ступінчасті, поперечні і поздовжні розрізи. Однак рекомендується застосовувати прості розрізи (однією площиною).

Напрямок погляду для розрізів приймають зазвичай за планом знизу вгору і справа наліво.

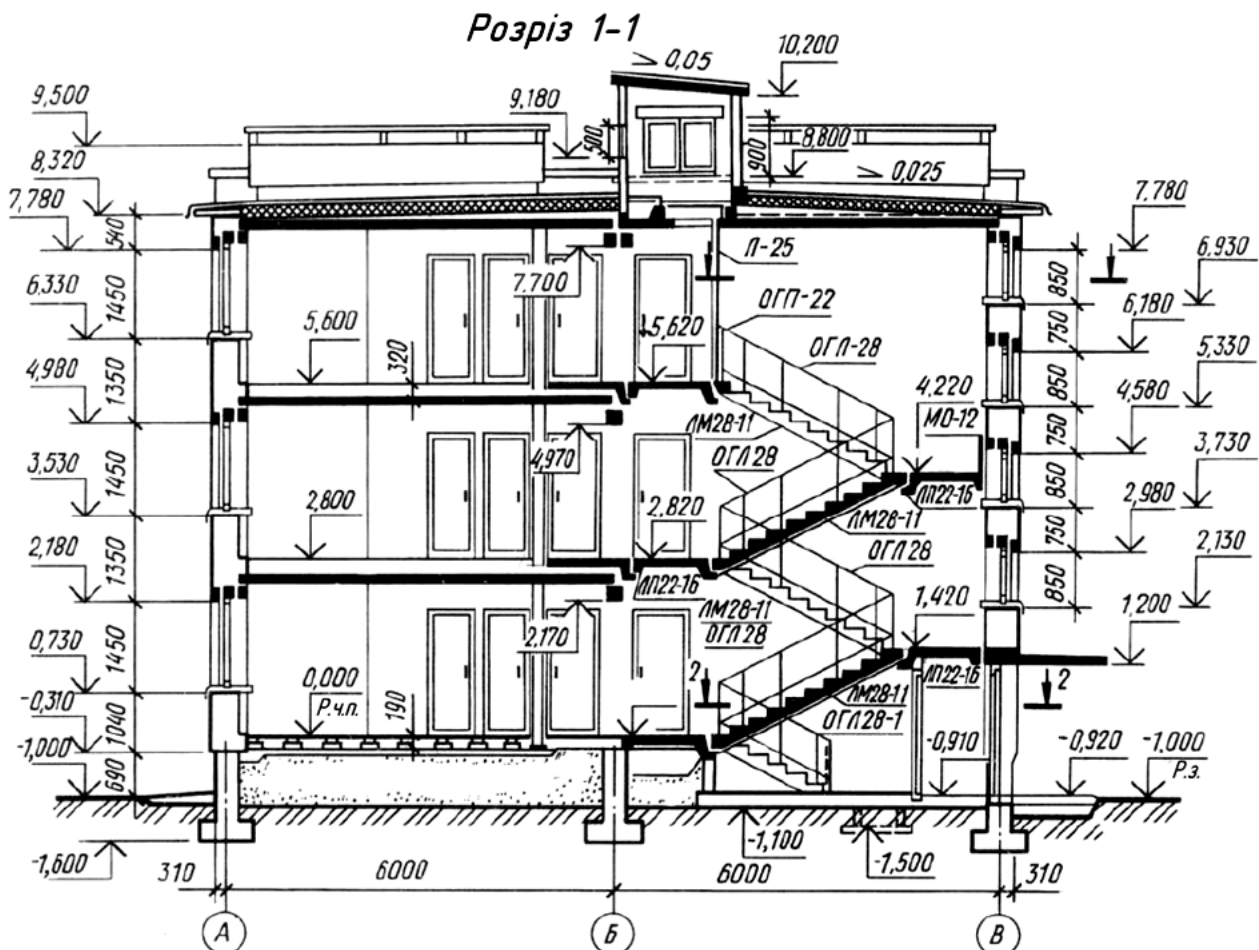


Рисунок 5.19 – Конструктивний розріз

Виконуючи поперечний розріз, січну площину розташовують перпендикулярно конику даху або найбільшому розміру будівлі; при поздовжньому розрізі вона паралельна їм.

Напрямок січної площини зазвичай вибирають таким, щоб вона проходила найбільш важливими у конструктивному або архітектурному плані частинами будівлі: віконними і дверними отворами, сходовими клітками (бажано по одному з маршів), балконами, шахтами підйомників тощо. Потрібно врахувати, що в розрізах за сходами січну площину проводять маршем, розташованим ближче до спостерігача. При цьому марш сходів, що потрапив у розріз, обводять лінією більшої товщини (суцільна основна), ніж контур маршу, яким січна площина не проходить. Контур цього маршу обводять суцільною тонкою лінією.

На розрізах координатні осі виносять униз, маркують і проставляють розміри між суміжними осями.

Положення конструктивних елементів по висоті визначають за допомогою висотних позначок і розмірів, які проставляють на виносних лініях рівнів відповідних елементів.

Усередині розрізу наносять висоти поверхів, дверних і віконних отворів, а також висотні позначки рівнів підлог і сходових майданчиків.

Із зовнішнього боку розрізу на відстані 12–15 мм проводять розмірні ланцюжки, що визначають розміри віконних отворів і простінків, цоколю, зовнішнього дверного отвора.

На відстані 10–15 мм від цього ланцюжка наносять висотні позначки рівня землі й верху стіни, полиці повернені назовні. Для зручності розташування позначок потрібно провести тонку вертикальну лінію.

За умовну нульову беруть позначку підлоги першого поверху. Також наносять позначки підлоги сходової клітки в тамбурі, вхідного майданчика – на одну сходину вище тротуару. Рівень цих майданчиків підвищується в напрямку до сходового маршу для того, щоб дощова вода не потрапляла до сходової клітки.

Зображуючи на розрізах отвори із чвертями, їхні розміри зазначають за найменшою величиною отвору.

Послідовність виконання розрізу будинку

1. Проводять вертикальні координаційні осі основних тримальних конструкцій стін і колон, якщо вони є (рис. 5.20, а).

2. Перпендикулярно до координаційних осей креслять горизонтальні лінії рівнів: поверхні землі (тротуару), підлоги всіх поверхів і умовно верху горищного перекриття і карниза (рис. 5.20, б).

3. Наносять тонкими лініями контури зовнішніх і внутрішніх стін, перегородок, які входять у розріз, а також висоти міжповерхових і горищного перекриттів і коника даху (рис. 5.20, в).

4. Відзначають і креслять виноси карниза (від стіни) і цоколю, креслять сходи даху (рис. 5.20, в).

5. Намічають у зовнішніх і внутрішніх стінах і перегородках віконні та двірні отвори, а також видимі дверні отвори й інші елементи, розташовані за січною площиною (рис. 5.20, г).

6. Проводять виносні та розмірні лінії, кола для маркування координаційних осей та знаки для проставлення висотних позначок (рис. 5.20, г).

7. Остаточнo обводять перерізи, проставляють висотні позначки й розміри, роблять пояснювальні написи та зазначають назву розрізу; видаляють зайві лінії (рис. 5.20, д).

Цю послідовність побудови застосовують для зображення архітектурного розрізу. Порядок побудови може дещо змінюватися.

У процесі побудови конструктивного розрізу така послідовність зберігається. Однак детальніше креслять конструктивні елементи, позначають вузли (колом або овалом) для подальшого розроблення, для багат шарових конструкцій даються етажерки, позначається контур природного ґрунту й інших елементів.

На відміну від розрізів у машинобудівному кресленні, конструктивні елементи будинку, що потрапили в розріз, але виконані з матеріалу, що є основним для даної будівлі або споруди, не штрихують. У цьому разі тільки ділянки стін, що відрізняються матеріалом, виділяють умовним штрихуванням.

Розрізняють *головний* фасад, *дворовий* і *бічні*, або *торцеві*, фасади.

Головним фасадом називається вигляд будівлі з боку вулиці або площі. У проєкті зазвичай дають фасади всіх сторін будівлі.

Назва фасаду визначається крайніми координаційними осями, між якими розташовують ділянку будівлі, зображену на кресленні.

Розміри на фасадах не наносять, показують тільки крайні координаційні осі. Праворуч або ліворуч проставляють позначки висот – рівня землі, цоколю, низу й верху отворів, карниза, верху покрівлі. Полиці позначок повернуті назовні. На фасадах маркують конструктивні елементи, які не були зображені на кресленнях планів і розрізів. Основою фасаду є суцільна потовщена лінія 1,5–2 с.

Креслення фасаду будується на основі креслень плану і розрізу. Усі попередні побудови виконують тонкими лініями.

Послідовність виконання фасаду будівлі

1. Спочатку проводять горизонтальну пряму лінію (рис. 5.21) товщиною, прийнятою для обведення фасаду. Її виводять за контур приблизно на 30 мм. Ця лінія є основою, на якій будують фасад будівлі.

2. Потім проводять другу горизонтальну лінію на відстані півтора міліметра від першої – лінію вимощення.

3. Тонкими лініями проводять горизонтальні контури цоколю, низу і верху отворів (віконних і дверних), карниза, коника й інших елементів будівлі.

4. Далі проводять вертикальні лінії координаційних осей, стін, віконних і дверних отворів тощо.

5. Креслять огорожі балконів, димарі й вентиляційні труби та інші архітектурні деталі фасаду.

6. Наносять маркувальні кола, позначають елементи фасаду, зображені на фрагментах, кола координаційних осей, виносні лінії і знаки висотних позначок.

7. Проставляють висотні позначки, марки осей, виконують усі необхідні написи.

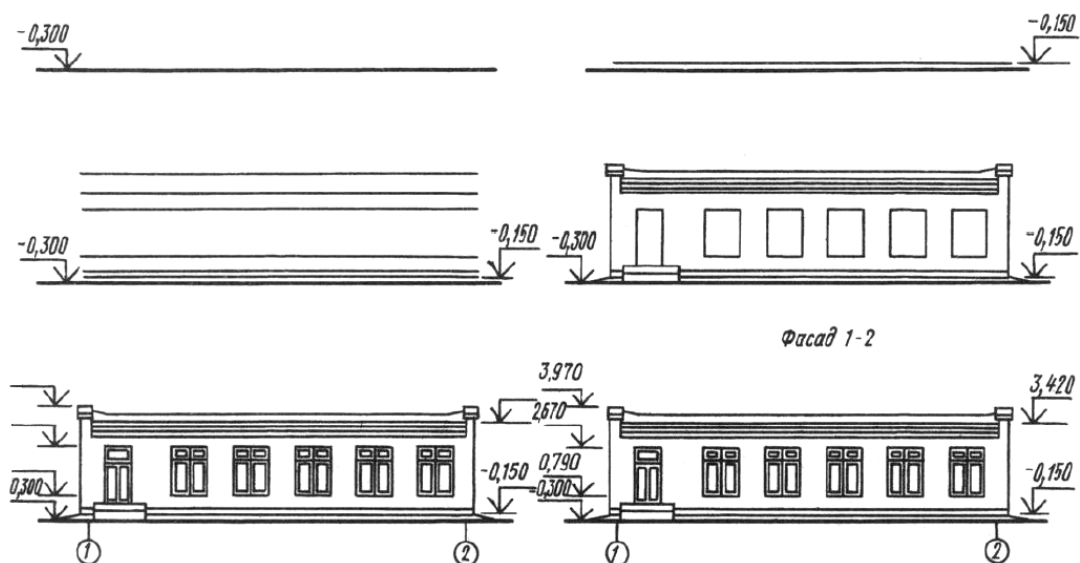


Рисунок 5.21 – Послідовність виконання фасаду будівлі

5.7 Питання для самоперевірки

1. Які креслення називаються будівельними?
2. У якому масштабі виконуються плани, фасади та розрізи будівель?
3. Чим відрізняється наведення будівельного креслення від інших типів креслень?
4. Чи дозволяється повторювати розміри на будівельних кресленнях?
5. Який тип меж розмірів використовується на будівельних кресленнях?
6. Що таке позначка рівня елемента чи конструкції?
7. У яких одиницях виміру проставляють позначки рівнів та який використовують знак?
8. Який рівень вважають умовним нульовим у цивільних будівлях?
9. Що таке Єдина модульна система та чому дорівнює основний модуль?
10. Для чого слугують координатні осі та як вони позначаються?
11. Назвіть типи прив'язок стін до координатних осей
12. Що таке тримальна стіна, чим вона відрізняється від перегородки?
13. Що таке чверть і для чого вона слугує?
14. Назвіть правильну послідовність виконання плану будівлі.
15. По яких частинах будинку треба проводити січну площину при виконанні розрізу будинку?
16. Які розміри й позначки наносять на кресленнях розрізів та фасадів?

ЛЕКЦІЯ 6 ТІНІ В ОРТОГОНАЛЬНИХ ПРОЄКЦІЯХ

- 6.1 Теоретичні основи побудови тіней.
- 6.2 Тіні основних геометричних фігур.
 - 6.2.1 Тінь точки.
 - 6.2.2 Тінь прямої лінії.
 - 6.2.3 Тіні плоских фігур.
- 6.3 Тіні геометричних тіл.
 - 6.3.1 Тінь призми.
 - 6.3.2 Тінь циліндра.
 - 6.3.3 Тінь конуса.
 - 6.3.4 Тінь сфери.
- 6.4 Способи побудови тіней.
 - 6.4.1 Спосіб променевих перерізів.
 - 6.4.2 Спосіб допоміжних дотичних поверхонь.
 - 6.4.3 Спосіб зворотних променів.
 - 6.4.4 Спосіб «виносу».
- 6.5 Тіні архітектурних деталей.
 - 6.5.1 Тіні багатогранних поверхонь.
 - 6.5.2 Тіні в нішах.
 - 6.5.3 Тіні кронштейнів.
 - 6.5.4 Тіні карнизів.

6.1 Теоретичні основи побудови тіней

Світлотінь виявляє об'ємну форму просторових об'єктів. Проекційні зображення, які виконуються в процесі проєктування, крім метричної визначеності, також мають бути наочними. Вони мають давати максимально повне уявлення про пластичне рішення об'єкта та деталі. Це досягається, зокрема, зображенням на ортогонально-проекційному кресленні світлотіні за допомогою побудови тіней.

Тіні можуть бути побудовані як при штучному освітленні об'єкта, так і при природному (сонячному) освітленні. У першому випадку джерело світла розташоване на незначній відстані. Промені світла утворюють при цьому конічний пучок – зв'язку прямих, центром якої є джерело світла. При природному освітленні джерело світла видалене в нескінченність і світлові промені паралельні один одному.

Якщо на шляху світлових променів знаходиться непрозорий предмет, то його поверхня, звернена до джерела світла, буде освітлена, а протилежна частина поверхні – перебувати у тіні (рис. 6.1). Тінь, яка утворюється на неосвітленій частині поверхні предмета, називають *власною тінню* (А). Межа (лінія) на поверхні предмета, що відділяє освітлену частину від тої, що знаходиться у тіні, називається *контуром власної тіні* (С). Контур власної тіні являє собою лінію дотику променевої поверхні, яка огортає поверхню предмета.

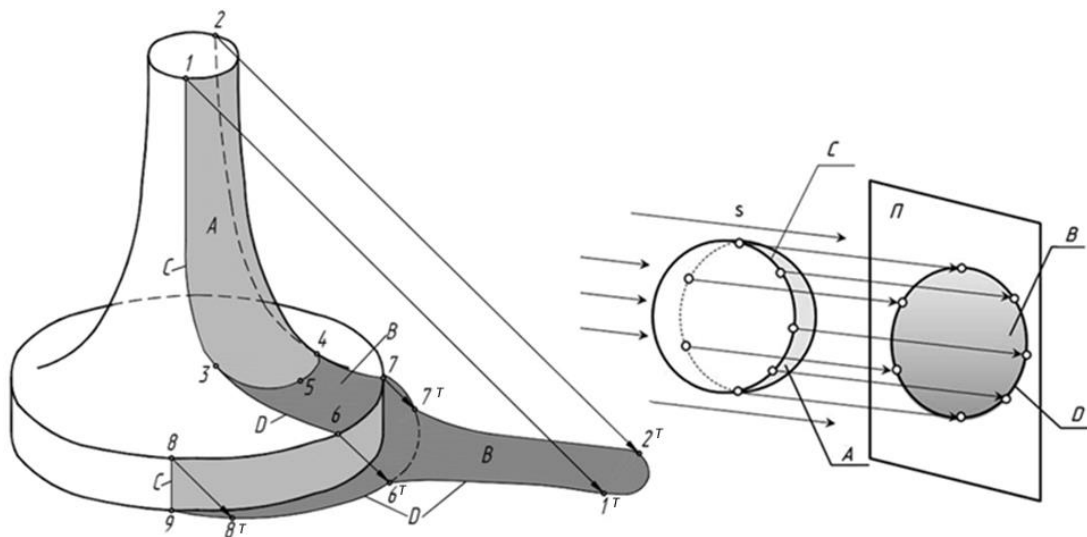


Рисунок 6.1 – Утворення власних і падаючих тіней

Тінь від предмета на горизонтальній площині або на іншій площині або поверхні, називається *падаючою тінню* (В), а лінія, що обмежує її, – *контуром падаючої тіні* (D). Отже, контур падаючої тіні – це лінія перетину променевої поверхні, що огортає предмет, з поверхнею, на яку падає тінь. Інакше кажучи, *контур падаючої тіні є тінню від контуру власної тіні*. Контури власної та падаючої тіні завжди є замкненими фігурами.

Усі операції з побудови тіней зводяться до визначення лінії дотику променевої поверхні до об'єкта і до побудови лінії перетину її з поверхнею, на якій будується падаюча тінь.

На проєкційних кресленнях (епюрах) зону власної тіні прийнято показувати світліше, ніж зону падаючої тіні. Це зазвичай відповідає природним умовам.

Напрямок світлових променів

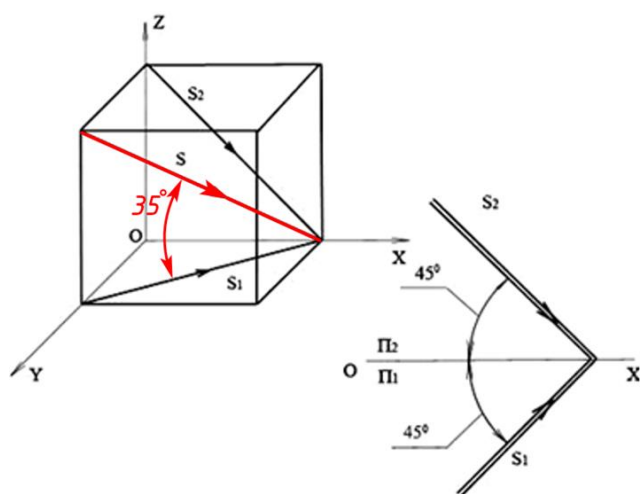


Рисунок 6.2 – Проекції світлового променя

У процесі побудови тіней в ортогональних проєкціях напрямок променів світла приймають паралельним діагоналі куба, грані якого поєднані з площинами проєкцій (рис. 6.2). Проекціями діагоналі куба є діагоналі квадратів, тобто горизонтальна і фронтальна проєкції світлового променя становлять із віссю проєкцій x кут 45° , справжній кут нахилу променя до площини проєкцій дорівнює приблизно 35° .

Такий стандартний напрямок світлових променів створює певні переваги під час побудови тіней і виконанні архітектурного креслення.

6.2 Тіні основних геометричних фігур

6.2.1 Тінь точки

Для побудови падаючої тіні від точки на площину або поверхню через точку потрібно провести промінь паралельно прийнятому напрямку світлових променів і визначити точку перетину променя з площиною або поверхнею. Так, тінь від точки на площині є точкою перетину променя з найближчою на його шляху площиною.

На ортогонально-проекційному кресленні через проєкції точки потрібно провести відповідні проєкції променя (рис. 6.3) і побудувати його слід на площині проєкцій. У цьому прикладі – це фронтальний слід променя A_2^T , другим слідом буде горизонтальний слід A_1^T . Перший слід – це *реальна тінь* точки A , а другий – *уявна тінь*. Обидві точки розташовані на прямій, паралельній осі x , інші проєкції тіні лежать на осі проєкцій і зазвичай не позначаються.

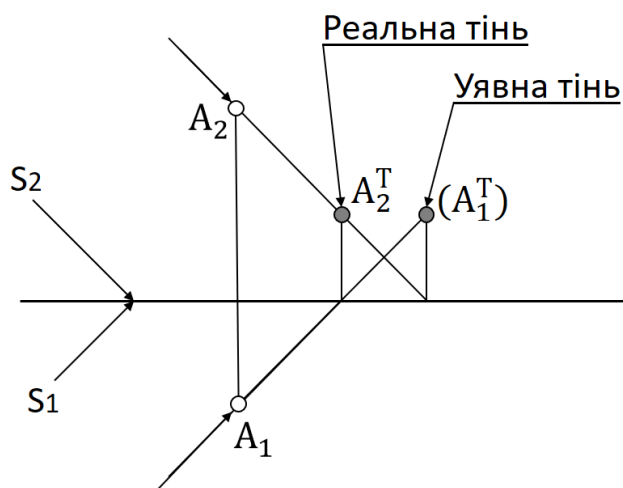


Рисунок 6.3 – Визначення тіні точки

У разі наявності двох або більше площин, тінь точки попаде на площину, найближчу до неї в напрямку світлового променя.

Це залежить від співвідношення координат x , y , z точки. На рисунку 6.4 зображено тінь точки A на площині Π_1 , Π_2 і Π_3 відповідно.

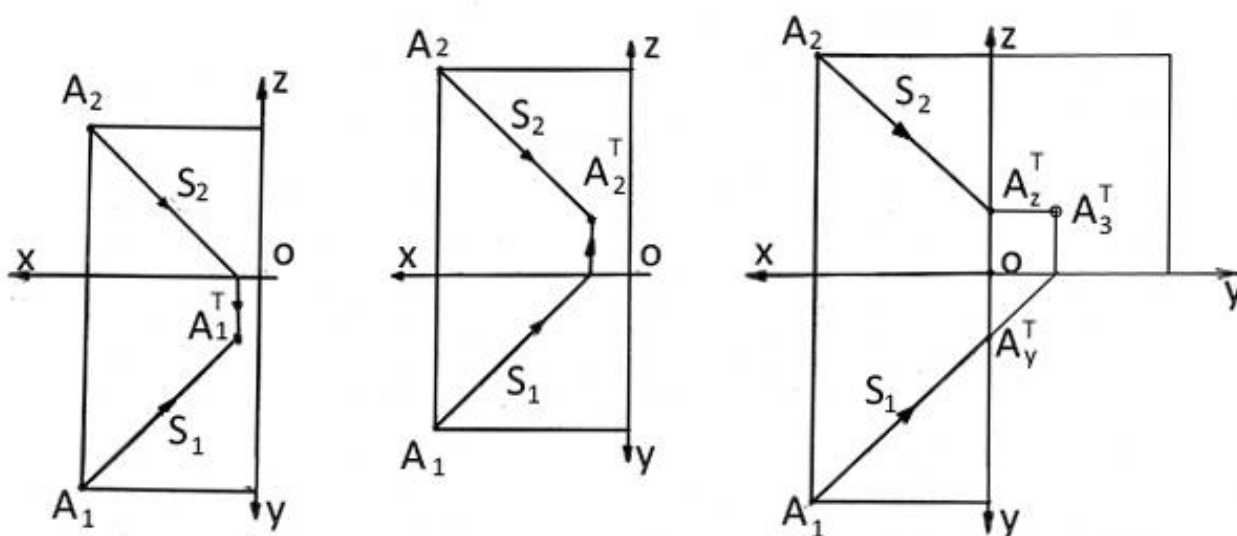


Рисунок 6.4 – Визначення тіні точки на площини проєкцій

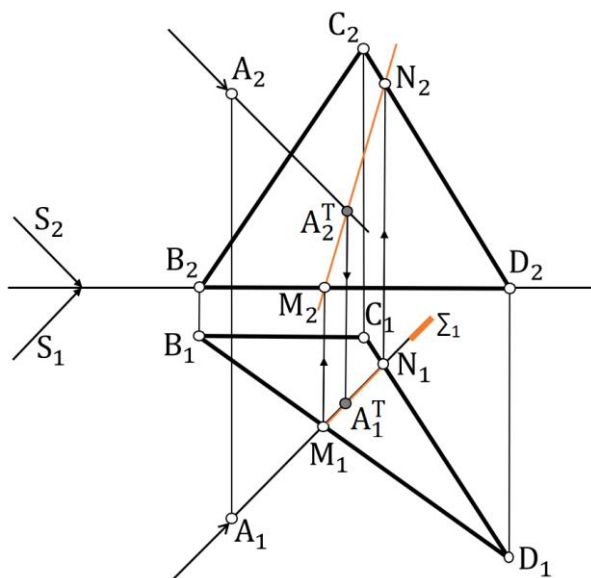


Рисунок 6.5 – Побудова тіні від точки на площину загального положення

Для побудови падаючої тіні від точки на площину окремого та загального положення або поверхню (рис. 6.5) потрібно через точку провести світловий промінь і побудувати точку перетину його з площиною або поверхнею. Оскільки світловий промінь є прямою лінією, то побудова тіні точки зводиться до побудови точки перетину прямої з площиною або поверхнею (див. лекц. 2.3.3 та 3.1.4).

6.2.2 Тінь прямої лінії

Світлові промені, що проходять через безліч точок прямої лінії, утворюють променеву площину. Перетинаючись з площиною або поверхнею, променева площина утворює падаючу тінь прямої лінії.

Для побудови падаючої тіні прямої лінії на площину досить побудувати тіні двох її точок. Тінню прямої лінії буде пряма, що з'єднує ці точки (рис. 6.6, а). Однак бувають випадки, коли тіні кінців відрізка виявляються на різних площинах проєкцій (рис. 6.6, б). Це означає, що тінь прямої АВ розташована на двох площинах проєкцій і матиме точку зламу. Тіні точок кінців не можна з'єднувати прямою лінією. Необхідно побудувати *уявну тінь* точки В, тобто побудувати її фронтальний слід, а потім з'єднати тіні точок, що лежать в одній площині, отримавши точку зламу M_T . У цій точці тінь прямої переломиться і перейде з площини Π_2 на площину Π_1 .

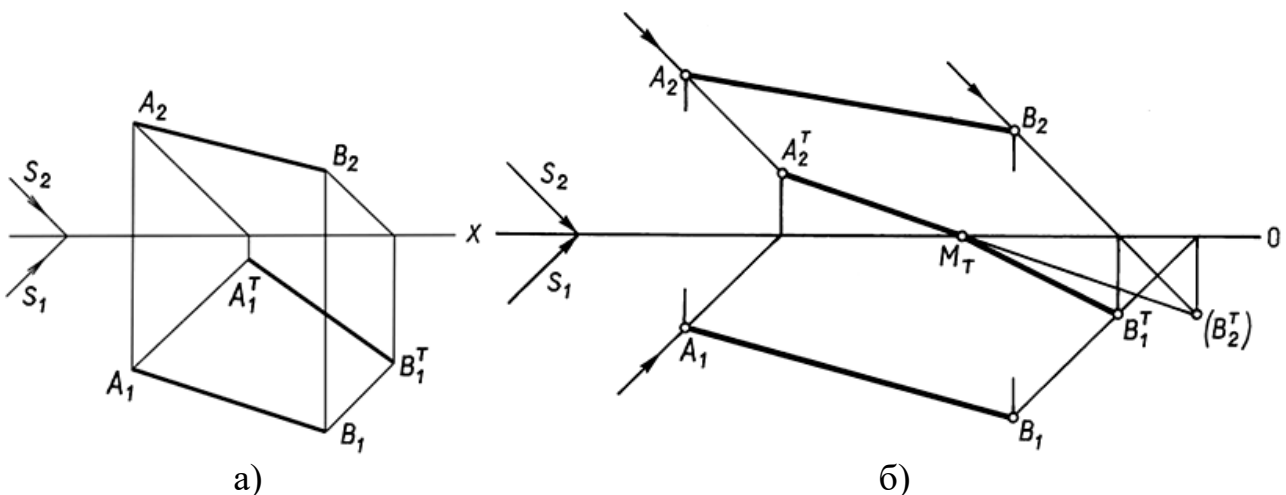


Рисунок 6.6 – Випадки побудови тіні від прямої

Аналогічно будується тінь від прямої АВ на площині Π_1 і площині загального положення $\Delta 123$ (рис. 6.7).

Тіні прямих окремого положення

Тіні від прямих окремого положення на площини проєкцій будуть досить часто складовими частинами падаючих тіней різних архітектурних деталей і фрагментів. Вони розташовані на епюрі певним чином (рис. 6.8):

- 1) тінь відрізка прямої, перпендикулярної площині проєкцій, співпадає з проєкцією променя на цю площину (рис. 6.8, а);
- 2) тінь відрізка прямої, паралельної площині проєкцій, паралельна самому відрізку і дорівнює йому за розміром (рис. 6.8, б);
- 3) тінь відрізка горизонтальної прямої, розташованої під кутом 45° до фронтальної площини проєкції, розташовується на цій площині з ухилом 1:2 (рис. 6.8, в);
- 4) тінь відрізка горизонтальної прямої, паралельної променевій проєкціюючій площині, залежно від її положення, або співпадає з проєкціюючим слідом цієї площини, або розташована перпендикулярно до осі проєкції, як у пропонованому прикладі (рис. 6.8, г);
- 5) тінь від вертикального відрізка, залежно від його висоти, може бути розташована у двох площинах проєкцій (рис. 6.8, д).

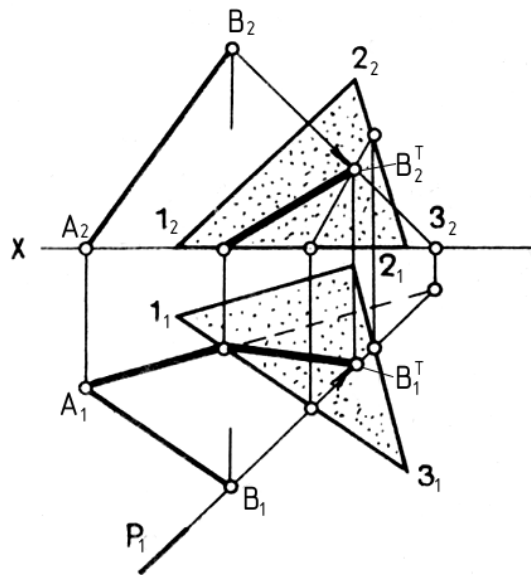


Рисунок 6.7 – Тінь від прямої на площині загального положення

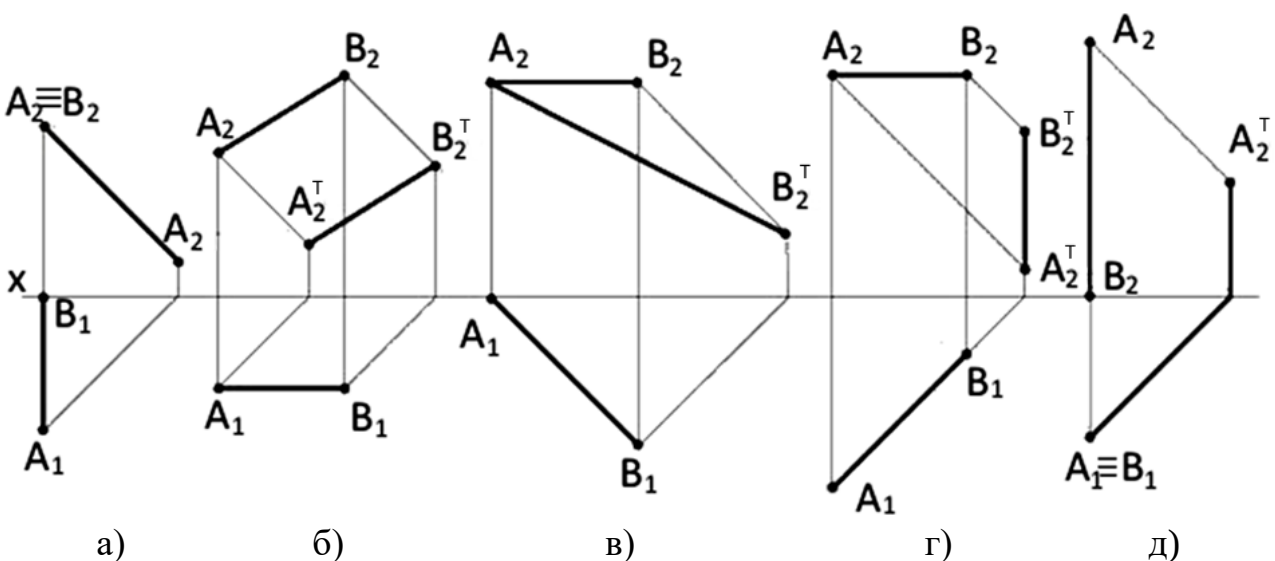


Рисунок 6.8 – Тіні прямих окремого положення

З наведених прикладів можна зробити загальний висновок: *проекція падаючої тіні на будь-яку поверхню від прямої, перпендикулярної площині проєкцій, співпадає з проєкцією променя на цю площину, а на іншій площині проєкцій повторює контур нормального перерізу цієї поверхні, повернений ліворуч.*

На рисунку 6.9 наведено приклад побудови падаючої тіні на сходах. Тінювими твірними, які розділяють на об'ємній формі освітлену та затінену частини поверхні, є вертикальне AA' і горизонтальне AB ребра бічної стінки. Тінь від точки A падає на горизонтальну площину (проступ) сходи.

Щоб побудувати падаючу тінь від вертикального ребра AA' на сходах, потрібно провести через це ребро горизонтально-проєкціуючу променеву площину t . На плані горизонтальна проєкція контуру тіні співпадає зі слідом площини, а на фасаді тінь повторює контур нормального перерізу (профілю) сходів, повернений ліворуч. Тінь на фасаді від горизонтального ребра AB також співпадає з проєкцією променя, а на плані повторює профіль сходів.

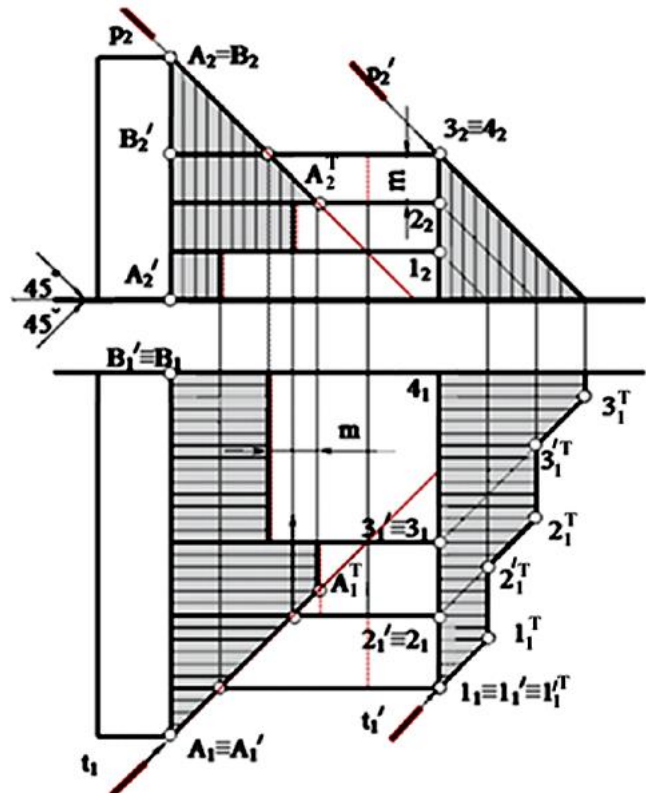


Рисунок 6.9 – Тіні на сходах

6.2.3 Тіні плоских фігур

Вигляд тіні від плоскої фігури залежить як від її форми й положення в просторі, так і від форми поверхні, на яку падає тінь.

На рисунку 6.10 побудовано падаючу тінь від площини загального положення, заданої трикутником ABC , на площині проєкцій. Тіні від вершин трикутника виявилися на різних площинах проєкцій. Побудову тіні трикутника потрібно вести в тій самій послідовності, що і побудову тіні прямої (рис. 6.6, б). Спочатку будують тінь на площині Π_2 , зокрема і частину уявної тіні, потім визначають точки зламу тіні 1 і 2, які з'єднують із тінню точки C . Тінь трикутника переломиться і перейде з площини Π_1 на площину Π_2 .

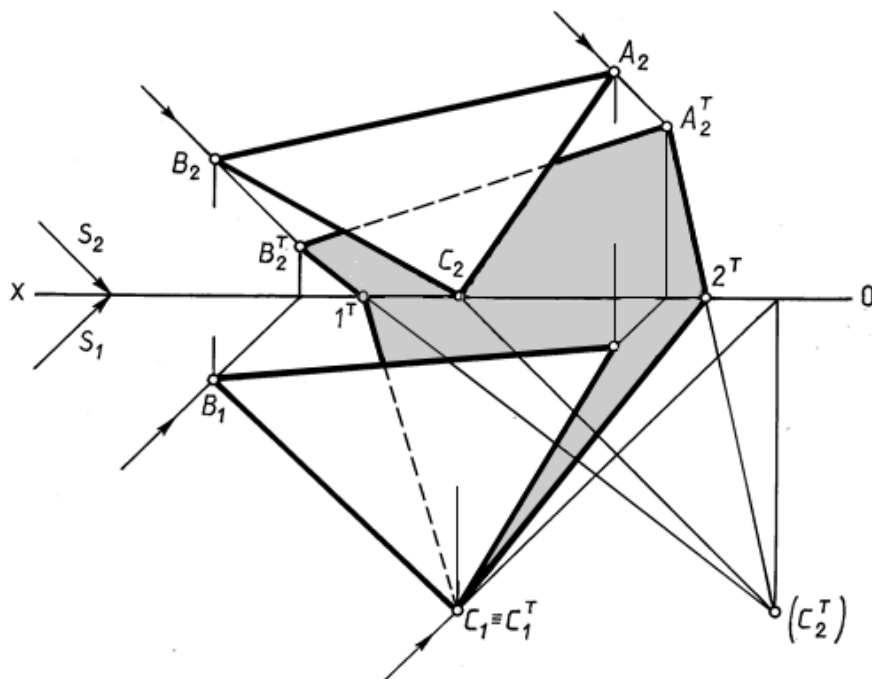


Рисунок 6.10 – Тінь від трикутника загального положення

Тінь, яка падає від плоскої фігури на паралельну їй площину, дорівнює самій фігурі. Ця закономірність дає можливість значно скоротити побудови. Досить побудувати тінь від однієї точки фігури, а потім зобразити рівну їй фігуру – контур падаючої тіні (рис. 6.11).

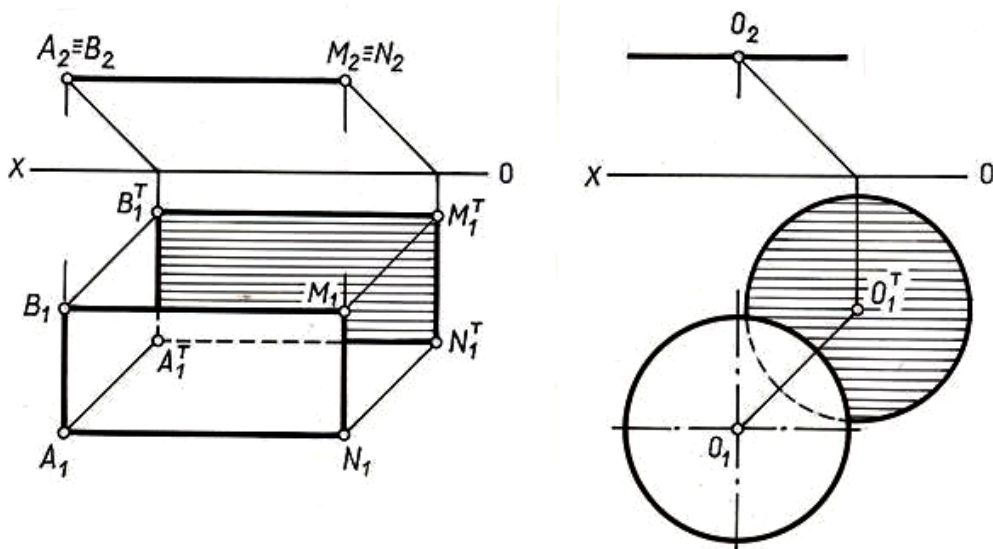


Рисунок 6.11 – Тіні від плоских фігур, паралельних площині

Тінь горизонтального кола

Тінь від горизонтального кола на фронтальній площині проєкцій відіб'ється у вигляді еліпса (рис. 6.12, а). Контур тіні може бути отриманий шляхом побудови тіней ряду точок кола. Тінь від кола може бути побудована також за допомогою побудови тіні описаного квадрата, в яку вписується потім еліпс за вісьма точками.

У процесі графічних побудов, як і в запропонованому прикладі, буває необхідно ділити відрізок прямої у співвідношенні сторони квадрата до його діагоналі, що дорівнює $0,707 (\sim 0,7)$. Тінь кола на фасаді може бути побудована без плану, оскільки тінь однієї з діагоналей розташовується вертикально ($C_2A_2^T$).

На рисунку 6.12, б наведено побудову падаючої тіні на фасаді від горизонтального півкола. Цей спосіб досить часто застосовується при побудові тіней архітектурних деталей, що складаються з різних поверхонь обертання. Тінь півкола також може бути побудована без іншої проекції.

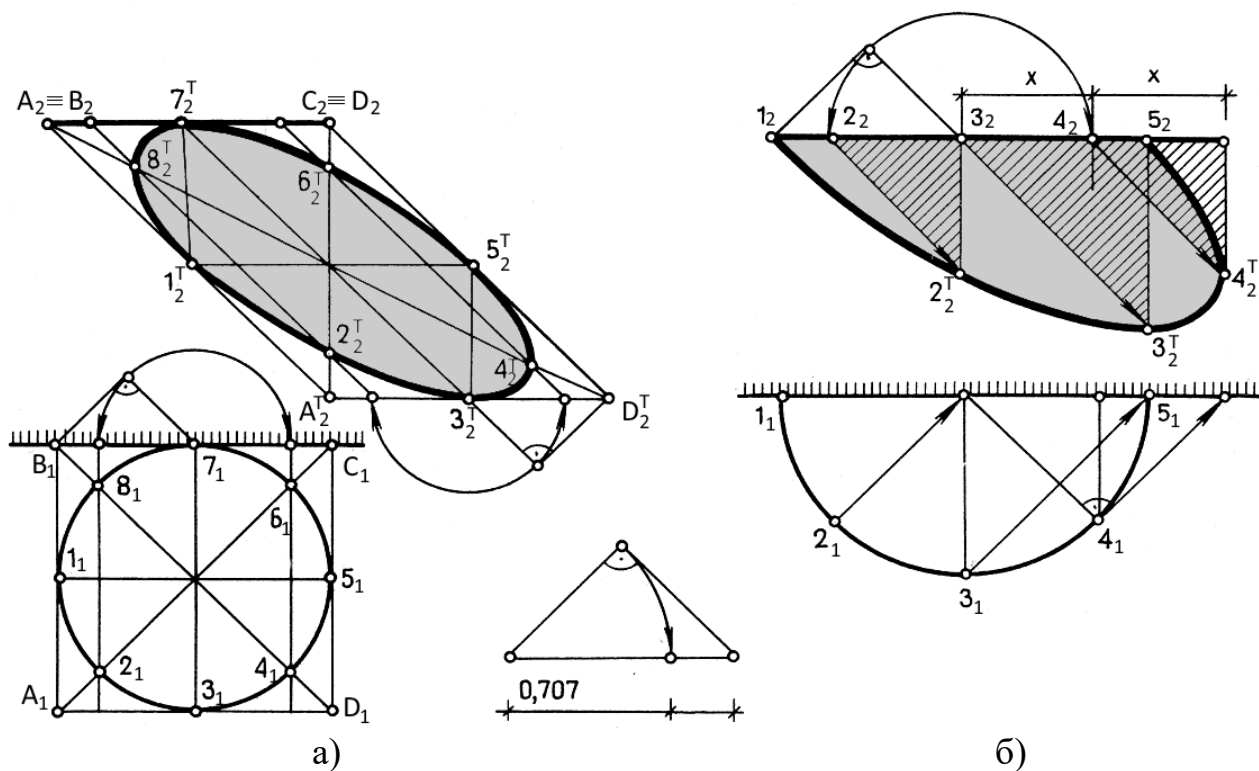


Рисунок 6.12 – Тіні горизонтального кола

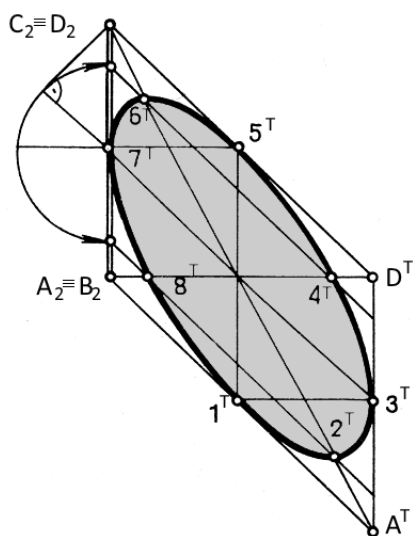


Рисунок 6.13 – Тінь вертикального кола

Тінь вертикального кола

На рисунку 6.13 побудовано тінь на площині Π_2 від вертикального кола, розташованого в профільній площині. Одна з діагоналей описаного навколо кола квадрата дає тінь по горизонталі (B_2D^T). У паралелограм, який є тінню описаного квадрата, вписують еліпс за вісьма точками.

6.2.4 Тіні геометричних тіл

У процесі побудови тіней геометричних тіл спочатку потрібно визначити контур власної тіні, а потім братися до побудови падаючої тіні, яка є тінню контуру власної тіні.

Тінь призми

Задня і права бічна грані призми знаходяться у власній тіні (рис. 6.14). Ребра, що розділяють освітлені й затінені грані призми, утворюють контур власної тіні. Вони є прямими окремого положення, падаючі тіні від яких будуються просто (див. рис. 6.8). Ширина падаючої тіні на фасаді від стовпа прямокутного поперечного перерізу дорівнює сумі сторін плану.

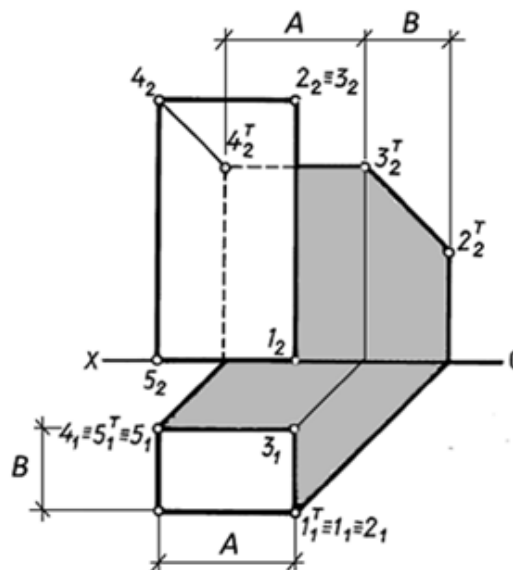


Рисунок 6.14 – Тінь призми

Тінь циліндра

Контур власної тіні визначається двома твірними 1 і 5, по яких променеві площини Q і H торкаються його бічної поверхні (рис. 6.15, а). Тінь від верхньої основи будуються за точками 1, 2, 3, 4, 5.

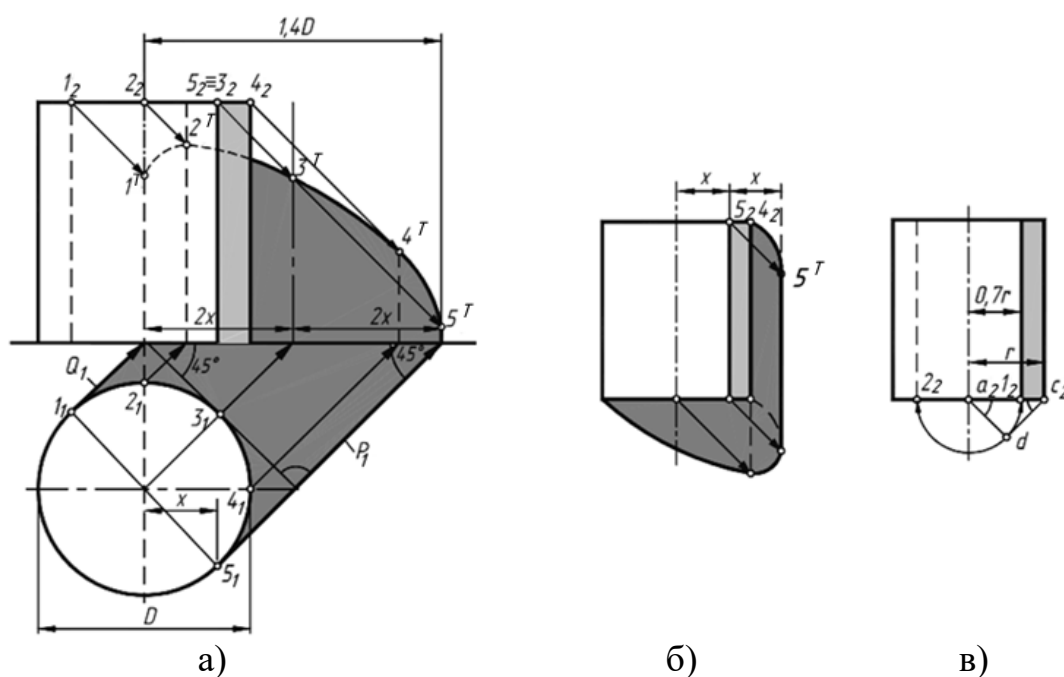


Рисунок 6.15 – Тіні циліндра

Падаюча тінь від циліндра на стіну по ширині дорівнює 1,4 діаметра циліндра. Це слідує з того, що діаметр проєкціюється на площину променями, направленими під кутом 45° , у такий спосіб ширина тіні буде дорівнювати діагоналі квадрата зі стороною, яка дорівнює діаметру. Побудова падаючої тіні на плані й фасаді включає вже відомі елементи – побудову тіні горизонтального кола і тіней вертикальних прямих.

Тінь від напівциліндра на стінку будується за розміром x (рис. 6.15, б).

Фронтальна проєкція контуру власної тіні може бути визначена без плану за допомогою рівнобедреного трикутника з засічкою на гіпотенузі, побудованого на половині фронтальної проєкції основи (рис. 6.15, в).

Тінь конуса

У процесі побудови тіні конуса необхідно зробити інакше – спочатку побудувати падаючу тінь, за допомогою якої визначають потім контур власної тіні (рис. 6.16, а). Починають із побудови падаючої тіні вершини на площину основи конуса. Такою тінню є уявна тінь. Дотичні, проведені з цієї точки до основи конуса, визначають тіньові твірні конуса, які і є контуром власної тіні. Точки дотику графічно точно визначаються за допомогою кола, побудованого на проєкції падаючої тіні висоти конуса. Контур власної тіні конуса – лінія дотику бічної поверхні конуса і променевих площин, паралельних світловим променям, а контур падаючої тіні – горизонтальні сліди променевих площин.

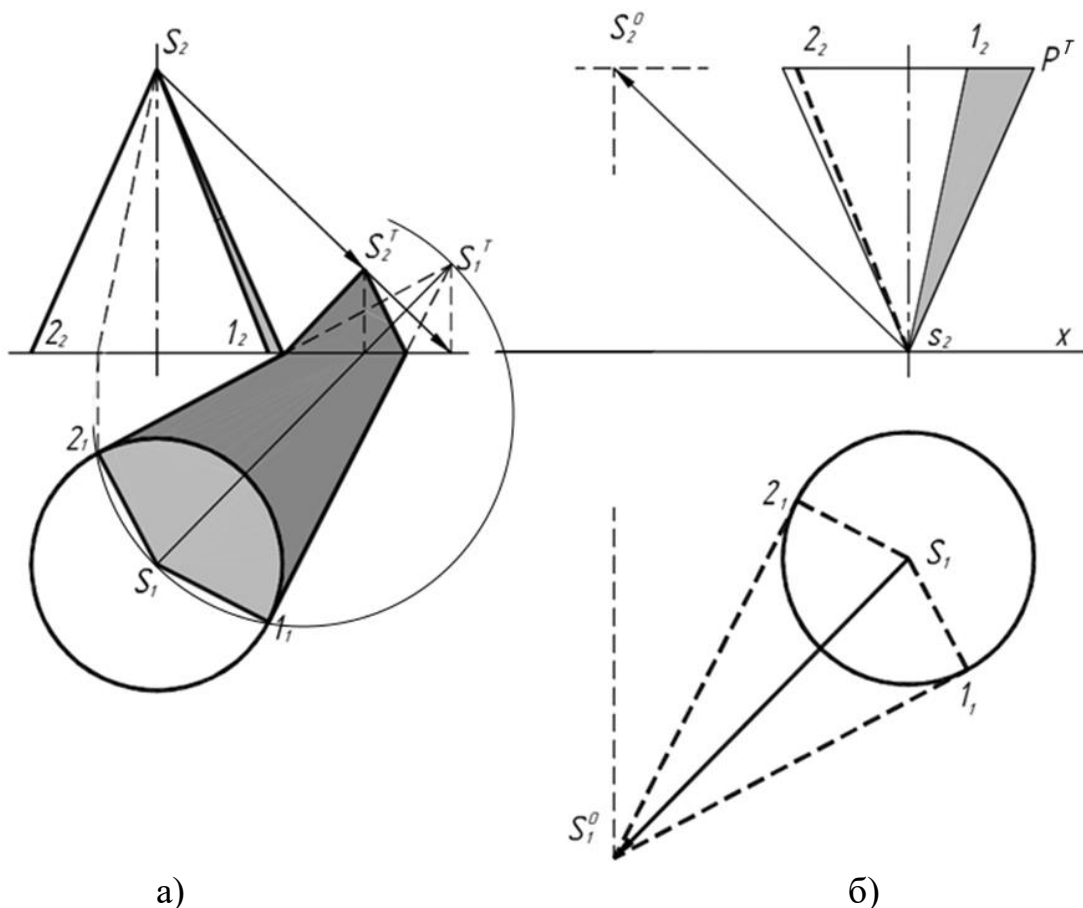


Рисунок 6.16 – Тіні конуса

Тінь конуса, зверненого вершиною донизу, будується аналогічно (рис. 6.16, б). Для визначення тіньових твірних конуса необхідно провести через вершину конуса світловий промінь у зворотному напрямку до перетину з площиною основи конуса, а потім провести з цієї точки дотичні до його основи.

Порівнюючи зону власної тіні першого і другого конусів, відзначимо, що власна тінь конуса, зверненого вершиною догори, займає менше половини бічної поверхні, а власна тінь конуса, зверненого вершиною донизу, – більше половини поверхні.

Якщо твірна конуса має нахил 45° або 35°

Побудова власної тіні спрощується. Такі конуси використовуються при побудові тіней поверхонь обертання.

Власна тінь конуса з нахилом твірної 45° (рис. 6.17, а) займає на прямому конусі – чверть поверхні, а на зворотному – три чверті поверхні. Тіньові твірні у прямого конуса – права обрисова і профільна невидима, а у зворотного конуса – ліва обрисова і профільна видима.

Конус з нахилом твірної 35° (рис. 6.17, б) має одну твірну в ковзаючому освітленні, яка співпадає з променем на фасаді (вона розташовується під кутом 45°). Прямий круговий конус увесь освітлений, зворотний – увесь у тіні.

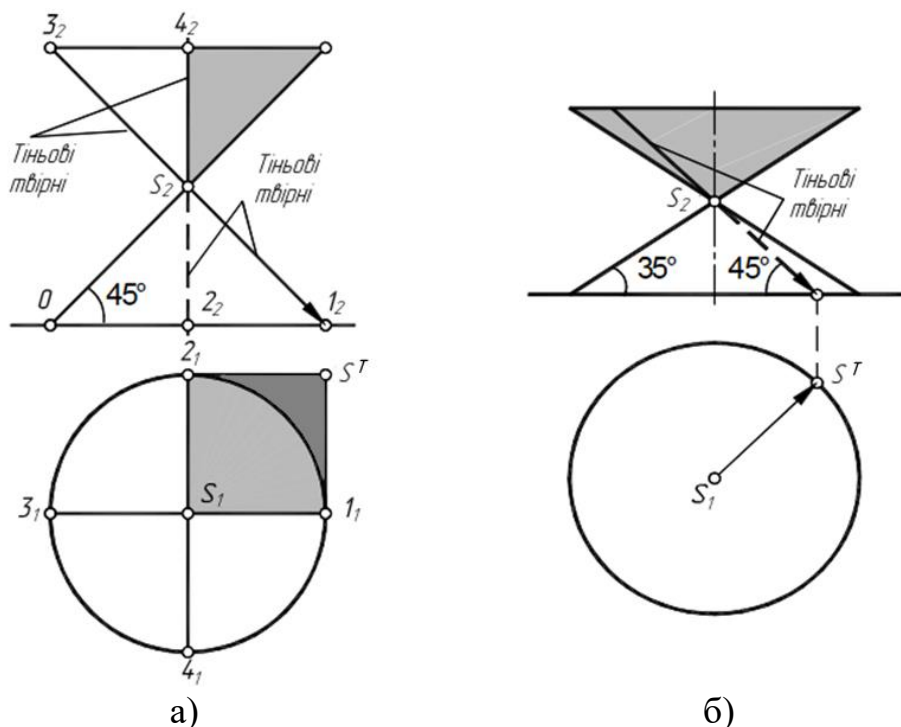


Рисунок 6.17 – Тіні конусів, твірна яких розташована під кутом 45° або 35°

Тінь сфери

Світлові промені, що торкаються поверхні сфери, утворюють циліндричну променеву поверхню, яка огортає поверхню сфери (рис. 6.18, а).

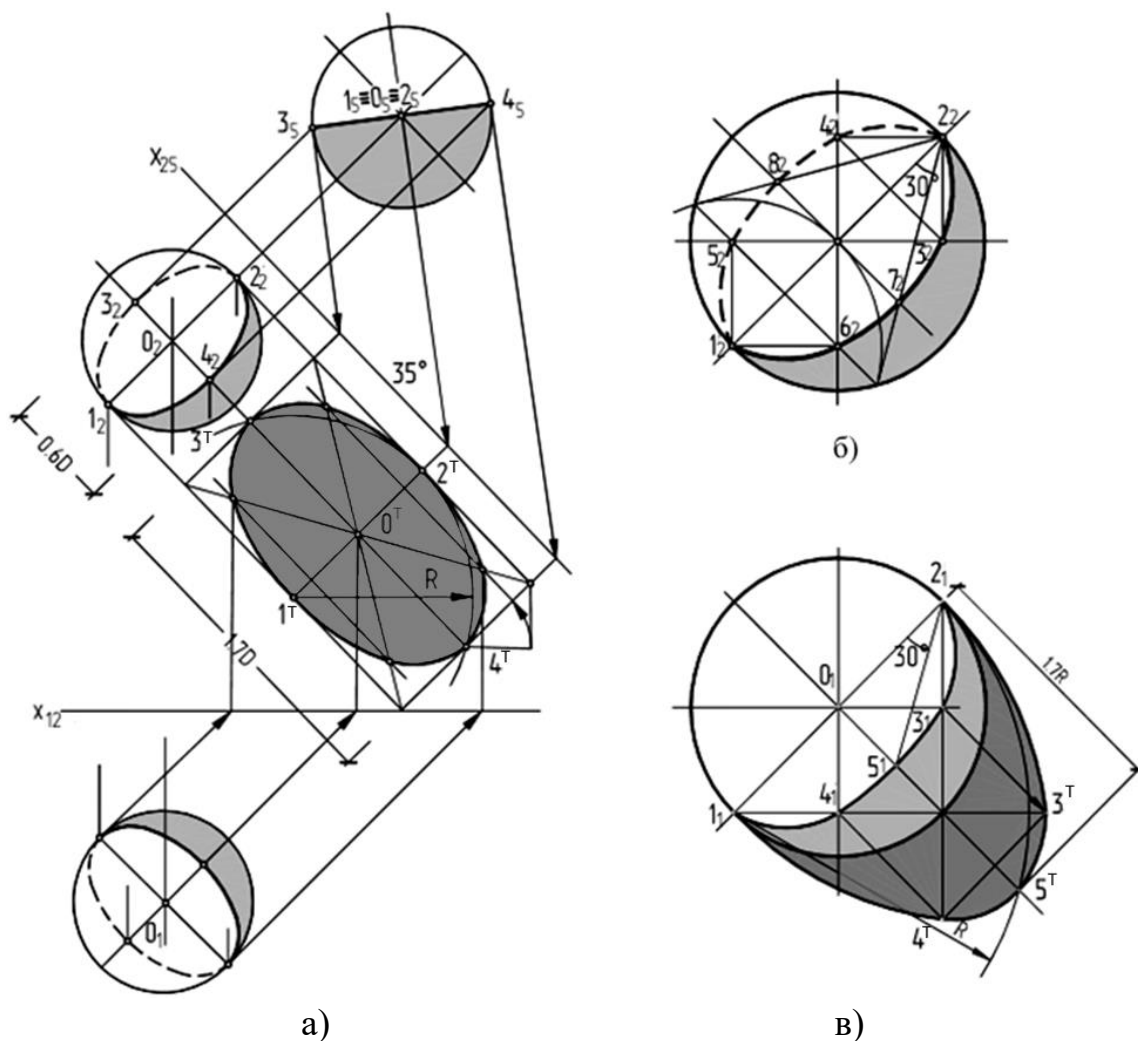


Рисунок 6.18 – Тінь сфери

Вона торкається сфери по великому колу – контуру власної тіні сфери. Проекціями контуру власної тіні є еліпси. Велика вісь еліпса дорівнює діаметру сфери, а мала вісь $\approx 0,6D$. Щоб визначити цей параметр, можна застосувати заміну площини проєкції Π_1 і побудувати нову проєкцію сфери та її власну тінь на площині проєкцій, паралельній променям світла. У цьому разі при істинному нахилі променя ($\sim 35^\circ$) нова проєкція контуру власної тіні буде перпендикулярна проєкціям променів (графічні побудови кута в 35° зображено на додатковій проєкції).

Побудова падаючої тіні сфери на фронтальну площину проєкцій зрозуміла з креслення.

Власна тінь сфери може бути побудована на фасаді без іншої проєкції за вісьма точками (рис. 6.18, б). Точки 3_2 , 4_2 , 5_2 і 6_2 визначаються за допомогою горизонтальних і вертикальних прямих, проведених із точок 1_2 і 2_2 до перетину з горизонтальним і вертикальним діаметрами. Точки 7_2 і 8_2 знаходять побудовою рівностороннього трикутника і проведенням прямих під кутом 30° із точки 2_2 до діаметра $1_2 2_2$.

Падаюча тінь півсфери (рис. 6.18, в) являє собою півеліпс, велика піввісь якого дорівнює $1,7$ радіуса. Вона визначається засічкою з точки 1_2 відрізком, що дорівнює діаметру. Побудова точок тіні 3^T і 4^T зрозуміла з креслення.

6.3 Способи побудови тіней

Залежно від форми об'єкта і його положення в просторі застосовуються такі способи побудови проєкцій тіней: *спосіб променевих перерізів, спосіб дотичних поверхонь і спосіб зворотних променів*. Крім зазначених головних способів побудови тіней, також застосовуються *спосіб допоміжних площин рівня, спосіб «виносу» і спосіб допоміжного проєкціювання*.

При побудові тіней вибирають такий спосіб, який дає найточніші побудови тіні з найменшою кількістю графічних операцій. У низці випадків, залежно від форми об'єкта, зазначені способи застосовуються одночасно.

6.3.1 Спосіб променевих перерізів

Спосіб променевих перерізів – головний і універсальний спосіб побудови тіней. Він застосовується при побудові як падаючих, так і власних тіней складних за формою об'єктів. За своєю геометричною схемою він нескладний, але потребує досить значних графічних операцій, пов'язаних із побудовою допоміжних променевих перерізів.

Суть способу полягає в тому, що для побудови тіні, що падає від одного об'єкта на інший, через характерні (опорні) точки об'єкта проводять декілька променевих січних площин, будують за точками допоміжні перерізи й визначають точки перетину променевих прямих, проведених через характерні точки першого об'єкта, з побудованими перерізами другого. Побудувавши декілька точок падаючої тіні та з'єднавши їх у певній послідовності, отримаємо контур падаючої тіні. Побудова падаючої тіні також дає можливість визначити контур власної тіні першого об'єкта, якщо він не був відомий.

Отже, спосіб променевих перерізів заснований на головних задачах нарисної геометрії – на визначення точки перетину прямої з площиною або поверхнею і на побудову переріза поверхні площиною.

Приклад 1. Побудувати падаючу тінь від плоскої фігури на поверхню обертання.

Світлові промені, що проходять через контур плоскої фігури (рис. 6.19), утворюють призматичну променеву поверхню, яка в перетині з поверхнею обертання визначає контур падаючої тіні. Отже, рішення задачі зводиться до побудови лінії перетину двох поверхонь – чотиригранної призми з поверхнею обертання (див. лекц. 3.2.5).

Для побудови контуру падаючої тіні через характерні точки (вершини) плоскої фігури проводять променеві січні площини та ще одну, проміжну площину R. Також потрібно провести січну площину через вісь поверхні обертання для визначення найвищої точки контуру тіні, у цьому прикладі вона співпадає з площиною Q.

Для побудови допоміжних променевих перерізів поверхні на ній потрібно побудувати каркас ліній – кола I–IV.

Потім визначаються точки перетину променевих прямих з побудованими лініями перерізів поверхні. Для кожного відрізка кривих ліній контуру тіні необхідно побудувати не менше трьох точок тіні.

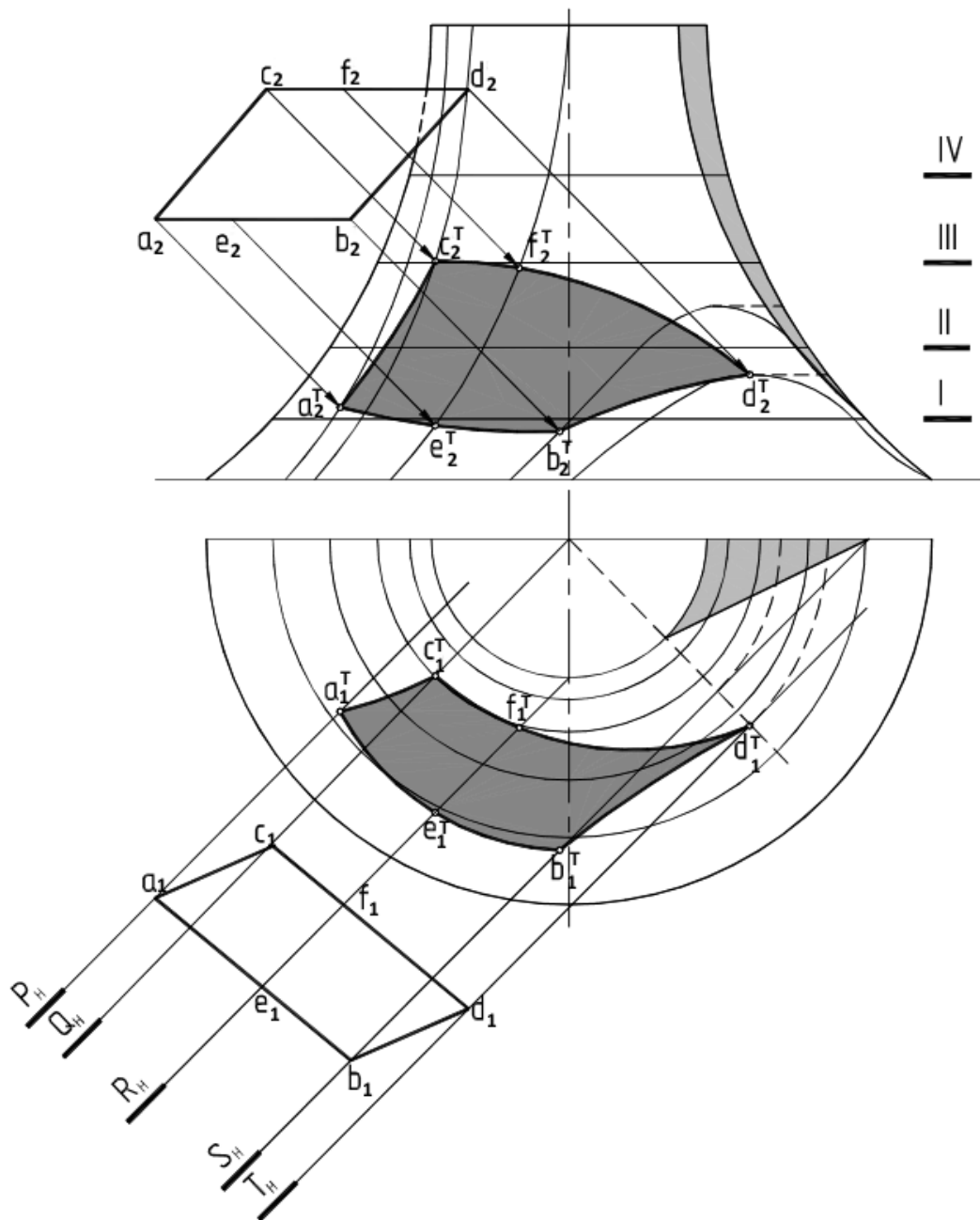


Рисунок 6.19 – Побудова падаючої тіні від плоскої фігури на поверхню обертання способом променевих перерізів

Приклад 2. Побудувати падаючу тінь від квадратної плити на поверхню обертання (рис. 6.20).

Світлові промені, що проходять через два горизонтальних ребра плити, фронтальне і профільне, які є межею тіні, утворюють на поверхні обертання два однакових і симетрично розташованих променевих перерізи. Так, тінь від квадратної плити на циліндричну поверхню проєкціюється у вигляді двох кіл, які перетинаються (рис. 6.20, а). Ці кола є проєкціями еліпсів, які утворюються при перетині циліндра променевими площинами S і T .

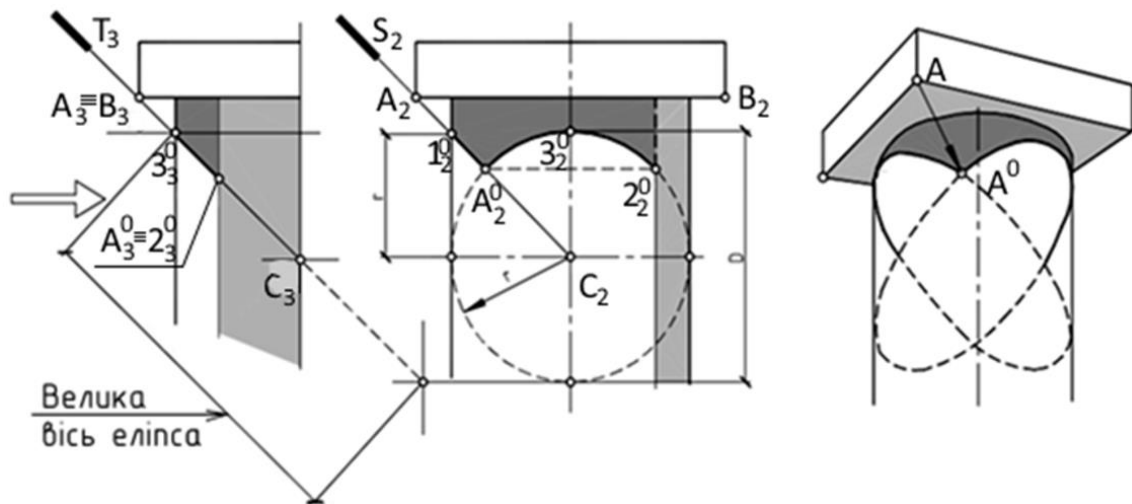


Рисунок 6.20 – Побудова падаючої тіні від квадратної плити на поверхню обертання способом променевих перерізів

Ця закономірність може бути застосована при побудові падаючої тіні й на інших поверхнях обертання (рис. 6.20, б).

6.3.2 Спосіб допоміжних дотичних поверхонь

Спосіб дотичних (описаних або вписаних) поверхонь конусів і циліндрів застосовується при побудові на фасаді контурів власних тіней поверхонь обертання без іншої проєкції. Суть цього способу така (рис. 6.21).

Для побудови точок, що належать контуру власної тіні, використовуються допоміжні циліндричні й конічні поверхні, тіні яких визначаються просто. Ці поверхні торкаються заданої поверхні обертання по колах – паралелях.

Спочатку застосовують допоміжні циліндричні поверхні, які торкаються поверхні обертання по екватору або горловині, потім застосовують дотичні конуси, співвісні з даною поверхнею.

Після цього визначають тіньові твірні допоміжних поверхонь і відзначають точки дотику з відповідними паралелями цієї поверхні. Ці точки належать контуру власної тіні поверхні обертання. Отримані точки тіні з'єднують плавною кривою.

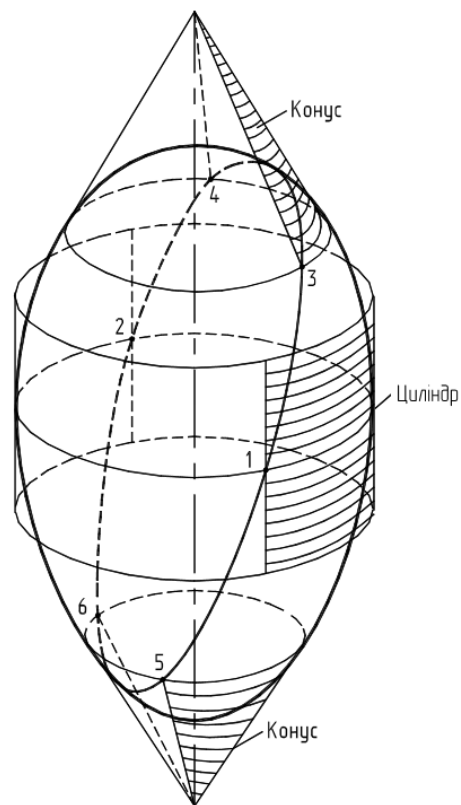


Рисунок 6.21 – Суть способу дотичних поверхонь

При побудові контуру власної тіні насамперед необхідно побудувати характерні точки контуру – точки тіні, що лежать на фронтальному і профільному обрисах поверхні (точки видимості), а також вищу та нижчу точки контуру тіні. Перші дві точки визначають за допомогою дотичних конусів із кутом нахилу твірної 45° , а інші дві точки – за допомогою конусів із кутом нахилу твірної 35° (див. рис. 6.17).

Два різновиди дотичних конусів і дотичний циліндр дають змогу визначити вісім точок контуру власної тіні, зокрема невидимі. Якщо необхідно побудувати додаткові точки тіні, застосовують дотичні конуси з довільним нахилом твірних.

Приклад. Побудувати власну тінь опуклої поверхні обертання – овоїда (рис. 6.22).

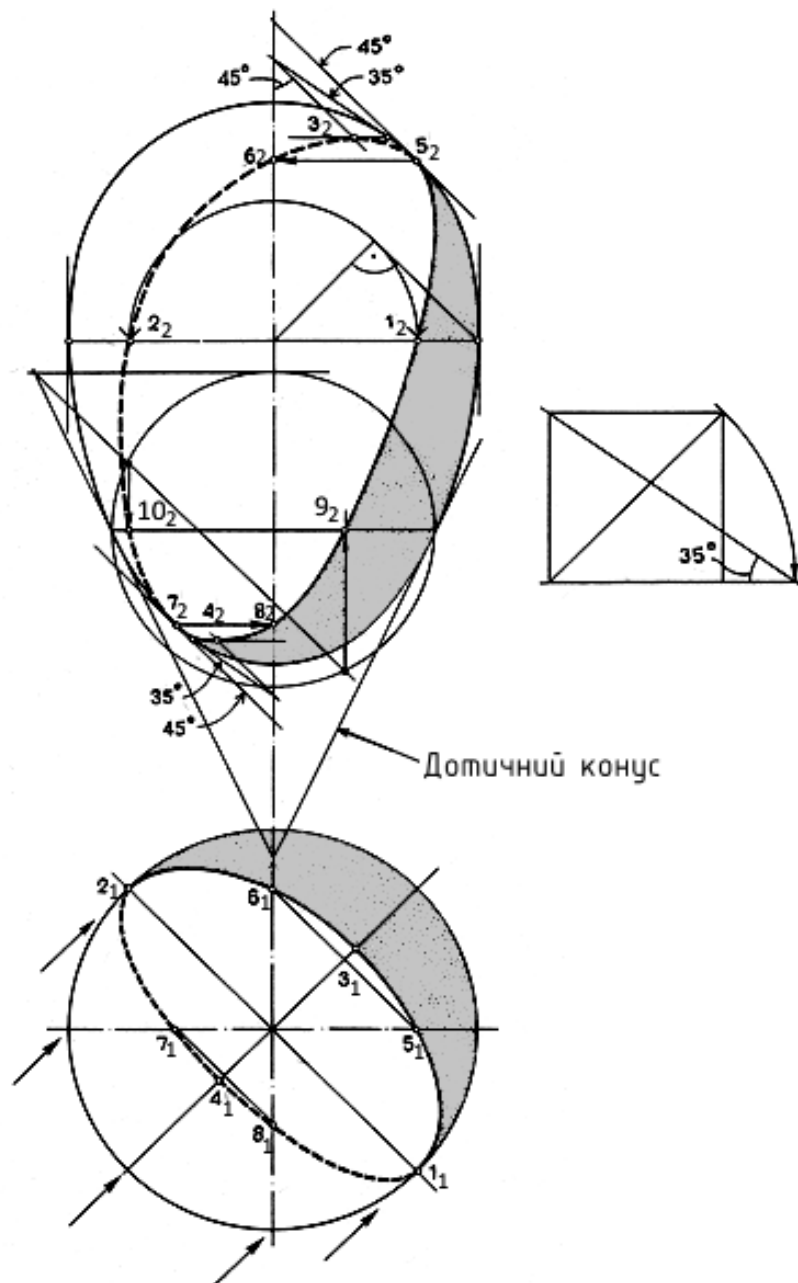


Рисунок 6.22 – Побудова власної тіні овоїда способом дотичних поверхонь

Для побудови точок тіні на екваторі поверхні опишемо навколо поверхні співвісний циліндр і на колі дотику визначимо загальні точки тіні 1_2 і 2_2 .

Потім побудуємо фронтальні проєкції допоміжних дотичних конусів із кутом нахилу твірної 35° . Для цього проведемо дотичні до обрису овоїда до перетину з віссю. З цієї точки будуюмо пряму під кутом 45° до лінії дотику і отримаємо вищу точку 3_2 (невидиму) і нижчу 4_2 . Конуси з кутом нахилу твірної 45° дадуть на обрисі поверхні точки 5_2 та 7_2 і точки, що співпадутъ із проєкцією осі, – 6_2 (невидима) і 8_2 .

Якщо восьми точок виявиться недостатньо, проводять додаткову паралель поверхні й будують дотичний конус довільного вигляду (точки 9_2 і 10_2). Через отримані точки проводять плавну криву, у точках 5_2 і 7_2 вона має торкнутися обрису овоїда.

6.3.3 Спосіб зворотних променів

Спосіб зворотних променів застосовується для побудови падаючих тіней від одного предмета на інший.

Суть цього способу така. Якщо потрібно побудувати падаючу тінь від одного геометричного об'єкта на інший, спочатку будують падаючі тіні від цих об'єктів на одну з площин проєкцій і відзначають точку перетину контурів падаючих тіней. Вона являє собою тіні двох точок цих об'єктів, які співпали й лежать на одному світловому промені. Потім із цієї точки проводять промінь у зворотному напрямку (зворотний), за допомогою якого визначають тінь точки від одного об'єкта на іншому.

Приклад 1. Побудувати падаючу тінь від прямої EF на площину трикутника ABC (рис. 6.23).

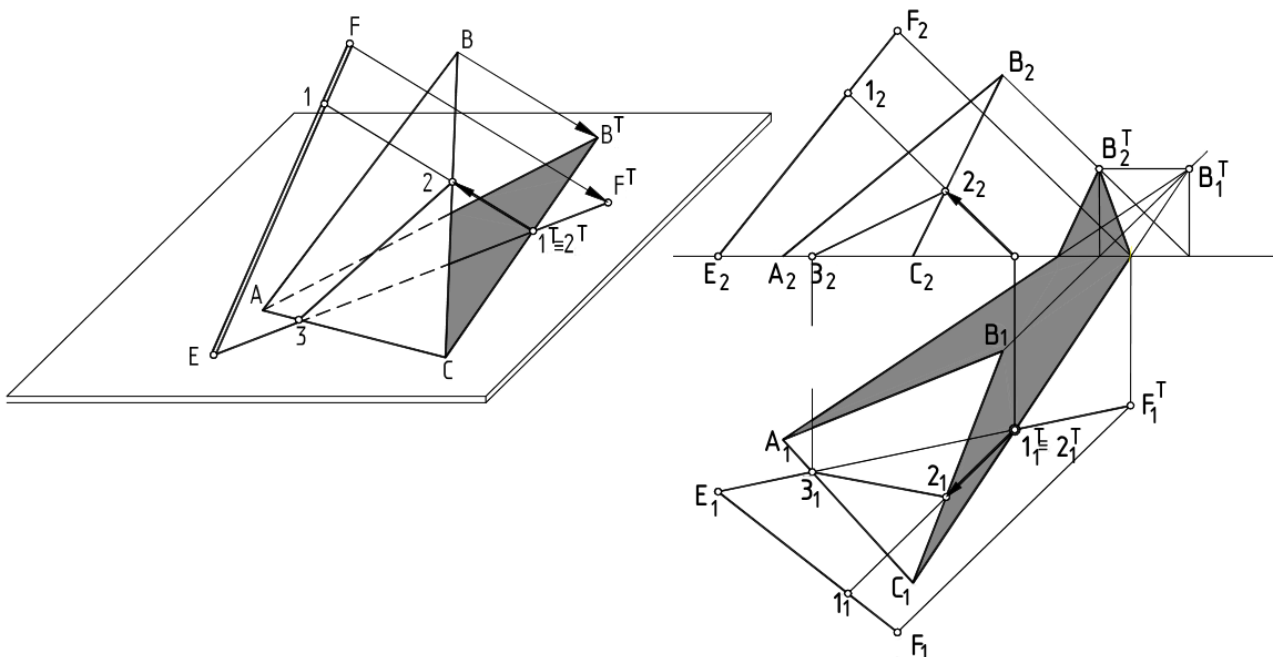


Рисунок 6.23 – Побудова падаючої тіні від прямої на площину трикутника способом зворотних променів

Спочатку будують падаючі тіні трикутника і прямої на площину Π_1 . Точка $1_1^T \equiv 2_1^T$ є точкою перетину контурів тіней. З цієї точки проводять зворотний промінь до перетину зі стороною трикутника в точці 2 ($2_1, 2_2$). Ця точка буде тінню від точки прямої на площину трикутника. Падаюча тінь прямої має пройти від точки 3 до побудованої точки 2 ($2_1, 2_2$). Якщо продовжити зворотний промінь до перетину з прямою EF, визначимо точку 1, яка кидає тінь у точку 2 трикутника, а потім у точку $1_1^T \equiv 2_1^T$ на площині Π_1 . Усі три точки лежать на одному світловому промені.

Приклад 2. Побудувати падаючу тінь від прямої на поверхню конуса (рис. 6.24).

Світлові промені, що проходять через пряму, утворюють променеву площину, яка перетинає конус по кривій другого порядку і являє собою падаючу тінь від прямої на конусі.

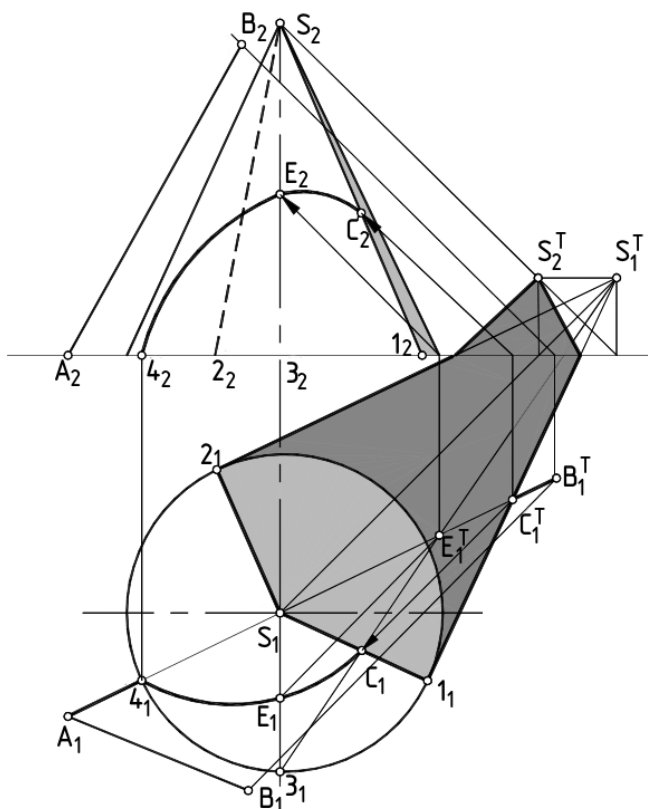


Рисунок 6.24 – Побудова падаючої тіні від прямої на поверхню конуса способом зворотних променів

Спочатку будують падаючі тіні від прямої та від конуса на площині Π_1 (див. рис. 6.16, а). Потім відзначають точку C_1^T перетину контурів тіней і за допомогою зворотного променя визначають точку тіні C (C_1, C_2) на тіньовій твірній $S_1 1_1$ конуса. Точку C (C_1, C_2) називають точкою зникнення тіні. У ній крива падаючої тіні торкається променя.

Для побудови проміжних точок падаючої тіні між точками C і 4 проводять допоміжну твірну S_3 (або декілька твірних) і будують уявну падаючу тінь $3_1 S_1^T$ твірної S_3 на площині Π_1 . Відзначають точку E_1^T перетину контурів тіней і зворотним променем визначають точку тіні E (E_1, E_2). Так можна побудувати будь-яку кількість точок тіні.

6.3.4 Спосіб «виносу»

Спосіб «виносу» (ординат) застосовується для побудови падаючих тіней на площинах проєкцій і площинах рівня. Якщо відома відстань (винос) окремих точок об'єкта, наприклад від фронтальної площини, падаюча тінь може бути побудована без горизонтальної проєкції за виносом (ординатам у) цих точок (рис. 6.25).

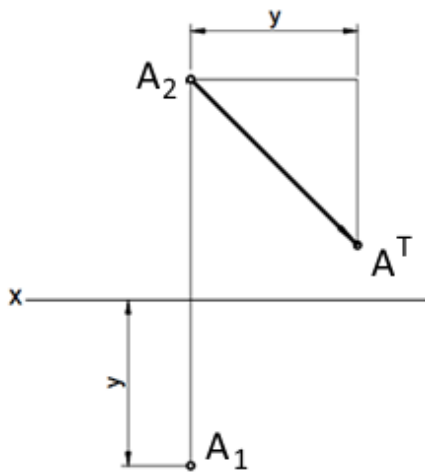


Рисунок 6.25 – Суть способу «виносу»

Для побудови тіні точки A на фронтальній площині проєкцій потрібно від проєкції точки A_2 відкласти праворуч величину виносу y і побудувати в перетині з проєкцією променя тінь A^T точки.

Приклад. Побудувати падаючу тінь розкріпування стіни з карнизною частиною.

Розкріпуванням називають виступ, що проходить по всій висоті об'єкта.

На рисунку 6.26, а на фасаді побудовано падаючу тінь із використанням плану. Однак якщо відомий розмір розкріпування стіни y , то вся інша частина падаючої тіні може бути побудована без плану способом «виносу».

На рисунку 6.26, б наведено побудову падаючої тіні карниза по виносу y . Винос карниза y_1 проєкціюється на фронтальній площині проєкцій, отже, розмір тіні від карниза буде дорівнювати цьому розміру. Потім будується тінь карнизного виступу. Необхідно відзначити таку особливість – її розмір дорівнює подвоєному виносу $2y_1$ карниза. Побудова тіні способом «виносу» графічно точніша, ніж побудова тіні за двома проєкціями.

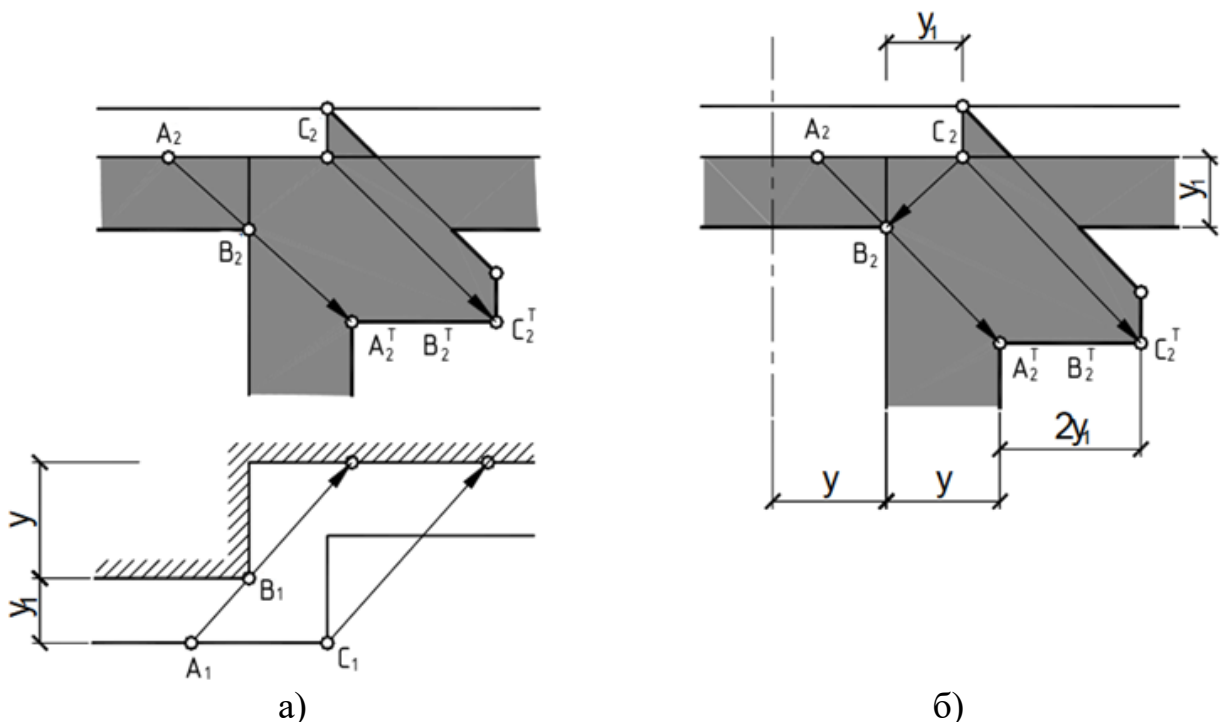


Рисунок 6.26 – Побудова падаючої тіні розкріпування стіни з карнизною частиною способом «виносу»

6.4 Тіні архітектурних деталей

6.4.1 Тіні багатогранних поверхонь

Щоб побудувати тінь архітектурної деталі або фрагмента багатогранної форми, потрібно визначити ребра, що розділяють освітлені й затінені грані, і побудувати падаючі тіні цих ребер, з'єднавши тіні вершин прямими.

Приклад 1. Тінь від труби на дах (рис. 6.27).

Тінь від труби може бути побудована без іншої проєкції, якщо відомо співвідношення сторін плану труби (розмір y). Ребрами, які є межами тіні, слугують прямі окремого положення: вертикальні прямі утворюють тіні, паралельні схилу покрівлі (кут α); горизонтальні прямі, паралельні схилу покрівлі, утворюють тіні, паралельні самим прямим; прямі, перпендикулярні фасаду, утворюють тіні, які співпадають із проєкцією променя.

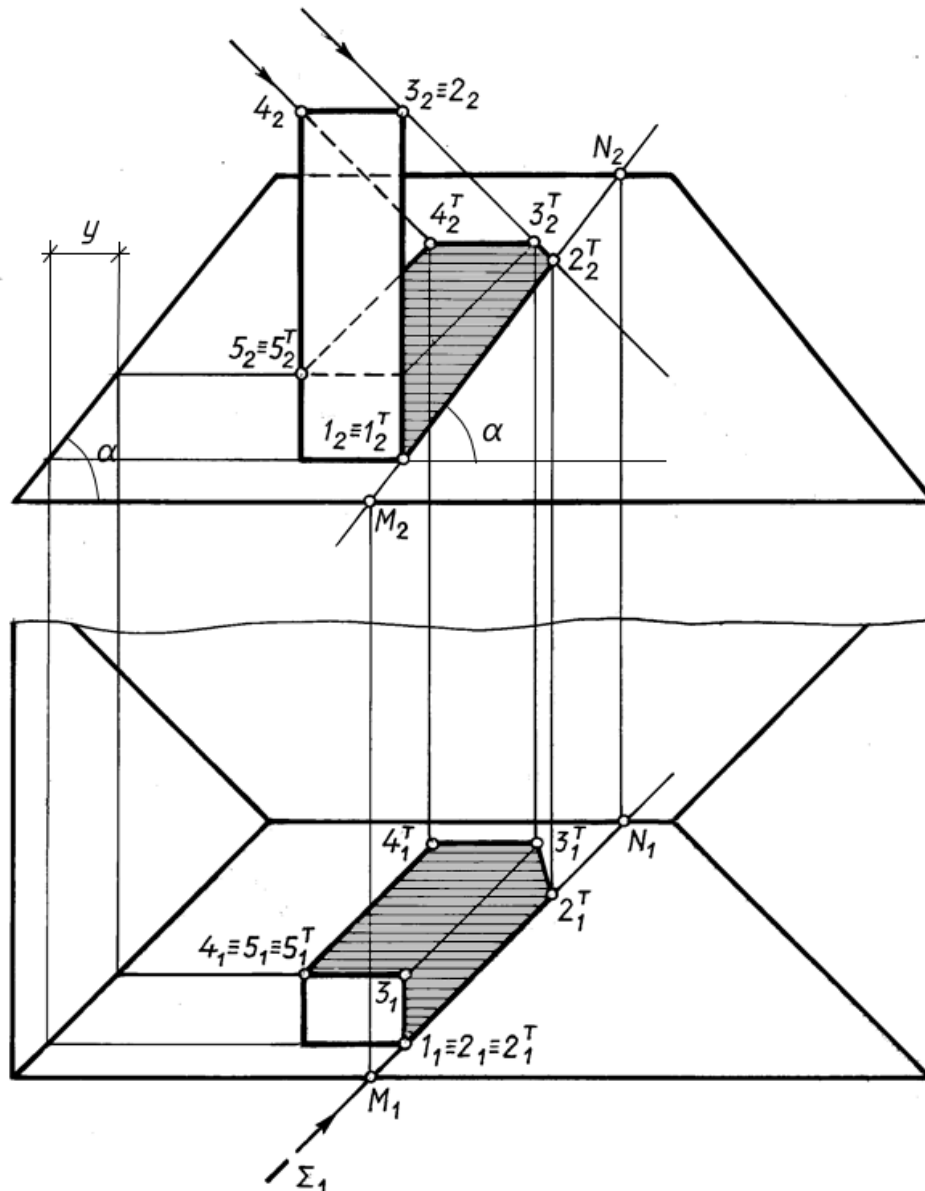


Рисунок 6.27 – Побудова тіні від труби на дах

Приклад 2. Тіні на сходах (рис. 6.28).

Ребра, які є межами тіні бічної стінки, – це вертикальне ребро, нахилене і горизонтальне, тобто ламана лінія $DABE$. Вертикальне ребро повторює профіль сходів до точки A^T . Тінь від горизонтального ребра співпадає з проекцією променя.

Побудуємо тінь від нахилоного ребра AB на вертикальній площині (присхідець) одної сходини. Проведемо профільні проєкції зворотних променів, потім побудуємо на фасаді тіні 1^T і 2^T . Оскільки нахилене ребро AB паралельне нахилу сходового маршу, проєкції точок тіні, аналогічні побудованим, будуть розташовані на інших сходинах на вертикальних прямих.

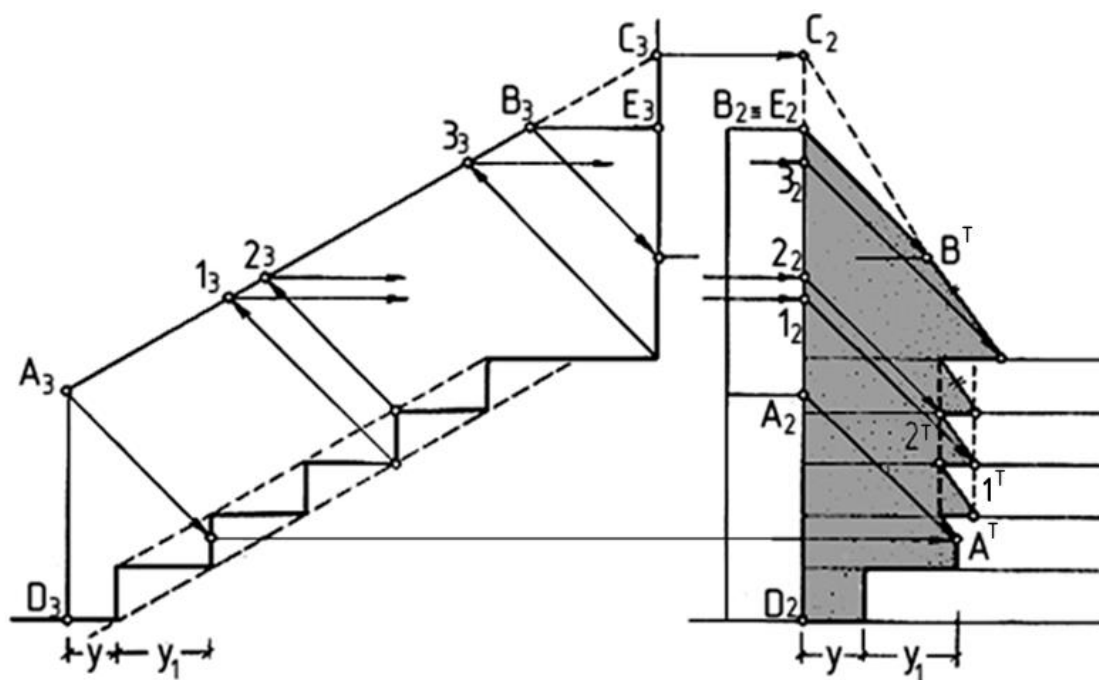


Рисунок 6.28 – Побудова тіней на сходах

6.4.2 Тіні в нішах

Ніші – це заглиблення у стіні. Якщо задня грань ніші паралельна фронтальній площині проєкцій, ніші називають плоскими. Тінь, що падає від крайки ніші, буде повторювати її форму на задній грані. Отже тіні ніш можна будувати за опорними точками без іншої проєкції.

Тінь прямокутної ніші

Будувати потрібно проєкції падаючої тіні від ребер AB та BC (рис. 6.29).

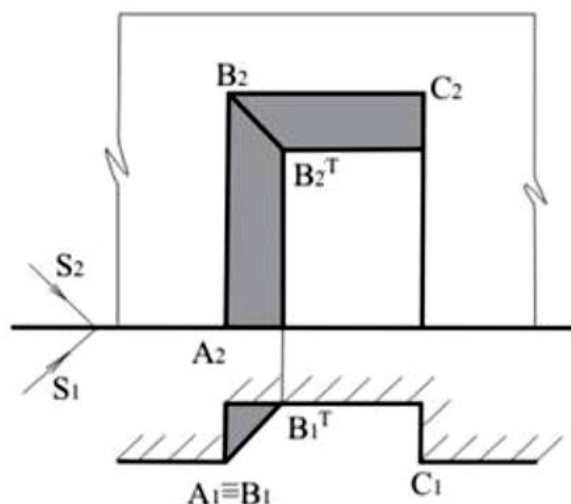


Рисунок 6.29 – Тінь прямокутної ніші

Від вертикального ребра АВ тінь падає на горизонтальну площину Π_1 і фронтальну площину задньої стінки ніші. Від горизонтальної прямої ВС тінь падає на задню фронтальну стінку ніші у вигляді прямої, паралельної ребру ВС.

Як відомо, тінь, що падає від вертикальної прямої на горизонтальну площину, збігається з горизонтальною проекцією світлового променя, а тінь, що падає від вертикальної прямої на фронтальну площину, паралельна цій прямій.

Тінь плоскої ніші, перекритої напівциліндричною аркою

Для побудови тіні в ніші необхідно побудувати тінь від прямої АВ і від дуги кола, що проходить через точки В і С (рис. 6.30). Тінь від дуги кола буде коло того ж радіуса з центром у точці O^T .

Внутрішньою поверхнею багатьох ніш є циліндричні та сферичні поверхні, тому тіні від крайки ніш утворюють на їхній внутрішній поверхні контури тіней, які будуть плоскими кривими – еліпсами.

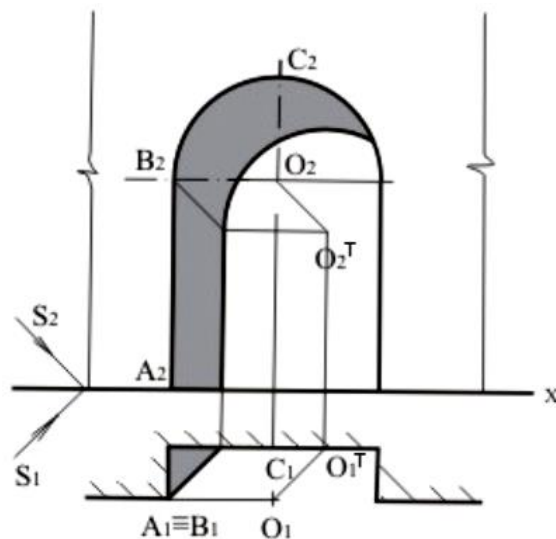


Рисунок 6.30 – Тінь плоскої ніші, перекритої напівциліндричною аркою

Тінь відкритої напівциліндричної ніші

Власна тінь будується так само, як на круговому циліндрі (рис. 6.31). Падаюча тінь від вертикальної крайки – твірної поверхні – співпадає з проекцією осі до точки тіні A^T . Контур тіні від точки B_2 до точки A^T являє собою частину еліпса та є тінню від горизонтальної крайки АВ. Проміжну точку C^T тіні можна не будувати, оскільки в точці A^T контур тіні має бути дотичним до проекції променя A_2A^T . План наведено для пояснень.

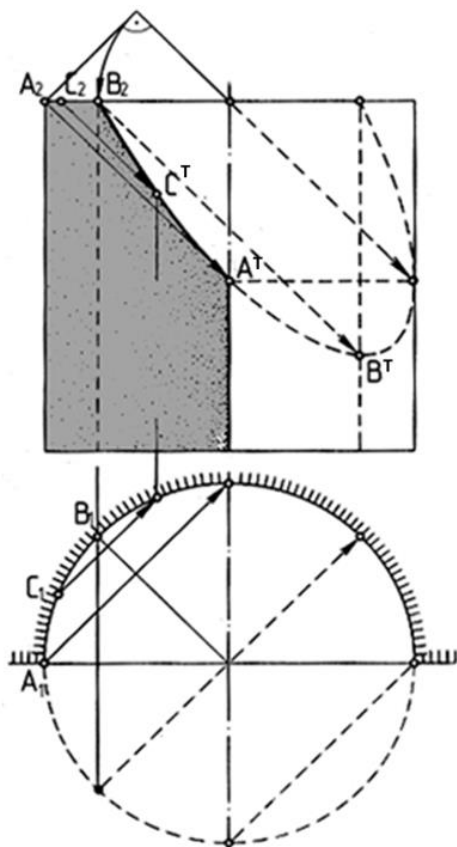


Рисунок 6.31 – Тінь відкритої напівциліндричної ніші

Тінь перекритої напівциліндричної ніші

Контур падаючої тіні від горизонтальної крайки – прямої АВ – повторює план ніші (рис. 6.32). Промені, що проходять через крайку АВ, утворюють променеву площину, нахилену під кутом 45° . Вона перетинає напівциліндр по напівеліпсу, який проєкціюється півколом.

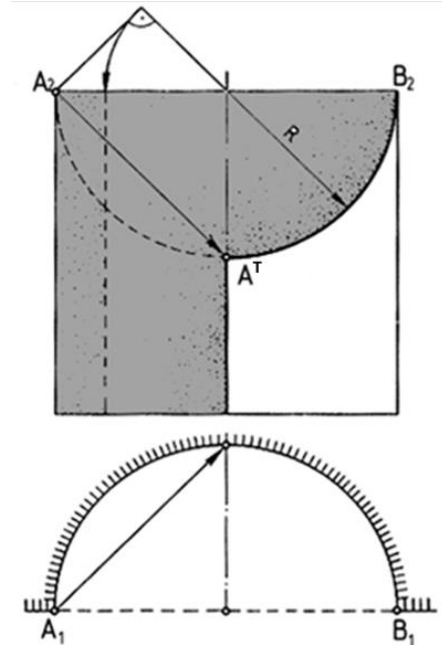


Рисунок 6.32 – Тінь перекритої напівциліндричної ніші

Тінь напівсферичної ніші

Проекція падаючої тіні від крайки 1–2–3 ніші на внутрішній стороні напівсфери є напівеліпсом, який є проєкцією плоского перерізу – півкола (рис. 6.33). Світлові промені, що проходять через крайку ніші, утворюють променевий еліптичний циліндр і на підставі вже згаданої закономірності (див. рис. 3.43) переріз буде плоскою кривою.

Мала піввісь напівеліпса дорівнює $1/3$ радіуса сфери. Будь-який відрізок напівеліпса, паралельний малій півосі, також становитиме $1/3$ півхорди. Власна тінь напівсфери відповідає невидимій ділянці контуру власної тіні сфери (див. рис. 6.18, б).

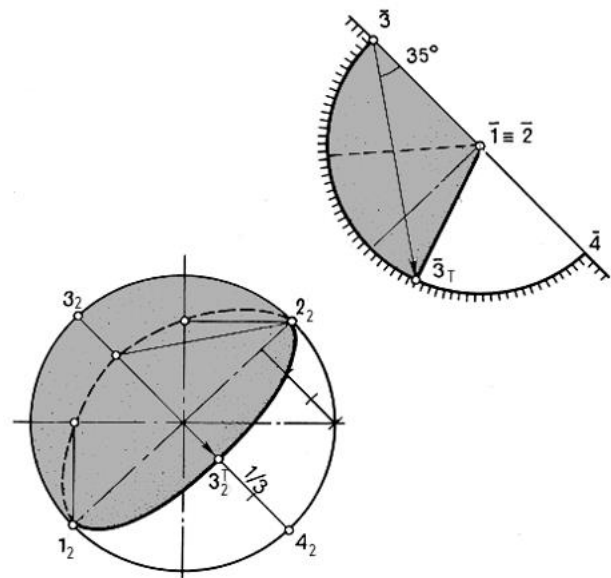


Рисунок 6.33 – Тінь напівсферичної ніші

Тінь комбінованої ніші

Контури власних і падаючих тіней ніші включають ділянки, аналогічні розглянутим вище побудовам тіней у нішах.

Верхня частина контурів тіні відповідає верхній половині напівсферичної ніші. У нижній частині ніші ділянка контуру тіні від точки b_2 до точки тіні 5_2^T повторює тінь нижньої половини напівсферичної ніші. Точка тіні 5_2^T побудована, як і точка 2_2^T , на $1/3$ півхорди.

Тінь середньої циліндричної частини ніші аналогічна тіні напівциліндричних ніш.

Ділянки контуру падаючої тіні від точки тіні 2_2^T до точки 3_2^T і від точки тіні 4_2^T до точки 5_2^T з'єднують плавними кривими лініями з виконанням спряжень у зазначених точках і дотику лінії контуру до таких прямих: у точках 5_2^T , 6_2^T і 1_2^T – до прямих, нахилених під кутом 45° до вертикалі, а у точках 3_2^T і 4_2^T – до вертикальних прямих. На ділянці $2_2^T-3_2^T$ контуру падаючої тіні можна побудувати будь-яку проміжну точку тіні таким прийомом. Дуга кола на ділянці $2_2^T-3_2^T$ аналогічна падаючій тіні «перекритої» ніші (див. рис. 6.32).

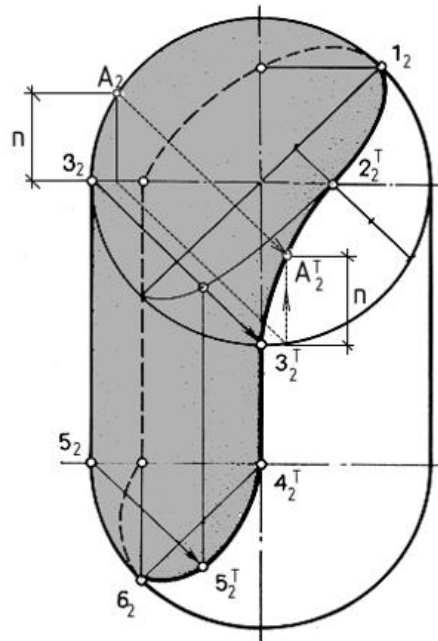


Рисунок 6.34 – Тінь комбінованої ніші

Точка A_2 крайки комбінованої ніші розташована вище горизонтальної твірної тіні перекритої ніші на величину n . Відклавши відрізок n по вертикалі від відповідної точки дуги кола, визначимо падаючу тінь A^T точки A .

6.4.3 Тіні кронштейнів

Форма кронштейнів є циліндричною поверхнею різного профілю, яка обмежена паралельними площинами (рис. 6.35). Побудову власних і падаючих тіней кронштейнів, які мають опуклі й увігнуті частини циліндричної поверхні, виконують за допомогою профільної проєкції. Профільні проєкції променів, дотичні до профілю кронштейнів, визначають контури власної тіні. Для більш точної побудови кривої контуру падаючої тіні на стіну потрібно зобразити й уявні ділянки тіні (штрихові лінії).

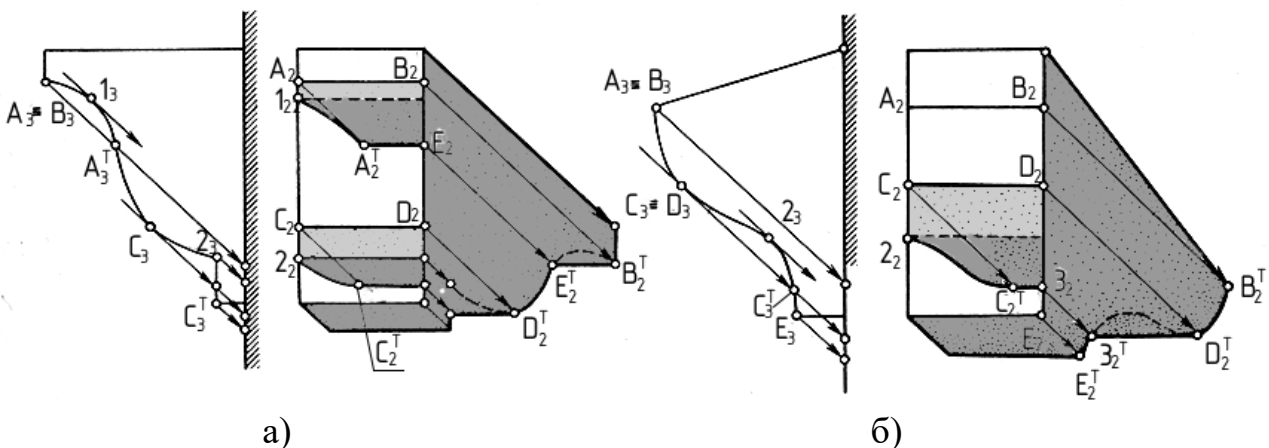


Рисунок 6.35 – Побудова тіней кронштейнів

Тінь на внутрішній поверхні циліндричної частини першого кронштейна (рис. 6.35, а) аналогічна тіні відкритої ніші. Криві ділянки контуру падаючої тіні від лівих тіньових кромek C_2D_2 обох кронштейнів *повторюють характер кривої лінії профілю цих крайок* і торкаються горизонтальних ділянок тіні у точці C_2^T . На другому кронштейні (рис. 6.35, б) крива тіні має точку перегину.

6.4.4 Тіні карнизів

Карниз це верхня частина будинку, що виступає вперед, край покрівлі. Карнизи слугують для відведення дощових вод від стін будівлі.

Розглянемо спочатку карнизи простої прямокутної форми і побудуємо від них тіні на колони прямокутного та циліндричного перерізу та на фронтальну стіну.

Тінь прямокутної плити та прямокутної колони

Тінь від плити падає від прямих АВ, ВС та CD (рис. 6.36).

Тінь від прямої АВ буде паралельна самої прямої, тому що пряма паралельна тим площинам, на які падає тінь.

Тінь від прямої ВС на фронтальну площину буде паралельна прямої, а тінь від прямої CD, як від прямої, перпендикулярної фронтальній площині, пройде у напрямку світлового променя.

Ребро виступу Е дає тінь, паралельну самому ребру на фронтальній площині проєкцій.

Тінь прямокутної плити та циліндричної колони

Тінь від плити на циліндричну поверхню та стіну розглянута у попередніх прикладах (див. рис. 6.20, 6.36). Тінь від циліндра на стіну дає вертикальна твірна межі власної тіні циліндра (рис. 6.37).

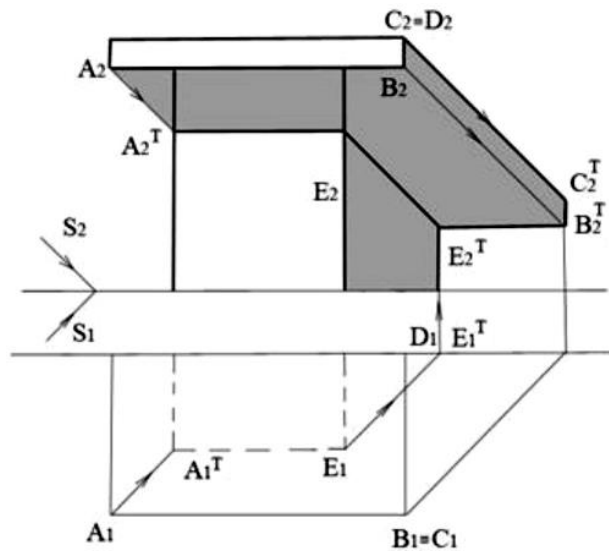


Рисунок 6.36 – Тінь прямокутної плити та прямокутної колони

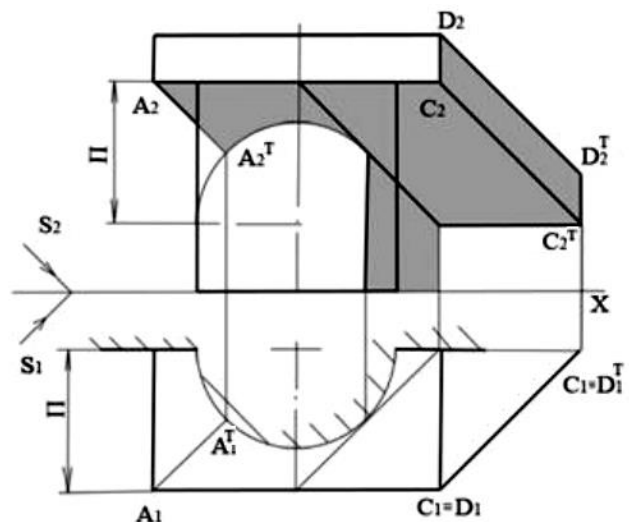


Рисунок 6.37 – Тінь прямокутної плити та циліндричної колони

Тіні карниза із тягами

Далі розглянемо побудову тіней карнизу, що має тяги.

Тяги карнизів це архітектурні елементи, виконані у вигляді горизонтального профільованого пояса. Тягами оформлюють внутрішні приміщення та фасади будинків. Зазвичай тяги складаються із циліндричних поверхонь різного профілю і плоских елементів.

У місцях з'єднання горизонтального карниза з протилежним його напрямком кутовий профіль розташований у вертикальній площині, яка утворює кут 45° до цих напрямків. Під час побудови тіні карниза (рис. 6.38) зручно користуватися лівим кутовим профілем.

Однак можна побудувати тінь на правому кутовому профілі без іншої проєкції, якщо його винос (y) від площини стіни відомий. При цьому проєкції променів потрібно проводити в напрямку, симетричному головному, тобто справа наліво.

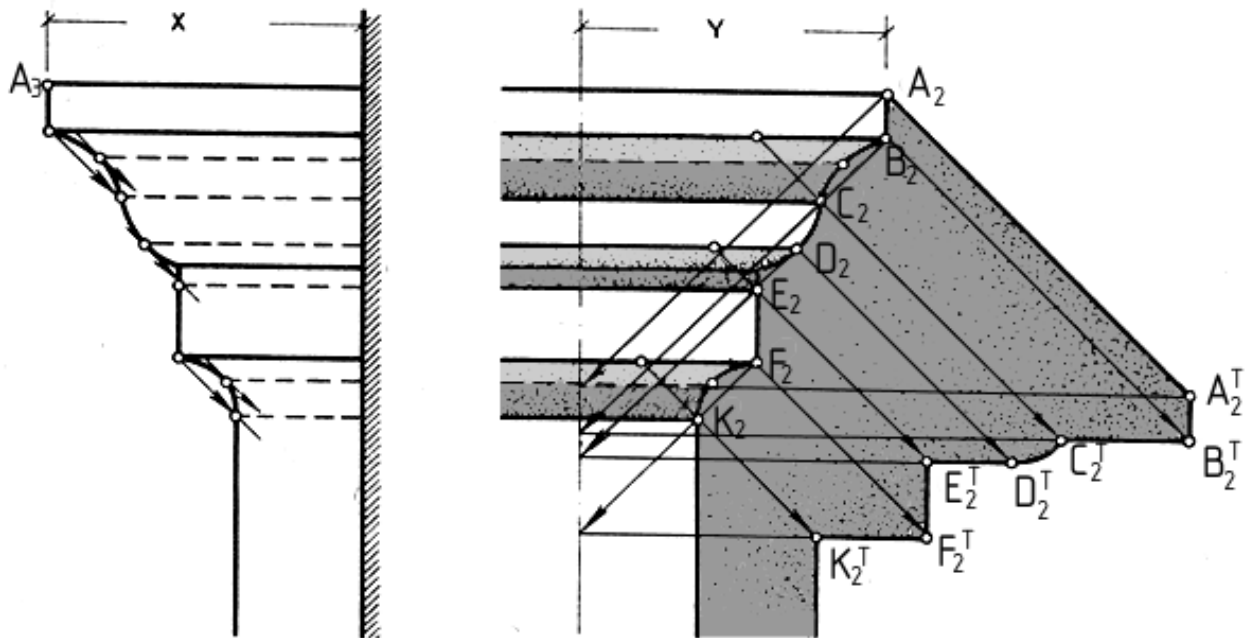


Рисунок 6.38 – Побудова тіні карниза

Падаючу тінь на фронтальну площину стіни також можна побудувати без профільної проєкції, якщо нанести розмір виносу y від площини стіни на зображення правого кутового профілю. Опорні точки падаючої тіні будують, проводячи проєкції променів спочатку до лінії стіни, а потім у головному напрямку до перетину з відповідними горизонтальними лініями зв'язку.

При побудові контуру падаючої тіні на стіну необхідно використовувати точки «зникнення» падаючої тіні на самому профілі карниза.

6.5 Питання для самоперевірки

1. Що таке власна і падаюча тінь?
2. Яким вибирається напрямок світлових променів в ортогональних проєкціях?
3. Що таке реальна та уявна тінь?
4. До якої основної задачі нарисної геометрії зводиться задача на побудову тіні від точки на площину загального або окремого положення?
5. Як будується тінь прямої лінії, якщо тіні її кінців розташовані в різних площинах проєкцій?
6. Як розташована тінь прямої, паралельної даній площині?
7. Як розташована тінь прямої, перпендикулярної до площини проєкцій?
8. Яке існує правило побудови тіні від фігури, паралельної площині?
9. Як виглядає тінь горизонтального кола на вертикальну стінку?
10. З чого треба починати будувати тіні геометричних тіл?
11. Яку проєкцію зручно використовувати для побудови тіней на сходах?
12. Як визначається власна тінь конуса?
13. Як може бути побудована власна тінь сфери на фасаді без використання іншої проєкції?
14. Опишіть сутність способу променевих перерізів.
15. У яких випадках використовується спосіб зворотних променів?
16. Чим зручний для побудови тіней на фасадах спосіб виносу?
17. Опишіть принцип побудови тіней у плоских нішах.
18. З чого слід розпочинати побудову тіні карнизу?

ЛЕКЦІЯ 7 ТІНІ В АКСОНОМЕТРІЇ

7.1 Загальні відомості.

7.2 Тіні архітектурних елементів.

7.2.1 Тіні на сходах.

7.2.2 Тіні від квадратної плити на стовп колони.

7.2.3 Тіні сфери.

7.2.4 Тіні порожнистого циліндра.

7.2.5 Тіні параболічного циліндра і вертикальної жердини.

7.3 Тіні умовної архітектурної споруди.

7.4 Питання для самоперевірки.

7.1 Загальні відомості

Для надання аксонометричним зображенням більшої наочності будують тіні при освітленні об'єкта паралельними променями світла.

Прийоми побудови тіней в аксонометрії аналогічні основним способам побудови тіней в ортогональних проєкціях. Найчастіше застосовуються способи променевих перерізів і зворотних променів. Напрямок світлового променя задається його головною аксонометричною проєкцією, а також вторинною (горизонтальною) проєкцією променя.

Цей напрямок задається таким чином, щоб головний фасад споруди був освітлений.

Для того, щоб побудувати додаткову проєкцію променя на одну з вертикальних площин об'єкта, будують так званий променевий паралелепіпед, ребра якого паралельні осям даного виду аксонометричної проєкції (рис. 7.1). На прикладі це прямокутна ізометрія.

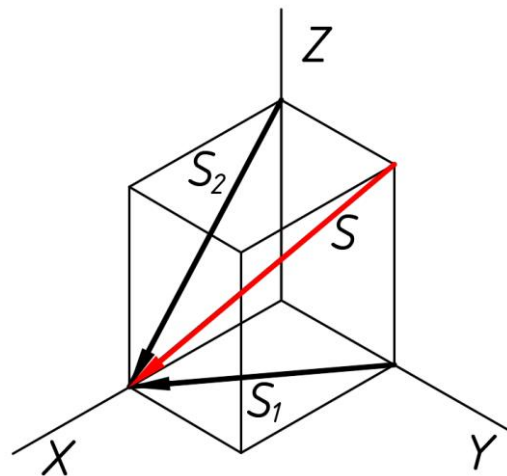


Рисунок 7.1 – Променевий паралелепіпед

7.2 Тіні архітектурних елементів

7.2.1 Тіні на сходах

Задамо аксонометричну проєкцію променя світла S' , паралельну картині, і її горизонтальну проєкцію S'_1 (рис. 7.2). Відзначимо, що в аксонометрії *тінь від вертикального відрізка на горизонтальній площині співпадає з напрямком вторинної проєкції світлового променя, а тінь від будь-якої прямої на площину, їй паралельну, паралельна самій прямій*.

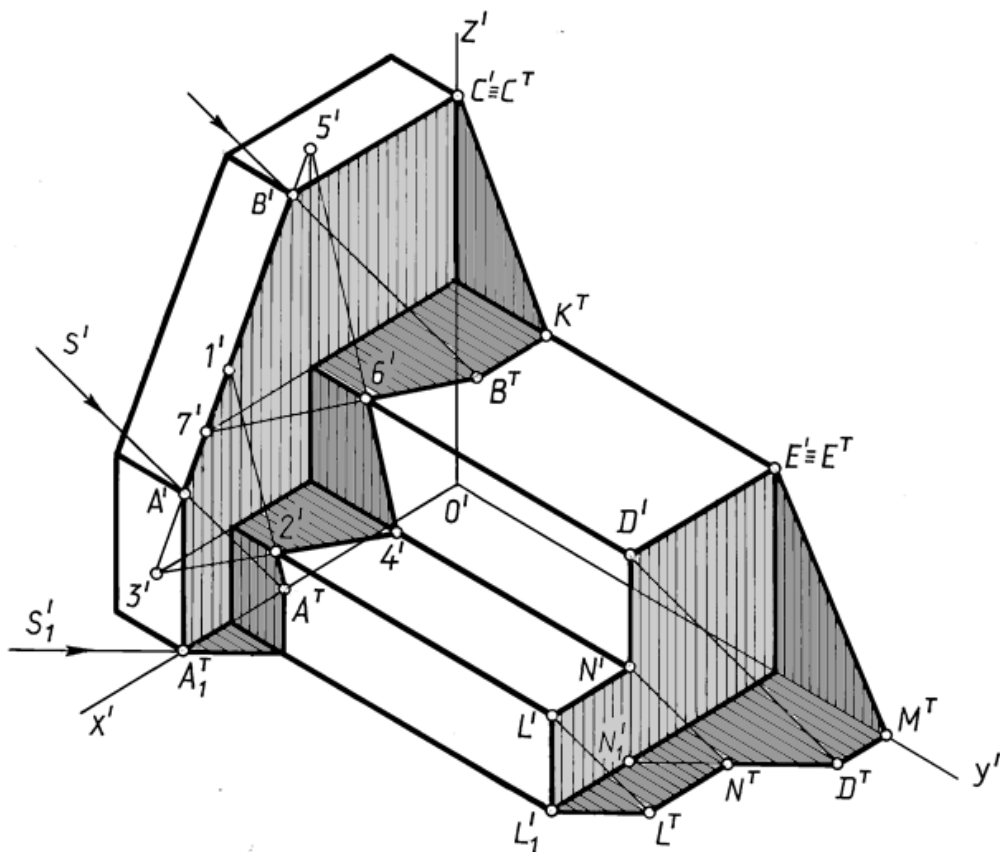


Рисунок 7.2 – Побудова тіней на сходах

Тінь від вертикального ребра $A'A_1$ бічної стінки спочатку співпадає з горизонтальною проєкцією променя, а потім йде по вертикальній площині сходини паралельно самій собі.

Для побудови тіні від похилої прямої А'В' на вертикальні й горизонтальні площини сходин виконано такі дії. Визначено точку перетину похилої прямої А'В' із вертикальною площиною першої сходини – точка 1'. З точки А^Т тінь по вертикальній площині йде в точку 1' і закінчується в точці 2'. Далі продовжено похилу пряму А'В' до перетину з горизонтальною площиною сходини й отримано точку 3'. Поєднавши точки 2' і 3', отримали тінь від відрізка А'В' на горизонтальній площині першої сходини, яка закінчується у точці 4'. На іншій сходині тінь від відрізка А'В' будується аналогічно. Виконані побудови зрозумілі з креслення.

Тінь від горизонтального відрізка В'С' на горизонтальній площині паралельна самому відрізку, а на фасадній площині йде в точку $C^T \equiv C'$.

Побудови тіні від сходин на горизонтальну і вертикальну площини зрозумілі з креслення.

7.2.2 Тінь від квадратної плити на стовп колони

Оскільки аксонометрія фрагмента побудована як вид на нього знизу, вторинними проєкціями променів є проєкції на нижній площині плити (рис. 7.3). Освітлення фрагмента задане аксонометричною проєкцією променя, що утворює на циліндрі падаючу тінь ВТ від точки В, у такий спосіб задано і вторинну проєкцію променя $ВВ_1^T$.

Для побудови контуру падаючої тіні від двох горизонтальних ребер плити обрано характерні точки, які визначені вторинними проєкціями променів, проведеними у зворотному напрямку:

1) точку А визначено вторинною проєкцією променя, що торкається у точці основи циліндра і визначає контур власної тіні циліндра і точку A^T зникнення тіні;

2) тінь точки С падає на обрисову твірну циліндра, тут контур падаючої тіні торкається обрису;

3) точка D визначає найвищу точку тіні D^T , вона побудована за допомогою вторинної проєкції променя, що проходить через точку перетину осі циліндра з плитою.

Контур падаючої тіні – це частини двох спряжених еліпсів, які є результатом перетину циліндра двома променевими площинами.

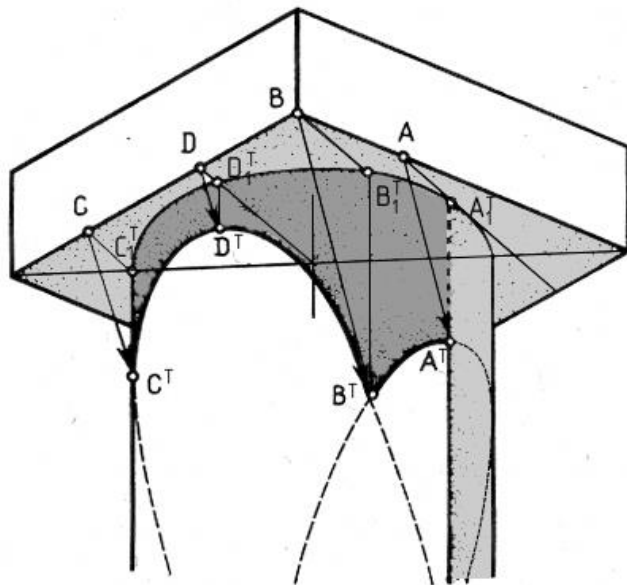


Рисунок 7.3 – Побудова тіней від квадратної плити на стовп колони

7.2.3 Власні й падаючі тіні сфери

Загальний принцип побудови меж власної та падаючої тіней для поверхні обертання з криволінійною твірною полягає в такому. Аксонометричний обрис тіла перпендикулярно осі обертання розбивається за паралелями на декілька поясів.

Визначаючи дійсний діаметр кожної паралелі й використовуючи відомі коефіцієнти спотворення за аксонометричними та допоміжними осями, будуємо щодо відповідних центрів необхідну кількість еліпсів паралелей.

За заданими або обраними напрямками S променів світла та їхніми вторинними проєкціями S_1 проєкціюємо побудовані еліпси паралелей на опорну поверхню.

Далі навколо проєкцій цих еліпсів на опорній поверхні проводимо огинальну криву, яка буде межею тіні, що падає від тіла обертання.

Точки дотику огинальної кривої з кожним з еліпсів в напрямку, протилежному напрямку S променів світла, переносимо на відповідні еліпси паралелей аксонометричного обрису тіла.

Поєднуючи отримані точки плавною кривою лінією з урахуванням видимості, отримуємо межу власної тіні.

Розглянемо конкретний приклад на рисунку 7.4.

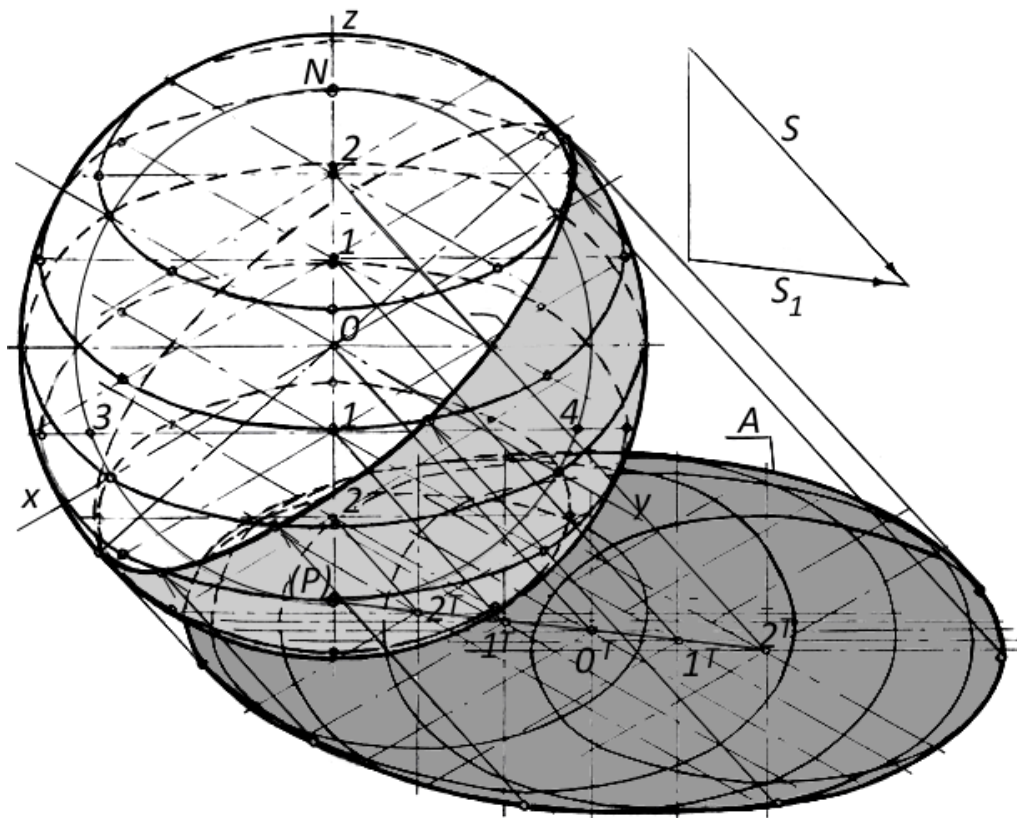


Рисунок 7.4 – Побудова тіней сфери

При відомому діаметрі D сфери з точки O радіусом, що дорівнює $1,22D/2$, проводимо коло, яке є аксонометричним обрисом сфери, і осі x , y і z .

На осі z відзначаємо верхній N і нижній P полюси сфери, оскільки $NP = D$. Від центру O сфери відрізки ON і OP ділимо на n рівних частин (у нашому випадку на три частини) і відзначаємо точки 1 і 2 на осі z .

Якщо зображувану сферу через точки 0 , 1 і 2 розсікти площинами, перпендикулярними осі z , то на її поверхні отримаємо п'ять кіл-паралелей. Для побудови аксонометричних проєкцій цих паралелей необхідно знати їхні діаметри. Дійсні діаметри паралелей можна визначити, якщо через точки поділу 1 і 2 провести горизонтальні прямі до перетину з колом радіуса $D/2 = ON$. Так, наприклад, діаметр паралелі з центром у точці 1 буде дорівнювати відрізку $3-4$.

Через точки 1 і 2 проводимо аксонометричні осі, паралельні x і y , і будуємо кожну паралель у прямокутній ізометрії. При побудові ізометрії паралелі, що проходить через точку O , на допоміжних горизонтальній та вертикальній осях в обидві сторони від точки O відкладаємо відрізки, що дорівнюють відповідно $1,22D/2$ і $0,7D/2$, а за осями x і y – $D/2$.

Поєднуючи побудовані точки плавною кривою, отримуємо зображення екватора сфери в ізометрії. Аналогічно отримуємо ізометричні проєкції інших паралелей, пам'ятаючи, що кожна з них має свій діаметр.

Нехай сфера своїм нижнім полюсом P стоїть на плоскій опорі. На перетині променів світла, проведених із точок 0 , 1 і 2 , та їх вторинних проєкцій, проведених із точки P , знаходимо точки 0^T , 1^T і 2^T , які є центрами тіней від відповідних ізометричних проєкцій паралелей сфери.

Оскільки ізометричні проєкції паралелей і тіні від них знаходяться в паралельних площинах, еліпси на плоскій опорі зображуються без спотворень.

Навколо отриманих еліпсів із центрами в точках 0^T , 1^T і 2^T проводимо огинальну криву A^T , яка завжди буде еліпсом, крім випадку напрямку променів світла S паралельно осі z , і є межею падаючої тіні сфери.

Відзначаємо точки дотику огинальної кривої з кожним з еліпсів і проводимо зворотні промені до перетину з відповідними ізометричними проєкціями паралелей сфери. Послідовно з'єднуючи отримані точки з урахуванням видимості, отримуємо межу власної тіні на сфері.

7.2.4 Тіні порожнистого циліндра

Напрямок світлових променів задано аксонометричною проєкцією променя BB^T і його вторинною проєкцією B_1B^T (рис. 7.5). Контур власної тіні визначено дотиком вторинної проєкції променя до основи циліндра. Контур падаючої тіні на внутрішній стороні поверхні циліндра від його верхньої крайки побудовано способом променевих перерізів і сліду променя.

Падаючі тіні випадкових точок C і D побудовано за допомогою горизонтальних проєкцій променів. Точка тіні E^T , де контур падаючої тіні торкається обрисової твірної, також визначена за допомогою вторинної проєкції, що проходить через точку E_1^T – горизонтальну проєкцію обрисової твірної.

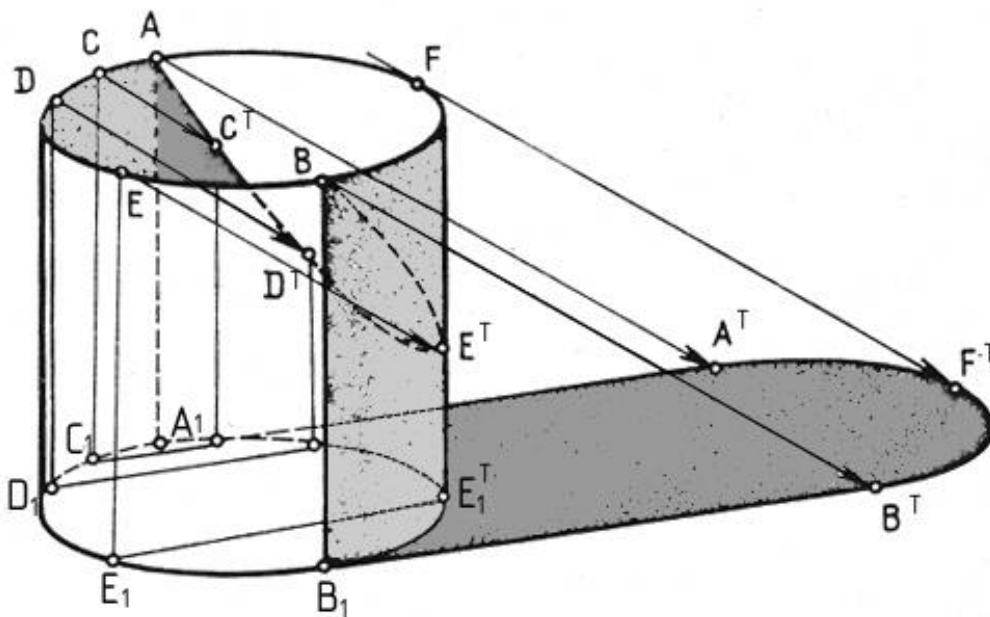


Рисунок 7.5 – Побудова тіней порожнистого циліндра

Світлові промені, що проходять через коло верхньої крайки циліндра, утворюють променеву поверхню еліптичного циліндра, яка на підставі теореми про плоскі перерізи (див. лекц. 3.2.5, рис. 3.43) в перетині з циліндром утворює два плоских перерізи, один з яких є еліпсом. Половина цього еліпса і є контуром падаючої тіні на внутрішній стороні циліндричної поверхні.

7.2.5 Тіні параболічного циліндра й вертикальної жердини

Для побудови власної тіні циліндричної поверхні спроекціюємо світловий промінь на площину основи циліндра паралельно проєкції MM_3^T на схемі (рис. 7.6). Контур падаючої тіні поверхні утворений її тіньювою твірною, а також тінеутворювальними частинами крайок циліндричної поверхні.

Падаюча тінь від жердини на циліндричній поверхні побудована за допомогою допоміжної вертикальної променевої площини. Точку В зникнення тіні визначено зворотним променем, проведеним із точки B^T перетину контурів тіней.

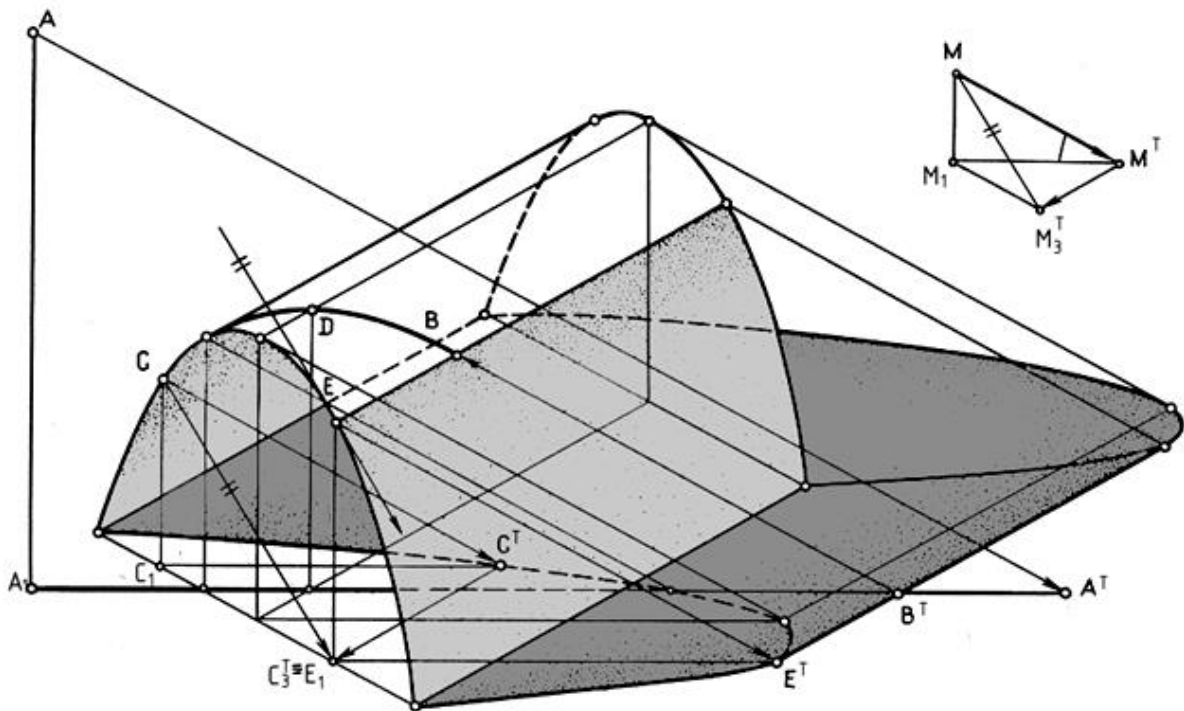


Рисунок 7.6 – Побудова тіней параболічного циліндра і вертикальної жердини

7.3 Тіні умовної архітектурної споруди

Аксометрія споруди будується за загальними правилами побудови наочних зображень.

Спочатку за ортогональними проєкціями споруди будують її вторинну проєкцію, найчастіше для цього використовують план. Потім доповнюють зображення побудовою третього виміру окремих частин об'єкта.

Приклад побудови ізометрії об'єкта за його вторинною горизонтальною проєкцією наведено на рисунку 7.7.

Приклад побудови ізометрії об'єкта за його вторинною фронтальною проєкцією наведено на рисунку 7.8.

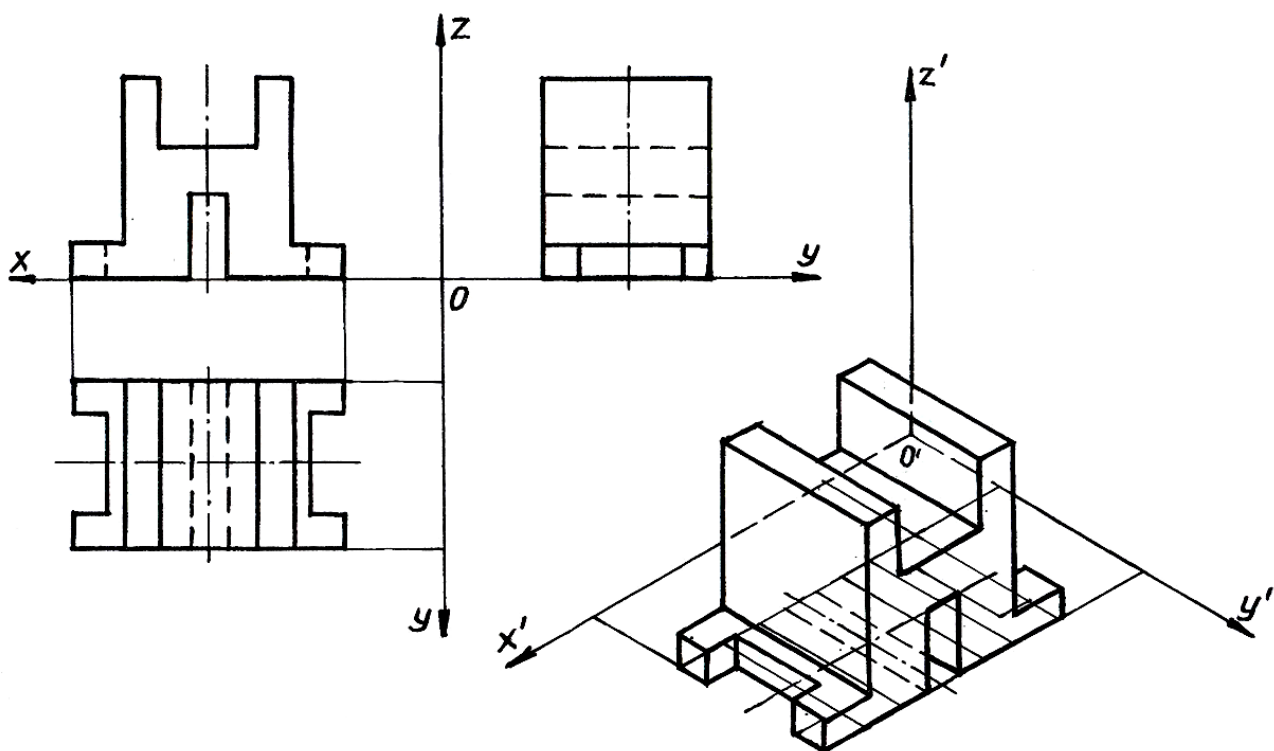


Рисунок 7.7 – Побудова ізометрії об'єкта за його вторинною горизонтальною проєкцією

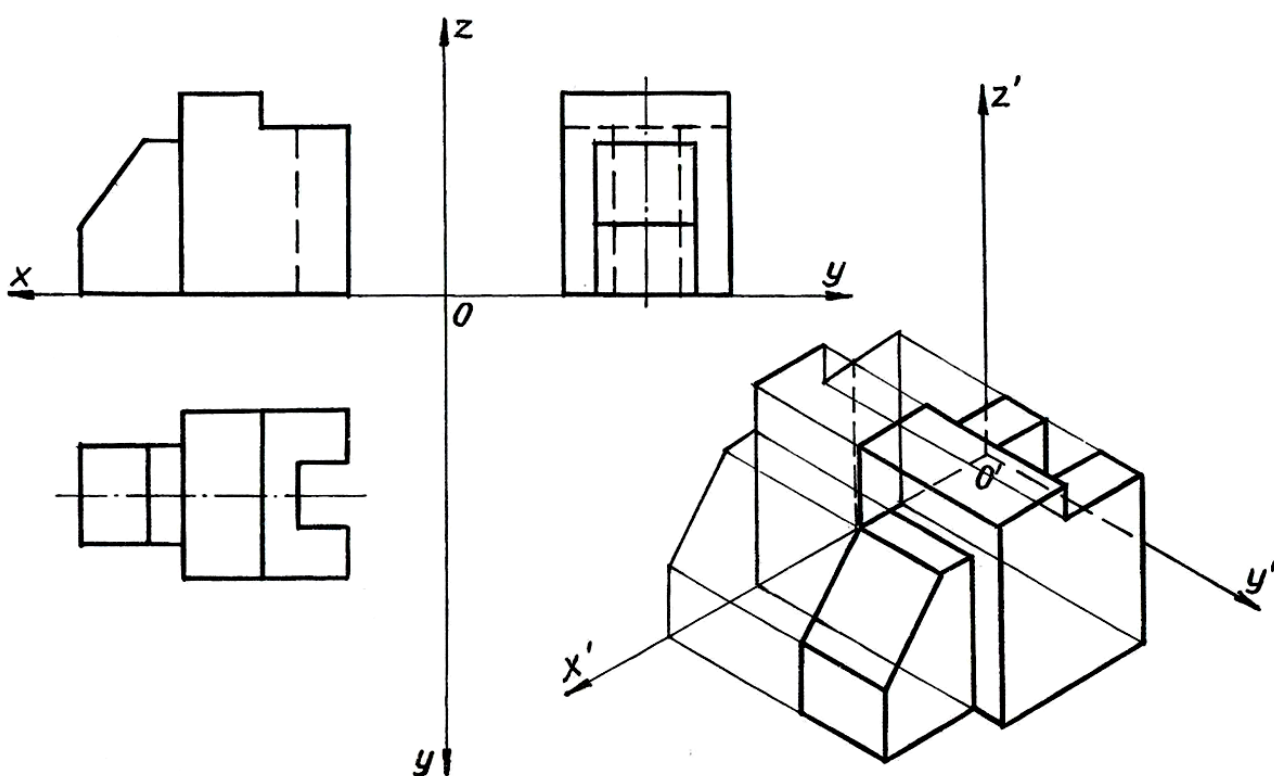


Рисунок 7.8 – Побудова ізометрії об'єкта за його вторинною фронтальною проєкцією

Падаючі тіні на землю кожного елемента споруди будуються окремо. Контур падаючої тіні всієї споруди наводиться за крайніми лініями накладених одна на одну тіней окремих її частин.

Для побудови падаючих тіней одного елемента на інший використовується спосіб променевих перерізів. Побудови зрозумілі з креслення.

Приклад побудови власних і падаючих тіней умовної архітектурної споруди наведено на рисунку 7.9.

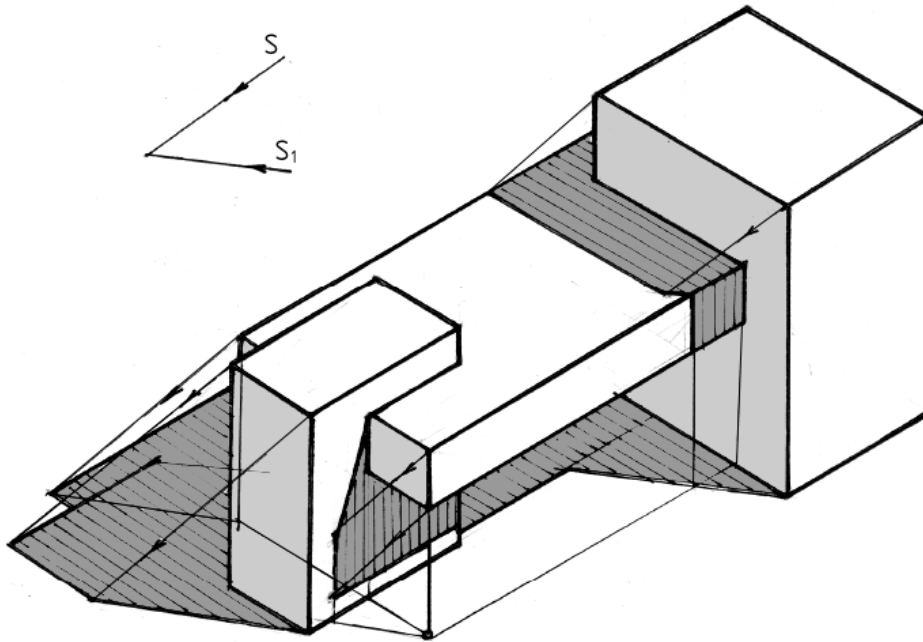


Рисунок 7.9 – Побудова тіней умовної архітектурної споруди

7.4 Питання для самоперевірки

1. Як в аксонометрії задається напрямок світлового променя та його проєкції?
2. Які способи побудови тіней найчастіше використовуються при побудові тіней в аксонометрії?
3. Які є правила побудови тіней в аксонометрії від прямих окремого положення?
4. Як будується тінь від похилого елемента огорожі на вертикальні та горизонтальні площини сходів?
5. Яку форму має контур падаючої тіні від квадратної плити на стовп циліндричної колони?
6. За допомогою яких ліній будується контур падаючої тіні сфери на горизонтальну поверхню?
7. Яким способом користуються для побудови падаючої тіні від прямої на циліндричну поверхню?
8. Який принцип побудови падаючих тіней від групи об'єктів?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Основи архітектурної графіки: навч. посіб. / А. О. Радченко, О. Ю. Усачова ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. – 248 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/48487/>, вільний).
2. Лусь В. І. Нарисна геометрія, інженерна та машинна графіка : навч. посіб. / В. І. Лусь ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 223 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/54050/>, вільний).
3. Практикум з нарисної геометрії : навч. посіб. / В. І. Лусь, Т. Є. Киркач, О. Є. Мандріченко, А. О. Радченко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2014. – 118 с. – Існує електрон. версія. (Режим доступу: <https://eprints.kname.edu.ua/36951/>, вільний).
4. Короев Ю. И. Начертательная геометрия : учебник / Ю. И. Короев, – 3-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2015. – 422 с.
5. Нарисна геометрія : підручник для студ. вищ. навч. закл. / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстіфеев, С. М. Ковальов, О. В. Кащенко, за ред. В. Є. Михайленка, – Київ : Вища школа, 2004. – 304 с.
6. Інженерна та комп'ютерна графіка : навч. посіб. / Б. Д. Коваленко, Р. А. Ткачук, В. Г. Серпученко, – Київ : Каравела, 2008. – 512 с.
7. Єдина система конструкторської документації. Загальні правила виконання креслень. Довідник / За ред. В. Л. Іванова. – Львів : НТЦ «Леонормстандарт», 2001. – 223 с.
8. ДСТУ ГОСТ 2.307:2013 Єдина система конструкторської документації. Нанесення розмірів і граничних відхилів (ГОСТ 2.307-2011, IDT) [Електрон. ресурс]. – Дата початку дії 2014-09-01. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу : http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=60472, вільний (дата звернення: 16.02.2023). – Заголовок з екрана.
9. ДСТУ ГОСТ 2.317:2014. Аксонометричні проєкції (ГОСТ 2.317-2011, IDT) [Текст]. – Чинний від 2014-11-28. – Київ : Мінекономрозвитку України, 2014. – III, II, 11 с. (Національний стандарт України) (Єдина система конструкторської документації).
10. ДСТУ ГОСТ 2.104:2006. Єдина система конструкторської документації. Основні написи (ГОСТ 2.104-2006, IDT) [Електрон. ресурс]. – Дата початку дії 2007-07-01. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу : http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=55417, вільний (дата звернення: 16.02.2023). – Заголовок з екрана.
11. ДСТ 2.304-81. ЄСКД. Шрифти креслярські (ГОСТ 2.304-81. ЕСКД. Шрифты чертежные) [Електрон. ресурс]. – Дата початку дії 1982-01-01. – Електрон. текст. дані. – Режим доступу : <http://budinfo.org.ua/doc/1810999/DST-2-304-81-YesKD-Shrifti-kresliarski>, вільний (дата звернення: 16.02.2023). – Заголовок з екрана.

Електронне навчальне видання

РАДЧЕНКО Алла Олександрівна

**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА
ТА ТЕОРІЯ ТІНЕЙ**

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
денної форми навчання зі спеціальності 022 – Дизайн)*

Відповідальний за випуск *М. А. Вотінов*
За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання *А. О. Радченко*

План 2022, поз. 67Л

Підп. до друку 24.02.2023. Формат 60 × 84/16.
Ум. друк. арк. 9,5

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002.
Електронна адреса: office@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 5328 від 11.04.2017.