

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОЇ ТА НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою
"Інжиніринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних комплексів"
спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка"

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Автори: *Сергій Валерійович Бойченко*, докт. техн. наук, проф.
Олександр Валерійович Данілін, канд. техн. наук, доц.
Алла Василівна Босак, канд. техн. наук, доц.
Іван Ярославович Майданський, ст. викладач

Рецензент *С.П. Денисюк*, д.т.н., проф.
директор НН ІЕЕ КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор *А.Л. Ган*, канд. техн. наук, доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 6 від 24.06.2022 р.)
за поданням Вченої ради НН ІЕЕ (протокол № 10 від 31.05.2022 р.)*

Моделювання електротехнічних комплексів. Дослідження математичних моделей лінійної та нелінійної динамічних систем: Комп'ютерний практикум. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Інжиніринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних комплексів» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / С.В. Бойченко, О.В. Данілін, А.В. Босак, І.Я. Майданський; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 14,4 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 62 с.

У представленому посібнику викладено основні положення щодо виконання завдань комп'ютерного практикуму, тематика яких обіймає всі розділи курсу «Моделювання електротехнічних комплексів». Практикум містить два практичних завдання, які студенти повинні виконати аналітично та з використанням додатку Simulink прикладного програмного забезпечення Matlab.

Переважає більшість електротехнічних комплексів включає в себе елементи електроприводу, робочі механізми та системи керування. Слід зазначити, що всі елементи електротехнічних комплексів мають складну структуру та представлені як лінійними так і нелінійними динамічними системами. У комп'ютерному практикумі наведено основні методики дослідження математичних моделей лінійних та нелінійних систем, складання структурних схем у просторі станів, а також запропоновано різні методи побудови алгоритмів комп'ютерного моделювання та отримання графічних результатів.

Навчальне видання призначене для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Інжиніринг інтелектуальних електротехнічних та мехатронних комплексів» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та може бути також корисним у навчальному процесі інших закладів вищої освіти під час підготовки бакалаврів з електроенергетики, електротехніки та електромеханіки.

Реєстр. № НП 21/22-612. Обсяг 3,1 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© С.В. Бойченко, О.В. Данілін, А.В. Босак, І.Я. Майданський
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1. Дослідження лінійної динамічної системи другого порядку при ненульових початкових умовах з використанням Z -перетворення шляхом прямого програмування (умова та приклад виконання завдання).....	6
1.1. Складання структурної схеми математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку та визначення загальної передавальної функції.....	7
1.2. Складання диференціального рівняння системи в операторній формі з урахуванням початкових умов та представлення його структурною схемою у безперервному просторі станів	9
1.3. Заміна безперервної математичної моделі лінійної системи дискретною з використанням Z -перетворення та побудова відповідної структурної схеми у дискретному просторі станів.....	11
1.4. Складання структурної схеми алгоритму дослідження математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку за допомогою Z -перетворення шляхом прямого програмування.....	16
1.5. Синтезування Simulink-моделей лінійної динамічної системи у середовищі Matlab та отримання графічних результатів комп'ютерного моделювання	18
2. Дослідження нелінійної динамічної системи без урахування початкових умов з використанням Z -перетворення шляхом послідовного програмування (умова та приклад виконання завдання)	22
2.1. Визначення передавальних функцій лінійних ланок нелінійної динамічної системи та складання відповідної структурної схеми у безперервному просторі станів.....	23
2.2. Заміна безперервної математичної моделі нелінійної системи дискретною з використанням Z -перетворення та побудова відповідної структурної схеми у дискретному просторі станів	24
2.3. Складання структурної схеми алгоритму дослідження математичної моделі нелінійної динамічної системи за допомогою Z -перетворення шляхом послідовного програмування	27
2.4. Синтезування Simulink-моделей нелінійної динамічної системи у середовищі Matlab та отримання графічних результатів комп'ютерного моделювання	30
Додаток 1. Принципові схеми лінійних систем	35
Додаток 2. Параметри елементів схем лінійних систем	44
Додаток 3. Принципові схеми нелінійних систем	46
Додаток 4. Параметри елементів схем нелінійних систем	55
Додаток 5. Типи вхідних сигналів нелінійних систем	57
Додаток 6. Оператори дискретного інтегрування (Z -перетворення).....	61
Список рекомендованої літератури.....	62

ВСТУП

Однією з важливих проблем інжинірингу є розроблення методів дослідження сучасних електротехнічних систем та на їх основі створення автоматизованих комплексів і систем керування ними. Під час розв'язання цих задач велике значення приділяється *комп'ютерному моделюванню*.

Основним поняттям моделювання є *система*, під якою розуміється сукупність об'єктів, компонентів або елементів довільного характеру, які утворюють певну цілісність у конкретному контексті.

Під час розгляду тієї чи іншої системи початковим етапом дослідження є визначення її *меж*. Мова йде про необхідність розподілення всіх елементів на два класи: які належать та не належать системі.

Процес функціонування системи тісно пов'язаний зі зміною властивостей системи або її окремих елементів у часі. При цьому важливою характеристикою системи є її *стан*, під яким розуміється сукупність властивостей або особливостей, які в кожен момент часу відображають найбільш значущі критерії поведінки системи.

Під *моделлю* розуміється деяка уява о системі, яка відображає найбільш важливі закономірності її структури та процесу функціонування, а також фіксується в тій чи іншій формі.

У загальному випадку процес *моделювання* може бути представлений у вигляді взаємопов'язаних етапів, кожен з яких виконує певні дії, спрямовані на побудову і подальше використання інформаційно-логічних моделей систем. Характерною особливістю даного процесу є його циклічний або інтерактивний характер, який відображає сучасні вимоги до аналізу і синтезу складних систем автоматичного керування.

Використання різних методів комп'ютерного моделювання під час розв'язання проблем аналізу та синтезу електротехнічних систем вимагає представлення інформації у дискретній формі. Існує декілька способів представлення безперервних систем у дискретній формі, які відрізняються складністю аналітичних перетворень, швидкістю роботи, об'ємом оперативної пам'яті та точністю отриманих результатів.

Одним з методів моделювання, що дозволяє представити безперервну систему у дискретному вигляді, є *чисельно-аналітичний метод*, для якого в межах одного періоду дискретизації чисельно вирішується аналітичне рівняння з урахуванням початкових умов. Інший спосіб представлення безперервних систем у дискретному просторі станів базується на використанні дискретного перетворення Лапласу та називається *методом Z-перетворення*.

З математичної точки зору підхід до аналізу систем автоматичного керування, базується на понятті *змінних стану*, та припускає використання методів матричного обчислення та векторного аналізу і дозволяє вирішувати як лінійні, так і нелінійні задачі. *Простір станів* технічної системи визначається сукупністю узагальнених змінних (координат).

Практично всі системи автоматичного керування електротехнічними комплексами можна представити у просторі станів тим або іншим способом, найпоширенішими з яких є *пряме та послідовне програмування*.

Метод прямого програмування базується на знаходженні загальної передавальної функції лінійної частини системи та подальшого детального її дослідження.

Сутність методу послідовного програмування полягає у послідовному визначенні математичного опису окремих передавальних функцій і складанні для кожного елемента системи схеми у просторі станів. Цей метод широко застосовується під час моделювання нелінійних систем, тому що для таких систем через наявність нелінійних елементів, неможливо визначити загальну передавальну функцію.

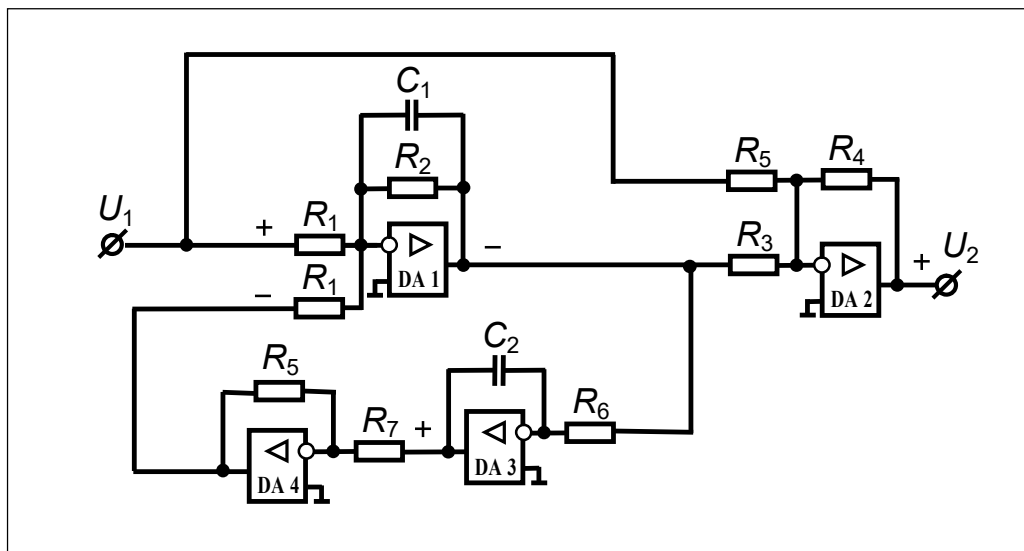
На практиці широко використовується *комбіноване* або *змішане* програмування, коли система що досліджується розбивається на окремі блоки, і кожен блок досліджується тим або іншим способом окремо, а потім загальний результат дослідження системи отримують під час об'єднання (*суперпозиції*) результатів окремих блоків. Такий спосіб широко застосовується під час дослідження систем високого порядку, що містять нелінійні елементи.

Аналіз та синтез систем керування електротехнічними комплексами, що в більшості випадків являють собою досить складні нелінійні об'єкти, характеристики яких аналітично визначити практично неможливо, заснований на використанні обчислювальних мікропроцесорних систем. Для технічних пристроїв найбільшу цікавість представляє *об'єктно-орієнтований* принцип дослідження. Структурні моделі вирішують рівняння, які описують процес, причому окремі математичні і логічні операції виконуються різними блоками та модулями, структура з'єднань яких відображає структуру самих рівнянь.

1 Дослідження лінійної динамічної системи другого порядку при ненульових початкових умовах з використанням Z-перетворення шляхом прямого програмування

Умова та приклад виконання завдання

Дослідити лінійну динамічну систему другого порядку, принципова електрична схема якої має наступний вигляд:



з використанням **Z-перетворення** при ненульових початкових умовах $U_2(0)$ та $U_2'(0)$ і побудувати на комп'ютері графіки зміни у часі сигналів вхідної $U_1(t)$ та вихідної $U_2(t)$ координат системи.

У якості Z-перетворення використати **метод інваріантних імпульсних функцій**.

Вихідні дані (умовний варіант)

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	$U_2(0)$	$U_2'(0)$	$U_1(t)$
0,1	0,2	0,1	1,0	0,1	0,2	1,0	1,0	0,1	4	—	$2e^{(-4t)}$

Принципові електричні схеми лінійних динамічних систем для всіх варіантів завдання наведені у додатку 1.

Параметри елементів принципових схем, значення початкових умов $U_2(0)$ та $U_2'(0)$, тип вхідного сигналу $U_1(t)$ наведені у додатку 2.

Для всіх операційних підсилювачів постійного струму розмірність номіналів ємності конденсаторів наведена у мікрофарадах – C_i , мкФ ($1 \text{ мкФ} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$), а розмірність номіналів опору резисторів наведена у мегомах – R_i , мОм ($1 \text{ мОм} = 1 \cdot 10^6 \text{ Ом}$).

Таблиця відповідності операторів безперервного та дискретного інтегрування (Z-перетворення) наведена у додатку 6.

1.1 Складання структурної схеми математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку та визначення загальної передавальної функції

Математичне моделювання заданої лінійної динамічної системи другого порядку здійснюється шляхом *прямого програмування*, для використання якого в першу чергу необхідно визначити загальну передавальну функцію системи.

З принципової електричної схеми видно, що лінійна система містить чотири операційні підсилювачі постійного струму з жорстким зворотним зв'язком у колі напруги (DA1 – DA4). Визначимо їх передавальні функції:

$$W_1(s) = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{C_1 s}}{R_1 \left(R_2 + \frac{1}{C_1 s} \right)} = \frac{R_2/R_1}{C_1 R_2 s + 1} = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad \text{де } k_1 = R_2/R_1, T_1 = C_1 R_2. \quad (1.1)$$

$$W_{11}(s) = W_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad \text{де } k_1 = R_2/R_1, T_1 = C_1 R_2. \quad (1.2)$$

$$W_2(s) = \frac{R_4}{R_3} = k_2, \quad \text{де } k_2 = R_4/R_3. \quad (1.3)$$

$$W_{21}(s) = \frac{R_4}{R_5} = k_{21}, \quad \text{де } k_{21} = R_4/R_5. \quad (1.4)$$

$$W_3(s) = \frac{1}{C_2 R_6 s} = \frac{1}{T_3 s}, \quad \text{де } T_3 = C_2 R_6. \quad (1.5)$$

$$W_4(s) = \frac{R_8}{R_7} = k_4, \quad \text{де } k_4 = R_5/R_7. \quad (1.6)$$

Безпосередньо за принциповою електричною схемою лінійної динамічної системи з урахуванням передавальних функцій (1.1) – (1.6) складемо структурну схему (рис. 1.1), під час побудови якої треба звернути увагу на математичну реалізацію суматорів на першому та другому операційних підсилювачах.

Чисельні значення параметрів передавальних функцій, k_1 , T_1 , k_2 , k_{21} , T_3 , k_4 визначаються автоматично на комп'ютері під час моделювання.

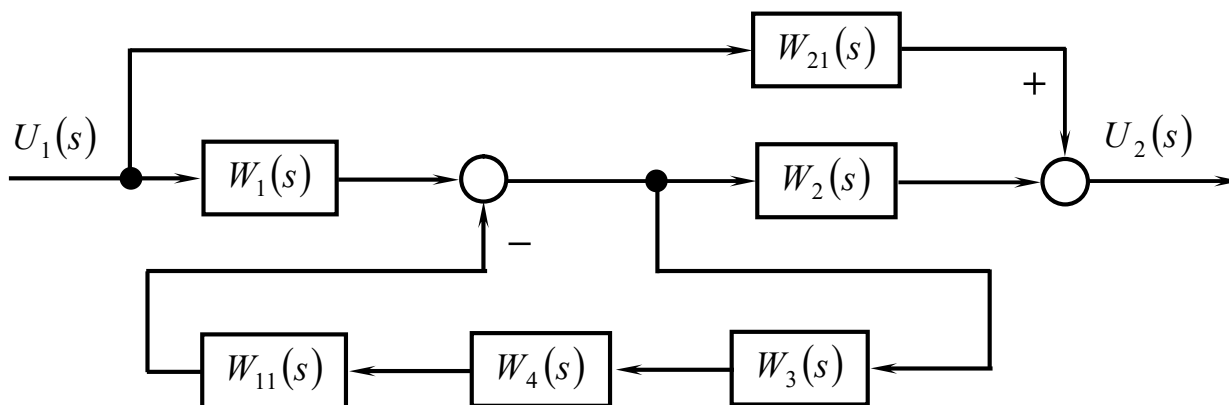


Рисунок 1.1 – Структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку

Отриману структурну схему (рис. 1.1) представимо у вигляді, який буде зручним для визначення загальної передавальної функції, не порушуючи правил перетворення структурних схем. Для цього перенесемо перший суматор на вхід першої передавальної функції $W_1(s)$, а другий суматор – на вхід другої передавальної функції $W_2(s)$, в результаті чого отримаємо перетворену структурну схему системи, що досліджується (рис. 1.2).

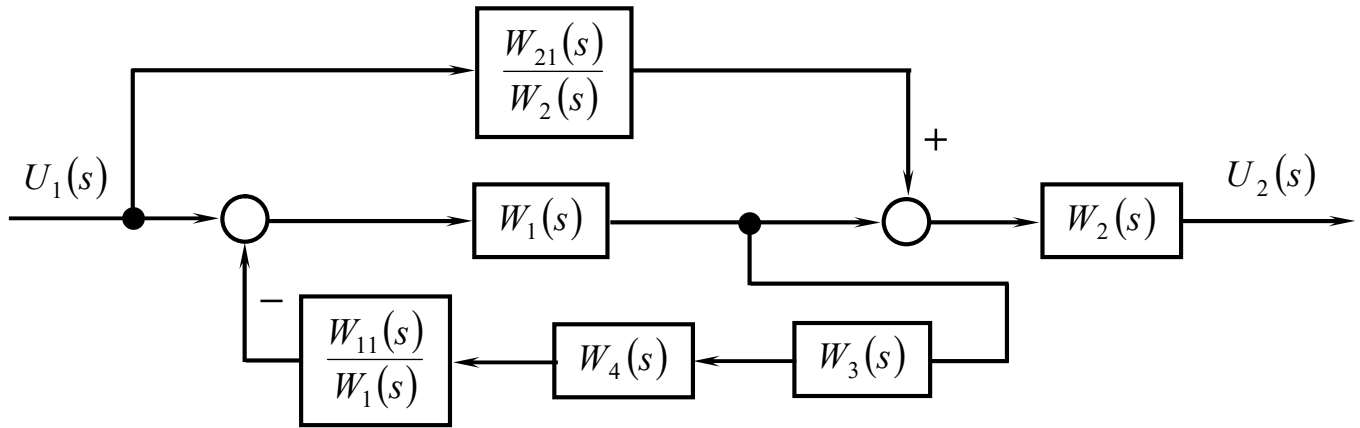


Рисунок 1.2 – Перетворена структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку

У перетвореній структурній схемі (рис. 1.2) загальні блоки передавальних функцій замінюємо їх структурними елементами, що позначені у виразах (1.1) – (1.6). Отримаємо узагальнену структурну схему лінійної динамічної системи у безперервному просторі станів (рис. 1.3).

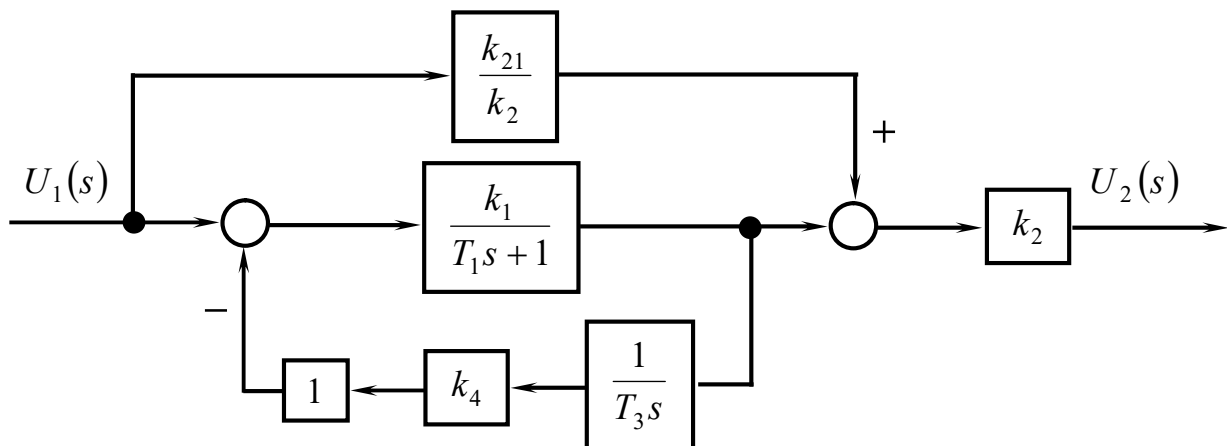


Рисунок 1.3 – Узагальнена структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку

За узагальненою структурною схемою (рис. 1.3) визначимо загальну передавальну функцію лінійної системи.

$$W(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \left(\frac{\frac{k_1}{T_1s + 1}}{1 + \frac{k_1}{T_1s + 1} \cdot k_4 \cdot \frac{1}{T_3s}} + \frac{k_{21}}{k_2} \right) \cdot k_2 = \left(\frac{k_1 k_2 T_3 s}{T_3 s (T_1 s + 1) + k_1 k_4} + k_{21} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k_1 k_2 T_3 s + k_{21} [T_3 s (T_1 s + 1) + k_1 k_4]}{T_3 s (T_1 s + 1) + k_1 k_4} = \frac{k_1 k_2 T_3 s + k_{21} T_1 T_3 s^2 + k_{21} T_3 s + k_{21} k_1 k_4}{T_1 T_3 s^2 + T_3 s + k_1 k_4} = \\
&= \frac{(k_{21} T_1 T_3) s^2 + [T_3 (k_1 k_2 + k_{21})] s + (k_{21} k_1 k_4)}{(T_1 T_3) s^2 + (T_3) s + (k_1 k_4)} = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}, \quad (1.7)
\end{aligned}$$

де

$$b_0 = k_{21} T_1 T_3, b_1 = T_3 (k_1 k_2 + k_{21}), b_2 = k_{21} k_1 k_4, a_0 = T_1 T_3, a_1 = T_3, a_2 = k_1 k_4. \quad (1.8)$$

1.2 Складання диференціального рівняння системи в операторній формі з урахуванням початкових умов та представлення його структурною схемою у безперервному просторі станів

Диференціальне рівняння лінійної динамічної системи другого порядку складається з передавальної функції (1.7) наступним чином:

$$\begin{aligned}
&U_2(s)(a_0 s^2 + a_1 s + a_2) = U_1(s)(b_0 s^2 + b_1 s + b_2). \\
&a_0 U_2(s)s^2 + a_1 U_2(s)s + a_2 U_2(s) = b_0 U_1(s)s^2 + b_1 U_1(s)s + b_2 U_1(s). \quad (1.9)
\end{aligned}$$

Для подальших перетворень рівняння (1.9) представимо у класичній диференціальній формі.

$$a_0 \frac{d^2 U_2}{dt^2} + a_1 \frac{dU_2}{dt} + a_2 U_2(t) = b_0 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + b_1 \frac{dU_1}{dt} + b_2 U_1(t). \quad (1.10)$$

Для того щоб представити диференціальне рівняння (1.10) в операторній формі з урахуванням початкових умов, необхідно визначити зображення для кожного доданку з урахуванням початкових умов, а потім підставити ці зображення у рівняння замість відповідних оригіналів.

Зображення визначаються за допомогою прямого перетворення Лапласа-Карсона, загальний вигляд якого наступний:

$$L \left\{ \frac{d^n U_i}{dt^n} \right\} \Rightarrow s^n U_i(s) - s^n U_i(0) - s^{n-1} U_i'(0) - \dots - s U_i^{(n-1)}(0), \quad (1.11)$$

де $U_i'(0), \dots, U_i^{(n-1)}(0)$ похідні 1, ..., $n-1$ порядку для початкових умов.

Для розв'язання задачі пряме перетворення Лапласа-Карсона (1.11) представимо наступним чином:

$$\begin{cases} L\{U_i(t)\} \Rightarrow U_i(s); \\ L\{dU_i/dt\} \Rightarrow U_i(s)s - U_i(0)s; \\ L\{d^2 U_i/dt^2\} \Rightarrow U_i(s)s^2 - U_i(0)s^2 - U_i'(0)s. \end{cases} \quad (1.12)$$

З урахуванням перетворення (1.12) диференціальне рівняння (1.10) матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
& a_0 U_2(s)s^2 - a_0 U_2(0)s^2 - a_0 U_2'(0)s + a_1 U_2(s)s - a_1 U_2(0)s + a_2 U_2(s) = \\
& = b_0 U_1(s)s^2 - b_0 U_1(0)s^2 - b_0 U_1'(0)s + b_1 U_1(s)s - b_1 U_1(0)s + b_2 U_1(s). \\
& U_2(s)(a_0 s^2 + a_1 s + a_2) - U_2(0)(a_0 s^2 + a_1 s) - U_2'(0)a_0 s = \\
& = U_1(s)(b_0 s^2 + b_1 s + b_2) - U_1(0)(b_0 s^2 + b_1 s) - U_1'(0)b_0 s.
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Отримане диференціальне рівняння в операторній формі (1.13) розв'яжемо відносно вихідної змінної системи $U_2(s)$.

$$\begin{aligned}
U_2(s) = & U_2(0) \frac{a_0 s^2 + a_1 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} + U_2'(0) \frac{a_0 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} + U_1(s) \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} - \\
& - U_1(0) \frac{b_0 s^2 + b_1 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} - U_1'(0) \frac{b_0 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}.
\end{aligned} \tag{1.14}$$

В залежності від кожного конкретного варіанту завдання, початкові умови $U_2(0)$ або $U_2'(0)$ можуть бути відсутні. Крім того, відсутні значення $U_1(0)$ та $U_1'(0)$. Тому з рівняння (1.14) необхідно виключити відповідні складові та подальші перетворення проводити без них.

Слід зазначити, що у вихідних даних завдання тип вхідного сигналу $U_1(t)$ представлений довільною функцією у часі. Через складність математичних залежностей не треба переходити від оригіналу $U_1(t)$ до зображення $U_1(s)$, також не слід визначати сигнали початкових умов $U_1(0)$ та $U_1'(0)$ вхідного впливу $U_1(t)$.

Для подальших перетворень у рівняння та структурні схеми необхідно включати безпосередньо оригінал вхідного сигналу $U_1(t)$, який буде визначатись під час комп'ютерного моделювання.

Після виключення складових, які не містять початкових умов (з урахуванням вихідних даних), рівняння (1.14) матиме наступний вигляд:

$$U_2(s) = U_2(0) \frac{a_0 s^2 + a_1 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2} + U_1(t) \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \tag{1.15}$$

Для подальших розрахунків рівняння (1.15) представимо у наступному вигляді:

$$U_2(s) = U_2(0)W_1(s) + U_1(t)W_3(s) = x_1(s) + x_3(s), \tag{1.16}$$

де $x_1(s)$, $x_3(s)$ – штучно введені вихідні координати (координати локального виходу) для відповідних передавальних функцій $W_1(s)$, $W_3(s)$.

Передавальні функції $W_1(s)$, $W_3(s)$ мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} W_1(s) = \frac{x_1(s)}{U_2(0)} = \frac{a_0 s^2 + a_1 s}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}; \\ W_3(s) = \frac{x_3(s)}{U_1(t)} = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + b_2}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}. \end{cases} \quad (1.17)$$

Для уніфікації позначень індексацію передавальних функцій та координат локального виходу будемо здійснювати відповідно до порядкового номера складових рівняння (1.14).

Відповідно до отриманих рівнянь (1.15) – (1.17) складемо узагальнену структурну схему лінійної динамічної системи другого порядку при ненульових початкових умовах у безперервному просторі станів (рис. 1.4).

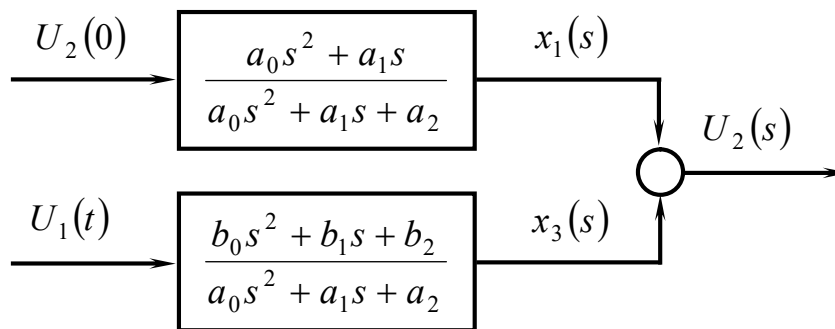


Рисунок 1.4 – Узагальнена структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку у безперервному просторі станів

1.3 Заміна безперервної математичної моделі лінійної системи дискретною з використанням Z-перетворення та побудова відповідної структурної схеми у дискретному просторі станів

Для того щоб представити математичну модель безперервної системи у дискретному просторі станів, необхідно диференціальні рівняння (1.15) та (1.17) відобразити в інтегральній формі таким чином, щоб всі складові містили символічні змінні s^{-n} (інтегратори), що відповідають інтегруванню n -го порядку.

Цього можна досягти шляхом ділення чисельника та знаменника кожного доданку рівняння (1.15) або кожної передавальної функції системи (1.17) на доданок знаменника, що містить комплексний оператор s , у максимальному ступені (тобто на $a_0 s^2$).

Рівняння (1.15) матиме наступний вигляд:

$$U_2(s) = U_2(0) \frac{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1}}{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1} + \frac{a_2}{a_0} s^{-2}} + U_1(t) \frac{\frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} s^{-1} + \frac{b_2}{a_0} s^{-2}}{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1} + \frac{a_2}{a_0} s^{-2}}. \quad (1.18)$$

З урахуванням (1.18) передавальні функції (1.17) матимуть вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} W_1(s) &= \frac{x_1(s)}{U_2(0)} = \frac{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1}}{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1} + \frac{a_2}{a_0} s^{-2}}; \\ W_3(s) &= \frac{x_2(s)}{U_1(t)} = \frac{\frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} s^{-1} + \frac{b_2}{a_0} s^{-2}}{1 + \frac{a_1}{a_0} s^{-1} + \frac{a_2}{a_0} s^{-2}}. \end{aligned} \right. \quad (1.19)$$

Для представлення рівняння (1.18) у дискретному просторі станів необхідно замінити кожен символічну змінну s^{-n} (s^{-1} та s^{-2}) у передавальних функціях (1.19) відповідним зображенням в Z -області.

В якості Z -перетворення скористаємось **методом інваріантних імпульсних функцій**.

Таблиця відповідності операторів безперервного та дискретного інтегрування (Z -перетворення) наведена у додатку 6.

Для методу інваріантних імпульсних функцій відповідність операторів безперервного та дискретного інтегрування першого та другого ступеня має наступний вигляд:

$$\frac{1}{s} \Rightarrow \frac{Tz}{z-1}; \quad \frac{1}{s^2} \Rightarrow \frac{T^2 z}{(z-1)^2}. \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} W_1(z) &= \frac{x_1(z)}{U_2(0)} = \frac{1 + \frac{a_1}{a_0} \frac{Tz}{(z-1)}}{1 + \frac{a_1}{a_0} \frac{Tz}{(z-1)} + \frac{a_2}{a_0} \frac{T^2 z}{(z-1)^2}} = \\ &= \frac{\frac{a_0(z-1)^2}{a_0(z-1)^2} + \frac{a_1 Tz(z-1)}{a_0(z-1)^2}}{\frac{a_0(z-1)^2}{a_0(z-1)^2} + \frac{a_1 Tz(z-1)}{a_0(z-1)^2} + \frac{a_2 T^2 z}{a_0(z-1)^2}} = \frac{a_0(z-1)^2 + a_1 Tz(z-1)}{a_0(z-1)^2 + a_1 Tz(z-1) + a_2 T^2 z} = \\ &= \frac{a_0 z^2 - 2a_0 z + a_0 + a_1 Tz^2 - a_1 Tz}{a_0 z^2 - 2a_0 z + a_0 + a_1 Tz^2 - a_1 Tz + a_2 T^2 z} = \\ &= \frac{(a_0 + a_1 T)z^2 + (-2a_0 - a_1 T)z + (a_0)}{(a_0 + a_1 T)z^2 + (-2a_0 - a_1 T + a_2 T^2)z + (a_0)} = \frac{D_0 z^2 + D_1 z + D_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

де

$$\begin{cases} D_0 = a_0 + a_1 T; & D_1 = -2a_0 - a_1 T; & D_2 = a_0; \\ J_0 = a_0 + a_1 T; & J_1 = -2a_0 - a_1 T + a_2 T^2; & J_2 = a_0. \end{cases} \quad (1.22)$$

$$\begin{aligned}
W_3(z) &= \frac{x_3(z)}{U_1(t)} = \frac{\frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} \frac{Tz}{(z-1)} + \frac{b_2}{a_0} \frac{T^2 z}{(z-1)^2}}{1 + \frac{a_1}{a_0} \frac{Tz}{(z-1)} + \frac{a_2}{a_0} \frac{T^2 z}{(z-1)^2}} = \\
&= \frac{\frac{b_0(z-1)^2}{a_0(z-1)^2} + \frac{b_1 Tz(z-1)}{a_0(z-1)^2} + \frac{b_2 T^2 z}{a_0(z-1)^2}}{\frac{a_0(z-1)^2}{a_0(z-1)^2} + \frac{a_1 Tz(z-1)}{a_0(z-1)^2} + \frac{a_2 T^2 z}{a_0(z-1)^2}} = \frac{b_0(z-1)^2 + b_1 Tz(z-1) + b_2 T^2 z}{a_0(z-1)^2 + a_1 Tz(z-1) + a_2 T^2 z} = \\
&= \frac{b_0 z^2 - 2b_0 z + b_0 + b_1 Tz^2 - b_1 Tz + b_2 T^2 z}{a_0 z^2 - 2a_0 z + a_0 + a_1 Tz^2 - a_1 Tz + a_2 T^2 z} = \\
&= \frac{(b_0 + b_1 T)z^2 + (-2b_0 - b_1 T + b_2 T^2)z + (b_0)}{(a_0 + a_1 T)z^2 + (-2a_0 - a_1 T + a_2 T^2)z + (a_0)} = \frac{H_0 z^2 + H_1 z + H_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2}, \quad (1.23)
\end{aligned}$$

де

$$\begin{cases} H_0 = b_0 + b_1 T; & H_1 = -2b_0 - b_1 T + b_2 T^2; & H_2 = b_0; \\ J_0 = a_0 + a_1 T; & J_1 = -2a_0 - a_1 T + a_2 T^2; & J_2 = a_0. \end{cases} \quad (1.24)$$

Після виконання Z -перетворення рівняння (1.15) – (1.17) у дискретному просторі станів будуть виглядати наступним чином:

$$U_2(z) = U_2(0) \frac{D_0 z^2 + D_1 z + D_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2} + U_1(t) \frac{H_0 z^2 + H_1 z + H_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2}. \quad (1.25)$$

$$U_2(z) = U_2(0)W_1(z) + U_1(t)W_3(z) = x_1(z) + x_3(z). \quad (1.26)$$

$$\begin{cases} W_1(z) = \frac{x_1(z)}{U_2(0)} = \frac{D_0 z^2 + D_1 z + D_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2}; \\ W_3(z) = \frac{x_3(z)}{U_1(t)} = \frac{H_0 z^2 + H_1 z + H_2}{J_0 z^2 + J_1 z + J_2}. \end{cases} \quad (1.27)$$

Для спрощення форми запису складних поліномів у передавальних функціях (1.21) та (1.23) введемо штучні коефіцієнти D_i, H_i, J_i ($i = 0, 1, 2$), що позначають математичні вирази та є множниками елементів затримки у часі z^n ($n = 2, 1, 0$). Розрахунок цих коефіцієнтів за формулами (1.22) та (1.24) виконується чисельно в процесі комп'ютерного моделювання.

За отриманими дискретними рівняннями (1.25) – (1.27) складемо узагальнену структурну схему лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів (рис. 1.5), що еквівалентна схемі у безперервному просторі станів (рис. 1.4).

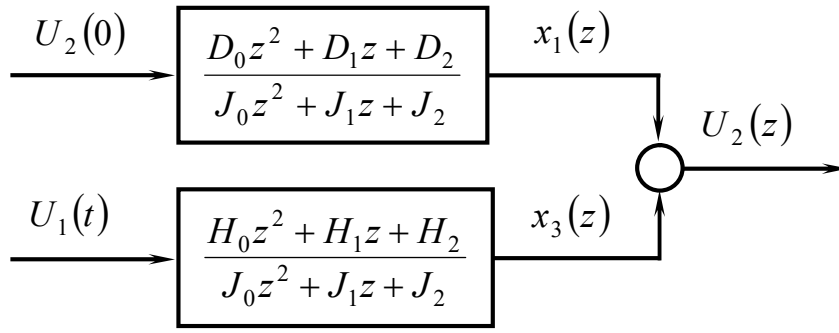


Рисунок 1.5 – Узагальнена структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів

Для подальшого дослідження математичної моделі узагальнену структурну схему лінійної динамічної системи (рис. 1.5) представимо деталізованою схемою у дискретному просторі станів з виділенням елементів затримки у часі z^{-1} .

Для складання такої схеми слід використати *метод безпосередньої декомпозиції*.

Чисельники та знаменники кожної передавальної функції (1.27) розділимо на доданок знаменника, що містить дискретний оператор z у максимальному ступені (тобто на $J_0 z^2$), таким чином щоб коефіцієнт при нульовому Z -елементі дорівнював одиниці.

$$\begin{cases} \frac{x_1(z)}{U_2(0)} = \frac{D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0 + z^{-2} D_2/J_0}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0}; \\ \frac{x_3(z)}{U_1(t)} = \frac{H_0/J_0 + z^{-1} H_1/J_0 + z^{-2} H_2/J_0}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0}. \end{cases} \quad (1.28)$$

Передавальні функції (1.28) представимо у наступному вигляді:

$$\begin{cases} x_1(z) = \frac{U_2(0)}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0} (D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0 + z^{-2} D_2/J_0); \\ x_3(z) = \frac{U_1(t)}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0} (H_0/J_0 + z^{-1} H_1/J_0 + z^{-2} H_2/J_0). \end{cases} \quad (1.29)$$

Введемо змінні $E_i(z)$, ($i=1,2,3$), що позначають сигнал похибки регулювання кожної передавальної функції. Тоді вирази (1.29) можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} E_1(z) = \frac{U_2(0)}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0}; \\ x_1(z) = E_1(z) (D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0 + z^{-2} D_2/J_0). \end{cases} \quad (1.30)$$

$$\begin{cases} E_3(z) = \frac{U_1(t)}{1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0}; \\ x_3(z) = E_3(z) (H_0/J_0 + z^{-1} H_1/J_0 + z^{-2} H_2/J_0). \end{cases} \quad (1.31)$$

Перетворимо перші рівняння систем (1.30) та (1.31) таким чином, щоб виразити штучно введені змінні $E_1(z)$, $E_3(z)$.

$$\begin{cases} U_2(0) = E_1(z)(1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0); \\ x_1(z) = E_1(z)(D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0 + z^{-2} D_2/J_0). \end{cases} \quad (1.32)$$

$$\begin{cases} U_1(t) = E_3(z)(1 + z^{-1} J_1/J_0 + z^{-2} J_2/J_0); \\ x_3(z) = E_3(z)(H_0/J_0 + z^{-1} H_1/J_0 + z^{-2} H_2/J_0). \end{cases} \quad (1.33)$$

Розв'яжемо перші рівняння систем (1.32) та (1.33) відносно змінних сигналів похибки $E_1(z)$, $E_3(z)$, а другі щодо координат локального виходу $x_1(z)$, $x_3(z)$.

$$\begin{cases} E_1(z) = U_2(0) - E_1(z)z^{-1} J_1/J_0 - E_1(z)z^{-2} J_2/J_0; \\ x_1(z) = E_1(z)D_0/J_0 + E_1(z)z^{-1} D_1/J_0 + E_1(z)z^{-2} D_2/J_0. \end{cases} \quad (1.34)$$

$$\begin{cases} E_3(z) = U_1(t) - E_3(z)z^{-1} J_1/J_0 - E_3(z)z^{-2} J_2/J_0; \\ x_3(z) = E_3(z)H_0/J_0 + E_3(z)z^{-1} H_1/J_0 + E_3(z)z^{-2} H_2/J_0. \end{cases} \quad (1.35)$$

За системами рівнянь (1.34) та (1.35) складемо деталізовану структурну схему лінійної системи другого порядку у дискретному просторі станів (рис. 1.6).

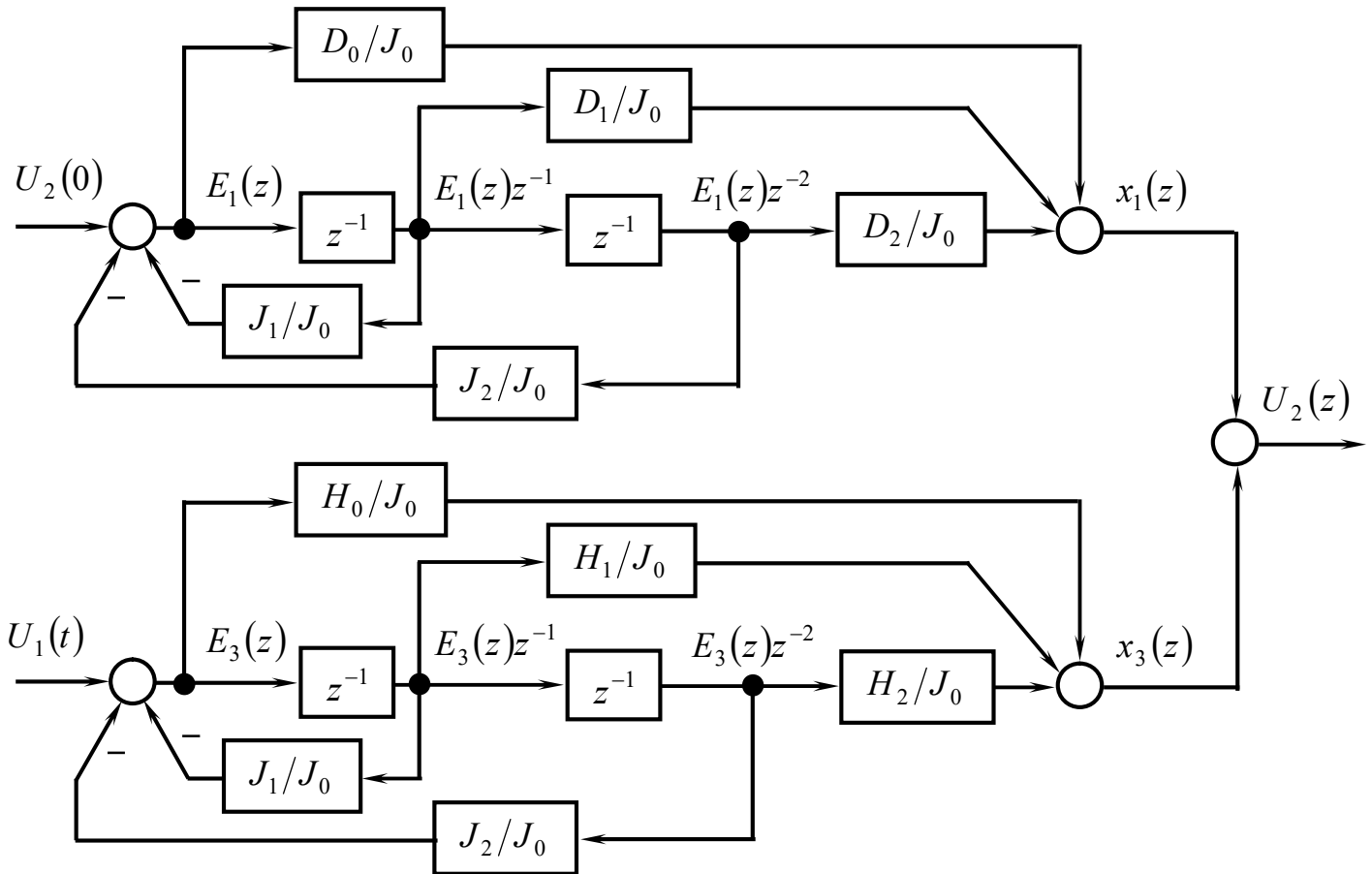


Рисунок 1.6 – Деталізована структурна схема лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів

1.4 Складання структурної схеми алгоритму дослідження математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку за допомогою **Z**-перетворення шляхом прямого програмування

Структурна схема алгоритму дослідження математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку складемо відповідно до систем рівнянь (1.34) та (1.35) для дискретних значень моментів часу T . Введемо наступні позначення:

$$\begin{cases} x_1(z) = x_1; & x_3(z) = x_3; \\ E_1(z) = E_1; & E_3(z) = E_3; & U_2(z) = U_2; \\ E_1(z)z^{-1} = E_{11}; & E_3(z)z^{-1} = E_{31}; & U_2(0) = U_{20}; \\ E_1(z)z^{-2} = E_{12}; & E_3(z)z^{-2} = E_{32}; & U_1(t) = U_1. \end{cases} \quad (1.36)$$

З урахуванням (1.36) рівняння (1.34) та (1.35) матимуть вигляд:

$$\begin{cases} E_1 = U_{20} - E_{11} J_1 / J_0 - E_{12} J_2 / J_0; \\ x_1 = E_1 D_0 / J_0 + E_{11} D_1 / J_0 + E_{12} D_2 / J_0. \end{cases} \quad (1.37)$$

$$\begin{cases} E_3 = U_1 - E_{31} J_1 / J_0 - E_{32} J_2 / J_0; \\ x_3 = E_3 H_0 / J_0 + E_{31} H_1 / J_0 + E_{32} H_2 / J_0. \end{cases} \quad (1.38)$$

Під час складання структурної схеми алгоритму необхідно враховувати особливості, пов'язані з програмною реалізацією елементів затримки у часі z^{-1} . Під час їх послідовного з'єднання сигнал на вході першого елемента послідовно переходить на його вихід і т.д. до останнього елемента. Кожен такий перехід здійснюється із затримкою у часі, що дорівнює одному кроку інтегрування T .

$$\begin{cases} E_1(z) = E_1(NT) = E_1; & E_1(z)z^{-1} = E_1[(N+1)T] = E_{11}; & E_1(z)z^{-2} = E_1[(N+2)T] = E_{12}; \\ E_3(z) = E_3(NT) = E_3; & E_3(z)z^{-1} = E_3[(N+1)T] = E_{31}; & E_3(z)z^{-2} = E_3[(N+2)T] = E_{32}. \end{cases} \quad (1.39)$$

Для будь-якої послідовності елементів затримки у часі z^{-1} після кожного переходу сигналу від входу елемента на його вихід необхідно перепривласнити значення сигналів на виході та вході елемента, починаючи з останнього. Операція перепривласнення виконується наприкінці основного циклу розрахунків.

$$\begin{cases} E_1[(N+2)T] = E_1[(N+1)T] = E_1(NT) & (E_{12} = E_{11} : E_{11} = E_1); \\ E_3[(N+2)T] = E_3[(N+1)T] = E_3(NT) & (E_{32} = E_{31} : E_{31} = E_3). \end{cases} \quad (1.40)$$

За отриманими системами рівнянь (1.37), (1.38) та з урахуванням операції перепривласнення (1.40), відповідно деталізованої структурної схеми лінійної системи у дискретному просторі станів (рис. 1.6) складемо структурну схему алгоритму дослідження математичної моделі лінійної динамічної системи другого порядку при ненульових початкових умовах з використанням **Z**-перетворення шляхом прямого програмування (рис. 1.7).

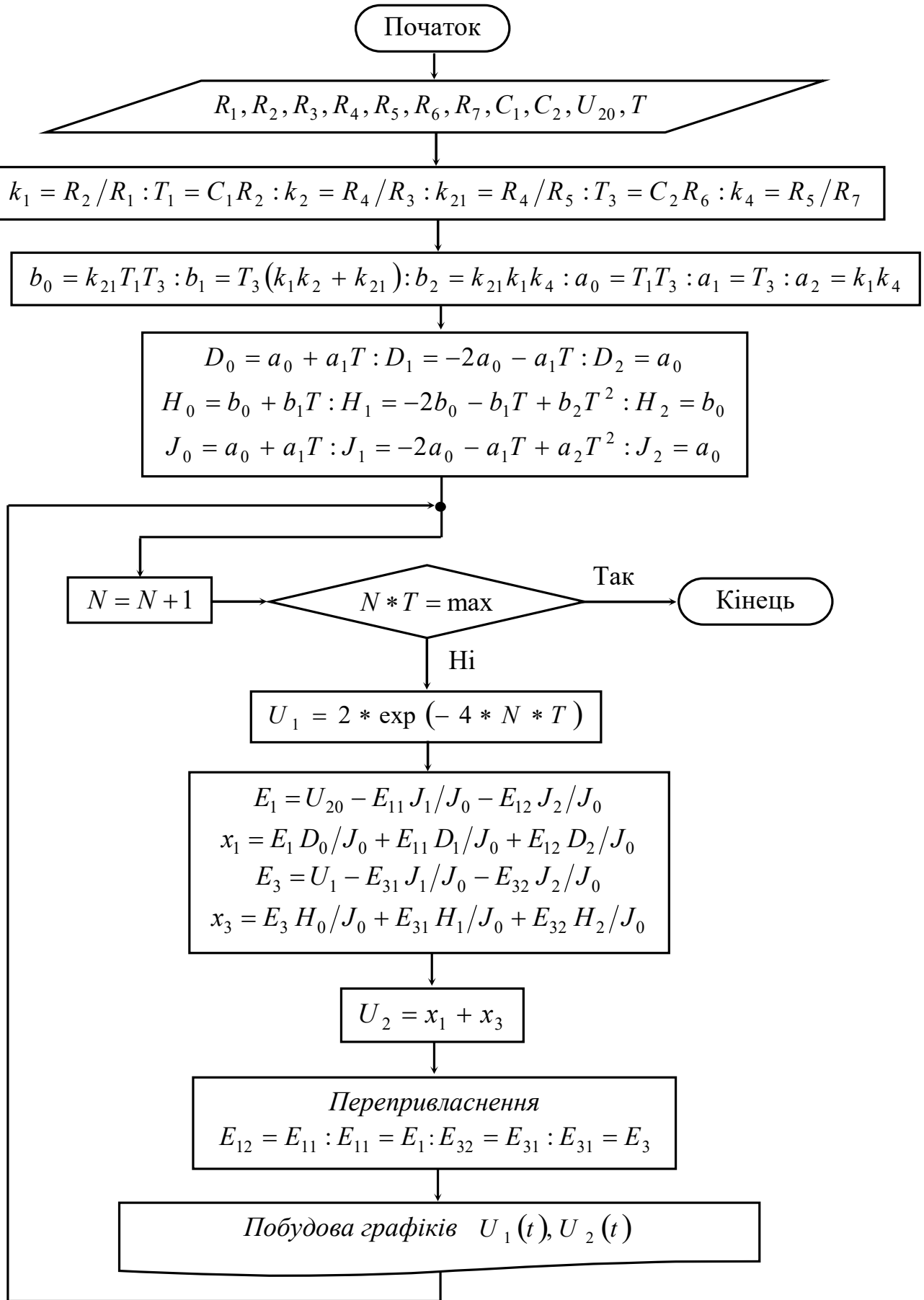


Рисунок 1.7 – Структурна схема алгоритму дослідження лінійної динамічної системи другого порядку з використанням Z-перетворення

1.5 Синтезування Simulink-моделей лінійної динамічної системи у середовищі Matlab та отримання графічних результатів комп'ютерного моделювання

Simulink-моделі дослідження лінійної динамічної системи другого порядку складемо відповідно структурних схем у безперервному (рис. 1.4) та дискретному (рис. 1.5 та рис. 1.6) просторі станів.

На рис. 1.8 зображена Simulink-модель дослідження лінійної динамічної системи, що відповідає узагальненій структурній схемі (рис. 1.4) у безперервному просторі станів.

Чисельні значення параметрів відповідних блоків Simulink-моделі вказуються у створеному *m*-файлі (рис. 1.9).

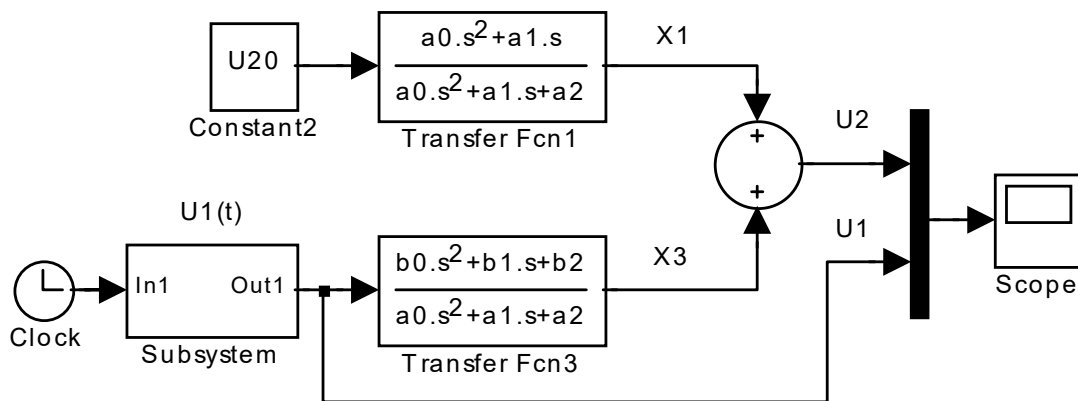


Рисунок 1.8 – Simulink-модель дослідження лінійної динамічної системи другого порядку у безперервному просторі станів

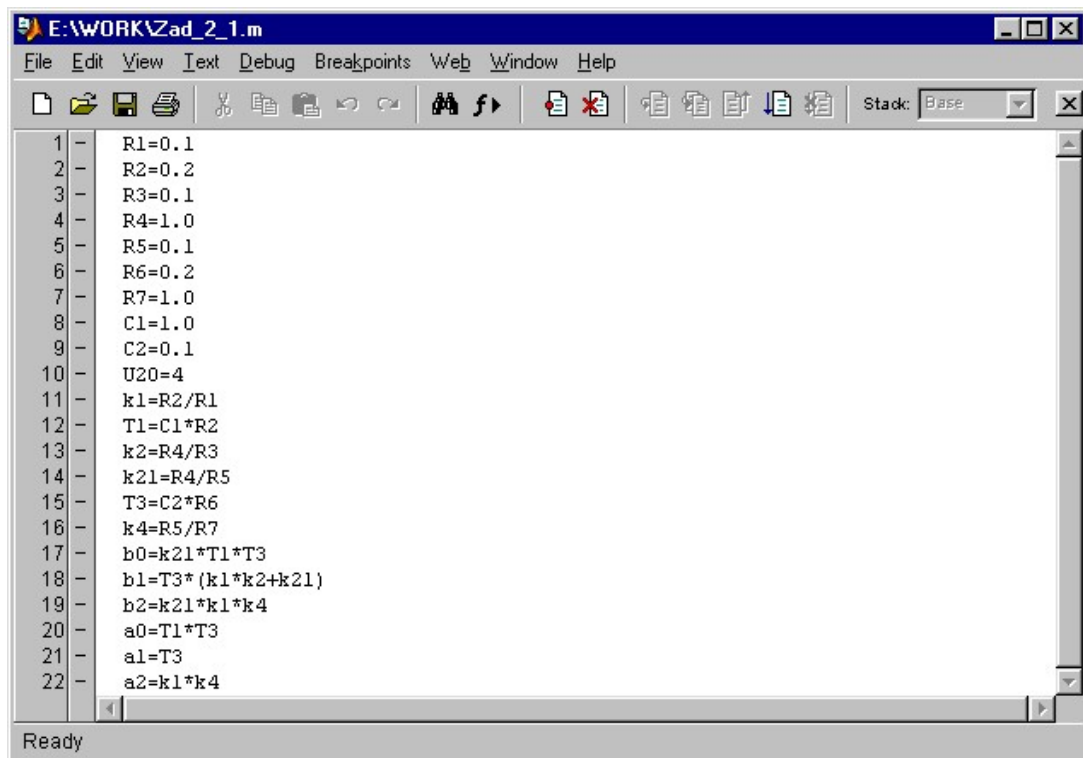


Рисунок 1.9 – *m*-файл чисельних значень параметрів блоків Simulink-моделі

На рис. 1.10 зображені графіки, що отримані у результаті дослідження Simulink-моделі у безперервному просторі станів (рис. 1.8).

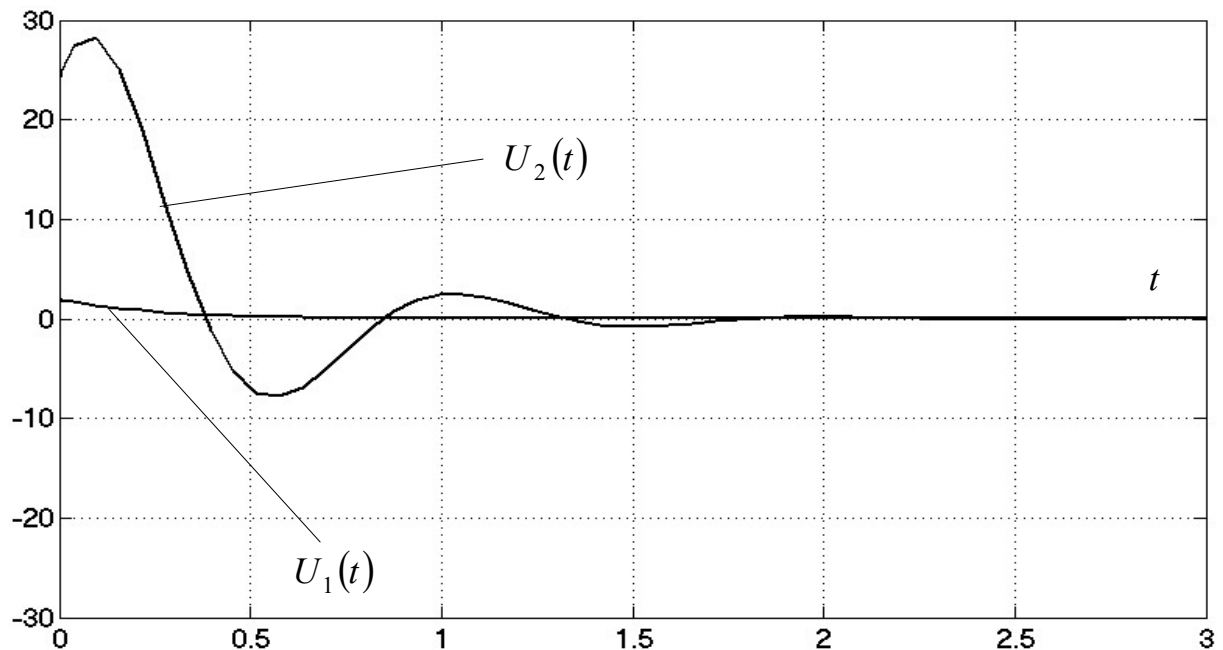


Рисунок 1.10 – Графічні результати комп'ютерного моделювання лінійної динамічної системи другого порядку у безперервному просторі станів

На рис. 1.11 зображена Simulink-модель лінійної динамічної системи, що відповідає узагальненій структурній схемі (рис. 1.5) у дискретному просторі станів.

Simulink-модель дослідження лінійної динамічної системи у дискретному просторі станів можна також синтезувати відповідно деталізованої структурної схеми (рис. 1.6). Така модель зображена на рис. 1.12.

Чисельні значення параметрів відповідних блоків Simulink-моделей (рис. 1.11 та рис. 1.12) вказуються у створеному *m*-файлі (рис. 1.13).

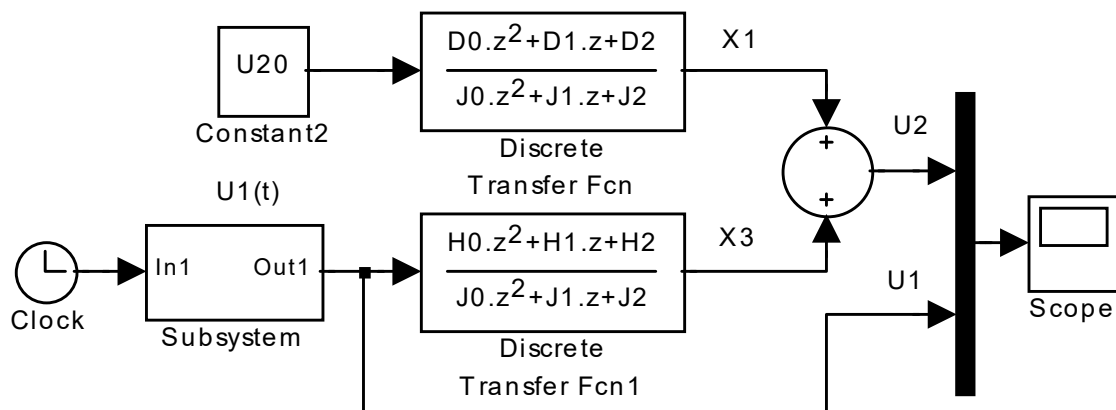


Рисунок 1.11 – Simulink-модель дослідження лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів

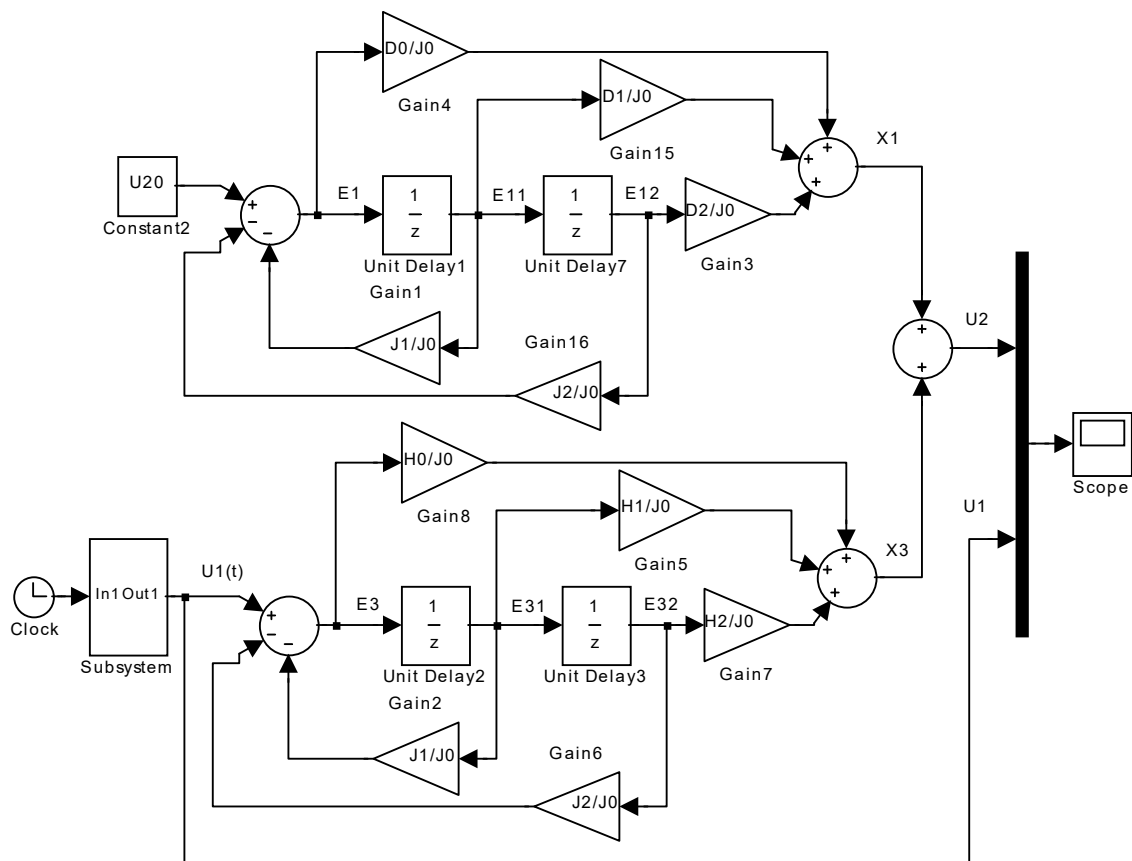


Рисунок 1.12 – Simulink-модель дослідження лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів

```

D:\work\Zad_2_2.m
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
1 T=0.001
2 R1=0.1
3 R2=0.2
4 R3=0.1
5 R4=1.0
6 R5=0.1
7 R6=0.2
8 R7=1.0
9 C1=1.0
10 C2=0.1
11 U20=4
12 k1=R2/R1
13 T1=C1*R2
14 k2=R4/R3
15 k21=R4/R5
16 T3=C2*R6
17 k4=R5/R7
18 b0=k21*T1*T3
19 b1=T3*(k1*k2+k21)
20 b2=k21*k1*k4
21 a0=T1*T3
22 a1=T3
23 a2=k1*k4
24 D0=a0+a1*T
25 D1=-2*a0-a1*T
26 D2=a0
27 H0=b0+b1*T
28 H1=-2*b0-b1*T+b2*T^2
29 H2=b0
30 J0=a0+a1*T
31 J1=-2*a0-a1*T+a2*T^2
32 J2=a0
Ready

```

Рисунок 1.13 – *m*-файл чисельних значень параметрів блоків Simulink-моделі

Під час складання дискретних Simulink-моделей у блоках *Unit Delay*, *Discrete Transfer Fcn* та *Scope* у полях *Sample time* потрібно вказати змінну T , яка також вказується у полі *Fixed step size* під час налаштування параметрів процесу моделювання *Simulation Parameters*. Значення цієї змінної також вказується у *m*-файлі (рис. 1.13).

Для спрощення відображення віртуальних схем (рис. 1.8, рис. 1.11 та рис. 1.12) сигнал вхідного впливу $U_1(t)$ рекомендується синтезувати на основі математичних блоків у вигляді окремої підсистеми (Subsystem), Simulink-модель якої зображена на рис. 1.14.

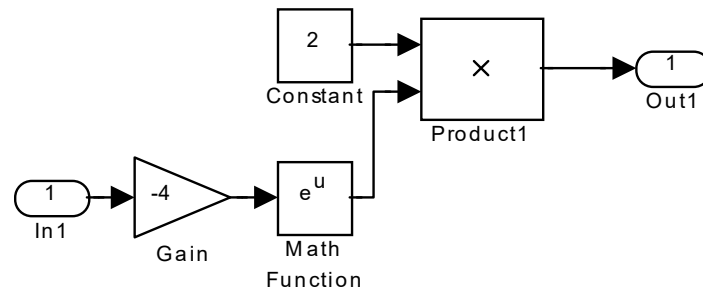


Рисунок 1.14 – Simulink-модель підсистеми вхідного впливу $U_1(t)$

На рис. 1.15 зображені графіки, що отримані у результаті дослідження Simulink-моделей у дискретному просторі станів (рис. 1.11 та рис. 1.12). Моделювання обох дискретних систем призводить до практично однакових графічних результатів.

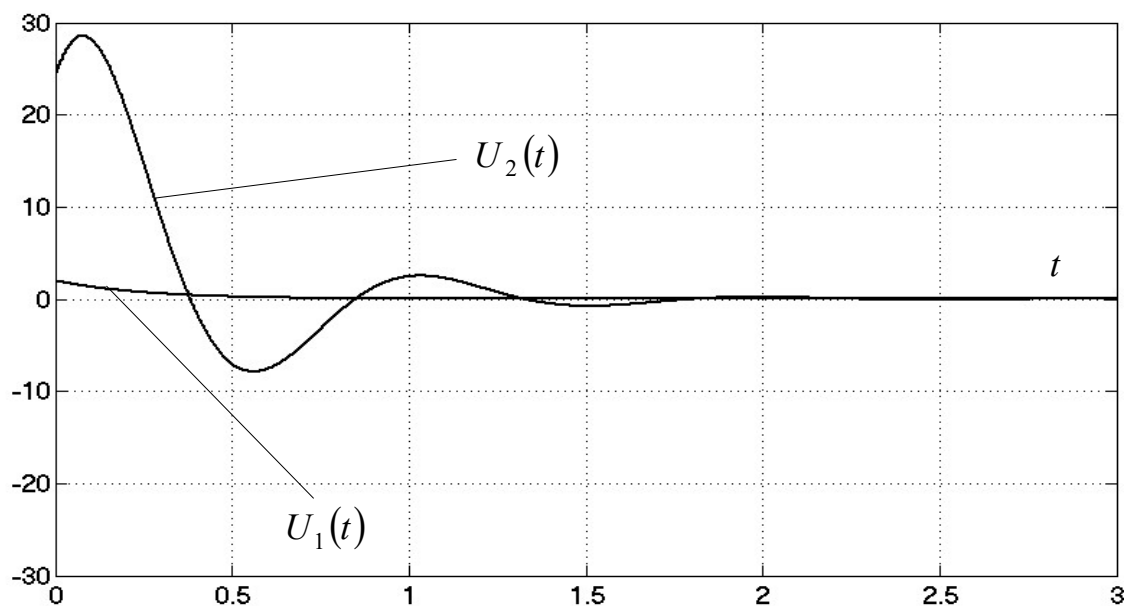


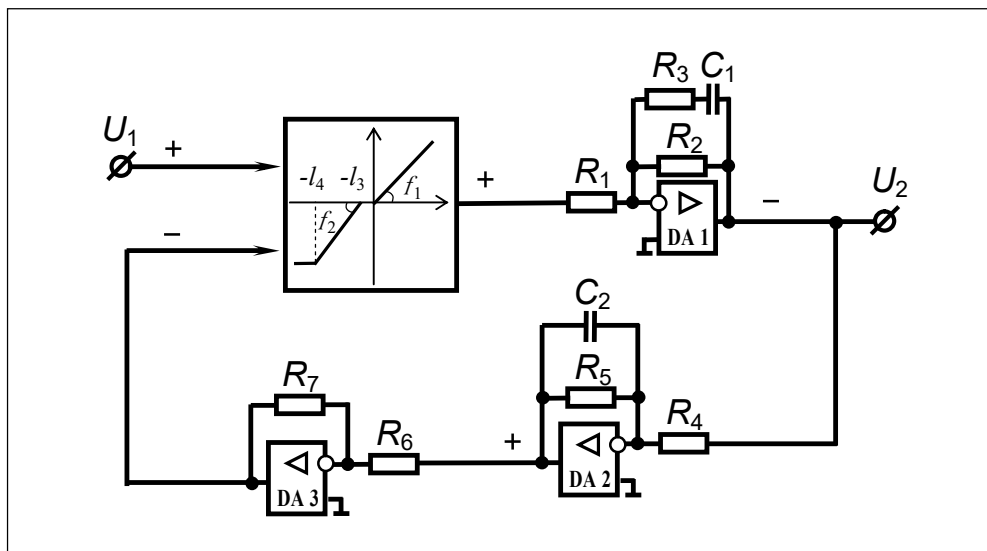
Рисунок 1.15 – Графічні результати комп'ютерного моделювання лінійної динамічної системи другого порядку у дискретному просторі станів

Порівняння результатів комп'ютерного моделювання лінійної динамічної системи другого порядку при ненульових початкових умовах у безперервному (рис. 1.10) та дискретному (рис. 1.15) просторі станів показує ідентичність отриманих графіків, що свідчить про правильність виконання завдання.

2 Дослідження нелінійної динамічної системи без урахування початкових умов з використанням Z-перетворення шляхом послідовного програмування

Умова та приклад виконання завдання

Дослідити нелінійну динамічну систему без урахування початкових умов, принципова електрична схема якої має наступний вигляд:



з використанням **Z-перетворення** без урахування початкових умов і побудувати на комп'ютері графіки зміни у часі сигналів вхідної $U_1(t)$ та вихідної $U_2(t)$ координат системи.

У якості Z-перетворення використати метод Тастіна.

Вихідні дані (умовний варіант)

R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	M_1	M_2	l_1	l_2	l_3	l_4	f_1	f_2
0,5	2,0	0,1	0,5	1,0	2,0	2,0	0,1	0,1	—	—	—	—	0,5	0,9	3	4

$$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{4 - (2 - t)^2} & \text{при } t \leq 2 \\ 0 & \text{при } t > 2 \end{cases}$$

Принципові електричні схеми нелінійних динамічних систем для всіх варіантів завдання наведені у додатку 3.

Параметри елементів принципових схем та нелінійного елементу $F(x)$ наведені у додатку 4.

Для всіх операційних підсилювачів постійного струму розмірність номіналів ємності конденсаторів наведена у мікрофарадах – C_i , мкФ ($1 \text{ мкФ} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$), а розмірність номіналів опору резисторів наведена у мегамах – R_i , мОм ($1 \text{ мОм} = 1 \cdot 10^6 \text{ Ом}$).

Аналітичні вирази типів вхідного впливу $U_1(t)$ наведені у додатку 5.

Таблиця відповідності операторів безперервного та дискретного інтегрування (Z-перетворення) наведена у додатку 6.

2.1 Визначення передавальних функцій лінійних ланок нелінійної динамічної системи та складання відповідної структурної схеми у безперервному просторі станів

Математичне моделювання заданої нелінійної динамічної системи здійснюється шляхом *послідовного програмування*, для використання якого необхідно визначити передавальні функції всіх лінійних ланок нелінійної системи, що реалізована на операційних підсилювачах та з'єднати їх послідовно разом із нелінійною ланкою в єдину систему.

З принципової електричної схеми видно, що нелінійна система містить три операційні підсилювачі постійного струму з жорстким зворотним зв'язком у колі напруги. Визначимо їх передавальні функції:

$$W_1(s) = \frac{R_2 \left(R_3 + \frac{1}{C_1 s} \right)}{R_1 \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{C_1 s} \right)} = \frac{R_2}{R_1} \frac{C_1 R_3 s + 1}{C_1 (R_2 + R_3) s + 1} = k_1 \frac{T_1 s + 1}{T_{11} s + 1}, \quad (2.1)$$

де $k_1 = R_2 / R_1$, $T_1 = C_1 R_3$, $T_{11} = C_1 (R_2 + R_3)$.

$$W_2(s) = \frac{R_5 \cdot \frac{1}{C_2 s}}{R_4 \left(R_5 + \frac{1}{C_2 s} \right)} = \frac{R_5 / R_4}{C_2 R_5 s + 1} = \frac{k_2}{T_2 s + 1}, \quad \text{де } k_2 = R_5 / R_4, T_2 = C_2 R_5. \quad (2.2)$$

$$W_3(s) = \frac{R_7}{R_6} = k_3, \quad \text{де } k_3 = R_7 / R_6. \quad (2.3)$$

Безпосередньо за принциповою електричною схемою нелінійної динамічної системи з урахуванням передавальних функцій (2.1) – (2.3) складемо структурну схему (рис. 2.1).

Чисельні значення параметрів передавальних функцій, k_1 , T_1 , T_{11} , k_2 , T_2 , k_3 визначаються автоматично на комп'ютері у процесі моделювання.

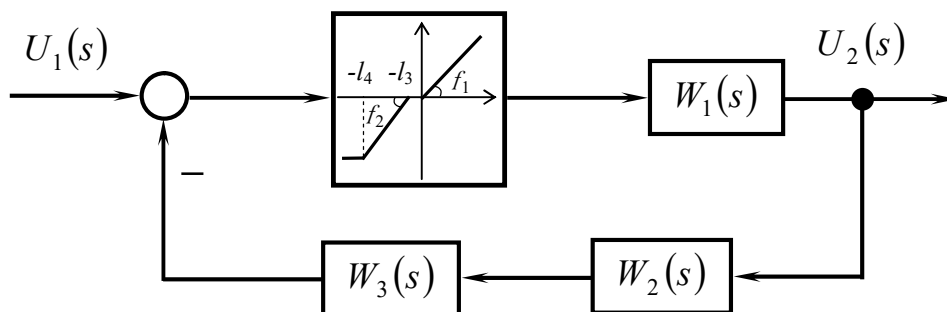


Рисунок 2.1 – Структурна схема нелінійної динамічної системи

Слід зазначити, що за наявності суматорів виконуються перетворення схем (переніс суматорів на вхід відповідних передавальних функцій) за аналогією з першим завданням. Інші перетворення, наприклад, об'єднання декількох послідовно розташованих передавальних функцій виконувати не потрібно,

оскільки нелінійний елемент може бути розміщений у будь-якому місці принципової електричної схеми та дослідження математичних моделей здійснюється шляхом послідовного програмування.

У структурній схемі (рис. 2.1) загальні блоки передавальних функцій замінюємо їх структурними елементами, що позначені у виразах (2.1) – (2.3). Отримаємо узагальнену структурну схему нелінійної динамічної системи у безперервному просторі станів (рис. 2.2).

Для зручності комп'ютерного моделювання введемо символічні змінні, що позначають вхідні та вихідні сигнали всіх передавальних функцій, а також нелінійного елемента.

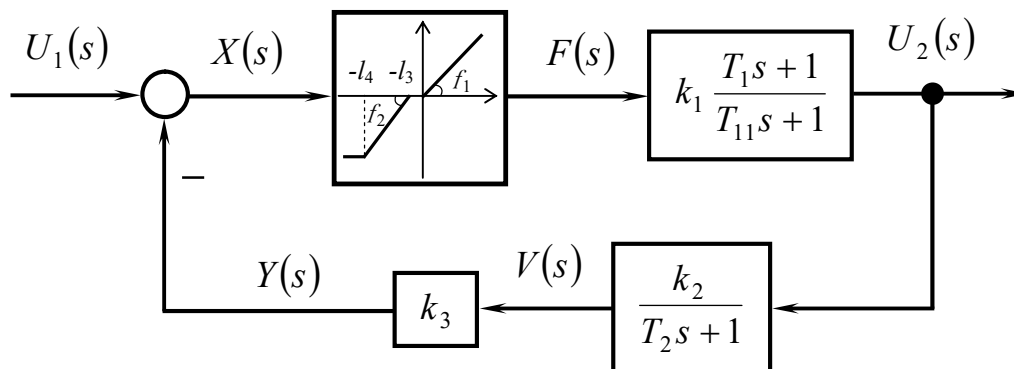


Рисунок 2.2 – Узагальнена структурна схема нелінійної динамічної системи у безперервному просторі станів

2.2 Заміна безперервної математичної моделі нелінійної системи дискретною з використанням Z-перетворення та побудова відповідної структурної схеми у дискретному просторі станів

Для того щоб представити математичну модель безперервної систему у дискретному просторі станів, необхідно динамічні передавальні функції (2.1) та (2.2) відобразити в інтегральній формі таким чином, щоб всі складові містили символічні змінні s^{-n} (інтегратори), що відповідають інтегруванню n -го порядку.

Цього можна досягти шляхом ділення чисельника та знаменника кожної динамічної передавальної функції (2.1) та (2.2) на доданок знаменника, що містить комплексний оператор s у максимальному ступені (тобто на $T_{11}s$ та T_2s відповідно).

$$W_1(s) = \frac{U_2(s)}{F(s)} = k_1 \frac{T_1s + 1}{T_{11}s + 1} = \frac{k_1T_1s + k_1}{T_{11}s + 1} = \frac{\frac{k_1T_1}{T_{11}} + \frac{k_1}{T_{11}}s^{-1}}{1 + \frac{1}{T_{11}}s^{-1}}. \quad (2.4)$$

$$W_2(s) = \frac{V(s)}{U_2(s)} = \frac{k_2}{T_2s + 1} = \frac{\frac{k_2}{T_2}s^{-1}}{1 + \frac{1}{T_2}s^{-1}}. \quad (2.5)$$

Слід зазначити, що у вихідних даних завдання тип вхідного сигналу $U_1(t)$ представлений нелінійною функцією у часі. Через складність математичних залежностей не треба переходити від оригіналу $U_1(t)$ до зображення $U_1(s)$.

Для подальших перетворень у рівняння та структурні схеми необхідно включати безпосередньо оригінал вхідного сигналу $U_1(t)$, який буде визначатися під час комп'ютерного моделювання (аналогічно першому завданню).

Для уніфікації позначень індексацію передавальних функцій та координат локального виходу будемо вести за аналогією з першим завданням.

Для представлення рівнянь (2.4) та (2.5) у дискретному просторі станів необхідно замінити кожну символічну змінну s^{-1} у передавальних функціях відповідним зображенням в Z -області.

В якості Z -перетворення скористаємось **методом Тастіна**.

Таблиця відповідності операторів безперервного та дискретного інтегрування (Z -перетворення) наведена у додатку 6.

Для методу Тастіна відповідність операторів безперервного та дискретного інтегрування першого ступеня має наступний вигляд:

$$\frac{1}{s} \Rightarrow \frac{T(z+1)}{2(z-1)}. \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} W_1(z) &= \frac{U_2(z)}{F(z)} = \frac{\frac{k_1 T_1}{T_{11}} + \frac{k_1 T(z+1)}{T_{11} 2(z-1)}}{1 + \frac{1}{T_{11}} \frac{T(z+1)}{2(z-1)}} = \frac{\frac{2k_1 T_1(z-1)}{2T_{11}(z-1)} + \frac{k_1 T(z+1)}{2T_{11}(z-1)}}{\frac{2T_{11}(z-1)}{2T_{11}(z-1)} + \frac{T(z+1)}{2T_{11}(z-1)}} = \\ &= \frac{2k_1 T_1(z-1) + k_1 T(z+1)}{2T_{11}(z-1) + T(z+1)} = \frac{2k_1 T_1 z - 2k_1 T_1 + k_1 T z + k_1 T}{2T_{11} z - 2T_{11} + T z + T} = \\ &= \frac{k_1(2T_1 + T)z + k_1(-2T_1 + T)}{(2T_{11} + T)z + (-2T_{11} + T)} = \frac{D_0 z + D_1}{J_0 z + J_1}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

де

$$D_0 = k_1(2T_1 + T); D_1 = k_1(-2T_1 + T); J_0 = (2T_{11} + T); J_1 = (-2T_{11} + T). \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} W_2(z) &= \frac{V(z)}{U_2(z)} = \frac{\frac{k_2 T(z+1)}{T_2 2(z-1)}}{1 + \frac{1}{T_2} \frac{T(z+1)}{2(z-1)}} = \frac{\frac{k_2 T(z+1)}{2T_2(z-1)}}{\frac{2T_2(z-1)}{2T_2(z-1)} + \frac{T(z+1)}{2T_2(z-1)}} = \\ &= \frac{k_2 T(z+1)}{2T_2(z-1) + T(z+1)} = \frac{k_2 T z + k_2 T}{2T_2 z - 2T_2 + T z + T} = \\ &= \frac{(k_2 T)z + (k_2 T)}{(2T_2 + T)z + (-2T_2 + T)} = \frac{G_0 z + G_1}{I_0 z + I_1}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

де

$$G_0 = k_2 T; G_1 = k_2 T; I_0 = (2T_2 + T); I_1 = (-2T_2 + T). \quad (2.10)$$

Для спрощення форми запису складних поліномів у передавальних функціях (2.7) та (2.9) введемо штучні коефіцієнти D_i, G_i, J_i, I_i ($i = 0, 1$), що позначають математичні вирази та є множниками елементів затримки у часі z^n ($i = 1, 0$) (у випадку простих поліномів коефіцієнти вводити не потрібно). Розрахунок цих коефіцієнтів за формулами (2.8) та (2.10) виконується чисельно під час комп'ютерного моделювання.

Після виконання Z-перетворення з урахуванням дискретних передавальних функцій (2.7) та (2.9) складемо узагальнену структурну схему нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів (рис. 2.3), що еквівалентна аналогічній схемі у безперервному просторі станів (рис. 2.2).

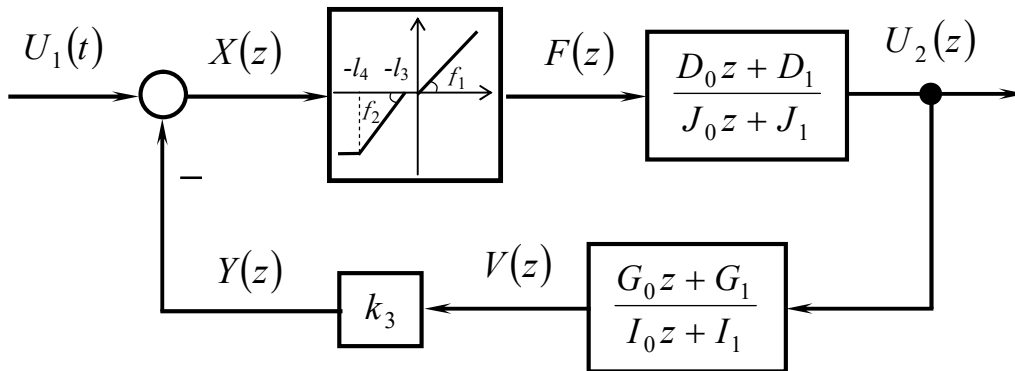


Рисунок 2.3 – Узагальнена структурна схема нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів

Для подальшого дослідження математичної моделі узагальнену структурну схему нелінійної динамічної системи (рис. 2.3) представимо деталізованою схемою у дискретному просторі станів з виділенням елементів затримки у часі z^{-1} .

Для складання такої схеми слід використати *метод безпосередньої декомпозиції*.

Чисельники та знаменники кожної передавальної функції (2.7) та (2.9) розділимо на доданок знаменника, що містить дискретний оператор z , у максимальному ступені (тобто на J_0z та I_0z відповідно), таким чином щоб коефіцієнт при нульовому Z-елементі дорівнював одиниці.

$$\begin{cases} W_1(z) = \frac{U_2(z)}{F(z)} = \frac{D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0}{1 + z^{-1} J_1/J_0}; \\ W_2(z) = \frac{V(z)}{U_2(z)} = \frac{G_0/I_0 + z^{-1} G_1/I_0}{1 + z^{-1} I_1/I_0}. \end{cases} \quad (2.11)$$

Передавальні функції (4.11) представимо у наступному вигляді:

$$\begin{cases} U_2(z) = \frac{F(z)}{1 + z^{-1} J_1/J_0} (D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0); \\ V(z) = \frac{U_2(z)}{1 + z^{-1} I_1/I_0} (G_0/I_0 + z^{-1} G_1/I_0). \end{cases} \quad (2.12)$$

Введемо змінні $E_i(z)$, ($i = 1, 2$), що позначають сигнал похибки регулювання кожної передавальної функції. Тоді вирази (2.12) можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} E_1(z) = \frac{F(z)}{1 + z^{-1} J_1/J_0} ; \\ U_2(z) = E_1(z) (D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0). \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\begin{cases} E_2(z) = \frac{U_2(z)}{1 + z^{-1} I_1/I_0} ; \\ V(z) = E_2(z) (G_0/I_0 + z^{-1} G_1/I_0). \end{cases} \quad (2.14)$$

Перетворимо перші рівняння систем (2.13) та (2.14) таким чином, щоб виразити штучно введені змінні $E_1(z)$, $E_2(z)$.

$$\begin{cases} F(z) = E_1(z) (1 + z^{-1} J_1/J_0); \\ U_2(z) = E_1(z) (D_0/J_0 + z^{-1} D_1/J_0). \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{cases} U_2(z) = E_2(z) (1 + z^{-1} I_1/I_0); \\ V(z) = E_2(z) (G_0/I_0 + z^{-1} G_1/I_0). \end{cases} \quad (2.16)$$

Розв'яжемо перші рівняння систем (2.15) та (2.16) відносно змінних сигналів похибки $E_1(z)$, $E_2(z)$, а другі щодо координат локального виходу $U_2(z)$, $V(z)$.

$$\begin{cases} E_1(z) = F(z) - E_1(z) z^{-1} J_1/J_0 ; \\ U_2(z) = E_1(z) D_0/J_0 + E_1(z) z^{-1} D_1/J_0 . \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} E_2(z) = U_2(z) - E_2(z) z^{-1} I_1/I_0 ; \\ V(z) = E_2(z) G_0/I_0 + E_2(z) z^{-1} G_1/I_0 . \end{cases} \quad (2.18)$$

За системами рівнянь (2.17) та (2.18) складемо деталізовану структурну схему нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів (рис. 2.4).

2.3 Складання структурної схеми алгоритму дослідження математичної моделі нелінійної динамічної системи за допомогою Z-перетворення шляхом послідовного програмування

Структурна схема алгоритму дослідження математичної моделі нелінійної динамічної системи складається відповідно систем рівнянь (2.17) та (2.18) для дискретних значень проміжків часу T .

Введемо наступні позначення:

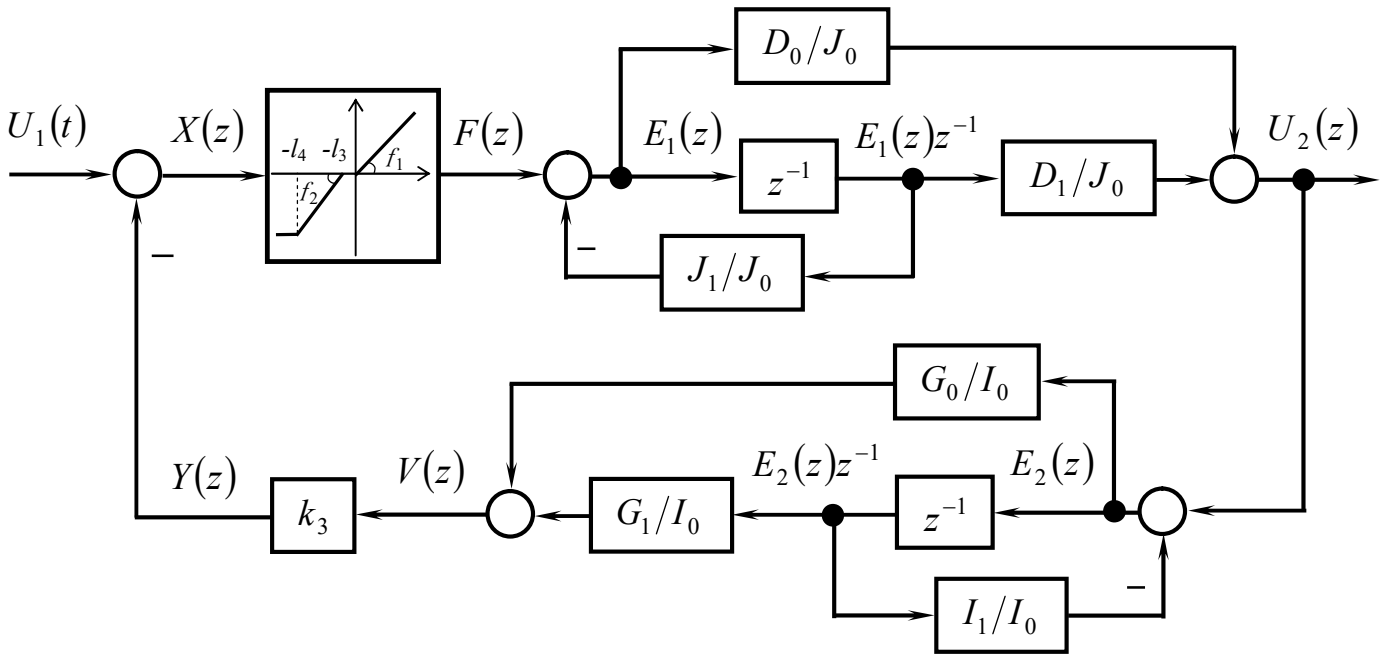


Рисунок 2.4 – Деталізована структурна схема нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів

$$\begin{cases} U_1(z) = U_1; & U_2(z) = U_2; \\ X(z) = X; & E_2(z) = E_2; \\ F(z) = F; & E_2(z)z^{-1} = E_{21}; \\ E_1(z) = E_1; & V(z) = V; \\ E_1(z)z^{-1} = E_{11}; & Y(z) = Y. \end{cases} \quad (2.19)$$

З урахуванням (2.19) рівняння (2.17) та (2.18) будуть матиме наступний вигляд:

$$\begin{cases} E_1 = F - E_{11} J_1/J_0; \\ U_2 = E_1 D_0/J_0 + E_{11} D_1/J_0. \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\begin{cases} E_2 = U_2 - E_{21} I_1/I_0; \\ V = E_2 G_0/I_0 + E_{21} G_1/I_0. \end{cases} \quad (2.21)$$

Під час складання структурної схеми алгоритму необхідно враховувати особливості, пов'язані з програмною реалізацією елементів затримки у часі z^{-1} . Під час їх послідовного з'єднання сигнал на вході першого елемента послідовно переходить на його вихід і т.д. до останнього елемента. Кожен такий перехід здійснюється із затримкою у часі, що дорівнює одному кроку інтегрування T .

$$\begin{cases} E_1(z) = E_1(NT) = E_1; & E_1(z)z^{-1} = E_1[(N+1)T] = E_{11}; \\ E_2(z) = E_2(NT) = E_2; & E_2(z)z^{-1} = E_2[(N+1)T] = E_{21}. \end{cases} \quad (2.22)$$

Для будь-якої послідовності елементів затримки у часі z^{-1} після кожного переходу сигналу від входу елемента на його вихід необхідно перепривласнити значення сигналів на виході та вході елемента, починаючи з останнього. Операція перепривласнення виконується наприкінці основного циклу розрахунків.

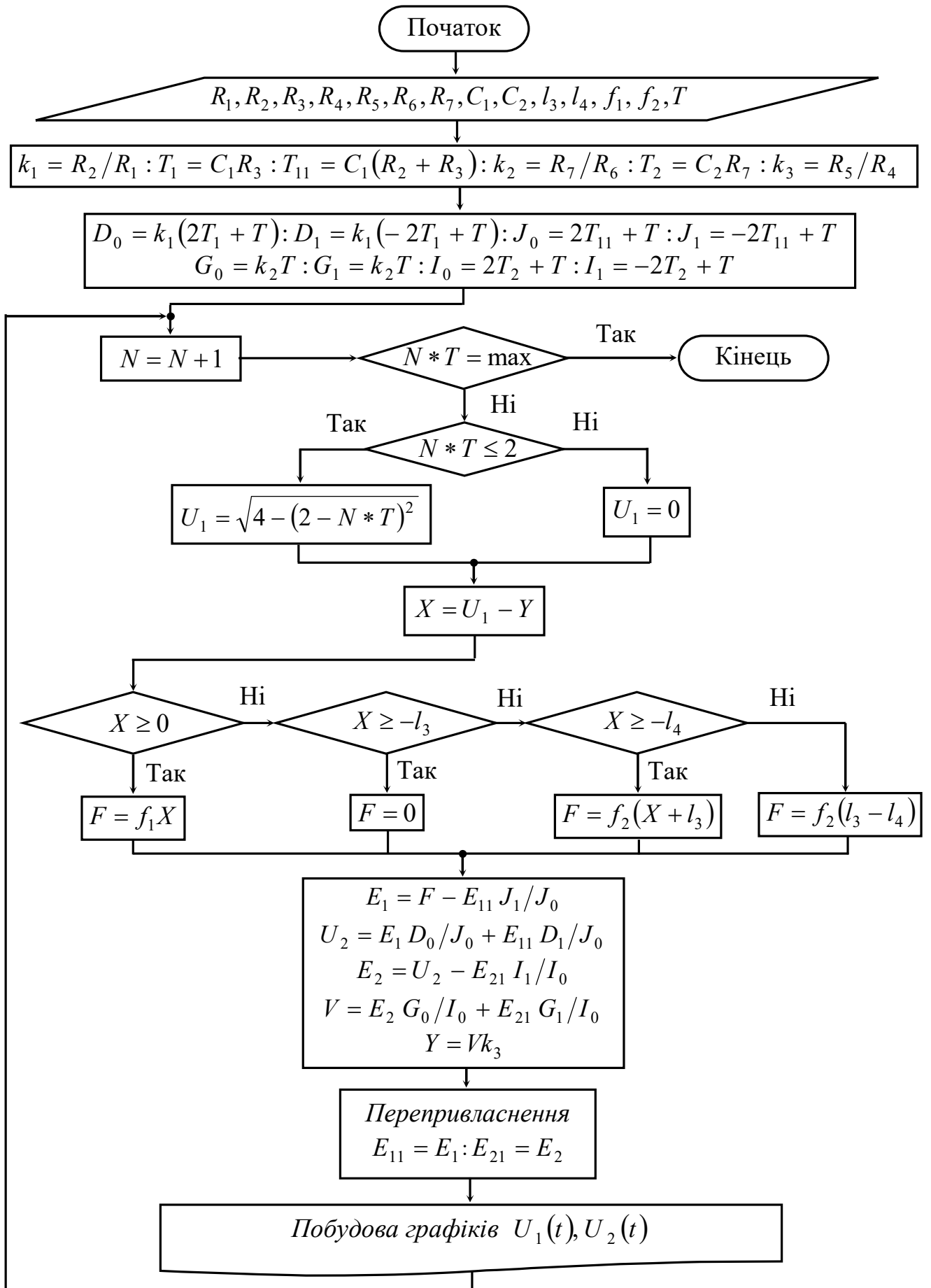
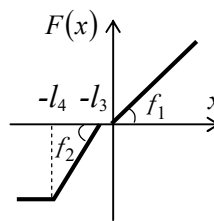


Рисунок 2.5 – Структурна схема алгоритму дослідження нелінійної динамічної системи з використанням Z-перетворення

$$\begin{cases} E_1[(N+1)T] = E_1(NT) & (E_{11} = E_1); \\ E_2[(N+1)T] = E_2(NT) & (E_{21} = E_2). \end{cases} \quad (2.23)$$

Для складання структурної схеми алгоритму необхідно аналітично описати нелінійний елемент системи $F(x)$.



$$F = \begin{cases} f_1 X, & 0 \leq X < +\infty; \\ 0, & -l_3 \leq X < 0; \\ f_2(X + l_3), & -l_4 \leq X < -l_3; \\ f_2(l_3 - l_4), & -\infty < X < -l_4. \end{cases} \quad (2.24)$$

За отриманими системами рівнянь (2.20), (2.21), з урахуванням операції перепривласнення (2.23) та аналітичного опису нелінійного елемента (2.24), відповідно деталізованої структурної схеми нелінійної системи у дискретному просторі станів (рис. 2.4) складемо структурну схему алгоритму дослідження математичної моделі нелінійної динамічної системи другого порядку без урахування початкових умов з використанням **Z-перетворення** шляхом послідовного програмування (рис. 2.5).

2.4 Синтезування Simulink-моделей нелінійної динамічної системи у середовищі Matlab та отримання графічних результатів комп'ютерного моделювання

Simulink-моделі нелінійної динамічної системи складемо відповідно структурних схем у безперервному (рис. 2.2) та дискретному (рис. 2.3 та рис. 2.4) просторі станів.

На рис. 2.6 зображена Simulink-модель дослідження нелінійної динамічної системи, що відповідає узагальненій структурній схемі (рис. 2.2) у безперервному просторі станів.

Чисельні значення параметрів відповідних блоків Simulink-моделі (рис. 2.6) вказуються у створеному *m*-файлі (рис. 2.7).

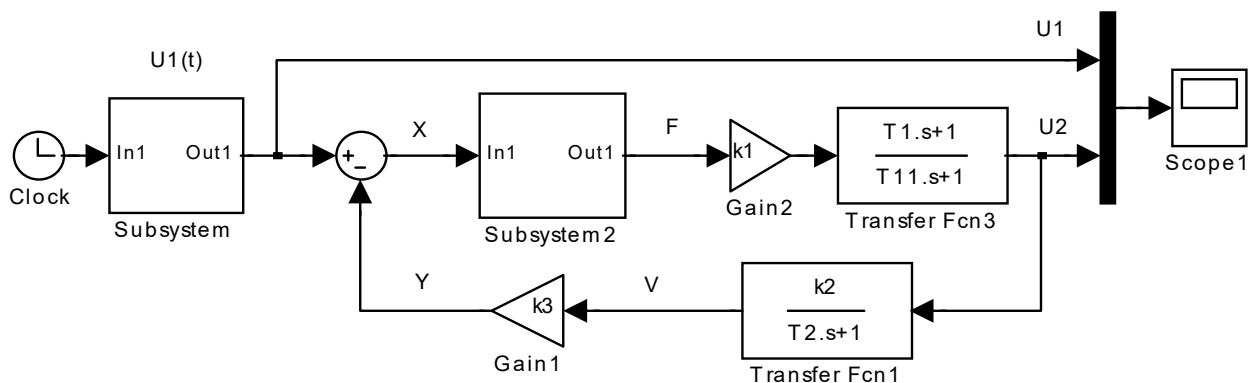


Рисунок 2.6 – Simulink-модель дослідження нелінійної динамічної системи у безперервному просторі станів

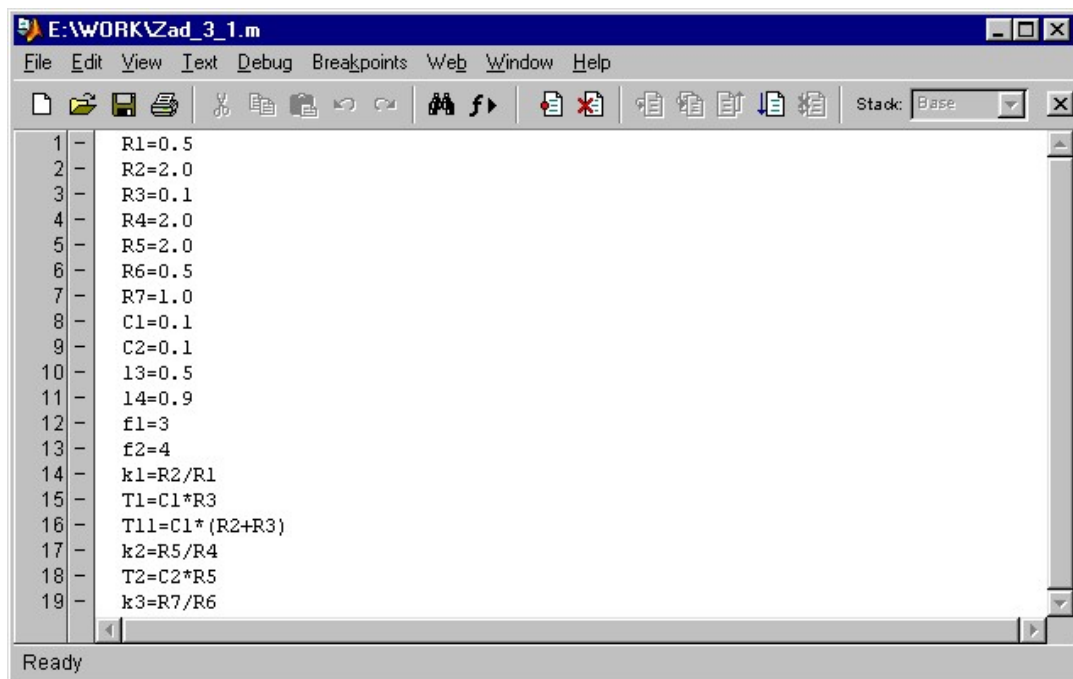


Рисунок 2.7 – *m*-файл чисельних значень параметрів блоків Simulink-моделі

На рис. 2.8 зображені графіки, що отримані у результаті дослідження Simulink-моделі нелінійної системи у безперервному просторі станів (рис. 2.6).

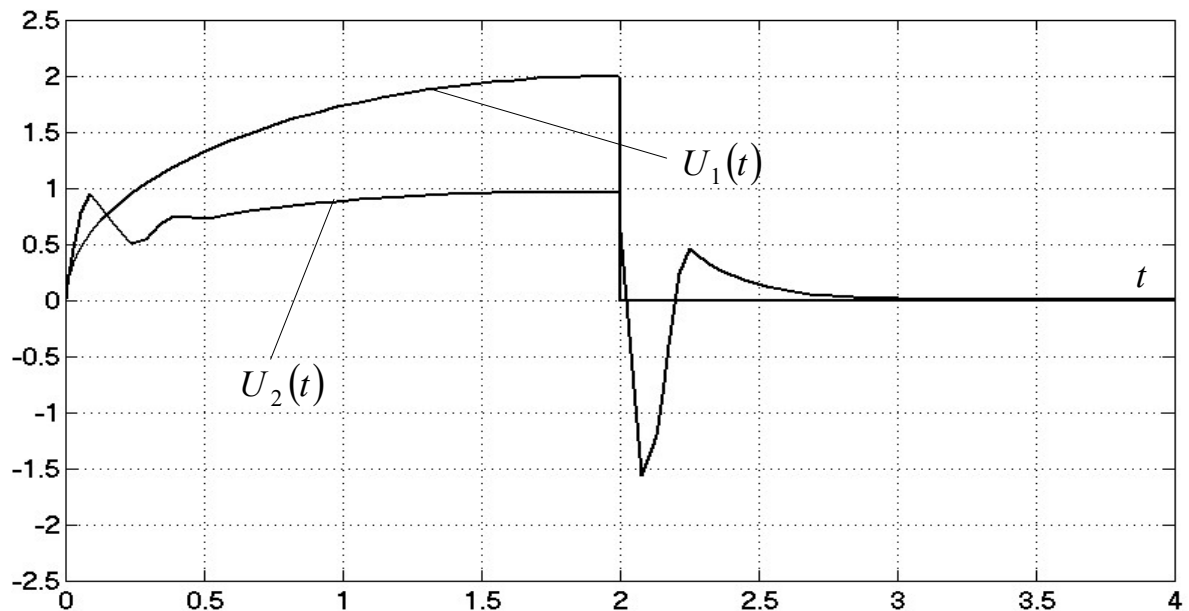


Рисунок 2.8 – Графічні результати комп'ютерного моделювання нелінійної динамічної системи у безперервному просторі станів

На рис. 2.9 наведена Simulink-модель нелінійної динамічної системи, що відповідає узагальненій структурній схемі (рис. 2.3) у дискретному просторі станів.

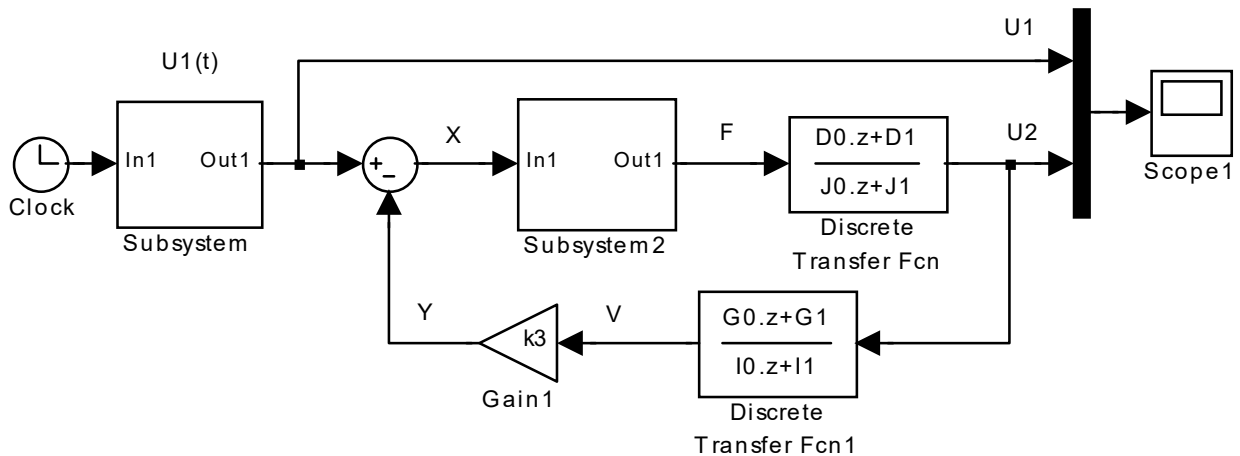


Рисунок 2.9 – Simulink-модель дослідження нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів

Simulink-модель дослідження нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів можна також синтезувати відповідно деталізованої структурної схеми (рис. 2.4). Така модель зображена на рис. 2.10.

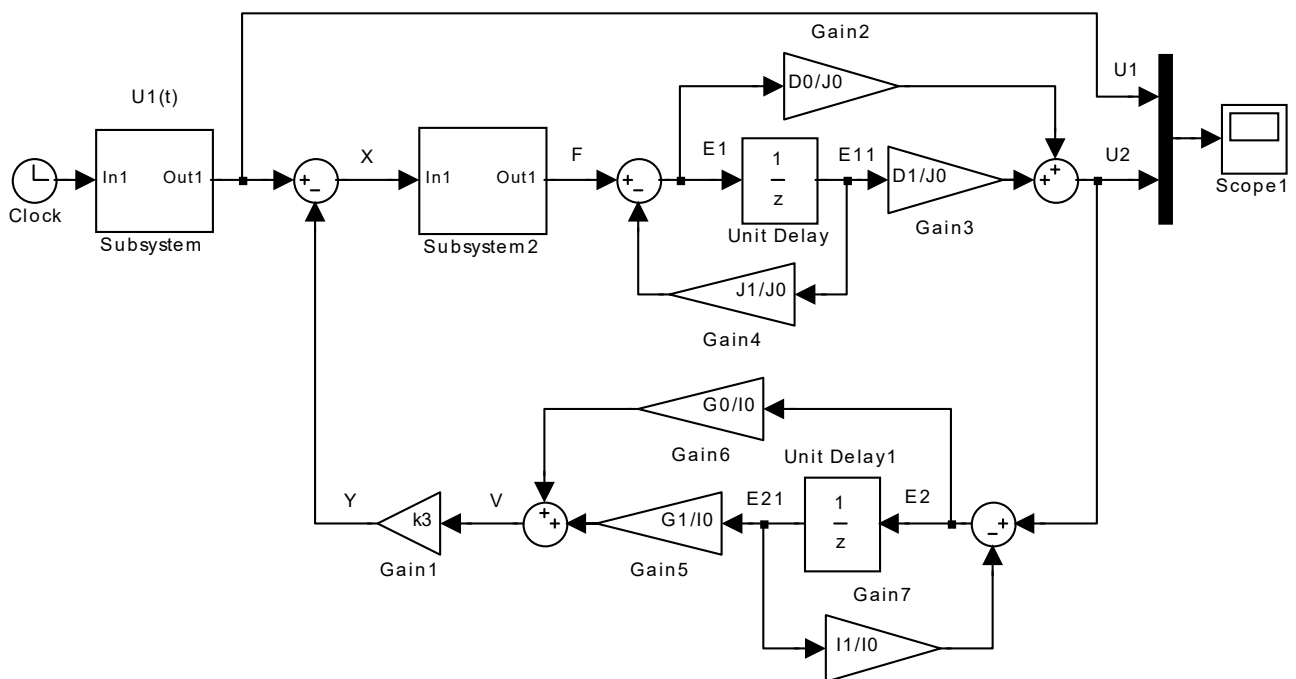


Рисунок 2.10 – Simulink-модель дослідження нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів

Чисельні значення параметрів відповідних блоків Simulink-моделей (рис. 2.9 та рис. 2.10) вказуються у створеному *m*-файлі (рис. 2.11).

Під час складання дискретних Simulink-моделей у блоках *Unit Delay*, *Discrete Transfer Fcn* та *Scope* у полях *Sample time* потрібно вказати змінну *T*, яка також вказується у полі *Fixed step size* під час налаштування параметрів процесу моделювання *Simulation Parameters*. Значення цієї змінної також вказується у *m*-файлі (рис. 2.11).

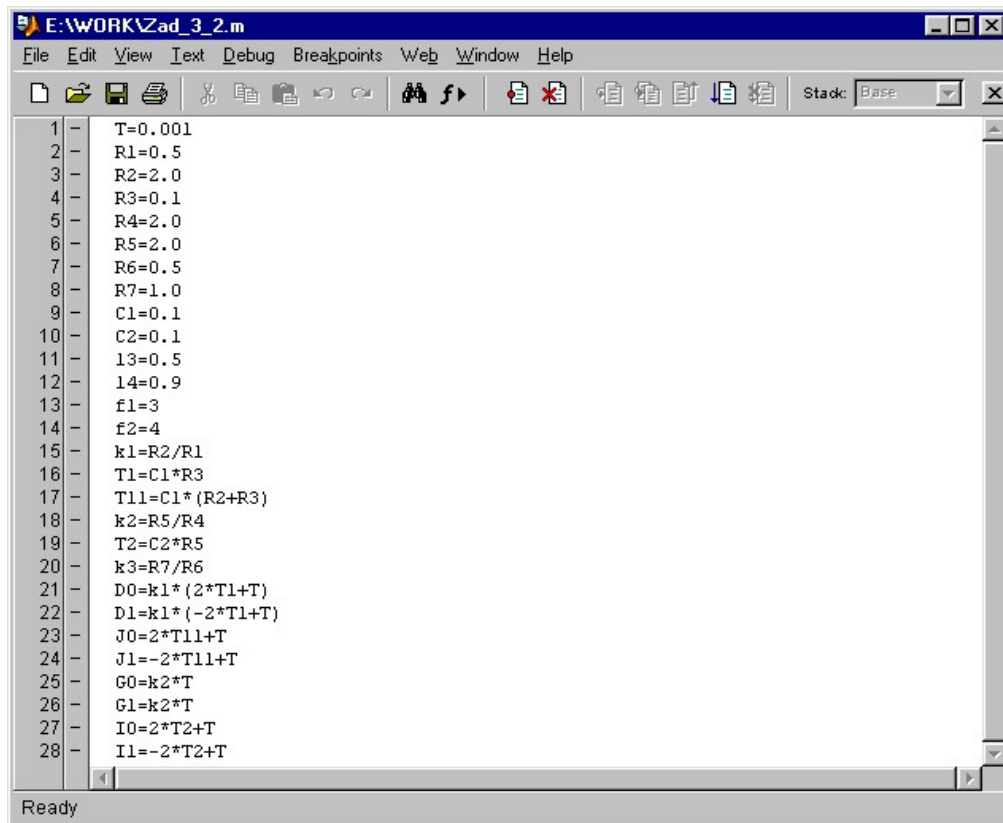


Рисунок 2.11 – *m*-файл чисельних значень параметрів блоків Simulink-моделі

Для спрощення відображення віртуальних схем (рис. 2.6, рис. 2.9 та рис. 2.10) сигнал вхідного впливу $U_1(t)$ рекомендується синтезувати на основі логічних елементів (Switch) та інших математичних блоків у вигляді окремої підсистеми (Subsystem), Simulink-модель якої зображена на рис. 2.12.

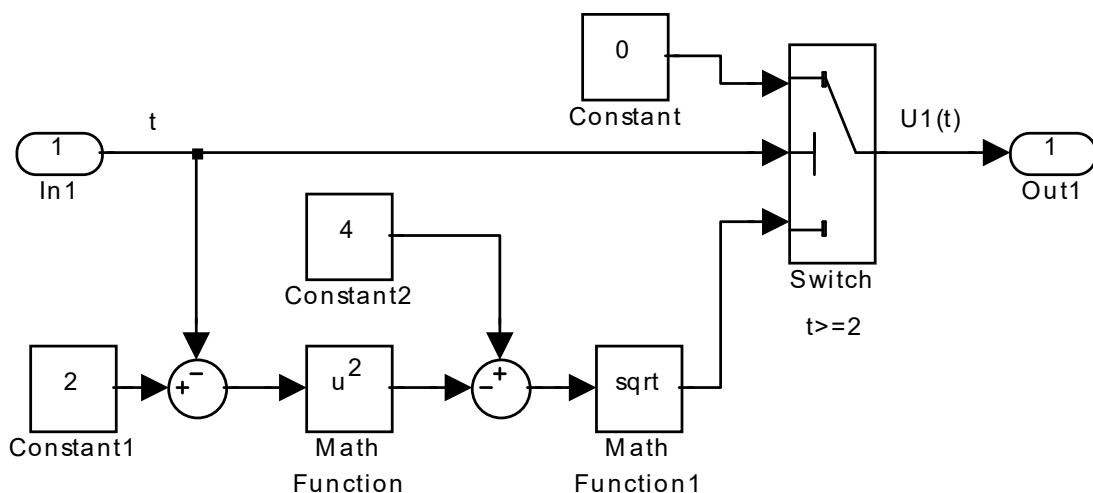


Рисунок 2.12 – Simulink-модель підсистеми вхідного впливу $U_1(t)$

Нелінійний елемент системи $F(x)$ також рекомендується синтезувати на основі логічних елементів (Switch) та інших математичних блоків у вигляді окремої підсистеми (Subsystem 2), Simulink-модель якої зображена на рис. 2.13.

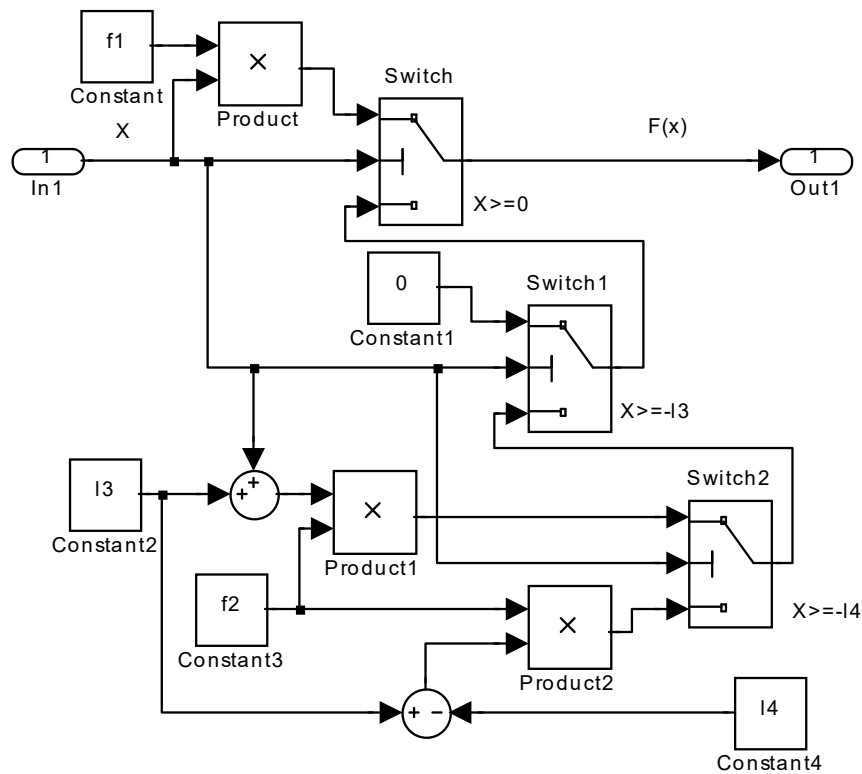


Рисунок 2.13 – Simulink-модель підсистеми нелінійного елемента $F(x)$

На рис. 2.14 зображені графіки, що отримані в результаті дослідження Simulink-моделей у дискретному просторі станів (рис. 2.9 та рис. 2.10). Моделювання обох дискретних систем призводить до практично однакових графічних результатів.

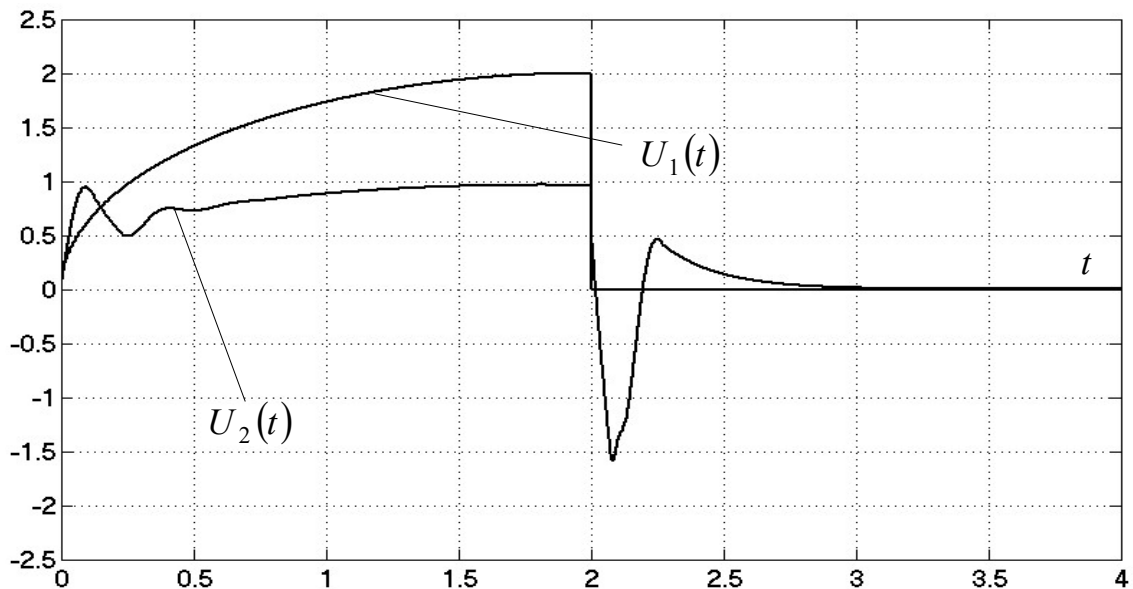
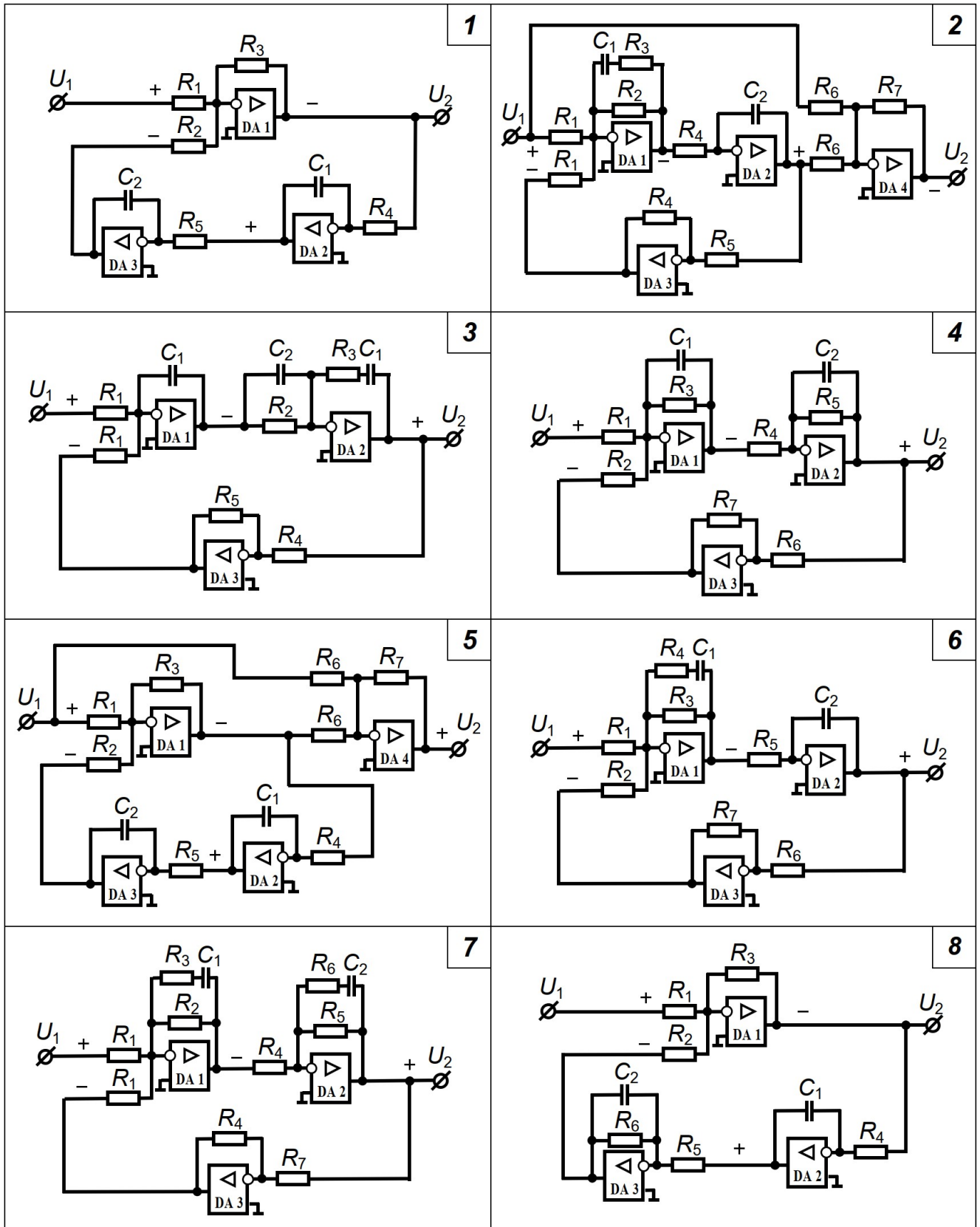


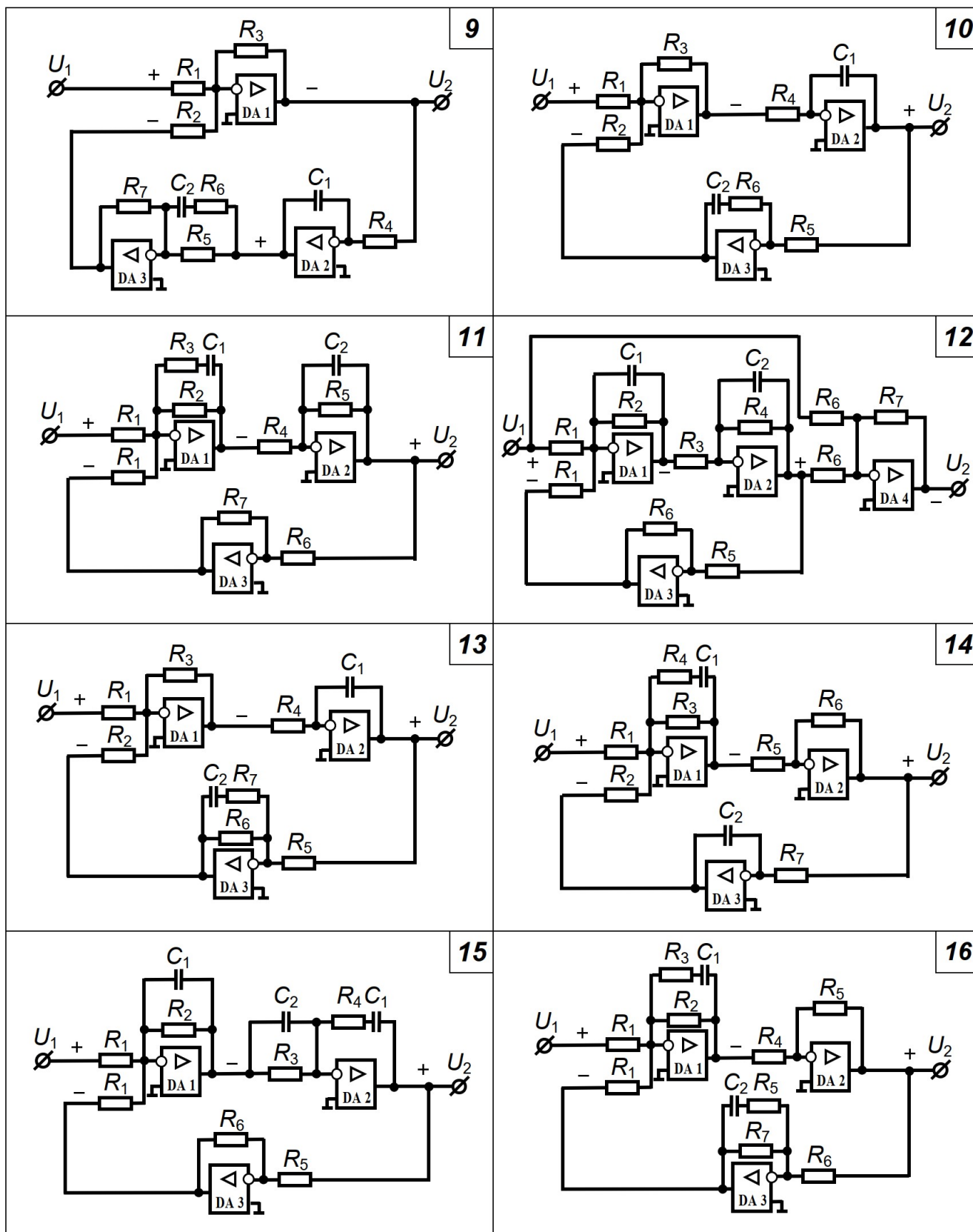
Рисунок 2.14 – Графічні результати комп'ютерного моделювання нелінійної динамічної системи у дискретному просторі станів

Порівняння результатів комп'ютерного моделювання нелінійної динамічної системи без урахування початкових умов у безперервному (рис. 2.8) та дискретному (рис. 2.14) просторі станів показує ідентичність отриманих графіків, що свідчить про правильність виконання завдання.

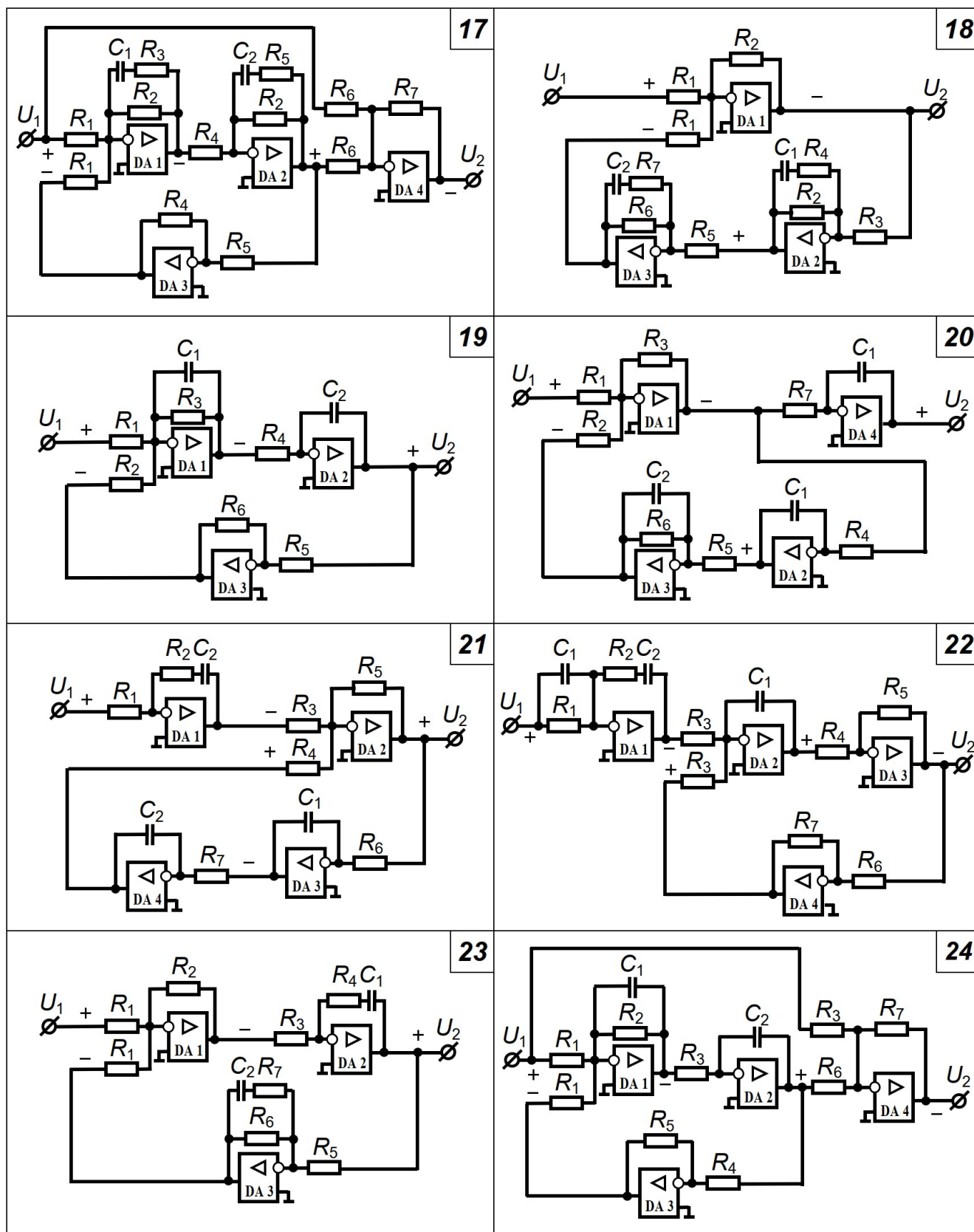
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



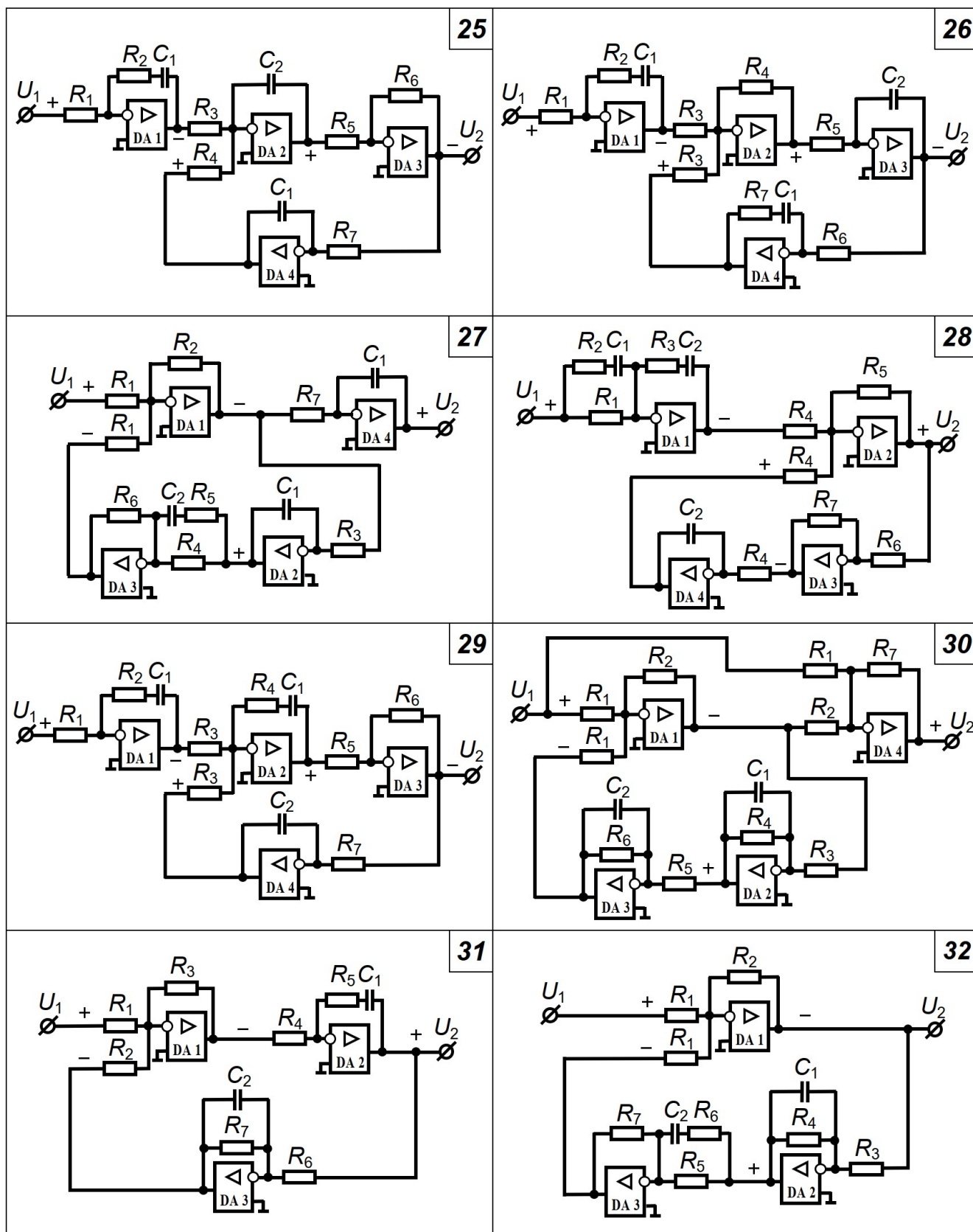
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



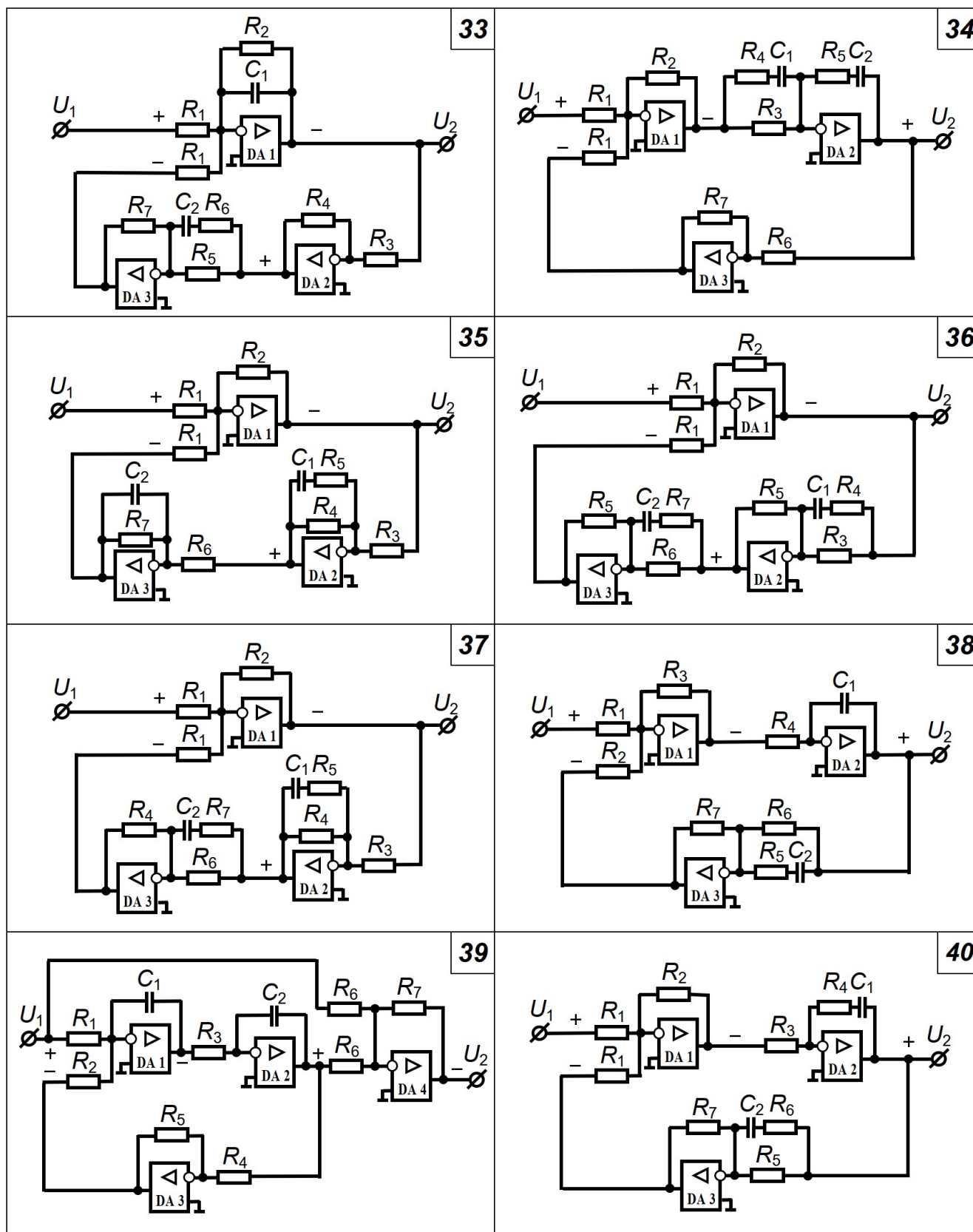
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



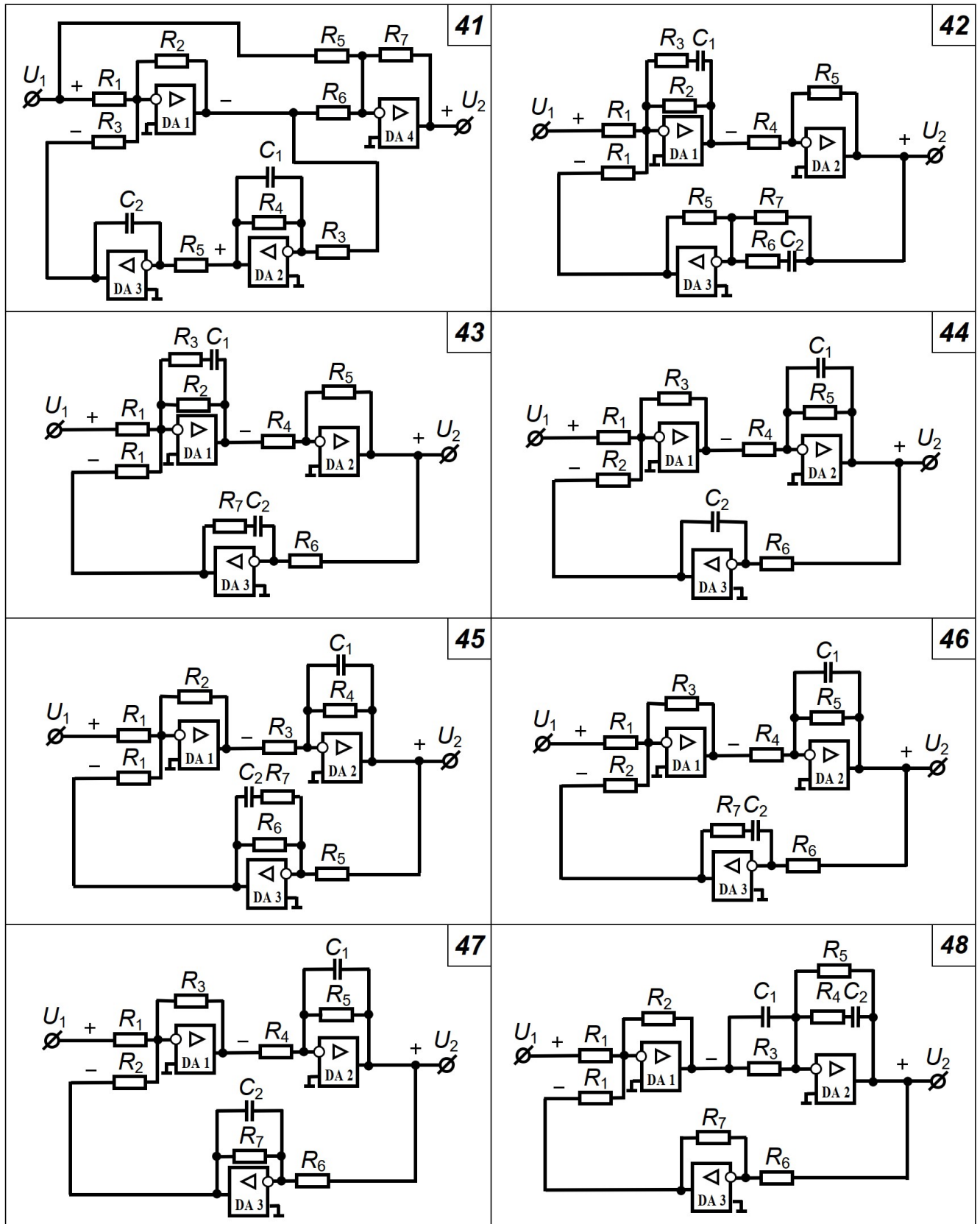
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



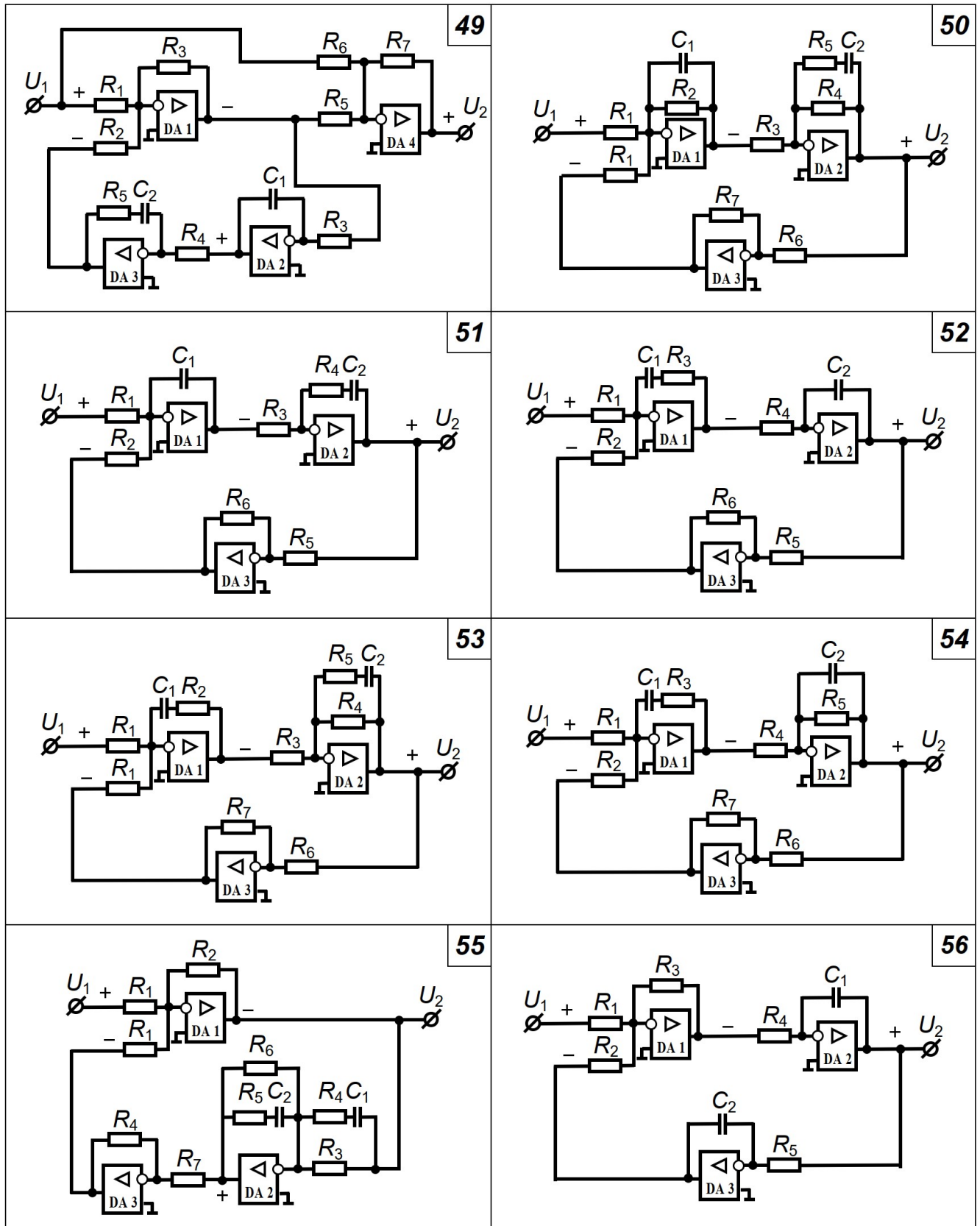
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



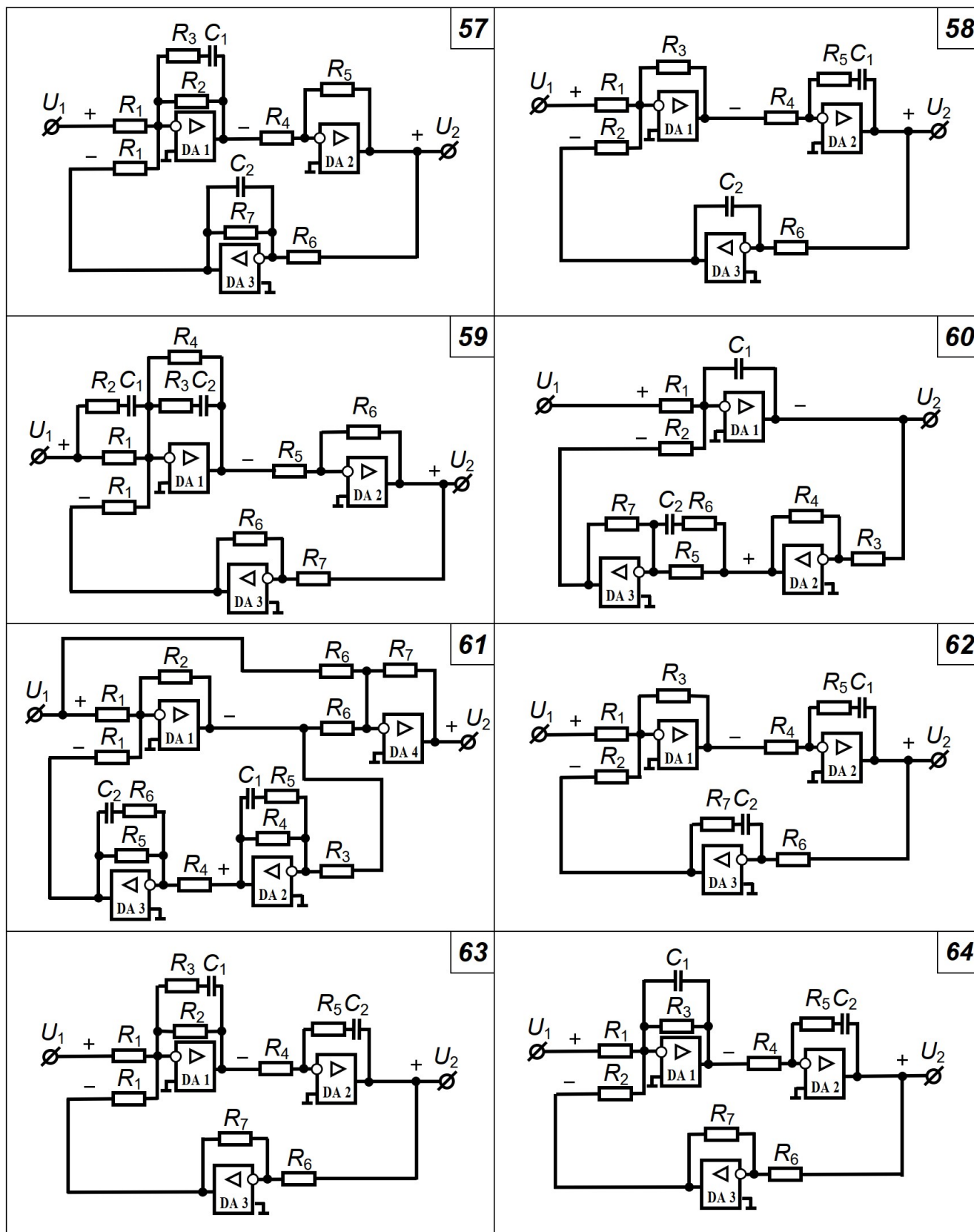
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



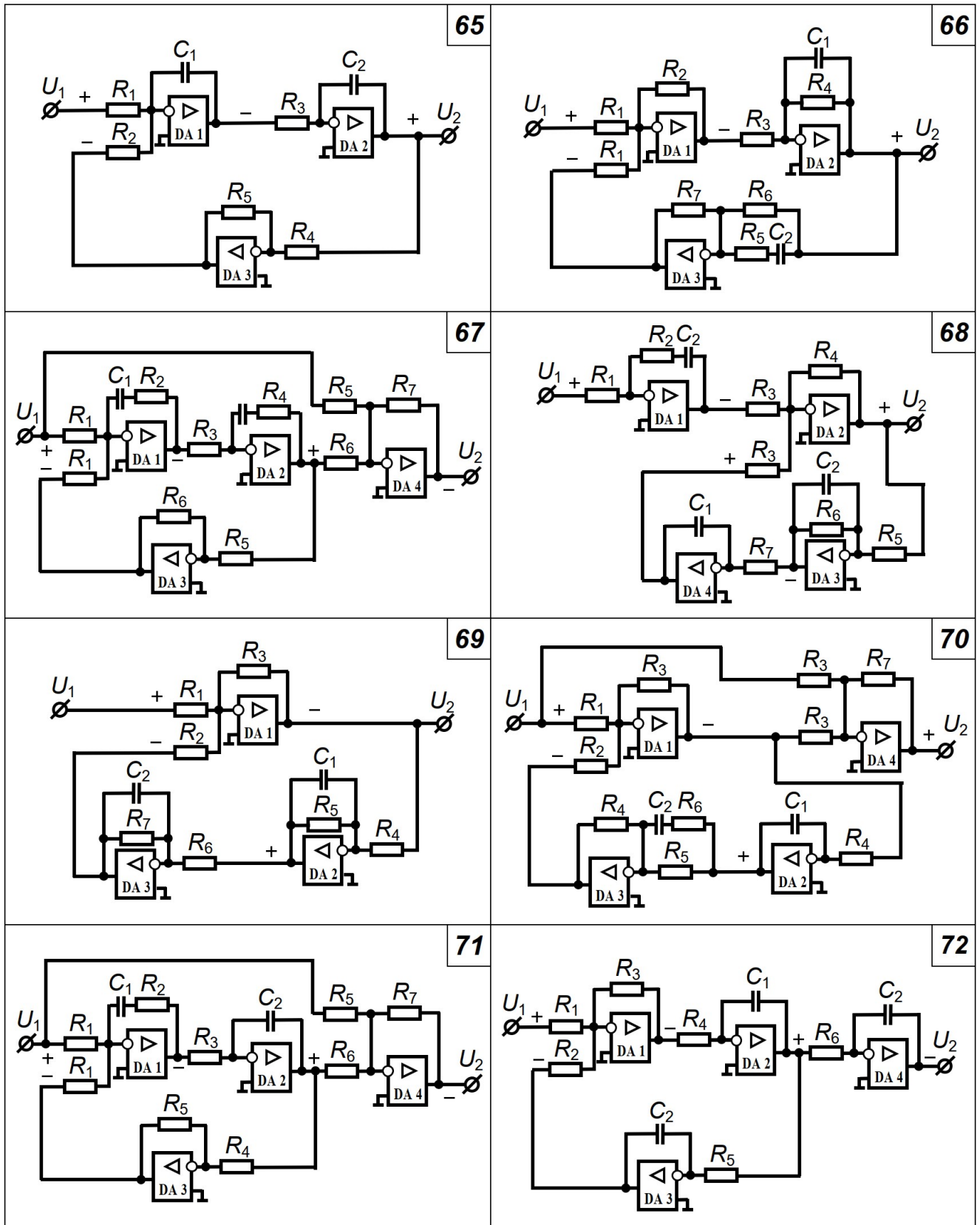
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



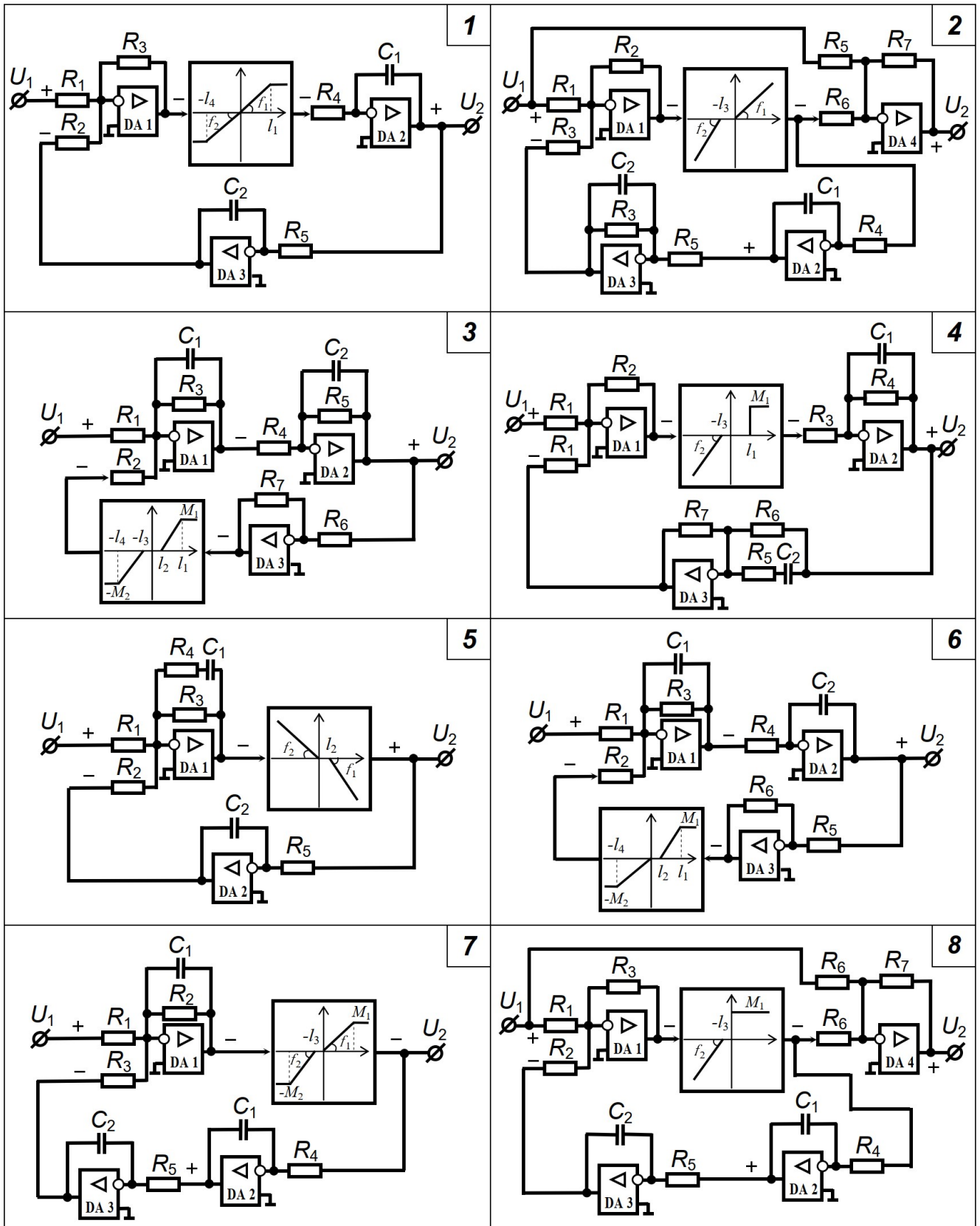
ПАРАМЕТРИ ЕЛЕМЕНТІВ СХЕМ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	$U_2(0)$	$U'_2(0)$	$U_1(t)$
1	0,1	0,2	0,2	1,0	0,5			0,1	1,0	5		$15(1-2t^2)$
2	1,0	0,1	0,1	0,1	1,0	1,0	0,5	1,0	1,0		10	$3t-9$
3	0,1	1,0	0,1	1,0	1,0			1,0	0,1	8		$10(2t-1)$
4	1,0	2,0	2,0	0,1	1,0	0,5	1,0	0,1	1,0		-5	$10e^{(-3t)}$
5	0,5	0,5	0,5	1,0	0,5	2,0	1,0	0,1	1,0		9	$4t-2$
6	0,5	1,0	2,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,1	1,0		5	$5(1-0,1t^2)$
7	1,0	0,5	0,1	0,1	0,1	0,5	1,0	1,0	0,1	-15		$5\sqrt{1+2t}$
8	1,0	1,0	0,5	2,0	0,5	0,2		0,1	1,0	-8		$5\sqrt{0,4t}$
9	0,5	1,0	0,1	1,0	0,5	2,0	1,0	1,0	1,0		5	$20\sqrt{0,4t}-15$
10	0,5	1,0	1,0	2,0	1,0	2,0		1,0	1,0		4	$6t-12$
11	0,5	0,1	1,0	0,2	1,0	1,0	0,2	0,1	1,0	5		$15-5t$
12	0,5	1,0	0,5	0,5	0,5	1,0	0,1	0,1	1,0	12		$5(2t-1)$
13	1,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	1,0	1,0	-5		$5+5e^{(-0,3t)}$
14	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		-5	$8-5t$
15	1,0	0,5	1,0	0,1	0,1	0,1		0,1	0,1	25		$5\sqrt{0,1+2t}$
16	1,0	1,0	0,5	0,2	1,0	0,1	0,2	0,1	0,1		10	$15-15e^{(-5t)}$
17	1,0	0,1	0,1	0,1	0,2	1,0	1,0	0,1	0,1		10	$5t-10$
18	0,5	2,0	0,5	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0		3	$15-5t$
19	0,5	1,0	1,0	0,1	1,0	1,0		1,0	0,1		-2	$5t-4$
20	1,0	0,5	0,1	1,0	1,0	0,1	1,0	0,1	0,1	-5		$2(1+2t^2)$
21	0,1	0,2	1,0	1,0	0,5	1,0	0,2	0,2	1,0		4	$5\sqrt{1+2t}$
22	1,0	0,1	0,5	1,0	0,5	1,0	0,2	0,1	1,0	5		$2\sqrt{3t}-5$
23	0,2	0,1	1,0	0,1	1,0	0,1	0,1	1,0	1,0	4		$15e^{(-0,5t)}$
24	1,0	0,1	0,1	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0	1,0		10	$3t-15$
25	0,1	0,2	1,0	1,0	0,2	1,0	0,5	1,0	1,0		5	$3t-10$
26	1,0	1,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0	0,1	1,0		5	$15e^{(-3t)}-15$
27	0,5	1,0	1,0	0,2	2,0	1,0	0,5	0,1	1,0	10		$15-20\sqrt{4t}$
28	0,1	1,0	1,0	0,5	1,0	0,1	0,2	0,1	0,1		6	$3t-12$
29	0,5	1,0	0,5	1,0	0,1	1,0	1,0	1,0	1,0		2	$15-20e^{(-2t)}$
30	0,5	0,2	1,0	0,5	0,1	1,0	1,0	1,0	0,1		9	$12-6t$
31	0,2	0,5	1,0	0,1	1,0	0,1	0,1	1,0	1,0	2		$10-5e^{(-3t)}$
32	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,1	1,0		5	$15\sqrt{4t}-10$
33	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	0,1		6	$10\sqrt{2t}-10$
34	0,2	1,0	0,1	0,5	1,0	0,5	0,2	1,0	0,1		2	$5e^{(-1,5t)}$
35	0,5	0,1	0,2	1,0	0,5	0,2	0,1	1,0	0,1	-10		$10\sqrt{0,16t}$
36	2,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		5	$15\sqrt{0,4t}-15$

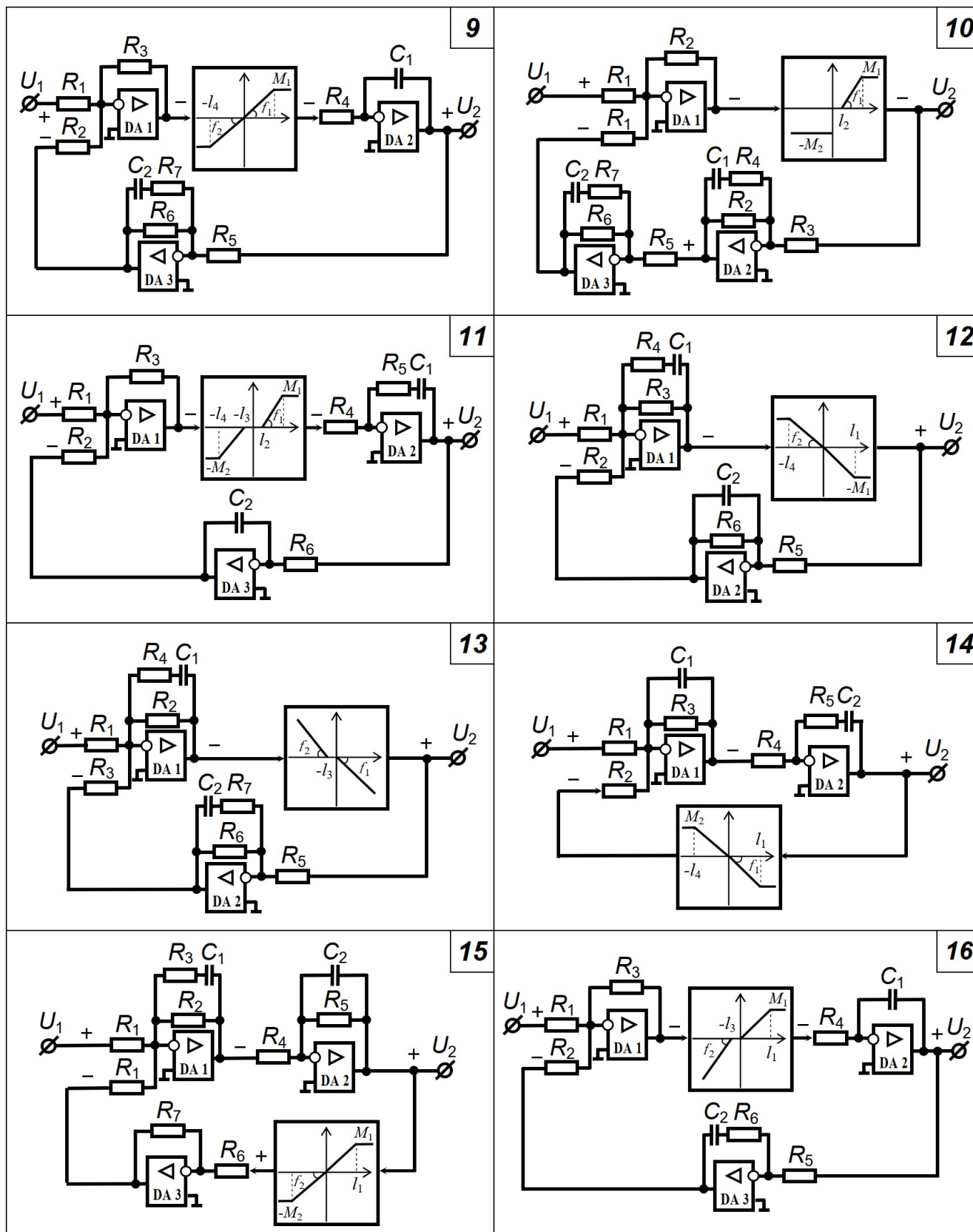
ПАРАМЕТРИ ЕЛЕМЕНТІВ СХЕМ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	$U_2(0)$	$U'_2(0)$	$U_1(t)$
37	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		6	$15\sqrt{4t} - 10$
38	1,0	2,0	0,5	1,0	2,0	1,0	1,0	0,1	1,0	-5		$10 - 0,2t^2$
39	1,0	2,0	0,5	0,5	0,2	1,0	0,5	1,0	0,1		-5	$15 - 0,8t^2$
40	0,2	0,2	1,0	0,1	1,0	1,0	0,1	1,0	1,0	2		$10e^{(-2t)}$
41	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0		8	$5t - 2$
42	1,0	0,5	1,0	0,5	0,2	1,0	1,0	1,0	0,1		5	$10e^{(-3t)}$
43	1,0	2,0	1,0	0,5	0,2	0,2	1,0	1,0	0,1		5	$5e^{(-1,5t)}$
44	1,0	1,0	0,5	1,0	0,2	0,5		0,1	1,0	-5		$10(1 - 2t^2)$
45	1,0	0,5	0,5	1,0	0,2	1,0	0,5	1,0	0,1	-4		$15(1 - 3t^2)$
46	0,5	0,5	0,2	0,5	0,1	0,5	0,2	0,1	1,0	-5		$10(1 - 2t)$
47	0,5	1,0	0,2	0,5	0,1	0,5	0,2	1,0	0,1	-4		$15(2 - 3t)$
48	1,0	2,0	1,0	1,0	0,5	1,0	0,5	0,1	0,1		4	$10e^{(-3t)}$
49	1,0	1,0	2,0	0,5	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		10	$4t - 8$
50	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,1	1,0		-2	$12 - 4t$
51	0,5	0,5	1,0	1,0	2,0	2,0		0,1	1,0	5		$15e^{(-0,5t)}$
52	1,0	1,0	0,5	1,0	0,5	0,5		1,0	1,0	4		$10e^{(-5t)} - 10$
53	1,0	2,0	0,5	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	1,0	5		$10e^{(-3t)}$
54	0,5	1,0	0,2	0,5	0,2	1,0	0,5	0,1	1,0	6		$15e^{(-2t)}$
55	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0	2,0	1,0	1,0	0,1		5	$6t - 8$
56	1,0	1,0	0,5	1,0	2,0			0,1	1,0	-4		$10 - 0,5t^2$
57	0,5	1,0	1,0	0,5	1,0	0,1	0,1	0,1	1,0		5	$10/(1 - 0,5t)$
58	0,2	0,2	1,0	0,1	1,0	0,1		1,0	1,0	2		$10e^{(-2t)}$
59	1,0	0,1	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	8		$15\sqrt{0,2t}$
60	2,0	2,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,1	1,0		5	$10\sqrt{4t} - 12$
61	0,2	0,2	1,0	1,0	0,2	0,2	0,5	1,0	1,0	-2		$10 - 5e^{(-3t)}$
62	0,5	1,0	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,1	0,1		-4	$9 - 3t$
63	1,0	1,0	2,0	0,5	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		-5	$6 - 12t$
64	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,1	0,1		-5	$2t - 8$
65	0,5	1,0	1,0	2,0	2,0			0,1	1,0	5		$10e^{(-5t)} - 15$
66	1,0	0,5	1,0	0,2	0,5	0,5	1,0	0,1	1,0	-5		$15(1 - 2t^2)$
67	0,2	0,2	1,0	0,5	1,0	0,5	0,5	0,1	1,0	6		$14(5t - 1)$
68	0,5	2,0	0,2	0,1	1,0	2,0	0,5	1,0	0,1	4		$15/\sqrt{1 + 5t}$
69	1,0	1,0	0,5	2,0	1,0	0,5	0,2	0,1	1,0	-8		$15\sqrt{0,2t}$
70	0,5	0,5	1,0	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0		10	$3t - 9$
71	1,0	1,0	0,1	0,1	0,5	1,0	1,0	1,0	1,0		10	$2t - 10$
72	1,0	0,5	0,5	0,5	1,0	0,5		1,0	1,0	5		$15\sqrt{0,4t} - 15$

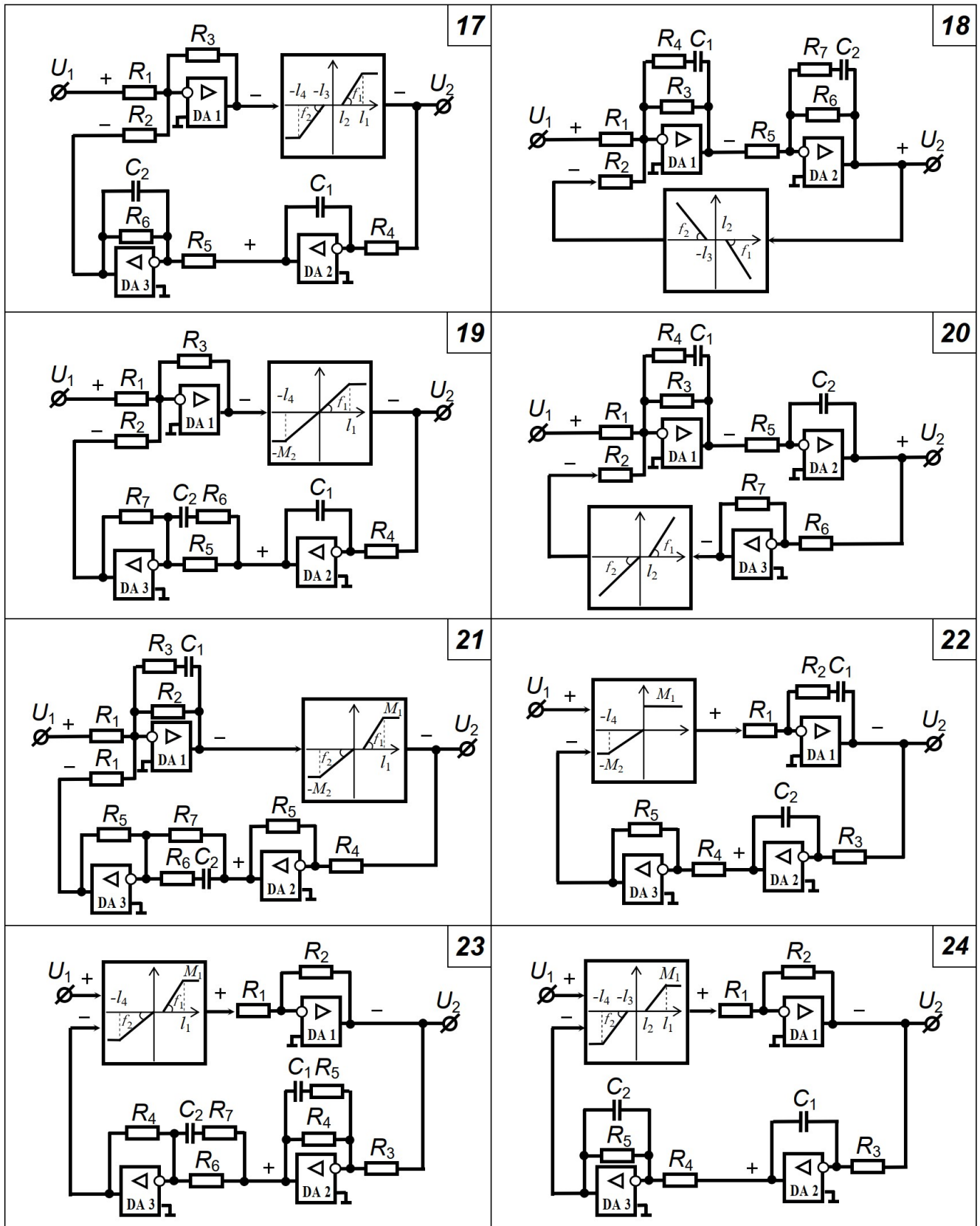
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



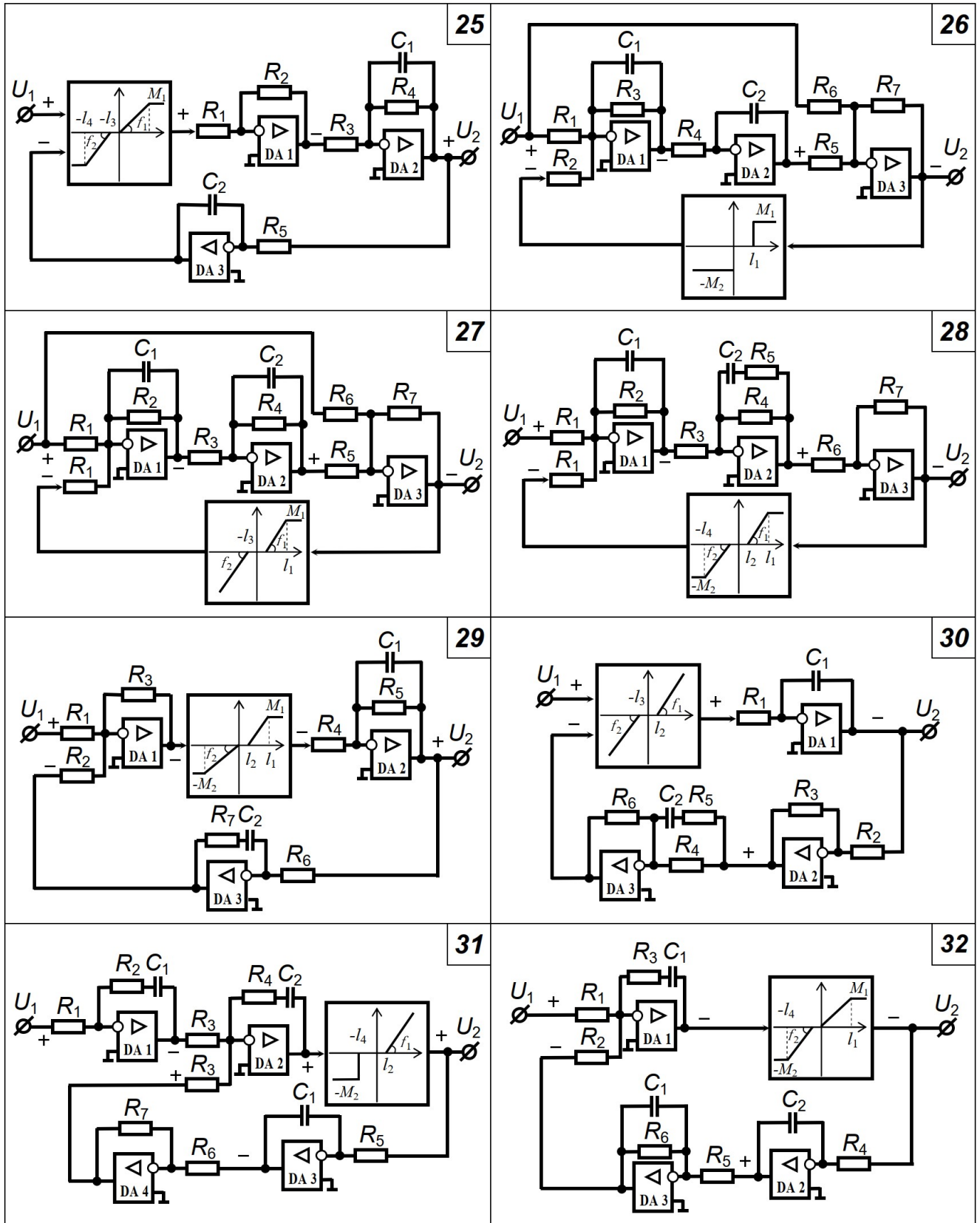
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



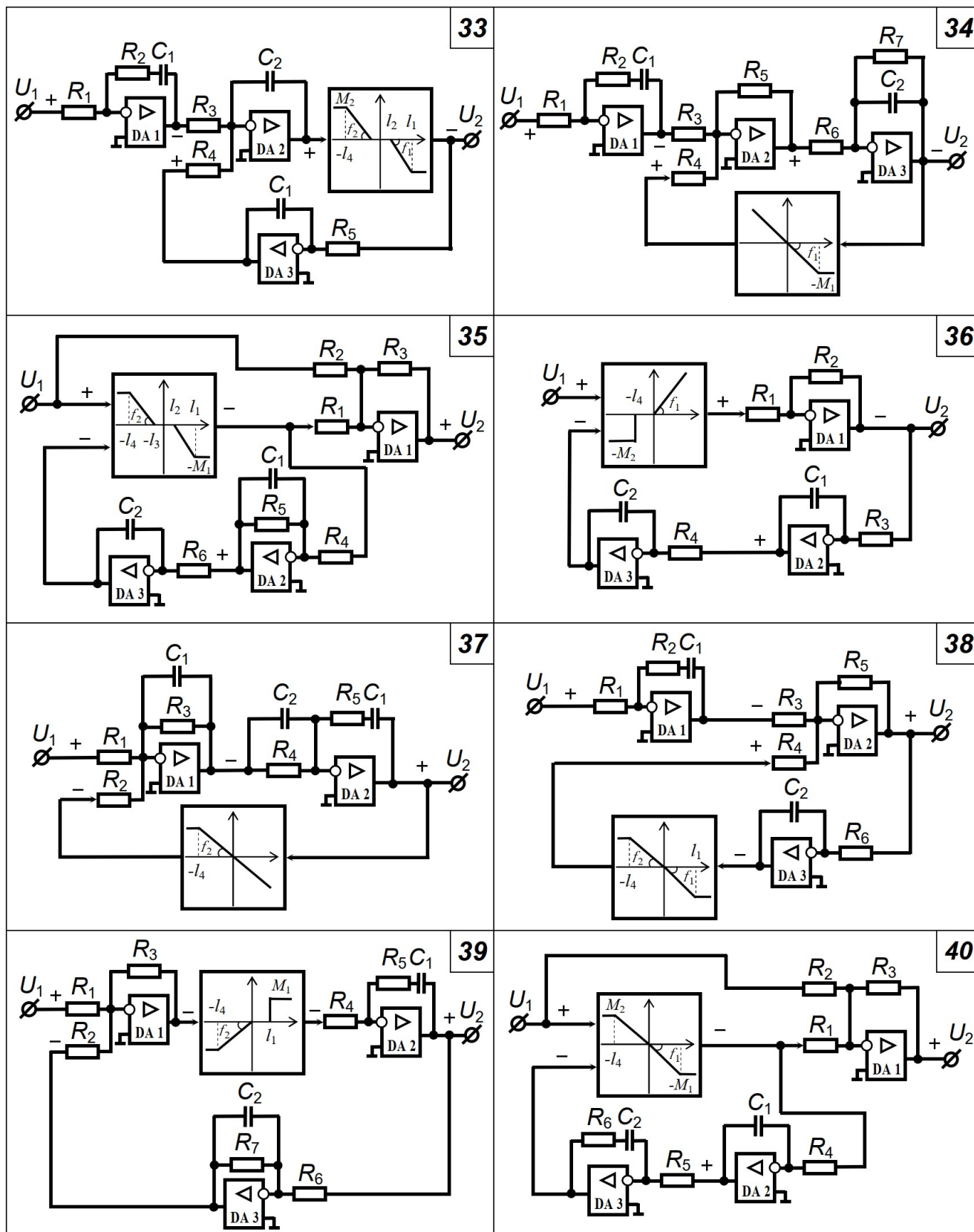
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



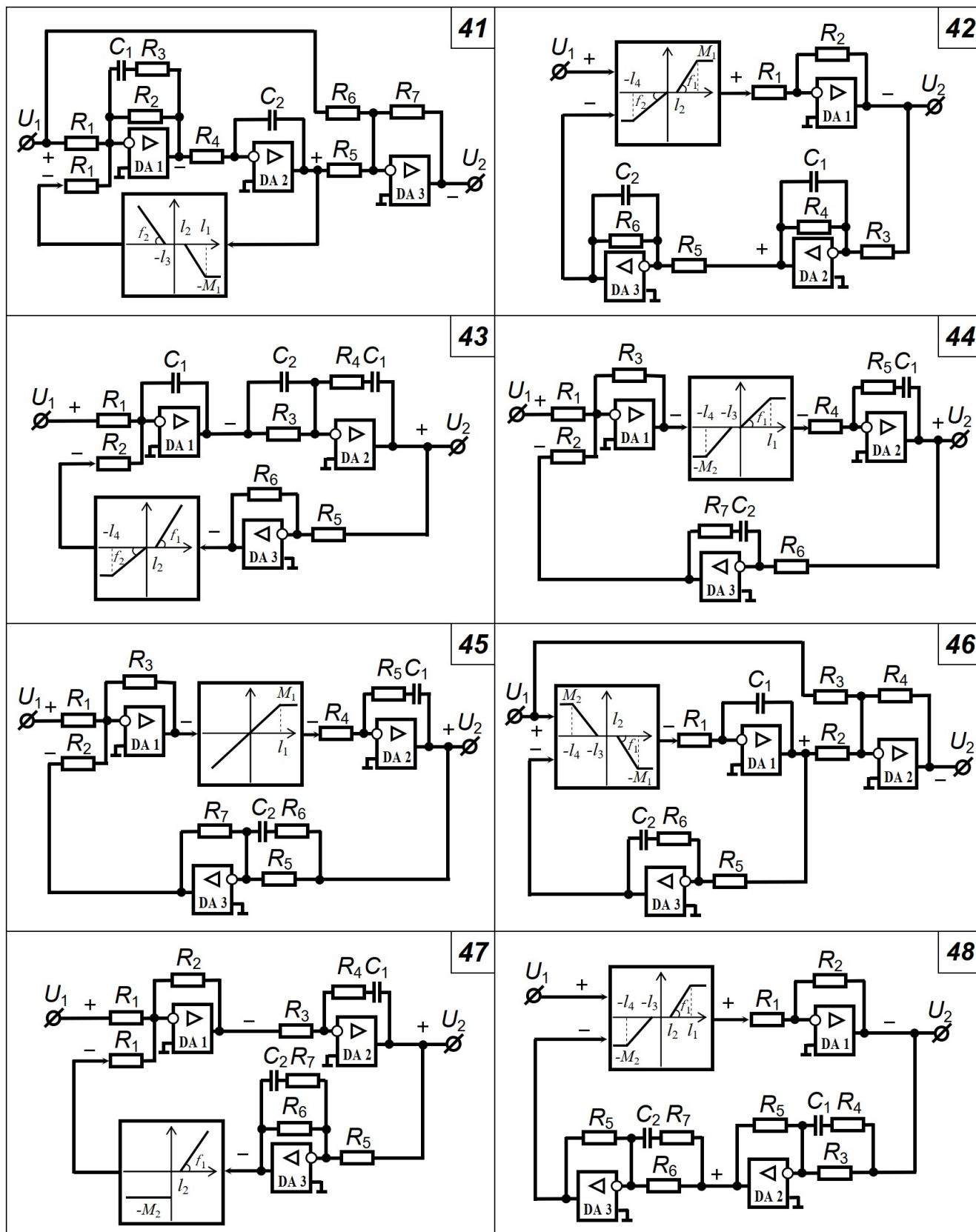
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



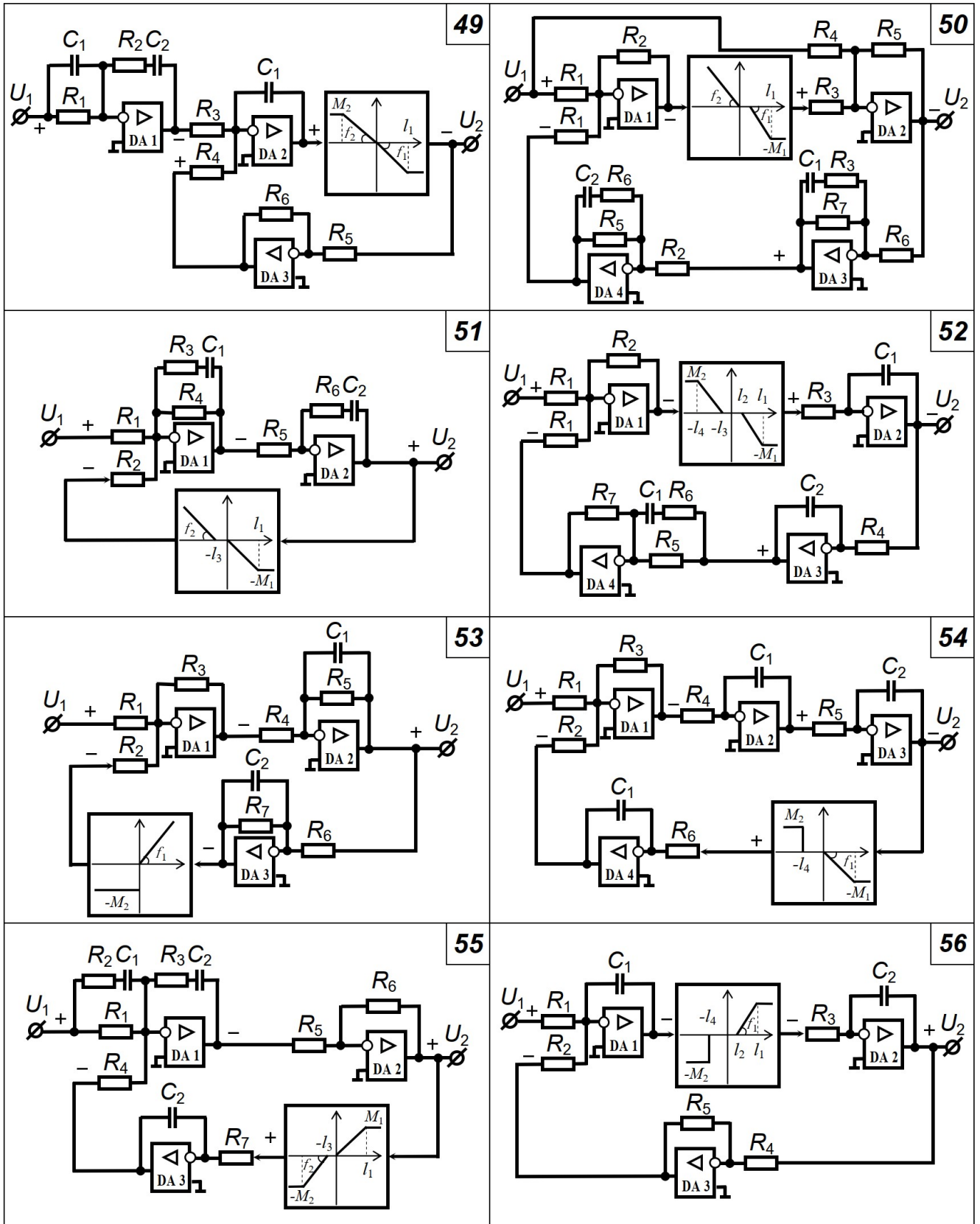
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



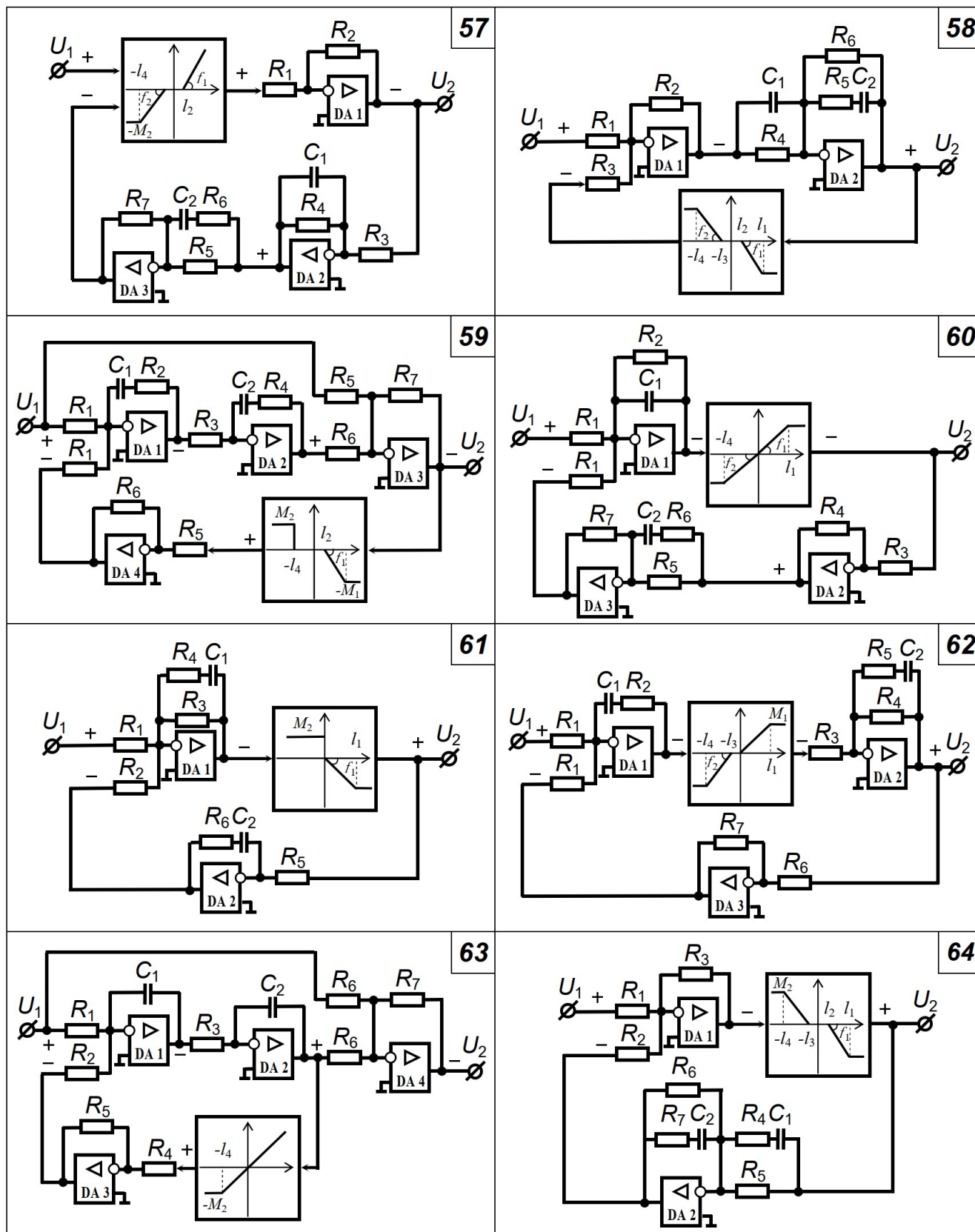
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



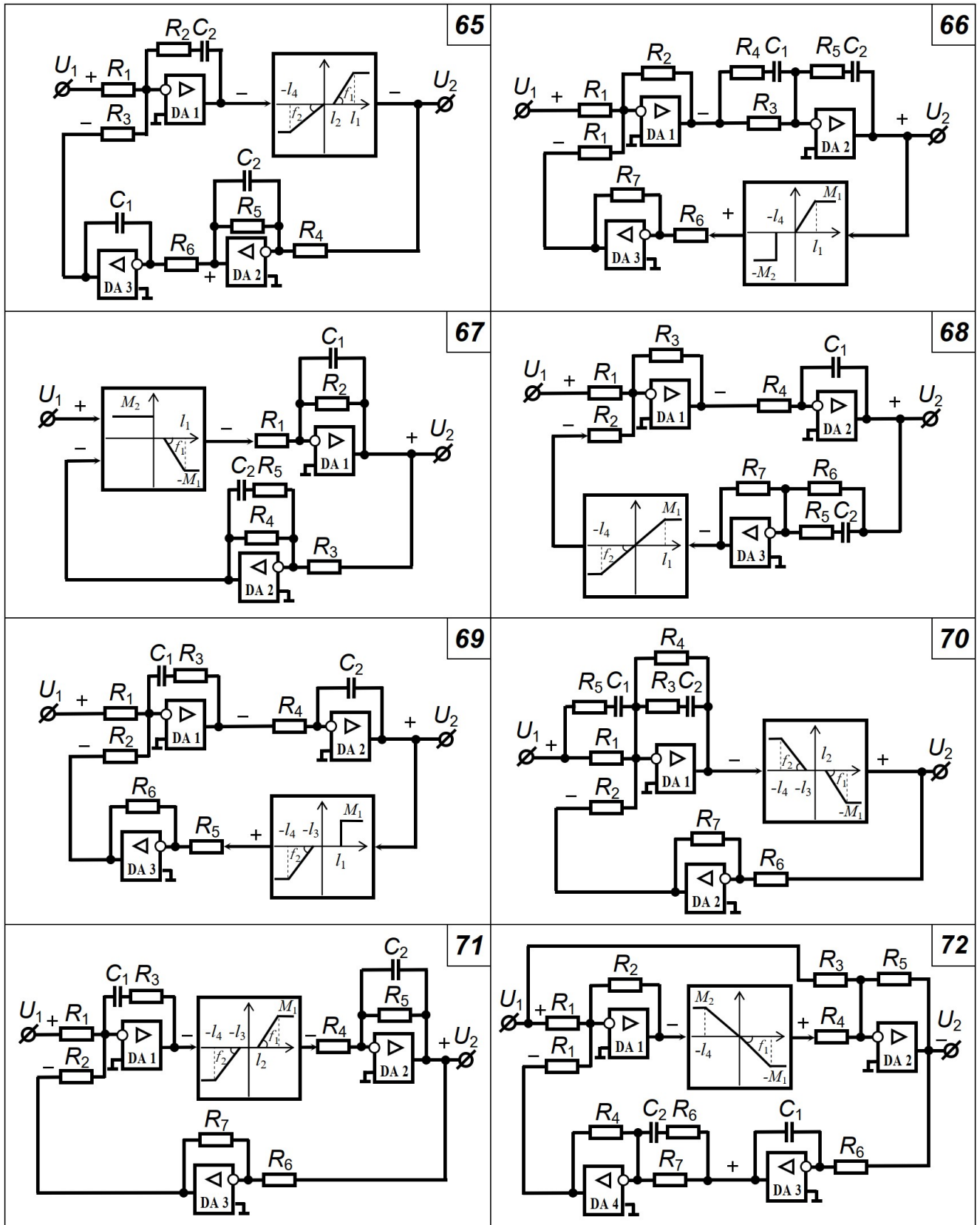
ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



ПРИНЦИПОВІ СХЕМИ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ



ПАРАМЕТРИ ЕЛЕМЕНТІВ СХЕМ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	M_1	M_2	l_1	l_2	l_3	l_4	f_1	f_2
1	1,0	2,0	5,0	1,0	0,1			0,1	1,0			2			5	2	2
2	1,0	1,0	0,5	1,0	5,0	5,0	0,5	0,1	1,0					1		2	5
3	1,0	1,0	0,5	0,1	1,0	1,0	0,5	0,1	1,0	5	8	3	1	1	3		
4	1,0	2,0	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2	1,0	0,1	8		2		3			4
5	0,5	0,1	2,0	0,5	1,0			0,1	1,0				2			4	3
6	1,0	0,5	1,5	1,5	0,5	1,0		1,0	0,1	10	8	4	2		4		
7	0,5	1,0	1,0	0,5	1,0			0,1	1,0	8	10			1		4	5
8	0,5	1,0	2,0	1,0	0,2	1,0	2,0	0,1	1,0	6				1,5			2
9	2,0	1,5	3,0	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,1	10					4	5	1
10	1,0	2,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,1	0,1	5	8		2			2	
11	1,0	0,5	2,0	0,5	0,1	0,5		1,0	0,1	8	5		1	1	3	2	
12	1,0	2,0	2,0	0,5	0,5	0,5		0,1	1,0	5		5			5		1
13	1,0	2,0	1,5	1,0	0,5	1,0	0,2	0,1	0,1					2		4	5
14	1,0	2,0	2,0	2,0	1,0			0,1	0,1		5	5			7	2	
15	1,0	2,0	0,5	0,2	0,5	1,0	2,0	0,1	1,0	10	8	5					4
16	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5		0,1	0,1	5		5		1			2
17	1,0	0,5	1,0	1,0	0,5	1,0		0,1	0,1			5	3	3	5	4	5
18	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0	2,0	0,1	0,1	1,0				2	1		2	4
19	1,0	0,5	2,0	1,0	0,5	1,0	1,0	0,1	0,1		10	4			5	2	
20	2,0	1,0	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,1	0,1				2			1	2
21	1,0	0,5	1,0	1,0	1,0	0,2	0,5	0,1	0,1	8	6	4				4	3
22	0,5	1,0	0,1	1,0	2,0			0,1	1,0	10	8				2		
23	0,5	1,0	1,2	0,8	1,0	0,2	1,0	0,1	0,1	8		5			4	4	1
24	0,5	1,0	2,0	0,5	1,0			1,0	0,1	8		1,5	0,5	2	4		3
25	2,0	1,0	0,4	0,8	1,0			0,1	0,1	10				1	3	2	4
26	1,0	2,0	1,0	0,5	2,0	1,0	2,0	1,0	0,1	5	8	1					
27	1,0	2,0	1,0	1,0	1,0	0,5	1,0	0,1	0,1	6		4		1		2	1
28	1,0	1,5	0,5	0,5	1,5	0,8	1,2	0,1	0,1		8	3	1,5		5	2	2
29	1,0	0,5	2,0	0,5	1,0	0,8	1,0	0,1	0,1	6	8	5	3				3
30	1,0	1,0	0,5	0,8	0,5	1,2		0,1	0,1				1	1		1	2
31	1,0	1,5	1,0	0,2	0,8	1,0	1,2	0,1	0,1		10		2		3	2	
32	1,0	0,5	1,0	1,0	0,5	0,5		0,1	1,0	10	8	3			5		2
33	1,0	0,5	0,5	0,5	0,1			0,1	1,0		8	2	1		6	5	2
34	1,0	0,8	1,0	1,5	1,0	1,2	2,0	0,1	0,1	10						2	
35	1,0	0,5	0,8	1,0	0,8	0,5		0,1	1,0	8		4	1,5	2	4		3
36	0,5	1,0	0,5	1,0				1,0	0,1		8				1	1	

ПАРАМЕТРИ ЕЛЕМЕНТІВ СХЕМ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	C_1	C_2	M_1	M_2	l_1	l_2	l_3	l_4	f_1	f_2
37	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0		0,1	1,0							2		4
38	2,0	1,0	0,5	1,0	1,0	0,1		0,1	1,0			2			3	3	2
39	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0	0,1	0,2	0,1	1,0	6		2			3		2
40	1,0	2,0	1,5	0,1	0,2	0,5		1,0	1,0	10	8				4	2	
41	2,0	2,0	1,0	0,5	1,0	0,5	1,0	0,1	1,0	5		4	2	1			1
42	0,5	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5		1,0	0,1	8			1		3	4	3
43	1,0	0,5	2,0	1,0	1,5	2,0		0,1	0,1				1		3	2	1
44	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	0,5	0,5	0,1	1,0		6	3		2	4	2	
45	1,0	2,0	2,0	1,0	1,0	0,5	0,1	0,1	1,0	10		2					
46	1,0	1,5	0,5	1,0	0,1	0,2		0,1	1,0	10	6		1	1	3	2	
47	0,5	1,0	1,0	1,0	0,1	0,2	0,5	0,1	1,0		5		1			2	
48	2,0	1,0	0,5	0,1	0,2	0,5	1,0	1,0	0,1		8	4	2	1	3	4	
49	1,0	0,5	0,5	1,0	0,5	1,5		0,1	1,0		10	4				2	4
50	1,0	1,5	2,0	1,0	0,5	1,0	0,1	0,1	0,1	8		5				2	1
51	0,1	0,2	1,0	1,0	0,5	0,1		0,1	1,0	6		1		2			2
52	1,0	0,5	0,1	1,0	0,2	0,1	0,5	1,0	0,1	8	6	3	1	3	4		
53	0,5	1,0	2,0	1,0	1,0	0,1	0,1	0,1	1,0		5					1	
54	1,0	0,5	2,0	0,1	1,0	0,1		1,0	0,1	10	8				2	5	
55	1,0	0,5	0,1	1,5	2,0	1,0	1,0	1,0	0,1	6	8	3		1			4
56	0,5	1,0	1,0	2,0	1,0			1,0	0,1		5	4	2		1	3	
57	1,0	2,0	1,0	1,0	0,5	0,5	1,5	0,1	1,0		6		2		4	1	3
58	0,5	1,0	1,5	1,0	1,5	0,5		0,1	0,1			3	1	2	4	3	2
59	1,0	0,5	2,0	1,0	0,2	0,5	2,0	1,0	0,1	8	6		1		2	4	
60	1,0	0,5	0,2	0,1	0,5	1,0	1,0	1,0	0,1			2			3	2	1
61	2,0	1,0	1,0	0,1	0,2	1,0		1,0	0,1		10	2				2,5	
62	1,0	0,5	2,0	1,5	1,0	1,5	1,0	1,0	0,1	8		4		1	2		4
63	1,5	1,0	0,5	2,0	1,0	1,0	2,0	0,1	1,0		6				2		
64	0,5	1,0	2,0	1,0	1,0	2,0	0,1	0,1	1,0		10	5	2	1	2	2	
65	1,0	1,0	0,5	1,5	0,5	0,2		0,1	1,0			3	1		3	3	1
66	0,2	0,1	1,0	0,5	1,0	1,5	1,0	1,0	0,1	6	8	3			2		
67	1,0	1,0	2,0	1,5	0,5			0,1	1,0	8	10	5				2	
68	1,0	1,5	2,0	0,1	1,0	0,5	1,0	1,0	0,1	10		3			4		2
69	1,0	0,2	0,2	0,5	2,0	0,2		0,1	1,0	10		2		2	4		4
70	1,0	1,5	0,5	1,0	1,0	1,0	1,5	1,0	0,1	8			1	2	4	4	3
71	0,5	1,0	0,5	0,2	0,5	1,0	1,5	1,0	1,0	6			1	2	3	2	4
72	1,0	2,0	1,0	1,5	2,0	0,5	1,0	1,0	1,0	10	8				2	4	

ТИПИ ВХІДНИХ СИГНАЛІВ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	Аналітична залежність	№ вар.	Аналітична залежність
1	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 1 \\ 10 - 5(t-1) & \text{при } 1 < t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$	10	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{25 - (5-t)^2} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$
2	$U_1(t) = \begin{cases} 2t & \text{при } t \leq 5 \\ 10 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	11	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{16 - t^2} & \text{при } t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
3	$U_1(t) = \begin{cases} 2t & \text{при } t \leq 5 \\ 10 - 2,5(t-5) & \text{при } 5 < t \leq 9 \\ 0 & \text{при } t > 9 \end{cases}$	12	$U_1(t) = \begin{cases} 2,5t^2 & \text{при } t \leq 2 \\ 10 - 5(t-2) & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
4	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{20t} & \text{при } t \leq 5 \\ 10 & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$	13	$U_1(t) = \begin{cases} 1 - e^{(-0,6t)} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$
5	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{25t} & \text{при } t \leq 4 \\ 10e^{(-3t)} & \text{при } t > 4 \end{cases}$	14	$U_1(t) = \begin{cases} 8 - \sqrt{16t} & \text{при } t \leq 4 \\ 10e^{(-3t)} & \text{при } t > 4 \end{cases}$
6	$U_1(t) = \begin{cases} -5 & \text{при } t \leq 3 \\ -5 + 2,5(t-3) & \text{при } 3 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	15	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 10(t-4) & \text{при } 4 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$
7	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	16	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 2 \\ 10 - 2,5(t-2)^2 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
8	$U_1(t) = \begin{cases} 15t & \text{при } t \leq 0,4 \\ 6 & \text{при } 0,4 < t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$	17	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 5(t-4) & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
9	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 - 4(t-2) & \text{при } 2 < t \leq 4,5 \\ 0 & \text{при } t > 4,5 \end{cases}$	18	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$

ТИПИ ВХІДНИХ СИГНАЛІВ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	Аналітична залежність	№ вар.	Аналітична залежність
19	$U_1(t) = \begin{cases} 10 - 10e^{(-3t)} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	28	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
20	$U_1(t) = \begin{cases} 15t & \text{при } t \leq 1 \\ 15 & \text{при } 1 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	29	$U_1(t) = \begin{cases} 5 + 2,5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
21	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 5 \\ 10 - 5(t-5) & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$	30	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 - 2,5(t-2) & \text{при } 2 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
22	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{36 - (6-t)^2} & \text{при } t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	31	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 4 \\ 10e^{-1,5(t-4)} & \text{при } t > 4 \end{cases}$
23	$U_1(t) = \begin{cases} 1 - e^{(-3t)} & \text{при } t \leq 4,5 \\ 0 & \text{при } t > 4,5 \end{cases}$	32	$U_1(t) = \begin{cases} 10 - 10e^{(-0,6t)} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$
24	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	33	$U_1(t) = \begin{cases} 10t & \text{при } t \leq 1 \\ 10 & \text{при } 1 < t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
25	$U_1(t) = \begin{cases} 5\sqrt{t} & \text{при } t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	34	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{4t} & \text{при } t \leq 5 \\ 10 - 2,5(t-5)^2 & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$
26	$U_1(t) = \begin{cases} 6t & \text{при } t \leq 1 \\ 6 & \text{при } 1 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$	35	$U_1(t) = \begin{cases} 36 - (6-t)^2 & \text{при } t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
27	$U_1(t) = \begin{cases} 2t^2 & \text{при } t \leq 3 \\ 18 & \text{при } 3 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	36	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{25 - t^2} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$

ТИПИ ВХІДНИХ СИГНАЛІВ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	Аналітична залежність	№ вар.	Аналітична залежність
37	$U_1(t) = \begin{cases} 2,5t^2 & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	46	$U_1(t) = \begin{cases} 6 & \text{при } t \leq 2 \\ 12 - 6(t-1) & \text{при } 2 < t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$
38	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 5 \\ 10 - (t-5) & \text{при } 5 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	47	$U_1(t) = \begin{cases} 3t & \text{при } t \leq 3 \\ 9 & \text{при } t > 3 \end{cases}$
39	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 5 \\ 10 - 2,5(t-5)^2 & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$	48	$U_1(t) = \begin{cases} 3t & \text{при } t \leq 3 \\ 13 - 2(t-1) & \text{при } 3 < t \leq 7,5 \\ 0 & \text{при } t > 7,5 \end{cases}$
40	$U_1(t) = \begin{cases} 10t & \text{при } t \leq 1 \\ 10 & \text{при } 1 < t \leq 5 \\ 10e^{(-3t)} & \text{при } t > 5 \end{cases}$	49	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{5t} & \text{при } t \leq 5 \\ 5 & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$
41	$U_1(t) = \begin{cases} 10 - 10e^{(-0,6t)} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	50	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{20t} & \text{при } t \leq 5 \\ 10e^{(-3t)} & \text{при } t > 5 \end{cases}$
42	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } t > 4 \end{cases}$	51	$U_1(t) = \begin{cases} -5 & \text{при } t \leq 2 \\ -5 + 2,5(t-2) & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
43	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{4t} & \text{при } t \leq 5 \\ 10 - 2,5(t-5)^2 & \text{при } 5 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$	52	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
44	$U_1(t) = \begin{cases} 9 - (3-t)^2 & \text{при } t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$	53	$U_1(t) = \begin{cases} 12t & \text{при } t \leq 1 \\ 12 & \text{при } 1 < t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$
45	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{9-t^2} & \text{при } t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$	54	$U_1(t) = \begin{cases} 4t & \text{при } t \leq 2 \\ 8 - 4(t-2) & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$

ТИПИ ВХІДНИХ СИГНАЛІВ НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

№ вар.	Аналітична залежність	№ вар.	Аналітична залежність
55	$U_1(t) = \begin{cases} 10 - 10e^{(-3t)} & \text{при } t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	64	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
56	$U_1(t) = \begin{cases} 16t & \text{при } t \leq 1 \\ 16 & \text{при } 1 < t \leq 3 \\ 0 & \text{при } t > 3 \end{cases}$	65	$U_1(t) = \begin{cases} 5 + 2,5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
57	$U_1(t) = \begin{cases} 5 & \text{при } t \leq 3 \\ 10 - 2,5(t-1) & \text{при } 3 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	66	$U_1(t) = \begin{cases} 6t & \text{при } t \leq 2 \\ 15 - 3(t-1) & \text{при } 2 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$
58	$U_1(t) = \begin{cases} \sqrt{16 - (4-t)^2} & \text{при } t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$	67	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 4 \\ 10e^{-1,5(t-4)} & \text{при } t > 4 \end{cases}$
59	$U_1(t) = \begin{cases} 1 - e^{(-3t)} & \text{при } t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$	68	$U_1(t) = \begin{cases} 8 - \sqrt{16t} & \text{при } t \leq 4 \\ 10e^{(-3t)} & \text{при } t > 4 \end{cases}$
60	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	69	$U_1(t) = \begin{cases} 4t & \text{при } t \leq 3 \\ 12 & \text{при } 3 < t \leq 4 \\ 12 - 12(t-4) & \text{при } 4 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$
61	$U_1(t) = \begin{cases} 5\sqrt{t} & \text{при } t \leq 4 \\ 10 - 2,5(t-4)^2 & \text{при } 4 < t \leq 6 \\ 0 & \text{при } t > 6 \end{cases}$	70	$U_1(t) = \begin{cases} 10 & \text{при } t \leq 2 \\ 10 - 2,5(t-2)^2 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$
62	$U_1(t) = \begin{cases} 5t & \text{при } t \leq 2 \\ 10 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$	71	$U_1(t) = \begin{cases} 6t & \text{при } t \leq 2 \\ 12 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 12 - 4(t-4) & \text{при } 4 < t \leq 7 \\ 0 & \text{при } t > 7 \end{cases}$
63	$U_1(t) = \begin{cases} 3t^2 & \text{при } t \leq 2 \\ 12 & \text{при } 2 < t \leq 5 \\ 0 & \text{при } t > 5 \end{cases}$	72	$U_1(t) = \begin{cases} 3t & \text{при } t \leq 2 \\ 6 & \text{при } 2 < t \leq 4 \\ 0 & \text{при } t > 4 \end{cases}$

ОПЕРАТОРИ ДИСКРЕТНОГО ІНТЕГРУВАННЯ (Z-ПЕРЕТВОРЕННЯ)

Метод інваріантних імпульсних функцій		Зворотній метод Ейлера	
$\frac{1}{s}$	$\frac{Tz}{z-1}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{Tz}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2 z}{(z-1)^2}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2}{2} \frac{z(z+1)}{(z-1)^2}$

Метод Рагацині-Бергена		Метод Тастіна	
$\frac{1}{s}$	$\frac{T}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{T}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)}$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2}{6} \frac{(z^2 + 4z + 1)}{(z-1)^2}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2}{4} \frac{(z+1)^2}{(z-1)^2}$

Метод Боксера-Талера		Метод Ципкіна-Гольденберга	
$\frac{1}{s}$	$\frac{T}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)}$	$\frac{1}{s}$	$\frac{T}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2}{12} \frac{(z^2 + 10z + 1)}{(z-1)^2}$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T^2}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)^2}$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова література:

1. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв'язання задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Державного університету «Львівська політехніка», 2000. – 166 с.
2. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001. – 480 с.: ил.
3. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с., ил.
4. Використання пакета MATLAB–Simulink для моделювання динамічних систем та пристроїв: Метод. вказівки до виконання лабораторних, розрахунково-графічних робіт, курсового та дипломного проектування для студ. спец. 7.092203 – «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод» і 7.092204 – «Електромеханічне обладнання енергоємних виробництв» / Укладачі: О.В. Чермалих, О.В. Данілін, В.В. Кузнєцов. – К.: ІВЦ «Політехніка», 2004. – 72 с.

Допоміжна література:

5. Бацевич О.Ф. Диференціальні рівняння. Курс лекцій для студентів базового напрямку «Електромеханіка». Львів: Львівська політехніка, 2007. – 40 с.
6. Дьяконов В. SIMULINK 4. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 528 с.: ил.
7. Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. Учебн. Пособие для студентов физ-мат. Фак. Пед. Ин-том. М.: Просвещение, 1977. – 320 с.
8. Домбровський В.А., Крижанівський І.М., Мацьків Р.С., Мигович Ф.М., Неміш В.М., Окрепкий Б.С., Хома Г.П., Шелестовська М.Я. «Вища математика» – Тернопіль: Видавництво Карп'юка, 2003 - 480с.
9. Гончаренко, Б. М. Основні поняття дискретних систем / Б. М. Гончаренко, А. П. Ладанюк, О. П. Лобок // Цифрові системи керування : навч. посібник. - Вінниця : Нова Книга, 2007. – 160 с.
10. Поповіч М.Г. Електромеханічні системи автоматичного керування та електроприводи / М.Г. Поповіч, О.Ю. Лозинський. – К.: Либідь, 2005. – 680 с.